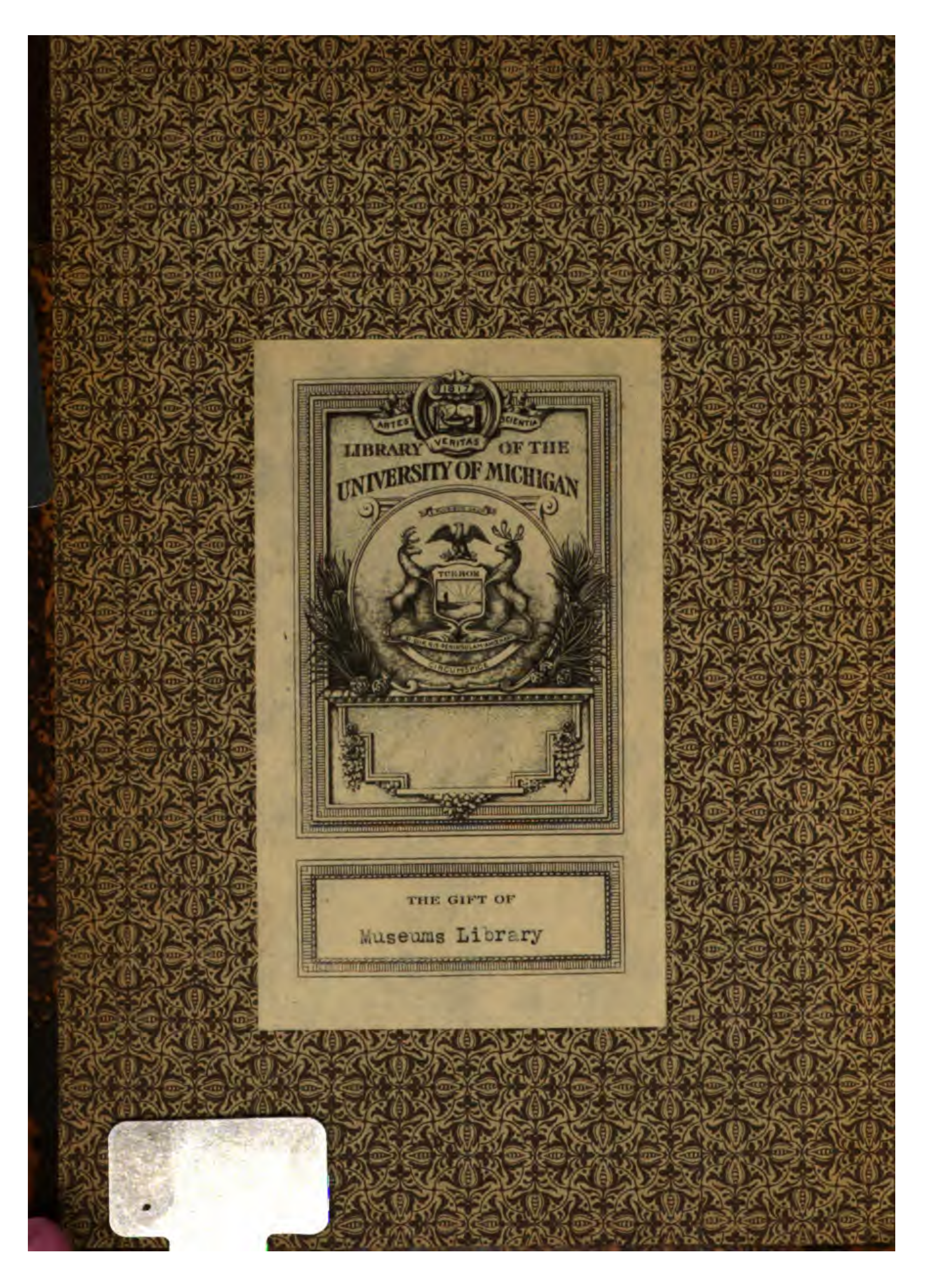
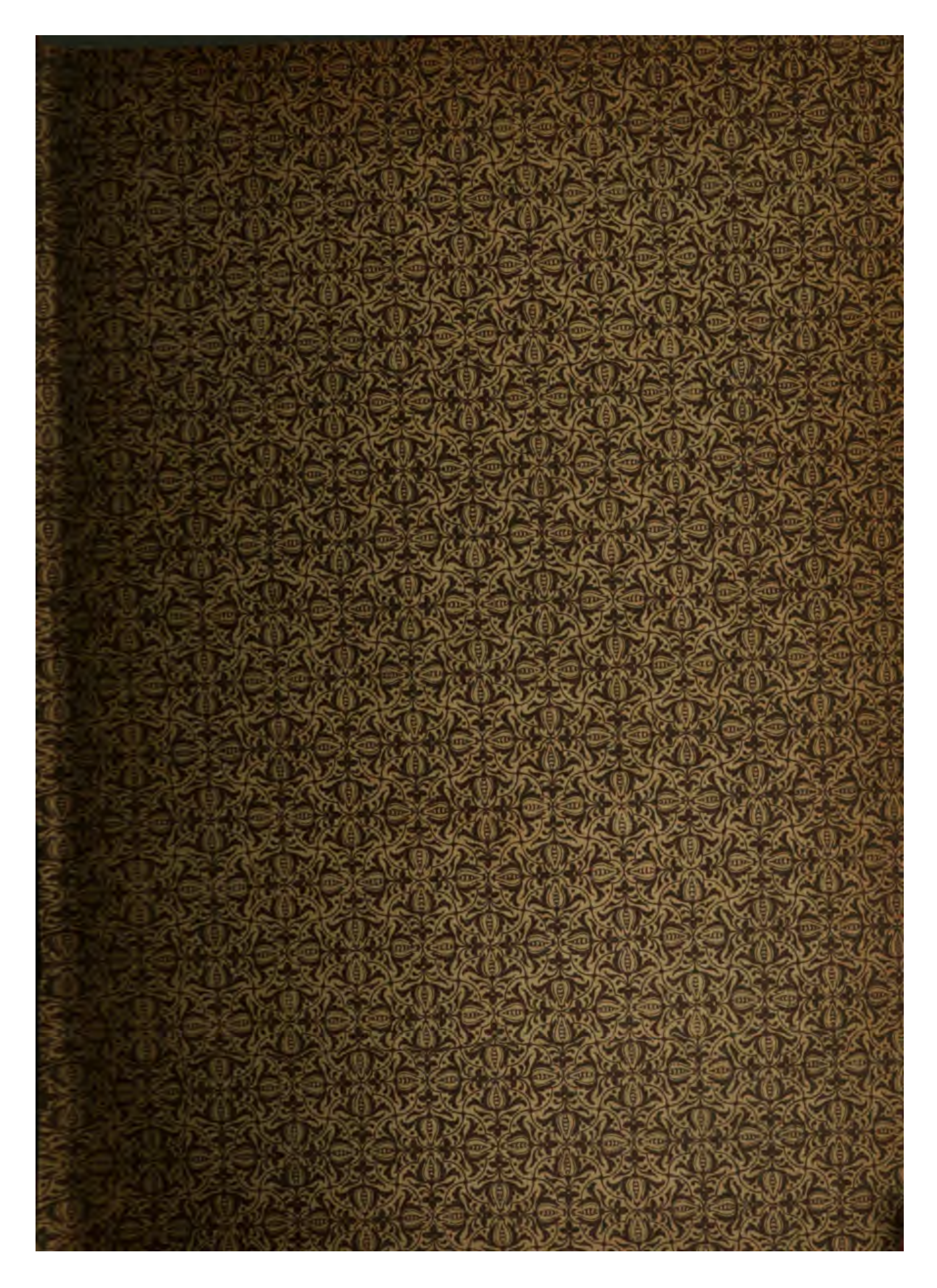




1817
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE



DIE LEHRE

VON DER

ELEKTRICITÄT.

DRITTER BAND.

Holzstiche
aus dem xylographischen Atelier
von Friedrich Vieweg und Sohn
in Braunschweig.

DIE LEHRE

VON DER

ELEKTRICITÄT

VON

GUSTAV WIEDEMANN.

ZWEITE

UMGEARBEITETE UND VERMEHRTE AUFLAGE.

ZUGLEICH ALS VIERTE AUFLAGE DER LEHRE VOM GALVANISMUS UND ELEKTROMAGNETISMUS.

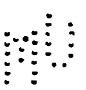
DRITTER BAND.

MIT 320 EINGEDRUCKTEN HOLZSTICHEN.

BRAUNSCHWEIG,

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.

1895.



INHALT DES DRITTEN BANDES.

A. Elektrodynamik.

Erstes Capitel.

Zweites Capitel.

B. Elektromagnetismus.

Erstes Capitel.

Zweites Capitel.

Drittes Capitel.

Viertes Capitel.

Fünftes Capitel.

C. Magnetisches Verhalten schwach magnetischer und diamagnetischer Körper.

Erstes Capitel.

Zweites Capitel.

Drittes Capitel.

Viertes Capitel.

V.

WIRKUNGEN

DER

ELEKTRISCHEN STRÖME

IN

DIE FERNE.

A.

ELEKTRODYNAMIK.

Erstes Capitel.

Anziehung und Abstossung elektrischer Ströme.

I. Allgemeine experimentelle Resultate.

1 Ausser den Wirkungen, welche der elektrische Strom in den Leitern selbst ausübt, äussert er auch noch Wirkungen in die Ferne. Unter denselben tritt zunächst eine Anziehung und Abstossung der vom Strome durchflossenen Leiter hervor. — Die Darstellung dieser Verhältnisse in allen ihren Beziehungen umfasst das mit dem Namen der Elektrodynamik belegte Gebiet.

Diese Erscheinungen lassen sich am besten an den von galvanischen Strömen durchflossenen Leitern zeigen. Man bedient sich dazu des folgenden, in seinen Haupttheilen zuerst von Ampère angegebenen Apparates [1]).

Auf einem Brette, Fig. 1 (a. f. S.), stehen dicht neben einander zwei Ständer v und t von Messing, welche unten Klemmschrauben zur Befestigung der Leitungsdrähte tragen. Am Ende ihrer horizontalen Arme sind kleine Näpfchen x und y von Stahl eingesetzt, welche mit Quecksilber gefüllt werden. In diese Quecksilbernäpfe werden die in Stahlspitzen endigenden Enden verschiedenartig gebogener Kupfer- oder Messingdrähte oder noch besser, der grösseren Leichtigkeit wegen, Aluminiumdrähte u. s. f. eingesetzt.

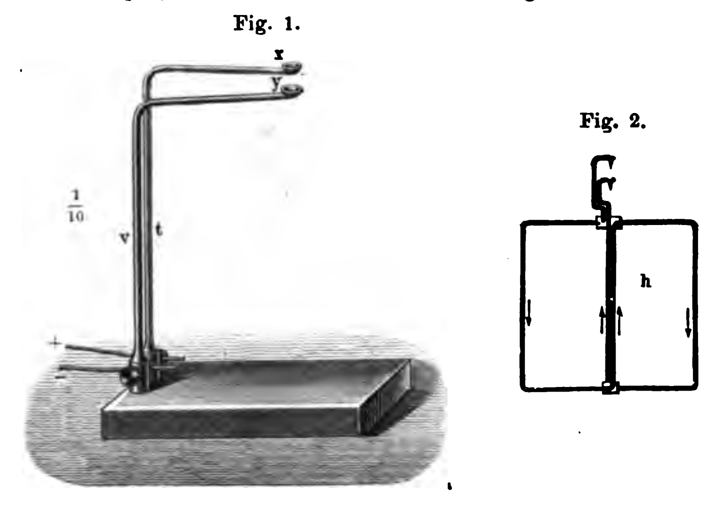
Man leitet den Strom einer Säule, etwa von zwei Bunsen'schen Elementen, durch einen Gyrotropen und durch die beiden Ständer v und t zu den eingehängten Drähten.

---

[1]) Ampère, Ann. de Chim. et de Phys. 15, 59 u. 170, 1820; 18, 88 u. 313, 1821; 26, 390, 1824; Recueil d'observations électrodynamiques 1822; Gilb. Ann. 67, 113, 127; Mémoire sur la théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques. Mémoires de l'académie de Paris 6, 1823. — Vergleiche auch Démonferrand, Handbuch der dynamischen Elektricität, deutsch von Fechner, Leipzig 1824.

Hängt man zuerst in die Näpfe x und y einen Draht h, wie Fig. 2, ein, welcher so gebogen ist, dass der Strom ihn in der Richtung der Pfeile durchfliesst, wenn der obere Napf x durch den Ständer t mit dem positiven, Napf y durch Ständer v mit dem negativen Pol der Säule

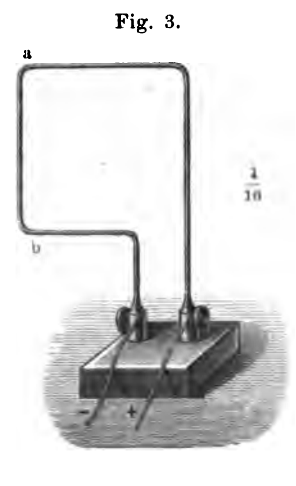
Fig. 1. Fig. 2.



verbunden ist, so richtet er sich nicht durch äussere elektrische Einflüsse. Er ist *astatisch*.

Nähert man der einen oder anderen verticalen Seite des Leiters h einen verticalen, auf einem Brette befestigten Draht ab, Fig. 3, durch den vermittelst Klemmschrauben ein Strom, z. B. von oben nach unten von a nach b geleitet wird, so bewegt sich der Leiter h zu diesem Drahte hin. Durchfliesst der Strom den Draht ab in entgegengesetzter Richtung von unten nach oben, so entfernt sich der Leiter h von dem Drahte ab. — Kehrt man die Richtung des Stromes im Drahte h um, so tritt das entgegengesetzte Verhalten ein. *Fliessen demnach in zwei parallelen Leitern zwei gleich gerichtete Ströme, so ziehen sie sich an; sind die Ströme entgegengesetzt gerichtet, so stossen sie einander ab.*

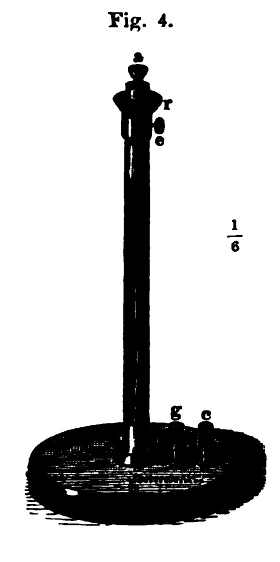
Fig. 3.



Mit wachsender Intensität des Stromes in dem einen oder anderen oder in den beiden Leitern nehmen die Anziehungs- und Abstossungserscheinungen an Stärke zu. Entfernt man die Leiter weiter von einander, so vermindert sich ihre wechselseitige Einwirkung.

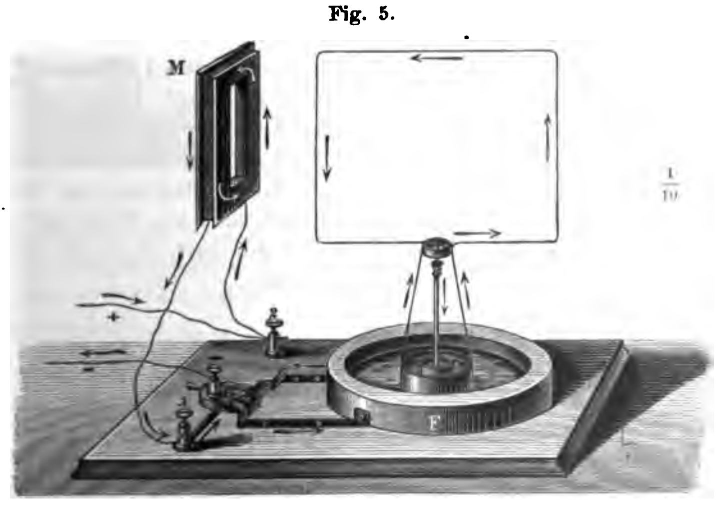
Bei diesen Versuchen müssen die Ständer, durch welche die Ströme zu den frei aufgehängten Drähten geführt werden, möglichst nahe bei einander stehen, damit sich die elektrodynamischen Wirkungen der auf- und absteigenden Ströme in ihnen möglichst aufheben.

Fig. 4.



Bei dem beschriebenen Stativ kann man die aufgehängten Leiter nicht ganz im Kreise herumführen. Dies ist bei einem recht zweckmässigen, von Sturgeon[1]) angegebenen Stativ der Fall. Ein auf einem Brette befestigter verticaler Metallstab ab, Fig. 4, der oben ein Quecksilbernäpfchen a trägt, ist unten mit der Klemmschraube c verbunden. Concentrisch zu dem Stabe, aber isolirt von ihm, ist ein Metallrohr ef auf dem Stativ befestigt, welches unten mit der Klemmschraube g verbunden ist. An demselben verschiebt sich eine kreisförmige Rinne r von Metall, die mit Quecksilber gefüllt wird. Die Leiter werden mit ihrem einen Ende in das Näpfchen a eingehängt. Ihr anderes Ende taucht in die Rinne r. Unten sind sie so ausgebogen, dass sie das Rohr ef nicht berühren. Da bei diesem Apparate die in die Rinne r tauchende Spitze der Leiter excentrisch im

Fig. 5.



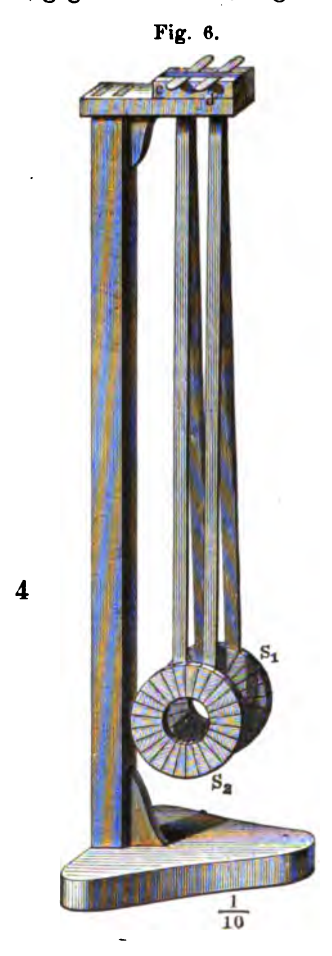
Quecksilber läuft, erleidet sie eine grössere Reibung als bei dem zuerst beschriebenen Apparate, der deshalb in den meisten Fällen vorzuziehen ist.

---

[1]) Sturgeon, Ann. of Electr. 8, 337, Mai 1842.

3 Eine sehr zweckmässige ähnliche Aufstellung ist von Bertin[1]) angegeben worden, Fig. 5 (a. v. S.). Die Bügel schweben einerseits auf einer Spitze, welche auf einem Metallstativ ruht, andererseits tragen sie einen Metallring, der in ein mit Flüssigkeit (Wasser mit $^1/_5$ Schwefelsäure und $^1/_5$ Salpetersäure) gefülltes ringförmiges Metallgefäss F taucht. Letzteres, sowie das den Bügel tragende Stativ ist durch einen Commutator mit den Polen der Säule verbunden. In den Schliessungskreis derselben kann man durch die Klemmen 2 und 3 noch die Leiter einfügen, welche auf den schwebenden Bügel wirken sollen. Bedient man sich dabei statt eines einfachen Drahtvierecks eines mit mehreren Windungen von übersponnenem Draht umwundenen Rahmens M, so wächst bei gleich bleibender Stromintensität die Wirkung, da jede Windung von M den beweglichen Leiter beeinflusst[2]).

Fig. 6.



4 Buff hängt zwei spiralförmig aufgewundene Streifen von Kupferblech s_1 und s_2, Fig. 6, deren Windungen durch ein zwischengelegtes Seidenband von einander isolirt sind, an ihren frei gelassenen, etwa 1 m langen Enden parallel neben einander auf. Leitet man durch beide Spiralen Ströme in gleicher Richtung, so zieht jede Windung der ersten Spirale jede Windung der zweiten an, und die Spiralen nähern sich einander. Sind die Ströme entgegengesetzt gerichtet, so stossen die Spiralen einander ab.

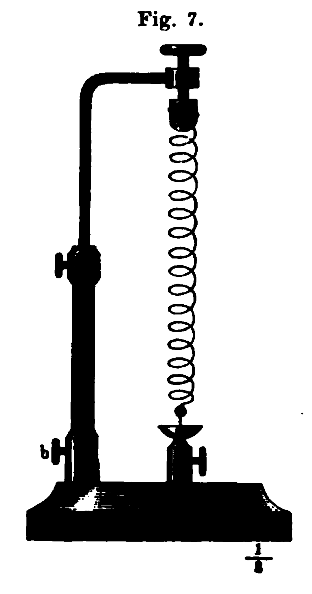
5 Leitet man durch die einander genäherten Leiter statt zweier verschiedener, von einander getrennter Ströme denselben Strom nach einander in gleicher oder entgegengesetzter Richtung, so zeigen sich die gleichen Erscheinungen. Also auch zwei Theile desselben Stromkreises, in denen der Strom gleichgerichtet ist, ziehen

[1]) Bertin, Opuscules de physique. Mém. de la Société des sciences naturelles de Strasbourg 5 et 6, 1865. — [2]) Andere Apparate von Noack, Progr. d. Gymn. zu Worms 1882; Beibl. 9, 748, welcher die Apparate bifilar an zwei verticalen Zuleitungsdrähten an der Decke aufhängt. S. auch ähnlich Oberbeck, Ztschr. f. phys. Unterr. 5, 284, 1892; Beibl. 16, 764; A. Benecke, Ztschr. f. phys. Unterr. 2, 181, 1885; Beibl. 10, 293 u. A.

einander an, und zwei Theile, in denen er entgegengesetzt gerichtet ist, stossen einander ab.

6 Den ersten Theil dieses Gesetzes kann man auch durch den Apparat Fig. 7 nachweisen. — An einem Stativ von Messing, welches bei *b* eine Klemmschraube trägt, hängt eine Spirale von dünnem und hartem Messingdraht, deren Windungen nahe an einander liegen. Unterhalb ist die Spirale durch ein kleines, an ihr Ende gelöthetes Gewicht gespannt erhalten, welches in einer Stahl- oder Platinspitze endet. Letztere taucht in ein mit Quecksilber gefülltes, auf einer Klemmschraube stehendes Näpfchen *c* so ein, dass sie die Oberfläche des Quecksilbers gerade berührt. Verbindet man die Klemmschraube bei *b* und das Quecksilber mit den Polen der Säule, so durchfliesst der Strom alle Windungen der Spirale in gleicher Richtung. Dieselben ziehen sich gegenseitig an, die Spirale verkürzt sich und die Spitze hebt sich aus dem Quecksilber. Der Strom ist unterbrochen, der Grund der Anziehung der einzelnen Windungen der Spirale fällt fort; dieselbe dehnt sich wieder aus, ihre Spitze taucht in das Quecksilber, und die Contraction beginnt von Neuem. So geräth die Spirale in regelmässige verticale Schwingungen [1]).

Fig. 7.



Diese elektrodynamische Anziehung der Spiralwindungen verursacht das eigenthümliche Geräusch, welches man zuweilen hört, wenn man durch eine Spirale einen unterbrochenen Strom leitet. Indem sich die einzelnen Windungen abwechselnd anziehen und wieder in ihre Gleichgewichtslage zurückkehren, können sie in Tonschwingungen gerathen. Entsprechend vernimmt man ein Geräusch, wenn man durch die beiden Drähte einer aus zwei parallelen Drähten gewickelten Spirale in gleicher Richtung einen intermittirenden Strom leitet, nicht aber, wenn die Richtung des Stromes in beiden Windungsreihen entgegengesetzt ist [2]).

Fixirt man die Windungen der Spirale, indem man sie z. B. in Gyps einbettet, so hört man hierbei keinen Ton [3]).

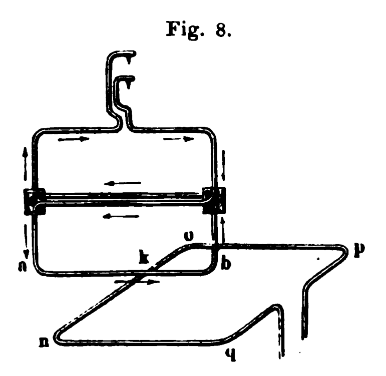
7 Ebenso wie parallele Leiter, in welchen Ströme fliessen, zeigen auch Leiter, welche einen kleineren oder grösseren Winkel mit einander bilden, Anziehungs- und Abstossungserscheinungen.

---

[1]) **Roget**, Darstellung des Elektromagnetismus, deutsch von **Kottenkamp**, S. 136 u. 137; Pogg. Ann. **36**, 550, 1835. — [2]) **Buff**, Pogg. Ann. **124**, 85, 1865. — [3]) **Stroud** u. **Wertheimer**, Chem. News **56**, 5, 1887; Beibl. **14**, 645.

Hängt man an das Fig. 1 gezeichnete Stativ einen Leiter, wie in Fig. 8, und bringt unter denselben einen zweiten vom Strome durchflossenen Draht *ponq*, so stellt sich der aufgehängte Leiter so ein, dass seine Seite *ab* mit der Richtung von *no* parallel ist, wenn in *ab* und *no* die Ströme in den Richtungen von *a* nach *b* und *n* nach *o* fliessen. Bezeichnen wir die verticale Linie, welche beide schneidet, mit *k*, so fliessen in diesem Falle in beiden Leitern die Ströme von *a* und *n* zur Kreuzungsstelle *k* hin und von derselben fort nach *b* und *o*. — Ist die Richtung der Ströme in einem der beiden Leiter entgegengesetzt, so stellen sie sich so, dass wiederum in beiden Leitern der Strom gleiche Richtung hat.

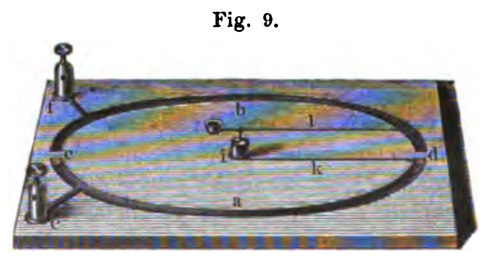
Fig. 8.



Also auch zwei gekreuzte Leiter ziehen sich an, wenn in beiden der Strom zu der Kreuzungsstelle hin- oder von derselben fortfliesst; sie stossen sich ab, wenn in einem von ihnen der Strom zur Kreuzungsstelle hin-, im anderen von der Kreuzungsstelle fortfliesst.

8 Dasselbe Resultat lässt sich auch auf folgende Weise zeigen: In ein Brett, Fig. 9, sind zwei halbkreisförmige Rinnen *a* und *b* eingegraben, welche bei *c* und *d* durch Holzwände von einander getrennt und mit Quecksilber gefüllt sind. In dieselben tauchen zwei von den Klemmschrauben *e* und *f* kommende Eisen- oder Platindrähte. In dem Mittelpunkte des aus *a* und *b* gebildeten Kreises ist ein niedriges Metalllager *i* befestigt, um dessen Fuss sich ein Draht *k* drehen lässt, dessen aus einer Platinspitze gebildetes Ende in die Rinne *a* taucht. Das Lager *i* trägt oben einen kleinen stählernen Napf voll Quecksilber, in welchem auf einer Stahlspitze der Draht *l* leicht beweglich schwebt. Er taucht mit seinem einen, mit einer Platinspitze versehenen Ende in die Rinne *b*, sein anderes kürzeres Ende ist durch ein Gegengewicht äquilibrirt. — Verbindet man die Klemmen *f* und *e* mit den Polen der Säule und dreht die Drähte *k* und *l* so, dass sie in einer gegen einander geneigten Stellung in die Rinnen tauchen, so fliesst der Strom durch beide Drähte in entgegengesetzter Richtung, und Draht *l* dreht sich von Draht *k*

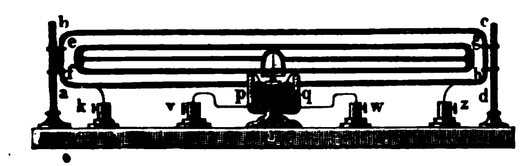
Fig. 9.



fort. Sollte das Quecksilber nicht ganz rein und deshalb zu zähe sein, um eine leichte Drehung des Bügels zu gestatten, so kann man seine Oberfläche durch Auftröpfeln einer Spur von Lösung von salpetersaurem Quecksilberoxydul reinigen.

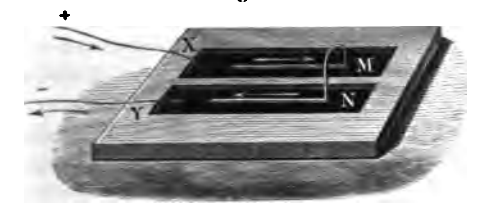
Leitet man einen Strom durch einen in etwa zehn Windungen um einen Rahmen gewundenen Kupferdraht *abcd*, Fig. 10, vermittelst der an seinen Enden befestigten Klemmen *k* und *z*, und hängt in den Rahmen einen auf einer Stahlspitze schwebenden, etwas kleineren Rahmen hinein, der gleichfalls mit Draht umwunden ist, dessen Enden in zwei halbkreisförmige und mit Quecksilber gefüllte Rinnen *p* und *q* eintauchen, so kann man die Anziehungs- und Abstossungserscheinungen der gekreuzten Ströme gleichfalls zeigen, wenn man die Rinnen *p* und *q* vermittelst der Klemmschrauben *v* und *w* mit den Polen einer zweiten Säule verbindet, oder denselben Strom durch beide Windungsreihen hinter einander leitet [1]).

Fig. 10.



9 Die Abstossung der beiden Drähte des Apparates, Fig. 9, findet auch noch statt, wenn sie in einem grösseren Winkel gegen einander geneigt sind, nur wird sie kleiner, auch weil sich die einzelnen Theile der Drähte weiter von einander entfernt haben. — Selbst wenn der Winkel zwischen beiden Drähten ein stumpfer geworden ist, stossen sie sich noch ab, und ein Gleichgewicht tritt erst ein, wenn der bewegliche Draht *l* mit Draht *k* einen Winkel von 180° bildet, also mit ihm in einer geraden Linie liegt. Dann geht der Strom in gerader Richtung durch *k* und *l*, und beide Drähte stellen gewissermaassen zwei auf einander folgende Theile desselben geradlinigen Leiters dar.

Fig. 11.



10 Es fragt sich, ob sich nicht auch noch in dieser Lage die Drähte abstossen.

Man hat versucht, diese Frage durch folgenden Versuch bejahend zu beantworten:

In ein rechteckiges Brett, Fig. 11, sind zwei parallele Rinnen *M* und *N* eingeschnitten, welche mit Quecksilber gefüllt werden. In das eine Ende der Rinnen tauchen zwei Eisendrähte *X* und *Y*, welche mit

[1]) Garthe, Müller's Physik [5] 2, 344.

den Polen einer galvanischen Säule (zwei bis drei Grove'schen Elementen) verbunden sind.

Ein Bügel von Eisenblech ist überall mit Siegellack stark lackirt, nur an den Enden seiner horizontalen Arme mit blanker metallischer Oberfläche versehen. Legt man diesen Bügel mit seinen horizontalen Armen auf das Quecksilber in den Rinnen *M* und *N* an dem den Leitungsdrähten zunächst liegenden Ende, so schwimmt er nach dem anderen Ende der Rinnen. Der Strom fliesst jetzt von dem Quecksilber der Rinnen in gerader Richtung in die horizontalen Arme des Bügels ein, so dass sie eine gerade Fortsetzung der Stromleitung im Quecksilber bilden [1]).

Hiernach sollen sich die auf einander folgenden Theile eines vom Strome durchflossenen geradlinigen Leiters abstossen.

11 Diese vermeintliche Abstossung zeigte sich auch bei einem Versuche von Faraday [2]). Er hängte an die eine Seite eines Wagebalkens einen 5 cm langen kupfernen Bügel, von dessen Enden zwei amalgamirte Kupferdrähte in Quecksilbernäpfe hineinhingen, und der durch ein Gegengewicht äquilibrirt war. Sobald die Leitungsdrähte einer Säule in jene Näpfe eingetaucht wurden, hob sich der Bügel über 2,5 cm hoch und sank beim Oeffnen des Stromes wieder herab.

Sehr bedeutend war diese Abstossung bei einem Versuche von Lenz [3]), als er die Schliessung einer Batterie von 12 Wollaston'schen Elementen von etwa 0,3 qm Oberfläche durch $13^1/_2$ g schwere Kupferbügel herstellte, welche mit ihren Enden in Quecksilbernäpfe eintauchten. Bei Vollendung der Schliessung sprangen die Bügel aus den Quecksilbernäpfen heraus.

Auch das Zerreissen eines vom Strome durchflossenen und geschmolzenen Platindrahtes hat man zum Theil auf diese Abstossung der auf einander folgenden Theile des Leiters zurückgeführt.

In einer anderen Art beobachtete Davy [4]) die Abstossung. Er führte von unten durch den Boden in eine Schale zwei Leitungsdrähte, welche bis auf ihre flach gefeilten und polirten Endflächen mit Siegellack bestrichen waren. Bei anderen Versuchen wurden diese Drähte durch beiderseits offene Glasröhren ersetzt, welche mit Quecksilber gefüllt waren, und in welche ausserhalb der Schale die Leitungsdrähte der Säule eingesenkt werden konnten. In die Schale wurde so viel Quecksilber gegossen, dass es etwa 2 mm über den Endflächen der Drähte oder Glasröhren stand. Sowie ein starker Strom durch die Leitungsdrähte oder Glasröhren in das Quecksilber geleitet wurde, hob

---

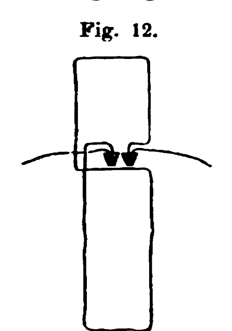
[1]) Ampère und de la Rive, Ann. de Chim. et de Phys. 20, 420; 21, 46, 1822 und l. c. — [2]) Faraday, Quarterly Journal of Science 12, 416; Gilb. Ann. 72, 127, 1822. — [3]) Lenz, Pogg. Ann. 47, 461, 1839. — [4]) Davy, Phil. Trans. 1823, p. 153; Ann. de Chim. et de Phys. 25, 67.

es sich über den Endflächen derselben kegelförmig in die Höhe und floss von da nach allen Seiten ab. Wurde der Oberfläche des Quecksilbers ein Magnetpol, gleichviel ein Nord- oder Südpol, genähert, so senkten sich die Kegel oder verwandelten sich sogar in Vertiefungen von 1,5 cm, indem das Quecksilber in eine elektromagnetische Rotation um die Endflächen der Leitungsdrähte versetzt wurde und so von denselben vermöge der Centrifugalkraft floh [1]) (s. w. u.). Geschmolzenes Zinn an Stelle des Quecksilbers zeigte dieselben Resultate.

12 Die Beweiskraft der §. 10 u. 11 beschriebenen Versuche ist mit Recht in Zweifel gezogen worden. — Meist schrieb man zunächst das Gelingen des Versuches von Ampère der Wechselwirkung der in den Quecksilberrinnen seines Apparates fliessenden Stromtheile auf den gegen die Längsrichtung der Rinnen normalen Theil des in ihnen schwimmenden Bügels zu [2]). Dieser Einfluss lässt sich durch Verlängerung der in den Rinnen schwimmenden, ihnen parallelen Arme des Bügels vermindern.

Auch haben Logeman und van Breda [3]) durch einen directen Versuch gezeigt, dass diese Ursache keine so kräftigen Wirkungen wie die Abstossung des Bügels hervorrufen kann. Sie liessen über den horizontalen, in entgegengesetzter Richtung vom Strome durchflossenen Quecksilberrinnen des Ampère'schen Apparates einen in sich geschlossenen viereckigen Leiter, Fig. 12, auf zwei in Quecksilbernäpfe tauchenden Stahlspitzen so schweben, dass sein unterer horizontaler Theil senkrecht gegen die Längsausdehnung der Rinnen stand. Der Leiter war so gebogen, dass bei Verbindung der Quecksilbernäpfe mit den Polen der Säule der Einfluss des Erdmagnetismus auf ihn eliminirt war. Selbst wenn der Abstand der Quecksilberrinnen von dem Leiter viel kleiner war, als der Abstand des horizontalen Theiles des Bügels des Ampère'schen Apparates von denselben, war keine Bewegung wahrzunehmen.

Fig. 12.



Forbes hat den Ampère'schen Versuch in andererer Form mit negativem Resultat angestellt. Er befestigt an dem einen Ende des horizontalen Armes einer Drehwage einen hufeisenförmig gebogenen Draht, dessen Enden gegen die Enden zweier anderer gerader Drähte stossen, welche mit den Polen einer Säule verbunden sind. Auch bei Einschaltung einer Spirale in den Schliessungskreis des Stromes bemerkte er statt einer Abstossung eine Anziehung. Indess können bei diesem Versuche Adhäsionserscheinungen u. dergl. wohl das negative Resultat

[1]) Poggendorff, Pogg. Ann. 77, 3, 1849. — [2]) Vergl. auch Croll, Phil. Mag. [4] 21, 247, 1861. Forbes, Phil. Mag. [4] 21, 81, 1861. Tait. Phil. Mag. [4] 21, 319, 1863. — [3]) van Breda und Logeman, Phil. Mag. [4] 23, 140, 1862.

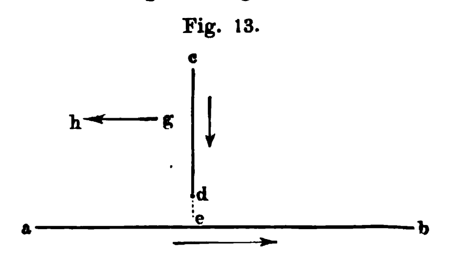
erklären. Liegen die Enden des Bügels sehr lose an den festen Drähten an, so erhält man im Gegentheil eine Abstossung, und zwar nicht nur in Folge der Ampère'schen elektrodynamischen Abstossung, sondern auch in Folge der Erhitzung und Funkenbildung an der Contactstelle.

Bei den §. 10 und 11 beschriebenen Versuchen fliessen indess nicht nur die Ströme an den Contactstellen der einander berührenden Leiter in einer auf derselben normalen Richtung, sondern verlaufen in dem einen oder anderen der beiden Leiter in allerlei seitlichen Richtungen, so dass auch diese Stromtheile die Abstossung bedingen können. Sucht man die Strombahnen möglichst gerade zu machen, indem man z. B. bei dem Versuche von Faraday den kupfernen Bügel durch ein mit Quecksilber gefülltes ∩förmiges Rohr mit etwa 2 dcm langen und 5 mm weiten Schenkeln ersetzt, welches an einer Wage hängt und unten in zwei nur wenig weitere, mit Quecksilber gefüllte Glasröhren eintaucht, deren Boden mit den Polen einer Säule verbunden sind, so erhält man nur sehr wenig sichere Resultate. Auch wird nicht nur der transversale Theil des Bügels von dem nicht fest mit ihm verbundenen Theile der Schliessung, also zunächst dem in den Quecksilberrinnen, sondern auch der Strom in jedem longitudinalen Arm desselben von dem Strome in dem Quecksilber der gegenüberliegenden Rinne abgestossen. So besitzt dieser Ampère'sche Versuch keine Beweiskraft [1]).

13 Aus den §. 1 bis 7 beschriebenen Grundphänomenen der Elektrodynamik lassen sich einige weitere Folgerungen ableiten:

Es fliesse ein Strom durch einen langen horizontalen Draht ab, Fig. 13, in der Richtung von a nach b. In gleicher Ebene mit ab befinde sich ein geradliniger und auf ab senkrechter Leiter cd, in welchem ein zweiter Strom, z. B. in der Richtung von c nach d fliesse. Die Verlängerung des Leiters cd schneide ab in e.

Fig. 13.



In den Leitern aeb und cd fliesst der Strom von a und c zur Kreuzungsstelle e hin; der Leiter cd wird also von der Seite a des Leiters aeb angezogen. Dagegen fliesst in cd der Strom gegen e hin, in aeb aber von e nach b fort, so dass von der Seite eb eine Abstossung auf den Leiter cd ausgeübt wird. Ist ab unendlich lang, so ist die Anziehung der Abstossung gleich. — Ist cd nur in seiner eigenen Richtung von c nach d beweglich, so heben sich die Componenten in dieser Richtung auf; Draht cd bleibt in Ruhe. Ist aber der Draht cd sich selbst parallel

[1]) S. auch Linsenbarth, Dissertation, Halle a. S. 1884; Beibl. 9, 535.

verschiebbar, so bewegt er sich in Folge der auf ihn einwirkenden Kräfte in der Richtung des Pfeiles von *g* nach *h*.

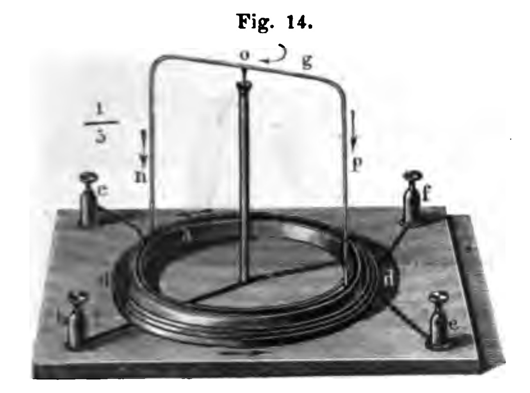
Ist der Draht *ab* zu einem horizontalen Kreise gebogen, und kann sich der vertical gestellte Draht *cd* über diesem Kreise nur um eine durch seinen Mittelpunkt gehende verticale Axe drehen, so rotirt er in der Richtung von *b* durch *e* nach *a*.

Fliesst einer der beiden, durch *ab* oder *cd* geleiteten Ströme in entgegengesetzter Richtung, so rotirt *cd* in entgegengesetztem Sinne.

14 Diese Rotation lässt sich in folgender Weise zeigen [1]:

Auf einem Brette, Fig. 14, ist eine kreisförmige Rinne *aa* von Holz befestigt. Dieselbe wird mit Quecksilber gefüllt, und letzteres durch einen Draht mit der Klemmschraube *c* verbunden. In der Mitte der Rinne steht ein verticaler Metallstab, der unterhalb mit der Klemmschraube *b* in Verbindung steht, oberhalb aber ein kleines polirtes, mit Quecksilber gefülltes Näpfchen von Stahl trägt. Darin schwebt auf einer Platinspitze der kupferne Bügel *nop*, an dessen untere Enden Platinspitzen angelöthet sind, die in die Rinne *aa* eintauchen.

Fig. 14.



Legt man um die Rinne eine aus einem Kupferblechstreifen gewundene Spirale *dd*, deren Windungen durch ein Seidenband von einander isolirt sind, und leitet durch dieselbe vermittelst der Klemmschrauben *e* und *f*, sowie durch den Bügel *nop* vermittelst der Klemmschrauben *b* und *c* einen Strom in der einen oder anderen Richtung, so rotirt der Bügel. (Bei der in der Figur gezeichneten Richtung der Ströme in der Richtung des Pfeiles *g*.)

Man kann den Bügel hierbei mit längeren verticalen Armen versehen, gegen welche dann hauptsächlich die Anziehungen und Abstossungen ausgeübt werden, wie in der Figur, oder auch die verticalen Arme ganz kurz nehmen, so dass der Strom in der Spirale namentlich auf den horizontalen Theil des Bügels wirkt.

15 Statt durch den Bügel den Strom eines besonderen Elementes zu leiten, kann man auch die Rinne, in welche seine unteren Enden eintauchen, aus Zinkblech verfertigen und den in ihrem Mittelpunkte stehen-

[1] Ampère, l. c. Vergl. auch Savary, Ann. de Chim. et de Phys. 22, 91, 1823 und Ampère, Théorie, p. 219.

den Metallstab durch einen Kupferdraht mit ihr verbinden. An den Bügel selbst löthet man unten einen horizontalen Kupferring, welcher in die Rinne hineinhängt. Füllt man letztere mit schwach schwefelsaurem Wasser (1/20) oder Kochsalzlösung, so stellt der Bügel selbst mit der Rinne ein Element dar, in welchem der Strom im Bügel von unten nach oben fliesst. Nimmt man die Rinne von Kupfer, den Ring am Bügel von Zink, so geht der Strom in entgegengesetzter Richtung.

16 Eine fernere, auf denselben Principien beruhende Rotation ist die folgende:

Man ersetzt den Bügel *nop* des Apparates Fig. 14 (a. v. S.) durch einen ganz flachen Bügel, Fig. 15. Leitet man vermittelst der Klemmschrauben *b* und *c* einen Strom von der Mitte *o* nach beiden Seiten *n* und *p* hindurch, und nähert dem Apparate einen horizontalen, gleichfalls vom Strome durchflossenen Draht *ik*, so rotirt der Bügel. Ist die Richtung desselben zuerst senkrecht gegen *ik*, so wirkt der in *ik*

Fig. 15.



fliessende Strom am stärksten auf den Strom in dem ihm zunächst liegenden Arme des Bügels, welcher sich so dreht, dass er zuletzt dem Drahte *ik* parallel steht. In dieser Lage wird der Arm *op* von *ik* angezogen, der Arm *on* abgestossen; Arm *op* stellt sich senkrecht auf *ik*, um wieder in der Richtung des Pfeiles *g* seine Rotation fortzusetzen.

17 Man kann diese Rotation noch in einer anderen Art herstellen [1]). Man verbindet die Pole einer Säule mit einer mit verdünnter Säure gefüllten metallenen Rinne *a*, Fig. 16, deren innerer Theil aus einem Glasringe besteht, und einem in der Mitte derselben befindlichen Metallstab *b*, der oben einen Quecksilbernapf *c* trägt. Darauf stellt man den Leiter *dfgh*. Derselbe besteht aus einem Metallring *fgh*, welcher bei *f* durch einen nichtleitenden Körper, z. B. ein Stück Glas oder Elfenbein, unterbrochen ist, und dem ihn tragenden Bügel *fdg*, der zwischen *d* und *g* aus einem Glasstabe, zwischen *d* und *f* aus einem Drahte gebildet ist. Der Ring *fgh* taucht in das saure Wasser der Rinne *a*. Der bei *c* in den Leiter *dfgh* eintretende positive oder nega-

[1]) Ampère, Théorie p. 219; Ann. de Chim. et de Phys. 26, 145.

tive Strom fliesst durch *df* und dann durch den Ring *fgh*. Von den einzelnen Punkten *k* desselben fliesst dann der Strom in radialer Richtung *kl* durch die Säure zur Rinne *a*. Auf diese Weise stossen sich die Stromtheile *fk* und *kl* ab, welche im Ringe *fgh* zu den einzelnen Punkten *k* hin, und von diesen durch die Säure der Rinne fortfliessen; und ziehen sich die Stromtheile *kl* und die im Ringe über die betreffenden Punkte hinausfliessenden Stromtheile *km* an. Der Ring rotirt daher entgegen der Richtung des Stromes *km*. Die Säure in der Rinne müsste, wenn die Reibung sie nicht hinderte, im entgegengesetzten Sinne rotiren. Die Richtung dieser Rotation ändert sich nicht, wenn man die Stromrichtung im Apparate wechselt, nur wird sie in dem einen Falle durch die Wirkung des Erdmagnetismus auf den Apparat beschleunigt, in dem anderen verzögert.

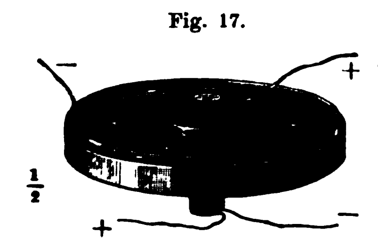
Fig. 16.



Dieser Versuch ist zugleich ein Beweis, dass die zwischen den Elementen *fk* oder *km* und *kl* wirkenden Kräfte nicht auf den Elementen *km* senkrecht stehen, denn dann könnte der aufgehängte Leiter nicht rotiren.

Auch ein flüssiger Stromleiter rotirt unter Einfluss des Stromes in derselben Weise wie ein fester. Senkt man z. B. in ein Schälchen voll Quecksilber im Mittelpunkte und am Rande die von den Polen der Säule kommenden Leitungsdrähte, so fliesst der Strom im Quecksilber in der Verbindungslinie der letzteren mit der grössten Intensität. Legt man nun um den äusseren Rand des Schälchens in einer horizontalen Ebene einige Drahtwindungen, so rotirt das Quecksilber, wenn man durch dieselben einen Strom leitet, indem letzterer sich in den zwischen den Leitungsdrähten liegenden Theilen des Quecksilbers wie in einem festen Leiter verhält. 18

Fig. 17.



Hat man das Schälchen durch ein ringförmiges, mit Quecksilber gefülltes Gefäss von Holz, Fig. 17, ersetzt, in welches zwei concentrische, mit den Polen der Säule verbundene Kupferringe eingelegt sind, und bringt in den inneren Hohlraum des Ringes einige horizontale Drahtwindungen, durch welche der Strom in gleicher Richtung fliesst, wie bei

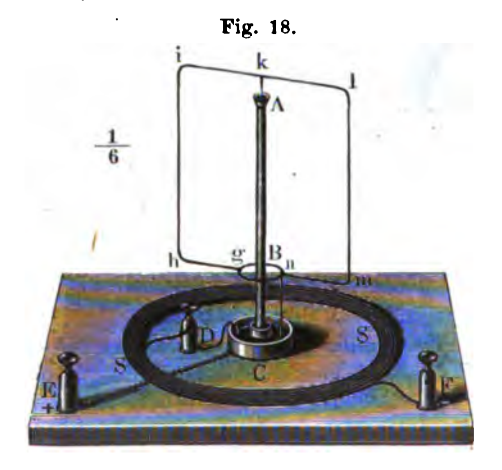
dem oben beschriebenen Versuche, so rotirt das Quecksilber in entgegengesetzter Richtung wie dort, wenn der durch das Quecksilber in der Rinne geleitete Strom die gleiche Richtung wie vorher hat [1]).

Diese Gesetze gelten indess nur, so lange der auf den radialen Strom im Quecksilber wirkende Kreisstrom mit jenem in einer Ebene liegt. Sobald er über dieselbe gehoben oder unter dieselbe gesenkt wird, kann sich die Richtung der Rotation ändern. Man kann diese Erscheinungen am einfachsten ableiten, wenn man sich den Kreisstrom durch einen kleinen Magnet ersetzt denkt (siehe weiter unten).

19 In einem speciellen Falle kann indess ein geschlossener Leiter einen beweglichen Stromleiter nicht in continuirliche Bewegung versetzen. Dieser Fall tritt ein, wenn ein kreisförmiger Strom auf einen beliebig geformten Leiter wirkt, dessen Endpunkte in dem auf dem Centrum des Kreisstromes errichteten Lothe liegen, welches zugleich als Drehungsaxe dient.

Ampère [2]) hat sich zum Beweise dieses Satzes eines Apparates bedient, dessen Construction im Wesentlichen folgende ist: Auf einen Metallstab *AB*, Fig. 18, ist oben ein Quecksilbernapf *A* aufgesetzt. Unten ist derselbe mit der Klemmschraube *E* in Verbindung. Daselbst umgiebt ihn eine von ihm isolirte, mit Quecksilber gefüllte Rinne *C*, die mit der Klemmschraube *D* verbunden ist. Concentrisch zu dem Stabe *AB* ist eine flache Drahtspirale *S* horizontal angebracht, deren eines Ende mit der Klemmschraube *D*, deren anderes mit einer dritten Klemmschraube *F* verbunden wird. In den Quecksilbernapf *A* wird ein Leiter *ghiklmn* eingesetzt, von welchem unterhalb eine Metallspitze in das Quecksilber der Rinne *C* taucht. Dieser Leiter ist unten ringförmig, so dass er den Stab *AB* umfasst, ohne ihn zu berühren. Verbindet man die Klemmschrauben *E* und *F* mit den Polen der Säule, so theilt sich der durch Stab *AB* gehende Strom bei *k*, fliesst durch beide Arme des Leiters *kih* und *klm* zur Quecksilberrinne *C* und von da weiter durch die Spirale *S*. Trotzdem bleibt der Leiter in jeder

Fig. 18.



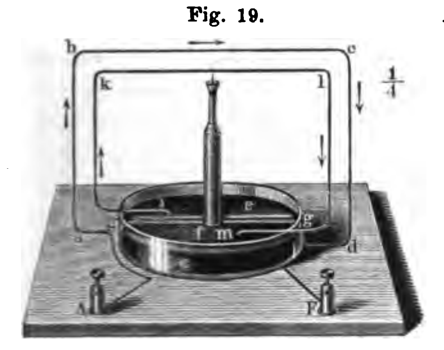
---

[1]) Davy, l. c. Poggendorff, Pogg. Ann. 77, 22, 1849. — [2]) Ampère, Ann. de Chim. et de Phys. 20, 414, 1822.

Lage in Ruhe oder nimmt, wenn die Spirale SS nicht ganz kreisförmig ist oder excentrisch zu AB liegt, eine feste Gleichgewichtslage an.

20 Bei den bisher beschriebenen Rotationen rotirt nur ein Theil der Leitung, welcher eine nicht in sich geschlossene Bahn darstellt. Die Wechselwirkung zweier ganz geschlossener Leiter kann dagegen niemals eine continuirliche Rotation derselben erzeugen, die zwischen den geschlossenen Stromleitern wirkenden Kräfte sind reine Anziehungskräfte, welche die einzelnen Theile der Ströme so einzustellen streben, dass unter den obwaltenden Bedingungen die Anziehung ein Maximum, die Abstossung ein Minimum wird. — Aendert man aber in bestimmten Zeiten die Richtung des Stromes in dem einen Leiter, so kann er rotiren [1]). Es sei *abcd*, Fig. 19, ein viereckiger Leiter, dessen eines Ende mit der Klemmschraube A verbunden ist. In dem Leiter befindet sich ein kreisförmiges Schälchen voll Quecksilber, welches in der Mitte durch eine niedrige, in der Ebene von *abcd* liegende Glaswand g so getheilt ist, dass die Quecksilbermassen in beiden Hälften f und e eben von einander geschieden sind. Das Ende d des Leiters *abcd* ist mit dem Quecksilber in der Hälfte e, und das Quecksilber in der Hälfte f mit der Klemmschraube F verbunden. Man setzt einen zweiten viereckigen Leiter *iklm*, der oben eine Stahlspitze trägt, auf ein im Inneren des Leiters *abcd* auf einem Glasstabe befestigtes Lager, so dass seine Enden i und m in die Hälften e und f des Quecksilberschälchens eintauchen. Diese Enden können so nahe an einander stehen, dass der Leiter *iklm* als in sich geschlossen betrachtet werden kann. — Verbindet man die Klemmschrauben A und F mit den Polen der Säule, so durchfliesst der Strom die Leiter *abcd* und *iklm*, z. B. in der durch die Pfeile angedeuteten Richtung. Beide Leiter nähern sich einander, so dass sich Seite *ik* zu *ab*, *lm* zu *cd* hin bewegt. Sowie sich aber beide Leiter in einer Ebene befinden, und *iklm* durch sein Beharrungsvermögen ein wenig weiter schwingt, tauchen seine Enden in die Hälften des Quecksilbers in entgegengesetztem Sinne wie vorher, das Ende i in f und m in e. Der Strom in *iklm* ist dadurch umgekehrt; der Leiter *iklm* wird von *abcd* abgestossen und setzt seine zuerst angenommene

Fig. 19.



[1]) Ritchie, Phil. Mag. [3] 4, 13, 1834; Pogg. Ann. 31, 206.

Bewegung fort, indem sich die Stromrichtung in ihm jedesmal ändert, wenn er durch die Ebene von *abcd* hindurch gegangen ist.

II. Grundgesetze der Elektrodynamik.

21 Man hat versucht, die Anziehungs- und Abstossungserscheinungen der vom Strome durchflossenen Leiter auf die Wechselwirkung ihrer einzelnen Elemente zurückzuführen. Um das allgemeine Gesetz derselben abzuleiten, genügen die vorher angeführten Versuche nicht. Zu seiner Begründung hat deshalb Ampère (l. c.) noch folgende Versuche angestellt:

I. Hängt man an dem Stativ, Fig. 20, den viereckigen Leiter *abcd* auf, leitet durch den Apparat einen Strom und nähert der einen verticalen Seite des Leiters einen vom Strome durchflossenen Draht, Fig. 21,

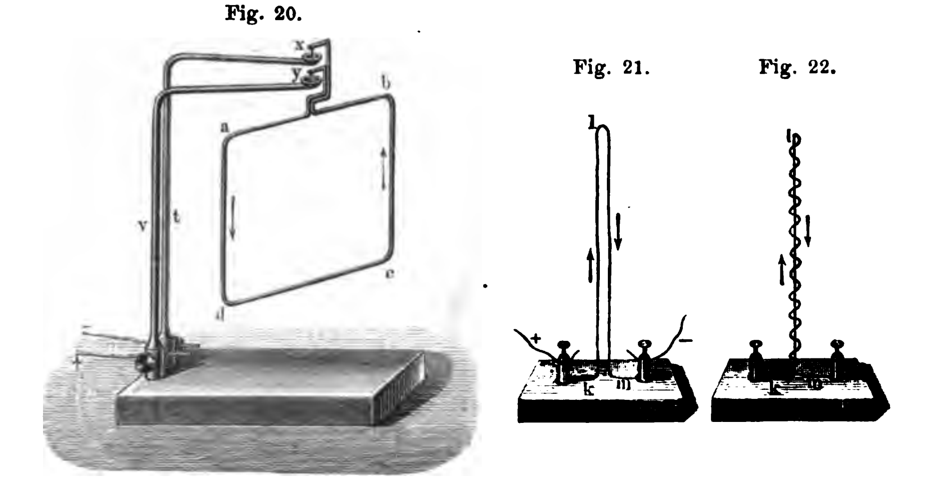


Fig. 20. Fig. 21. Fig. 22.

welcher aus zwei parallelen, dicht neben einander liegenden Stücken *kl* und *lm* besteht, in deren einem der Strom auf-, in deren anderem er absteigt, so heben sich die Wirkungen beider Stücke auf; der bewegliche Leiter bleibt in Ruhe. Ersetzt man die eine Hälfte dieses Leiters, z. B. *lm*, durch einen in sehr kleinen Windungen um *lk* beliebig hin und her gewundenen Draht, Fig. 22, der *lk* indess nirgends berührt, also z. B. von ihm durch eine Umspinnung mit Seide getrennt ist, so wirkt auch dieser vom Strome durchflossene Leiter nicht auf den beweglichen Leiter *abcd*. Der in kleinen Windungen um den geraden Draht gebogene Leiter wirkt also wie ein zweiter geradliniger. Daraus folgt:

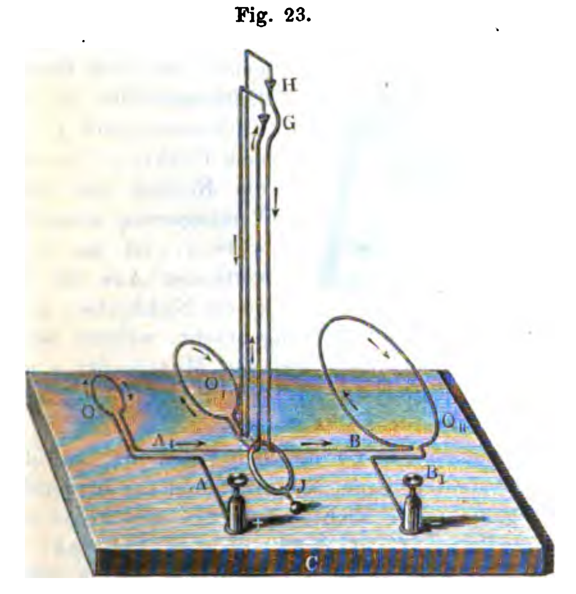
Jedes kleine Element *a* eines Stromleiters lässt sich durch eine Reihe kleiner Elemente ersetzen, die an einander liegend denselben Anfangs- und Endpunkt haben,

wie jenes, und mit ihm ein beliebig vielseitiges Polygon bilden, von dem Element a aber nur unendlich wenig entfernt sind.

Daraus folgt weiter, dass man die elektrodynamische Wirkung eines in dem Mittelpunkte eines Coordinatensystems liegenden Elementes eines Stromleiters ersetzen kann durch die Wirkungen seiner Projectionen auf die drei Coordinatenaxen, durch welche Ströme von der gleichen Intensität fliessen, wie durch jenes.

II. Auf einem Brette, Fig. 23, sind in einem Abstande von etwa 50 bis 60 cm zwei horizontale Kreise von Draht O und O_{II} befestigt, deren Radien im Verhältnisse von 1 : 4 stehen. Die Enden A und B_1 der zwei Drahtkreise sind mit Klemmschrauben verbunden. Die Enden A_1 und B führen zu den vertical über einander liegenden stählernen Quecksilbernäpfen G und H. In diese Näpfe ist vermittelst Stahlspitzen ein dritter, an zwei verticalen Drähten hängender Drahtkreis O_1 eingefügt, welcher zur Erhaltung seiner horizontalen Lage bei I ein Gegengewicht trägt. Der Radius des Kreises O_1 ist doppelt so gross als der von O. 22

Fig. 23.

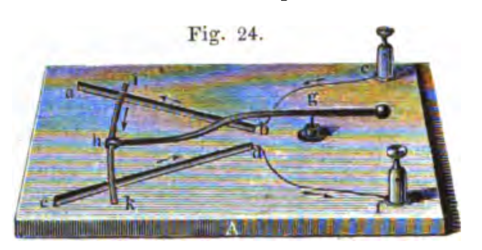


Ein von den Quecksilbernäpfen auf das Brett C gefälltes Loth liegt in der die Verbindungslinie der Mittelpunkte der Kreise O und O_{II} im Verhältniss von 1 : 2 theilenden Verticalebene. Leitet man einen Strom zu den Klemmschrauben A und B, so durchfliesst er die Kreise in der Richtung der in der Figur gezeichneten Pfeile. Die Kreise O und O_I, O_I und O_{II} stossen sich also ab, da der Strom in je zwei benachbarten Theilen derselben entgegengesetzt gerichtet ist. Lässt man den Kreis O_1 frei schwingen, so nimmt er eine solche Gleichgewichtslage an, dass die Abstände $O\,O_I$ und $O_I\,O_{II}$ der Mittelpunkte der Kreise sich wie 1 : 2 verhalten, also in demselben Verhältniss stehen, wie die Radien je zweier auf einander folgender Kreise.

Diesen Versuch kann man in der Weise abändern [1]), dass man die Drahtkreise mit den Radien 1 und 4 conaxial mit ihren Ebenen vertical aufstellt und zwischen denselben einen ebenfalls verticalen conaxialen Drahtkreis vom Radius 2 anbringt, der an zwei neben einander laufenden, horizontalen Drähten befestigt ist, die bifilar aufgehängt sind und mittelst eines Gegengewichtes horizontal erhalten werden. Die Drahtenden tauchen nahe der Drehungsaxe in Quecksilbernäpfe, welche die Leitung vermitteln. An den Drahtkreisen befestigte, auf einer Scala spielende Zeiger, bezw. ein mit der Drehungsaxe des beweglichen Drahtkreises verbundener Spiegel gestatten die Beobachtung der Einstellung.

23 III. In ein Brett *A*, Fig. 24, sind zwei mit Quecksilber gefüllte Rinnen *ab* und *cd* eingegraben, welche, ohne mit einander zu communiciren, bei *b* und *d* in einem spitzen Winkel zusammenlaufen. Von *b* und *d* gehen aus den Rinnen Leitungsdrähte zu den Klemmen *e* und *f*. In dem Punkte *g*, wo sich die Rinnen bei ihrer Verlängerung schneiden würden, ist an einer verticalen Axe ein aus einem Nichtleiter, z. B. Holz, verfertigter Arm *gh* leicht beweglich angebracht, welcher bei *h* einen Draht *ik* trägt, der die Form eines um den Mittelpunkt *g* mit dem Radius *gh* geschlagenen Kreisbogens besitzt und auf dem Quecksilber der Rinnen *ab* und *cd* ruht.

Fig. 24.



Verbindet man die Klemmen *e* und *f* mit den Polen der auf der Seite *ac* des Brettes *A* aufgestellten Säule, so durchfliesst der Strom die Rinnen und den Drahtbogen in der Richtung der in der Figur angegebenen Pfeile. — Steht Bogen *ik* senkrecht auf dem Arme *gh*, so bleibt er beim Schliessen des Stromes im Gleichgewicht. Ist er aber gegen *gh* in einem anderen Winkel geneigt, so bewegt er sich nach der Rinne hin, welche auf der Seite des spitzen Winkels zwischen dem Bogen *ik* und dem Arme *gh* liegt.

Aus diesem dritten Versuche ist folgender Schluss gezogen worden: Die Rinnen *ab* und *cd* stossen bei *b* und *d* so dicht zusammen, dass man den Stromkreis daselbst als geschlossen betrachten könnte. Die Versuche ergeben dann die Wirkungen, welche ein die Säule *S* enthaltender geschlossener Stromkreis *SebdfS* auf den Bügel *ik* ausüben würde. In der ersten Lage des Bügels, wo er auf dem Drehungsarme senkrecht steht, findet also entweder keine Einwirkung des geschlossenen

[1]) v. Ettingshausen, Wien. Ber. [2] 77, 109, 1878; Beibl. 2, 432; auch Felici, N. Cimento [3] 9, 243, 1882; Beibl. 6, 952.

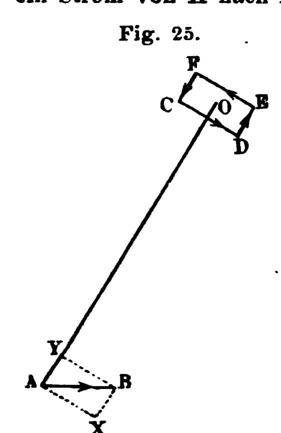
Stromkreises auf ihn statt, oder die Resultante der Wirkungen sämmtlicher Stromelemente des Stromkreises auf sämmtliche Elemente des Drahtbogens *ik* steht senkrecht auf demselben. — Die letztere Annahme bestätigt sich bei der zweiten Lage des Bügels, wo er gegen den Arm *gh* geneigt wird.

Die Componente der Wirkung eines geschlossenen Stromkreises auf ein Element in der Richtung desselben ist mithin gleich Null.

Indess ist dieser Versuch nicht beweisend, da auch die Stromtheile *ib* und *dk* auf den Strom im Bügel *h* wirken können, und ihn bewegen, wenn er nicht senkrecht auf dem Arme *hg* steht [1]).

24 Derselbe Satz lässt sich nach Moutier [2]) durch eine andere Betrachtung ableiten. *AB*, Fig. 25, sei ein Stromelement, durch welches ein Strom von *A* nach *B* fliesst. Durch *A* sei eine Gerade *AO* gezogen und in *O* liege ein rechteckiger, geschlossener, unendlich kleiner Elementarstrom *CDEF*, dessen Kanten *CD* und *EF* der Ebene *AOB* parallel seien. Die Wirkung dieses Stromes auf *AB* ergiebt sich folgendermaassen: Die Ströme in den Kanten *DE* und *CF* können auf *AB* nicht wirken (vergl. §. 25), so dass nur die Wirkung derer in *CD* und *EF* bleibt. Zerlegt man *AB* in zwei Componenten, *AX* in der Ebene *AOB* und senkrecht auf *OA* und *AY* in der Richtung von *AO*, so wirken die Ströme *CD* und *EF* nicht auf *AY*, sondern nur auf *AX*. Da die Ströme in *CD* und *EF* gleich und entgegengesetzt, parallel *AX* und gleich weit von *AX* entfernt sind, so geben sie zusammen eine Resultante, welche auf *AB* senkrecht steht. Da jeder geschlossene Strom aus Elementarströmen zusammengesetzt werden kann (vergl. §. 40), so gilt dies auch für ersteren.

Fig. 25.



25 Die in §. 21 bis 23 aufgeführten Versuche und Betrachtungen genügen, um die Gesetze der Anziehungs- und Abstossungserscheinungen der von Strömen durchflossenen Leiter zu bestimmen. Die §. 9 bis 19 gegebenen Resultate sind hierzu nicht erforderlich, vielmehr ergeben sie sich als Folgerungen der von Ampère zuerst entwickelten Gesetze.

Statt der §. 21 bis 23 beschriebenen Versuche könnten wir indess diese Gesetze auch aus anderen, früher beschriebenen Versuchen ableiten und z. B., wie es Ampère [3]) selbst gethan, den §. 19 ausgesprochenen

---

[1]) G. W., Galv. 2. Aufl. 2, 20, 1873. — [2]) Moutier, Bullet. Soc. Philom. [7] 3, 148, 1882; Beibl. 7, 39. — [3]) Ampère, l. c. §. 14.

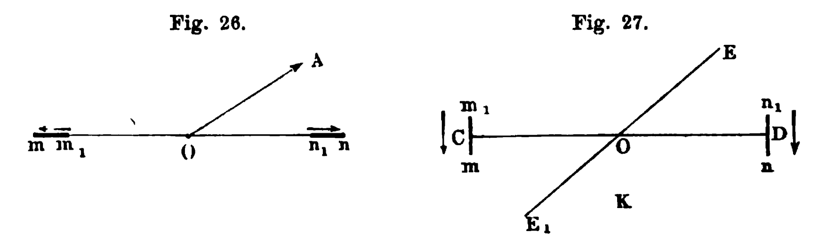
Satz dazu benutzen. Wir wollen indess von jenen Versuchen ausgehen. Indem wir die von den Leitern der Ströme ausgeübten Anziehungs- und Abstossungserscheinungen auf die Ströme selbst übertragen, bestimmen wir zuerst die Einwirkung zweier Stromelemente auf einander.

Ampère nimmt an, dass die Kraft, mit welcher zwei Stromelemente auf einander wirken, nach der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte gerichtet sei.

Dass die Resultante aller auf die Elemente wirkenden Kräfte nicht auf den Elementen senkrecht steht, ergiebt sich freilich bei der §. 17 beschriebenen Rotation; indess ist doch nicht bewiesen, dass nicht ausser der nach der Verbindungslinie wirkenden Kraft noch Kräfte vorhanden sind, welche in gewissen Fällen auf den Elementen senkrecht stehen (s. §. 79 u. flgde.).

Nur für den Fall, dass die Elemente einander parallel sind oder in derselben geraden Linie liegen, lässt sich die Annahme von Ampère nach Liouville [1]) folgendermaassen beweisen.

Liegen zuerst zwei Elemente mm_1 und nn_1, Fig. 26, in der geraden Linie mm_1nn_1 und fliessen gleich starke, gleich und entgegengesetzt



gerichtete Ströme hindurch, so muss die Resultante ihrer Wirkungen auf einander durch den Halbirungspunkt O des Abstandes m_1n_1 gehen. Da nun die Wirkung der Elemente auf allen ihren Seitenflächen gleich ist, so würde, wenn die Resultante in irgend eine gegen m_1n_1 geneigte Linie OA fiele, sie ebenso gut auch in allen anderen Richtungen liegen können, welche denselben Winkel mit m_1n_1 machten, wie OA. Daher kann die Resultante nur mit m_1n_1 zusammenfallen.

Sind die von gleichen und gleich gerichteten Strömen durchflossenen Elemente mm_1 und nn_1, Fig. 27, einander parallel und auf ihrer Verbindungslinie senkrecht, so fällt ebenfalls die Resultante mit der Verbindungslinie ihrer Mittelpunkte CD zusammen.

Hätte die Resultante eine Componente, die z. B. senkrecht auf der Ebene mm_1nn_1 stände, und etwa das Element mm_1, welches links von einem in K befindlichen Beobachter liegt, zu dem die Ströme in m_1m und n_1n hinfliessen, nach oben in die Höhe höbe, so würde bei Umkehrung der Stromrichtung in beiden Elementen die auf mm_1 wirkende

[1]) Liouville, Ann. de Chim. et de Phys. **41**, 415, 1829.

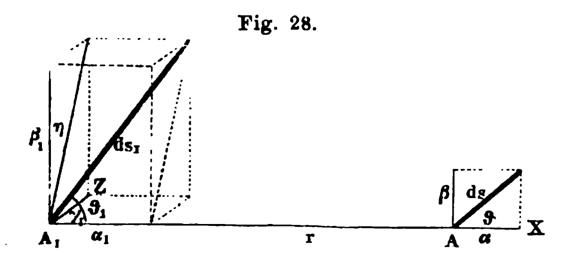
Componente nach unten gerichtet sein. Es ändert sich aber nach den Versuchen die Wirkung beider Elemente auf einander nicht, wenn man in beiden zugleich den Strom umkehrt. Jene Annahme ist daher unmöglich; die Resultante der Kräfte zwischen mm_1 und nn_1 muss in ihrer Ebene liegen.

Hätte die Resultante die gegen CD geneigte Richtung OE, so würde sie bei Umkehrung der Ströme in beiden Elementen die Richtung OE_1 annehmen, welche gegen OC in demselben Winkel geneigt ist, wie OE gegen OD. Diese Aenderung der Richtung der Resultante widerspricht wieder der Erfahrung; sie muss also mit CD zusammenfallen.

Sind die Ströme in den Elementen nicht gleich stark, so kann man das Element, in welchem der $n$mal stärkere Strom fliesst, durch n Elemente von gleicher Stromstärke ersetzen, die einzeln durch das andere Element beeinflusst werden, und erhält dieselben Resultate.

26 Es seien nun zwei Elemente ds und ds_1, Fig. 28, zweier Stromleiter gegeben, der Abstand ihrer Mittelpunkte A und A_1 sei r, die Intensitäten

Fig. 28.



der durch sie hindurchfliessenden Ströme seien i und i_1; es soll ihre gegenseitige Anziehung bestimmt werden.

Die Linie $AA_1 = r$ falle mit der X-Axe zusammen. Dann stelle ein in A auf AA_1 in der Ebene $dsAA_1$ errichtetes Loth die Y-Axe, ein senkrecht auf AA_1 und ds in A errichtetes Loth die Z-Axe dar.

Die Lage von ds ist durch den Winkel ϑ bestimmt, den es mit r macht. Die Lage von ds_1 ist bestimmt durch den Winkel ϑ_1 zwischen ds_1 und r, und durch den Winkel η, welchen die durch ds_1 und r gelegte Ebene mit der durch ds und r gelegten XY-Ebene macht.

Die in der Zeiteinheit durch die Elemente strömenden Elektricitätsmengen betragen, da die Längen der Elemente ds und ds_1 sind, ids und $i_1 ds_1$. Nehmen wir an, dass die Anziehung oder Abstossung I der Elemente nach einer Potenz ihrer Entfernung abnehme, so wird

$$I = \frac{i i_1 \, ds \, ds_1}{r^n} f(\vartheta, \vartheta_1, \eta) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

In dieser Formel sind n und die Function f zu bestimmen.

Es seien die Projectionen von ds auf die der X- und Y-Axe parallel durch A gezogenen Linien gleich α und β, die Projectionen von ds_1 auf die X-, Y- und Z-Axè gleich $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$; dann ist

$$\begin{array}{ll} \alpha = ds \cos\vartheta & \alpha_1 = ds_1 \cos\vartheta_1 \\ \beta = ds \sin\vartheta & \beta_1 = ds_1 \sin\vartheta_1 \cos\eta \\ \text{—} & \gamma_1 = ds_1 \sin\vartheta_1 \sin\eta. \end{array}$$

Nach §. 21 können wir uns die Wirkung von ds auf ds_1 zusammengesetzt denken aus der Summe der Wirkungen ihrer Projectionen α und β auf α_1, β_1, γ_1.

Die Einwirkung der parallelen Elemente β und β_1 ergiebt sich

$$I_{\beta\beta_1} = \frac{const\, \beta \beta_1 i i_1}{r^n}.$$

Diese Kraft wirkt in der Verbindungslinie der Elemente.

Wählen wir das Maass der Intensitäten i und i_1 so, dass für eine bestimmte Einheit der Entfernung r die Constante gleich Eins zu setzen ist, so ist

$$I_{\beta\beta_1} = \frac{\beta . \beta_1 i i_1}{r^n} = \frac{i i_1\, ds\, ds_1}{r^n} \sin\vartheta \sin\vartheta_1 \cos\eta.$$

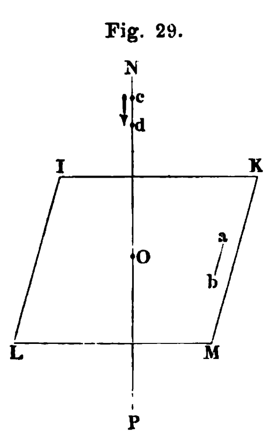
In gleicher Weise ist die Einwirkung der in einer geraden Linie liegenden Elemente α und α_1:

$$I_{\alpha\alpha_1} = K \frac{\alpha\alpha_1 i i_1}{r^n} = K \frac{i i_1\, ds\, ds_1}{r^n} \cos\vartheta \cos\vartheta_1,$$

wo K eine Constante ist. — Auch diese Kraft ist nach der Verbindungslinie der Elemente gerichtet.

27 Die Elemente α und β_1 oder γ_1, α_1 und β stehen senkrecht auf einander; ihre Einwirkung auf einander in der Richtung der Verbindungslinie ist deshalb gleich Null, wie sich nach Liouville (l. c.) folgendermaassen ableiten lässt. Das Element ab liege in der Ebene $IKLM$, Fig. 29, ein zweites Element cd, durch welches der Strom in der Richtung von c nach d fliesse, in dem auf der Ebene errichteten Lothe NO. Findet irgend eine Wirkung von cd auf ab statt, so muss sie in die entgegengesetzte übergehen, wenn cd durch O nach der Seite OP der Ebene $IKLM$ fortgeschoben wird, denn in diesem Falle fliesst der Strom von der das Element ab enthaltenden Ebene $IKLM$ fort, während er im ersteren zu ihr hinströmt. — Die Umkehrung der Wirkung tritt ein, wenn das

Fig. 29.



Element cd durch die Ebene $IKLM$ hindurchgeht, also sich in O befindet. Dann kann keine Einwirkung des Elementes auf ab stattfinden.

Hiermit ist indess noch nicht gesagt, dass nicht zwischen den Elementen in diesem Falle Kräfte auftreten können, die nicht in der Richtung der Verbindungslinie liegen, sondern etwa auf ihr senkrecht wären. Ampère nimmt indess an, dass keine solche Kräfte existiren (s. §. 79 u. flgde.).

Die Gesammtanziehung oder Abstossung von ds auf ds_1 reducirt sich also auf die Summe $I_{\beta\beta_1} + I_{\alpha\alpha_1}$, und es ist:

$$I = \frac{ii_1\, ds\, ds_1}{r^n} (K \cos\vartheta \cos\vartheta_1 + \sin\vartheta \sin\vartheta_1 \cos\eta) \quad . \quad . \quad 2)$$

In dieser Formel sind noch n und K zu bestimmen.

Gehören die Elemente ds und ds_1 zwei geschlossenen Strömen an, so wird die Anziehung dieser letzteren durch das Integral der Wechselwirkungen ihrer Elemente dargestellt. Nun bleibt nach dem §. 22 beschriebenen Versuche, wenn jene geschlossenen Curven einander ähnlich sind, beide z. B. Kreise bilden, die Wirkung I ungeändert, wenn sich zugleich die Grösse von ds und ds_1, sowie der entsprechende Abstand beider Elemente r verdoppelt. Dies ist nur möglich, wenn die unter dem Integralzeichen stehenden Werthe die Dimension Null in Bezug auf jene Längenwerthe haben, d. i. wenn r in dem Nenner in der zweiten Potenz vorkommt oder $n = 2$ ist.

Die Wechselwirkung zweier Elemente ist also dem Quadrat ihrer Entfernung umgekehrt proportional.

Demnach ist

$$I = \frac{ii_1\, ds\, ds_1}{r^2} (K \cos\vartheta \cos\vartheta_1 + \sin\vartheta \sin\vartheta_1 \cos\eta).$$

Es bleibt noch der Werth K zu bestimmen übrig. 28

Wir führen hierzu den Winkel ε ein, welchen die Elemente ds und ds_1 im Raume mit einander machen. Dann ist:

$$\cos\varepsilon = \cos\vartheta \cos\vartheta_1 + \sin\vartheta \sin\vartheta_1 \cos\eta,$$

also

$$I = \frac{ii_1\, ds\, ds_1}{r^2} [\cos\varepsilon - (1 - K) \cos\vartheta \cos\vartheta_1] \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Wir wollen jetzt das Coordinatensystem so legen, dass die Coordinaten des Mittelpunktes A von ds gleich xyz, die des Mittelpunktes A_1 von ds_1 gleich $x_1 y_1 z_1$ sind. Dann ist der Abstand AA_1:

$$r^2 = (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2,$$

$$-r\frac{dr}{ds} = (x_1 - x)\frac{dx}{ds} + (y_1 - y)\frac{dy}{ds} + (z_1 - z)\frac{dz}{ds} = r \cos\vartheta;$$

ebenso

$$+ r\frac{dr}{ds_1} = (x_1 - x)\frac{dx_1}{ds_1} + (y_1 - y)\frac{dy_1}{ds_1} + (z_1 - z)\frac{dz_1}{ds_1} = r\cos\vartheta_1.$$

Wird $r.dr/ds$ noch einmal nach s_1 differenzirt, so erhält man:

$$r\frac{d^2 r}{ds\,ds_1} + \frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds_1} = -\left(\frac{dx}{ds}\frac{dx_1}{ds_1} + \frac{dy}{ds}\frac{dy_1}{ds_1} + \frac{dz}{ds}\frac{dz_1}{ds_1}\right) = -\cos\varepsilon.$$

Führt man diese Werthe für $\cos\vartheta$, $\cos\vartheta_1$ und $\cos\varepsilon$ in I ein, so ist:

$$I = -\frac{i i_1\,ds\,ds_1}{r^2}\left(r\frac{d^2 r}{ds\,ds_1} + K\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds_1}\right).$$

Wird Zähler und Nenner mit r^{K-1} multiplicirt, so ergiebt sich:

$$I = -\frac{i i_1\,ds\,ds_1}{r^{K+1}}\left(\frac{d r^K \frac{dr}{ds}}{ds_1}\right) = +\frac{i i_1\,ds\,ds_1}{r^{K+1}}\left(\frac{d r^K\cos\vartheta}{ds_1}\right) \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

Gehört das Element ds_1 einer in sich geschlossenen Curve an, durch welche der Strom i_1 fliesst, so ist die Componente der Wirkung dieses Stromes auf ds nach der Richtung des Elementes ds selbst gleich Null (§. 23 und 24). Die Componente der Wirkung von ds_1 auf ds in der Richtung von ds wird erhalten, wenn man I mit $\cos\vartheta$ multiplicirt. Die Gesammtwirkung eines geschlossenen Leiters, dessen Element ds_1 ist, auf ds und in der Richtung von ds ist demnach:

$$i i_1\,ds\int\frac{\cos\vartheta}{r^{K+1}}\,\frac{d\,(r^K\cos\vartheta)}{ds_1}\,ds_1 = 0.$$

Durch partielle Integration ergiebt sich:

$$I = i i_1\,ds\left(\frac{\cos^2\vartheta}{2r} + \frac{2K+1}{2}\int\frac{\cos^2\vartheta}{r^2}\,dr\right) = 0.$$

Beim Einsetzen der Grenzen fällt das erste Glied fort, und es muss sein:

$$\frac{2K+1}{2}\int\frac{\cos^2\vartheta}{r^2}\,dr = 0.$$

Für jede geschlossene Curve braucht dieses Integral nicht gleich Null zu sein, wie man leicht sieht, wenn dieselbe z. B. aus einer auf ds senkrecht stehenden Geraden und einem die Enden derselben verbindenden Kreisbogen besteht. Auf ersterer ist $\cos\vartheta$ und das entsprechende Element des Integrals stets gleich Null, auf letzterem sind alle Elemente desselben positiv. — Obige Gleichung kann also nur stattfinden, wenn:

$$2K + 1 = 0$$

$$K = -\,{}^1/_2.$$

Setzen wir dies in die Gleichungen 3) und 4) ein, so erhalten wir die Grundformel für die Wirkung der zwei von den Strömen i und i_1 durchflossenen Elemente ds und ds_1:

$$I = \frac{i\,i_1\,ds\,ds_1}{r^2}\,(\cos\varepsilon - {}^3/_2 \cos\vartheta\cos\vartheta_1)$$

$$= -\frac{i\,i_1\,ds\,ds_1}{\sqrt[2]{r}} \cdot \frac{d\left(r^{-1/2}\frac{dr}{ds}\right)}{ds_1} = \frac{i\,i_1\,ds\,ds_1}{\sqrt[2]{r}} \cdot \frac{d\,(r^{-1/2}\cos\vartheta)}{ds_1}\,{}^{1)} \quad . \quad . \quad 5)$$

29 Stehen die Elemente ds und ds_1 auf ihrer Verbindungslinie senkrecht, und ist der Strom in ihnen gleich gerichtet, so findet Anziehung statt. — In diesem Falle ist:

$$\angle\varepsilon = 0, \quad \cos\varepsilon = 1, \quad \angle\vartheta = \angle\vartheta_1 = 90^0, \quad \cos\vartheta = \cos\vartheta_1 = 0,$$

und

$$I_{\beta\beta_1} = \frac{i\,i_1\,ds\,ds_1}{r^2}.$$

Bezeichnen wir diejenige Kraft, welche die Entfernung der Elemente zu vergrössern strebt, mit dem positiven Zeichen, so ist die Kraft $I_{\beta\beta_1}$, welche dieselbe vermindern würde, mit dem negativen Zeichen zu versehen, ebenso also auch die Ausdrücke 3. und 4. So wird schliesslich die Formel für die Wechselwirkung der Stromelemente:

$$\left.\begin{aligned}
I &= -\frac{i\,i_1\,ds\,ds_1}{r^2}\,(\cos\varepsilon - {}^3/_2\cos\vartheta\cos\vartheta_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{a.}\\
&= \frac{i\,i_1\,ds\,ds_1}{\sqrt[2]{r}} \cdot \frac{d\left(r^{-1/2}\frac{dr}{ds}\right)}{ds_1} = -\frac{i\,i_1\,ds\,ds_1}{\sqrt[2]{r}} \cdot \frac{d\,(r^{-1/2}\cos\vartheta)}{ds_1} \quad . \quad \text{b.}\\
&= -\frac{i\,i_1\,ds\,ds_1}{r^2}\left({}^1/_2\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds_1} - r\frac{d^2r}{ds\,ds_1}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{c.}
\end{aligned}\right\} \; 6)$$

wo in letzterem Ausdruck

$$-\frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds_1} = \cos\vartheta\cos\vartheta_1,$$

$$r\frac{d^2r}{ds\,ds_1} + \frac{dr}{ds}\frac{dr}{ds_1} = -\cos\varepsilon \text{ ist.}$$

---

1) Wir haben die im Text gegebene Ableitung des Ampère'schen Gesetzes beibehalten, wie sie im Wesentlichen von Ampère selbst gegeben ist, schon ihres grossen historischen Interesses willen und weil sie sich unmittelbar den Versuchen anschliesst, wenn auch einzelne derselben zweifelhaft sind. Die für geschlossene Ströme daraus abgeleiteten Resultate sind ohnehin durch die später zu erwähnenden Versuche von W. Weber, Cazin u. A. vollständigst bestätigt.

Andere Berechnungen u. A. von Jamin, J. de Phys. **8**, 264, 1879; Beibl. **4**, 71, s. auch §. 43. Das Weitere siehe im Schlusscapitel des Werkes. Rosén, Oefvers. af Vetensk. Ak. Forhandl. 1887, p. 581; Beibl. **12**, 274. Beltrami, Rend. Lincei **5**, 1889. Volterra, Lum. électr. [3] **29**, 147, 1891.

30 In den Formeln 6) ist als Einheit der Stromintensität die Intensität desjenigen Stromes gewählt, welcher beim Durchgang durch zwei einander parallele und auf ihrer Verbindungslinie senkrechte Elemente ds und ds_1, deren Länge gleich Eins und deren Entfernung ebenfalls gleich Eins ist, denselben durch ihre Anziehung die Beschleunigung Eins ertheilt.

Wird als Einheit der Intensität eine n mal so grosse Intensität betrachtet, z. B. die eines Stromes, welcher in der Zeiteinheit im Voltameter 1 mg Wasserstoff entwickelt u. s. f., so ist die Anziehung n^2 mal so gross, also

$$I = -\frac{i i_1 n^2 ds ds_1}{r^2} (\cos \varepsilon - {}^3/_2 \cos \vartheta \cos \vartheta_1).$$

31 Aus dieser allgemeinen Formel ergeben sich zunächst folgende Schlussfolgerungen.

Liegen die Elemente ds und ds_1 in einer geraden Linie hinter einander, und fliesst durch beide derselbe Strom, so ist in der Formel 6 a.: $\varepsilon = 0$, $\vartheta = \vartheta_1 = 0$, $i = i_1$, also die Wechselwirkung:

$$I_a = + \frac{i i ds ds_1}{2 r^2}.$$

Die zwischen den Elementen wirkende Kraft sucht also ihre gegenseitige Entfernung zu vergrössern, die Elemente stossen einander ab, wie dies sich auch aus den, indess anderweitig zu erklärenden, Versuchen der §§. 9 und 11 ergeben sollte.

Berühren die Elemente einander, so dass r unendlich klein ist, so wird die Abstossung unendlich gross; dasselbe gilt von zwei einander berührenden Theilen eines geradlinigen Stromes [1]). Zugleich stossen sich auch zwei unendliche, einander nicht berührende Theile eines beiderseits unbegrenzten geradlinigen Stromes ab. Für jede Stromintensität könnte man also einen so langen Leiter finden, dass er zerrisse. Freilich wäre hierzu auch ein Wachsen der die betreffende Stromintensität erzeugenden elektromotorischen Kraft in gleichem Verhältniss erforderlich [2]).

Liegen die Elemente parallel neben einander im Abstande r, und ist die Stromrichtung in ihnen entgegengesetzt, so ist ihre Abstossung:

$$I_{-\beta} = + \frac{i i ds ds_1}{r^2},$$

---

[1]) Siehe indess Maxwell, Electricity [3] 2, 328. Linsenbarth, Dissertation, Halle a. S. 1884. Vergl. C. Neumann, Elektrische Kräfte 1, 46, 1873. — [2]) Gilbert, Ann. de la Soc. Scient. de Bruxelles 1, 1, 1876; Beibl. 2, 226.

also gerade doppelt so gross, wie wenn die Elemente in einer geraden Linie hinter einander liegen.

Liegen die Elemente einander parallel, aber so, dass sie mit der Verbindungslinie den Winkel $\vartheta = 35^0 16'$ machen, für welchen $\cos\vartheta = \sqrt{2/3}$ ist, so ist

$$I = 0.$$

Die Elemente wirken nicht auf einander.

Stellen wir die Elemente erst parallel und senkrecht auf ihre Verbindungslinie, so ist ihre Anziehung ein Maximum; werden die Elemente allmählich, immer einander parallel, um ihre Mittelpunkte gedreht, so nimmt die Anziehung bis zu Null ab, wenn $\vartheta = 35^0 16'$ ist, geht in eine Abstossung über, die ein Maximum erreicht, wenn beide Elemente in der Richtung ihrer Verbindungslinie liegen u. s. f. Wir hätten somit bei der Umdrehung um 360^0 vier Lagen der Elemente, in denen sie mit der Verbindungslinie die Winkel $\pm 35^0 16'$ nach der einen oder anderen Seite bilden, wo sie keine Wirkung auf einander ausüben; ein sehr wenig wahrscheinliches Verhältniss [1]).

In anderen Fällen wirken die Elemente nach der Formel 6 b., §. 29 nicht auf einander, wenn

$$\frac{d\,(r^{-1/2}\cos\vartheta)}{d s_1} = 0, \text{ d. h. } r = const \cos^2\vartheta$$

ist. Diese Gleichung stellt eine Rotationsfläche mit der Richtung des Elementes ds als Axe dar. Ein auf diese Fläche aufgewickelter Strom von irgend einer Gestalt übt also auf ein am Anfangspunkte dieser Fläche in ihrer Rotationsaxe liegendes Element keine Wirkung aus [2]).

Legt man also an ein Stromelement ds als Axe einen Doppelkegel, dessen Spitze mit dem Element zusammenfällt, und dessen Generatrix damit einen Winkel von $35^0 16'$ bildet, so wirkt dasselbe auf alle ihm gleichgerichtete in dem Kegelmantel liegende Stromelemente ds' nicht, stösst alle innerhalb des Kegels gelegene derartige Stromelemente ab und zieht alle ausserhalb desselben gelegene an [3]).

32 Wir wollen die obigen Ausdrücke benutzen, um den §. 19 angeführten Satz zu beweisen, dass ein horizontaler Kreisstrom einen Leiter,

---

[1]) Von Grassmann, Pogg. Ann. **64**, 4, 1845 zuerst bemerkt und als Einwand gegen die Ampère'sche Theorie benutzt. — [2]) Vergl. Bertrand, Compt. rend. **79**, 141, 1874.

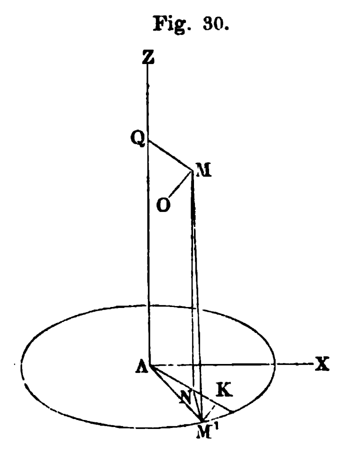
[3]) Ph. Gilbert, Ann. de la Soc. Scient. de Bruxelles **1**, 1, 1876; Beibl. **2**, 226, 1878. Siehe ebendaselbst eine Reihe anderer aus der Ampère'schen Formel abgeleiteter Sätze über die Wirkung endlicher und unendlicher gerader Ströme auf Elemente, unter denen wir folgende besonders hervorheben:

Wirkt ein Kreisstrom von der Intensität i vom Radius a auf einen Strom von der Intensität i_1, welcher vom Mittelpunkte des ersteren in seiner Ebene nach zwei diametral entgegengesetzten Seiten bis zum Abstande l verläuft, so

dessen beide Enden sich in seiner Axe befinden, nicht in continuirliche Rotation versetzen kann [1]).

Es seien M und M^1, Fig. 30, Elemente des Leiters und des Kreisstromes. Wir fällen auf die verticale Axe AZ und die Ebene des Kreisstromes von M die Lothe MQ und MN, ziehen die Radien AN und AM^1 und verbinden M mit M^1. Dann ist

Fig. 30.



$$MM^{1^2} = NM^2 + AN^2 + AM^{1^2} - 2\,AN.AM^1 \cos M^1AN.$$

Ist der Abstand $MM^1 = r$, $QM = AN = u$, $NM = z$, der Radius des Kreisstromes $AM^1 = a$, der Winkelabstand von AN und AM^1 von einem festen Radius AX des Kreises gleich t und t_1, so ist nach obiger Gleichung:

$$r^2 = z^2 + a^2 + u^2 - 2au\cos(t_1 - t).$$

Für verschiedene Punkte M^1 des Kreisstromes ändert sich nur der Winkel t_1. Das Differential von r in Bezug auf diese Veränderung ist demnach:

$$dr = \frac{au\sin(t_1 - t)\,dt_1}{r},$$

und nach Formel 6 b. §. 29 die Wirkung zwischen M und M^1:

$$I = -\,a\,i\,i_1\,dt_1\,r^{-1/2}\,\frac{d\,\{r^{-3/2}u\sin(t_1 - t)\}}{ds_1}.$$

Fällt man von M^1 auf Radius AN das Loth M^1K und errichtet in M auf der Ebene $MZAN$ ein Loth MO, in dessen Richtung das auf M ausgeübte Drehungsmoment wirkt, so ist MO parallel M^1K und die in dieser Richtung wirkende Componente von I gleich:

$$\frac{M^1K}{MM^1}\,I = \frac{a\sin(t_1 - t)}{r}\,I.$$

---

ist das Moment des die Rotation des letzteren bedingenden Kräftepaares gegeben durch die Gleichung:

$$-4M = -2aii_1[E(k)-(Fk)] = -2\pi aii_1k^2\left[\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2\frac{3k^2}{4}+\left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2\frac{5k^2}{6}+\cdots\right],$$

wo $k = l/a$. Ist l/a hinlänglich klein, so wird:

$$M = -\,\pi a i i_1 k^2.$$

Das Kräftepaar ist also sehr nahe dem Quadrate des Verhältnisses der Länge des geraden Stromes zum Radius des Kreisstromes proportional. Ueber die Wirkung eines unendlichen horizontalen Stromes auf einen horizontalen um eine verticale Axe drehbaren Strom, s. auch Abria, J. de Phys. **6**, 342, 1877; Beibl. **2**, 104.

[1]) Ampère, Ann. de Chim. et de Phys. **20**, 418, 1822.

Diese Componente muss mit $QM = u$ multiplicirt werden, um das Drehungsmoment D selbst zu erhalten. Dasselbe ist:

$$D = -a^2 ii_1 dt_1 r^{-3/2} u \sin(t_1 - t) \frac{d\{r^{-3/2} u \sin(t_1 - t)\}}{ds_1}.$$

Ist M das Element eines Leiters, dessen Enden in der Axe AZ liegen, so ist dieser Ausdruck zwischen zwei Grenzen zu integriren, für welche $u = 0$. ist. Da aber D ein vollständiges Differential darstellt, so ist der Werth seines Integrals für gleiche Werthe der Grenzen der gleiche, welche Beziehungen auch zwischen den Variablen bestehen, d. h. das Integral wird Null. — Hätte man den Werth K ($= -\,^1/_2$) noch unbestimmt gelassen, so könnte man aus der Bedingung, dass D ein vollständiges Differential sein muss, auch umgekehrt den Werth für K ableiten.

Zur Begründung der Anwendung der aufgestellten Formeln berechnen wir ferner die Einwirkung eines in sich geschlossenen Leiters, durch welchen ein Strom von der Intensität i_1 fliesst, auf ein Element ds eines anderen Leiters, in welchem die Intensität des Stromes i ist. 33

Das Element des geschlossenen Leiters sei ds_1. Sind, wie in §. 28, die Coordinaten von ds gleich xyz, die von ds_1 gleich $x_1 y_1 z_1$, so finden wir zunächst die drei Componenten der Einwirkung des Elementes ds_1 auf ds nach der Axe der x, y, z, wenn wir die Formel 6 b. des §. 29

$$I = \frac{ii_1 \, ds \, ds_1}{\sqrt{r}} \cdot \frac{d\left(r^{-1/2} \frac{dr}{ds}\right)}{ds_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

bezw. mit $(x_1 - x)/r$, $(y_1 - y)/r$, $(z_1 - z)/r$ multipliciren. — Wir betrachten vorläufig nur die Componente X nach der Axe der x. Sie ist

$$X = \frac{ii_1 \, ds \, ds_1}{\sqrt{r^3}} (x_1 - x) \cdot \frac{d\left(r^{-1/2} \frac{dr}{ds}\right)}{ds_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

Dieser Ausdruck lässt sich umformen in

$$X = {}^1/_2 \, ii_1 \left[\frac{d\left(\frac{x_1 - x}{r^2} \cdot \frac{dr}{ds}\right)}{ds_1} + \frac{(x_1 - x)^2}{r^3} \cdot \frac{d\left(\frac{r \frac{dr}{ds}}{x_1 - x}\right)}{ds_1} \right] ds \, ds_1 \text{ [1]}.$$

---

[1]) Nach der Formel $u\,dv = {}^1/_2 \left[d\,uv + u^2 d\left(\frac{v}{u}\right)\right]$, in der $u = \frac{x_1 - x}{\sqrt{r^3}}$, $dv = \frac{d\left(r^{-1/2} \frac{dr}{ds}\right)}{ds_1}$ gesetzt wird.

Den Ausdruck der Componente (X) der Wirkung des ganzen geschlossenen Leiters auf ds erhält man durch Integration von X nach ds_1. Dann ist

$$(X) = {}^1/_2\, i i_1 \left[\frac{x_1 - x}{r^2} \cdot \frac{dr}{ds} + \int \frac{(x_1 - x)^2}{r^3} \cdot \frac{d\left(\dfrac{r\frac{dr}{ds}}{x_1 - x}\right)}{ds_1} \, ds_1 \right] ds.$$

Beim Einsetzen der Grenzen für den geschlossenen Strom fällt das erste Glied fort, und es bleibt

$$(X) = {}^1/_2\, i i_1\, ds \int \frac{(x_1 - x)^2}{r^3} \cdot \frac{d\left(\dfrac{r\frac{dr}{ds}}{x_1 - x}\right)}{ds_1} \cdot ds_1.$$

Für den Werth X in der Gleichung 2) können wir also setzen:

$$X = {}^1/_2\, i i_1\, \frac{(x_1 - x)^2}{r^3} \cdot \frac{d\left(\dfrac{r\frac{dr}{ds}}{x_1 - x}\right)}{ds_1}\, ds_1 \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

Wir führen unter dem Differentialzeichen für r und dr ihre Werthe in x, y, z, x_1, y_1, z_1 ein, und setzen sodann

$$\frac{dx}{ds} = \cos\lambda, \quad \frac{dy}{ds} = \cos\mu, \quad \frac{dz}{ds} = \cos\nu,$$

wo λ, μ, ν die Winkel sind, welche ds mit den Axen macht. Wir bezeichnen ferner als Determinanten des Stromes die Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned} C &= \int \frac{(x_1 - x)\, dy_1 - (y_1 - y)\, dx_1}{r^3} \\ B &= \int \frac{(z_1 - z)\, dx_1 - (x_1 - x)\, dz_1}{r_3} \\ A &= \int \frac{(y_1 - y)\, dz_1 - (z_1 - z)\, dy_1}{r^3} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

Bei der Integration ergiebt sich dann, bezw. bei Vertauschung der Buchstaben:

$$\left.\begin{aligned} (X) &= -\, {}^1/_2\, i i_1\, (C\cos\mu - B\cos\nu)\, ds \\ (Y) &= -\, {}^1/_2\, i i_1\, (A\cos\nu - C\cos\lambda)\, ds \\ (Z) &= -\, {}^1/_2\, i i_1\, (B\cos\lambda - A\cos\mu)\, ds \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 5)$$

Liegt das Element ds im Anfangspunkte der Coordinaten, so ändern sich die Ausdrücke der Determinanten um in:

$$\left.\begin{aligned} C_0 &= \int \frac{x_1\,dy_1 - y_1\,dx_1}{r^3} \\ B_0 &= \int \frac{z_1\,dx_1 - x_1\,dz_1}{r^3} \\ A_0 &= \int \frac{y_1\,dz_1 - z_1\,dy_1}{r^3} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

Die Resultante R der Einwirkung des geschlossenen Stromes auf das Element ist

$$R = \sqrt{(X)^2 + (Y)^2 + (Z)^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

Die Cosinus der Winkel, welche die Resultante mit den Axen macht, sind $(X)/R$, $(Y)/R$, $(Z)/R$.

Werden diese Werthe mit dx/ds, dy/ds, dz/ds multiplicirt, und die Producte addirt, so erhält man

$$(X)\,dx + (Y)\,dy + (Z)\,dz = 0.$$

Die Resultante R steht mithin auf dem Elemente ds senkrecht.

Werden dieselben Werthe bezw. mit A, B und C multiplicirt und addirt, so erhält man:

$$A(X) + B(Y) + C(Z) = 0.$$

Zieht man durch das Element ds eine Linie, welche mit den Axen die Winkel ξ, η, ζ macht, so dass

$$\cos\xi = \frac{A}{D},\quad \cos\eta = \frac{B}{D},\quad \cos\zeta = \frac{C}{D}$$

ist, wo

$$D = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad 8)$$

so steht diese Linie auf der Resultante R senkrecht. Man bezeichnet sie mit dem Namen der Directrix. Ihre Richtung ist unabhängig von der Richtung des Elementes ds, da letztere in den Werthen A, B, C nicht vorkommt. Führt man den Werth D in die Gleichung (7) ein, so erhält man

$$R = -\tfrac{1}{2} D\,i\,i_1\,ds \sqrt{(\cos\zeta\cos\mu - \cos\eta\cos\nu)^2 + (\cos\xi\cos\nu - \cos\zeta\cos\lambda)^2 + (\cos\eta\cos\lambda - \cos\xi\cos\mu)^2}.$$

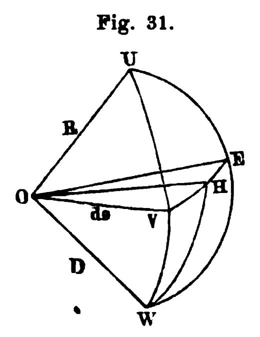
Bezeichnet man den Winkel zwischen dem Elemente ds und der Directrix mit ω, so ist der Werth unter dem Wurzelzeichen gleich $\sin\omega$, also

$$R = -\tfrac{1}{2} D\,i\,i_1\,ds \sin\omega \quad \ldots\ldots\ldots \quad 9)$$

Will man bestimmen, welches die Componente dieser Gesammtwirkung R des geschlossenen Stromes auf das Element ds in einer Ebene 34

ist, welche das Element ds in sich enthält, und mit der durch ds und D gelegten Ebene den Winkel φ, mit R also den Winkel $90 - \varphi$ macht, so denke man sich um den Coordinatenmittelpunkt O, Fig. 31, eine Kugelfläche gelegt. Diese werde von R im Punkte U, von der Verlängerung von ds in V, von D in W, von der neuen Ebene in einem Bogen VE geschnitten, während eine durch R und D gelegte Ebene die neue Ebene in der Linie OE schneide. Eine auf OVE senkrechte, durch die Directrix OW gelegte Ebene schneide Ebene OVE in Linie OH. Bogen HW sei gleich ψ. Nun ist

Fig. 31.



$$\text{Bogen } VW = \omega,$$
$$\text{Winkel } HVW = \varphi.$$

Da R auf der durch ds und D gelegten Ebene senkrecht steht, so ist die Componente ϱ von R in der Ebene OVE:

$$\varrho = R \sin\varphi = - \tfrac{1}{2}\, i\, i_1\, ds\, D \sin\omega \sin\varphi.$$

Im Dreieck VHW ist aber:

$$\sin HW : \sin VW = \sin HVW : \sin VHW,$$
$$\sin\omega \,.\, \sin\varphi = \sin\psi,$$

also

$$\varrho = - i\, i_1\, ds \,.\, D \,.\, \sin\psi.$$

Dieser Ausdruck ist von der Richtung des Elementes ds unabhängig. Wenn sich daher das Element ds um einen in seiner Verlängerung liegenden festen Punkt drehen kann, und der auf dasselbe wirkende geschlossene Strom so weit von ds entfernt ist, dass die bei jener Drehung eintretende Aenderung der Abstände des Elementes von den einzelnen Elementen des letzteren vernachlässigt werden kann, so ändert sich der Werth der Resultante ϱ dabei nicht. Da diese Resultante auf dem Elemente ds senkrecht steht, so kommt es dadurch in eine Rotation von zunehmender Geschwindigkeit um den festen Punkt. Hat man statt des einen Elementes mehrere mit einander verbundene, welche alle der oben ausgesprochenen Bedingung genügen, so rotiren sie gemeinschaftlich, wie sich dies durch die §§. 14 bis 18 beschriebenen Versuche bestätigt.

35 Wollen wir die Wirkung eines geschlossenen Stromes auf ein Stromelement auf die Summation der Wirkungen der einzelnen Elemente des ersteren zurückführen, so können wir diese letztere Wirkung auch erhalten, wenn wir in den Ausdrücken für (X), (Y), (Z) in §. 33 statt der Werthe A, B, C und A_0, B_0, C_0 die Werthe unter dem Integralzeichen nehmen; dieselben seien a, b, c, a_0, b_0, c_0; ds liege am Anfangspunkte der Coordinaten. Wir legen durch ds_1 und die Mitte von ds eine Ebene,

welche die XY-Ebene darstelle. Bildet sodann ds mit dieser Ebene den Winkel ψ und zerlegen wir ds in eine auf der XY-Ebene senkrechte Componente $ds\sin\psi$ und eine in der XY-Ebene liegende $ds\cos\psi$, so übt das Element ds auf erstere keine Wirkung aus. Von den Determinanten bleibt nur

$$c_0 = \frac{x_1\,dy_1 - y_1\,dx_1}{r^3}.$$

Die Directrix ist in diesem Falle ebenfalls $d = c_0$ und ihr Winkel mit der Z-Axe gegeben durch $\cos\zeta = c_0/d = 1$, d. h. $\zeta = 0^0$. Die Directrix steht also auf der XY-Ebene, d. h. auf der Projection $ds\cos\psi$ des Elementes ds in derselben senkrecht; die Resultante ist auf letzterer senkrecht und wirkt in der XY-Ebene. Der Winkel zwischen d und $ds\cos\psi$ ist mithin $\omega = 90^0$, $\sin\omega = 1$ und die Resultante

$$R = \tfrac{1}{2}\,i\,i_1\,\frac{x_1\,dy_1 - y_1\,dx_1}{r^3}\,ds\cos\psi.$$

Dividiren und multipliciren wir mit ds_1, und ist der Winkel zwischen ds_1 und r gleich χ, so ist

$$\frac{x_1}{r}\frac{dy_1}{ds_1} - \frac{y_1}{r}\frac{dx_1}{ds_1} = \sin\chi,$$

mithin

$$R = -\tfrac{1}{2}\,\frac{i\,i_1}{r^2}\,ds\,ds_1\sin\chi\cos\psi \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

Wollen wir die in die Richtung r fallende Componente der auf ds wirkenden Resultante berechnen, so ist, wenn $ds\cos\psi$ mit r den Winkel τ bildet, dieser Ausdruck mit $\sin\tau$ zu multipliciren und es wird

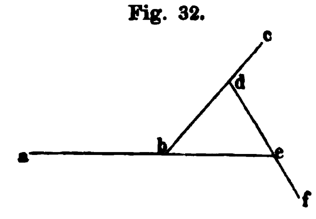
$$R\sin\tau = -\tfrac{1}{2}\,\frac{i\,i_1}{r^2}\,ds\,ds_1\sin\chi\sin\tau\cos\psi \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

Ebenso wird die auf r senkrechte Componente

$$R\cos\tau = -\tfrac{1}{2}\,\frac{i\,i_1}{r^2}\,ds\,ds_1\sin\chi\cos\tau\cos\psi \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

Dieselbe Formel ist von Grassmann [1]) auf anderem Wege entwickelt worden, indem er die Wirkungen von Strömen berechnete, welche die Schenkel von Winkeln durchlaufen. Ein geschlossener Strom $b\,d\,e$, Fig. 32, kann als zusammengesetzt angesehen werden aus den Strömen, welche die unendlich langen Schenkel der Winkel $a\,b\,c$, $c\,d\,f$, $f\,e\,a$ durchfliessen.

Fig. 32.



Dieselbe Formel haben auch Hankel, Reynard und Clausius, von anderen Principien ausgehend, abgeleitet (vergl. das Schlusscapitel).

Liegt Element ds in der XY-Ebene, fällt also mit seiner Projection $ds\cos\vartheta$ zusammen, so ist nach diesen Formeln die Wirkung eines Ele-

[1]) Grassmann, Pogg. Ann. 64, 1, 1845.

mentes eines geschlossenen Stromes auf ein in derselben Ebene liegendes Element normal zu letzterem in derselben Ebene. Ferner ist, wenn die Elemente ds und ds_1 in die Verbindungslinie r fallen, die Wirkung beider auf einander $R=0$; ein Resultat, welches nicht mit den unmittelbaren Consequenzen der Ampère'schen Formel übereinstimmt.

36 Eine andere von der Ampère'schen Formel abweichende Formel der Wechselwirkung zweier Elemente erhält man nach F. E. Neumann, wenn beide geschlossenen Strömen angehören.

Entwickelt man die partiellen Differentialquotienten von $1/r$ nach x_1, y_1, z_1 oder x, y, z aus der Gleichung

$$r^2 = (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2,$$

so ist

$$\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} = - \frac{\partial \frac{1}{r}}{d x_1} = \frac{x_1 - x}{r^3}; \quad \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} = - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y_1} = \frac{y_1 - y}{r^3};$$

$$\frac{\partial \frac{1}{r}}{d z} = - \frac{\partial \frac{1}{r}}{d z_1} = \frac{z_1 - z}{r^3}.$$

Werden diese Werthe in die Gleichungen 4) und 5) (§. 33) für die Determinanten A, B, C eingeführt und $\cos\lambda$, $\cos\mu$, $\cos\nu$ durch dx/ds, dy/ds, dz/ds ersetzt, so ergiebt sich die (X)-Componente des geschlossenen Stromes auf das Element ds:

$$(X) = -\frac{1}{2} i i_1 \int \left\{ \left[\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z_1} d x_1 - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x_1} d z_1 \right] dz - \left[\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x_1} d y_1 - \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y_1} d x_1 \right] dy \right\}.$$

Addirt man hierzu $\mp \partial(1/r)/\partial x_1 \, . \, dx\, dx_1$, so erhält man

$$(X) = -\frac{1}{2} i i_1 \int \left\{ \left[\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x_1} dx + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y_1} dy + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z_1} dz \right] dx_1 - (dx\,dx_1 + dy\,dy_1 + dz\,dz_1) \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x_1} \right\}.$$

Gehört ds einem längeren Leiter an, für dessen Endpunkte die Werthe r in r_0 und r_1 übergehen, so erhält man bei der Ausführung der Integration innerhalb dieser Grenzen, wenn man für die Werthe $\partial(1/r)/\partial x_1 \ldots$ die Werthe $-\partial(1/r)/\partial x \ldots$ setzt:

$$(X) = -\frac{1}{2} i i_1 \int \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_1}\right) d x_1 + \frac{1}{2} i i_1 \iint \frac{x_1 - x}{r^3} (dx\,dx_1 + dy\,dy_1 + dz\,dz_1).$$

Gehört ds einem in sich geschlossenen Strome an, so fällt das erste Glied fort, da hierbei $r_0 = r_1$ wird. Dann entspricht der Werth unter den zweiten Integralzeichen der Componente $(\overline{X})$ der Wirkung von ds auf ds_1. Multiplicirt und dividirt man diesen Werth mit $ds\,ds_1$, so ist

$$\frac{dx}{ds}\frac{dx_1}{ds_1} + \frac{dy}{ds}\frac{dy_1}{ds_1} + \frac{dz}{ds}\frac{dz_1}{ds_1} = \cos(ds, ds_1),$$

wo (ds, ds_2) den Winkel bezeichnet, welchen die Richtungen beider Elemente im Raume mit einander machen. Bildet man die analogen Ausdrücke für die Componenten (Y) und (Z) der Wirkungen der Elemente ds und ds_1 der geschlossenen Ströme auf einander, so erhält man die Resultante derselben:

$$(R) = \sqrt[2]{(X)^2 + (Y)^2 + (Z)^2} = {}^1\!/_2\, i i_1 \int\int \frac{\cos(ds\, ds_1)}{r^2}\, ds\, ds_1 \qquad 1)$$

Leitet man die Wirkung der geschlossenen Ströme unmittelbar von der Summation der Wirkungen R ihrer einzelnen Elemente auf einander ab, so ist letztere demnach

$$R = -\, {}^1\!/_2\, i i_1 \frac{\cos(ds\, ds_1)}{r^2}\, ds\, ds_1 \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

Die Wirkung zweier Elemente ds und ds_1 auf einander, welche beide geschlossenen Strömen angehören, ist also unter obiger Voraussetzung umgekehrt proportional dem Quadrate ihrer Entfernung und direct proportional dem Cosinus ihrer Neigung gegen einander. Dieselbe ist nach der Verbindungslinie beider Elemente gerichtet.

Die erwähnte Formel kann an Stelle der Formel von Ampère überall angewendet werden, wo man die Wechselwirkung geschlossener Ströme berechnen will.

37 Nach der Aufstellung dieser Formeln ist es nur noch eine Aufgabe der Rechnung, die Einwirkung eines beliebig gestalteten Schliessungskreises auf ein Stromelement oder auf einen zweiten Schliessungskreis zu bestimmen.

Mehrere Beispiele hiervon hat Ampère[1]) berechnet; so die Wechselwirkung zweier geradliniger Stromleiter, welche in einer oder in verschiedenen Ebenen liegen u. s. f.

Auch Plana[2]) hat die Wirkung zweier in einer Ebene liegender kreisförmiger Ströme und eines kreisförmigen und eines elliptischen Stromes von den Intensitäten i und i_1 berechnet. — Die Wirkung zweier Kreisströme, deren Flächenraum λ und λ^1, deren Radien m und m^1 sind, und deren Mittelpunkte den Abstand r haben, ergiebt sich nach einer Correction von Kirchhoff[3]):

$$A = \frac{3}{2}\, i i^1 \frac{\lambda \lambda^1}{r^4} + \frac{45}{16}\, i i^1 \frac{\lambda \lambda^1 (m^2 + m^2)}{r^6} + \ldots\ldots$$

---

[1]) Ampère, Theorie, p. 223. — [2]) Plana, Giorn. arcad. 111, 3. — [3]) Kirchhoff, Fortschritte der Physik 1848, S. 336. Diese, wie ähnliche Aufgaben lösen sich am leichtesten, wenn man die kleinen Ströme durch Magnete ersetzt denkt, welche auf ihrer Ebene senkrecht stehen (vergl. das Cap.: Vergleichung des Verhaltens der Magnete und Solenoide).

Für die Wirkung eines Kreisstromes und eines elliptischen Stromes ist das erste Glied der die Wechselwirkung bezeichnenden Formeln ebenfalls

$$A = \frac{3}{2}\, i i^1 \frac{\lambda \lambda^1}{r^4}.$$

Kann man also die, die höheren Potenzen enthaltenden Glieder der linearen Dimensionen der Ströme gegen ihre Entfernung vernachlässigen, so drückt die letzte Formel in beiden Fällen ihre Wechselwirkung aus [1]).

Da indess die Lösung dieser Aufgaben in physikalischer Beziehung nur in ganz speciellen Fällen ein grösseres Interesse darbietet, wollen wir uns mit der Andeutung der Ausführung eines einzigen praktisch wichtigen Beispieles begnügen.

38 Es liege das Element ds_1, Fig. 33, im Anfangspunkte A der Coordinaten. Das Element ds gehöre einem Kreise O vom Radius m an, dessen Ebene der XY-Ebene parallel sei, und dessen Mittelpunkt in der XZ-Ebene liege. Dann seien die Coordinaten des Mittelpunktes O

$$x_0 = p, \quad y_0 = o, \quad z_0 = q,$$

und die Coordinaten eines Punktes M, welcher um den Winkel ω von dem Punkte B der Peripherie des Kreises abliegt, der durch den durch O parallel mit der X-Axe gezogenen Radius OB bestimmt ist, sind:

Fig. 33.

$$x = p - m \cos \omega,$$
$$y = m \sin \omega,$$
$$z = q.$$

Die Werthe C_0, B_0, A_0 werden bei Einführung dieser Werthe und bei partieller Integration, wenn man die Werthe r und dr in x, y und z ausdrückt und für ω die Grenzen 0 und 2π einführt:

$$C_0 = 3 m^2 p^2 \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \omega\, d\omega}{r^5} - m^2 \int_0^{2\pi} \frac{d\omega}{r^5}$$

$$B_0 = 0$$

$$A_0 = -3 m^2 p q \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2 \omega\, d\omega}{r^5},$$

[1]) Am einfachsten kann man diese Aufgaben lösen, indem man die Stromflächen durch zwei mit entgegengesetzten magnetischen Fluidis beladene magnetische Flächen ersetzt denkt (s. w. u.), die Potentiale der letzteren auf einander berechnet, und durch partielle Differentiation nach den betreffenden Richtungen die Anziehungs- oder Abstossungskräfte nach diesen bestimmt (vergl. Kirchhoff l. c.).

woraus sich ergiebt:

$$(X) = -\frac{1}{2} i i_1 ds_1 m^2 \cos\mu \left(3p^2 \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2\omega\, d\omega}{r^5} - \int_0^{2\pi} \frac{d\omega}{r^5}\right)$$

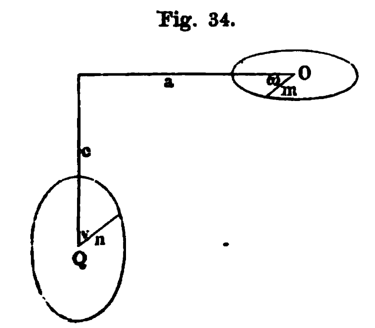
$$(Y) = +\frac{1}{2} i i_1 ds_1 m^2 \left(3pq\cos\nu \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2\omega\, d\omega}{r^5} + 3p^2\cos\lambda \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2\omega\, d\omega}{r^5} - \cos\lambda \int_0^{2\pi} \frac{d\omega}{r^5}\right)$$

$$(Z) = -\frac{3}{2} i i_1 ds_1 m^2 pq\cos\mu \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2\omega\, d\omega}{r^5}.$$

Mit Hülfe dieser Ausdrücke lässt sich die Einwirkung des Kreisstromes O auf einen zweiten Kreisstrom berechnen, von dem ds_1 ein Stromelement ist. Man betrachtet den Mittelpunkt dieses Kreisstromes als Coordinatenanfangspunkt, und dehnt die auf das Element ds_1 des Kreisumfanges berechnete Wirkung durch Integration über den ganzen Umfang aus. 39

W. Weber[1]) hat auf diese Weise das Drehungsmoment berechnet, welches der erste Kreisstrom auf einen zweiten Kreisstrom Q vom Radius n ausübt, der in einer auf der Ebene des Kreises O senkrechten Ebene liegt. Es wurde ausserdem angenommen, dass die von dem Mittelpunkte O, Fig. 34, auf die Ebene des Kreises Q, und umgekehrt vom Mittelpunkte des Kreises Q auf die Ebene von O gefällten Lothe in einem Punkte zusammentreffen. Die Längen dieser Lothe seien a und c, und Kreis Q möge sich um das Loth c als Drehungsaxe drehen.

Fig. 34.



Man erhält dann die auf der Ebene des Kreises Q senkrechte Componente der Wirkung des Stromkreises O auf das Element ds_1 des Kreises Q:

$$= -\frac{1}{2} i i_1 m^2 ds_1 \left[3(a^2\sin\nu - cn\cos^2\nu) \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2\omega\, d\omega}{r^5} - \sin\nu \int_0^{2\pi} \frac{d.\omega}{r^3}\right],$$

worin für r der Werth:

$$r^2 = a^2 + c^2 + m^2 + n^2 + 2cn\sin\nu - 2m\cos\omega\sqrt{a^2 + n^2\cos\nu}\ldots$$

zu setzen ist.

Ersetzt man in jenem Ausdruck den Werth ds_1 durch $n d\nu$, multiplicirt ihn mit dem jedesmaligen Abstande $n.\sin\nu$ des Elementes ds_1

[1]) W. Weber, Elektrodynamische Maassbestimmungen, S. 42, 1846.

von der der Z-Axe parallelen Drehungsaxe c, und integrirt zwischen den Grenzen $v = 0$ bis $v = 2\pi$, so erhält man nach W. Weber das Drehungsmoment von Q in Bezug auf c:

$$d = -\frac{1}{2} i i_1 m^2 n^2 \int_0^{2\pi} \left[3(a^2 \sin\nu - c n \cos^2\nu) \int_0^{2\pi} \frac{\sin^2\omega\, d\omega}{r^5} - \sin\nu \int_0^{2\pi} \frac{d\omega}{r^3} \right] \sin\nu\, d\nu.$$

Für die später zu erwähnenden experimentellen Untersuchungen sind drei specielle Fälle dieses Resultates von Bedeutung:

1) wenn die Ebene des Kreises O durch den Mittelpunkt des Kreises Q geht, also $c = 0$ ist;

2) wenn die Ebene des Kreises Q durch den Mittelpunkt des Kreises O geht, also $a = 0$ ist;

3) wenn die Mittelpunkte beider Kreise zusammenfallen, also $a = c = 0$ ist.

Führt man diese Bedingungen in die Gleichungen für d und r ein und entwickelt r^{-3} und r^{-5} nach den Potenzen von $\cos\omega$, so erhält man für den ersten Fall nach W. Weber das Drehungsmoment:

$$\varDelta = -\frac{\pi^2 m^2 n^2}{2 l^3} i i_1 \left[3\frac{a^2}{l^3} - 2 + \frac{15}{32}\left(7\frac{a^2}{l^2} - 4\right)\left(4 + \frac{n_2}{a^2}\right)\frac{a^2 m^2}{l^4} + \cdots \right]$$

wo

$$l^2 = a^2 + m^2 + n^2 \ldots.$$

Setzt man an Stelle des Leiters O eine Anzahl kreisförmiger, vom Strom durchflossener Ringe, deren Radius von o bis m wächst, so erhält man das von diesem Leiter auf Q ausgeübte Drehungsmoment

$$\varDelta_1 = \int_0^m \varDelta\, dm = \frac{\pi^2}{2} v^3 n^2 i i_1 S,$$

wo
$$S = \left[\frac{1}{3} - w^2\right] - \frac{3}{2}\left[\frac{3}{5} - w^2 - (3 - 7w^2) f\right] v^2$$
$$+ \frac{15}{8}\left[\frac{5}{7} - w^2 - 2(5 - 9w^2) f + 3(5 - 11w^2) g\right] v^4$$
$$- \frac{35}{16}\left[\frac{7}{9} - w^2 - 3(7 - 11w^2) f + 11(7 - 13w^2) g\right] v^6$$
$$+ \frac{315}{256}\left[\frac{9}{11} - w^2 - 4(9 - 13w^2) f + 26(9 - 15w^2) g\right] v^8 \ldots$$

Hierin ist

$$\frac{m^2}{a^2 + n^2} = v^2;\quad \frac{n^2}{a^2 + n^2} = w^2;\quad \frac{4a^2 + n^2}{16(a^2 + n^2)} = f;\quad \frac{8a^4 + 4a^2n^2 + n^4}{64(a^2 + n^2)^2} = g$$

gesetzt.

Für den zweiten Fall erhält man in gleicher Weise:

$$\varDelta_2 = \pi^2 v^3 n^2 i i_1 S,$$

wo $S = +\frac{1}{3} - \frac{3}{2}\left(\frac{1}{5} - \frac{10}{3} f g\right) v^2 + \frac{15}{8}\left[\frac{1}{7} + \frac{2}{5}(1 - 14 f) g + 42 f^2 g^2\right] v^4$

$$- \frac{35}{16}\left[\frac{1}{9} + \frac{3}{7}(2 - 18 f) g - \frac{54}{5}(1 - 11 f) f g^2 - 572 f^3 g^3\right] v^6$$

$$+ \frac{315}{128}\left[\begin{array}{l} \frac{1}{11} + \frac{4}{9}(3 - 22 f) g + \frac{12}{7}(1 - 22 f + 143 f^2) g^2 \\ + \frac{1144}{5}(1 - 10 f) f^2 g^3 + \frac{24310}{3} f^4 g^4 \end{array}\right] v^8 \ldots,$$

wo

$$\frac{m^2}{c^2 + n^2} = v^2; \quad \frac{c^2}{c^2 + n^2} = f; \quad \frac{n^2}{c^2 + n^2} = 4 g v^2.$$

Besteht der Leiter Q gleichfalls aus mehreren concentrischen Ringen, deren Radien von $n = n_1$ bis $n = n_2$ wachsen, so kann man für je zwei gleich weit von dem mittelsten Ringe liegende Ringe annähernd einen doppelten Ring vom mittleren Durchmesser setzen.

Für den dritten Fall muss man, wenn $n > m$ ist, noch einmal eine Integration nach n zwischen den Grenzen n_1 und n_2 vornehmen. Man erhält dann das Drehungsmoment

$$J_3 = \frac{n^2 m^3}{n_2 - n_1} i i_1 \left[\begin{array}{l} \frac{1}{3} \log nat \frac{n_2}{n_1} + \frac{9}{160}\left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2}\right) m^2 - \frac{225}{14336}\left(\frac{1}{n_2^4} - \frac{1}{n_1^4}\right) m^4 \\ + \frac{6125}{884736}\left(\frac{1}{n_2^6} - \frac{1}{n_1^6}\right) m^6 + \frac{694575}{184549376}\left(\frac{1}{n_2^8} - \frac{1}{n_1^8}\right) m^8 + \cdots \end{array}\right]$$

Liegen die Ringe nicht in einer Ebene, sondern in parallel neben einander liegenden Ebenen, so ist die Wirkung kleiner, als im ersten Falle. Sie ist dann nach der Formel d zu berechnen, welche zwischen den jedesmal gegebenen Grenzen zu integriren ist.

Für die Einwirkung zweier quadratischer, paralleler und gleicher Stromkreise, deren Ecken je in derselben Verticale liegen, ergiebt sich [1], wenn h der verticale Abstand, a die Seitenlänge derselben ist, die Wechselwirkung

$$F = 8 i i_1 \left[\frac{a^2}{h\sqrt{a^2+h^2}} - \frac{a^2 h}{(a^2+h^2)\sqrt{2a^2+h^2}} + \frac{2h}{\sqrt{a^2+h^2}} - \frac{h}{\sqrt{2a^2+h^2}} - 1\right].$$

Die Rechnung vereinfacht sich sehr, wenn man statt grösserer Stromkreise **unendlich kleine, in sich geschlossene Ströme** betrachtet. Zu gleicher Zeit dient diese Betrachtung dazu, auf eine bequeme Weise die Wirkung eines grösseren geschlossenen Stromes auf ein Stromelement oder auf einen zweiten geschlossenen Strom zu bestimmen [2]. 40

Zerlegt man nämlich eine beliebige, von einem geschlossenen Strome, Fig. 35 (a. f. S.), umkreiste Fläche durch zwei Systeme sich schneidender Parallelen in unendlich viele, unendlich kleine Vierecke, und denkt sich um den Umfang der letzteren galvanische Ströme kreisend, welche mit dem

[1]) Mascart und Joubert, Traité 1, 542, 1882. — [2]) Ampère, l. c.

geschlossenen Strome gleiche Intensität und Richtung haben, so heben sich die Wirkungen sämmtlicher im Inneren des geschlossenen Stromes liegender Theile dieser kleinen Ströme auf und es bleiben nur am Umfange des Systemes die mit dem geschlossenen Strome zusammenfallenden Theile derselben übrig.

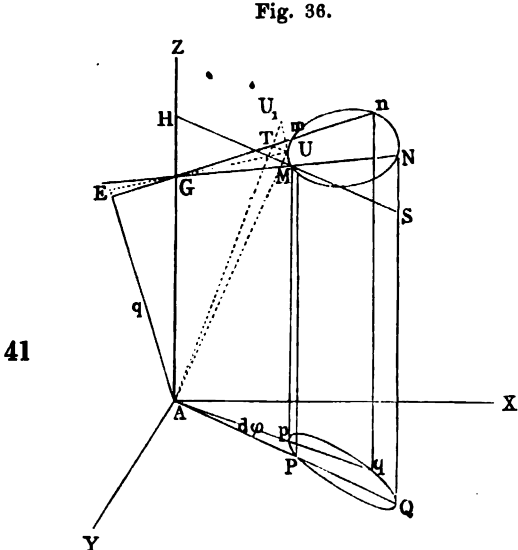
Fig. 35.

Man kann demnach jeden geschlossenen Strom durch ein System unendlich vieler kleiner geschlossener Ströme ersetzen, welche die einzelnen Räume umkreisen, in welche jede beliebige, von ersterem umschlossene Fläche zerlegt werden kann. Hierdurch reducirt sich die Berechnung der Wirkung eines geschlossenen Stromes auf eine Summation von Wirkungen unendlich kleiner geschlossener Ströme.

Die Gestalt dieser einzelnen geschlossenen Elementarströme ist willkürlich.

Denkt man sich ferner über dem geschlossenen Strome einen unendlich nahen geschlossenen Stromkreis, dessen einzelne Punkte α, β, γ man mit darunter liegenden Punkten $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1 \ldots$ des ersten Stromes verbindet, so kann man die Ströme in den Elementen $\alpha_1 \beta_1$ und $\beta_1 \gamma_1$ durch gleich starke Ströme in den Bahnen $\alpha_1 \alpha \beta \beta_1$ und $\beta_1 \beta \gamma \gamma_1$ ersetzen. Von diesen heben sich die Stromantheile $\beta \beta_1$ und $\beta_1 \beta \ldots$ auf, so dass an Stelle des Stromes in $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1$ der gleich starke in $\alpha \beta \gamma$ tritt. So kann man den geschlossenen Strom $\alpha_1 \beta_1 \gamma_1 \ldots$ durch einen unendlich nahen $\alpha \beta \gamma \ldots$ von übrigens willkürlicher Gestalt ersetzen.

Fig. 36.



41

Wir betrachten wiederum zuerst die Einwirkung eines unendlich kleinen geschlossenen Stromes auf ein Stromelement.

Das Element ds_1, Fig. 36, liege im Anfanpspunkte A der Coordinaten. Der geschlossene Strom $MNmn$ befinde sich in einer Ebene, deren Abstand von A durch das Loth $AE = q$ gemessen ist. Die Winkel, welche diese Ebene mit den Coordinatenebenen macht, seien ξ, η, ζ. Sie schneide die Z-Axe in Punkt G.

Durch die Z-Axe werden zwei um einen sehr kleinen Winkel $d\varphi$ gegen einander geneigte Ebenen gelegt. Sie schneiden den geschlossenen Strom in den Punkten M, N, m, n, die Projection desselben auf die XY-Ebene in P, Q, p, q. Eine durch M gelegte, mit der XY-Ebene parallele Ebene schneide die Z-Axe in H, die Linie NQ in S.

Sind die Coordinaten des Elementes Mm des geschlossenen Stromes x, y, z, ist sein Abstand von A gleich r, so ist die Wirkung des Stromes abhängig von den drei Determinanten:

$$C_1 = \int \frac{x\,dy - y\,dx}{r^3}, \quad B_1 = \int \frac{z\,dx - x\,dz}{r^3}, \quad A_1 = \int \frac{y\,dz - z\,dy}{r^3}.$$

Ist der Abstand der Projection Pp des Elementes mM vom Coordinatenanfangspunkte gleich u, so ist

$$\varDelta APp = \frac{x\,dy - y\,dx}{2} = \frac{u\,.\,u\,d\varphi}{2},$$

also

$$C_1 = \int \frac{u^2\,d\varphi}{r^3}.$$

Hat ferner das Element Nn die Coordinaten $x + \delta x$, $y + \delta y$, $z + \delta z$, ist seine Projection Qq vom Coordinatenanfangspunkte um $u + \delta u$ entfernt, so ist für dieses Element die entsprechende Determinante

$$C_2 = \int \frac{(u + \delta u)^2\,d\varphi}{(r + \delta r)^3}.$$

In den Elementen mN und nN läuft der Strom in entgegengesetzter Richtung. In den Ausdrücken für ihre gemeinschaftliche Wirkung auf das Element ds_1 kommt daher die Differenz der Determinanten $C_2 - C_1 = C$ vor. Diese Differenz ist

$$C = \int \frac{u^2\,d\varphi}{r^3} - \int \frac{(u + \delta u)^2\,\delta\varphi}{(r + \delta r)^3} = -\,\delta\left(\int \frac{u^2\,d\varphi}{r^3}\right)$$

oder bei Ausführung der Differenzirung:

$$C = \int \left(\frac{3u^2\,\delta r}{r^4} - \frac{2u\,\delta u}{r^3}\right) d\varphi.$$

Differenzirt man die Gleichung $r^2 = u^2 + z^2$, so erhält man bei Betrachtung der ähnlichen Dreiecke GHM und MSN für δr den Werth

$$\delta r = \frac{r^2 \cos\zeta - qz}{u\,r \cos\zeta}\,\delta u.$$

Beim Einsetzen dieses Werthes in C wird:

$$C = \int \left(\frac{1}{r^3} - \frac{3qz}{r^5 \cos\zeta}\right) u\,\delta u\,d\varphi.$$

Ist der geschlossene Stromkreis sehr klein, so kann man annehmen, dass r und z in seinem ganzen Umfange sich nur sehr wenig ändern

und dann an ihre Stelle die Werthe l und z_0 setzen, welche sich auf seinen Schwerpunkt beziehen. Ferner ist $u\,d\varphi$ der Bogen Pp, δu die Linie PQ, also $u\,\delta u\,d\varphi$ das Viereck $PQpq$, mithin $\int u\,\delta u\,d\varphi$ die Projection des Stromkreises auf die XY-Ebene. Ist der Flächeninhalt des geschlossenen Stromes gleich λ, so ist demnach

$$\int u\,\delta n\,d\varphi = \lambda \cos\zeta$$

und

$$C = \left(\frac{1}{l^3}\cos\zeta - \frac{3\,q\,z_0}{l^5}\right)\lambda \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Analog erhält man:

$$B = \left(\frac{1}{l^3}\cos\eta - \frac{3\,q\,y_0}{l^5}\right)\lambda$$

$$A = \left(\frac{1}{l^3}\cos\xi - \frac{3\,q\,x_0}{l^5}\right)\lambda.$$

Mit Hülfe dieser Werthe kann man die Grösse der Directrix $D = \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$ und die auf ihr und dem Elemente ds_1 senkrechte Resultante der Wirkung $R = -\,{}^1/_2\, i i_1\, ds_1\, D \sin\varepsilon$ berechnen, wo ε den Winkel zwischen D und ds_1 bezeichnet.

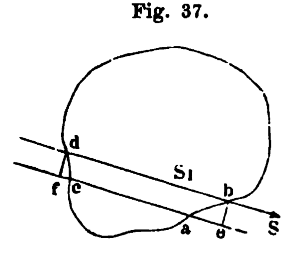
Liegt das Element ds_1 und der unendlich kleine Strom in einer Ebene, z. B. der XY-Ebene, so ist $q = 0$, $\cos\xi = \cos\eta = 0$, $\cos\zeta = 1$, $A = B = 0$, $\varepsilon = {}^1/_2\,\pi$, also $D = C$ und

$$R = -\,{}^1/_2\,\frac{i i_1\,\lambda\, d s_1}{l^3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Diese Kraft steht dann auf dem Element ds_1 senkrecht und liegt ebenfalls in der XY-Ebene (vergl. §. 34).

42 Gehört der unendlich kleine geschlossene Strom einem grösseren, in sich geschlossenen ebenen Strome an, der nach Anleitung des §. 40 in kleine Ströme zerlegt ist, so erhält man die Wirkung jenes Stromes auf ein Element ds_1, welches mit ihm in der XY-Ebene liegt, indem man den kleinen Strom als Element der Fläche des grossen Stromes betrachtet und danach integrirt. Das Integral wird, wie die Formel 2) des vorigen Paragraphen zeigt, durch den Rauminhalt eines Prismas dargestellt, welches die Ebene des Stromes zur Basis und den umgekehrten Werth der dritten Potenz des Abstandes l jedes Punktes seiner Fläche von ds_1 an diesem Punkte selbst zur Höhe hat.

Fig. 37.



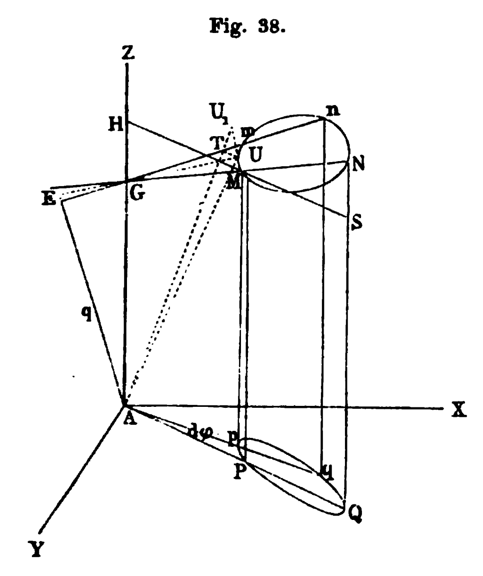
Denken wir uns von dem Schwerpunkte des ersten kleinen Stromes S ein System von dicht neben einander liegenden Linien Sac, Sbd, Fig. 37, durch einen in derselben Ebene liegenden zweiten Strom S_1 gelegt, so

können wir sie, wenn die Entfernung der Ströme gross ist, als parallel ansehen. Liegen zwischen zwei solchen Linien die Elemente *ab* und *cd* des Stromes S_1, so zerlegen wir sie in je zwei Componenten, von denen die einen *ae* und *cf* in die Richtung der parallelen Linien *Sac* und *Sbd* fallen, die anderen *be* und *df* auf ihnen senkrecht stehen. Bei der Integration der Wirkungen des Stromes *S* auf alle Elemente *ab* und *cd* des zweiten Stromes heben sich die ersteren Componenten gegenseitig auf. Nur die letzteren bleiben bestehen. Es sei die Länge der auf den Linien *Sac* und *Sbd* senkrechten Componente $be = df$ gleich $d\sigma$, der Abstand von *ab* vom Schwerpunkte *S* des ersten Stromes gleich *r*, also der von *cd* gleich $r + \delta r$; dann ist die gemeinsame Wirkung des Stromes *S* auf die beiden Elemente *ab* und *cd*, da der Strom sie in entgegengesetzter Richtung durchfliesst, wenn wir die Glieder vernachlässigen, welche die höheren Potenzen von δr enthalten:

$$R = -\,{}^1/_2\, i i_1 \lambda\, d\sigma \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{(r+\delta r)^3}\right) = -\,{}^3/_2\, \frac{i i_1 \lambda\, d\sigma \delta r}{r^4}.$$

Der Werth $\delta\sigma dr$ entspricht dem Flächenraume *ebdf* oder auch *abcd*. Bilden wir daher die Ausdrücke *R* für alle Elemente des Stromes *S*, und nehmen wir in allen Fällen für den Werth *r* den auf den Schwerpunkt des Stromes S_1 bezüglichen Werth r_0, indem wir die kleinen Abweichungen von demselben bei den einzelnen Elementen vernachlässigen, so erhalten wir die Gesammtwirkung

Fig. 38.



$$(R) = -\frac{3}{2}\,\frac{i i_1 \lambda \lambda_1}{r_0^4}.$$

Diese Formel stimmt mit den Formeln überein, welche Plana (§. 37) für die Wirkung kleiner Kreisströme und eines Kreisstromes und eines elliptischen Stromes auf einander erhalten hat[1]).

43 Wir wollen den Formeln des §. 41 eine etwas andere Gestalt geben, in welcher wir sie bei der Vergleichung der magnetischen und elektro-

[1]) Die Formel von Ampère (Théorie, p. 231) $(R) = -\, i i_1 \lambda \lambda_1 r_0^{-4}$ ist nicht richtig.

dynamischen Wirkungen bequem verwenden können. Diese Gestalt der Formeln rührt von F. E. Neumann her.

Man errichtet auf der Ebene des geschlossenen Stromes $MmNn$ auf Mm, Fig. 38 (a. v. S.), ein Loth UU_1, und nimmt auf demselben einen Punkt U_1 an, der um den unendlich kleinen Werth dq von der Ebene des Stromes entfernt ist, so dass seine Coordinaten $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$ sind. Zieht man $U_1 A$ und fällt von U auf $U_1 A$ das Loth UT, so ist bei der Kleinheit der Linien $U_1 U$, $U_1 T$, UT Linie $U_1 T = dr$ und, da Dreieck $AET \backsim UU_1 T$, also $AE / AT = U_1 T / UU_1$ ist, auch $q / r = dr / dq$. Es ist ferner $\cos \xi = dx / dq$, $\cos \eta = dy / dq$, $\cos \zeta = dz / dq$.

Setzt man dies in die Gleichungen 1) des §. 41 ein, und vertauscht wie dort r mit l, so ist

$$A = \lambda \left(l^{-3} \frac{dx}{dq} - 3 x l^{-4} \frac{dl}{dq} \right) = \lambda \frac{d \left(\frac{x}{l^3} \right)}{dq}$$

$$B = \lambda \frac{d \left(\frac{y}{l^3} \right)}{dq}; \quad C = \lambda \frac{d \left(\frac{z}{l^3} \right)}{dq}.$$

Die Componenten der Resultante selbst sind alsdann:

$$X = - \frac{1}{2} i i_1 \lambda \frac{d \left(\frac{z d y_1 - y d z_1}{l^3} \right)}{dq}; \quad Y = - \frac{1}{2} i i_1 \lambda \frac{d \left(\frac{x d z_1 - z d x_1}{l^3} \right)}{dq};$$

$$Z = - \frac{1}{2} i i_1 \lambda \frac{d \left(\frac{y d x_1 - x d y_1}{l^3} \right)}{dq}.$$

Liegt das Element ds_1 nicht im Anfangspunkte der Coordinaten, sondern sind die Coordinaten desselben $x_1 y_1 z_1$, so hat man in diesen Formeln für x, y, z bezw. $x - x_1$, $y - y_1$, $z - z_1$ zu setzen.

Die Componenten der Wirkung des geschlossenen Stromes auf das Element ds_1, welches mit den Axen Winkel macht, deren Cosinus dx_1 / ds_1, dy_1 / ds_1, dz_1 / ds_1 sind, ergeben sich dann:

$$X = - \frac{1}{2} i i_1 \lambda \frac{d \left(\frac{(z - z_1)\, d y_1 - (y - y_1)\, d z_1}{l^3} \right)}{dq}$$

$$Y = - \frac{1}{2} i i_1 \lambda \frac{d \left(\frac{(x - x_1)\, d z_1 - (z - z_1)\, d x_1}{l^3} \right)}{dq}$$

$$Z = - \frac{1}{2} i i_1 \lambda \frac{d \left(\frac{(y - y_1)\, d x_1 - (x - x_1)\, d y_1}{l^3} \right)}{dq}.$$

44 Gehört das Element ds_1 gleichfalls einem unendlich kleinen geschlossenen Strome an, so sind diese Ausdrücke nach ds_1 zu integriren. — Integrirt man unter dem Differenzialzeichen, so ist in dem Ausdruck für die X-Componente $\int \frac{(z - z_1)\,dy_1 - (y - y_1)\,dz_1}{l^3}$ gleich der Determinante A_1 des zweiten Stromes in Bezug auf ein Element des ersten. Dieser Ausdruck lässt sich also auch durch den anderen

$$A_1 = \lambda_1 \frac{d\left(\frac{x_1 - x}{l^3}\right)}{dq_1}$$

darstellen, wo λ_1 der Flächeninhalt des zweiten Stromes, q_1 das von dem Coordinatenanfangspunkte auf seine Ebene gefällte Loth ist. So ergiebt sich die X-Componente der Wirkung beider geschlossener Ströme auf einander:

$$(X) = -\,{}^1\!/_2\, i i_1 \lambda \lambda_1 \frac{d^2\left(\frac{x - x_1}{l^3}\right)}{dq\,dq_1}$$

und analog

$$(Y) = -\,{}^1\!/_2\, i i_1 \lambda \lambda_1 \frac{d^2\left(\frac{y_1 - y}{l^3}\right)}{dq\,dq_1}; \quad (Z) = -\,{}^1\!/_2\, i i_1 \lambda \lambda_1 \frac{d^2\left(\frac{z_1 - z}{l^3}\right)}{dq\,dq_1}.$$

Da diese Formeln nach den Constanten beider Ströme vollkommen symmetrisch sind, so ist die Wirkung des Stromes λ auf den Strom λ_1 dieselbe, wie umgekehrt die Wirkung von λ_1 auf λ.

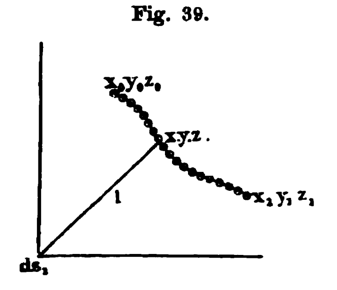
Die rotatorischen Kräfte, welche der Strom λ auf λ_1 ausübt, ergeben sich aus den Formeln

$$L = \int (Yz_1 - Zy_1); \quad M = \int (Zx_1 - Xz_1); \quad N = \int (Xy_1 - Yx_1).$$

Die von λ_1 auf λ ausgeübten Rotationskräfte folgen bei Vertauschung der Constanten beider Ströme.

45 Wir fügen hier noch folgende Betrachtungen an, die wir später bei den Untersuchungen über den Magnetismus nöthig haben werden. — Liegen um eine beliebige Linie in gleichen Abständen von einander und senkrecht gegen die Linie gleich grosse, unendlich kleine geschlossene Ströme von gleicher Intensität, so bezeichnet man nach Ampère ein solches System mit dem Namen Solenoid (von σωλήν, die Rinne).

Fig. 39.



Die Wirkung eines Solenoids auf ein Stromelement bestimmt sich folgendermaassen.

Das Element ds_1, Fig. 39 (a. v. S.), liege im Anfangspunkte der Coordinaten; die Coordinaten eines der kleinen Ströme des Solenoids seien $x\,y\,z$, sein Flächenraum sei λ, sein Abstand vom Coordinatenanfangspunkte $l = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$; dann ist nach §. 43 die Determinante A desselben in Bezug auf das Stromelement

$$A = \lambda \frac{d\left(\frac{x}{l^3}\right)}{dq},$$

wo q das auf die Ebene des kleinen Stromes vom Anfangspunkte der Coordinaten aus gefällte Loth ist.

Kreisen um die Einheit der Länge des Solenoids α kleine Ströme, so befinden sich auf dem Element $d\sigma$ der Länge desselben $\alpha\,d\sigma$ solcher Ströme. Für diese zusammen ist also die Determinante

$$A_{d\sigma} = \lambda\,\alpha\,d\sigma \frac{d\left(\frac{x}{l^3}\right)}{dq} = \lambda\,\alpha\,ds \frac{d\left(\frac{x}{l^3}\right)}{d\sigma},$$

da die Ebenen der kleinen Ströme auf der Längsrichtung des Solenoids senkrecht stehen und somit $dq = d\sigma$ ist.

Sind die Coordinaten der Endpunkte des Solenoids $x_0\,y_0\,z_0$ und $x_1\,y_1\,z_1$, die entsprechenden Werthe von l bezw. l_0 und l_1, so ist die Determinante für das ganze Solenoid

$$A_\sigma = \lambda\,\alpha \int_{x_0}^{x_1} \frac{d\left(\frac{x}{l^3}\right)}{d\sigma} d\sigma = \lambda\,\alpha \left(\frac{x_1}{l_1^3} - \frac{x_0}{l_0^3}\right).$$

Ist das Solenoid nach einer Seite unendlich ausgedehnt, so ist für diese Seite z. B. $x_0 = \infty$, $l_0 = \infty$, also $x_0 / l_0^3 = 0$, und daher die Determinante für das einseitig unbegrenzte Solenoid

$$A_0 = \lambda\,\alpha \frac{x_1}{l_1^3}, \text{ und ebenso } B_0 = \lambda\,\alpha \frac{y_1}{l_1^3};\ C_0 = \lambda\,\alpha \frac{z_1}{l_1^3}.$$

Die Directrix D_0 ist demnach

$$D_0 = \sqrt{A_0^2 + B_0^2 + C_0^2} = \frac{\lambda\,\alpha}{l_1^2}.$$

Die Cosinus der Winkel, welche die Directrix mit den Axen macht, sind

$$\frac{A_0}{D_0} = \frac{x_1}{l_1},\ \frac{B_0}{D_0} = \frac{y_1}{l_1},\ \frac{C_0}{D_0} = \frac{z_1}{l_1}.$$

Die Richtung der Directrix fällt also mit der Verbindungslinie des im Anfangspunkte der Coordinaten gelegenen Elementes mit dem Endpunkte des Solenoids zusammen. Die Resultante R der Wirkung des Solenoids auf das Element ds_1 steht auf der durch das Element und

seine Verbindungslinie l_1 mit dem Endpunkte des Solenoids gelegten Ebene senkrecht.

Bezeichnet $(l_1 ds_1)$ den Winkel zwischen l_1 und ds_1, so ist die Resultante nach §. 33, Gleichung 9)

$$R = -\ {}^1/_2\, i i_1\, ds_1\, \lambda \alpha\, \frac{\sin (l_1 ds_1)}{l_1^2}.$$

Nach dem Princip der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung wird, wenn das Element ds_1 fest ist, das Ende $x_1 y_1 z_1$ des Solenoids von einer gleichen, aber entgegengesetzt gerichteten Kraft angetrieben.

Ist das Solenoid nicht unendlich lang, sondern auch am anderen Ende im Punkte $x_0 y_0 z_0$ begrenzt, so kann man es betrachten als bestehend aus zwei nach einer Seite unendlichen und gleich gerichteten Solenoiden, von denen das eine von der Unendlichkeit bis zum Punkte $x_1 y_1 z_1$ reicht, das andere ebenso bis zum Punkte $x_0 y_0 z_0$. Um letzteres müssen kleine Ströme fliessen, welche gleichen Flächeninhalt und gleiche Intensität besitzen, wie die des ersteren, aber ihnen entgegengerichtet sind. Dann heben sich die Wirkungen beider Solenoide von ihrem in der Unendlichkeit liegenden Ende bis zum Punkte $x_0 y_0 z_0$ auf. Nach der letzten Formel ist die Wirkung eines solchen Solenoids nicht abhängig von der Gestalt der Curve, um welche seine geschlossenen Ströme herum liegen, sondern nur von der Lage seiner Endpunkte.

Bildet ein Solenoid eine in sich zurücklaufende Curve, so wirkt es nicht auf ein Stromelement; denn fixiren wir zwei beliebige Punkte desselben, so heben sich die Wirkungen der zwischen ihnen befindlichen beiden Hälften auf [1]).

Wir wollen ferner die Wirkung eines unendlich kleinen Stromes vom Flächeninhalt λ^1 und der Intensität i^1, dessen Coordinaten $x^1 y^1 z^1$ sind, auf ein nach einer Seite unendlich verlängertes Solenoid berechnen, dessen begrenztes Ende die Coordinaten $x_1 y_1 z_1$ besitzt, dessen Elementarströme wie in dem oben angegebenen Beispiel beschaffen sind. 46

Liegen auf der Längeneinheit $d\sigma$ des Solenoids α Elementarströme von der Intensität i und dem Flächeninhalt λ, ist q das vom Coordinatenanfangspunkt auf den Strom λ_1 gefällte Loth, so ist nach den Formeln des §. 44 die X-Componente der Wirkung der Ströme auf dem Element $d\sigma$ des Solenoids auf den geschlossenen Strom λ^1:

$$X = -\ {}^1/_2\, i i^1 \lambda \lambda^1 \alpha\, d\sigma\, \frac{d^2\left(\frac{x - x^1}{l^3}\right)}{dq\, d\sigma},$$

[1]) Aus der Unwirksamkeit eines in sich geschlossenen Solenoids hat Savary (Ann. de Chim. et de Phys. 22, 91, 1823) die Constanten der Ampère'schen Formel abgeleitet. Vergl. auch ebenso Blanchet, Annales de l'École normale supérieure 2; 1, 1865.

wo x die X-Coordinate von $d\sigma$, l der Abstand zwischen $d\sigma$ und λ^1 ist. Integrirt man den Ausdruck nach $d\sigma$ und setzt für x und l die den Enden des Solenoids entsprechenden Werthe x_1 und l_1, so erhält man die ganze X-Componente der Wirkung:

$$(X) = -\, {}^1/_2\, i i^1 \lambda \lambda^1 \alpha \frac{d\left(\frac{x_1 - x^1}{l_1^3}\right)}{dq}.$$

Bei Vertauschung von x mit y und z ergeben sich die entsprechenden Componenten (Y) und (Z).

Ausserdem wirkt auf den Strom ein Kräftepaar in der Ebene, welche durch Linie l^1 und ihre Projection auf die Ebene des Stromes λ^1 bestimmt ist. Sein Moment ist

$${}^1/_2\, i i^1 \lambda \lambda^1 \alpha \frac{\sin(dq, l^1)}{l_1^2},$$

wo (dq, l^1) der Winkel zwischen dem auf der Ebene des Stromes errichteten Loth dq und l^1 ist. — Die Wirkung des Stromes auf das Ende des Solenoids ist durch die negativen Werthe der Componenten (X), (Y), (Z) gegeben. Das Kräftepaar verschwindet dabei.

47 Sind zwei Solenoide gegeben, welche nach einer Seite unendlich lang sind, deren in der Endlichkeit liegende Enden die Coordinaten $x_1 y_1 z_1$ und $x^1 y^1 z^1$ haben, deren Molecularströme die Flächenräume λ_1 und λ^1 und die Intensitäten i_1 und i^1 besitzen, und auf deren Längeneinheit resp. α_1 und α^1 solcher Ströme sich befinden, so ist die X-Componente der Wirkung zweier Elemente $d\sigma_1$ und $d\sigma^1$ der Solenoide auf einander, deren Coordinaten xyz, $\xi\eta\zeta$, deren Abstand r ist:

$$X = -\, {}^1/_2\, i_1 i^1 \lambda_1 \lambda^1 \alpha_1 \alpha^1 d\sigma_1 d\sigma^1 \frac{d^2\left(\frac{x - \xi}{r^3}\right)}{d\sigma_1\, d\sigma^1}.$$

Bei der doppelten Integration über die Länge der Solenoide erhält man die X-Componente ihrer Wirkung:

$$(X) = -\, {}^1/_2\, i_1 i^1 \lambda_1 \lambda^1 \alpha_1 \alpha^1 \frac{x_1 - x^1}{l^3},$$

wo l der Abstand der Enden der Solenoide von einander ist.

Entwickelt man in gleicher Weise die Y- und Z-Componente, so erhält man die Gesammtwirkung der Solenoide auf einander:

$$(R) = \sqrt{(X)^2 + (Y)^2 + (Z)^2} = -\, {}^1/_2\, i_1 i^1 \lambda_1 \lambda^1 \alpha_1 \alpha^1 \frac{1}{l^2}.$$

Diese Resultante wirkt in der Richtung der Verbindungslinie der Enden $x_1 y_1 z_1$ und $x^1 y^1 z^1$ der Solenoide, und ist dem Quadrat des Abstandes derselben umgekehrt proportional.

Sind die Elementarströme beider Solenoide gleich gerichtet, wenn man sie z. B. von der Seite aus betrachtet, wobei man etwa das begrenzte Ende derselben zur Linken hat, so haben i und i_1 dasselbe Vorzeichen, R ist also negativ, d. h. die begrenzten Enden der Solenoide ziehen sich an. Im entgegengesetzten Falle stossen sie sich ab.

Sind die Solenoide auch auf der anderen Seite durch die Punkte $x_0\, y_0\, z_0$ und $x^0\, y^0\, z^0$ begrenzt, so ergiebt sich die X-Componente ihrer Wirkung auf einander bei der Integration:

$$X = -\ {}^1/_2\, i_1 i^1 \lambda_1 \lambda^1 \alpha_1 \alpha^1 \left[\frac{x_1 - x^1}{(l_1^1)^3} + \frac{x_1 - x^0}{(l_0^0)^3} - \frac{x_1 - x^0}{(l_1^0)^3} - \frac{x^1 - x_0}{(l_0^1)^3}\right],$$

in welchem Ausdrucke die Werthe l_1^1, l_0^0, l_1^0, l_0^1 die Abstände der beiden Endpunkte des einen Solenoids von denen des anderen bezeichnen.

Entsprechend erhält man bei Vertauschung von x mit y und z die Y- und Z-Componente der Wirkung beider Solenoide auf einander [1]).

III. Elektrodynamische Messapparate.

48 Auf den Gesetzen der Wechselwirkung der Stromelemente und Stromleiter beruht die Construction einer Anzahl Apparate zur Messung der Intensität und der Zeitdauer von Strömen, welche zugleich zur Prüfung des Ampère'schen Gesetzes und seiner Consequenzen verwendet worden sind.

49 Das Elektrodynamometer von W. Weber [2]) ist folgendermaassen construirt.

Auf eine zwischen zwei quadratische Messingplatten gelöthete Messingröhre y, Fig. 40 und 41 (a. f. S.), von 76 mm Länge und 76 mm Durchmesser sind 3500 Windungen eines 0,7 mm dicken Kupferdrahtes aufgewunden. Die Enden desselben gehen durch ein Loch $\alpha\alpha'$ in der Mitte eines durch drei Stellschrauben horizontal gestellten Brettes, auf dem die Messingplatten der so gewundenen Spirale befestigt sind. In das Innere dieser „Multiplicatorrolle“ wird eine zweite Rolle, die „Bifilar-

[1]) Vergl. auch Frost, Quarterly Journ. of Math. 11, 47, 134, 1870. Eine Reihe anderer Sätze über die Wechselwirkungen von Solenoiden und Winkelströmen ist von Delsaulx aufgestellt worden (Ann. de la Soc. Scient. de Bruxelles 5, 184, 1881). Es ergiebt sich namentlich, dass die Wirkung eines unendlichen Winkelstromes auf ein Element die gleiche ist nach der directen Formel von Ampère und der daraus abgeleiteten von Grassmann, dass aber ein Unterschied bei der Wirkung eines endlichen Winkelstromes auf ein Solenoid eintritt. Da diese Rechnungsresultate zu keiner experimentellen Entscheidung zwischen beiden Formeln führen, so müssen wir in Betreff derselben auf die Originalabhandlung verweisen.

[2]) W. Weber, Elektrodynamische Maassbestimmungen 1846.

rolle“ C, eingehängt. Sie besteht aus 5000 Windungen eines 0,4 mm dicken, mit Seide besponnenen Kupferdrahtes, welche auf einen 3 mm dicken Messingdraht zwischen zwei, in einem Abstande von 30 mm auf denselben aufgelötheten kreisrunden Messingscheiben von 66,8 mm Durchmesser aufgewunden sind. Die Bifilarrolle wird so in die Multiplicatorrolle eingehängt, dass ihre Axe auf der Axe der letzteren senkrecht steht. Auf die Messingscheiben der Bifilarrolle C sind auf zwei diametral gegenüberliegenden Seiten beiderseits metallene Fortsätze geschraubt. Auf dem einen derselben ist ein Planspiegel f befestigt, auf dem anderen ein Gegengewicht h, welche sich beide in der richtigen Lage der Bifilarrolle an den Enden der Axe der Multiplicatorrolle befinden. An den Fortsätzen ist zugleich ein metallener Bügel $l\,l'$ befestigt, welcher über die Multiplicatorrolle hinübergreift und zur Aufhängung der Bifilarrolle dient. Derselbe ist oberhalb in der Mitte bei e durchbohrt. Die von der Rolle kommenden Drahtenden sind durch zwei an den beiden Armen des Bügels befindliche Schrauben a und b festgehalten und gehen sodann zu zwei durch Elfenbein isolirten, auf den Bügel aufgesetzten Klemmen. In letztere werden die Enden zweier, zum Aufhängen der Bifilarrolle bestimmter Kupferdrähte von je 1 m Länge und $^1/_6$ mm Dicke eingeschraubt. Die Drähte gehen unter zweien, unterhalb

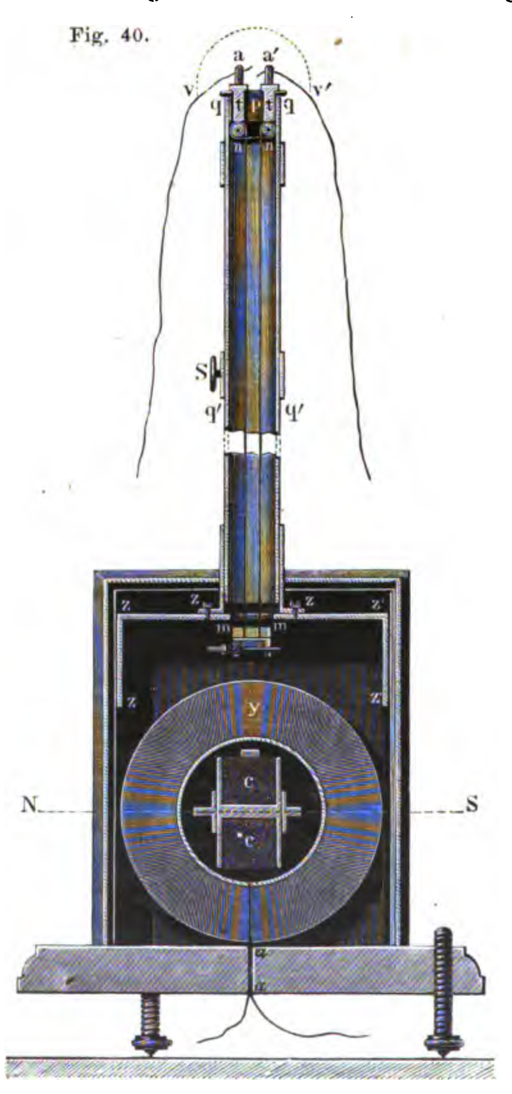
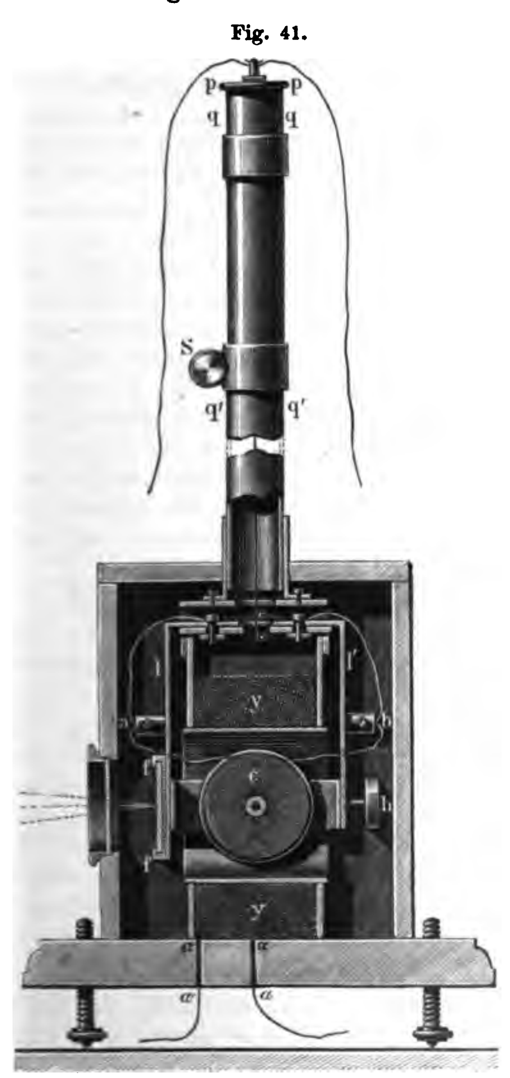


Fig. 40.

des Bügels befestigten Elfenbeinplatten fort zu zwei in denselben unterhalb der Oeffnung *e* angebrachten Kerben und von da vertical nach oben. Durch eine Schraube kann man die Elfenbeinplatten mit den Kerben beliebig einander nähern und von einander entfernen. Dieselben werden so gestellt, dass der Schwerpunkt der Rolle sich genau vertical unter dem in der Mitte zwischen ihren Kerben liegenden Punkte befindet. — Auf den quadratischen Messingplatten der Multiplicatorrolle ist eine horizontale Messingplatte befestigt, auf der ein 150 mm langes, auf einem zweiten Rohre verschiebbares und auf diesem durch eine Schraube *S* festgehaltenes Messingrohr $q q_1$ steht. Das Rohr ist oben durch einen Deckel *p* von Elfenbein geschlossen, welcher zwei Klemmschrauben trägt. Mit diesen sind zwei horizontale Messingröllchen von 10 mm Durchmesser verbunden, über welche die Enden der die Bifilarrolle tragenden Kupferdrähte hinübergelegt werden. Dieselben werden unterhalb der Rollen durch einen Seidenfaden mit einander verbunden. Hierdurch kann sich die Spannung beider Drähte, selbst wenn sie nicht gleich lang sind, hinlänglich ausgleichen. Durch die am Bügel $l l'$ befindliche, die Elfenbeinplatten stellende Schraube werden die unteren Enden der Drähte so weit von einander entfernt, dass sie auf ihrer ganzen Länge den gleichen Abstand von einander (3 bis 4 mm) behalten.

Fig. 41.

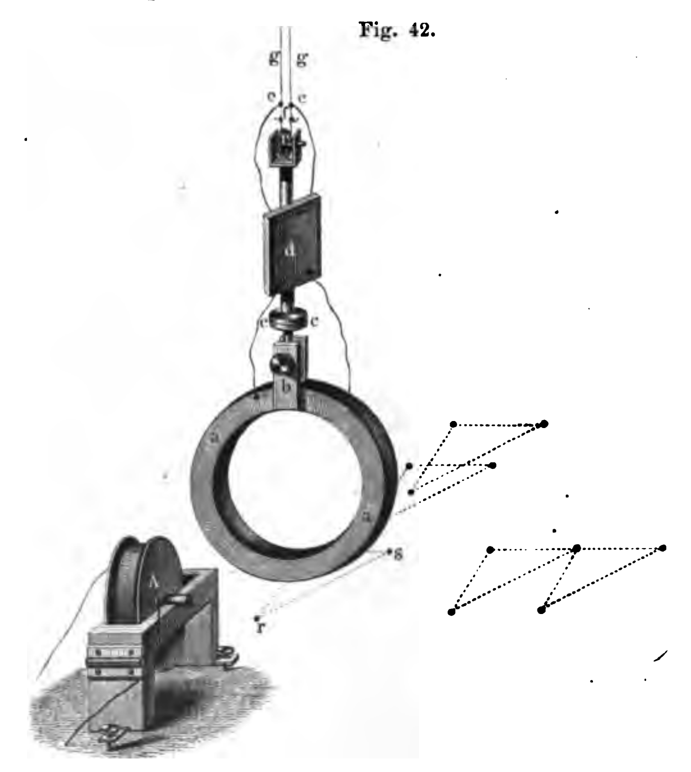


Zweckmässiger kann man die die Bifilarrolle tragende Vorrichtung, statt auf dem oberen Ende der Messingröhre $q q_1$, an einem besonderen, an der Wand des Zimmers über der Multiplicatorrolle befestigten Arm anbringen. Sie muss sich dann an diesem Arme drehen, auf und nieder stellen und seitlich verschieben lassen.

50 Eine andere einfachere Einrichtung des Dynamometers von W. Weber ist die folgende:

Die Multiplicatorrolle *A*, Fig. 42, ist um einen Draht als Axe zwischen zwei Messingplatten gewunden und auf einen Rahmen von Holz

Fig. 42.



aufgelegt. Die Bifilarrolle ist auf einen Messingring *a* gewickelt, in welchen die Multiplicatorrolle hineingestellt werden kann. Zu diesem Zwecke kann man die eine Seite des Holzrahmens mittelst eines Charniers umlegen und nach dem Einsetzen der Rolle wieder in ihrer früheren Lage feststellen. Die Bifilarrolle ist an einer messingenen Klammer *b* befestigt, welche an eine horizontale, am Rande getheilte Kreisscheibe *c* angeschraubt wird. Letztere dreht sich unter einer zweiten, mit einem Index versehenen Kreisscheibe. Die obere Scheibe trägt oben einen Stab, an welchem der Spiegel *d* und gegenüber ein Gegengewicht und ober-

halb die Rolle r befestigt ist. Um diese Rolle ist ein Seidenfaden gelegt, an dessen Enden die unteren Enden der Aufhängungsdrähte gg geknüpft sind, welche, wie bei dem §. 49 beschriebenen Apparate, oberhalb an einem in die Wand des Zimmers eingelassenen Arme befestigt sind. Die Enden des Drahtes der Bifilarrolle sind bei ee mit den Aufhängungsdrähten verbunden.

Bei dieser Einrichtung kann man der Axe der Bifilarrolle jede beliebige horizontale Richtung geben und die Multiplicatorrolle durch Einstellung der drei Stellschrauben des sie tragenden Rahmens in Punkten, die auf dem Experimentirtische verzeichnet sind, in verschiedene, genau bestimmbare Lagen gegen die Bifilarrolle bringen.

Leitet man durch die Multiplicatorrolle, sowie durch die Bifilarrolle einen Strom, so suchen sich die Rollen so zu stellen, dass ihre Axen einander parallel werden, und die Richtung der Ströme in ihren einander benachbarten Windungen gleichfalls parallel ist. Zu gleicher Zeit tritt aber eine Drehung der beiden Drähte ein, an denen die Bifilarrolle aufgehängt ist. Die Rolle hebt sich hierbei, indem die Drähte eine gegen die verticale Richtung geneigte Lage annehmen, und die Schwerkraft sucht sie in ihre frühere Gleichgewichtslage zurückzuführen. Sie erhält also eine constante Ablenkung, bei welcher die beiden wirkenden Kräfte ein gleiches und entgegengesetztes Drehungsmoment auf sie ausüben. Aus dem Ablenkungswinkel lässt sich die ablenkende Kraft berechnen.

51 Die ausführliche Behandlung der Theorie der Bifilarsuspension gehört nicht in das Gebiet der Elektricitätslehre; bei ihrer häufigen Anwendung wollen wir aber doch das Wesentlichste kurz erwähnen [1]).

Es seien a und b der obere und untere Abstand der Fadenenden, P das an den unteren Enden der Fäden wirkende Gewicht; dieselben seien aus ihrer Ruhelage, bei der beide Fäden in einer Ebene liegen, um den Winkel α abgelenkt, wobei sich die in verticaler Richtung wirkende Kraft P in die beiden, an den unteren Fadenenden wirkenden verticalen Componenten $p = \frac{1}{2} P (1 + \delta)$ und $p_1 = \frac{1}{2} P (1 - \delta)$ theilen möge. Die mittlere Verticalhöhe zwischen a und b sei H, also, wenn beide Fäden etwas ungleich lang sind, die Verticalhöhen zwischen den Aufhängepunkten jedes Fadens $h = H(1 + \varepsilon)$ und $h_1 = H(1 - \varepsilon)$.

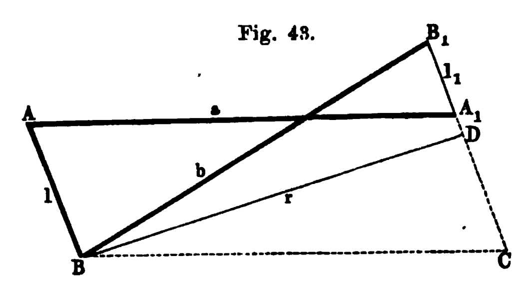
In der Fig. 43 (a. f. S.) seien AA_1 und BB_1 die Horizontalprojectionen der Verbindungslinien der oberen und unteren Fadenenden nach der Ablenkung. Dann müssen die Horizontalprojectionen der Fäden AB

---

1) Die Bifilarsuspension ist zuerst von Snow Harris (Phil. Trans. 1836, p. 417) angewendet worden. Weitere Angaben s. Gauss und Weber, Resultate des magnetischen Vereins 1840, S. 1, und eine Abhandlung von Dr. Chr. Stähelin. Die Lehre der Messung von Kräften mittelst der Bifilarsuspension, Basel 1852. Schweizerische Denkschriften **13**, 1853. Die Entwickelung im Text nach Maxwell, Treatise, 2. Aufl. **2**, 108, 1881 und F. Kohlrausch, Wied. Ann. **17**, 744, 1882.

und $A_1 B_1$, deren Längen gleich l und l_1 seien, einander parallel, die Horizontalcomponenten der an den unteren Enden der Fäden angreifenden Kräfte gleich sein, da sie sich zu einem Kräftepaare vereinen müssen. Letztere Kräfte sind aber $f = pl/h = p_1 l_1/h_1 \ldots$ Um den Arm r

Fig. 43.



des Kräftepaares zu finden, verlängern wir $A_1 B_1$ über A_1 hinaus um die Länge $A_1 C = AB$ und fällen das Loth $BD = r$ auf $B_1 C$. Dann ist:

$$\triangle BB_1 C = \tfrac{1}{2} BC . BB_1 \sin B_1 BC = \tfrac{1}{2} B_1 C . BD.$$

Daraus folgt:

$$a . b \sin\alpha = (l + l_1) r.$$

Somit ist das dem rücktreibenden Moment der Schwere entsprechende Kräftepaar

$$\Delta = r . f = \frac{ab}{l + l_1} \cdot \frac{pl}{h} \sin\alpha = \frac{ab}{\frac{h}{p} + \frac{h_1}{p_1}} \sin\alpha.$$

Führen wir die Werthe für h/p und h_1/p_1 ein, so wird das rücktreibende Drehungsmoment der Schwere gleich

$$\Delta = P \frac{ab}{4H} \frac{1 - \delta^2}{1 - \delta\varepsilon} \sin\alpha.$$

Sind die Drehungswinkel klein, so bleiben die Werthe δ und ε constant, und man kann

$$P \frac{ab}{4H} \frac{1 - \delta^2}{1 - \delta\varepsilon} = D \quad \text{und} \quad \Delta = D \sin\alpha$$

setzen, wo D eine Constante ist, so dass das rücktreibende Drehungsmoment dem Sinus des Drehungswinkels proportional ist.

Macht man die Spannungen und Längen der Fäden so nahe gleich, dass δ nur etwa 1 Proc. beträgt und $\delta\varepsilon$ zu vernachlässigen ist, so kann man

$$D = P \frac{ab}{4H} \quad \text{und} \quad \Delta = P \cdot \frac{ab}{4H} \sin\alpha$$

setzen, wo, wenn a sehr nahe gleich b ist, H die mittlere Fadenlänge ist.

Für das Gewicht P kann man mit hinlänglicher Genauigkeit das Gewicht des Körpers, vermehrt um das halbe Gewicht der Fäden, nehmen (da letzteres in ihrer Mitte concentrirt gedacht werden kann).

Ist der am Faden hängende Körper um 90° gedreht und nimmt man an, dass die variablen Werthe dabei ungeändert bleiben, so ist $\varDelta = D$. Dann ist D das statische Directionsmoment.

52 Zu dem Drehungsmomente kommt noch die Steifheit der Drähte, in Folge deren sie nicht gerade bleiben.

Die Verschiebung der unteren Punkte ist dadurch verkleinert, wie wenn die Drähte um $\varrho^2 \sqrt{2\pi\varepsilon/P}$ oder $\mu/\sigma . \sqrt{2\varepsilon/\pi P}$ verkürzt wären, wo ϱ, ε, μ, σ den Radius, den Elasticitätscoëfficienten, die Masse der Längeneinheit und das specifische Gewicht der Drähte bezeichnen [1]).

53 Ausserdem ist das Drehungsmoment für die Torsionselasticität beider Drähte, welches sich zu dem rücktreibenden Drehungsmoment der Schwere addirt, gleich

$$D_2 = \frac{2\pi\varrho^4\varepsilon g}{5l} = \frac{2\mu^2\varepsilon g}{5\pi\sigma^2 l},$$

wo l die Länge eines Drahtes ist [2]).

Diese Correction würde sich auch bei Anhängung eines Gewichts von bekanntem Trägheitsmoment k_1 an einen der Bifilardrähte und Beobachtung seiner Schwingungsdauer finden lassen, wo sich $D_2 = 2k_1 t^2/\pi^2$ ergiebt.

Somit ist die ganze Directionskraft, wenn l' die Drahtlänge nach Abzug der für die Biegungselasticität erforderlichen Correction ist,

$$D = P \cdot \frac{ab}{4l'} + \frac{2\pi\varrho^4\varepsilon g}{5l'}.$$

54 Lässt man einen bifilar aufgehängten Körper um kleine Winkel schwingen, so dass man $\sin\alpha = \alpha$ setzen kann, ist das Trägheitsmoment des Körpers k', seine Schwingungsdauer T, so erhält man ohne Berücksichtigung der Bewegungshindernisse die Schwingungsgleichung

$$\frac{d^2\varrho}{dt^2} = \frac{D}{k'}\alpha.$$

Hieraus folgt

$$T = \pi\sqrt{\frac{k'}{D}} \quad \text{und} \quad D = \frac{\pi^2 k'}{T^2},$$

wodurch D empirisch bestimmt werden kann. Ist bei grösseren Schwingungsweiten G die Schwingungsdauer T_1 beobachtet, so findet man die auf unendlich kleine Bogen reducirte Schwingungsdauer $T_0 = T_1 (1 - {}^1/_{64} G^2)$,

---

1) Ist E für Eisen $= 200 . 10^7$, Kupfer $= 124 . 10^7$, Silber $74 . 10^7$, Messing $90 . 10^7$, $\varrho = 0{,}005$, $P = 100$ g, so ist die entsprechende Correction für die Länge des Drahtes nur 0,28, 0,22, 0,17, 0,19 cm. — 2) Ist $l = 250$ cm, $\varrho = 0{,}01$ cm, so wird für Eisen $D_2 = 6{,}3$, Kupfer 3,9, Silber 2,3, Messing 2,8 (cm², gr, sec⁻²).

ganz analog, wie bei den Schwingungen des Pendels; doch verursacht die Bestimmung des Trägheitsmoments manche Schwierigkeit [1]).

55 Neben dem Drehungsmoment der Torsion der Aufhängedrähte, welche sich bei der Bifilarsuspension zu dem Drehungsmoment der Schwere addirt, können durch die Drehung der Drähte in Folge ihrer unvollkommenen Elasticität noch sehr wesentliche Fehler in die Beobachtungen eingeführt werden, wenn man nicht sehr harte Drähte, z. B. von Neusilber oder Stahl, anwendet.

Benutzt man zur Aufhängung, wie es fehlerhafter Weise oft geschieht, lange, ganz weiche Drähte, z. B. ausgeglühte, 1 m lange Kupfer- oder Silberdrähte von etwa 0,1 mm Dicke, so behalten sie nach der Drehung des bifilar aufgehängten Körpers eine bedeutende permanente Torsion bei, welche durch die rücktreibende Kraft der Schwere nicht völlig aufgehoben wird, der abgelenkte Körper behält dabei eine permanente Ablenkung. — Nur wenn der aufgehängte Körper relativ sehr schwer, das rücktreibende Moment der Schwere sehr gross ist, tritt diese Fehlerquelle zurück [2]).

56 Um diesen Fehlern zu entgehen, hat nach einem Vorschlage von mir [3]) Edelmann das Dynamometer mit unifilarer Aufhängung construirt.

In einem Dreifuss von Messing, Fig. 44, dreht sich ein von oben nach unten durchbohrter Conus, welcher oben einen Messingring r, das Spiegelgehäuse s und die Röhre c mit dem Torsionskopfe t_1, unten die Röhre b trägt, an welche unterhalb eine in der Mitte durchbohrte Scheibe t gelöthet ist. In dem Ringe r hängt das sehr leichte Solenoid, bestehend aus Aluminiumdraht, der auf eine Fassung von Hartgummi gewickelt ist, an einem dünnen Messingdraht d_1 (besser wäre wegen der elastischen Nachwirkung harter Neusilberdraht). An dem oberen Theile des Solenoids ist ein zweiter dünner Messingdraht d_2 befestigt, der durch den unteren Theil desselben hindurchgeht und unten an einem Messingstabe v befestigt ist, welcher unter der Scheibe t eine durch eine Messingschraube verstellbare Messingplatte u trägt. Schwingt dieselbe frei, so kann sich der Draht detordiren. Nachher wird die Platte u durch zweimal drei von oben und unten wirkende Schrauben an Platte t befestigt. Ueber das Ganze kommt ein Glasgehäuse. In den Ring r kann noch eine feste Multiplicatorrolle eingelegt werden. Der Strom wird durch das Solenoid mittelst der Drähte d_1 und d_2 hindurchgeleitet.

---

[1]) Eine sehr vollständige Theorie des Elektrodynamometers, bei welcher auch der Einfluss von Inductionsströmen in demselben und die Messung periodisch wechselnder Ströme untersucht werden, von Fröhlich siehe Preisschrift d. K. ungar. Akad. gr. 8°. 168 S., 3 Taf. Budapest, F. Kilian; Berlin, Friedländer u. Sohn, 1888. — Siehe auch Manoeuvrier und Ledeboer, Compt. rend. **106**, 352, 1888; Beibl. **12**, 494. — [2]) G. W., Pogg. Ann. **126**, 6, 1865 (vgl. Thl. I, §. 41, Anm.) — [3]) G. W., Galv., 2. Aufl. [2] **2**, 296, 1874.

Will man das Dynamometer zur Messung ihre Richtung schnell wechselnder Ströme verwenden, so kann man den nach unten führenden Draht mit einem etwa 35 mm im Quadrat haltenden Platinbleche verbinden, welches in etwa 20 Proc. haltige Schwefelsäure taucht, in die die eine Elektrode der Stromleitung eingesenkt ist. Hierdurch werden zugleich die Schwingungen gedämpft [1]).

Fig. 44.

t, c d, c s d2 r a b t u v

57 Ein anderer Uebelstand ist bei der vorher erwähnten Construction des Elektrodynamometers, dass, wenn die bewegliche Rolle abgelenkt wird und sich dadurch ihre relative Lage gegen die feste Rolle ändert, auch die sie ablenkende Kraft verändert wird, somit bei weiteren Ablenkungen die letztere nicht mehr dem Quadrat der Stromintensität proportional gesetzt werden kann.

Dieser Uebelstand kann vermieden werden, wenn man der festen Rolle Kugelgestalt giebt, und sie nach Parallelkreisen mit Windungen von gleichem Ebenenabstand versieht.

Wir werden später nachweisen, dass das Innere einer solchen vom Strome durchflossenen Rolle ein „homogenes" elektromagnetisches Feld darstellt, in welchem an allen Stellen ein Solenoid- (oder Magnet-) Pol und mithin auch ein Stromkreis einer gleichen, in der Richtung der Normale der Windungen wirkenden Kraft ausgesetzt.

Darauf basirt J. Fröhlich [2]) sein Elektrodynamometer, dessen bewegliche Rolle im Inneren der Kugelspirale hängt. Um letztere herzustellen, werden Rahmen von Pappe gebildet, deren Basis die Kugelfläche ist und deren Seiten abgestumpfte Kegel mit dem Kugelmittelpunkte als Spitze sind, deren Mantelflächen nach einander solche Neigungen besitzen, dass ihre Cosinus

[1]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. **15**, 556, 1882. — [2]) J. Fröhlich in Budapest, Wied. Ann. **8**, 563, 1878.

um gleich viel differiren. Die Zwischenräume werden je mit gleich viel Drahtwindungen erfüllt. Aus diesen (40) Spiralen werden zwei Halbkugeln geformt, welche über die bewegliche Rolle geschoben werden. Auf dem halben Radius von der Mitte aus differirt die Wirkung auf einen Solenoidpol nur um 0,00016 des Werthes in dem Mittelpunkte.

Fig. 45.



Auch kann man zwei gleiche feste Rollen conaxial im Abstande ihres halben Radius neben einander aufstellen und die bewegliche Rolle ebenfalls aus zwei wiederum im Abstande ihres halben Radius neben einander befestigte Rollen bilden. Dann ist das Magnetfeld, in welchem die bewegliche Rolle schwingt, nahezu gleichförmig (s. w. u.). Fig. 45 stellt ein solches Instrument dar [1]).

[1]) Siehe Maxwell, Treatise, 2. edit. 2, 339, 1881.

Bei Elektrodynamometern mit sehr langen und dünnen Drähten auf den Spiralen kann die elektrostatische Ladung auf der Oberfläche derselben einen kleinen Einfluss ausüben, wie man erkennen kann, wenn man einen grossen Widerstand in den Schliessungskreis beider Rollen einmal zwischen die feste und bewegliche Rolle bringt und sodann beide Rollen unmittelbar hinter einander stellt [1]). Im ersten Falle ist der Unterschied der elektrostatischen Ladung der Rollen grösser, als im zweiten Falle, und die Ablenkungen durch den gleichen Strom werden etwas verschieden; indess ist die Wirkung sehr gering, namentlich bei paralleler Stellung der Rollen [2]). 58

---

[1]) Herwig, Pogg. Ann. 149, 44, 1873.

[2]) Wir begnügen uns mit der Beschreibung dieser Elektrodynamometer. Es ist noch eine grössere Anzahl von solchen Instrumenten, namentlich für technische Zwecke construirt worden, die auf denselben Principien beruhen. So hängt z. B. bei einem Elektrodynamometer für starke Ströme von Hill (Sillim. Journ. [3] 19, 10, 1880; Beibl. 4, 220) die bewegliche Rolle bifilar an zwei lackirten Seidenfäden auf und die Zuführung des Stromes geschieht durch Quecksilbernäpfe. Die Ablenkungen werden durch Gewichte, welche an horizontalen, an die Rolle geknüpften Fäden angreifen, compensirt. — Stone (Nature 30, 635, 1884; Beibl. 9, 137) hängt die aus Aluminiumdraht auf einen Kork gewundene und in Petroleum eingetauchte Rolle, welche nur eben untersinkt, an vergoldeten Silberdrähten auf. (Bei der Leichtigkeit der Rolle tritt die elastische Nachwirkung ausserordentlich in den Vordergrund.) Die Enden der Drähte sind an zwei in eine Ebonitplatte eingelassenen Klemmschrauben befestigt.

Ein anderes Dynamometer, bei welchem eine kugelförmige bewegliche Rolle zwischen zwei an einander zu schiebenden Spiralen unifilar an einem nur 0,04 mm dicken Platindrahte hängt und unten einen eben solchen, spiralig gewundenen Draht zur Stromzuleitung trägt, die Schwingungen aber durch in Wasser tauchende Flügel gedämpft werden, siehe Siemens und Halske, Elektrotechn. Zeitschr. 2, 51, 1881; Katalog A. Wissenschaftliche Instrumente, Fig. 19.

Ein Elektrodynamometer von Pellat (Compt. rend. 103, 1189, 1886; Beibl. 11, 276) besteht aus einer langen Spirale mit horizontaler Axe und einer kleineren im Inneren der ersteren mit verticaler Axe, durch welche beide der Strom fliesst. Dabei sucht sich die kleine Spirale mit ihrer Axe horizontal zu stellen. Zur Messung des Drehungsmomentes ist sie an dem einen Arm des Balkens einer Wage befestigt, bei deren Construction alle Stahltheile vermieden sind. Zwei sehr dünne, zwei Spiralwindungen bildende Silberdrähte gegenüber der Achatschneide, auf welcher der Balken ruht, gestatten, den Strom in die kleine Spirale ohne Hemmung der Bewegung des Balkens zu leiten. Derselbe wird durch Gewichte balancirt, welche auf eine an seinem einen Ende angebrachte Schale gelegt werden.

Die Intensität des Stromes ist dann:

$$i = \sqrt{\frac{g l e}{\pi^2 d^2 N n (1 - \alpha)}} \cdot \sqrt{p},$$

wo p das Gewicht in Grammen, g die Intensität der Schwerkraft, l der Abstand der Schneiden (0,3 m), d der Durchmesser (0,11 m) der einfachen Drahtlage der kleineren Spirale, n die Zahl ihrer Windungen, N (10) die Zahl der Windungslagen der grösseren Spirale, e der Abstand zweier auf einander folgender Windungen dieser Spirale (0,13 cm), α ein Correctionsglied für die Enden der grossen Spirale ist, welche eigentlich unendlich lang sein sollte.

Um durch die Ablenkung der beweglichen Rolle des Elektrodynamometers der ersten Potenz der Stromstärke entsprechende Angaben zu erhalten, be-

59 Die Messung der Stromintensität mittelst dieser Apparate, sei es unter Anwendung der bifilar aufgehängten Rolle allein, sei es mit Benutzung der festen und beweglichen Rolle, kann in verschiedener Weise stattfinden:

1) Man hängt die bewegliche Drahtrolle in transversaler Lage auf, d. h. so, dass ihre Axe auf der Ebene des magnetischen Meridians senkrecht steht. Leitet man vermittelst der Aufhängedrähte durch dieselbe einen Strom von der Intensität I, so kann man ihre einzelnen Windungen als in sich geschlossen ansehen und jede derselben durch einen kleinen Magnet von gleichem Moment ersetzen. Die Spirale entspricht dann einem Magnete vom Momente $F.I$, wo F der von ihren Windungen umschlossene Flächenraum ist (s. w. u.). Sie werde durch die Einwirkung des Erdmagnetismus um einen Winkel α abgelenkt. Das auf sie durch die horizontale Componente H des Erdmagnetismus ausgeübte Drehungsmoment ist $FIH \cos\alpha$; das rücktreibende Drehungsmoment der Schwere aber $D \sin\alpha$, wo D das statische Directionsmoment der Bifilarrolle ist. Im Gleichgewichtszustande der Rolle ist

$$I = \frac{D}{FH} \operatorname{tg} \alpha.$$

Die Intensität des Stromes ist also der Tangente des Ablenkungswinkels der Bifilarrolle proportional [1]).

60 2) Eine zweite Art der Messung ist folgende:

Man hängt eine Spirale bifilar so auf, dass sie mit ihrer Axe von Nord nach Süd gerichtet ist, und leitet den zu untersuchenden Strom in der Richtung hindurch, dass sie ihre Lage bewahrt. Wir wollen diese Lage der Spirale die natürliche Lage nennen.

Es sei die horizontale Componente des Erdmagnetismus H, die Intensität des Stromes in elektromagnetischem Maasse gleich I, der von den Windungen der Spirale umschlossene Flächenraum F. Das statische Directionsmoment der Rolle ist mithin $D + FIH$. Wird die Spirale durch eine äussere Kraft um den Winkel α aus ihrer natürlichen Lage abgelenkt, so begiebt sie sich unter dem gemeinsamen Einflusse des

---

festigt Börnstein (Wied. Ann. 34, 398, 1888) sie an einer in der Mitte durchbrochenen Eisenaxe, die in der Richtung der erdmagnetischen Kraft liegt, deren beide Enden zugleich die Zuleitung des Stromes vermitteln. Durch eine über einen nach unten gekrümmten Hebel geleitete, in einer zur Drehaxe senkrechten Ebene liegende Schnur, die über ein paar Messingplatten geführt und mit Gewichten belastet ist, wird die Drehwirkung des Stromes in der festen Rolle auf die bewegliche compensirt. Ist i die Stromstärke, α der Winkel, um den sich die bewegliche Rolle dreht, so ist das Drehungsmoment der elektrodynamischen Kraft $const\, i^2 \cos\alpha$ und die vom Gewicht herrührende $Q . \sin\alpha \operatorname{tg}\alpha$, also $i = \sqrt{Q/c} \operatorname{tg}\alpha$.

[1]) W. Weber, Resultate des magnetischen Vereins 1840, S. 91.

Stromes und der Schwerkraft in ihre Gleichgewichtslage zurück durch die Wirkung der vereinten Drehungsmomente

$$(D + FIH) \sin\alpha.$$

Ist der Winkel α klein, so ergiebt sich für unendlich kleine Bogen die Schwingungsdauer der Spirale, deren Trägheitsmoment k sei,

$$T_1 = \pi \sqrt{\frac{k}{D + FIH}}.$$

Aus der Beobachtung des Werthes der Schwingungsdauer T_0 und T_1 vor und während des Hindurchleitens des Stromes kann man den Werth FIH und daraus I bestimmen.

Wird der Strom durch die Spirale in entgegengesetzter Richtung geleitet, ist sie also in verkehrter Lage aufgehängt, so ist bei einer Ablenkung derselben um α^0 das Drehungsmoment durch den Strom

$$- FIH \sin(180 - \alpha), = - FIH \sin\alpha,$$

welches sie um 180^0 aus ihrer Lage zu drehen strebt. Das statische Directionsmoment ist nun

$$D - FIH$$

und die Schwingungsdauer

$$T_2 = \pi \sqrt{\frac{k}{D - FIH}}.$$

Die Directionsmomente in der natürlichen und verkehrten Lage sind also

$$d_1 = D + FIH = \frac{\pi^2 k}{T_1^2} \quad \text{und} \quad d_2 = D - FIH = \frac{\pi^2 k}{T_2^2}.$$

Es verhält sich also

$$D : FIH = T_2^2 + T_1^2 : T_2^2 - T_1^2.$$

3) Bringt man über der bifilar aufgehängten Spirale, deren Axe mit dem magnetischen Meridian zusammenfällt, eine zweite Spirale an, deren Axe senkrecht auf der Ebene des Meridians steht, wie z. B. bei dem §. 49 beschriebenen Elektrodynamometer, und leitet durch beide Spiralen einen Strom hinter einander, so wird die Bifilarrolle um einen Winkel α abgelenkt, so dass das von dem Strome in der festen Rolle ausgeübte Drehungsmoment dem durch die Schwerkraft und den Erdmagnetismus auf die Bifilarrolle ausgeübten Drehungsmoment gleich ist. **61**

Ist die Intensität des Stromes gleich I, so wird der Winkel α bestimmt durch die Gleichung

$$const. I^2 \cos\alpha = d . \sin\alpha.$$

Kehrt man die Richtung des Stromes in beiden Rollen um, so bleibt die Richtung der Ablenkung der Bifilarrolle ungeändert. — Es eignet sich daher das Elektrodynamometer vorzüglich zur Bestimmung der mittleren Intensität einer Reihe alternirender Ströme. Indess ist bei ge-

naueren Messungen zu berücksichtigen, dass bei wechselnder Stromrichtung die Bifilarrolle sich abwechselnd in der natürlichen und verkehrten Lage befindet und so das Directionsmoment D verschieden ist. Bei schwachen Strömen ist dieser Unterschied zu vernachlässigen. Bei stärkeren muss man die Directionsmomente bestimmen, indem man zuerst nach einander Ströme von gleicher Intensität in entgegengesetzter Richtung durch das Dynamometer leitet und die Schwingungsdauer bestimmt. Man erhält dann das Verhältniss der Directionsmomente in beiden Fällen [1]).

62 Das Elektrodynamometer ist geeignet, gleichzeitig die Intensität und die Dauer sehr schnell verlaufender Ströme zu bestimmen.

Leitet man einen, die kurze Zeit τ dauernden Strom hinter einander durch eine Tangentenbussole oder ein Galvanometer, dessen Magnet das magnetische Moment M, das Trägheitsmoment K besitzt, und durch die bifilare und feste Rolle des Dynamometers, dessen Bifilarrolle das Trägheitsmoment k besitzt, so ist die Winkelgeschwindigkeit C, welche dem Magnet im Galvanometer, und die Winkelgeschwindigkeit c, welche der Bifilarrolle ertheilt wird:

$$C = \frac{AM}{K} I\tau, \qquad c = \frac{a}{k} I^2\tau,$$

wo A und a Constante, I die Intensität des Stromes ist. Wir setzen hierbei voraus, dass der Magnet und die Bifilarrolle während der Dauer des Stromes ihren Stand nicht ändern. Der kurzdauernde Strom werde durch die Apparate geleitet, während sie in ihrer Ruhelage sind. Sind dann die durch den Strom hervorgebrachten Elongationen des Magnetes und der Bifilarrolle X und x, die Schwingungsdauern derselben T und t, so ist nach später zu entwickelnden Formeln:

$$C = \frac{\pi}{T} X = \frac{AM}{K} I\tau, \qquad c = \frac{\pi}{t} x = \frac{a}{k} I^2\tau,$$

also
$$I\tau = \frac{K\pi X}{TAM}, \qquad I^2\tau = \frac{k\pi x}{at}.$$

Leiten wir durch beide Apparate einen dauernden Strom, dessen Intensität wir als Einheit annehmen, und der den Magnet um Δ, die Bifilarrolle um δ dauernd ablenkt, so erhalten wir

$$AM = \frac{\pi^2 K}{T^2} \Delta, \qquad a = \frac{\pi^2 k}{t^2} \delta,$$

also
$$I\tau = \frac{XT}{\pi\Delta}, \qquad I^2\tau = \frac{xt}{\pi\delta},$$

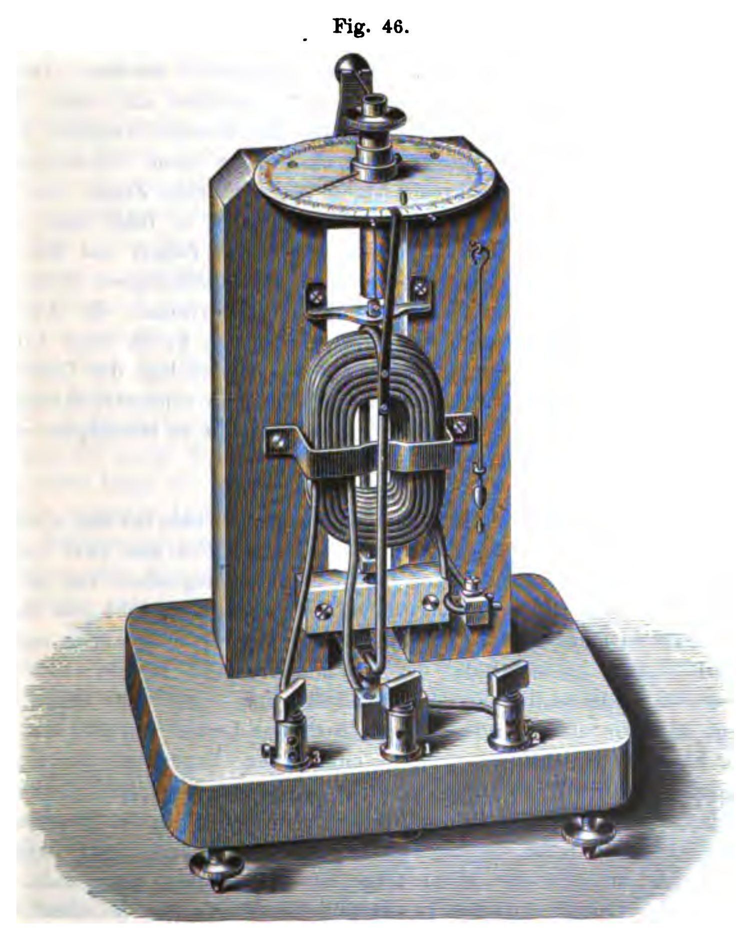
d. i.
$$I = \frac{xt\Delta}{XT\delta}, \qquad \tau = \frac{X^2 T^2 \delta}{\pi x t \Delta^2}.$$

[1]) W. Weber, Elektrodyn. Maassbestimmungen 1, 76, 1846.

Man hat also die Schwingungsdauern T und t, die durch den momentanen Strom bewirkten Elongationen X und x, und die durch einen dauernden Strom von der Intensität Eins bewirkten permanenten Ablenkungen $\varDelta$ und δ des Magnets und der Bifilarrolle zu bestimmen, um zugleich die Zeitdauer τ und Intensität I des momentanen Stromes nach diesen Formeln zu finden.

63 Neben den erwähnten, für speciell wissenschaftliche Versuche bestimmten Elektrodynamometern ist noch eine Reihe für die Praxis

Fig. 46.



geeigneter derartiger Apparate angegeben worden, von denen wir nur einige erwähnen.

Siemens und Halske construiren zur Messung starker Ströme, z. B. zur Messung des Stromes dynamoelektrischer Maschinen u. s. f.

das Dynamometer in der Fig. 46 (a. v. S.) gezeichneten Art. Ein mit seiner Längsaxe vertical gestelltes Gewinde von zwei neben einander aufgewundenen dicken Drähten ist an einem Holzgestelle befestigt. In einer zu seinen Windungsebenen senkrechten Ebene hängt an einer, an einem Messingknopfe befestigten Spiralfeder von Neusilberdraht ein aus einem dicken Drahte geformtes Rechteck. dessen amalgamirte Enden in zwei in der Drehungsaxe unterhalb des Vierecks angebrachte Quecksilbernäpfe tauchen. Der durch die Klemmschrauben 1, 2, 3 zugeleitete Strom durchfliesst das feste Gewinde und das bewegliche Drahtviereck hinter einander. Durch geeignete Verbindung der Klemmschrauben kann die Leitung durch die beiden Windungslagen des festen Gewindes in verschiedener Weise hergestellt werden. Das bewegliche Drahtviereck trägt einen Zeiger, welcher auf einer Kreistheilung spielt, ebenso der Knopf, welcher die dasselbe tragende Spiralfeder hält. In der Ruhelage des Vierecks, wenn seine Windungsebene auf der des Gewindes senkrecht steht, weisen beide Zeiger auf Null. Wird das Viereck durch einen Strom abgelenkt, so führt man durch Drehen des Knopfes den an ersterem befestigten Zeiger auf den Nullpunkt zurück. Die Ablenkung des am Knopfe befestigten Zeigers ist dem Quadrat der Stromintensität nahezu proportional, da der Erdmagnetismus auf die einzelne bewegliche Windung kaum einen Einfluss ausübt. Zweckmässig berührt man vor den Versuchen die Oberfläche des Quecksilbers in den Näpfen leicht mit einem in concentrirte Salpetersäure getauchten Holzstäbchen, um die Oxydschicht zu beseitigen, welche die richtige Einstellung verhindert [1]).

64 Die Fehlerquellen des Elektrodynamometers treten bei der elektrodynamischen Wage von Cazin [2]) nicht auf. Ein aus zwei von einander isolirten, der Länge nach neben einander liegenden, fest mit einander verbundenen Hälften bestehender Wagebalken, ruht mit den in der Mitte durchbrochenen Schneiden auf zwei von einander isolirten Lagern, welche mit den Polen der aus mehreren (bis 10) Bunsen'schen Elementen bestehenden Säule verbunden sind. An dem einen Ende hängt in horizontaler Lage ein quadratischer Leiter von 262 mm mittlerer Seitenlänge, der aus acht in einer Ebene liegenden, durch Harzschichten isolirten Windungen von nicht besponnenem Kupferdraht besteht, durch zwei dünne Platindrähte mit den beiden Hälften des Wagebalkens verbunden und durch Gegengewichte auf der anderen Seite desselben äquilibrirt ist. In der Mitte trägt er eine kleine Wagschale. Der horizontale Leiter schwebt in verschiedenen Abständen über einem ebenso grossen, aus 48 Windungen gebildeten quadratischen Leiter,

---

[1]) Ein ähnliches Torsionselektrodynamometer von Carpentier siehe Lum. électr. 25, 204, 1887; Beibl. 12, 133. — [2]) Cazin, Ann. de Chim. et de Phys. [4] 1, 257, 1864. Die Beschreibung der elektrodynamischen Wage auch Carl, Repert. 1, 42, 1866.

durch den der gleiche Strom, wie durch den aufgehängten Leiter, aber in entgegengesetzter Richtung fliesst. Der Leiter kann gehoben und gesenkt, und sein Abstand von dem aufgehängten Leiter an der Theilung des Fusses des ihn tragenden Tisches abgelesen werden. Die Abstossung der Leiter wird durch Gewichte äquilibrirt. Die Drähte des aufgehängten quadratischen Leiters dürfen nicht übersponnen sein, da sie sonst durch die Erwärmung beim Durchleiten des Stromes Feuchtigkeit verlieren und leichter werden. Schnelle Beobachtung verringert die störenden Einflüsse der Erwärmung durch den Strom, welche überdies klein ausfallen, da die beiden Hälften des Wagebalkens sehr stark sind.

H. von Helmholtz [1]) hat die elektrodynamische Wage in der Weise abgeändert, dass er zwei an den Enden des Wagebalkens mit ihren Axen vertical aufgehängte Rollen durch je zwei etwa 30 cm lange, 6 bis 7 mm breite Streifen von Rauschgold als Zuleiter mit Messingstücken an dem oberen Theile des Glaskastens der Wage verband. Sie bleiben dabei völlig beweglich, in den Stromkreis werden keine variablen Widerstände eingeführt. Die Streifen haben geringen Widerstand, werden wegen ihrer grossen Oberfläche nicht heiss und haben keine innere Reibung. Die Durchmesser der beweglichen Spiralen sind ebenso gross wie ihre Höhe, sie können sich nicht drehen. An einem horizontalen, an der mittleren Säule der Wage befestigten Metallstabe sind die ebenso hohen, weiteren festen Rollen angebracht, welche die beweglichen Rollen umgeben und durch welche der Strom so geleitet wird, dass die bewegliche Rolle auf der einen Seite angezogen, auf der anderen abgestossen wird. Die relative Lage der beweglichen und festen Rollen wird so gewählt, dass der negative Differentialquotient der Kraft im Maximum, also der zweite Differentialquotient Null ist. In diesem Falle wird beim Hindurchleiten des Stromes durch die Spiralen die Empfindlichkeit der Wage nicht geändert. Hierdurch kann man die richtige Einstellung finden. Man kann leicht den Fehler der Wage auf ein Milligramm reduciren, so dass also ein Strom, der die dem Quadrat seiner Intensität proportionale Kraft von 1 g zwischen den Spiralen erzeugt, auf $^1/_{2000}$ genau zu messen ist [2]). 65

[1]) H. von Helmholtz, Wied. Ann. 14, 52, 1881.

[2]) Andere Stromwagen, welche auf denselben Principien beruhen, hat Sir W. Thomson (Lum. électr. 24, 501, 1881; Beibl. 11, 839 und a. a. O.) construirt. Die Zuführung des Stromes zu den an den Enden des Wagebalkens hängenden Drahtringen erfolgt durch horizontale conaxiale Bündel von dünnen Drähten, für stärkere Ströme von Drahtseilen, welche die Axe des Wagebalkens ersetzen. Der Wagebalken trägt einen horizontalen Stab mit Schiebegewichten. Die mit ihren Windungsebenen horizontalen Drahtringe oder -rollen hängen am Wagebalken zwischen je zwei darüber und darunter befindlichen festen, grösseren oder kleineren Ringen. Die Wagen werden für verschiedene Stromstärken als Deciampère- und Centiampèrewagen u. s. f. angefertigt. — Lord Rayleigh und Mrs. Sidgwick (Phil. Trans. [2] 175, 411, 1884) hängen an eine Wage eine kleinere Rolle mit ihrer Axe vertical auf und bringen über und unter ihr conaxial je eine grössere Rolle im Abstande 2 B

66 Die Anordnung der Spiralen ergiebt sich aus einer Berechnung von **Maxwell**[1]) und Lord **Rayleigh** (l. c.). Sie werden nicht geometrisch ausgemessen, sondern auf galvanometrischem Wege verglichen.

Zwei im Abstande b von einander entfernte conaxiale parallele Drahtkreise von den Halbmessern A und a wirken nach **Maxwell** auf einander mit der Kraft

$$f i^2 = \pi \frac{b\mu}{\sqrt{A a}} \left\{ 2F - \frac{2-\mu^2}{1-\mu} E \right\} i^2,$$

wo F und E die vollständigen elliptischen Integrale zweiter Gattung mit dem Modul $\mu = 2\sqrt{Aa/(A+a)^2 + b^2}$ bezeichnen. Für die Wirkung zweier Drahtrollen mit den Windungszahlen n und N ist noch ein Factor $nN(1+\partial)$ hinzuzufügen, wo ∂ eine Correction für die Querschnitte der Windungen ist und hier a und A die mittleren Halbmesser der Rollen sind.

Bringt man die Rollen oder Drahtkreise in solche Entfernung, dass die Kraft zwischen ihnen ein Maximum oder $\partial f / \partial b = 0$ ist, so wird, wenn für diesen Fall $b = B$ wird, nach Lord **Rayleigh**:

$$\frac{B}{A} = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{9}{10} \frac{a^2}{A^2} - \frac{1}{8} \frac{a^4}{A^4} \right\}.$$

Das Verhältniss a/A wird galvanisch bestimmt, indem man die Rollen concentrisch mit den Windungsebenen in der Meridianebene aufstellt und die Ablenkungen φ und φ' einer kleinen, in ihrer Mitte befindlichen Magnetnadel während des abwechselnden Hindurchleitens des gleichen Stromes in gleicher und entgegengesetzter Richtung durch dieselben bestimmt. Dann wird

$$\frac{a}{A} = \frac{n}{N} \frac{tg\,\varphi + tg\,\varphi'}{tg\,\varphi - tg\,\varphi'} (1 + \eta + \zeta),$$

wo η und ζ Correctionen wegen der radialen Höhen und des Polabstandes der Magnetnadel sind, nämlich:

$$\eta = {}^1/_{12} \left(\frac{h^2}{a^2} - \frac{H^2}{A^2} \right) - {}^1/_8 \left(\frac{k^2}{a^2} - \frac{K^2}{A^2} \right)$$

und

$$\zeta = \frac{3\lambda^2}{16} \left\{ \frac{1}{a^2} - \frac{1}{A^2} \right\},$$

---

von einander an. Sie bestimmen sodann die Gewichtsdifferenz beim Umkehren des Stromes.

Guinard (Elektrotechn. Ztschr. **8**, 282, 1887; Beibl. **11**, 595) hängt die bewegliche horizontale Rolle an den kürzeren Arm einer ungleichnamigen Wage mit Schiebegewicht. — Einen ähnlichen Apparat hat **Blyth** (Nature **34**, 508, 277; Beibl. **11**, 277) construirt; auch bedient er sich zur Aufhängung der beweglichen Rollen einer Tafelwage. Rep. Brit. Assoc. Newcastle, p. 511, 1889; Beibl. **16**, 298.

Auch die Messung der auf den kurzen Arm einer ungleicharmigen Wage übertragenen Zusammenziehung einer vertical aufgehängten Spirale beim Durchgang eines Stromes (ähnlich wie in §. 6) hat man zur Bestimmung der Stromstärke vorgeschlagen (**Decharme**, Lum. électr. **28**, 276, 1888; Beibl. **12**, 544).

[1]) **Maxwell**, Treat. of El. and Magn. hed **2**, §. 702. In Betreff der Theorie von Lord **Rayleigh** s. auch **Heydweiller**, Wied. Ann. **44**, 534, 1891.

h und H die radialen Höhen, k und K die axialen Breiten der Windungsquerschnitte. Wird sehr nahe $n/N = a/A$[1]), so ist $tg\,\varphi'/tg\,\varphi$ eine sehr kleine Grösse γ und

$$a/A = n/N.\{1 + 2\varepsilon + 2\varepsilon^2 + \eta + \zeta\}.$$

Zweckmässig windet man die Rollen bifilar, um event. die Windungszahl der grossen Rolle zu vergrössern, die der kleinen zu vermindern und ihr Gewicht zu verringern[2]).

Heydweiller[3]) verwendet eine kleine Spule von nur 0,005 cm dickem, durch zwischengelegtes feinstes paraffinirtes Papier isolirtem, auf eine leichte Messingfassung aufgewundenem Kupferband (z. B. von 41 Doppelwindungen von $2a = 15{,}482$ cm mittlerem Durchmesser, einer radialen Höhe $h = 0{,}998$ cm und einer axialen Breite $k = 0{,}702$ cm, von etwa 170 g Gewicht und 2 Ohm Widerstand). Sie wird mit ihrer Windungsebene vertical an einer oberhalb in ihrer mittleren Windungsebene liegenden drehbaren Axe aufgehängt. Vor ihr befinden sich feste Rollen ($2A = 26{,}99$, $N = 296$, $N_2 = 295$ in je 18 Lagen, $H = 2{,}58$ und 2,59, $K = 2{,}51$ und 2,46 cm, das Gewicht war 300 gr, der Gesammtwiderstand 1, 8 und 32 Ohm). 67

Die Stromzuleitung zur beweglichen Rolle geschieht durch zwei 0,8 cm breite, 13 cm lange Stanniolstreifen, welche an zwei Kupferdrähte als Elektroden und auf jeder Seite an einen 0,006 cm dicken, weichen, nur wenig kürzeren Messingdraht gelöthet sind.

Leitet man durch die Rollen einen Strom, so erfährt die bewegliche Rolle ein dem Product der elektrodynamischen Kraft mit dem Abstande des Rollenmittelpunktes von der Drehungsaxe gleiches Drehungsmoment. Ihre dadurch erfolgende Ablenkung wird durch die Schwerkraft compensirt[4]).

IV. Bestätigung der elektrodynamischen Gesetze für geschlossene Ströme.

In §. 29, 35, 36 haben wir drei Formeln für die Wechselwirkung der von Strömen durchflossenen Elemente abgeleitet. 68

1) Für zwei ganz freie Elemente die Formel von Ampère selbst:

$$R = -\frac{i i_1\, ds\, ds_1}{r^2}\left(\cos\varepsilon - {}^3/_2 \cos\vartheta \cos\vartheta_1\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

---

[1]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 35, 739, 1888. — [2]) Correctionen wegen der Ungenauigkeit der Dimensionen der Querschnitte der Windungen siehe die Originalabhandlung. Sie wird von höherer Ordnung bei quadratischen Querschnitten, wenn $h/a = k/a$ und $H/A = K/A$ wird. — [3]) Heydweiller, l. c. — [4]) In Betreff der Correctionen wegen der Verschiebung der Rolle u. s. f. siehe die Originalabhandlung.

2) Die Formel von Grassmann für die Wirkung des Elementes eines geschlossenen Stromes auf ein freies Element:

$$R = -\frac{1}{2}\,\frac{i i_1\, ds\, ds_1}{r^2}\,\sin\chi\cos\vartheta \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

3) Die Formel von F. E. Neumann für die Wechselwirkung der Elemente zweier geschlossener Ströme:

$$R = -\frac{1}{2}\,\frac{i i_1\, ds\, ds_1}{r^2}\,\cos(ds, ds_1) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 3)$$

Aus der ersten Formel hatten wir in §. 31 gefolgert, dass zwei freie, einander parallele und gleich gerichtete Elemente nicht auf einander wirken, wenn sie gegen ihre Verbindungslinie um $35^0\,16'$ geneigt sind, dass ihre Anziehung ein Maximum ist, wenn sie auf derselben senkrecht stehen, und ihre Abstossung ein Maximum, wenn sie in dieselbe fallen.

Aus der zweiten Formel folgt für die Wechselwirkung zweier paralleler Elemente, deren eines einem geschlossenen Strome angehört, das andere frei ist, dass, wenn die Elemente auf ihrer Verbindungslinie senkrecht stehen, die Wirkung ein Maximum ist, wenn sie in die Verbindungslinie fallen, gleich Null ist.

Nach der Formel von F. E. Neumann endlich ziehen sich die Elemente zweier geschlossener Ströme in allen Parallelstellungen gleich stark an.

Demnach besteht ein wesentlicher Unterschied zwischen den drei Formeln. Die experimentelle Prüfung der Richtigkeit kann sich nur auf die dritte Formel erstrecken, da wir überhaupt nur geschlossene Ströme auf einander wirken lassen können. Auch wenn wir die Einwirkung eines Schliessungskreises auf einzelne gesonderte Theile desselben untersuchen, bleibt dasselbe Verhältniss bestehen.

69 Die elektrodynamischen Gesetze sind durch die Versuche von Ampère selbst nicht so vollständig bewiesen, dass sie nicht einer weiteren Bestätigung bedürften.

Die Betrachtung einer Anzahl von Gleichgewichtszuständen der auf einander wirkenden, vom Strome durchflossenen Leiter war für diesen Beweis um so weniger genügend, als die verhältnissmässig schwachen elektrodynamischen Wirkungen leicht durch Reibungswiderstände u. s. f. aufgewogen werden können. Daher ist es von grossem Werthe, dass W. Weber (l. c. §. 49) durch sorgfältige Versuche mittelst des Elektrodynamometers die Consequenzen der Ampère'schen Theorie bestätigt hat.

Zu den ersten Versuchen wurde ein Dynamometer von der ersten, §. 49 beschriebenen Einrichtung so aufgestellt, dass die Ebene der Windungen der Multiplicatorrolle mit der Nord-Südebene des magnetischen Meridians zusammenfiel. Nördlich von derselben, in der Richtung des magnetischen Meridians, wurde in einem Abstande von 583 mm ein in

einer Kupferhülse schwebender magnetisirter Stahlspiegel als Magnetometer aufgestellt, dessen Stellung ebenso, wie die Lage der mit einem Spiegel versehenen Bifilarrolle, durch ein gegenübergestelltes Fernrohr mit Scala beobachtet wurde. Durch beide Rollen des Dynamometers wurde der Strom von 1 bis 3 Grove'schen Elementen hinter einander geleitet. Da die Ablenkungen der Bifilarrolle hierbei zu gross ausfielen, wurden die Drähte, welche zu den Aufhängungspunkten der Drähte der Bifilarrolle führten, vor denselben durch einen dicken Kupferdraht verbunden, so dass nur ein Zweigstrom die Bifilarrolle durchfloss, dessen Intensität in einem von Weber beobachteten speciellen Falle 1/246,26 des ganzen, ungetheilten Stromes betrug.

Zugleich wurde durch die Einwirkung des Stromes in der Multiplicatorrolle der magnetisirte Stahlspiegel abgelenkt. Die Ablenkungen gaben ein Maass für die Intensität der Ströme, welche der Tangente seines Ablenkungswinkels proportional ist.

Nach den Correctionen für die Excentricität der Spiegel beider Apparate und nach der Berechnung der ablenkenden Kräfte aus den Ablenkungen der Spiegel ergab sich die ablenkende Kraft im Magnetometer f_m und im Dynamometer f_d:

Zahl der Grove'schen Elemente.	f_m	f_d	$5{,}15534 \sqrt{f_d}$
3	108,426	440,038	108,144
2	72,398	198,255	72,589
1	36,332	50,915	36,786

Hiernach ist die ablenkende Kraft im Dynamometer dem Quadrate der am Magnetometer gemessenen Intensität der durch beide Drahtrollen des Dynamometers geleiteten Ströme proportional.

Bei ferneren Beobachtungen wurde die §. 50 beschriebene Einrichtung des Dynamometers verwendet. Die Bifilarrolle wurde so gedreht, dass die Ebene ihrer Windungen mit der auf dem magnetischen Meridian senkrechten Ost-Westebene zusammenfiel; die Multiplicatorrolle, deren Ebene auf der Ebene der Bifilarrolle senkrecht blieb, wurde entweder gerade in sie hineingestellt, dass die Mittelpunkte der Rollen zusammenfielen, oder der Mittelpunkt der Multiplicatorrolle sich 300 bis 600 mm östlich oder westlich, nördlich oder südlich von dem der Bifilarrolle befand. Der Strom von acht Bunsen'schen Elementen wurde hinter einander durch die Bifilarrolle, durch einen Gyrotrop und dann durch die Multiplicatorrolle, endlich durch eine besondere Spirale geleitet, welche 217 mm westlich von dem vom Dynamometer um 8 m entfernten, oben beschriebenen Stahlspiegel-Magnetometer aufgestellt war, und nun wiederum zum Commutator, welcher andererseits mit dem anderen Pole der

70

Säule verbunden war. Beim Umlegen des Commutators wechselte nur die Stromrichtung in der Drahtrolle vor dem Magnetometer und in der Multiplicatorrolle des Dynamometers, während sie in der Bifilarrolle constant blieb.

Die die Intensität der Ströme bestimmenden Ablenkungen des Magnetometers wurden, wie die der Bifilarrolle, durch Scalen beobachtet, welche bezw. 1103 und 3306,3 mm von den Spiegeln beider Apparate abstanden. Die an den Scalen abgelesenen Ablenkungen konnten mit geringen Fehlern den ablenkenden Kräften proportional gesetzt werden.

71 Auch bei diesen Versuchen ist ebenso wie §. 60 die Directionskraft, mit welcher die Bifilarrolle in ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage erhalten wird, aus zwei Theilen zusammengesetzt; einmal aus ihrem durch die Bifilarsupension bedingten statischen Moment D, sodann aus einem zweiten Theile s, der beim Hindurchleiten des Stromes durch die Einwirkung des Erdmagnetismus auf die Spirale hervorgerufen wird, und proportional ist der horizontalen Componente H des Erdmagnetismus an dem Beobachtungsorte, dem Flächenraume F der Drahtwindungen der Spirale und der in absolutem Maasse gemessenen Intensität des Stromes I. Kennt man die absolute Grösse des den Spiegel des Magnetometers richtenden horizontalen Theiles des Erdmagnetismus, so kann die Intensität I berechnet werden, indem man die an der Scala beobachtete Ablenkung jenes Spiegels mit einer Constanten multiplicirt. Man erhält so

$$s = F . I . H.$$

Je nachdem der Strom in der Bifilarrolle in der einen oder anderen Richtung fliesst, dass der Erdmagnetismus sie in ihrer Lage zu erhalten oder um 180° zu drehen strebt, ist der Werth s zu dem statischen Moment D zu addiren oder von demselben zu subtrahiren, um hiernach die Directionskraft der Bifilarrolle $D \pm s$ zu erhalten. Durch Multiplication mit den Werthen $D \pm s$ kann man die bei verschiedenen Stromintensitäten beobachteten Ablenkungen der Bifilarrolle auf Werthe reduciren, welche einer gleichen Directionskraft entsprechen.

Dividirt man ferner die berechneten Werthe durch das Quadrat der jedesmaligen Intensität der Ströme und multiplicirt sie eventuell noch mit einem beliebigen constanten Factor, so erhält man die bei verschiedenen Stellungen der Multiplicatorrolle auf die Bifilarrolle ausgeübten Anziehungen oder Abstossungen, reducirt auf ein gemeinsames Maass.

Berechnete Weber dieselben Werthe nach den in §. 39 angegebenen Formeln und verglich sie mit den gefundenen Werthen, so fand er aus zwei Beobachtungsreihen, bei welchen das Mittel der Ablenkungen genommen wurde, die sich ergaben, als die Multiplicatorrolle gleich weit nördlich und südlich oder östlich und westlich von der Bifilarrolle stand:

Abstand der Mittelpunkte der Rollen	Multiplicatorrolle			
	östlich oder westlich von der Bifilarrolle		südlich oder nördlich von der Bifilarrolle	
	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet
0 mm	22960	22680	22960	22680
300	189,93	189,03	— 77,11	— 77,17
400	77,45	77,79	— 34,77	— 34,74
500	39,27	39,37	— 18,24	— 18,31
600	22,46	22,64	—	—

Die Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Werthen ist sehr gross.

Auch Cazin hat Ströme durch die quadratischen Leiter seiner elektrodynamischen Wage (§. 64) geleitet und ihre Intensität an einer Sinusbussole abgelesen, deren Angaben mit denen eines Voltameters verglichen waren, und die Abstossungen der Leiter gemessen. 72

Bei verschiedenen Stromintensitäten verhielten sich die Abstossungen der quadratischen Leiter bei gleich bleibendem Abstande, wie die Quadrate der Stromintensitäten.

So ergab sich z. B., wenn φ die Ablenkung der Nadel der Sinusbussole ist, A die in Milligrammen gemessene Abstossung bei einem Abstande der Leiter $h = 70$ mm:

φ	27° 12′	35° 46′	43° 46′	50° 16′	59° 39′	64° 30′	73° 26′
A	205	342	485	606	755	829	930
$A/\sin^2\varphi$ . . .	891	1001	1013	1024	1013	1017	1011

Bezeichnet man die Seite der Drahtquadrate mit l, den Verticalabstand derselben mit h, so berechnet sich ihre Abstossung nach der Ampère'schen Formel gleich

$$A = 384.4.i^2n^2 \left\{ \frac{l^2}{h\sqrt{h^2+l^2}} - \frac{l^2 h}{(h^2+l^2)\sqrt{h^2+2l^2}} - \frac{h}{\sqrt{h^2+2l^2}} - 1 + \frac{2h}{\sqrt{h^2+l^2}} \right\} = 384.4.i^2n^2\lambda \quad . \; . \; . \; . \quad 1)$$

wo $384 = 8 \times 48$ das Product der Windungszahlen der Leiter, n das Verhältniss der hier gebrauchten Einheit der Stromintensität zu der elektrodynamischen Einheit derselben ist.

Bei einer Versuchsreihe fand sich z. B. nach Berechnung von λ

h . . .	50	70	90	110	130	150	170	190	200
λ . . .	4,2593	2,7734	1,9558	1,4438	1,0978	0,8602	0,6698	0,5351	0,4804
A . . .	1342	860	612,5	446,5	341	262,5	211,5	165	148
A/λ . .	314,1	309,5	313,2	309,3	310,6	305,9	315,7	308,4	308,0

Also auch hierdurch ist die Ampère'sche Formel bestätigt.

Durch die zuerst erwähnten Versuche ergiebt sich, dass, wenn $h = 70$, also $\lambda = 2{,}7734$ ist, die Abstossung der Drahtquadrate für einen Strom, für den $\sin\varphi = 1$ ist, im Mittel $A = 1015{,}37$ g beträgt. Im Mittel aus 22 gleichzeitigen Bestimmungen der Ablenkung der Nadel der Sinusbussole und der in einem Voltameter bei verschiedenen Stromstärken in der Zeiteinheit entwickelten Wasserstoffmenge folgt ferner, dass der Strom, für den $\sin\varphi = 1$ ist, in einer Secunde 0,03542 mg Wasserstoff entwickelt. Bezeichnet man also die Intensität eines Stromes, der in der Secunde 1 mg Wasserstoff aus 9 mg Wasser abscheidet, mit Eins, so ist die Intensität jenes Stromes gleich 0,03542.

Beim Einführen in die Formel 1) ist, wenn 9808,8 mm die Beschleunigung durch die Schwerkraft ist

$$9808{,}8 \,.\, 1015{,}37 = 384 \,.\, 4 \,.\, 0{,}03542^2 n^2 \,.\, 2{,}7734,$$

also

$$n^2 = 1\,863\,000 \qquad n = 1365.$$

Als Mittel vieler ähnlicher (35) Versuche ergiebt sich

$$n = 1358.$$

Ein Strom von der elektrodynamischen Intensität Eins ist also 1358 mal schwächer als ein Strom, der in einer Secunde 9 mg Wasser zersetzen kann.

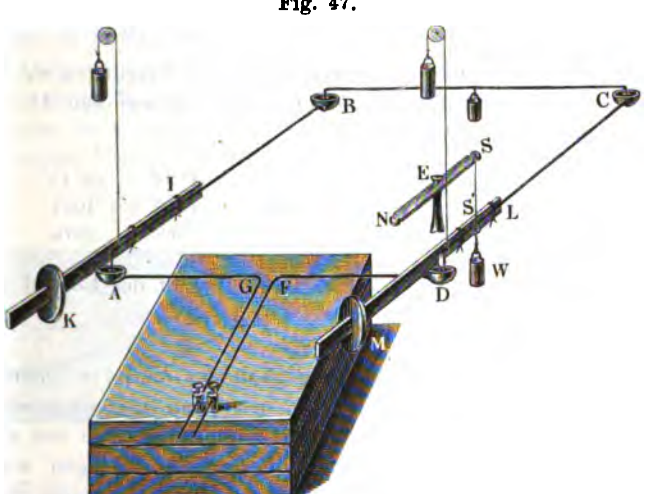
73 Leitet man denselben Strom hinter einander durch die feste und bewegliche Rolle des Dynamometers oder der elektromagnetischen Wage, so kann man zeigen, dass die elektrodynamischen Grundgesetze in quantitativer Beziehung auch für verschiedene in ihrer Form unveränderliche Theile derselben Strombahn gelten.

74 Dass dies auch noch der Fall ist, wenn dabei die Leitung selbst ihre Gestalt wesentlich ändert, ist von Boltzmann[1]) gezeigt worden. Er hat zwei Kupferdrähte GA und FD, Fig. 47, neben einander auf einem Brette befestigt, ihre Enden A und D ein wenig nach abwärts gebogen und daselbst mit Kupferschälchen verbunden, in deren Mitte Achathütchen befestigt sind. Zwei Kupferdrähte AB und DC ruhen an den Enden A und D mittelst feiner Stahlspitzen in jenen Achathütchen und tragen an den Enden B und C wiederum kupferne, mit Achathütchen versehene Kupferschälchen, auf denen ein in Stahlspitzen endender, mit einem kleinen Gegengewicht belasteter Kupferdraht BC liegt. An AB und CD sind Holzleisten IK und LM befestigt, welche bei K und M Gegengewichte tragen, um die Drähte AB, BC und CD in der horizontalen Ebene in der Schwebe zu erhalten. Coconfäden, die an den Holzleisten bei A und D befestigt, vertical nach oben über Rollen ge-

[1]) Boltzmann, Sitzungsber. d. Wien. Akad. [2] 60, 69, 1869.

zogen und mit Gegengewichten versehen sind, vermindern den Druck der Drähte gegen ihre Unterlagen. Die Länge der Seiten AB, BC, CD, DA des Rhombus $ABCD$ betrug je 338,5 mm. Wurden die Kupferschälchen A, B, C, D mit Quecksilber gefüllt und die Enden der Drähte G und F mit einer Säule verbunden, so suchte sich in Folge der Stromwirkungen der rhombisch geformte Stromkreis in ein Quadrat zu verwandeln. Fliesst der Strom von West über Nord nach Ost, so wird diese Einstellung durch den Erdmagnetismus befördert; bei umgekehrter Stromrichtung wird sie gehemmt; in letzterem Falle tritt eine stabile Gleichgewichtslage bei einer gewissen Neigung der Drähte gegen ein-

Fig. 47.



ander ein, die sich bei wachsender Stromstärke immer mehr dem rechten Winkel nähert.

Um die Kraft der Einstellung zu messen, wurde 98,5 mm von D an DC im Punkte S' ein Coconfaden angelegt, und das andere Ende desselben an einen horizontalen Hebel NS geknüpft, der um eine genau über D befindliche verticale Axe E drehbar war und in jeder Lage festgestellt werden konnte. Der Rhombus stellte sich ohne Strom so, dass der Coconfaden vertical, DL parallel NS war. Unten war an S' ein Gewicht W von 10 g angehängt. Wurde dann der Strom durch den Drahtrhombus geleitet und suchte letzterer seine Gestalt zu ändern, so zog ihn das Gewicht W zurück. Ein am Stabe LM befestigter Spiegel gestattete, mittelst Scala und Fernrohr die hierbei erfolgenden Ablenkungen des Rhombus aus seiner jedesmaligen Ruhelage zu bestimmen. Der ganze Apparat befand sich zur Vermeidung des Luftzuges in einem allerseits geschlossenen und vor dem Spiegel durch ein Glasfenster durchbrochenen Holzkasten.

Wird die Wirkung des Stromes i im Rhombus auf seine einzelnen Theile unter Annahme der Formel von Ampère berechnet und die Wirkung des Erdmagnetismus berücksichtigt, von dem auf die horizontalen Stromtheile nur die Verticalcomponente M, und zwar in der Horizontalebene wirkt; ist l die Länge der Seite des Rhombus, welcher vor der Wirkung des Stromes den Neigungswinkel α_0, während derselben den Winkel $\alpha = \alpha_0 + \varDelta\alpha$ zeigt, so kann das bei der Ablenkung erzeugte rücktreibende Moment der Schwere gleich $n\varDelta\alpha$ gesetzt werden, wo n eine Constante ist. Setzt man $Ml^2/n\sqrt{2} = a$; $2l/n = b$, so findet man nach Boltzmann

$$\varDelta\alpha = a i \cos\alpha + b i^2 \left[\operatorname{cotg}\alpha + \tfrac{1}{2}\sin\alpha \log\frac{\cos\tfrac{1}{2}\alpha\,(1+\sin\tfrac{1}{2}\alpha)}{\sin\tfrac{1}{2}\alpha\,(1+\cos\tfrac{1}{2}\alpha)}\right].$$

Bestimmte Boltzmann bei verschiedenen Neigungen α_0 und verschiedenen Intensitäten i die Constanten a und b aus den Ablenkungen $\varDelta\alpha$ des Rhombus, so betrugen sie

α	26° 2′	39° 59′	54° 34′	69° 15′
$10^3 a$	1053	1041	1046	1041
$10^6 b$	2061	2062	2069	2076

Hiernach stimmen die Resultate sehr gut mit der Formel von Ampère überein.

75 Auch Niemöller[1]) hat die Richtigkeit des Ampère'schen Gesetzes an deformirbaren Stromleitern geprüft, bei denen den beweglichen Theil eine metallene Leiste bildete, welche in horizontaler Lage von zwei nach oben divergirenden, 0,2 mm dicken Silberdrähten getragen wurde, die durch um einander gewundene Drähte mit den Polen einer Säule verbunden waren. Die Schwingungen und die Ruhelage des Querstabes mit und ohne Hindurchleiten des Stromes wurden mittelst eines an der Leiste befestigten Spiegels beobachtet. (Die elastische Nachwirkung der Silberdrähte kann hier sehr störend wirken.)

Ausserdem wurden auf beiden Seiten jedes Silberdrahtes zwei nahezu demselben parallele Kupferdrähte in der auf der Ebene beider Silberdrähte senkrechten Ebene angebracht und durch dieselben ein Strom in der Weise geleitet, dass durch die elektrodynamische Wirkung an allen Orten das System in einer bestimmten Richtung gedreht wurde. Die Resultate entsprechen bis auf 1 Proc. der Rechnung.

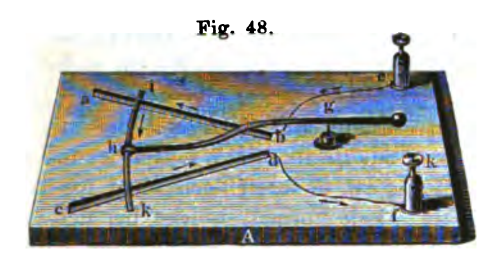
76 Ferner hat v. Ettingshausen[2]) in Betreff der §. 23 und §. 9 und 10 erwähnten Versuche von Ampère über die Einstellung eines bogenförmigen Leiters über zwei radialen Quecksilberrinnen und die

[1]) Niemöller, Wied. Ann. 5, 433, 1878. — [2]) v. Ettingshausen, Wien. Ber. [2] 77, 1878; Beibl. 2, 430.

vermeintliche Abstossung der auf einander folgenden Stromelemente gezeigt, dass in diesen Fällen die Wirkung aller Stromantheile auf die beweglichen Leitertheile zu betrachten ist und somit die §. 12 erwähnten Einwände gegen die Schlussfolgerungen Ampère's gerechtfertigt sind.

Bei den Experimenten über den ersterwähnten Fall hat v. Ettingshausen den Draht *ik*, Fig. 48 (s. §. 23), an einem leichten Holzarm an Stelle von *gk* befestigt und ihn bifilar an zwei feinen starken Seidenfäden aufgehängt. Der Draht ist an seinen Enden mit zwei unten zugespitzten Stahlschrauben versehen, die in flache Quecksilbernäpfe tauchen. Letztere stehen durch zwei parallele, nahe bis zur Drehungsaxe laufende Drähte mit der Leitung in Verbindung. Ein an dem Holzarme in der Drehungsaxe befestigter Spiegel gestattet, mittelst Scala und Fernrohr die Ablenkung zu bestimmen. Liegt der Drahtbogen nicht senkrecht, sondern in einem Winkel von z. B. $22^1/_2{}^0$ gegen den Holzarm, so stellt sich derselbe bei abwechselnder Stromrichtung verschieden. Die halbe Differenz beider Beobachtungswerthe entspricht der Wirkung *e* des Erdmagnetismus, die halbe Summe der elektrodynamischen Kraft *q*. Werden die Drähte gleich von den Quecksilbernäpfen auseinander und dann zur Säule geführt, so dass sie die Quecksilbernäpfe in ihrer Ebene umschliessen, so ist *q* fast Null; ihre Wirkung compensirt die der Stromantheile im Quecksilber fast vollständig; liegen sie von den Näpfen abgewendet, so ist *q* etwa 21,2 gegen 24,7 bei Parallelstellung der Drähte. Beim Annähern eines besonderen, geschlossenen kreisförmigen Leiters mit parallelen Zuleitungsdrähten erhält man die analogen Resultate.

Fig. 48.



Wurden die von den parallelen Zuleitungsdrähten durch die Quecksilbernäpfe zu den Spitzen des nunmehr geradlinigen, beweglichen Leiters fliessenden Stromantheile als geradlinig angesehen, so ergab sich durch Rechnung *e* und *q*. Bei den Versuchen wurde die Stromintensität gemessen, sowie der Einfluss verschiedener Längen der Spitzen bestimmt. Bei längeren Spitzen, von 5 statt 2,6 mm, ist die Wirkung kleiner, indess nur etwa um ein Sechstel.

Für den Einfluss des Erdmagnetismus stimmen die Beobachtungen gut mit der Rechnung; die Vergleichung der beobachteten und berechneten elektrodynamischen Wirkung ist nicht thunlich, da sie sich mit dem Querschnitte des Leiters in hohem Grade ändert. Indess ist in der That die Wirkung der Stromtheile in den Quecksilberrinnen gegen die der übrigen Stromleitung durchaus nicht zu vernachlässigen.

77 Bei den Versuchen über den zweiten Fall wurde an dem an zwei sehr dünnen Stahldrähten aufgehängten Holzbalken ein U-förmiger Metallbügel in horizontaler Lage in der Art befestigt, dass seine kreisförmig gebogenen Arme concentrisch zur Drehungsaxe lagen und unterhalb mittelst der Stahlspitzen an seinen Enden in zwei ebenso gebogene, mit den Polen der Säule verbundene Quecksilberrinnen tauchten. Der Abstand der Arme des Bügels von einander betrug 102,5 mm. Das Verbindungsstück derselben war in der Richtung des Radius gebogen. Bei verschiedenen Spitzenlängen wurden Versuche über die Drehung des Bügels beim Hindurchleiten des Stromes angestellt. Dabei konnten die Rinnen nahe gleichen Querschnitt mit dem des Bügels erhalten, indem Drähte von der Dicke und Form der Arme des Bügels erhitzt in eine Hartgummiplatte gedrückt wurden. Die Versuche, bei denen aus der Ablenkung des Holzarmes mit dem Bügel rückwärts die Intensität des Stromes berechnet wurde, stimmten mit der Theorie relativ sehr gut.

Da in dem Ausdrucke für die Kraft, mit der der Bügel zurückgestossen wird, die Länge der Arme nach einer Berechnung von Stefan [1]) nicht vorkommt, so ist es, wie auch die Versuche zeigen, gleichgültig, wo die Stahlspitzen eingesetzt sind. Auch als das Quecksilber der Rinnen eine plattenförmige Gestalt hatte, stimmten die Werthe recht gut.

78 Wenn durch diese Versuchsresultate die Richtigkeit der aus der Ampère'schen Formel folgenden Resultate für die Wechselwirkung geschlossener Ströme hervorgeht, so ist dadurch noch nicht die Ampère'sche Formel selbst erwiesen. Jede Formel, welche bei der Integration nach den Stromelementen ds und ds_1 für geschlossene Ströme das gleiche Resultat liefert, muss den Thatsachen in gleicher Weise entsprechen. Man kann also zu dem Ausdruck der Wechselwirkung von ds und ds_1 von F. E. Neumann jede beliebige Function hinzufügen, welche über den geschlossenen Strom integrirt zu Null wird, ohne die Richtigkeit zu ändern [2]).

Sie ist indess nach Gauss die einzige, bei der die Wirkung eines Stromelementes auf ein anderes sich auf eine einzige, in der Verbindungslinie der Elemente wirkende Kraft reducirt [3]).

V. Kräfte zwischen Stromelementen ausser den von Ampère angenommenen.

79 Nach dem Obigen bleibt die Frage offen, ob nicht noch andere Kräfte zu den von Ampère angenommenen, in der Richtung der

[1]) Stefan, Wien. Ber. [2] 59, 693, 1869. — [2]) Vgl. auch P. L. Cordier, J. de Liouville [4] 1 fasc. 5, 357, 1885. — [3]) Gauss, auch abgeleitet von Duhem, J. de Phys. [2] 5, 26, 1886.

Verbindungslinie der Elemente wirkenden hinzukommen können, zunächst also anders gerichtete Kräfte bezw. Kräftepaare, welche sie zu drehen streben. Erstere Frage ist von Stefan [1]), letztere von Korteweg [2]) und nachher von Lorentz [3]), auch von Margules [4]) und auch von Righi [5]) behandelt worden.

80 Sind die Intensitäten der Ströme in den Elementen Ds und Ds_1 gleich i und i_1, und nimmt man an, dass die Wirkung derselben in allen Fällen $i i_1 Ds Ds_1$ proportional und nur von ihrer relativen Lage gegen einander abhängig ist, dass sich ferner die Elemente in drei auf einander senkrechte Componenten, wie es auch von Ampère geschehen ist, zerlegen lassen, so kann man zunächst die Wirkung der Elemente auf vier Hauptfälle reduciren, in welchen dieselben gleich oder gegen einander senkrecht gerichtet sind. Indem man dabei im Allgemeinen ähnlichen Betrachtungen, wie denen von Liouville (§. 25) folgt, bezw. die Symmetriegesetze hinzuzieht, ergiebt sich:

1) Wenn die Elemente in einer geraden Linie liegen und einander entgegengesetzt sind, kann nur eine anziehende Kraft in der Richtung der Verbindungslinie

$$A i i_1 Ds Ds_1$$

zwischen ihnen wirken, wo A eine Function der Entfernung ist.

2) Liegen die gleich gerichteten Elemente einander parallel, senkrecht gegen ihre Verbindungslinie, so ist allein eine anziehende Kraft möglich:

$$B i i_1 Ds Ds_1.$$

3) Liegen die Stromelemente in zwei zu einander senkrechten Ebenen und stehen auf einander und auf ihrer Verbindungslinie senkrecht, so kann keine Kraft zwischen ihnen wirken, wohl aber ein Kräftepaar:

$$(D) i i_1 Ds Ds_1,$$

dessen Ebene auf der Verbindungslinie senkrecht steht und die Elemente bei der geringsten Drehung gleich zu richten strebt.

4) Liegen die Stromelemente senkrecht zu einander in derselben Ebene, das eine senkrecht zur, das andere in der Verbindungslinie, und ist der Strom in letzterem zu dem transversalen Elemente hin gerichtet, so kann wirken:

a) auf das transversale Element eine gegen die Verbindungslinie normale Kraft:

$$D i i_1 Ds Ds_1$$

---

[1]) Stefan, Wien. Ber. **59**, 29. April 1869. — [2]) Korteweg, Crelles Journ. **90**, 49, 1880; Beibl. **4**, 686, 1880. — [3]) Lorentz, Versl. en Meded. der Ak. v. Wetensch. Amsterdam **17**, 27 u. flgde.; Arch. Néerl. **17**, 85, 1882; Beibl. **6**, 692. — [4]) Margules, Wien. Ber. **78**, 2. Octbr. 1878. — [5]) Righi, Mem. di Bologna [4] **10**, 217, 1889; Beibl. **14**, 301; Mem. [5] **1**, 1, 1890; Beibl. **15**, 120.

in der Richtung des Stromes in demselben und ein Kräftepaar:

$$(F)\, i i_1\, Ds\, Ds_1,$$

welches das Element dem longitudinalen gleich richtet;

b) auf das longitudinale Element eine Kraft, welche der vorigen entgegengesetzt ist, also:

$$C i_1 i_2\, Ds\, Ds_1$$

und ein Kräftepaar:

$$(H)\, i_1 i_2\, Ds\, Ds_1,$$

welches dem erst erwähnten Kräftepaare gleich gerichtet ist.

Die sieben Functionen der Entfernung A, B, D, ε, sowie $(D), (F), (H)$ bestimmen die Grösse der Kräfte und Kräftepaare.

Sind die Werthe $D = C$, $(F) + (H) = Dr = Cr$, so gilt das Princip der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung, wie bei den Formeln für die Wechselwirkung der Elemente geschlossener Ströme.

81 Betrachtet man zuerst die translatorischen Kräfte allein und berechnet die Wechselwirkung der Componenten zweier Stromelemente Ds und Ds_1, welche, wie bei der Entwickelung der Ampère'schen Formel die Coordinaten xyz und $x_1 y_1 z_1$, den Abstand r haben, mit der Verbindungslinie der Winkel ϑ und ϑ_1 und unter sich den Raumwinkel ε bilden, und setzt $A = ar^{-2}$, $B = br^{-2}$, $C = cr^{-2}$, $D = dr^{-2}$, so erhält man nach Stefan die X-Componente derselben:

$$X = i i_1\, ds\, ds_1 \left[m \frac{d^2\left(\frac{x_1 - x}{r}\right)}{ds\, ds_1} + n \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds} \frac{dx_1}{ds_1} + p \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{ds_1} \frac{dx}{ds} + q \frac{x_1 - x}{r^3} \cos\varepsilon \right],$$

wo

$$m = -\, {}^1/_3 (a - b - c - d) \qquad n = {}^1/_3 (a - b - c + 2d)$$
$$p = +\, {}^1/_3 (a - b + 2c - d) \qquad q = {}^1/_3 (a + 2b - c - d)$$

ist. Da die drei ersten Glieder dieses Ausdrucks vollständige Differentiale nach s und s_1 sind, so fallen sie bei der Integration nach ds und ds_1, also bei der Berechnung der Wechselwirkung R' der geschlossenen Ströme fort, deren Elemente Ds und Ds_1 sind. Das letzte Glied liefert das Doppelintegral des Ausdrucks:

$$-\, q i i_1 \frac{x_1 - x}{r^2} \cos\varepsilon\, Ds\, Ds_1$$

und die Resultante der X-, Y- und Z-Componenten wird

$$R = q i i_1 \frac{\cos\varepsilon}{r^2} Ds\, Ds_1.$$

Da bei Annahme der elektrodynamischen Einheiten nach der Formel von F. E. Neumann dieser Werth gleich

$$-\, {}^1/_2\, i i_1 \frac{\cos\varepsilon}{r^2} \cdot Ds\, Ds_1 \qquad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

ist, so folgt

$$q = - {}^1/_2$$

Indess erhält man hieraus noch keinen Aufschluss über den Werth der einzelnen Constanten a, b, c, d. Berechnet man aber durch Integration nach ds die Wirkung eines geschlossenen Stromes s auf ein Leiterelement Ds_1 und berücksichtigt, dass nach Ampère's Versuchen die Wirkung desselben auf letzterem normal steht (was auch für die Elemente des Leiters selbst gilt), bez. das Drehungsmoment, welches ein feststehender, geschlossener Leiter s auf einen beweglichen s_1 ausübt, so erhält man:

$$p = q \qquad \text{2)}$$

Die Gleichungen 1) und 2) werden erfüllt, wenn

1) unter Annahme des Princips der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung $c = d$, also:

$$a = {}^1/_2; \qquad b - c = - 1.$$

Danach wäre die Abstossung zweier longitudinaler Stromelemente von der Längeneinheit, durch welche Ströme von der Intensität Eins fliessen, in der Entfernung Eins gleich ${}^1/_2$; b und c können beliebig gewählt werden. — Ist $b = - 1$, $c = d = 0$, so erhält man das Gesetz von Ampère.

Ist $b = 0$, $c = d = 1$, so wirken die parallelen transversalen Componenten der Ströme nicht auf einander, sondern nur die normal gegen einander gerichteten Componenten.

2) Setzen wir nicht $c = d$, ist also zwischen den gegen die Elemente normalen Kräften keine Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung, so können wir nach Einsetzen der Werthe a, b, c, d aus den Gleichungen 1) und 2) $a - d$ eliminiren und erhalten $b - c = - 1$. Wir können hier wiederum beliebig über zwei der Constanten a und b oder c und d, oder über b und d verfügen, und erhalten demnach die Werthe der übrigen zwei Constanten. Interessant ist die Annahme $a = 0$, $d = 0$, wobei $b = - {}^1/_2$, $c = {}^1/_2$.

Diese Annahme stimmt auch mit der Formel, welche Grassmann (§. 35) für die Wechselwirkung zweier Stromelemente gegeben hat, und die sich aus der Ampère'schen Formel für die Wechselwirkung zwischen den Elementen eines geschlossenen Stromes und einem Elemente ergiebt.

Wir hatten daselbst diese Wirkung zweier Elemente Ds und Ds_1 in der Richtung und normal gegen die Verbindungslinie gleich

$$R \sin \tau = - {}^1/_2 \frac{i i_1}{r^2} Ds \, Ds_1 \sin \chi \sin \tau \cos \psi$$

$$R \cos \tau = {}^1/_2 \frac{i i_1}{r^2} Ds \, Ds_1 \sin \chi \cos \tau \cos \psi$$

erhalten, wo χ den Winkel zwischen r und ds_1, τ den Winkel zwischen $ds \cos \psi$ und r, ψ den Winkel zwischen dem Elemente Ds und der durch

r und Ds_1 gelegten Ebene bezeichnen. Da nun $Ds_1 \sin\chi$ und $Ds_1 \cos\chi$ die auf r normalen und mit r zusammenfallenden Componenten des Elementes Ds_1 darstellen, so sind $R \sin\tau$ und $R \cos\tau$ die auf diesen Componenten normalen Kräfte, für welche mithin die Constanten $b = -\,^1/_2$, $c = \,^1/_2$ gelten.

82 Die Kräftepaare kommen, wenn die auf einander wirkenden geschlossenen Ströme starr und unveränderlich sind, nicht zur Wirkung [1]). Besitzen dieselben indess bewegliche Theile, wie bei den Rotationsapparaten von Faraday, so können sie event. continuirliche Rotationen veranlassen.

83 Umgekehrt kann man aus der Ampère'schen Formel durch geeignete Zerlegung verschiedene Terme absondern, welche theils Attractions- oder Repulsionskräften, theils Kräftepaaren entsprechen. Dies ist von Riecke [2]) geschehen.

Ist $\sqrt{r} = \psi$, so ist dann die X-Componente der Kraft zwischen den Elementen JDs und $J_1 Ds_1$

$$X = 8A^2 JDs J_1 Ds_1 \frac{\partial\psi}{\partial x} \frac{\partial^2\psi}{\partial s \partial s_1},$$

wo A^2 eine Constante ist, welche für das elektrodynamische Maasssystem gleich $^1/_2$ ist [3]).

Diese Componente lässt sich in verschiedener Weise zerlegen, wobei noch E und E_1 die Dichtigkeiten der Elektricitäten in den Elementen seien:

$$\text{(I)} \quad X = \begin{cases} -\frac{\partial}{\partial x}\left(4A^2 JDs\,.\,J_1 Ds_1 \frac{\partial\psi}{\partial s}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial s_1}\right) \\ +\,4A^2 \frac{\partial}{\partial s}\left(JJ_1 \frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial s_1}\right) Ds\,Ds_1 \\ +\,4A^2 \frac{\partial}{\partial s_1}\left(JJ_1 \frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial s_1}\right) Ds\,Ds_1 \\ +\,4A^2 J_1 \frac{dE}{dt} \frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial s_1}\cdot Ds\,Ds_1 \\ +\,4A^2 J \frac{dE_1}{dt}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial s}\cdot Ds\,Ds_1. \end{cases}$$

$$\text{(II)} \quad X = \Xi + 4A^2 \frac{\partial}{\partial s_1}\left(JJ_1 \frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial s}\right) Ds\,Ds_1$$
$$+\,4A^2 J \frac{dE_1}{dt}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial s}\cdot Ds\,Ds_1,$$

---

[1]) Vergl. Margules, Wien. Ber. 78 [2], 17. Octbr. 1878. — [2]) Riecke, Wied. Ann. 11, 278, 1880; Auszug aus zwei Abhandlungen; Abh. d. k. Göttinger Ges. d. Wiss. 20, 1875; 24, 1879. — [3]) C. Neumann, Elektrische Kräfte, Leipzig 1873, S. 43 u. flgde.

wo

$$(\mathrm{II}')\quad \Xi = 4A^2J\frac{dy}{ds}\left\{\frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial}{\partial y}\left(J_1\frac{\partial\psi}{\partial s_1}\right)-\frac{\partial\psi}{\partial y}\cdot\frac{\partial}{\partial x}\left(J_1\frac{\partial\psi}{\partial s_1}\right)\right\}Ds\,Ds_1$$
$$+\,4A^2J\cdot\frac{dz}{ds}\left\{\frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial}{\partial z}\left(J_1\frac{\partial\psi}{\partial s_1}\right)-\frac{\partial\psi}{\partial z}\cdot\frac{\partial}{\partial x}\left(J_1\frac{\partial\psi}{\partial s_1}\right)\right\}Ds\,Ds_1.$$

$$(\mathrm{III})\quad X = -\frac{\partial}{\partial x}\left(-A^2JDs\,J_1\,Ds_1\frac{\cos\varepsilon}{r}\right)-A^2\frac{\partial}{\partial s}\left(\frac{JJ_1}{r}\cdot\frac{\partial x_1}{\partial s_1}\right)Ds\,Ds_1$$
$$-A^2\frac{dE}{dt}\cdot\frac{J_1}{r}\frac{dx_1}{ds_1}Ds\,Ds_1+4A^2\frac{\partial}{\partial s_1}\left(JJ_1\frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial s}\right)Ds\,Ds_1$$
$$+\,4A^2J\frac{dE_1}{dt}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial x}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial s}\cdot Ds\,Ds_1.$$

Verlaufen die Ströme gleichförmig, so sind dE/dt und $dE_1/dt = 0$.

Sowohl in der ersten wie in der dritten Zerlegung ist das erste Glied ein vollständiges Differential bekannter Potentiale nach x, nämlich von

$$\mathrm{I_a}\quad -A^2JJ_1\,Ds\,Ds_1\frac{\cos\vartheta\cos\vartheta_1}{r};\qquad \mathrm{III_a}\quad -A^2JJ_1\,Ds\,Ds_1\frac{\cos\varepsilon}{r}.$$

Die Zerlegung I) giebt demnach **84**

1) eine Kraft, welche dem negativen Differentialquotienten des Potentials $\mathrm{I_a}$ entspricht; 2) zwei abstossende Kräfte, welche von J_1Ds_1 auf die beiden Endpunkte α und β des Elementes JDs ausgeübt werden, von der Grösse

$$-A^2JJ_1\frac{\cos\vartheta_1\,Ds_1}{r_\alpha}\quad\text{und}\quad +A^2JJ_1\frac{\cos\vartheta_1\,Ds_1}{r_\beta},$$

3) zwei Repulsivkräfte:

$$+A^2JJ_1\frac{\cos\vartheta\,Ds}{r_{\alpha_1}}\quad\text{und}\quad -A^2JJ_1\frac{\cos\vartheta\,Ds}{r_{\beta_1}},$$

welche von den Endpunkten α_1 und β_1 von J_1Ds_1 auf Ds ausgeübt werden.

Die Zerlegung II) giebt 1) eine auf der Richtung von Ds senkrechte **85** Kraft, entsprechend der von Grassmann, Hankel und Clausius entwickelten Formel; 2) zwei von α_1 und β_1 ausgehende, auf JDs wirkende, den oben ad 3) erwähnten identische Repulsivkräfte.

Die Zerlegung III) giebt 1) eine von J_1Ds_1 auf JDs ausgeübte, dem Differential des Potentials $\mathrm{III_a}$ entsprechende Kraft; 2) ein von J_1Ds_1 auf die Enden von JDs wirkendes Kräftepaar, welches Ds dem Elemente Ds_1 entgegengesetzt parallel zu stellen, bezw. in der Richtung von Ds_1 zu verschieben sucht. Die beiden auf α ausgeübten, dem Elemente J_1Ds_1 entgegengesetzten und die auf β ausgeübten, dem Elemente J_1Ds_1 gleich gerichteten Kräfte sind:

$$A^2JJ_1\frac{Ds_1}{r_\alpha}\quad\text{und}\quad A^2JJ_1\frac{Ds_1}{r_\beta}.$$

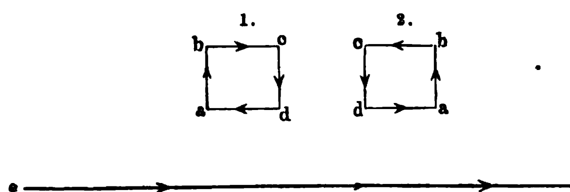
3) Componenten wie ad 3) bei der ersten und ad 2) bei der zweiten Zerlegung. Die den Potentialen ad I) und III) entsprechenden Componenten treten bei der Wechselwirkung unveränderlicher geschlossener Ströme auf; die anderen Componenten bei den Rotationserscheinungen; die Zerlegung II) enthält in einem Term alle Kräfte vereint, die bei der Wirkung eines geschlossenen Stromes auf ein Stromelement thätig sind; die ganze Kraft kann sich nur völlig zeigen, wenn alle Stromelemente von den benachbarten unabhängig frei beweglich sind. Ein solches Verhältniss könnte möglicher Weise bei der Wirkung elektromagnetischer Kräfte auf die positive Entladung in verdünnten Gasen stattfinden; obgleich freilich die ganze Natur der Gasentladungen noch zweifelhaft ist.

Zweites Capitel.

Verhalten der elektrischen Ströme gegen die Erde.

Man denke sich unterhalb eines viereckigen, vertical aufgehängten Leiters *abcd*, Fig. 49, einen horizontalen, vom Strome durchflossenen Leiter *ef* in so weiter Entfernung von *abcd*, dass der Abstand der horizontalen Theile des letzteren von einander gegen seinen Abstand von *ef* verschwindet. Dann hebt sich in der in der Figur ad 1 gezeichneten Stellung die Abstossung von *ef* gegen *ad* mit der Anziehung gegen *bc* 86

Fig. 49.



auf. Es bleibt also nur die Einwirkung von *ef* auf die beiden verticalen Theile *ab* und *cd*. Steht der Leiter *abcd* wie in der Figur ad 1, so sucht sich in Folge der Einwirkungen des Stromes in *ef* auf *ab* und *dc* der Theil *ab* in der Richtung von *a* nach *d*, *cd* von *d* nach *a* zu bewegen. Beide Wirkungen heben sich auf, wenn sich der Leiter in einer Ebene mit *ef* befindet. Das Gleichgewicht ist aber labil; sobald der Leiter ein wenig aus jener Ebene abweicht, wird er durch die auf *ab* und *cd* wirkenden Kräfte, welche ein Kräftepaar darstellen, herumgedreht, bis er die in Fig. 49, 2 gezeichnete Stellung einnimmt. Dann ziehen die von *ef* auf *ab* und *cd* ausgeübten Wirkungen den Leiter bei jeder kleinen Drehung in seine Lage zurück, und das Gleichgewicht ist stabil. Man würde dieses Resultat empirisch ausdrücken können, indem man sagte, der bewegliche Leiter stellt sich so, dass der in seinem unteren

Theile *ad* fliessende Strom mit dem unterhalb befindlichen Strome *ef* gleich gerichtet ist.

Wären an Stelle der viereckigen Leiter nur zwei verticale Leiter *ab* und *cd* durch isolirende Zwischenstäbe vereint, wären sie um eine zwischen ihnen befindliche verticale Axe drehbar, und flösse in *ab* der Strom von unten nach oben, in *cd* von oben nach unten, so würden sich diese beiden vereinten Leiter ebenso einstellen, wie der viereckige Leiter *abcd*.

Wäre nur ein einzelner verticaler linearer Leiter *ab* um eine ihm parallele Drehungsaxe beweglich, so würde er sich gleichfalls unter dem Einflusse eines horizontalen, unter ihm liegenden Stromleiters *ef* ganz analog so einstellen, dass, wenn in ihm der Strom von unten nach oben verläuft, er sich möglichst weit nach der Richtung hin bewegt, wohin der Strom im horizontalen Leiter fliesst; wenn durch ihn der Strom aber von oben nach unten fliesst, er sich nach der Seite hin wendet, von welcher der Strom im horizontalen Leiter herkommt.

Ein einzelner, in seiner ganzen Länge in gleicher Richtung vom Strome durchflossener horizontaler Leiter *ad* oder *bc* würde sich unter dem Einflusse des Stromes *ef* so einstellen, dass beide gleich gerichtet wären; würden aber die zwei in entgegengesetzter Richtung durchströmten Leiter *ad* und *bc* durch eine verticale Axe verbunden, so stellten sie sich unter Einfluss des entfernten Stromes *ef* gar nicht ein.

87 Hängt man an dem Ampère'schen Stativ[1]), dessen obere Arme in die Nord-Südlage gebracht sind, einen Draht, wie in Fig. 50, auf, so bleibt er nicht mehr in jeder Lage im Gleichgewichte. Er stellt sich beim Hindurchleiten des Stromes so, dass, wenn der Strom durch den Draht in der durch die Pfeile in der Figur angegebenen Richtung fliesst, seine dem Beobachter zugekehrte Seite sich nach Norden wendet, ein auf seiner Ebene errichtetes Loth nimmt die der Richtung des magnetischen Meridians entsprechende Lage an. Die Richtung des Stromes im unteren Theile des Drahtes ist also nahezu von Ost nach West.

Genau ist diese Einstellung nicht, da, wenn auch bei grösserer Entfernung die Wirkungen der entgegengesetzten Ströme in den verticalen Leitern *v* und *t* des Gestelles sich fast ganz aufheben, doch die Wirkung des unteren horizontalen Armes *y* namentlich auf den oberen Theil *ab* des drehbaren Leiters die des oberen Armes *x* überwiegt. Der Leiter *abcd* stellt sich demnach etwas gegen die magnetische Ost-Westebene geneigt, so dass sich die Hälfte *b* dem Arme *y* ein wenig zuwendet. — Wird der Strom umgekehrt, so sucht sich der aufgehängte

---

[1]) Ampère, Ann. de Chim. et de Phys. **15**, 170, 1820. Berechnungen über die Wirkungen des Erdstromes auf ein um eine verticale Axe drehbares Rechteck von Thürmer. Programm der Realschule zu Leisnig 1878, 16 S.

Leiter um 180° zu drehen und schlägt dabei, seiner bisherigen Ablenkung aus der magnetischen Ost-Westebene folgend, gegen das Stativ mit seinen Aufhängedrähten an. Biegt man die letzteren wie in Fig. 51, so kann er sich völlig in die neue Gleichgewichtslage einstellen [1]).

Dasselbe Resultat giebt folgender Versuch. Ein 1,5 bis 2 m langer, 1 mm dicker elastischer Draht wird in der Mitte rechtwinklig umgebogen und mit seinen Enden in Klemmen befestigt. Liegt der Draht in der Ebene des magnetischen Meridians, so wird er beim Durchleiten des

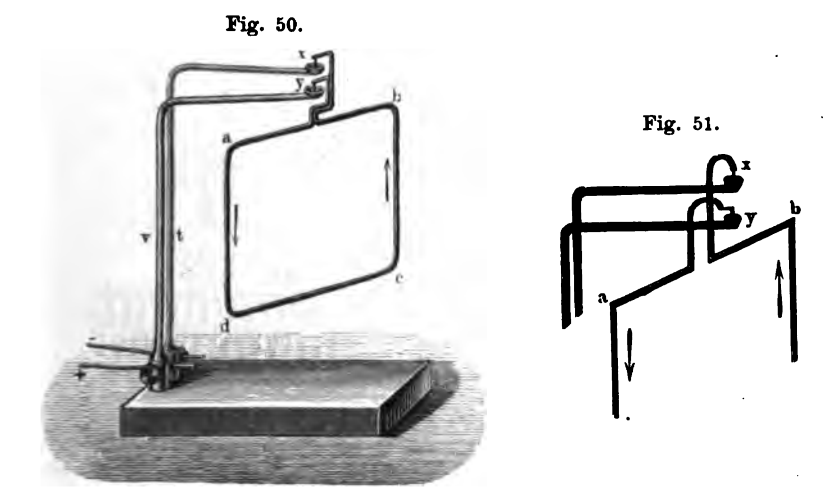


Fig. 50.

Fig. 51.

Stromes abgelenkt und geräth bei wiederholter Umkehrung desselben in Schwingungen [2]).

Die Ursache der beschriebenen Einstellung des Leiters können wir entsprechend den Ausführungen des vorigen Paragraphen in der Einwirkung eines galvanischen Stromes suchen, welcher in der Erde seinen Sitz hat und in einer so weiten Entfernung vom Leiter fliesst, dass die Dimensionen des letzteren gegen die erstere verschwinden. Die Richtung dieses Erdstromes ist danach die gleiche, wie die des Stromes in den unteren Theilen des Leiters, also nahezu von Ost nach West in der auf dem magnetischen Meridian senkrechten Ebene.

88 Man kann die Einstellung der Leiter durch folgende, von Ampère herrührende Vergleichung festhalten: Schwimmt ein Beobachter im geschlossenen Leiter mit dem Strome der positiven Elektricität fort und sieht dabei den Mittelpunkt des Leiters an, so stellt letzterer sich so ein, dass der magnetische Nordpol der Erde zur linken Hand des Beobachters liegt.

---

[1]) Krebs, Pogg. Ann. 139, 614, 1870. — [2]) Niemöller, Zeitschr. für Math. 1880, p. 147; Beibl. 5, 57.

89 Formt man den Leiter *abcd* aus mehreren, durch eine Ueberspinnung mit Seide von einander isolirten, dicht neben einander liegenden Windungen von Draht, so multiplicirt sich bei gleich bleibender Stromintensität die Wirkung, und die Einstellung des Leiters wird energischer. — Man kann auch die Windungen neben einander in einer Ebene, wie in Fig. 52, ausbreiten[1]). — Zieht man die Windungen aus einander, wie in Fig. 53, so stellt sich auch dieser Leiter so, dass das eine Ende der auf diese Weise gebildeten Spirale nach dem magnetischen

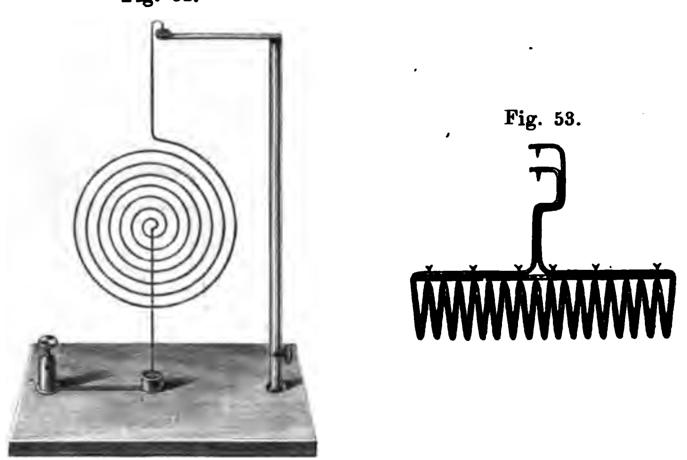


Fig. 52.

Fig. 53.

Norden, das andere nach Süden weist[2]). Man kann auch hier die Aufhängedrähte zweckmässig wie in Fig. 51 umbiegen.

90 Die Einstellungen eines verticalen geschlossenen Leiters durch den Erdstrom lassen sich auch ohne Anwendung eines besonderen Elementes nachweisen. Man befestigt auf einem Korke, Fig. 54, eine aus einigen Windungen bestehende Spirale von übersponnenem Kupferdraht, deren Enden unterhalb des Korkes an eine Kupfer- und eine Zinkplatte, *K* und *Z*, angelöthet sind. Lässt man diesen Apparat auf verdünnter Schwefelsäure schwimmen, so durchfliesst den Draht ein Strom in der Richtung des Pfeiles, und er stellt sich so, dass die dem Beschauer zugekehrte Seite sich nach Norden wendet[3]). Da sich unter dem Korke leicht Gasblasen sammeln, die den Apparat in Schwankungen versetzen, ersetzt man ihn zweckmässig durch ein halbeiförmiges, mit einem geraden Deckel geschlossenes, lackirtes, ausgehöhltes Holzstück. An Stelle der flachen Platten von Kupfer und Zink nimmt man zwei cylindrische

[1]) Van den Bos, Roget. Elektromagn., p. 108. — [2]) Ampère, l. c. — [3]) De la Rive, Gilb. Ann. 69, 81, 1821; ähnlich auch Pinaud, Ann. de Chim. et de Phys. 47, 204, 1834; Pogg. Ann. 36, 548. Eigentlicher Erfinder des Instrumentes ist Dr. Neeff, vergl. Pogg. Ann., l. c.

Platten, die, durch Holzstäbchen von einander getrennt, den nach unten gekehrten, abgerundeten Theil des Holzes conaxial umgeben [1]). — Carl [2]) bringt in ein in Wasser schwimmendes Glasgefäss, Fig. 55, unten etwas

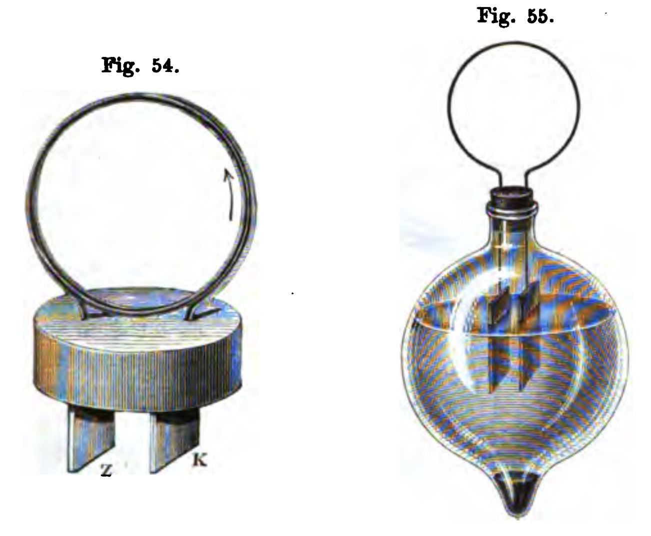


Fig. 54. Fig. 55.

Quecksilber und füllt es oben mit schwach angesäuertem Wasser, in welches eine Kupfer- und eine Zinkplatte tauchen, die durch zwei Drähte mit verschieden gestalteten Leitern verbunden sind.

91 Wirkt die Erde wie ein galvanischer Strom in dem §. 87 angeführten Sinne, so müssen sich auch die übrigen §. 5 u. flgde. mitgetheilten Erfahrungen auf ihn übertragen lassen. Dies hat G. de la Rive [3]) durch einige Versuche mittelst des Fig. 56 bis 59 (a. f. S.) mit geringen Abänderungen gezeichneten Apparates gezeigt. Er besteht aus zwei Holzscheiben, in welche die Rinnen *ab*, *cd* und *ef* eingegraben sind, die mit Quecksilber gefüllt werden. Die Rinnen *ab* und *cd* können durch Querwände *g*, *h* und *i*, *k* in je zwei Hälften getheilt werden. Die Holzscheiben sind durch eine Holzsäule verbunden, durch welche zwei Drähte gehen, von denen der eine oberhalb einen Quecksilbernapf *q* trägt, der andere zur Rinne *ef* führt. Die beiden Drähte sind mit den Klemmschrauben *l* und *m*, die beiden Hälften *c* und *d* der Rinne mit den Klemmschrauben *n* und *o* in Verbindung.

Wird auf den Quecksilbernapf *q* ein Leiter von Draht, Fig. 57, vermittelst einer Stahlspitze *s* aufgesetzt, während sein anderes Ende *t* in

---

1) Krebs, Pogg. Ann. 133, 186, 1868. — 2) Carl, Carl's Repert. 8, 49, 1872. — 3) G. de la Rive, Ann. de Chim. et de Phys. 20, 269. A. de la Rive, Ann. de Chim. et de Phys. 21, 24, 1822. Auch Pohl, Gilb. Ann. 74, 389 und 75, 269, 1823.

die Rinne *ef* eintaucht, und werden die Klemmschrauben *m* und *l* mit den Polen der Säule verbunden, so fliesst z. B. der Strom im Leiter in der durch die Pfeile angegebenen Richtung. Derselbe stellt sich analog den Erfahrungen des vorigen Paragraphen so, dass der Strom in seiner unteren Seite von Ost nach West fliesst.

Werden dagegen die Klemmschrauben *n* und *o* mit den Polen der Säule verbunden, und wird Leiter Fig. 58 auf den Quecksilbernapf *q* aufgesetzt, der jetzt nur als Träger dient, so durchfliesst ihn der Strom z. B. in der Richtung der Pfeile. Er stellt sich dann so, dass der Strom in seinem oberen Theile von West nach Ost fliesst. Es überwiegt also die Wirkung auf die längeren verticalen Drähte. — Wird der obere Theil des Leiters, Fig. 59, durch einen Glasstab ersetzt, und werden seine unteren Enden metallisch verbunden, und von seinen beiden oberen Enden zwei Platindrähtchen *u* und *v* in die beiden Hälften der Rinne *ab* eingesenkt, die man mit den Polen der Säule verbindet, so stellt sich der Leiter so, dass der Strom in seinem unteren Theile von

Fig. 56.

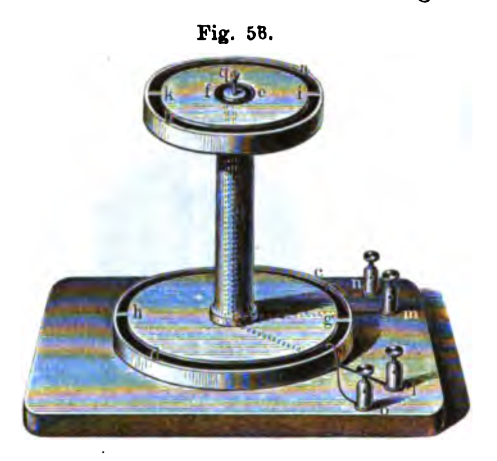
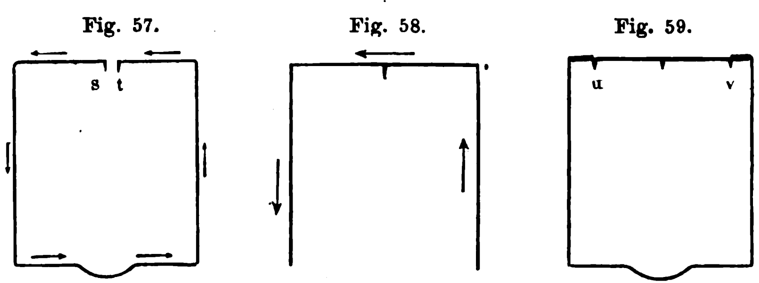


Fig. 57. Fig. 58. Fig. 59.



Ost nach West fliesst. — Besteht der Leiter nur aus zwei verticalen, durch einen Glasstab verbundenen Drähten, deren Enden in die Rinnen *ab* und *cd* tauchen, wird dann die obere Rinne *ab* nicht getheilt, wohl aber die untere, und werden deren beide Hälften mit den Polen der Säule durch die Klemmschrauben *n* und *o* verbunden, so fliesst der Strom in dem einen der verticalen Drähte von oben nach unten, in dem anderen von unten nach oben. Auch hier stellt sich der erstere Draht gegen Osten ein. — Fliesst in beiden Drähten der Strom aufwärts oder abwärts, indem man beide Rinnen *ab* und *cd* ungetheilt lässt und *ab* mit

dem einen, *cd* mit dem anderen Pole der Säule verbindet, so bleibt der Leiter in jeder Lage in Ruhe. — Wird der eine der beiden Drähte dieses letzteren Apparates entfernt, so dass nur noch ein einziger verticaler Draht übrig bleibt, so stellt er sich, wenn der Strom in ihm abwärts fliesst, auf der östlichen, wenn er aufwärts fliesst, auf der westlichen Seite des Apparates ein. Wird endlich die Rinne *ab* bei *i* und *k* getheilt, und ein horizontaler Draht auf *d* aufgesetzt, dessen Enden in die mit den beiden Polen der Säule verbundenen beiden Hälften der Rinne eintauchen, so stellt er sich so, dass der Strom in ihm von Ost nach West fliesst.

Fig. 60.



Der zuletzt beschriebene Versuch lässt sich noch einfacher in folgender Weise anstellen.

Man hängt einen Draht *abcd*, Fig. 60, an einem Coconfaden so auf, dass seine Enden *a* und *d* in eine kreisförmige Quecksilberrinne tauchen, die bei *h* und *i* durch Glaswände in zwei Hälften getheilt ist, und verbindet das Quecksilber in beiden Hälften mit den Polen der Säule. Der Draht *abcd* dreht sich so, dass die Stromrichtung in ihm die ostwestliche ist.

92 Der von Ost nach West gerichtete Erdstrom zieht, wie jeder andere Strom, einen von Ost nach West gerichteten horizontalen Leiter an, wenn durch ihn ein Strom in gleicher Richtung fliesst; er stösst ihn bei entgegengesetzter Stromrichtung ab. Dies hat auch noch Mallet[1]) bestätigt, indem er auf einem 3 m langen, an einer Wage in ostwestlicher Lage aufgehängten Holzbrette zehn Drähte parallel neben einander befestigte, ihre amalgamirten Enden in Quecksilbernäpfe tauchen liess und durch Zuleitungsdrähte, welche mit jenen Drähten zusammen ein Rechteck bildeten, den Strom durch alle hinter einander leitete. Gleichviel, ob die Zuleitungsdrähte nördlich oder südlich von den Drähten auf dem Brette lagen, wurde dasselbe schwerer oder leichter, je nachdem der Strom einer Bunsen'schen Säule von zehn Elementen in der Richtung des Erdstromes oder entgegengesetzt durch jene Drähte floss. — Die Wirkung des Stromes in den Zuleitungsdrähten auf letztere war somit eliminirt.

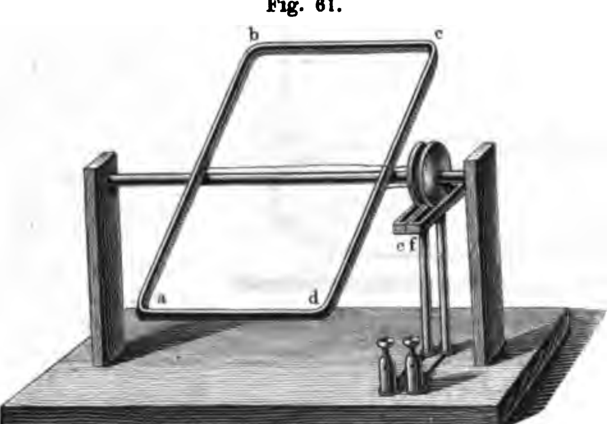
---

[1]) Mallet, Phil. Mag. [5] 4, 321, 1877; Beibl. 1, 689.

93 Durch die vorhergehenden Versuche ist festgestellt, dass die Richtung des Erdstroms im Wesentlichen die ostwestliche ist. Um die Lage dieses Stromes noch näher zu bestimmen, bedient sich Ampère (l. c.) des folgenden Apparates.

Man befestigt einen Leiter *abcd*, Fig. 61, welcher aus mehreren Windungen von übersponnenem Kupferdraht gebildet ist, an einer von ihm isolirten, in zwei Zapfenlagern sehr leicht laufenden Axe. Die Enden des Drahtes sind mit kleinen Kupferrädchen verbunden, welche in die Quecksilberrinnen *e* und *f* eintauchen. Der Draht ist so äquilibrirt, dass er in jeder Lage im Gleichgewichte ist. Liegt die horizontale Axe senkrecht gegen die Richtung der Declinationsnadel, und verbindet man mit den Quecksilbernäpfen *e* und *f* die Pole der Säule, so nimmt der Leiter wieder eine solche Lage an, dass in seinem unteren horizontalen Theile

Fig. 61.



der Strom von Ost nach West geht. Zugleich senkt er sich mit seinem oberen Ende nach Norden, so dass seine Ebene gegen die Verticalebene geneigt ist. Seine Ebene stellt sich hierbei zu der Axe der Inclinationsnadel senkrecht.

Der horizontale Erdstrom hat, gerade wie jeder andere horizontale und der Axe des Apparates parallele Strom, auf die Seiten *ab* und *cd* dieses Apparates keinen Einfluss, da die Richtung des Stromes in beiden entgegengesetzt ist. Dagegen stellt sich die Ebene des Stromes *abcd* so ein, dass sie mit der durch die Axe und den Erdstrom gelegten Ebene zusammenfällt, und dabei die Seite *ad*, in welcher der Strom dem Erdstrom gleich gerichtet ist, sich ihm zukehrt. Wir müssen also den Erdstrom südlich von unseren Beobachtungsorten in ostwestlicher Richtung, und zwar in der auf der Inclinationsnadel normalen Ebene annehmen.

Ein unmittelbares Ergebniss der vorhergehenden Angaben ist folgender Versuch: Hängt man einen horizontalen, etwa 0,3 m langen

Draht in ostwestlicher Richtung an zwei langen Coconfäden auf und lässt seine beiden, nach unten umgebogenen Enden in zwei mit den Polen der Säule verbundene Gefässe voll Quecksilber eintauchen, so verschiebt er sich, sich selbst parallel, nach Süden, wenn der Strom in ihm von Ost nach West, dagegen nach Norden, wenn der Strom von West nach Ost fliesst[1]).

An verschiedenen Stellen der Erde richtet sich je nach der Aenderung der Declination und Inclination ein beweglich aufgehängter Stromleiter verschieden, immer jedoch entsprechend den hier ausgesprochenen allgemeinen Gesetzen.

Da wir §. 16 gesehen haben, dass ein Stromleiter unter Einfluss eines langen geradlinigen Stromes in Rotation kommen kann, so lassen sich solche Rotationen auch durch den Erdstrom hervorbringen. Die Gesetze dieser Rotationen lassen sich einfacher ableiten, wenn man den Erdstrom durch einen Magnet ersetzt denkt. Wir wollen sie deshalb erst im Capitel „Elektromagnetische Rotationen" behandeln.

Ströme der Elektrisirmaschine würden bei hinlänglicher Intensität die gleichen Resultate liefern, wie galvanische Ströme, doch sind die Versuche schwierig anzustellen und geben kein wesentlich neues Resultat.

---

[1]) Faraday, Quarterly Journ. 12, 416; Gilb. Ann. 72, 122, 1822; auch Pohl, Gilb. Ann. 75, 282, 1823.

B.

ELEKTROMAGNETISMUS.

Erstes Capitel.

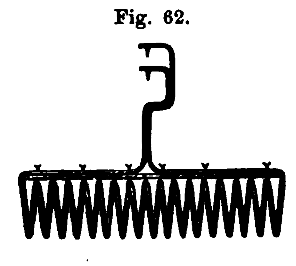
Allgemeine Theorie der Magnetisirung. Verhalten der Magnete gegen elektrische Ströme.

I. Allgemeine Theorie der Magnetisirung.

Hängt man an dem Ampère'schen Stativ eine in vielen Windungen gewundene Drahtspirale, Fig. 62, auf, so kann man beim Hindurchleiten eines Stromes die Kraft, mit der sie durch die Einwirkung des Erdstromes gerichtet wird, durch die Anzahl der Schwingungen bestimmen, welche sie in einer bestimmten Zeit um ihre nordsüdliche Gleichgewichtslage macht. — Legt man in die Spirale, während der Strom hindurchfliesst, einen dünnen, mit Papier beklebten Stab von Stahl oder hartem Eisen, so schwingt die Spirale trotz der Vermehrung des Trägheitsmomentes durch die Masse des Stabes schneller um ihre Gleichgewichtslage, als vorher. Ein gleich schwerer, mit Papier beklebter Kupfer- oder Messingstab vergrössert dagegen, entsprechend der Zunahme des Trägheitsmomentes, die Schwingungsdauer. Oeffnet man den Strom und lässt dabei den Stab in der Spirale, so behält auch jetzt noch ihre Axe eine Richtung von Nord nach Süd und schwingt um diese Gleichgewichtslage, wenn auch schwächer, als während der Schliessung des Stromes. — Auch für sich aufgehängt, stellt sich der Stahlstab, wie die Spirale, mit seiner Axe von Nord nach Süd. Wird er in seinem Schwerpunkte unterstützt, so nimmt er die Stellung der Inclinationsnadel an.

94

Fig. 62.



Wir schliessen aus diesen Versuchen, dass der Stab, während er in der Spirale der Wirkung des Stromes ausgesetzt war, Eigenschaften angenommen hat, welche sein Verhalten gegen den Erdstrom mit dem der Spirale gleich machen, und dass er nach Oeffnen des Stromes diese Eigenschaften zum Theil noch beibehalten hat. — Der Stab ist während der Schliessung des Stromes ein Elektromagnet geworden und hat einen gewissen temporären Magnetismus erhalten; nach dem Oeffnen des Stromes hat er einen Rückstand an Magnetismus, einen bestimmten permanenten Magnetismus beibehalten.

Eisenstäbe behalten viel weniger permanenten Magnetismus als Stahlstäbe, um so weniger, je weicher sie sind.

Diese Magnetisirung des Eisens und Stahls durch den galvanischen Strom ist kurz nach der Entdeckung der Ablenkung der Magnetnadel durch denselben von Oersted und Arago[1]) gefunden worden.

Man nennt jetzt allgemein das Ende des Stabes, welches sich nach Norden wendet, seinen Nordpol, oder, da man es gewöhnlich in irgend einer Weise am Stabe auszeichnet, seinen bezeichneten Pol; das entgegengesetzte Ende seinen Südpol oder unbezeichneten Pol[2]). — In früheren Zeiten kehrte man die Bezeichnungen des Nord- und Südpols häufig um.

Um einen Stahl- oder Eisenstab zu magnetisiren, ist es nicht nöthig, ihn in eine Spirale einzuschieben. Es genügt, ihn quer über einen geradlinigen Draht hinüber zu legen, durch welchen ein Strom fliesst. Der Stab wird magnetisch, wie wenn der Draht einen Theil einer um den Stab gewundenen Spirale von unendlich grossem Radius bildete, durch welche man den Strom in der dem Strome im Draht entsprechenden Richtung geleitet hätte.

Betrachtet man einen Magnetstab von der Seite, so dass man seinen Nordpol zur Linken hat, so sind die ihn magnetisirenden Ströme von den Füssen des Beschauers zu seinem Kopfe, und dann nach vorn hin um den Magnetstab gerichtet oder nur von einer Seite dieser Richtung entsprechend. Dabei ist es gleichgültig, ob die zur Magnetisirung des Stabes benutzte Spirale rechts oder links gewunden ist. Verfolgt man in jeder ihrer Windungen die Richtung des Stromes, so giebt das eben angeführte Bild von Ampère (vergl. §. 88) die Art der Magnetisirung.

95 Wird einer frei aufgehängten, vom Strom durchflossenen Spirale eine zweite, gleichfalls von einem Strom durchflossene Spirale mit ihrem Ende genähert, so wird erstere angezogen oder abgestossen, je nachdem in beiden Spiralen die Stromrichtung die gleiche oder die entgegengesetzte ist. Legt man in die eine oder die andere Spirale einen

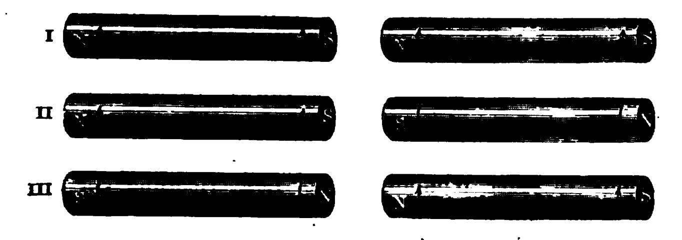
[1]) Arago, Ann. de Chim. et de Phys. 15, 93, 1820; Gilb. Ann. 66, 311, 1820. — [2]) Faraday, Exp. Res. Ser. 1, §. 44, Anm. 1831.

weichen Eisenstab oder Stahlstab, so werden diese Anziehungs- und Abstossungserscheinungen bedeutend gesteigert. In noch höherem Grade geschieht dies, wenn in beide Spiralen Eisen- oder Stahlstäbe eingeschoben werden. Die Stäbe haben also auch hier durch den temporären Magnetismus, welcher in ihnen durch die Einwirkung der Ströme erregt worden ist, die Eigenschaften der Spiralen erhalten. Nimmt man die Stäbe aus den Spiralen heraus, so bewahren sie je nach ihrer Beschaffenheit mehr oder weniger permanenten Magnetismus und somit auch die Eigenschaften, welche sie in den Spiralen erlangt hatten.

Wird daher der eine von den Stahlstäben, welche auf diese Weise behandelt waren, an einem dünnen Faden frei aufgehängt, und der andere seinem einen oder anderen Ende genähert, so wird der bewegliche Stahlstab angezogen, wenn die magnetisirenden Ströme um beide in gleicher Richtung geleitet waren, dagegen abgestossen, wenn die magnetisirenden Ströme um beide eine entgegengesetzte Richtung gehabt hatten. Wir setzen dabei voraus, dass die Wirkung der von einander entfernten Enden der Stäbe gegen die der einander genäherten zu vernachlässigen ist. Betrachtet man die Stäbe als linear, so verhalten sie sich wie zwei Solenoide, deren Enden sich gleichfalls anziehen oder abstossen, je nachdem die Ströme selbst, von oben gesehen, gleiche oder entgegengesetzte Richtung haben (vergl. §. 47).

Ein Beispiel der Anziehung beider Stäbe liefert Fig. 63 I; Beispiele der Abstossung Fig. 63 II und III, wo die Richtung der die Stahlstäbe magnetisirenden Ströme durch Pfeile bezeichnet ist.

Fig. 63.



Aus einer Betrachtung dieser Pfeile ergiebt sich, dass sich die mit *N* und *S* bezeichneten Enden der Stäbe, wenn dieselben frei aufgehängt werden, nach Nord und Süd kehren, also den Nordpolen und Südpolen der Magnetstäbe entsprechen. Es folgt also, dass die gleichnamigen Pole der Magnete, Nordpol und Nordpol, Südpol und Südpol, einander abstossen, ungleichnamige Pole, Nordpol und Südpol, einander anziehen.

Man könnte danach die Einstellung der Magnetstäbe (und ebenso der Stromleiter) unter dem Einflusse des Erdstroms erklären, indem man sich an seiner Stelle einen Magnet in der Erde dächte, dessen Axe auf der Ebene des Erdstroms senkrecht stände, dessen unbezeichneter

(Süd-) Pol nach Norden, dessen bezeichneter (Nord-) Pol nach Süden gekehrt wäre. Da sich zwei in relativ grossen Entfernungen von einander frei aufgehängte Magnetnadeln parallel stellen, dabei aber ihre Schwerpunkte in unveränderter Lage bleiben, so müssen wir annehmen, dass die Pole dieses Erdmagnetes sich in so weiter Entfernung von dem Beobachtungsorte befinden, dass ihre Wirkungen auf die Pole der Magnetnadeln gleich und entgegengesetzt gerichtet sind. Die nähere Bestimmung der Lage des hypothetischen Erdmagnetes u. s. f. gehört in das hier nicht zu behandelnde Gebiet des Erdmagnetismus.

96 Statt der galvanischen Ströme kann man sich zur Magnetisirung der Eisen- und Stahlstäbe auch der Ströme der Reibungselektricität bedienen, wie sie z. B. bei der Verbindung der Pole einer Holtz'schen Maschine geliefert werden. Indess sind die hierbei erzeugten Elektricitätsmengen relativ klein, so dass die Wirkung gering ist.

Bringt man senkrecht zu dem Schliessungsdrahte der Batterie Stahlnadeln an, so sind sie nach der Entladung magnetisch [1]). Bilden sie mit demselben einen kleineren Winkel als 90°, so nimmt entsprechend dem Sinus des Neigungswinkels die Magnetisirung ab [2]). — Schiebt man auf den Schliessungsdraht eine in der Mitte durchbohrte Stahlscheibe, so ist sie nach der Entladung unmagnetisch; zerschneidet man sie aber in äquatorialer Richtung, so sind ihre beiden Hälften magnetisch [3]).

Auch wenn man einen Draht spiralförmig um eine Glasröhre windet, in dieselbe einen Stahlstab legt und die Entladung durch den Draht leitet, wird der Stahlstab magnetisch [4]).

Wird hierbei die Spirale an verschiedenen Stellen rechts und links herum gewickelt, so entstehen im Stahlstabe selbst an den Umwendungsstellen der Spirale Pole, sogenannte Folgepunkte [5]) (siehe §. 110).

Besteht der Spiraldraht aus Stahl oder hartem Eisen, so wird er selbst auch ohne Einlage durch die Entladung permanent magnetisirt, indem dieselbe in jeder Windung in der Längsrichtung der Spirale auf letztere magnetisirend wirkt [6]).

Da indess die Entladung der Batterie meist aus einer Reihe abwechselnd gerichteter Ströme zusammengesetzt ist, welche nach einander entgegengesetzte Magnetisirungen hervorbringen, so sind die Verhältnisse viel complicirter, als bei dem Durchgang der galvanischen Ströme. Wir können diese Verhältnisse erst im Capitel „Induction" behandeln [7]).

---

1) Davy, Trans. Roy. Soc. 1821; Gilb. Ann. 71, 232, 1822. — 2) Hill, Schweigg. J. 34, 308, 1822. — 3) Erman, Schweigg. J. 37, 24, 1823. v. Beck, Gilb. Ann. 72, 7, 24, 27, 1822. — 4) Davy, l. c. — 5) Böckmann, Gilb. Ann. 68, 12, 1821. — 6) de la Borne, Ann. de Chim. et de Phys. 16, 194, 1821. — 7) Die Magnetisirung bezw. Aenderung derselben durch den elektrischen Strom ist zuerst bei Blitzschlägen an den Compassen von Schiffen (Phil. Trans. abr. 2, 309, 1676), und stählernen Werkzeugen (ibid. 1732, abridged. 8, 25) wahrgenommen worden. Dann liessen Franklin (Exp. and Obs., p. 91),

97 Ebenso wie eine vom galvanischen Strome durchflossene Spirale einen Eisen- und Stahlstab temporär und permanent magnetisiren kann, kann auch weiter der Magnetismus von einem temporär oder permanent magnetisirten Eisen- oder Stahlstab auf einen zweiten solchen Stab übertragen werden. Legt man z. B. einen Stahlmagnet in der Ost-West-Richtung einer Magnetnadel in einer gewissen Entfernung gegenüber, so wird dieselbe aus ihrer Lage abgelenkt. Legt man zwischen den Magnet und die Nadel einen Stab von weichem Eisen, so wird die Nadel viel stärker abgelenkt, und die Verstärkung der Ablenkung ergiebt, dass der Eisenstab sich in gleichem Sinne magnetisirt hat, wie der Stahlmagnet, so dass das dem Nordpol des letzteren zugekehrte Ende des Eisenstabes südpolar geworden ist. Entfernt man den Stahlmagnet, so verschwindet die Ablenkung der Nadel zum grössten Theil; der durch die Einwirkung des Stahlmagnets hervorgerufene temporäre Magnetismus des Eisens ist also fast völlig verschwunden. — Wendet man statt des Eisenstabes einen Stahlstab an, so bewahrt die Magnetnadel einen bestimmten Theil ihrer Ablenkung, namentlich wenn man den Stahlstab während seiner Berührung mit dem Magnet erschüttert hat. Der Stahlstab behält einen gewissen permanenten Magnetismus.

Benutzt man bei diesen Versuchen statt des magnetisirenden Stahlmagnetes eine von einem Strome durchflossene Spirale, in welche man einen Eisenstab einschiebt, so summirt sich die magnetisirende Wirkung des Stromes in der Spirale und die Wirkung des durch dieselbe elektromagnetisirten Eisenkernes; die Ablenkung der Magnetnadel wird viel bedeutender, als bei Anwendung der Spirale allein; die temporäre Magnetisirung des Stabes vor der Spirale mit ihrem Kerne ist viel grösser geworden. Legt man vor die Spirale mit Kern einen Stahlstab, so ist auch der in demselben zurückbleibende permanente Magnetismus viel bedeutender, als ohne Anwendung des Eisenkernes.

Je näher die zu magnetisirenden Stäbe an den magnetisirenden Stahl- oder Elektromagnet gebracht werden, desto stärker wird ihr temporärer und permanenter Magnetismus; er ist bei unmittelbarer Berührung derselben am stärksten.

Also auch hier ist das Verhalten eines permanent magnetischen Stahlstabes, sowie eines (elektro-) magnetischen Eisenstabes ganz analog dem Verhalten einer vom Strome durchflossenen Spirale.

98 Die Erregung des temporären Magnetismus des weichen Eisens durch Magnete und Elektromagnete bewirkt, dass das Eisen vom Magnet angezogen wird, indem auf der dem Pol des Magnetes zugekehrten Seite des Eisens temporär ein ungleichnamiger Pol entsteht.

---

ebenso nachher Wilcke (Abh. d. schwed. Akad., deutsch 1766, S. 315) Schläge durch Stahlnadeln gehen, indess mit unsicherem Erfolg, da, wie van Marum sagt (Beschreibung der grossen Elektrisirmaschine 1786, S. 36), hierbei die Erschütterung wirkte.

Legt man daher an den nach unten gerichteten Nordpol eines vertical befestigten Stahlmagnetes ein kurzes Eisenstäbchen, so erhält es temporär einen Südpol auf der dem Magnetpol zugekehrten, einen Nordpol auf der ihm abgekehrten Seite. Legt man ein zweites Eisenstäbchen unten an das erste, so wird auch dieses in gleichem Sinne temporär magnetisch wie das erste, und bleibt daran hängen. Ebenso verhält sich ein drittes und viertes Stäbchen u. s. f., bis das Gewicht der an den Magnetstab angehängten Stäbchen die Anziehung des Magnetes gegen das obere überwiegt und alle abreissen. — Reisst man das oberste Stäbchen von dem Magnet ab, so fallen die unteren von ihm ab, da ihr temporärer Magnetismus nach dem Aufhören der Einwirkung der magnetisirenden Kraft verschwindet, und der in ihnen zurückbleibende permanente Magnetismus zu klein ist, um die Anziehung zwischen ihnen in hinlänglicher Stärke zu erhalten.

Legt man auf die Pole eines Stahlmagnetes zwei Eisenplatten, so zeigen ihre von den Polen abgekehrten Enden dieselbe Polarität, wie die Pole des Magnets. Man kann durch diese „Armirung" die Pole des Magnets an zwei beliebige, einander naheliegende Orte verlegen.

Man bezeichnet einen weichen Eisenstab, welcher von den Polen eines Magnetes oder Elektromagnetes angezogen wird, mit dem Namen seines Ankers.

99 Verbindet man die beiden Polflächen eines Stahlmagnetes durch einen Stab von weichem Eisen, so unterstützen sich die von beiden Polen des Stahlmagnetes ausgehenden temporären Magnetisirungen des weichen Eisens gegenseitig. Dann ist die Anziehung des auf diese Weise an den Magnet gelegten Ankers bedeutender, und man kann viel grössere Gewichte daran hängen, ohne dass er von den Magnetpolen abgerissen wird, als wenn man nur an jeden einzelnen Pol Eisenstäbe anlegte und diese durch Gewichte abzureissen suchte.

Man bezeichnet die Gewichte, welche erforderlich sind, um einen an den einen oder an beide Pole eines Magnetes gelegten Anker von ihnen abzureissen (mit Einschluss des Gewichtes des Ankers selbst, wenn dasselbe nicht auf irgend eine Weise äquilibrirt ist), mit dem Namen der Tragkraft des Magnetes. — Dieselbe kann in vielen Fällen als ein Maass für die Stärke der Magnetisirung dienen.

100 Nähert man einem vertical aufgestellten, permanent magnetisirten Stahlstabe von der Seite her eine an einem Coconfaden aufgehängte oder auf einem auf einer Spitze schwebenden Achathütchen befestigte, kurze, magnetisirte Stahlnadel und zählt die Schwingungen, welche sie in einer gegebenen Zeit macht, so beobachtet man, dass die Anziehungs- und Abstossungserscheinungen sich hauptsächlich an den Endpunkten des Stabes zeigen, gegen seine Mitte aber ziemlich schnell bis zu Null abnehmen.

Die Resultanten der von den einzelnen Punkten jeder Hälfte des Magnetstabes auf die Enden der Magnetnadel wirkenden anziehenden und abstossenden Kräfte lassen sich auf diese Weise bestimmen. Sie schneiden den Magnetstab selbst in Punkten, die je nach dem Abstande der Stahlnadel von dem Magnetstabe näher oder entfernter von den Enden liegen. Denkt man sich die Stahlnadel unendlich weit entfernt, so dass die von den einzelnen Stellen jeder Hälfte des Magnetstabes auf ihre Enden wirkenden Kräfte einander parallel werden und nimmt an, dass die von der anderen Hälfte ausgehenden Kräfte verschwinden, so schneiden die Resultanten dieser Kräfte den Magnetstab in zwei Punkten, den eigentlichen Polen desselben. — Im gewöhnlichen Sprachgebrauch überträgt man häufig den Namen der Pole auf die mit der betreffenden Polarität begabten Enden der Stahl- und Eisenstäbe.

101 Die Analogien, welche sich bereits zwischen dem Verhalten zweier magnetischer Stahl- oder Eisenstäbe und zweier vom Strome durchflossener Drahtspiralen herausgestellt haben, machen es wahrscheinlich, dass in den Stäben durch den Einfluss der Ströme in den Spiralen, in welche sie eingelegt worden waren, galvanische Ströme entstanden sind, die in gleicher Richtung, wie die letzteren, in ihnen kreisen und auch in grösserer oder geringerer Intensität noch fortbestehen, nachdem die Stäbe aus den Spiralen entfernt worden sind. Es fragt sich, ob diese hypothetischen Ströme die ganze Masse der Stäbe durchfliessen oder um ihre einzelnen Molecüle kreisen. Hierüber geben die folgenden Versuche Aufschluss:

Bildet man den Stab aus einer grösseren Anzahl dünner, parallel neben einander gelegter und zusammengebundener Stahldrähte, so zeigt, nachdem der aus ihnen geformte Stab der Einwirkung der vom Strome durchflossenen Spirale ausgesetzt war, jeder dieser Drähte für sich dasselbe magnetische Verhalten, wie der aus ihnen gebildete Stab.

Zerbricht man einen Magnetstab und hängt seine einzelnen Längstheile an Coconfäden auf, so dass sie sich in einer Horizontalebene drehen können, so stellen sie sich wie der ganze Stab in der Richtung der Declinationsnadel ein, und zwar weisen die im Stabe vorher nach Nord gerichteten Enden der Theile wieder nach Nord. Nähert man jedem Theile von der Seite eine Magnetnadel, so zeigt sich, dass jeder derselben einen Nord- und einen Südpol besitzt, wie vorher der ganze Stab.

Jedes einzelne Theilchen eines Stahlstabes, welcher der Wirkung einer vom Strome durchflossenen Spirale ausgesetzt war, hat daher in gewisser Beziehung die Eigenschaft der Spirale angenommen, sich mit der Axe in der Richtung von Nord nach Süd zu stellen. Dasselbe ist magnetisch oder zu einem „Molecularmagnet“ geworden.

102 Diese Thatsache wird auch durch folgenden Versuch bestätigt: Füllt man eine an beiden Enden durch Korke verschlossene Glasröhre

mit feiner Stahlfeile und hängt sie frei beweglich in der Horizontalebene auf, so ist sie in jeder Lage im Gleichgewicht. Schiebt man aber die Glasröhre durch eine vom Strome durchflossene Spirale, und ist die Stahlfeile in derselben magnetisch geworden, so stellt sich die Röhre mit ihrer Axe von Nord nach Süd. Schüttet man die Stahlfeile aus der Röhre aus, reibt sie stark durch einander und füllt sie von Neuem in die Röhre, so stellt sich dieselbe beim Aufhängen nicht mehr von Nord nach Süd. Durch das Umschütteln haben die einzelnen Theile der Stahlfeile ihre Lage verlassen; die Richtung, welche sich in ihnen von Nord nach Süd stellt, ist nicht mehr in allen gleich gerichtet. Der Erdstrom kann daher die mit ihnen gefüllte Röhre nicht mehr einstellen.

103 Nach diesen Versuchen kann man annehmen, es seien durch die Einwirkung des Stromes in der Spirale in den einzelnen Molecülen eines Eisen- oder Stahlstabes galvanische Ströme von einer gewissen Intensität, sogenannte Molecularströme, erzeugt worden, welche in derselben Richtung fliessen, wie jener Strom in den Windungen der Spirale. Diese Ströme verschwinden bei Stäben von weichem Eisen nach dem Aufhören des magnetisirenden Stromes in der Spirale fast vollständig; im Stahl dauern sie mit einer freilich geringeren Intensität fort.

104 Statt dieser Annahme könnte auch eine zweite Hypothese aufgestellt werden [1]).

Um die einzelnen Molecüle des Stahles und Eisens fliessen permanent in bestimmten Richtungen Molecularströme, welche indess

---

[1]) Ampère hat zuerst die Ansicht aufgestellt, dass um die Molecüle der magnetischen Metalle von vornherein Ströme circuliren und durch äussere magnetisirende Kräfte gerichtet werden. Er wurde hierzu durch die Beobachtung geführt, dass ein in sich geschlossener, aus mehreren Windungen bestehender Drahtkreis, welcher conaxial und concentrisch in einem etwas weiteren, von einem Strome durchflossenen Drahtkreise aufgehängt ist, von einem starken Magnet nicht abgelenkt wird, so dass in ihm keine Ströme erzeugt (inducirt) worden wären. (Journal des mines 5, 537, 1821. Recueil d'Observations, p. 164; lettre à M. van Beck, ibid. p. 170.) An letzter Stelle spricht er indess eine etwas andere Ansicht aus, wonach der Unterschied der magnetischen und unmagnetischen Metalle möglicher Weise darin läge, dass in allen Metallen Ströme um die Molecüle erregt würden, sie aber nur in ersteren verschoben werden könnten, in letzteren nicht oder nur durch sehr starke Kräfte; eventuell könnten sie bei Anwendung sehr bedeutender Kräfte magnetisch werden. In dem Mémoire sur la théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques 1826, p. 372 (Nr. 8) bemerkt er nach der Entdeckung des Rotationsmagnetismus durch Arago, dass derselbe auch davon herrühren könnte, dass die Molecularströme zu ihrer Bildung bezw. zu ihrem Verschwinden einer gewissen Zeit bedürften, wobei sie gerade wie magnetische Molecüle wirkten, in denen die Fluida sich allmählich immer mehr von einander trennten oder nachher wieder vereinten. Die starre Verbindung der Molecularströme mit den Molecülen der magnetischen Metalle und die Drehung mit ihnen zusammen durch magnetische Kräfte ist dann von W. Weber (Elektrodynamische Maassbest. 4, 557) aufgestellt worden.

in einem gewöhnlichen Stabe nach allen Richtungen durch einander liegen. Da die Wirkung dieser Ströme durch das Product ihrer Intensität mit den von ihnen umflossenen Flächen dargestellt wird (§. 41), so können wir beliebige Annahmen über das gegenseitige Verhältniss dieser beiden Grössen machen, vorausgesetzt, dass ihr Product ungeändert bleibt. Die natürlichste Annahme ist, dass in der ganzen Masse eines homogenen magnetischen Metalles sowohl die Intensitäten als auch die Flächenräume aller Molecularströme gleich sind. Ein auf der Ebene eines Molecularstromes errichtetes Loth, dessen Länge jenem Product proportional ist, wollen wir mit dem Namen seiner Axe bezeichnen.

In einem unmagnetischen Stabe liegen die Axen der Molecularströme nach allen Richtungen durch einander. Ihre Wirkungen nach aussen heben sich auf. Bei der Wirkung eines äusseren, zu der Axe des Stabes normalen, magnetisirenden Stromes drehen sich die Molecüle des Metalles so um ihren Schwerpunkt, dass die dem magnetisirenden Strome zugekehrten Seiten der Molecularströme sich demselben mehr oder weniger parallel stellen. Man kann dann die Wirkung der Ströme nach aussen in zwei Componenten zerlegen, indem man durch ihre Axen Ebenen legt, welche der Axe des Stabes parallel sind, und die Axen der Molecularströme selbst in diesen Ebenen einmal auf eine der Axe des Stabes parallele Linie und dann auf eine gegen dieselbe senkrechte Ebene projicirt. Da die verschiedenen Molecularströme vor der Einwirkung des magnetisirenden Stromes nach allen Richtungen im Stabe liegen, so wenden die letzteren Projectionen der Axen bei den verschiedenen Molecularströmen sich in den gegen die Axe des Stabes senkrechten Ebenen nach allen Richtungen hin, und so heben sich die Wirkungen der durch sie dargestellten Componenten der Molecularströme nach aussen gegenseitig auf. Die Projectionen der Axen der Molecularströme auf die der Axe des Stabes parallelen Linien stellen aber Systeme von Molecularströmen dar, welche alle normal zu jener Axe verlaufen, wie auch die in der ersten Hypothese angenommenen Molecularströme. — Nehmen wir an, dass die mittlere Grösse der Projectionen der Axen der Molecularströme auf die Axe des Stabes an allen Stellen gleich gross sei, so sind auch, da wir die Intensitäten der Molecularströme als gleich angenommen haben, die Flächenräume dieser senkrecht gegen die Axe des Stabes verlaufenden Molecularströme gleich gross. Jede Längsfaser des Stabes verhält sich dann wie ein Solenoid. — Ist die mittlere Grösse der Projectionen nach der Mitte des Stabes hin grösser, als am Ende, so verhält sich derselbe wie ein System von gleich gerichteten Solenoiden, die über einander geschoben sind, mit ihren Mitten zusammenfallen und allmählich immer kürzer werden. Dann äussert der Stab nicht nur an den Enden, sondern auch noch an den ihnen benachbarten Stellen Polarität, d. h. Anziehungs- und Abstossungserscheinungen auf Magnete (vergleiche §. 100).

Nach Aufhebung des magnetisirenden Stromes streben die Molecularmagnete in Folge der zwischen ihnen thätigen mechanischen Molecularkräfte wieder in ihre früheren Lagen zurückzukehren; dies geschieht beim Eisen fast vollständig, beim Stahl in Folge eines der Drehung der Molecüle entgegenstehenden Widerstandes nur unvollkommen, so dass der letztere einen grösseren permanenten Magnetismus behält, als ersteres.

105 Nach einer dritten älteren Hypothese[1]) sollen in den einzelnen Molecülen des Stahles und Eisens zwei entgegengesetzte magnetische Fluida, das Nord- und Südfluidum, enthalten sein, welche, ähnlich wie die positive und negative Elektricität in den Molecülen der unelektrischen Körper, vor dem Magnetisiren mit einander verbunden sind und keine Wirkung nach aussen zeigen. Beim Magnetisiren werden während der Einwirkung der magnetisirenden Kraft die Fluida in jedem Molecül von einander in der Weise geschieden, dass das Nordfluidum sich in der Richtung der Axe der magnetisirenden Spirale nach der einen, das Südfluidum nach der entgegengesetzten Seite hinwendet und an den Enden der Molecüle anhäuft. Wie bei den Elektricitäten sollen sich die gleichnamigen Fluida, Nordfluidum und Nordfluidum, sowie Südfluidum und Südfluidum, einander abstossen, dagegen die ungleichnamigen Fluida, Nord- und Südfluidum, einander anziehen. — Im Inneren des Magnetstabes liegen die mit entgegengesetzten Fluidis beladenen Enden je zweier benachbarter Molecüle dicht neben einander. Ihre Wirkung nach aussen hin auf eine neben dem Magnetstabe befindliche Magnetnadel hebt sich also auf, wenn die Vertheilung der Fluida in den einzelnen Molecülen in gleicher Intensität vor sich gegangen ist. Nur an den Enden des Stabes besitzen die äussersten Molecüle einerseits Nordfluidum, andererseits Südfluidum, deren Wirkung nicht durch das daneben liegende entgegengesetzte Fluidum des benachbarten Molecüls neutralisirt wird. Demnach geht die Anziehung und Abstossung eines Magnetstabes gegen einen zweiten nur von den Enden aus. Wären die Fluida der Molecüle von den Enden nach der Mitte hin in immer grösseren Mengen getrennt, so zeigte sich auch hier an den den Enden benachbarten Stellen Polarität.

Eine eigene Kraft, die Coërcitivkraft [Retentionsfähigkeit nach Lamont[2])], verhindert die von einander geschiedenen Fluida, sich nach Aufhebung der magnetisirenden Scheidungskraft wieder zu vereinigen; dieselbe ist im Stahl grösser als im Eisen, so dass letzteres nach der Entfernung aus der magnetisirenden Spirale fast vollständig den Magnetismus verliert.

---

[1]) Coulomb, De la Métherie observat. sur la phys. **43**, 272, 1793. Gren. Neues Journ. **2**, 333. Poisson, Mém. de l'Académie royale des Sciences **5**, 248, 1825. — [2]) Lamont, Handbuch des Magnetismus, S. 19. Leipzig 1867.

Wiederum können wir neben diese dritte eine vierte Hypothese stellen, welche der zweiten analog ist, und nach der in den einzelnen Molecülen des Eisens und Stahles die magnetischen Fluida von vornherein permanent in bestimmten Richtungen, den magnetischen Axen der Molecüle, von einander geschieden sind, aber diese Molecüle mit ihren Axen in einem unmagnetischen Stabe nach allen Richtungen durch einander liegen. Durch die Wirkung des magnetisirenden Stromes werden alle Molecüle um ihren Schwerpunkt gedreht, so dass ihre mit Nordfluidum beladenen Enden sich mehr oder weniger nach der einen, ihre mit Südfluidum beladenen Enden nach der anderen Seite der Axe der Magnetisirungsspirale richten, und so wiederum der Stab eine bestimmte Polarität erhält. An Stelle der Coërcitivkraft tritt ein mechanischer Widerstand, welcher die durch den Strom gerichteten Molecüle mehr oder weniger hindert, nach Aufhebung der magnetisirenden Kraft in ihre unmagnetischen Gleichgewichtslagen zurückzukehren. 106

Die Axen der Molecüle liegen wie nach der zweiten, so auch nach dieser Hypothese senkrecht gegen die Ebenen der in der zweiten Hypothese angenommenen Molecularströme [1]).

In älterer Zeit nahm man auch wohl besondere magnetische Wirbel an, oder, wie bei der dritten und vierten Hypothese, eine magnetische Flüssigkeit, deren einzelne Theile sich wie die Molecüle der Gase abstossen sollten, von der Materie des Eisens und Stahles aber angezogen würden, oder zwei Flüssigkeiten, welche gegenseitig eine Anziehung gegen einander ausübten. Diese Flüssigkeiten sollten durch die magnetisirenden Kräfte nach beiden Enden der magnetisirten Körper hin bewegt werden. Da sich aber jedes Theilchen des magnetisirten Eisens und Stahles magnetisch erweist, so hat zuerst Coulomb (l. c.) die Beweglichkeit der beiden magnetischen Flüssigkeiten auf die einzelnen Molecüle des Stahles und Eisens beschränkt.

Zwischen den vier aufgestellten Hypothesen ist die wahrscheinlichste zu wählen. 107

Wir werden später nachweisen, dass die in der zweiten und vierten Hypothese gemachte Annahme von Molecularmagneten, welche schon im unmagnetischen Eisen und Stahl vorhanden sind und durch die magnetisirenden Kräfte nur gerichtet werden, sehr viel wahrscheinlicher ist, als die in der ersten und dritten Hypothese aufgestellte Annahme, dass die Erzeugung der Molecularströme oder die Scheidungen der Fluida in den Molecülen erst im Moment der Magnetisirung selbst stattfänden.

Denn einmal wissen wir, dass im Moment des Schliessens eines Stromes in einer Drahtspirale auch in den in dieselbe hineingelegten

---

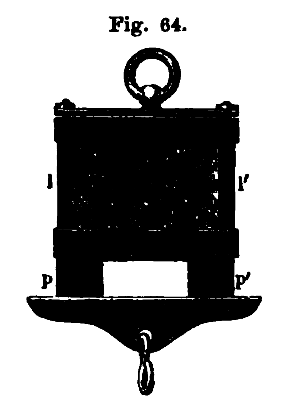
[1]) Permanente drehbare Molecularmagnete sind schon von Kirwan (Transact. Irish Acad. 6; Gilb. Ann. 6, 391, 1800) angenommen; vergl. auch Ohm, Beiträge zur Molecularphysik. Nürnberg 1840.

Metallmassen, also auch in Eisen- und Stahlstäbchen Ströme inducirt werden, welche dem ersteren Strome entgegengerichtet sind (vergl. das Capitel Induction). Würden diese Ströme während der Schliessung bei den magnetischen Metallen fortdauern, so müsste ihre Polarität die entgegengesetzte von der sein, welche die Versuche nachweisen. — Sodann lässt sich durch die Annahme drehbarer Molecularmagnete das mit wachsender Intensität des magnetisirenden Stromes allmählich erfolgende Ansteigen des temporären Magnetismus des Eisens oder Stahles bis zu einem Maximum viel vollständiger erklären. Dieses Maximum ist erreicht, wenn die Axen sämmtlicher Molecularmagnete der Axe der Magnetisirungsspirale parallel liegen. Wenn nach dem Oeffnen des Stromes in derselben die Molecüle zum Theil in ihre unmagnetischen Gleichgewichtslagen zurückkehren, so behält das magnetische Metall das Maximum seines permanenten Magnetismus; derselbe ist, wie man sagt, auf dem Sättigungspunkte angelangt. — Endlich und vor Allem lässt sich nachweisen, dass jede mechanische Aenderung der Structur der magnetischen Metalle, jede mechanische Drehung ihrer Molecüle ihren Magnetismus entsprechend verändert, je nachdem hierbei die Axen der Molecüle mehr der Axe des Magnetstabes zu- oder abgewendet werden, und umgekehrt, dass in gewissen Fällen auch die Magnetisirung eine wirkliche Gestaltsveränderung der Metalle bedingen kann, die sich nur durch eine Drehung der Molecüle in Folge der Magnetisirung erklären lässt (siehe das Capitel: Mechanisches Verhalten der magnetisirten Körper). — Es bleibt deshalb nur die Wahl zwischen der zweiten und vierten Hypothese übrig. Können wir durch die Annahme von Molecularströmen alle Phänomene erklären, welche durch die Annahme magnetischer Fluida erklärlich sind, so ist es natürlich, an Stelle der zwei Agentien, Elektricität und Magnetismus, nur das erstere zu setzen, und somit die Hypothese der Molecularströme allein beizubehalten. Dies ist aber nicht nur möglich, sondern wir entgehen durch diese letztere Hypothese gewissen Voraussetzungen in Betreff des Verhaltens der magnetischen Fluida gegen galvanische Ströme, die mit den gewöhnlichen Principien der Mechanik im Widerspruch sind. — Eine Schwierigkeit bietet sich für die Annahme dauernder Molecularströme insofern, als, wenn dieselben in den Molecülen in bestimmten Bahnen kreisen, sie einen Widerstand erfahren müssen, wodurch Wärme in ihren Bahnen erzeugt, also Arbeit geleistet wird. Die Ströme müssten also allmählich aufhören. Man entgeht dieser Schwierigkeit, indem man die Molecüle auf ihrer Oberfläche mit fest mit ihnen verbundenen elektrischen Ladungen belegt denkt, welche mit den Molecülen in bestimmten Richtungen rotiren. Wir werden im Folgenden diese Aufstellungen eingehender zu begründen haben.

II. Magnetisirungsmethoden.

108 Ausser Eisen und Stahl können nur wenige Stoffe durch den galvanischen Strom oder durch andere, sogleich zu beschreibende Methoden etwas bedeutenderen temporären und permanenten Magnetismus erhalten. Zu diesen gehören namentlich Nickel und Kobalt, von denen das erstere ziemlich viel, letzteres weniger permanenten Magnetismus nach Aufhebung der magnetisirenden Kräfte beibehält. Ausser diesen und einigen anderen Metallen und ihren Verbindungen, deren Fähigkeit, magnetisch zu werden, meist nur durch besondere Hülfsmittel wahrgenommen werden kann (siehe das Capitel: Magnetismus aller Körper), ist vorzüglich der Magneteisenstein befähigt, sei es durch die Wirkung galvanischer Ströme, sei es unter Einfluss des Erdstromes, temporär magnetisch zu werden und auch bedeutenden permanenten Magnetismus zu bewahren. Die Eigenschaft dieses natürlichen, durch den Erdstrom magnetisirten Magnetsteines ist schon seit sehr langer Zeit bekannt; auch hat man schon lange durch Anlegen von Eisenarmirungen l und l', Fig. 64, an seine polaren Stellen den Magnetismus auf zwei benachbarte Punkte p und p' concentrirt, an welche man einen Anker von weichem Eisen anlegen konnte. — Auch Magnetkies und künstliches Schwefeleisen können permanenten Magnetismus, z. B. durch Streichen mit einem Magnet, erhalten [1]).

Fig. 64.



109 Wie man gerade Stäbe von Eisen u. s. f. durch den galvanischen Strom zu Elektromagneten machen kann, kann dies auch mit gebogenen Stäben geschehen. Umwindet man die beiden Schenkel eines hufeisenförmigen Stabes von weichem Eisen mit Windungen von übersponnenem Kupferdraht, so dass dieselben von dem einen Ende des Hufeisens bis zum anderen in gleichem Sinne verlaufen, so werden beim Hindurchleiten des Stromes durch die Windungen die Endflächen der Schenkel entgegengesetzt polar magnetisch.

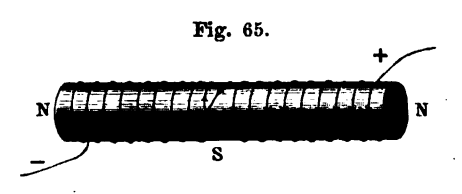
Wir werden verschiedene Formen dieser Elektromagnete später beschreiben.

110 Windet man um einen geraden oder gekrümmten Eisen- oder Stahlstab eine Spirale in der Art, dass die Richtung der Windungen an irgend einer Stelle wechselt, z. B. an der Biegung des Hufeisens, so

[1]) Hatchett, Phil. Trans. 1804; Gilb. Ann. **24**, 58, 1807.

richten sich in den beiden, an dieser Stelle zusammentreffenden Theilen des Stabes die Molecularmagnete beim Durchgange eines galvanischen Stromes oder des Entladungsstromes der Leydener Batterie entgegengesetzt und behalten nach Aufhebung des magnetisirenden Stromes in einem Stahlstabe diese Richtung zum Theil bei. Der Stab erhält dann an beiden Enden gleiche, an der Stelle des Wechsels die entgegengesetzte Polarität, wie dies z. B. Fig. 65 zeigt. Nähert man dem Stabe von der Seite eine Magnetnadel, so zeigt die Anziehung ihres einen oder anderen Poles dieses abnorme Verhalten. Man nennt den Punkt im Stabe, in welchem die Umkehrung der Polarität stattfindet, einen Folgepunkt[1]). Durch wiederholte Wechsel der Richtung der Windungen der Magnetisirungsspirale kann man entsprechend einen Stahlstab mit beliebig vielen Folgepunkten herstellen.

Fig. 65.



111 Will man einen Stahlstab durch den galvanischen Strom recht stark permanent magnetisiren, so müssen die Ströme in der Spirale möglichst intensiv sein und möglichst stark auf die Molecularmagnete des Stabes richtend einwirken. Da aber die letzteren auch nach der Entfernung der Spirale ihre Richtung zum Theil beibehalten, so kann man zweckmässig die Wirkung der Spirale auf eine Stelle des Stabes concentriren und sie nach einander über die verschiedenen Stellen desselben hinschieben.

Eine hierauf beruhende praktische Methode ist von Elias[2]) angegeben worden. Man windet eine sehr kurze, dicke Spirale von etwa 25 mm Höhe, 36 mm innerem und 105 mm äusserem Durchmesser aus einem 7 bis 8 m langen und 3 mm dicken übersponnenen Kupferdraht, leitet einen Strom hindurch und schiebt sie auf dem Stahlstabe hin und her. Zuletzt, wenn sie sich wieder in der Mitte des Stabes befindet, öffnet man den sie durchfliessenden Strom und entfernt sie. An die Enden gerader Stahlstäbe legt man hierbei zweckmässig zwei Stücke von weichem Eisen und verbindet ebenso die Pole hufeisenförmiger Stäbe durch einen Anker von weichem Eisen. — Bei dieser Methode werden nach einander die einzelnen Theile des Stahlstabes einer sehr starken magnetisirenden Kraft ausgesetzt, so dass ihre magnetischen Theilchen sich sehr stark richten.

Wird die Spirale von dem Bug zu den Polen eines Hufeisenmagnetes geschoben, so wird nach Gaugain[3]) die Magnetisirung stärker,

[1]) Arago, Ann. de Chim. et de Phys. 15, 99, 1820; Gilb. Ann. 66, 319. — [2]) Elias, Pogg. Ann. 62 249, 1844. — [3]) Gaugain, Compt. rend. 78, 1536, 1874.

als bei umgekehrter Verschiebung, indem dabei die den Polen zunächst liegenden Theile noch zuletzt am stärksten in die magnetischen Lagen eingestellt werden. Ein Hin- und Hergang der Spirale erzeugt eine grössere Magnetisirung, als ein doppelter Gang hin oder her, weil hierbei die neben einander liegenden Theile der Reihe nach eingestellt werden und sich so durch ihre Wechselwirkung in ihren gegenseitigen Lagen festhalten.

Bei Aufliegen des Ankers ist die Maximalmagnetisirung nach 20 bis 30 Hin- und Hergängen etwa viermal so gross, als ohne Anker und nach einem Gange vom Pol zur Biegung.

Böttger[1]) hat diese Methode für hufeisenförmige Stahlstäbe in der Weise abgeändert, dass er der aus dünnem Blech geformten Spirale eine ∞-Form giebt, den Strom hindurch leitet und die Schenkel des Hufeisens gleichzeitig durch beide Oeffnungen der Spirale führt; indess wird hierbei der Absicht nicht ganz entsprochen, die Wirkung aller Windungen der Spirale in jedem Augenblicke nur auf eine einzige Stelle des Stahlhufeisens wirken zu lassen.

112 Schon in den älteren Zeiten übertrug man den Magnetismus der natürlichen Magnete auf Stahlstäbe und von diesen auf andere Stahlstäbe. Wir wollen hier nur die gebräuchlichsten dieser Methoden beschreiben, von denen die erste die des sogenannten „einfachen Striches“ ist[2]).

Man setzt auf die Mitte des zu magnetisirenden Stabes den magnetisirenden Magnet mit dem einen Pole auf und streicht den Stab bis zu seinem einen Ende, hebt sodann den Magnetpol ab und wiederholt das Streichen. Nachher setzt man den entgegengesetzten Pol auf die Mitte des Stahlstabes und streicht damit in gleicher Weise die andere Hälfte desselben. Man wiederholt dieses Verfahren, bis sich der durch Ablenkung einer frei aufgehängten Magnetnadel gemessene Magnetismus nicht mehr ändert. Der Stab erhält dann an dem mit dem Südpol des Magnetes gestrichenen Ende einen Nordpol, an dem mit dem Nordpol gestrichenen einen Südpol. Hierbei wird indess meist die Polarität des zuletzt gestrichenen Endes des Stabes etwas stärker, als die des anderen, und man erhält schwierig das Maximum der Magnetisirung.

Schneller wird ein Stahlstab magnetisirt, wenn man gleichzeitig seine beiden Hälften streicht. Man setzt neben einander auf die Mitte des Stahlstabes zwei Magnetstäbe mit ihren entgegengesetzten Polen auf, so dass sie fast horizontal liegen, fährt mit ihnen bis zu den beiden Enden des Stahlstabes, hebt die Pole ab, setzt sie wieder auf die Mitte auf, streicht bis zu den Enden und wiederholt dieses Verfahren, bis der Stahlstab das Maximum des Magnetismus erreicht hat. Man bezeichnet

---

[1]) Böttger, Pogg. Ann. 67, 112. Elias, Pogg. Ann. 67, 356, 1846. — [2]) Gilbert, De magnete. Die weitere Literatur s. u. A. in Gehler's Wörterbuch 6, 2, 1836, und Lamont, Handbuch des Magnetismus. Leipzig 1867.

diese Magnetisirungsmethode mit dem Namen des „Doppelstriches mit getrennten Magneten“ [1]).

Hierbei werden die einzelnen magnetischen Molecüle der Stäbe so gerichtet, dass sie ihre ungleichnamigen Pole dem Pole des streichenden Magnetes zuwenden und nach der Entfernung desselben ihre Lage theilweise beibehalten. Durch wiederholtes Streichen werden die Theilchen immer vollständiger gerichtet. — Nach der Hypothese der magnetischen Fluida bewirkt das an dem Pol des streichenden Magnetes angehäufte Fluidum eine Scheidung der Fluida der einzelnen Molecüle des gestrichenen Magnetes, und das dem Fluidum des streichenden Magnetpoles ungleichnamige Fluidum wird zu demselben hingezogen, das gleichnamige abgestossen. Nach der Entfernung des streichenden Magnetes bleibt durch die Coërcitivkraft diese Scheidung der Fluida zum Theil bestehen.

113 Eine andere vortheilhaftere Methode der Magnetisirung ist die durch den „Doppelstrich mit zwei vereinten Magneten“, welche zuerst von Michell [2]) angegeben worden ist.

Man legt zwei Magnetstäbe (von denen jeder aus mehreren, in gleichem Sinne magnetisirten Lamellen bestehen kann) so auf einander, dass ihre ungleichnamigen Pole mit einander in Berührung sind, bindet sie an diesen Enden zusammen und trennt sie an den anderen Enden durch ein zwischengepresstes Stückchen Holz. Man setzt diesen Doppelstab mit den letzteren Enden auf die Mitte des zu magnetisirenden Stahlstabes so auf, dass die neben einander liegenden Pole nach den Enden des letzteren gerichtet sind, und fährt nach beiden Seiten abwechselnd hin und her. — Zweckmässiger kann man statt der zusammengebundenen Stäbe einen hufeisenförmigen Stahlmagnet verwenden. Auch kann man bei der Magnetisirung grösserer Stäbe einen kräftigen Elektromagnet benutzen, auf dessen Pole man den zu magnetisirenden Stab auflegt und ihn so hin- und herschiebt.

Markus [3]) legt auf die Pole eines hufeisenförmigen Elektromagnetes zwei in einem stumpfen Winkel bis auf 2 bis 3 cm zusammenlaufende Eisenstäbe, legt auf ihren Convergenzpunkt den der Verbindungslinie der Magnetpole parallelen Stahlstab mit seiner Mitte auf und schiebt ihn in der Richtung seiner Axe hin und her.

In diesen Fällen dient der zwischen den Polen des magnetisirenden Magnetes befindliche Theil des Stahlstabes als Anker und nimmt an der dem Südpol des Magnetes entsprechenden Seite Nordpolarität, an der dem Nordpol entsprechenden Südpolarität an. Beim Hin- und Herziehen werden alle einzelnen Theile des Stahles auf diese Weise erst

---

[1]) Knight, Canton, Phil. Trans. 1751, S. 34. — [2]) J. Michell, A treatise on artificial magnets. Cambridge 1751. — [3]) Markus, Pogg. Ann. 106, 646, 1859.

temporär magnetisirt und behalten dann einen Theil des Magnetismus permanent bei. — Man thut gut, nach einander die verschiedenen Seiten des zu magnetisirenden Stabes zu streichen.

114 Eine ähnliche Beschleunigung und Verstärkung der Magnetisirung wie beim Doppelstrich erhält man, wenn man den zu magnetisirenden Stab zwischen zwei grössere Stahl- oder Eisenmassen bringt und letztere mit ihm zugleich magnetisirt. Hierbei wird durch die in ihnen entstehende Polarität der Magnetismus des Stahlstabes verstärkt, indem die in ihnen gerichteten magnetischen Molecüle auf die Molecüle des letzteren zurückwirken und sie stärker als vorher in die magnetischen Lagen richten.

Auf diese Weise hat zuerst Michell (l. c.) eine Reihe von Stahlstäbchen mit ihren Enden in gerader Linie an einander gelegt und sie wie einen einzigen Stab magnetisirt. Da hierbei die Stäbe an den Enden schwächer magnetisch werden, als die in der Mitte liegenden (siehe im Capitel: Gesetze der Elektromagnete), so wechselt man während des Streichens öfters ihre Reihenfolge.

Statt dieses Verfahrens bindet Le Maire[1]) den zu magnetisirenden Stahlstab in der Mitte auf einen zwei- bis dreimal längeren Stab auf, so dass die Axen der Stäbe parallel sind, und magnetisirt beide gleichzeitig. Auch hier ist der kleinere Stab beiderseits von gleichartig magnetisirten Stahlmassen umgeben, von denen er selbst wiederum magnetisch polarisirt wird.

Noch besser kann man den zu magnetisirenden Stab zwischen zwei starke Magnetstäbe A und B legen, deren entgegengesetzte Pole dem ersteren zugekehrt sind, oder ihn auf diese Pole so hinauflegen, dass seine Enden letztere etwa $^1/_2$ Zoll weit bedecken. Man magnetisirt den Stahlstab vermittelst des einfachen oder Doppelstriches so, dass sein dem anliegenden Nordpol des Magnetstabes A entsprechendes Ende durch das Streichen einen Südpol, und umgekehrt sein dem Südpol des Stabes B zugekehrtes Ende einen Nordpol erhält[2]).

Auch auf andere Weise kann man erreichen, dass die magnetisirten Stäbe stets von anderen, in gleicher Richtung magnetisirten Massen begrenzt sind. So legt man, nach Canton (l. c.), zwei Stahlstäbe in einem Abstande von etwa 6 cm parallel neben einander und verbindet ihre Enden durch zwei Eisenstücke zu einem „Magazin". Jeder der beiden Stahlstäbe wird durch den Doppelstrich vermittelst zweier, an dem einen Ende durch ein Stückchen Holz getrennter Magnete (oder eines Hufeisenmagnetes) so magnetisirt, dass der eine der Stäbe an dem Ende einen Südpol erhält, wo sich der Nordpol des anderen gebildet hat. Die magnetisirenden Magnete lässt man in der Mitte der magnetisirten Stäbe seitwärts abgleiten.

---

[1]) Le Maire, Mém. de l'Acad. 1745, p. 181. — [2]) Coulomb, l. c.

Auch kann man nach Aepinus [1]) vier Stahlstäbe zu einem Rechteck zusammenlegen und alle einzeln nach der eben angegebenen Methode magnetisiren, oder auch mit einem mit beiden Polen aufgesetzten Hufeisenmagnet im Kreise auf den vier Stäben herumfahren, so dass der eine Pol desselben dem anderen auf seinem Wege folgt. Diese Art des Streichens nennt man den „Kreisstrich“.

115 Einen hufeisenförmigen Stahlstab kann man in gleicher Weise magnetisiren, indem man die Enden seiner Schenkel mit einem Anker von weichem Eisen verbindet, oder gegen dieselben die Enden der Schenkel eines zweiten hufeisenförmigen Stahlstabes legt, auf eine Stelle dieses geschlossenen Kreises die Pole eines Hufeisenmagnetes oder zweier in entgegengesetzter Lage an einander gebundener Stabmagnete aufsetzt und sie im Kreise herumführt [2]).

Man kann auch nach Hoffer [3]) auf den hufeisenförmigen, durch einen Anker von weichem Eisen geschlossenen Stab einen zweiten hufeisenförmigen Stahlmagnet so aufsetzen, dass die beiden Pole des letzteren auf den beiden Enden der Arme des ersteren senkrecht zu stehen kommen, den Stahlmagnet über die Arme des zu magnetisirenden Hufeisens hinziehen und an der Biegung desselben abgleiten lassen; sodann den Stahlmagnet wiederum aufsetzen und die gleiche Streichmethode wiederholen. Der zu magnetisirende Stab erhält an dem Ende desjenigen Armes einen Nordpol, auf welchem sich der Nordpol des streichenden Magnetes befand und umgekehrt.

Setzt man die beiden Pole des streichenden Magnetes auf die beiden Arme des zu magnetisirenden Hufeisens in der Nähe der Biegung auf und zieht denselben langsam bis zum Ende der Arme des letzteren hin, lässt ihn dort abgleiten und wiederholt dieses Verfahren, so erhält der mit dem Nordpol des Magnetes gestrichene Arm des Hufeisens an seinem Ende einen Südpol und umgekehrt. Hierbei hat man nicht nöthig, die Arme des Hufeisens mit einem Anker von weichem Eisen zu verbinden.

Gewöhnlich empfiehlt man indess, einen Hufeisenmagnet von Stahl so zu streichen, dass der Kreis des Eisens und Stahles nie geöffnet wird. Man soll also z. B. nach Mohr [4]) an die Schenkel des Hufeisens einen Anker von weichem Eisen legen, darauf mit einem zweiten hufeisenförmigen Stahlmagnet auf beiden Schenkeln von der Biegung bis zu den Enden streichen, gegen die Pole des streichenden Magnetes einen Anker legen und den streichenden Magnet dann erst abheben.

Streicht man indess einen hufeisenförmigen Stahlmagnet mit vorgelegtem Eisenanker, so können nach dem Entfernen desselben leicht

---

[1]) Aepinus, Gehler's Wörterb. 6 [2], 920. — [2]) Trullard, Gehler's Wörterb. l. c. — [3]) Hoffer, Dove's Rep. 2, 148, 1838. — [4]) Mohr, Pogg. Ann. 36, 542, 1835.

Folgepunkte im Magnet entstehen. Da die magnetischen Molecüle des weichen Eisens leichter ihre Lage ändern, als die des Stahles, so wird der beim Streichen durch die Wirkung des Magnetes im Anker erzeugte Magnetismus besonders stark und richtet rückwirkend die ihm zunächst liegenden Theile des Magnetes an seinen Polflächen. An den von letzteren entfernter liegenden Stellen des Stahlmagnetes befördert die gegenseitige Einwirkung nicht so stark die durch das Streichen bedingte Einstellung der Axen der Theilchen in die der Axe des Magnetes parallele magnetische Lage. So kann das magnetische Moment der Stahltheilchen an den Polen grösser werden, als in der Mitte zwischen denselben. Reisst man den Anker ab, so werden zwar namentlich die an den Polen liegenden Theilchen nicht mehr durch die Wirkung des Ankers in ihrer magnetischen Lage gehalten und kehren bis zu einem gewissen Grade in ihre unmagnetische Gleichgewichtslage zurück. Immerhin kann indess das magnetische Moment der den Polen näher liegenden Theile noch grösser bleiben, als das Moment der in der Mitte zwischen beiden Polen befindlichen Theile. Der Stahlmagnet besitzt dann Folgepunkte [1]), wie wir dies später näher begründen werden.

Um die Bildung derselben zu vermeiden, thut man besser, den Magnet ohne Anlegen des Ankers zu magnetisiren, und dann erst den Anker an seine Pole zu legen.

Als eine sehr gute Methode empfiehlt Sinsteden (l. c.), den zu magnetisirenden Stahlmagnet mit seinen Schenkeln auf die Schenkel eines Elektromagnetes zu stellen und von Zeit zu Zeit mit einem dicken Eisenstück von der Biegung zu seinen Polen hinzustreichen. Man soll den den Elektromagnet erregenden Strom öfter öffnen und schliessen, wodurch die Theilchen des Stahles leichter beweglich werden. Man hebt endlich den Magnet vom Elektromagnet ab, indem man ihn erst auf die Kante neigt, auf die Pole des Elektromagnetes ein Stück Pappe schiebt, den Magnet aufwärts beugt, dass er auf letzterem zu stehen kommt, und ihn endlich ganz allmählich vom Elektromagnet entfernt.

Bei Anwendung starker Elektromagnete braucht man übrigens nur die Schenkel des zu magnetisirenden Hufeisens von Stahl mehrere Male auf die Pole des ersteren aufzulegen und abzuziehen, um das Maximum der Magnetisirung zu erhalten. Dabei ist es zweckmässig, das Stahlhufeisen durch Schläge zu erschüttern. Hat man häufiger Stahlhufeisen von verschiedenen Dimensionen zu magnetisiren, so kann man einen Elektromagnet construiren, dessen beide Schenkel sich auf einem weichen Eisenprisma verschieben und so in die geeignete Entfernung bringen lassen [2]). Es genügt hierzu auch das Auflegen von prismatischen Eisenstücken (sogenannten Halbankern) auf die Pole des gegebenen Elektromagnetes, deren Abstand nach Bedarf abgeändert wird.

---

[1]) Vergl. Sinsteden, Pogg. Ann. 76, 43, 1849. — [2]) Carl's, Rep. 3, 382, 1867.

116 Eine eigenthümliche Methode, bei welcher der Stahl einen sehr starken permanenten Magnetismus annehmen soll, ist zuerst von Robinson [1]), dann mit geringen Abänderungen von Aimé [2]) und Hamann [3]) vorgeschlagen worden. Danach soll man die zu magnetisirenden Stahlstäbe rothglühend zwischen die ungleichnamigen Pole zweier Magnete oder eines hufeisenförmigen Magnetes bringen und sie zwischen denselben ablöschen.

Nach Versuchen von W. Holtz [4]) sind in der That die während der Härtung magnetisirten Stäbe viel stärker magnetisch, als nach der Härtung magnetisirte, bei starker magnetisirender Kraft fast doppelt, bei schwacher bis zu dreimal so stark. Bei sehr grossen magnetisirenden Kräften bietet die Magnetisirung während der Härtung keinen Vortheil, sondern sogar einen Nachtheil; der Umschlag tritt mit zunehmender Dicke der Stäbe früher ein.

Am grössten ist die Ueberlegenheit der Magnetisirung während der Härtung, wenn man bei schwacher magnetisirender Kraft die Stäbe nur vor die Magnetisirungsspirale hält, wo also die Theilchen wesentlich durch ihre gegenseitige Wirkung magnetisirt werden.

Wird ein harter Stahlstab stark erhitzt, dann in einem Sandbade bis zur Blaufärbung abgekühlt und in einer Spirale magnetisirt, so ist nach Jamin [5]) seine temporäre Tragkraft etwas kleiner als in der Kälte. Nach dem Oeffnen ist aber seine permanente Tragkraft (109) grösser, wenn der magnetisirende Strom vor dem Erkalten geöffnet wird, als wenn der Stab nach der Abkühlung magnetisirt wird (54). Indess nimmt die Tragkraft T schnell mit der Zeit und nach x mal wiederholtem Abreissen ab, und zwar nach dem Gesetz der Curve $T = e^{-ax}$ (s. w. u.). Wird der Stab von Neuem bei niederer Temperatur magnetisirt, so wird der temporäre Magnetismus grösser, der permanente kleiner; er verliert sich aber langsamer bei dem völligen Abkühlen und bei wiederholtem Abreissen, so dass der Stab zuletzt noch einen grösseren permanenten Magnetismus behält.

117 Bei der Temperaturerhöhung werden einmal die einzelnen Theilchen der Stäbe leichter beweglich, sie folgen also dem Zuge der magnetisirenden Kräfte rascher, zugleich aber nimmt der Magnetismus jedes einzelnen Theilchens ab. Bei schwachen magnetisirenden Kräften, wo die Molecüle noch wenig in die axiale Richtung gestellt sind, überwiegt erstere Wirkung der Erwärmung; bei starken Kräften, wenn die Molecüle schon die nahezu axiale Lage angenommen haben, der letztere Einfluss.

---

[1]) Robinson, Encyclop. Britann. [4] 12, 375; Gehler's Wörterbuch 6 [2], 930. — [2]) Aimé, Ann. de Chim. et de Phys. 57, 442, 1834; Pogg. Ann. 35, 206, 1835. — [3]) Hamann, Pogg. Ann. 85, 464, 1852, und schon früher bei der Magnetisirung durch die Erde Pönitz, Gilb. Ann. 67, 319, 1821, und auch Knight. — [4]) W. Holtz, Wied. Ann. 7, 71, 1879. — [5]) Jamin, Compt. rend. 77, 1445, 1873.

Die so abgelenkten Molecüle behalten beim Härten mehr oder weniger ihre Lage bei. Wird der magnetisirende Strom geöffnet, so springen die Molecüle partiell in ihre Lagen zurück, indess müssen dabei die obigen Einflüsse ebenfalls ihre Wirkung äussern (vergleiche das Capitel Beziehungen des Magnetismus zur Wärme).

Geschmolzenes Gusseisen, welches in Formen gegossen wird, die in Spiralen eingesenkt sind, durch welche ein Strom geleitet wird, behält nach dem Erkalten ebenfalls permanenten Magnetismus. 118

Auch Magneteisenstein soll sich beim Ablöschen unter dem Einfluss einer magnetisirenden Kraft stark magnetisiren. Nach Aimé und Billaud [1]) würde man ihn hierbei besser langsam erkalten lassen.

Von wesentlichem Einfluss auf die Stärke des erzeugten permanenten Magnetismus ist es, ob während der Magnetisirung die Stahlstäbe erschüttert werden. Durch Erschütterungen, z. B. Schläge u. s. f., während des Magnetisirens vermehrt sich der temporäre Magnetismus, indem dadurch die magnetischen Molecüle beweglicher werden und stärker dem Zuge der magnetisirenden Kraft folgen. Nachher behalten sie auch mehr permanenten Magnetismus bei. Ein Eisendraht [2]), welcher, zwischen die Pole eines Magnetes gebracht, keinen merklichen permanenten Magnetismus annimmt, erhält solchen, wenn man ihn dabei mit verschiedenen Körpern schlägt. 119

Aus demselben Grunde werden Stahlstäbe viel stärker magnetisch, wenn man die magnetisirenden Magnete mit starker Reibung an ihnen entlang führt. Deshalb magnetisiren sich rauhe Stäbe stärker als glatte. Sind die Stäbe mit Oel oder einem Goldblättchen [3]) bedeckt, so werden die bei dem Magnetisiren hervorgebrachten Erschütterungen schwächer, und ebenso auch die Magnetisirung.

Lässt man einen zwischen zwei Magnete gelegten Stahlstab, nachdem man ihm durch Streichen einen schwachen Magnetismus ertheilt hat, noch länger zwischen denselben liegen, so nimmt sein Magnetismus zu [4]), indem er wohl auch hier im Verlaufe der Zeit grössere und kleinere Erschütterungen erleidet.

Möglichst innige Berührung der an einander gelegten Eisen- und Stahlmassen befördert bei allen diesen Methoden die Magnetisirung sehr, da die Vertheilung des Magnetismus im Eisen und Stahl durch einen benachbarten Magnet sehr schnell mit der Entfernung abnimmt.

Es ist zu entscheiden, welche von den angeführten Magnetisirungsmethoden die empfehlenswerthere sei. — In Bezug auf das Magnetisiren 120

---

[1]) Billaud, Compt. rend. 17, 248, 1843; Pogg. Ann. 60, 319. — [2]) De Haldat, Ann. de Chim. et de Phys. 42, 42, 1829. — [3]) Robinson, Encyclop. Britann. [4] 12, 355; Gehler's Wörterbuch 6, 923. — [4]) Du Hamel, Mém. de l'Acad. 1750, p. 154.

durch Streichen hat Moser[1]) Versuche angestellt, indem er parallelepipedische Nadeln von etwa 190 g (12 Loth) Gewicht mit zwei nicht sehr starken Magnetstäben strich und ihre Oscillationsdauer bestimmte. Dieselbe betrug im Minimum für 10 Schwingungen:

1. Beim Magnetisiren nach der Methode von Knight, wobei die magnetisirenden Stäbe schräg von der Mitte gegen das Ende der zu magnetisirenden Nadeln geführt wurden 148,7″
2. Bei gleicher Magnetisirung, während sich Eisenstücke unter den Enden der Nadeln befanden . . . . . . 146,3″
3. Bei derselben Methode, als die Eisenstücke andererseits durch eine schon magnetisirte Nadel verbunden wurden 121,3″
4. Beim Magnetisiren nach Michell's Methode durch den Doppelstrich mit vorgelegten Eisenstäben, die sich auf den entgegengesetzten Seiten einander berührten . . . 111,3″
5. Desgleichen bei Anwendung eines Stahlmagnetes von Hufeisenform . . . . 101,9″
6. Beim Magnetisiren des ad 4 beschriebenen Magazins vermittelst dieses letzteren Magnetes mit dem Kreisstrich . 87,5″
7. Die Nadeln wurden als Anker auf zwei auf die Pole eines Elektromagnetes gelegte Eisenstücke gelegt, sodann mit dem Stahlhufeisen gestrichen, die Eisenstücke nach aussen geschoben und so die Nadeln vom Magnet entfernt. Die Oscillationsdauer betrug . . . . 80,0″

Der Kreisstrich liefert also günstigere Resultate, als die übrigen früheren Magnetisirungsmethoden, wie sich auch erwarten lässt, da hierbei die Theilchen am vollständigsten gerichtet werden. Indess ist die Anwendung des Elektromagnetes noch viel vortheilhafter.

Wir können ferner fragen, ob man mit Hülfe eines galvanischen Stromes von bestimmter Intensität einen Stahlstab stärker magnetisiren kann, wenn man den Strom direct verwendet, ihn also z. B. durch eine Elias'sche Spirale leitet und diese über den Stahlstab hinschiebt, oder wenn man durch den Strom erst einen Eisenstab zum Elektromagnet macht und an ihm den Stahlstab streicht. Nach mehreren Versuchen von Frick[2]) ist die letztere Methode vorzuziehen. Auch wenn man einen magnetisirten Stahlstab durch eine Elias'sche Spirale führt, durch welche man den Strom in entgegengesetzter Richtung leitet, wie bei der Magnetisirung, oder den Stab durch einen Elektromagnet in entgegengesetzter Richtung streicht, wie beim Magnetisiren, wird die Polarität des Stabes durch das letztere Verfahren leichter umgekehrt, als durch das erstere.

---

[1]) Moser, Dove's Repert. 2, 141, 1838. — [2]) Frick, Pogg. Ann. 77, 537, 1849.

Durch die Einwirkung des Erdmagnetismus wird gleichfalls ein Eisen- und Stahlstab temporär magnetisirt und behält, wenn man die Einwirkung aufhören lässt, je nach seinem Stoff einen kleineren oder grösseren Theil des in ihm erzeugten Magnetismus bei. **121**

Bringt man einen etwa 1 m langen und 1 cm dicken Eisen- oder Stahlstab in die Richtung der Inclinationsnadel und nähert seinen Enden eine kleine, auf einem Achathütchen schwebende Magnetnadel, so erweist sich sein oberes Ende südpolar, sein unteres Ende nordpolar magnetisch. Wird der Stab nachher in eine gegen die Richtung der Inclinationsnadel senkrechte Lage gebracht, so verschwindet beim Eisen der temporäre Magnetismus, „der Magnetismus der Lage", wieder. Ein Stahlstab behält dagegen einen Theil des Magnetismus permanent bei. Erschüttert man den Stahlstab, während er sich in der Inclinationslage befindet, durch Schläge, durch Feilen oder Biegen, so vermehrt sich der permanente Magnetismus, da die Theilchen des Stabes hierdurch beweglicher werden und leichter den sie richtenden Kräften des Erdmagnetismus folgen [1]).

Befindet sich ein Eisen- oder Stahlstab mit seiner Axe nicht in der Richtung der Inclinationsnadel, so ist der nach der Richtung der Axe des Stabes vertheilte Magnetismus geringer als vorher. Stellt man bei verschiedenen Neigungen gegen die Inclinationsrichtung dem einen oder anderen Ende des Stabes in gleicher Entfernung eine Magnetnadel gegenüber, so entspricht die Tangente ihres Ablenkungswinkels dem Magnetismus des Stabes. Derselbe ist, wie vorauszusetzen, proportional dem Cosinus der Neigung des Stabes gegen die Inclinationsrichtung. Dieses Resultat ist auch durch Versuche von Baden-Powell [2]) bestätigt worden, bei denen die in verschiedenen Lagen gehaltenen Stäbe je um gleiche Winkel tordirt wurden, um sie stärker zu magnetisiren.

Durch diese Magnetisirung in Folge der Einwirkung des Erdmagnetismus erweisen sich häufig stählerne Instrumente, Feilen, Sägen u. s. f., welche vielfache Erschütterungen erlitten, oder stählerne Stangen, welche längere Zeit in nahe verticaler Richtung gestanden haben, permanent magnetisch. Dies ist schon seit langer Zeit bekannt.

Auf dieser Magnetisirungsart scheint es auch zu beruhen, dass Greiss [3]) Drehspäne von Gussstahl und weichem Eisen permanent magnetisch fand, und zwar war bei allen der Südpol da, wo das Abdrehen begonnen hatte, also auf der Seite, wo der scharfe Rand des Spanes lag. Waren die Späne, vom Südpol aus gesehen, im Sinne der Drehung des Uhrzeigers gewunden, so zeigten sie einen stärkeren Magnetismus, als bei umgekehrter Windung. Wahrscheinlich sind auch

---

[1]) Gilbert, De magnete. Scoresby, Phil. Trans. 2, 241, 1822. —
[2]) Baden-Powell, Annals of Phil. Febr. 1822; Gilb. Ann. 73, 245, 1823. —
[3]) Greiss, Pogg. Ann. 123, 176, 1864.

diese Erscheinungen dadurch bedingt, dass die Späne beim Abdrehen in eine gegen die Richtung der erdmagnetischen Kraft nicht sehr geneigte Lage kamen.

Es ist von vornherein klar, dass, wenn man Stahlstäbe in geeigneter Weise mit einem in der Richtung der Inclinationsnadel gehaltenen Eisenstab streicht, der temporäre Magnetismus des Eisenstabes in den Stahlstäben permanenten Magnetismus hervorrufen kann [1]).

III. Verhalten zweier Magnete gegen einander.

122 Wir haben schon §. 100 angeführt, dass im Wesentlichen die Wirkungen je zweier benachbarter Pole der magnetischen Molecüle eines Magnetstabes nach aussen sich nahezu aufheben und daher fast nur die Wirkung der Pole der an den Enden desselben befindlichen Molecüle übrig bleibt. Nehmen wir nach der Theorie der magnetischen Fluida an, dass in jedem Molecül die Fluida $\pm \mu$ von einander geschieden sind, so wirkt der Magnetstab auf einen anderen, wie wenn an seinen Enden nur die Fluida $+ \mu$ und $- \mu$ angehäuft wären. Besitzt der andere Stab an seinen Enden die Fluida $+ m$ und $- m$, so ist zu bestimmen, nach welchem Gesetz der Entfernung die Fluida $+ \mu$ und $- m$, $- \mu$ und $+ m$ sich anziehen, die Fluida $+ \mu$ und $+ m$, $- \mu$ und $- m$ sich abstossen.

Wir erwähnen hier nur kurz die wichtigsten Untersuchungen über diesen Gegenstand, welche von Coulomb, Bidone, Scoresby und Gauss angestellt sind [2]).

123 Coulomb [3]) hängte zuerst eine durch den Doppelstrich magnetisirte Magnetnadel von 3 Zoll (8 cm) Länge horizontal an einem Coconfaden auf und stellte in der Richtung des magnetischen Meridians einen verticalen, 25 Zoll (66,8 cm) langen, $1^1/_2$ Linien (3,38 mm) dicken, harten und

---

[1]) Antheaulme, Mém. sur les aimans artificiels, Paris 1760; Gehler's Wörterb. 6 [2], 918. Die Angabe von Tommasi (Compt. rend. 80, 1007, 1875), dass ein Eisenkern, welcher mit einem spiralförmigen Kupferrohr umwunden ist, beim Durchleiten eines Stromes von Wasserdampf von fünf bis sechs Atmosphären Druck magnetisirt wird, hat sich nicht bestätigt. Allenfalls könnte die an der Ausströmungsöffnung erzeugte Dampfelektricität beim Rückfliessen durch das Rohr eine Magnetisirung bewirken.

[2]) Die ältesten dieser Untersuchungen, welche annähernd das richtige Gesetz ergaben, sind von Tobias Mayer im Jahre 1760, von Lambert (1765) und namentlich von Dalla Bella in Lissabon in den Jahren 1768 bis 1783 angestellt, indem er Eisenmassen oder einen natürlichen Magnetstein mit seinem Südpol nach unten an den einen Arm eines Wagebalkens hängte, sie so einem sehr grossen natürlichen Magnet näherte und in verschiedenen Entfernungen durch Gewichte äquilibrirte. Die Literatur s. u. A. in Gehler's Wörterbuch 6 [2], 744 ff.; Lamont, Magnetismus, 66 u. f.

[3]) Coulomb, Mém. de l'Acad. 1785, p. 587, 1788.

magnetisirten Stahlstab in einiger Entfernung vor ihr auf. Der Stab wurde in verschiedener Höhe vor der Nadel befestigt, und die Zahl ihrer Schwingungen gezählt. Sie ergab sich im Maximum, als sich das untere Ende des Stabes etwa 1 Zoll (2,7 cm) unter dem Niveau der Nadel befand; ebenso wurde der Stab in der auf den magnetischen Meridian senkrechten Richtung horizontal vor die Magnetnadel gebracht und so lange verschoben, bis sie sich wieder im Meridian befand. Auf diese Weise wurde der Beweis für die (nicht ganz richtige) Annahme geliefert, dass die magnetischen Fluida im Stahlstabe an beiden Enden desselben auf etwa 2 Zoll (5,4 cm) concentrirt seien und die als die Pole angesehenen Mittelpunkte ihrer Wirkungen bei den betreffenden Entfernungen des Stabes von der Nadel etwa 10 Linien (2,2 cm) vom Ende abliegen.

Darauf wurde eine 1 Zoll (2,7 cm) lange Stahlnadel von 70 Gran Schwere an einem 3 Linien (6,8 mm) langen Coconfaden aufgehängt, und ihr in der Ebene des magnetischen Meridians der 66,8 cm lange verticale Stab gegenübergestellt, so dass sein unterer, dem gegenüberliegenden Pol der Nadel ungleichnamiger Pol in der gleichen Ebene mit letzterer lag.

Bei verschiedener Entfernung dieses Poles von dem Mittelpunkte der Nadel ergab sich die Zahl ihrer Schwingungen in einer Minute:

Ohne den verticalen Stab	15
Abstand 4 Zoll (10,8 cm)	41
„ 8 „	24
„ 16 „	17

Bei diesen Schwingungen verhält sich die magnetische Nadel wie ein gewöhnliches Pendel, welches, statt durch die Schwerkraft g, einmal durch den Zug der horizontalen Componente H des Erdmagnetismus, dann durch den gemeinschaftlichen Zug desselben und des vor der Nadel befindlichen Magnetpoles $H + W$ in Bewegung gesetzt wird.

Die Zeiten der Schwingungen verhalten sich also in beiden Fällen umgekehrt, die Zahlen der Schwingungen Z_H und Z_{H+W} in einer gegebenen Zeit direct wie die Quadratwurzeln der wirkenden Kräfte. Es ist somit

$$Z_H = const \sqrt{H}, \qquad Z_{H+W} = const \sqrt{H + W}$$

d. i.

$$W = Const\,(Z^2_{H+W} - Z^2_H).$$

Nimmt man an, dass die abstossenden und anziehenden Wirkungen in dem Mittelpunkte der Nadel concentrirt gedacht werden dürfen, so erhält man auf diese Weise die Wirkung W:

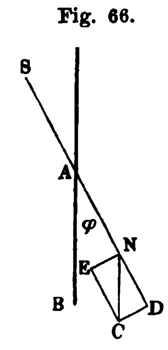
Abstand	4	8	16
W	$41^2 - 15^2$	$24^2 - 15^2$	$17^2 - 15^2$
	$= 1456$	351	64

Diese Zahlen verhalten sich nahezu umgekehrt, wie die Quadrate der Abstände. Nur die letzte Zahl ist etwas zu klein, da bei dem betreffenden Versuche bei der weiteren Entfernung des verticalen Drahtes von der Nadel auch die sonst nahezu zu vernachlässigende abstossende Wirkung des oberen Poles hervortritt. Corrigirt man die Zahlen mit Rücksicht hierauf, so erhält man 1456, 331, 79, welche Zahlen sich sehr nahe umgekehrt wie 1 : 4 : 16 verhalten.

124 Bei anderen Versuchen [1]) wurde in einem viereckigen Kasten an einem an dem Kopf einer Drehwage befestigten dünnen Kupferdraht eine Magnetnadel von 22 Zoll (59 cm) Länge und $1^1/_4$ Linien (2,8 mm) Durchmesser so aufgehängt, dass der Draht ohne Torsion war, als die Nadel sich im magnetischen Meridian befand. — Dies wurde erreicht, indem erst die Nadel durch eine Kupfernadel von gleichem Gewicht ersetzt und der Draht der Drehwage so gedreht wurde, dass letztere sich in jener Richtung einstellte, und nun die Kupfernadel mit der Magnetnadel vertauscht wurde.

Wurde zuerst der Kopf der Drehwage um 1, 2, 3, 4, 5, $5^1/_2$ mal 360 Grade gedreht, so wich die Nadel um $10^1/_2$, $21^1/_4$, 33, 46, $63^1/_2$, 85^0 aus dem Meridian. Hiernach verhalten sich die Drehungswinkel, d. i. die Kräfte, welche die Nadel in den Meridian zurückzuführen streben, wie die Sinus ihrer Ablenkungen; also ist die Resultante der von der Erde aus auf die Nadel wirkenden Kräfte constant und parallel dem magnetischen Meridian gerichtet und geht stets durch denselben Punkt der Nadel.

Fig. 66.



Denn bezeichnet NS die Lage der durch die Torsion des Fadens um den Winkel φ aus dem magnetischen Meridian AB abgelenkten Magnetnadel, und ist NC die Grösse und Richtung der z. B. auf den Pol N wirkenden, dem Meridian parallelen erdmagnetischen Kraft, so kann man NC in zwei Componenten ND und NE zerlegen, von denen die erste ND in der Richtung der Axe der Nadel wirkt und durch die in entgegengesetzter Richtung ziehende Componente der an dem Pol S wirkenden Kraft des Erdmagnetismus aufgehoben wird, die zweite NE auf der Nadel senkrecht steht und sie in den magnetischen Meridian zurückzuführen strebt. Es ist aber $NE = NC.\sin\varphi$.

Wurde nun ein verticaler magnetischer Stahldraht von 24 Zoll (65 cm) Länge und $1^1/_2$ Linien (3,38 mm) Durchmesser in der Ebene des magnetischen Meridians mit seinem Nordpol dem Nordpol eines gleichen, in der Drehwage aufgehängten dünnen Stabes gegenübergestellt, so wich der letztere um 24^0 vom Meridian aus, bei Zurückdrehung des Kopfes der Dreh-

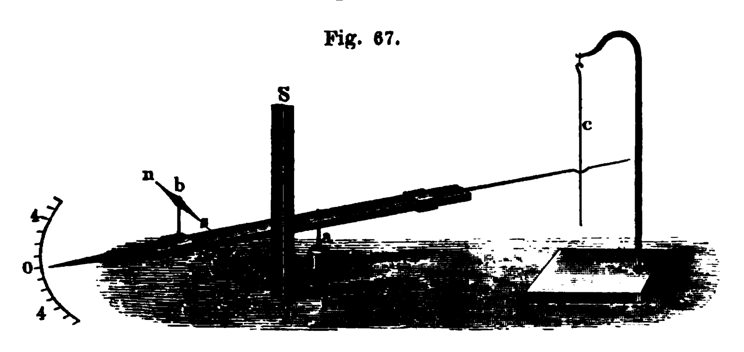
[1]) Coulomb, Mém. de l'Acad. 1785, p. 603 ff.

wage um 3 × 360° um 17°, bei Zurückdrehung um 8 × 360° um 12°. Befand sich der Stab im Meridian ohne den verticalen Draht, und wurde der Kopf der Drehwage um 2 × 360° gedreht, so wich der Stab hierbei um 20° ab. Der Draht der Drehwage hatte also dabei eine Drillung von 700° erhalten. Um den Stab um 24° zurückzudrehen, wäre eine Drehung von 864° nöthig gewesen; ebenso hätte die Drehung bei den folgenden Versuchen 1692 und 3312° betragen sollen. Diese Werthe entsprechen den Abstossungskräften der beiden Drähte, welche im Abstande 24, 17, 12 auf einander wirken, deren Quadrate sich nahezu wie $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ verhalten. Dasselbe Verhältniss zeigen aber auch die obigen Zahlen.

Nach diesen Versuchen verhalten sich also die Anziehungen oder Abstossungen zweier Magnetpole umgekehrt, wie die Quadrate ihrer Entfernung.

125 Bidone[1]) setzte auf eine Stahlspitze *a*, Fig. 67, einen Hebel von Holz, auf dem eine zweite Stahlspitze, *b*, verschoben wurde, welche eine

Fig. 67.



Magnetnadel *ns* trug. Dieser Nadel wurde von der Seite in der Richtung ihrer Axe ein vertical hängender oder horizontal liegender Magnetstab *NS* genähert. Auf der anderen Seite des Hebels befand sich ein Messingdraht, der gegen einen frei aufgehängten Messingstab *c* gegenschlug und letzteren hob, wenn der Holzhebel sich durch die Einwirkung des Magnetstabes auf die Nadel um 4° gedreht hatte. Die Nadel und der Magnetstab waren so lang, dass die Wirkung ihrer von einander entfernten Pole vernachlässigt werden konnte. Wurde die Nadel in verschiedenen Entfernungen, e, e_1, e_2, von dem Aufhängepunkte des Holzhebels auf letzterem befestigt, und ihr der Magnet so lange genähert, bis der Messingstab gehoben wurde, sind die Wirkungen der benachbarten Pole auf einander f, f_1, f_2 u. s. f., so ist dann $fe = f_1 e_1 = f_2 e_2$.

Misst man die Entfernung x der Pole der Nadel und des Magnetes von einander, so ergiebt sich $f = const\, x^{-2}$, so dass sich das oben ausgesprochene Gesetz bestätigt.

[1]) Bidone, Gilb. Ann. **64**, 374, 1820.

126 Scoresby[1]) näherte einer Magnetnadel ns, Fig. 68, von der Ost- oder Westseite einen Magnetstab NS von der Länge a, so dass sein der Nadel zugekehrter Pol um 1 bis 50 Stablängen von dem Mittelpunkte der Nadel entfernt war. Die Nadel wird dadurch um einen Winkel α aus dem Meridian MM_I abgelenkt. Kann man annehmen, dass sie so klein und so weit von dem Magnete NS entfernt ist, dass die Einwirkung des letzteren auch nach der Ablenkung ungeändert bleibt, und die an den Polen wirkenden Kräfte der Verbindungslinie der Axe des Stabes a mit dem Mittelpunkte der Nadel parallel bleiben, so ist sie im Gleichgewicht, wenn das von dem Erdmagnetismus sA ausgeübte Drehungsmoment $sB = sA \sin\alpha$ gleich ist dem durch den Zug $sZ = Z$ des Magnetes ausgeübten Drehungsmoment $sC = Z \cos\alpha$.

Fig. 68.

Aus der Ablenkung ergiebt sich also: $Z = sA\, tg\alpha$.

Ist der Abstand des der Nadel zunächst gelegenen Endpunktes des Stabes von dem Mittelpunkte der Nadel gleich r, so setzt sich Z aus der Differenz der Wirkungen beider Pole zusammen; sind dieselben dem Quadrat des Abstandes der Pole von ns umgekehrt proportional, so ist

$$Z = \frac{const}{(r)^2} - \frac{const}{(r+a)^2} = \frac{a\,(2r+a)}{r^2\,(r+a)^2}.$$

Wurde der Stab um 1 bis 50 Stablängen von der Nadel entfernt, so ergab sich u. A.

r	1	2	4	6	8	10
$1/Z$ (ber.) . . .	1	5,4	33,3	101,8	228,7	432,1
$tg\,\alpha/Z$	68 130	73 170	71 022	79 888	73 186	75 625

Es bestätigt sich also auch hier das quadratische Gesetz.

127 Auch von Gauss[2]) ist das Gesetz des umgekehrten Quadrates der Entfernung für die magnetische Anziehung bestätigt worden, indem er vor einer Magnetnadel ns einen Magnetstab NS von der Länge a in verschiedenen Entfernungen r horizontal hinlegte, so dass die Axe desselben senkrecht auf der Ebene des magnetischen Meridians stand, einmal in der Art, Fig. 69, dass die verlängerte Axe des Stabes die

Fig. 69.

[1]) Scoresby, Jameson's New Edinb. J., p. 24, 1831; Gehler's Wörterb. 6 [2], 783. — [2]) Gauss, Intensitas. Commentat. soc. reg. scient. Gott. recent 8; Pogg. Ann. 28, 604, 1833.

Länge der Nadel halbirte (I), und dann, Fig. 70, dass die verlängerte Axe der Nadel die Länge des Stabes halbirte (II). Wir werden später nachweisen, dass unter der Voraussetzung des oben ausgesprochenen Gesetzes die Tangenten der Ablenkungswinkel φ und φ_I der Nadel in beiden Fällen für grössere Entfernungen r des Mittelpunktes des Stabes von der Nadel den Formeln

$$\text{I. } tg\,\varphi = \frac{2a}{r^3}; \qquad \text{II. } tg\,\varphi_I = \frac{a}{r^3}$$

entsprechen. Bei kleineren Entfernungen kommt hierzu noch ein Glied, welches r^{-5} enthält.

Gauss erhielt u. A. folgende Ablenkungen:

Fig. 70.

n

s

N S

r	I	II
1,1 mm		1° 57′ 24,8″
1,3	2° 13′ 51,2″	1° 10′ 19,3″
1,5	1° 27′ 19,1″	0° 45′ 14,3″
1,7	1° 0′ 9,9″	0° 30′ 57,9″
1,9	0° 43′ 21,8″	0° 22′ 9,2″
2,1	0° 32′ 4,6″	0° 16′ 24,7″
2,5	0° 18′ 51,9″	0° 9′ 36,1″
3,0	0° 11′ 0,7″	0° 5′ 33,7″
3,5	0° 6′ 56,9″	0° 3′ 28,9″
4,0	0° 4′ 35,9″	0° 2′ 22,2″

Die nach den Formeln:

$$tg\,\varphi = 0{,}086870\,r^{-3} - 0{,}002185\,r^{-5}$$
$$tg\,\varphi_1 = 0{,}043435\,r^{-3} + 0{,}002449\,r^{-5}$$

berechneten Werthe für φ und φ_1 differiren von den beobachteten höchstens um etwa ein Zehntel, so dass das Gesetz des Quadrates der Entfernung bestätigt wird [1]).

[1]) Bringt man unter der Magnetnadel eine ein horizontales Lineal tragende drehbare Scheibe an, welche mit einer zweiten, auf demselben sich drehenden, den Ablenkungsmagnet tragenden Scheibe durch einen Schienenlauf verbunden ist, so geht bei Drehung des Lineals der Ablenkungsmagnet in die verschiedenen Lagen über (Salcher, Ztschr. f. phys.-chem. Unterr. 3, 195, 1890; Beibl. 14, 823). — Bei Demonstrationen kann man auch vor dem unteren Pol eines verticalen, ziemlich langen Magnetstabes eine Magnetnadel oder auch einen horizontalen Stab, in dessen Enden ihm conaxial zwei gleiche Magnetnadeln mit ihren gleichnamigen Polen eingesteckt sind, in verschiedenen Entfernungen aufstellen und ihre Schwingungszahlen zählen (vgl. E. W. Fischer, Ztschr. f. phys. Unterr. 1, 69, 1884; Beibl. 9, 347; Meutzner, ibid. 2, 229, 1885; Beibl. 10, 635).

128 Dieses Gesetz gilt indess nur von solchen Abständen der Magnetpole an, dass man die temporären Veränderungen ihres Magnetismus durch ihren gegenseitigen Einfluss vernachlässigen kann. — Bei grosser Nähe kann diese Einwirkung veranlassen, dass selbst gleichnamige Pole sich anziehen, indem sich temporär die Molecularmagnete an den einander genäherten Enden der Magnete so umlegen, dass ihre ungleichnamigen Pole einander zugekehrt sind. Bei grösserer Entfernung tritt dann wiederum Abstossung ein, indem die Molecularmagnete ihre früheren Lagen wieder annehmen (siehe Gesetze des Magnetismus).

129 Magnetisirt man den auf die Magnetnadel einwirkenden Magnet verschieden stark, so kann man die Stärke seines Magnetismus durch die Zahl der Oscillationen bestimmen, welche er in einer gegebenen Zeit macht (s. w. u.). Magnetisirt man in gleicher Weise auch die Nadel verschieden stark, so findet man, dass die Einwirkung der Pole des Stabes und der Nadel auf einander dem Producte ihrer Magnetismen direct proportional ist. Nennt man also letztere m und m_I, den Abstand der Pole r, so ist ihre Wirkung R auf einander

$$R = -\frac{m m_I}{r^2}.$$

Die Einheiten von m und m_I sind so bestimmt, dass für $m = m_I = 1$ und $r = 1$, z. B. im C.-G.-S.-System, auch $R = 1$ wird.

IV. Wechselwirkung zwischen Strömen und Magneten. Grundgesetze.

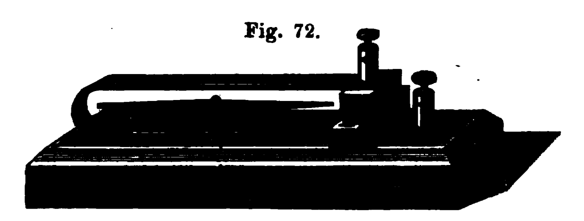
130 Hängt man eine Magnetnadel ns, Fig. 71, an einem Coconfaden auf oder setzt sie auf ein auf einer Spitze schwebendes Achathütchen, und bringt unter oder über ihr einen Leitungsdraht an, welcher sich in der Richtung des magnetischen Meridians befindet, so wird die Nadel, wie **Oersted** zuerst im Jahre 1820 gezeigt hat, aus ihrer Ruhelage abgelenkt, wenn man durch den Leitungsdraht einen Strom leitet. Fliesst derselbe in dem *unter* der Nadel befindlichen Draht von Nord nach Süd, so weicht der Nordpol der Nadel nach Westen, fliesst er in dem Drahte von Süd nach Nord, so weicht derselbe nach Osten aus. Befindet sich der Draht *über* der Nadel, so treten in beiden Fällen die entgegengesetzten

Fig. 71.



Ablenkungen ein [1]). Bei diesem Apparate ist jedesmal nur eine Nadel zu verwenden, da die verschiedenen Nadeln sich sonst stören würden. — Biegt man daher den Draht oder an Stelle desselben ein Blech, wie in Fig. 72, so dass der Strom darin über und unter der Nadel gleichzeitig in entgegengesetzten Richtungen fliesst, so wird durch die gemeinschaftliche Wirkung beider Theile des Drahtes die Nadel nach dieser oder jener Seite abgelenkt. — Lässt man die Magnetnadel um eine horizontale Axe schwingen und äquilibrirt sie durch ein kleines, auf dem Südpol befestigtes Gegengewicht, z. B. von Wachs, dass sie in horizontaler Lage im Gleichgewicht ist, so wird sie gleichfalls abgelenkt, wenn man sie den Seiten des horizontalen Leitungsdrahtes parallel stellt. Ebenso, wenn man die Nadel an dem einen oder anderen Pole durch ein Gewicht

Fig. 72.



belastet hat, so dass sie sich mit geringer Kraft vertical stellt, und ihr nun einen verticalen, von oben nach unten oder von unten nach oben vom Strome durchflossenen Leitungsdraht von der Seite nähert.

Kann die Nadel nur in einer Ebene schwingen, welche durch die Strombahn selbst geht, so wird sie nicht abgelenkt. Dies ist auch von vornherein klar. Wenn nämlich eine horizontal schwingende Nadel über einem in der Richtung des magnetischen Meridians befindlichen horizontalen Leiter in dem einen, unter demselben im entgegengesetzten Sinne abgelenkt wird, so muss sie in gleichem Niveau mit ihm keine Ablenkung erfahren. — Biot und Savart [2]) haben dies auf doppelte Art nachgewiesen; einmal, indem sie einer Nadel, welche in der auf der Inclinationsrichtung senkrechten Ebene schwang, in derselben Ebene einen Stromleiter näherten; sodann, indem sie vor einer in der Horizontalebene schwingenden Nadel in der gleichen Ebene einen Stromleiter hin- 131

[1]) Oersted, Experimenta circa efficaciam conflictus electrici in acum magneticam, Hafniae, 21. Jul. 1820; Schweigg. J. 29, 273; auch Gilb. Ann. 66, 295. Bei den meisten dieser Versuche wurde die Intensität der Ströme so stark genommen, dass die auf die Magnetnadel wirkenden Platindrähte glühend wurden. Schweigger (Schweigg. J. 31, 1, 1821) zeigte zuerst, dass schon ein in Salmiaklösung getauchter Zinkkupferstreif die Ablenkung bewirkt. — Die ersten Bestätigungen der Oersted'schen Entdeckung durch Mayer, Gött. gel. Anz. 1820, S. 171, und Pictet und de la Rive, Bibl. univ. 14, 281 und viele Andere. — Ein abgeänderter Apparat zu Demonstrationen hiervon siehe Noack, Ztschr. f. phys. Unterr. 2, 163, 1885; Beibl. 10, 191; Holtz, Ztschr. f. phys. Unterr. 4, 236, 1881; Beibl. 15, 660. — [2]) Biot und Savart, Ampère und Babinet, Entdeck. S. 77.

führten, der gegen ihre Axe senkrecht stand. Ihre Schwingungsdauer wurde hierbei nicht geändert.

Die Ablenkung der Magnetnadel durch einen ihr parallelen Strom kann nur in dem Falle 90° betragen, in welchem ausser der Richtkraft des Stromes keine andere Richtkraft auf sie wirkt, so also auch nicht die Richtkraft des Erdmagnetismus. Eine solche Ablenkung kann man daher beobachten, wenn die Nadel in einer gegen die Richtung der Inclination normalen Ebene, in der magnetischen Aequatorialebene, schwingt, und in irgend einer Richtung parallel dieser Ebene ein Strom oberhalb oder unterhalb derselben fortgeleitet wird [1].

Ebenso wie von einem festen, vom Strome durchflossenen Leiter, wird die Magnetnadel auch von dem Strome in einem flüssigen Leiter [2]) oder in einem Gase, auch von dem Strome in der galvanischen Kette selbst [3]) abgelenkt, und zwar bei gleicher Intensität des Stromes und gleicher Gestalt der Leiter ganz in derselben Weise, wie über festen Leitern (vergl. Thl. I, §. 311).

Dass auch die Ströme der Reibungselektricität die Nadel in ganz gleicher Weise ablenken, wie die galvanischen Ströme, haben wir schon Thl. I, §. 37 erwähnt.

Die Richtung der Ablenkung der Nadel kann man sich jedesmal vergegenwärtigen, wenn man dabei das von Ampère gegebene Bild (§. 88) zu Hülfe nimmt. Denkt man sich, dass man mit dem Kopfe voran mit dem positiven Strome der Elektricität fortschwimmt und dabei die Magnetnadel anblickt, so weicht der nach Norden weisende (Nord-)Pol derselben nach links aus, und die Nadel sucht sich senkrecht gegen den Leitungsdraht zu stellen [4]).

132 Die Ursache dieser Einstellung der Nadel können wir ergründen, wenn wir uns an die §. 103 gegebene Vorstellung halten, wonach jedes Molecül der Magnetnadel von einem gegen ihre Axe senkrecht gerichteten kreisförmigen Molecularstrom in der Richtung durchflossen ist, dass er, wenn man den Nordpol der Nadel zur Linken hat, über derselben von dem Beschauer fortfliesst. Alle Molecularströme im Inneren der Nadel heben sich nahezu auf, und nur ein um ihre Peripherie fliessender Kreisstrom stellt ihre Wirkung nach aussen dar. Dieser supponirte Kreisstrom sucht sich mit der Nadel neben einem vom Strome durchflossenen Leiter so einzustellen, dass er auf der dem Leiter zugekehrten Seite des Magnetstabes ihm gleich gerichtet wird. Dies ist aber nur möglich, wenn die Nadel nach der oben angegebenen Regel abgelenkt wird. Wird daher die Magnetnadel nicht durch den Erdstrom in der Nord-Südrichtung mit einer gewissen Kraft festgehalten, so stellt sie

---

[1]) Ampère, Ann. de Chim. et de Phys. 15, 198, 1820. Schmidt, Gilb. Ann. 70, 243, 1822. — [2]) Grotthus, Schweigg. J. 31, 492, 1821. — [3]) Ampère, Ann. de Chim. et de Phys. 15, 67, 1820; Gilb. Ann. 67, 123. — [4]) Ampère, l. c.

sich senkrecht gegen den neben ihr befindlichen Stromleiter. Da indess der Erdstrom seine Richtkraft äussert, so nimmt die Nadel unter dem gemeinsamen Einflusse desselben und des Stromes neben ihr eine mittlere Stellung an.

133 In der ersten Zeit nach der Entdeckung dieser Thatsachen glaubte man, der den Strom leitende Draht besässe im Kreise herum vier oder mehrere Magnetpole, so dass er gewissermaassen mehreren einzelnen Magnetstäbchen gliche, welche in gleicher Richtung in tangentialer Lage transversal neben den Leiter gelegt wären [1]). Diese Ansicht ist widerlegt, da ein vom Strome durchflossener Leiter sich nach allen Seiten hin ganz gleich gegen eine Magnetnadel verhält. So verband Oersted [2]) einen verticalen Stab AB durch zwei lange Leitungsdrähte mit den Polen der Säule und stellte neben AB eine Inclinationsnadel auf, welche durch den Strom in AB aus ihrer Ruhelage abgelenkt wurde. Wurde der ganze leitende Kreis um AB als Axe herumgedreht, so änderte sich die Ablenkung der Nadel nicht. — Dasselbe Resultat erhielt Poggendorff [3]) an einer verticalen, mit Quecksilber gefüllten Röhre, durch welche ein Strom geleitet wurde, und der von verschiedenen Seiten die Magnetnadel genähert war.

134 Das Gesetz der Wirkung eines geradlinigen Stromes auf einen Magnetstab, dessen Magnetismus in einem Punkte auf jeder Hälfte concentrirt gedacht wird, ist von Biot und Savart [4]) auf experimentellem Wege ergründet worden. Sie hängten an einem Coconfaden, Fig. 73 (a. f. S.), vor einem langen, vertical gestellten Leitungsdrahte ab, durch den ein Strom geleitet wurde, eine Magnetnadel NS von 20 mm Länge, 10 mm Höhe und 1 mm Dicke auf, und näherten dem einen Pole S derselben von Süden her einen Magnetstab mit dem gleichnamigen Pole S^I, bis die die Nadel richtende Kraft des Erdmagnetismus durch seine Einwirkung möglichst vollständig aufgehoben wurde, und die Nadel sich nur unter dem Einflusse des Stromes im Leiter ab einstellte und bewegte. Der ganze Apparat war mit einem Glaskasten bedeckt. Dabei richtete sich die Nadel NS so, dass die Verbindungslinie ihres Halbirungspunktes c, Fig. 74 (a f. S.), mit dem auf gleicher Höhe befindlichen Querschnitte des Leiters a auf ihrer Axe senkrecht stand. Der Draht ab war so lang, dass seine Enden keinen merklichen Einfluss

1) Berzelius, Ann. de Chim. et de Phys. **16**, 113, 1821; Gilb. Ann. **68**, 167; Pohl, Gilb. Ann. **69**, 171, 1821; vergl. auch Erman, Umrisse zu den physischen Verhältnissen des elektrochemischen Magnetismus, Berlin 1821; Gilb. Ann. **67**, 383; Schweigg. Journ. **32**, 38 u. A. — 2) Oersted, Ann. of Phil. Febr. 1822; Gilb. Ann. **73**, 278. — 3) Poggendorff, Gilb. Ann. **68**, 206, 1821; auch Raschig, Gilb. Ann. **67**, 436. — 4) Biot und Savart, Ann. de Chim. et de Phys. **15**, 222, 1820 und Biot, Traité de Phys. Deutsch von Fechner, 2. Aufl., **4**, 158.

auf die Nadel ausübten, und so die Resultante der Wirkung seiner sämmtlichen Theile in die durch die Nadel gelegte Horizontalebene fiel.

Es greife die Resultante der von dem Drahte *a* auf die Nordhälfte der Nadel ausgeübten Kräfte in dem Punkte *n*, Fig. 74, an und sei durch die Linie *nd* bezeichnet, welche gegen die Linie *na* in irgend einem näher zu bestimmenden Winkel *dna* geneigt sei. — Wäre statt des Nordmagnetismus in der Hälfte *cn* des Stabes in gleicher Weise ebenso viel Südmagnetismus verbreitet, so würde die auf diesen wirkende Kraft ebenfalls an Punkt *n* angreifen und die Kraft *nd* gerade aufheben, also ihr gleich und entgegengesetzt sein. Sie sei *ne*. — In der Ruhelage der Nadel ist der Angriffspunkt *s* der auf ihre Südhälfte *cs* wirkenden Kräfte *s* eben so weit vom Drahte *a* entfernt, wie der Pol *n*. Die Kraft *sg*, mit welcher der Draht an jenem Punkte wirkt, muss also der

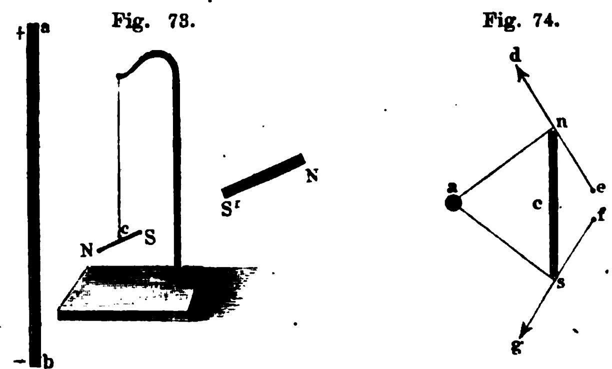


Fig. 73. Fig. 74.

Kraft *ne* gleich und in demselben Winkel, wie *ne* gegen *na*, gegen die Verbindungslinie des Punktes *s* mit *a* geneigt sein. Es ist also $\angle\, asg = ena$. Da die gleichen Kräfte *sg* und *nd* in der Ruhelage der Nadel gleiche und entgegengesetzte Drehungsmomente auf die Nadel *ns* ausüben, so muss auch $\angle\, gsa = dna$, d. h. $dna = ena$ sein. Die Winkel $and = gsa$ sind rechte.

Die Resultante der Wirkung eines von einem Strome durchflossenen, unendlich langen Leiters steht also auf der durch den Angriffspunkt der wirkenden Kräfte im Magnete und den Leiter gelegten Ebene senkrecht.

Gewöhnlich vertauscht man die Punkte *n* und *s* mit den Polen der Nadel, die man dabei an ihre Enden verlegt. Man begeht damit einen gewissen Fehler, da der Strom auf die freien Magnetismen, welche auf dem Magnetstabe verbreitet sind, nicht an allen Stellen, wie der Erdmagnetismus, parallel wirkt. Wenn wir daher im Folgenden die Einwirkung des Stromes auf die Magnetpole betrachten, so haben wir die begangene Ungenauigkeit zu berücksichtigen.

Fliesst bei diesen Versuchen der Strom in dem Leiter *a* von unten nach oben, so stellt sich der Nordpol der Nadel für einen in dem Strome

aufrecht stehenden Beobachter zur Linken ein. Die Resultante wirkt also, wenn man die Nadel von dem Strome aus ansieht, mit dem man fortschwimmt, auf den Nordpol nach links, auf den Südpol nach rechts.

Bringt man die Nadel in verschiedene Entfernungen vom Drahte und bestimmt ihre Schwingungsdauer T, so entspricht die Kraft k, mit welcher der Strom im Drahte auf sie wirkt, der Grösse $const / T^2$, wenn die Einwirkung des die Nadel richtenden Erdmagnetismus durch den Magnet $N^I S^I$ eliminirt ist. Auf diese Weise ergab sich u. A.:

Abstand der Nadel	Dauer von 10 Schwingungen	Verhältniss der Kräfte k
30 mm	42,25 Sec.	1
40	48,85	$0{,}75 \times (1 - 0{,}008508)$
60	56,75	$0{,}5 \times (1 + 0{,}095460)$
120	89,00	$0{,}25 \times (1 + 0{,}103892)$
15	30,00	$2{,}00 \times (1 + 0{,}067010)$

Die Kräfte, mit denen der in einem unendlich langen, geradlinigen Draht fliessende Strom auf einen Magnetpol einwirkt, verhalten sich mithin umgekehrt wie die Abstände des Poles von dem Leiter.

Dieser Satz lässt sich noch auf andere Art beweisen. Der Strom wird durch einen sehr langen verticalen Draht geleitet und um denselben ein zu ihm concentrischer horizontaler Holzring aufgehängt, auf welchem in radialer Richtung ein Magnet befestigt ist. Derselbe wird um den Strom als Axe nicht gedreht. Ist die auf die Einheit des Magnetismus an den um die Abstände r und r_1 von dem Strome entfernten Polen wirkende Kraft gleich R und R_1, so muss also, wenn der Magnetismus an den Polen μ ist, $\mu R r - \mu R_1 r_1 = 0$ sein, d. h. die Kräfte R und R_1 verhalten sich umgekehrt wie die Abstände r und r_1 [1]).

In Folge der auf beide Pole der Nadel wirkenden Kräfte wird ihr, wenn ihre Axe nicht auf der Verbindungslinie ihres Mittelpunktes mit der Axe des Leitungsdrahtes senkrecht steht, ein Drehungsmoment ertheilt, welches sie in die gegen jene Verbindungslinie senkrechte Stellung zurückzuführen strebt.

Wurde der vertical aufgestellte Draht durch eine kupferne Röhre von 4,3 mm Durchmesser und 2 m Länge ersetzt, dicht neben derselben ein Draht ausgespannt und die Wirkung der Röhre mit der des Drahtes verglichen, wenn durch die eine oder den anderen der Strom floss, und in verschiedenen Entfernungen vor ihnen die Magnetnadel in Schwingungen versetzt, so ergab sich das Verhältniss dieser Wirkungen bei

---

[1]) Maxwell, Treatise, 2. edit. 2, 130, 1882.

verschiedenen Abständen der Nadel von beiden constant. Das oben ausgesprochene Gesetz gilt also auch für die vom Strome durchflossene Röhre [1]).

135 Aehnliche Resultate wurden erhalten, als Biot und Savart einen horizontalen Draht in der Richtung senkrecht gegen den magnetischen Meridian ausspannten, an einem Coconfaden eine 100 mm lange Magnetnadel in verschiedenen Abständen über und unter dem Drahte aufhängten und ihre Schwingungsdauer sowohl unter dem Einflusse des Erdmagnetismus allein (T), als auch unter dem Einflusse desselben und dem eines durch den Draht geleiteten Stromes (T_1) bestimmten. Die Kraft k, mit der der Strom auf die Nadel wirkte, entsprach der Formel: $k = const\,(1/T^2 - 1/T_1^2)$. Diese Kraft ergab sich gleich gross bei gleichen Abständen der Nadel vom Draht, mochte sie über oder unter demselben schwingen. — Da bei grösserer Annäherung der ziemlich langen Nadel an den Draht die Kräfte, welche von ihm auf die Punkte der Nadel, in denen ihr Magnetismus concentrirt gedacht werden kann, in sehr spitzen Winkeln gegen die Nadel wirken, bei weiterer Entfernung aber diese Winkel sich allmählich einem rechten nähern, und dadurch das bei den Ablenkungen der Nadel aus ihrer Gleichgewichtslage auf sie ausgeübte Drehungsmoment grösser wird, zugleich aber die Kräfte wegen des Wachsens der Entfernung abnehmen, so nimmt zuerst hierbei das gesammte, die Nadel bewegende, durch den Strom auf sie ausgeübte Drehungsmoment zu, dann wieder ab. Wenn also die Wirkungen des Erdmagnetismus und des Stromes die Nadel beide in gleicher Ruhelage erhalten, nimmt hierbei zuerst die Oscillationsdauer der Nadel ab und dann wieder zu.

Das von Biot und Savart aufgestellte Gesetz hat auch Cumming [2]) bestätigt, indem er in verschiedenen Entfernungen von einem von Nord nach Süd gerichteten Leitungsdraht östlich oder westlich eine Magnetnadel aufstellte und ihre Ablenkung aus der Gleichgewichtslage bestimmte. Die Tangente des Ablenkungswinkels der Nadel, welche die von dem Leitungsdrahte ausgeübte ablenkende Kraft misst, war ihren Abständen vom Leitungsdrahte umgekehrt proportional.

136 Können wir uns die Wirkung eines unendlich langen, verticalen Stromleiters auf eine horizontale Magnetnadel in zwei Punkten derselben concentrirt denken, so folgt aus dem oben angeführten Gesetze, dass die Nadel NS, Fig. 75, von dem Strome nicht abgelenkt wird, nicht nur, wenn, wie in §. 131, der Strom B in einer die Drehungsaxe O der Nadel schneidenden, auf der (nordsüdlichen) Ruhelage der Nadel senkrechten Ebene OA fliesst, sondern dass der Strom hierbei auch noch andere Lagen annehmen kann. Sei B der Durchschnitt der durch die

[1]) Biot und Savart, l. c. — [2]) Cumming, Gilb. Ann. 69, 399, 1821.

Magnetnadel NS gelegten Horizontalebene mit dem unendlich langen verticalen Strome, BC ein von B auf NS gefälltes Loth, SD und NE die auf BS und NB senkrechten Resultanten der Stromwirkung auf die erwähnten Punkte der Nadel, so ist, wenn K eine Constante ist, welche von dem Magnetismus der Nadel und der Intensität des Stromes abhängt, $SD = K/SB$, $NE = K/NB$; also sind die auf der Nadel NS senkrechten Componenten dieser Kräfte

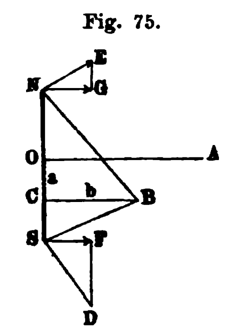
$$SF = \frac{K}{SB} \cos FSD = K \cdot \frac{CS}{SB^2}$$

$$NE = \frac{K}{NB} \cos ENG = K \cdot \frac{CN}{NB^2}.$$

Soll die Nadel im Gleichgewicht sein, so müssen beide Kräfte einander gleich sein.

Letztere Gleichung wird erfüllt einmal, wenn B in einer auf NS in O errichteten Senkrechten AO liegt, wie wir schon früher gezeigt, sodann auch, wenn B sich in der Peripherie eines durch N und S gelegten Kreises befindet. Dieser Kreis ist also ebenfalls eine neutrale Linie, N und S sind neutrale Punkte, in denen der unendliche Strom auf die Nadel nicht wirkt. Diese Punkte fallen übrigens nicht mit den eigentlichen Polen der Nadel zusammen, sondern liegen näher an ihren Enden[1]).

Fig. 75.



Indess ist die vorstehende Betrachtung nur angenähert, da die Wirkung auf die Magnetnadel nicht in zwei Punkten concentrirt ist. Bezeichnen wir OC mit a, CB mit b und ist der Abstand irgend eines Punktes der Magnetnadel von O gleich x, der freie Magnetismus μ daselbst eine Function von x, die Länge der Magnetnadel $2l$, so muss die Summe der statischen Momente der auf NS senkrechten Componenten aller auf die einzelnen Punkte der Nadel wirkenden Kräfte gleich Null sein, d. h.

$$const \int_{-l}^{+l} \frac{x \cdot \mu \cdot (x - a)}{([x - a]^2 + b^2)} dx = 0$$

eine Gleichung, welche auf etwas andere Bedingungen führt.

137 Ist, wie oben, der unendlich lange Strom vertical, seine Intensität i, liegt ein Magnetpol in einer horizontalen Ebene, und ist die Richtung des Stromes die der Z-Axe eines Coordinatensystems, dessen

---

[1]) Bertin, Ann. de Chim. et de Phys. [4] 16, 74, 1869.

X- und Y-Axe in der Horizontalebene liegen, ist i der Abstand des Poles von dem Strome gleich r, sind seine Coordinaten x und y, so sind die Componenten der denselben antreibenden Kraft

$$X = -i\frac{y}{r^2}, \qquad Y = +i\frac{x}{r^2}, \qquad Z = 0.$$

Hierbei ist die Intensität eines Stromes gleich Eins genommen, welche in der Entfernung Eins einem Magnetpole von der elektromagnetischen Intensität Eins das Drehungsmoment Eins ertheilt. Demnach ist

$$\int(X dx + Y dy + Z dz) = i . arc\, tg \frac{y}{x} + const.$$

Somit kann man die in der Horizontalebene wirkende Kraft als das Differential einer Potentialfunction ansehen. Geht der Pol, dessen freier Magnetismus μ sei, einmal um den verticalen Strom entgegen der Richtung der auf ihr wirkenden Kraft herum, so wird dabei eine Arbeit $2 i \mu \pi$ gethan und die Potentialfunction ändert sich bei jedem Umgange um denselben Werth. Das die Kraft darstellende Differential bleibt aber dasselbe.

138 Die Wirkung eines unendlich langen Stromleiters auf einen Magnetpol ist die Resultante der Wirkungen seiner einzelnen Elemente auf denselben. Aus dem Biot-Savart'schen Resultate folgt aber unmittelbar, wie La Place gezeigt hat, dass die Kraft, mit der jedes Element des Leiters auf den Magnetpol wirkt, senkrecht steht auf der durch das Element und den Pol gelegten Ebene und umgekehrt proportional ist dem Quadrat des Abstandes des Magnetpoles vom Element. — Sie ist ferner proportional dem Sinus des Neigungswinkels des Elementes gegen seine Verbindungslinie mit dem Magnetpol.

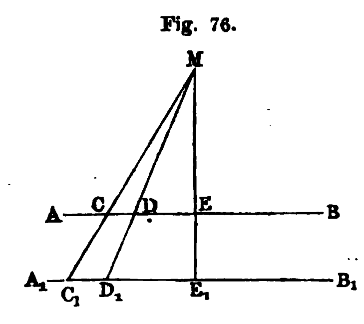
Dieses letztere Resultat lässt sich sehr einfach zeigen, wenn man eine kleine Magnetnadel in die Mitte eines Drahtkreises einhängt, dessen Ebene mit der Ebene des magnetischen Meridians zusammenfällt. Man umwindet denselben spiralig mit Windungen von übersponnenem Kupferdraht oder stellt dicht neben den ersten Drahtkreis einen zweiten gleich grossen, dessen Draht in der Ebene des Kreises selbst kleine Biegungen macht. Leitet man einen Strom durch den einen oder anderen Kreis, so wird die Nadel aus dem magnetischen Meridian um gleich viel abgelenkt, wenn in beiden Fällen die Intensität des Stromes dieselbe ist, und die Entfernung der Pole der Nadel von den Drahtkreisen gegen ihre Abweichung aus der Ebene derselben bei ihrer Ablenkung vernachlässigt werden kann. — Leitet man durch den ersten Drahtkreis den Strom in der einen Richtung und durch den zweiten zurück, so wirkt er nicht auf die Magnetnadel. So kann man also den gebogenen Draht durch den kürzeren Drahtkreis ersetzen, dessen Länge der Summe der

Längen der einzelnen Theile des gebogenen Drahtes, multiplicirt mit dem Sinus ihrer Neigung gegen den Radius des Drahtkreises, entspricht, welcher letztere im vorliegenden Falle als die Verbindungslinie der Stromelemente mit den Magnetpolen betrachtet werden kann [1]).

Nach diesem letzteren Gesetze können wir ein Stromelement, wie in Bezug auf die Einwirkung auf ein anderes Stromelement, so auch in Bezug auf seine Wirkung auf einen Magnetpol, durch mehrere Componenten ersetzen, von denen die eine die Projection des Elementes auf seine Verbindungslinie mit dem Magnetpol ist und auf denselben nicht einwirkt, da hier der Magnetpol mit gleichem Grunde nach allen Seiten ausweichen würde. Die zweite wirksame Componente ist z. B. die Projection des Elementes auf eine Ebene, welche senkrecht auf der Verbindungslinie des Elementes mit dem Magnetpol steht und die der Länge des Elementes, multiplicirt mit dem Sinus seines Neigungswinkels gegen jene Verbindungslinie, entspricht. Letztere Componente kann man wieder in verschiedene Componenten zerlegen.

139 Das §. 138 erwähnte Gesetz, dass die Wirkung eines Elementes des Leiters dem Quadrat des Abstandes desselben vom Pole umgekehrt proportional ist, lässt sich mathematisch aus dem Biot-Savart'schen Gesetze folgern.

Fig. 76.



Wir wollen mit Ampère [2]) beweisen, dass aus der Annahme des letzteren Gesetzes die erstere Beziehung unmittelbar folgt.

Sind zwei parallele, unendlich lange Ströme von gleicher Intensität AB und A_1B_1, Fig. 76, gegeben, in deren Ebene sich der Magnetpol M befindet, und zieht man von M aus durch die Linien AB und A_1B_1 zwei Linien, MCC_1 und MDD_1, welche einen nur kleinen Winkel mit einander bilden, so sind, da die von den Linien abgeschnittenen Elemente CD und C_1D_1 der Ströme beide gegen ihre Verbindungslinie C_1CM mit dem Pole M gleich geneigt sind, ihre Wirkungen k und k_1 auf den letzteren proportional ihrer Länge, und nach obigem Gesetze umgekehrt proportional dem Quadrat ihrer Entfernungen von M, also

$$k : k_1 = \frac{CD}{CM^2} : \frac{C_1D_1}{C_1M^2} \quad \cdots\cdots\cdots \quad 1)$$

[1]) Siehe auch B. Koch, Dissertation, Marburg 1890; Beibl. 14, 917. Ein anderer, weniger einfacher Beweis ist von Biot und Savart geliefert worden (l. c.). — [2]) Ampère und Babinet, Darstellung der neueren Entdeckungen. Leipzig 1822, S. 44.

Nun ist $\triangle CMD \backsim C_1 MD_1$, also $CD/CM = C_1 D_1 / C_1 M$. Sind ferner die senkrechten Abstände ME und ME_1 der Ströme AB und $A_1 B_1$ von M gleich a und a_1, so verhält sich auch $CM : C_1 M = a : a_1$. Bei Einführung dieser Werthe in die Gleichung 1) ergiebt sich

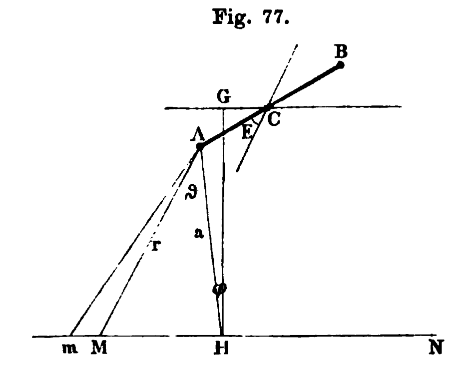
$$k : k_1 = \frac{1}{a} : \frac{1}{a_1}.$$

Da dieses Verhältniss für die Wirkung aller beliebigen Elemente von AB und $A_1 B_1$ gilt, die zwischen irgend zwei von M aus gezogenen Linien liegen, so gilt es auch für die ganzen Stromleiter, wie es das Biot-Savart'sche Gesetz hinstellt.

140 Eine andere Ableitung [1]) dieses Satzes, die einige wichtige Folgerungen zulässt, ist folgende:

Es sei AB, Fig. 77, der Magnet, welcher in einer Horizontalebene schwingen kann, und dessen Mittelpunkt C sich vertical über einem horizontalen Strome MN befindet. Es sei Mm ein Element desselben. Es sei ferner $MA = r$ und der Abstand AH des Poles A von NM gleich a. Dann soll die von dem Elemente Mm auf den Magnetpol in der auf Ebene MmA senkrechten Richtung ausgeübte Kraft

Fig. 77.



$$k = \frac{\mu i . Mm . \sin AMH}{r^2}$$

sein, wenn μ der Magnetismus des Magnetes in A und i die Intensität des Stromes ist. Nun ist $Mm . r . \sin AMH = 2 \triangle AMm$, oder, wenn Winkel $MAH = \vartheta$, auch $= r^2 . d\vartheta$, also die Kraft $k = \mu i d\vartheta / r$. Ferner ist aber $r = a / \cos \vartheta$, also

$$k = \frac{\mu i \cos \vartheta \, d\vartheta}{a}.$$

Ist der Leiter MN unendlich lang, so ist der Ausdruck von $\vartheta = - \frac{1}{2}\pi$ bis $\vartheta = + \frac{1}{2}\pi$ zu integriren. Dann ist

$$K = \frac{2 \mu i}{a}.$$

Die Kraft ist also dem Abstande des Magnetpoles vom Leiter umgekehrt proportional. — Eine gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete

[1]) Ampère, Ann. de Chim. et de Phys. 37, 133, 1828. Eine ähnliche Ableitung auch von G. G. Schmidt, Gilb. Ann. 71, 387, 1822.

Kraft wirkt am Pole B. Zerlegt man diese Kräfte in zwei, von denen die einen in verticaler Richtung wirken, die anderen in horizontaler, so sind die ersten, wenn der Winkel $AHG = \varphi$ ist, gleich $2\mu i \sin\varphi / a$. Diese beiden Kräfte vereinen sich zu einer in C wirkenden Kraft, welche den Magnet gegen den Leiter NM hinzieht oder ihn von demselben entfernt. — Die anderen horizontalen Componenten sind gleich $2\mu i \cos\varphi / a$. Sie streben den Magnet in die gegen MN senkrechte Lage zu führen. Ist die Länge $AB = 2b$, der Winkel, den der Magnet mit seiner mit MN parallelen Ruhelage macht, gleich ε, so ist das von den beiden letzteren Kräften auf den Magnet ausgeübte Drehungsmoment gleich

$$\frac{4\mu i b \cos\varepsilon \cos\varphi}{a}.$$

Sind b und der Winkel φ klein, also die Nadel klein, bezw. weit von dem Stromleiter MN entfernt, so reducirt sich dieses Moment auf

$$\frac{4\mu i b \cos\varepsilon}{a}.$$

In Folge dieses Drehungsmomentes sucht sich die Nadel senkrecht gegen den Leiter MN zu stellen. Wirkt auf die Nadel keine weitere Kraft, als die des Stromes, so erreicht sie diese Lage. Dann ist $\varepsilon = 90^0$, $\cos\varepsilon = 0$, also das Drehungsmoment Null; die Nadel hat eine stabile Gleichgewichtslage erreicht. Hätte die Nadel eine um 180^0 gegen dieselbe geneigte Lage, so wäre letztere labil.

Die anziehende Kraft, welche die Nadel durch den Stromleiter in ihrer auf seiner Richtung senkrechten Lage erfährt, ist bei dieser Lage ein Maximum, da φ, mithin auch $\sin\varphi$ ein Maximum erreicht hat. Sie ist gleichfalls dem Abstande von dem Leiter umgekehrt proportional.

Diese Anziehungskraft ist hiernach keine besondere Kraft, welche von der Richtkraft, die der Stromleiter auf die Magnetnadel ausübt, specifisch verschieden wäre. Beide Kräfte sind nur Componenten der von dem Strome auf beide Pole der Nadel wirkenden Kräfte [1]).

141

Die anziehende Kraft lässt sich durch folgende Versuche nachweisen [2]):

Hängt man eine Magnetnadel an dem einen Ende eines Wagebalkens vermittelst eines Coconfadens über oder unter einem horizontalen Leitungsdrahte auf, so stellt sie sich, wenn man durch letzteren einen Strom leitet, in der einen oder anderen Richtung senkrecht gegen denselben und wird dann angezogen.

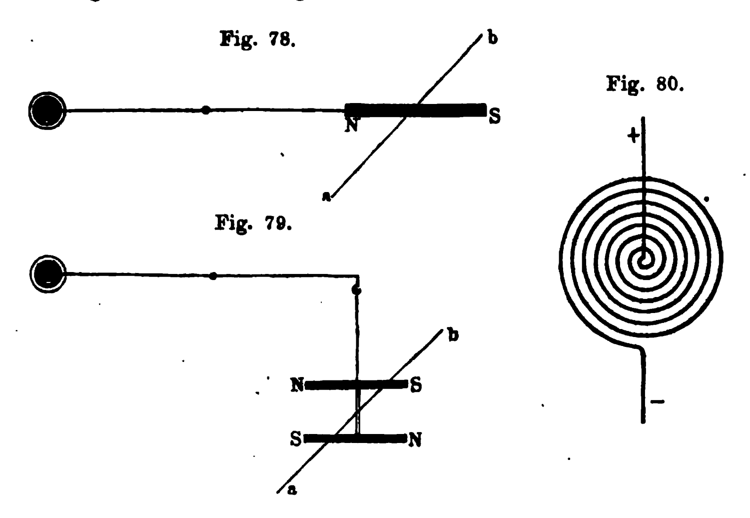
Befestigt man an dem einen Ende eines Wagebalkens in horizontaler Lage eine durch ein Gegengewicht äquilibrirte Magnetnadel NS, Fig. 78 (a. f. S.), und bringt senkrecht gegen ihre Richtung über oder unter

---

[1]) Vergl. auch Faraday, Quarterly J. of Science 12, 74; Gilb. Ann. 71, 182, 1822. — [2]) Dove, Pogg. Ann. 28, 586, 1833.

ihr einen vom Strome durchflossenen Leiter ab an, so wird die Nadel vom Leiter angezogen oder abgestossen, je nachdem die Molecularströme in der Nadel auf der dem Leiter zugekehrten Seite mit dem ihn durchlaufenden Strome gleiche oder entgegengesetzte Richtung haben. Würde man also, um wiederum der Ampère'schen Vorstellung zu folgen, mit dem positiven Strome fortschwimmend die Nadel anblicken und dabei den Nordpol derselben zur Linken haben, so würde Anziehung, würde man ihn zur Rechten haben, Abstossung erfolgen.

Hängt man, Fig. 79, zwei in entgegengesetzter Richtung fest verbundene Nadeln (eine astatische Nadel) so an einem an dem Wagebalken befestigten Coconfaden auf, dass der Stromleiter ab zwischen beiden hindurchgeht, so findet, wenn ab genau in der Mitte zwischen beiden Nadeln liegt, keine Anziehung statt, sondern die Nadeln richten sich nur



senkrecht gegen den Draht, da die auf beide ausgeübten Anziehungs- oder Abstossungskräfte in entgegengesetzter Richtung wirken. Das Gleichgewicht ist labil. Sind beide Nadeln so gestellt, dass sie ihre gleichnamigen Pole nach derselben Seite kehren, so werden umgekehrt die Nadeln nicht gerichtet; stehen sie aber in diesem Falle mit ihren Axen senkrecht gegen den Leitungsdraht, so nähert sich die eine Nadel dem Drahte, in welcher auf der dem Drahte zugekehrten Seite die Molecularströme dem Strome im Drahte gleich gerichtet sind. — Ganz ähnlich verhalten sich Nadeln, welche in verticaler Lage neben dem Leitungsdrahte aufgehängt sind.

142 Dieselben Anziehungserscheinungen zeigen sich auch zwischen Eisenstücken, welche durch einen Strom selbst temporär magnetisch gemacht werden, und dem Strome selbst.

Legt man auf einen horizontalen Leitungsdraht einen Papierstreifen und streut darauf feine Eisenfeile, so ordnen sie sich in Linien an, welche auf dem Leitungsdrahte senkrecht stehen, indem jedes Eisentheilchen in der auf der Axe des Drahtes senkrechten Richtung eine magnetische Axe erhält. Auf einer gummirten Glasplatte kann man die so eingestellte Eisenfeile fixiren und das Bild event. projiciren [1]). Man lässt nach der Anordnung einen schwachen Dampfstrahl über die Platte streichen und dann den Gummiüberzug erhärten. Die Figuren werden mit einer zweiten Glasplatte bedeckt. — Zugleich wird die so magnetisirte Eisenfeile von dem Leitungsdrahte angezogen. — Ebenso hängt sich an eine flache, vom Strome durchflossene Drahtspirale, Fig. 80, Eisenfeile in Kegelform an, indem jedes durch die Spirale magnetisirte Theilchen die benachbarten Theilchen anzieht [2]).

Wie an einem geraden Leiter kann man auch auf Platten, durch welche ein Strom fliesst, mittelst Eisenfeile die Strömungscurven fixiren [3]).

143 Befestigt man eine Magnetnadel in horizontaler Lage auf einem auf Wasser schwimmenden Kork, oder bestreicht sie mit Fett und lässt sie für sich allein auf Wasser schwimmen, und leitet über ihr einen horizontalen Strom fort, so sucht sie sich zuerst senkrecht gegen denselben zu stellen, wenn die Wirkung des Erdmagnetismus zu vernachlässigen ist, und verschiebt sich sodann in der Richtung ihrer Axe so lange, bis eine durch den Stromleiter gelegte, die Axe der Nadel in einem rechten Winkel schneidende Ebene dieselbe halbirt [4]). Ist O, Fig. 81, der Querschnitt des Stromes, NS die auf seiner Richtung senkrechte Nadel, so lassen sich die auf NO und OS normalen, in der Ebene NOS auf die Pole der Nadel wirkenden Kräfte Ne und Sc in je zwei Componenten zerlegen, von denen die einen Nf und Sd auf der Axe der Nadel senkrecht sind und sie nicht bewegen, da die Nadel in der O parallelen Ebene verbleiben muss. Die anderen Componenten Sb und Na fallen in die Richtung der Axe der Nadel und subtrahiren sich von einander. Die Nadel bewegt sich daher nach der einen oder anderen Richtung, je nachdem die eine oder andere derselben überwiegt. Beide Componenten werden gleich, wenn O sich unter dem Halbirungspunkte von NS befindet; dann hat also die Nadel ihre Gleichgewichtslage erreicht.

Fig. 81.

a N S b e f d c o

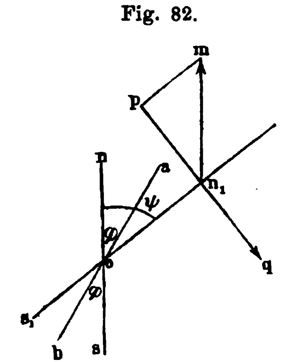
[1]) S. P. Thompson, Chem. News 37, 272; Phil. Mag. [5] 6, 348, 1878; Beibl. 2, 522. — [2]) Arago, Ann. de Chim. et de Phys. 15, 94, 1820; Gilb. Ann. 66, 311. Erman, Umrisse, Gilb. Ann. 67, 382. Davy, Phil. Trans. 1821, p. 11; Gilb. Ann. 71, 230. Faraday, l. c. — [3]) Guthrie, Chem. News 29, 143, 1874. — [4]) Boisgiraud ainé, Ann. de Chim. et de Phys. 15, 283, 1820; Gilb. Ann. 67, 166. S. auch Decharme, Compt. rend. 115, 651, 1892; Beibl. 17, 146.

144 Wirkt auf eine Magnetnadel, welche in einer, einem sehr langen Stromleiter parallelen Ebene schwingen kann, ausser der ablenkenden Kraft des Stromes noch der Erdmagnetismus, so nimmt sie eine durch beide Kräfte bedingte mittlere Richtung ein.

Als einfaches Beispiel wollen wir die Einstellung einer Magnetnadel betrachten, welche in einer Horizontalebene schwingen kann, und unter welcher in einiger Entfernung ein horizontaler Draht fortgeführt wird, der mit dem magnetischen Meridian den Winkel φ bildet. Die Lage der Nadel im magnetischen Meridian sei ns, Fig. 82; ihre Lage nach ihrer Ablenkung durch einen durch Draht ab geleiteten Strom von der Intensität i sei $n_1 s_1$. Der Ablenkungswinkel der Nadel non_1 sei gleich ψ.

Nehmen wir ferner an, der Draht ab sei weit von der Nadel entfernt, welche nur eine kleine Länge habe, so ist nach §. 140 das von dem Strome auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment $n_1 q = const\, i \cos(\psi - \varphi)$. Die erdmagnetische Kraft wirkt am Pole n_1 mit der Kraft $H = mn_1$; das auf die Nadel daselbst ausgeübte, dem ersten entgegengesetzte Drehungsmoment ist somit proportional $n_1 p = H . \sin \psi$. Soll die Nadel in Ruhe sein, so müssen beide Drehungsmomente gleich sein, d. i.

Fig. 82.



$$i = Const . H \frac{\sin \psi}{\cos(\psi - \varphi)}.$$

Ist der Draht, durch welchen der Strom fliesst, dem magnetischen Meridian parallel, so ist $\varphi = 0$, also $i = Const\, H\, tg\, \psi$. Dann ist also die Intensität des Stromes der Tangente des Ablenkungswinkels proportional.

Wir haben hierbei vorausgesetzt, dass wir die Wirkungen auf die schwingende Magnetnadel an ihren Enden concentrirt denken können; je nach ihrer Entfernung von dem Strome ändert sich eigentlich der Angriffspunkt der Kräfte allmählich und fällt bei sehr weiter Entfernung mit ihren Polen zusammen.

Ganz analog verhält sich innerhalb gewisser Grenzen eine in einem Multiplicatorrahmen schwebende Nadel (siehe weiter unten das Capitel Messapparate).

Auch ist leicht ersichtlich, dass eine in einer Horizontalebene schwingende Magnetnadel durch einen Strom in einem im magnetischen Meridian verlaufenden unendlich langen Leiter nicht abgelenkt wird, dass aber bei Hebung oder Senkung desselben sich selbst parallel die Ablenkung erst bis zu einem Maximum zu- und dann abnimmt. Die Lage des Maximums hängt von der Stärke des Erdmagnetismus ab [1]).

---

[1]) Garnault, Journ. de Phys. [3] 1, 245, 1892; Beibl. 16, 764.

145 Dreht sich die Magnetnadel bei diesen Versuchen nicht um ihren Mittelpunkt, sondern um irgend einen anderen Punkt, so stellt sie sich so, dass die Resultante sämmtlicher auf sie wirkender Kräfte durch jenen Punkt geht. Ein Beispiel dieser Art hat Roget[1]) gegeben. Er befestigte eine Magnetnadel *NS*, Fig. 83, auf einem leichten Brettchen, welches sich um einen gerade unter dem Pol *S* befindlichen Punkt auf einer Spitze drehen konnte. Ein Gegengewicht äquilibrirte das Gewicht der Nadel. Wurde in einiger Entfernung von der Nadel ein verticaler, vom Strome durchflossener Leiter *l* aufgestellt, so musste sich unter dem Einflusse des Stromes allein die Nadel so drehen, dass die horizontale Verbindungslinie des Poles *N* mit dem Leiter *l* auf der Axe *NS* der Nadel senkrecht stand; denn nur so ging die auf dieser Verbindungslinie senkrechte, vom Strome auf den Pol *N* ausgeübte Kraft durch den Unterstützungspunkt der Nadel.

Ist der Draht *l* dem Punkte *S* näher gerückt, als die Länge *NS* der Nadel, so ist diese Einstellung unmöglich. Sie bewegt sich dann so lange, bis sie auf der einen oder anderen Seite an den Draht anschlägt.

Fig. 83.

Eigentlich würden sich diese Versuche nur anstellen lassen, wenn die Nadel in der auf der Inclinationsrichtung senkrechten Ebene schwingt, und der Stromleiter auf dieser normal steht. In der Horizontalebene wird die Lage der Nadel durch die Wirkung des Erdmagnetismus geändert.

Die weitere Ausführung dieser Betrachtungen bietet keine Schwierigkeiten, wenn sie für specielle Zwecke erforderlich ist[2]).

146 Die Berechnung der Einwirkung mehrerer unendlich langer, verschieden gerichteter und gleich- oder einander entgegenlaufender Ströme auf eine Magnetnadel hat in den meisten Fällen kaum mehr Interesse, als ein blosses Uebungsbeispiel. Wir wollen deshalb nur einen besonderen Fall betrachten[3]).

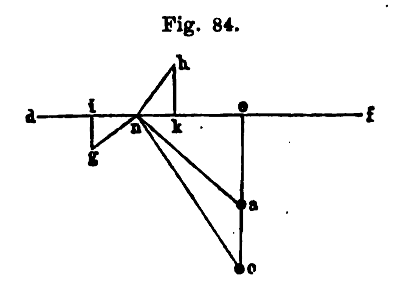
Durch zwei parallele und auf der Ebene des magnetischen Meridians normale, vertical unter einander liegende Drähte werde ein Strom in entgegengesetzter Richtung geleitet. Bringt man über den oberen oder unter den unteren Draht eine in einer Horizontalebene bewegliche Magnetnadel, so wird sie so abgelenkt, wie wenn auf sie nur der ihr zunächst liegende Draht wirkte. Wird sie nach Ost oder West in einer gegen die Ebene der Drähte senkrechten Richtung verschoben, so nimmt

[1]) Roget, Darstellung des Elektromagnetismus. Deutsch von Kottenkamp, 1847, S. 23. — [2]) Siehe darüber v. Feilitzsch, Fernewirkungen des galvanischen Stromes, Karsten's Encyklopädie, S. 33, 1865. — [3]) Seebeck, Abhandl. d. Berl. Akademie 1821, S. 289; Schweigg. Journ. 32, 27.

die Ablenkung allmählich bis Null ab und kehrt sich bei weiterer Verschiebung um. Je weiter sich die Nadel über oder unter dem ihr benachbarten Draht befindet, desto weiter muss sie verschoben werden, um das Umkehrungsphänomen zu zeigen. Aus den Beobachtungszahlen, welche Seebeck in Bezug hierauf erhalten hat, folgerte Hansteen [1]), dass die Wendepunkte der Ablenkung der Nadel sich in einer Hyperbel befinden, deren Scheitel in den der Nadel zunächst liegenden Draht fällt. Hieraus schloss Hansteen weiter, dass die Kraft, mit der die Ströme in den beiden Drähten auf die Pole der Nadel wirken, ganz wie Biot und Savart direct gefunden, dem Abstand derselben von den Drähten umgekehrt proportional sei (eigentlich der 1,018ten Potenz).

Dieses Resultat ergiebt sich aus folgender Betrachtung. Es seien a und c, Fig. 84, die Durchschnitte der auf der Ebene des Papiers normalen Drähte mit jener Ebene, def eine gegen die Linie ac senkrechte Linie in der Ebene des Papiers, auf welcher der eine Pol der Magnetnadel, z. B. der Nordpol n, von e nach d verschoben werde. Die Resultanten nh und ng der Wirkungen der Ströme in a und c auf n stehen auf den durch die Drähte und n gelegten Ebenen senkrecht und sind nach entgegengesetzten Seiten gerichtet, da der Strom beide Drähte in entgegengesetzter Richtung durchfliesst. Nach dem Biot-Savart'schen Gesetz sind diese Resultanten

Fig. 84.



$$nh = \frac{const}{na}, \quad ng = \frac{const}{nc}.$$

Zerlegt man sie nach der Richtung de, so sind die Componenten:

$$nk = const\,\frac{\cos hnk}{na}, \quad ni = const\,\frac{\cos ing}{nc} \quad \ldots \quad 1)$$

Ist nun $ne = y$, $ea = x$, $ac = r$, so ist $na^2 = y^2 + x^2$, $nc^2 = y^2 + (r + x)^2$, $\cos hnk = \cos nae = ea/na$, $\cos ing = \cos nce = ec/nc$. Bei Einführung dieser Werthe in die Gleichungen 1) erhält man

$$nk = const\,\frac{x}{y^2 + x^2}, \quad ni = const\,\frac{r + x}{y^2 + (r + x)^2}.$$

Sollen beide Ströme a und c zusammen kein Drehungsmoment auf die Nadel ausüben, so muss $nk = ni$ sein, d. i.

$$\frac{x}{y^2 + x^2} = \frac{r + x}{y^2 + (r + x)^2} \quad \text{oder} \quad x^2 + xr = y^2.$$

---

[1]) Hansteen, Gilb. Ann. 70, 175, 1822.

Dies ist aber die Gleichung einer Hyperbel, deren Scheitelpunkte in a und c liegen [1]).

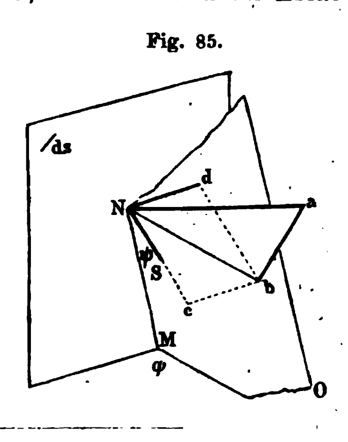
147 Auch ein anderes von Joubin [2]) experimentell geprüftes Resultat folgt unmittelbar aus analogen Berechnungen.

Auf eine in einer Eisenschale befindliche Quecksilbermasse wird ein 18 cm weiter, 60 cm hoher Glascylinder gesetzt und mit Kupfervitriollösung gefüllt. Durch ein in letztere oben eingesenktes horizontales Kupferblatt vom Durchmesser des Cylinders und das Quecksilber wird der Strom mittelst axialer Zuleitungsdrähte geleitet. In das Innere des Cylinders wird eine verticale Glasröhre gesenkt, in welcher ein sehr kleiner Magnetspiegel an einem Coconfaden hängt. In der Axe des Cylinders wird der Spiegel nicht abgelenkt, bei Annäherung an die Peripherie wächst die Wirkung proportional dem Abstande von der Axe. Ausserhalb des Cylinders, nahe seiner Oberfläche ist die Wirkung die gleiche, wie im Inneren nahe derselben, bei weiterem Abstande nimmt die Kraft proportional dem Abstande von der Axe ab. Die Rechnung ergiebt unmittelbar diese Resultate, wenn man annimmt, dass die Stromdichte an allen Stellen des Querschnittes des Cylinders gleich ist.

148 Vermittelst des Biot-Savart'schen Gesetzes lässt sich das Drehungsmoment berechnen, das ein Stromelement, welches sich in irgend einer Lage befindet, auf die Pole einer in irgend einer Ebene drehbaren Magnetnadel ausübt.

Es sei ds, Fig. 85, das Element, N der eine Pol der Magnetnadel NS, welche sich in der Ebene NO um ihre Axe drehen kann. Dann steht die Resultante $Na = R$ der Wirkung von ds auf N auf der durch ds und N gelegten Ebene senkrecht, welche die Ebene NO in der Linie NM schneide und gegen sie um den Winkel φ geneigt sei. Legt man durch Na eine auf den Ebenen Nds und ON senkrechte Ebene aNb, und projicirt in dieser Na auf die Ebene NO, so ist die Projection Nb die Componente der Kraft Na in der Drehungsebene NO der Nadel. Sie ist $Nb = Na \sin Nab$. Wollen wir das durch diese Kraft auf die Nadel

Fig. 85.



[1]) In ähnlicher Weise hat v. Feilitzsch auch die Wirkung einer Reihe paralleler und in einer Ebene liegender, von entgegengesetzten Strömen durchflossener Drähte auf eine über ihnen befindliche Nadel berechnet und, wie zu erwarten, die Rechnung durch das Experiment bestätigt gefunden. Fernewirkungen, Karsten's Encyclopädie S. 47, 1865; Pogg. Ann. 87, 427, 1852.

[2]) Joubin, Compt. rend. 116, 231, 1890; Beibl. 14, 645.

ausgeübte Drehungsmoment bestimmen, so müssen wir sie in zwei Componenten zerlegen, deren eine Nc in die Richtung der Nadel fällt und unthätig bleibt, deren zweite Nd auf ihr senkrecht ist. Die letztere ist $Nd = cb = Nb \sin bNc = Na \,.\, \sin Nab \,.\, \sin bNc$. Winkel Nab ist der Winkel zwischen den auf den Ebenen dsN und NO errichteten Lothen aN und ab, also gleich $180^0 - \varphi$, d. h. $\sin Nab = \sin \varphi$. Winkel bNc ergänzt den Winkel $cNM = \psi$ zu 90^0, welcher letztere der Winkel zwischen der Nadel NS und der Durchschnittslinie NM der Ebenen dsN des Elementes und der Drehungsebene NO der Nadel ist. Somit ist $\sin bNc = \cos \psi$, also das auf den Pol N ausgeübte Drehungsmoment

$$Nd = R \,.\, \sin \varphi \,.\, \cos \psi.$$

Ist die Nadel NS gegen ihre Entfernung vom Element klein, so ist die auf den Pol S ausgeübte und gegen die Axe der Nadel senkrechte Kraft der Kraft Nd gleich und entgegengesetzt.

Da in der Formel die Richtung des Elementes ds nicht vorkommt, so bleibt das von demselben auf den Pol N ausgeübte Drehungsmoment ungeändert, wenn es bei gleich bleibendem Abstande von N und gleich bleibender Neigung gegen seine Verbindungslinie mit N in der Ebene Nds verschoben wird. Wird ferner der Neigungswinkel der Ebene Nds des Elementes und der Drehungsebene NO der Nadel gleich 0 oder 180^0, d. i. fällt das Element in die Ebene der Nadel, so ist $\sin \varphi = 0$, also $Nd = 0$; der Strom in ds übt auf die Nadel kein Drehungsmoment aus (vgl. §. 124). Steht dagegen die Ebene Nds des Elementes senkrecht auf der Ebene der Nadel, so ist das Drehungsmoment im Maximum. Ebenso nimmt es bei gleich bleibender Neigung der Ebenen Nds und NO bis zu Null ab, wenn die Nadel ns einen allmählich von Null bis 90^0 wachsenden Winkel mit der Durchschnittslinie beider Ebenen bildet.

149 Wie durch den galvanischen Strom, wird auch durch den Strom einer Elektrisir- oder Influenzmaschine und auch durch den Batteriestrom die Magnetnadel abgelenkt, wenn man sie z. B. durch die Multiplicatorwindungen eines Galvanometers leitet [1]). Die Kraft, mit welcher diese Ablenkung bewirkt wird, ist allein von der Elektricitätsmenge abhängig, welche bei der Nadel in einer gegebenen Richtung vorbeiströmt. Sie ist also auch proportional der aus der Batterie entladenen Elektricitätsmenge q. Ist die Zeitdauer der Entladung sehr klein gegen die Schwingungsdauer der Nadel des Galvanometers, und wird dieselbe um den Winkel α abgelenkt, so ist:

$$q = const \,.\, \sin {}^1/_2\, \alpha.$$

[1]) Zuerst nachgewiesen von Colladon, Ann. de Chim. et de Phys. 33, 62; Pogg. Ann. 8, 336, 1826.

Diese Formel entspricht derjenigen, welche für den Ausschlag α eines Pendels gilt, wenn dasselbe aus seiner Verticallage durch einen kurzen horizontalen Anstoss q nach der Seite hin in die Höhe schwingt.

Bei Erfüllung der letzteren Bedingung ist die Ablenkung der Nadel unabhängig von der Oberfläche der Batterie und der Natur des Schliessungsbogens, auch unabhängig davon, ob die Entladung oscillatorisch unter Hin- und Herbewegungen der Elektricität erfolgt [1]).

So waren z. B. die Ablenkungen a der Doppelnadel eines Galvanometers bei folgenden Flaschenzahlen s und Elektricitätsmengen q in der Batterie mit Einschaltung von

Salmiaklösung	$q = 8$	$s = 7$	$a = 13$
Wasser	$q = 8$	$s = 7$	$a = 13$
Wasser	$q = 8$	$s = 1$	$a = 14$
Holzcylinder	$q = 8$	$s = 7$	$a = 14$

Bei Anwendung gewöhnlicher Galvanometer ergeben sich oft Abweichungen von diesem Gesetz, die dadurch bedingt sind, dass die entladenen Elektricitätsmengen, welche in grosser Dichtigkeit zum Multiplicator gelangen, zwischen den einzelnen Windungen durch die isolirende Umhüllung derselben unter einer im Inneren des Multiplicators oft unmerklichen Funkenentladung übergehen [2]). Man hat deshalb feuchte Schnüre in den Schliessungskreis eingeschaltet, um die Elektricitäten in langsamerem Strome dem Galvanometer zuzuführen. Fertigt man den Multiplicator aus etwa 0,5 mm dickem Kupferdraht, welcher mit einer 0,5 bis 1 mm dicken Kautschuk- oder Guttaperchaumhüllung versehen ist, so hat man obigen Uebelstand kaum zu befürchten [3]).

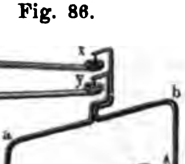
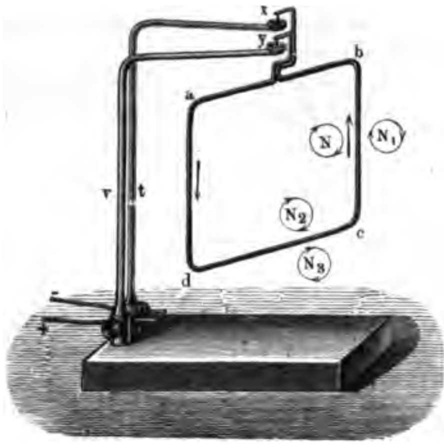
150 Ganz dasselbe Gesetz gilt, wenn man einen galvanischen Strom durch die Multiplicatorwindungen gehen lässt. Ist die gesammte Zeitdauer desselben verschwindend klein gegen die Schwingungsdauer der Nadel, so ist wiederum die dem Sinus des halben Ablenkungswinkels proportionale ablenkende Kraft desselben der bei der Nadel vorbeigegangenen Elektricitätsmenge proportional, also z. B. die gleiche, mag nun der Strom 1 während der Zeit t oder der Strom n während der Zeit t/n wirken.

151 Wie sich bei diesen Versuchen eine Anziehung und Abstossung eines Magnetes durch einen Strom zeigt, so kann man umgekehrt eine Anziehung und Abstossung eines vom Strome durchflossenen Leiters durch einen Magnet nachweisen.

1) Riess, Pogg. Ann. 67, 535, 1846. — 2) Faraday, Exp. Res. 3. Ser., §. 361 u. f., 1833; W. Weber, Elektromagn. Maassbest. 1, 86. — 3) Alle früheren Angaben, die das erwähnte Gesetz nicht bestätigen, sind von den angeführten Nebenumständen beeinflusst.

Hängt man am Ampère'schen Stativ, Fig. 86, einen Draht auf, durch welchen in der Richtung der beigezeichneten Pfeile ein Strom fliesst, und nähert ihm einen Stahlmagnet von vorn, so dass sein Nordpol N nach hinten gerichtet ist, er also durch einen in der Richtung des um N angegebenen Pfeiles seinen Magnetismus erhalten hat, so wird der bewegliche Draht von dem Magnetpol abgestossen. Befindet sich der Magnetpol in N_1, also auf der anderen Seite des Drahtes, so wird er dagegen angezogen. Ebenso werden die horizontalen Theile des Leiters abgestossen, wenn der Magnet sich in N_2, angezogen, wenn er sich in N_3 befindet. Wird der Magnetstab in umgekehrter Richtung dem aufgehängten Draht genähert, so dass sein Südpol nach hinten gerichtet ist, so tritt an Stelle der Anziehung eine Abstossung, und umgekehrt.

Fig. 86.

Sehr bequem lassen sich diese Erscheinungen mit de la Rive's schwimmenden Strömen (§. 90) nachweisen.

In ähnlicher Weise beobachtete Davy[1]), dass Platindrähte, welche auf einer Messerscheide schwebten und durch die ein Strom geleitet wurde, sich beim Annähern eines Magnetes bewegten.

152 Bringt man einen in sich geschlossenen, frei beweglichen Kreisstrom in die Nähe eines Magnetes, so schiebt er sich über denselben, so dass die Richtung des Stromes in ihm gleich wird der Richtung der im Magnet anzunehmenden Molecularströme, und er ist erst im Gleichgewicht, wenn seine Ebene normal steht auf der Axe des Magnetes, dieselbe halbirt und er den Magnet an einer Seite mit seiner Peripherie berührt. Auch diese Versuche lassen sich sehr gut mit schwimmenden Strömen anstellen[2]). Es zeigt sich dabei eine interessante Erscheinung: Nähert man einem schwimmenden Strom von der Seite einen horizontalen Magnetstab, so stellt sich der Strom zuerst so, dass er auf seiner dem Magnet zugekehrten Seite den Molecularströmen in der benachbarten Seite des Magnetes gleich gerichtet ist, und bewegt sich zum Magnet hin. Denkt man den Strom durch einen kleinen Magnet ersetzt,

---

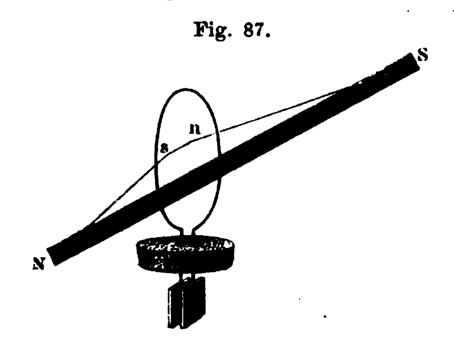
[1]) Davy, Phil. Trans. 1821, S. 17. — [2]) De la Rive, Bibl. univ. **18**, 276; Gilb. Ann. **71**, 120, 1822.

dessen Querschnitt der Fläche des Stromes entspricht, so würde er seinen Nordpol dem Südpol des Magnetes und umgekehrt zuwenden.

Steht die Ebene des Stromes senkrecht auf der Magnetaxe und schneidet dieselbe in ihrer Mitte, so befindet sich der Strom in labilem Gleichgewicht. Sobald er sich ein wenig nach dem einen oder anderen Pol des Magnetes verschiebt, gleitet er zu demselben hin, indem er sich dabei mit seiner vom Magnet abgekehrten Seite zu ihm hinneigt und sich allmählich mit der ganzen Fläche an ihm anlegt. Der Strom bewegt sich sodann ein wenig über das Ende des Magnetes hinaus vorwärts, legt sich um und schiebt sich auf den Magnet hinauf, bis er auf der Mitte desselben angekommen ist.

Die Wirkungen der Pole N und S, Fig. 87, des Magnetes gegen den kleinen Magnet ns, durch welchen wir uns den Strom ersetzt denken, greifen an irgend zweien, zu beiden Seiten der Stromfläche liegenden nord- und südpolaren Punkten n und s desselben an. Ist der Strom normal gegen die Magnetaxe und gleich weit von N und S, so sind beide Wirkungen gleich und liefern nur eine Componente, die den Strom am Magnet festhält. Ist aber der Strom dem einen Pole näher,

Fig. 87.



z. B. an N, so neigt sich der den Strom ersetzende Magnet mit seinem Ende s gegen N hin und wird zugleich gegen N stärker hingezogen, als gegen S. Der ganze Strom bewegt sich also nach dem Pol N. Er neigt sich mit seiner nach N gekehrten Seite gegen die Axe NS und legt sich an dieselbe an, wenn beim Fortschreiten der Bewegung des Stromes der Pol s des kleinen ihn ersetzenden Magnetes immer stärker gegen N hingezogen wird. So gelangt der Stromkreis allmählich vor das Ende des Magnetes und schiebt sich dann über den Magnet hinüber, wie sich leicht aus der Wirkung der Magnetpole auf die Stromelemente ableiten lässt.

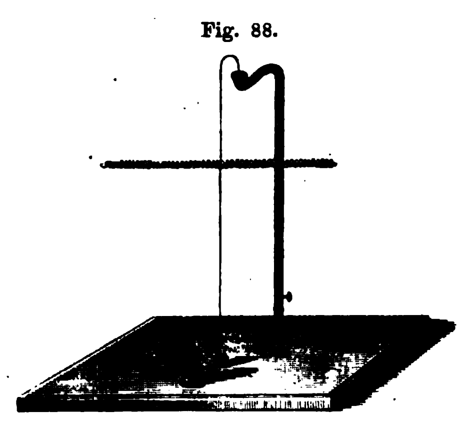
V. Vergleichung des Verhaltens der Magnete und der Solenoide.

153 Wir haben jetzt zu zeigen, dass die Wirkung eines Magnetes auf ein Stromelement, sowie die Wirkung zweier Magnete auf einander sich auf die Annahme von Molecularströmen, welche ihre Axe umkreisen, zurückführen lassen. Wir führen diesen Nachweis, indem wir den Magnet

als linear betrachten, seine Pole an seine Enden verlegen, und somit seine Wirkungen nach aussen mit denen eines Solenoides parallelisiren. Dickere Magnetstäbe und Stäbe, deren Pole nicht an den Enden liegen, können wir immer als Bündel linearer Stäbe oder einzelner, verschieden langer Solenoide ansehen.

Zuerst kann man die soeben ausgesprochene Analogie durch das Experiment begründen, indem man annähernd ein Solenoid darstellt [1]). Man windet eine enge gerade Drahtspirale, Fig. 88, von übersponnenem Kupferdraht, und leitet die Enden ihres Drahtes durch ihre Axe bis zu ihrer Mitte zurück, führt sie sodann nach oben und unten und versieht sie mit Stahlspitzen, welche in Quecksilbernäpfchen eingehängt werden. Leitet man durch diese Spirale einen Strom, so kann man bei der Kleinheit ihrer Windungen jedes Element des Stromes in zwei Elemente zerlegen, von denen das eine in die Richtung der Axe der Spirale fällt, das andere darauf senkrecht steht. Die Wirkung der Ströme in den ersteren Componenten nach aussen heben sich mit den Wirkungen des Stromes in dem durch die Axe der Spirale gezogenen Draht auf. Die anderen Componenten stellen vereint kleine Kreisströme dar, die um die Axe der Spirale in Ebenen fliessen, welche gegen dieselbe normal sind und somit ein Solenoid bilden, so weit wir ihre Ausdehnung als sehr klein betrachten können. — Würde man die Drähte von den Enden der Spirale aus sogleich nach aussen hin in Quecksilbernäpfchen leiten, so würden sich die der Axe parallelen Componenten nicht aufheben, und einen geradlinigen Strom in der Richtung der Axe der Spirale darstellen, auf welchen genäherte Magnete u. s. f. noch besonders einwirken.

Fig. 88.



Nähert man den Enden dieses Solenoides den Nord- oder Südpol eines Magnetes, so werden dieselben angezogen oder abgestossen, je nachdem die supponirten Molecularströme im Magnet den Strömen im Solenoid gleich- oder entgegengerichtet sind. Hierbei verhält sich wiederum dasjenige Ende des Solenoides wie ein magnetischer Nordpol, welcher zur Linken eines Beobachters liegt, der in den Windungen des Solenoides mit dem positiven Strome fortschwimmt und die Axe desselben betrachtet.

1) Ampère, Ann. de Chim. et de Phys. 15, 172, 1820; Théorie, p. 323 u. flgde.

Man kann auch bei diesen Versuchen das Solenoid nach Art der schwimmenden Ströme von de la Rive (§. 90) auf einem Kork befestigen, seine Enden durch letzteren leiten, unterhalb eine Zink- und eine Kupferplatte daran löthen, und den Kork auf saurem Wasser schwimmen lassen.

Die Wirkung des Solenoids auf eine über demselben aufgehängte Magnetnadel ist nur gering, da sich die Wirkungen der einander diametral gegenüberstehenden Theile der Windungen nahezu aufheben.

154 Noch vollständiger ergiebt sich die Analogie zwischen den Magneten und Solenoiden aus den folgenden Betrachtungen:

Wir vergleichen zuerst die Wirkung eines Magnetpoles auf ein Stromelement mit der eines einseitig begrenzten Solenoids auf dasselbe.

Bezeichnet man den Abstand eines Poles m des Magnetes vom Stromelement ds mit l, den Winkel zwischen ds und l mit (l, ds), den Magnetismus des Magnetpoles mit m, die Intensität des Stromes in ds mit i, so ist nach dem Biot-Savart'schen Gesetz die Wirkung auf das Element, welche auf der durch das Element ds und die Verbindungslinie l desselben mit m gelegten Ebene senkrecht steht:

$$W = \frac{im \, . \, ds \sin(l, ds)}{l^2}.$$

Wir haben schon §. 45 berechnet, dass die Einwirkung R eines nach einer Seite unendlich verlängerten Solenoids auf ein Element ds (absolut genommen) durch die Formel

$$R = \frac{1}{2} \, i i_1 ds \, . \, \lambda \alpha \, \frac{\sin(l, ds)}{l^2}$$

dargestellt wird, wo l der Abstand des Elementes ds von dem ihm zunächst liegenden Ende des Solenoids, i und i_1 die Intensitäten der Ströme im Element und in dem Solenoid, λ der Flächenraum jedes geschlossenen Stromes des Solenoids, α die Zahl dieser Ströme auf der Längeneinheit des Solenoids ist, und R auf der durch l und ds gelegten Ebene senkrecht steht:

Die Werthe R und W werden identisch, wenn

$$m = \frac{1}{2} \, i_1 \lambda \alpha$$

ist. — Wir können also auch hier die Wechselwirkung zwischen einem Magnetpol und einem Elemente durch die Wirkung eines einseitig unendlich verlängerten Solenoids auf das Element darstellen.

155 Wir vergleichen ferner die Wirkung eines unendlich kleinen Magnetes mit der eines unendlich kleinen geschlossenen Stromes auf ein Element eines zweiten Stromes.

Das Element liege in dem Anfangspunkt der Coordinaten und falle mit der Z-Axe zusammen; seine Länge sei dz_I, die Intensität des dasselbe durchfliessenden Stromes sei i_I, die Coordinaten des Schwerpunktes des kleinen geschlossenen Stromes seien x, y, z, seine Intensität i, der von ihm umkreiste Flächenraum λ, sein Abstand vom Element $dz_I = l$. Dann sind nach §. 43 die Componenten der Wirkung desselben auf das Element dz_I, da $dz_I = dy_I = 0$:

$$X = + \tfrac{1}{2} i i_I \lambda \frac{d\left(\frac{y}{l^3}\right)}{dq} dz_I, \quad Y = - \tfrac{1}{2} i i_I \lambda \frac{d\left(\frac{x}{l^3}\right)}{dq} dz_I, \quad Z = 0,$$

wo dq die Länge eines unendlich kleinen, auf der Ebene des Stromes λ errichteten Lothes ist, welches das Differential des Abstandes derselben vom Coordinatenanfangspunkt darstellt.

Ein kleiner Magnet, dessen Axe auf der Ebene des kleinen Stromes λ senkrecht steht, habe die Länge ε; die an seinen beiden Endpunkten angehäuften magnetischen Fluida seien $+\mu$ und $-\mu$; dann wirkt das Fluidum $+\mu$ auf das Element dz_I mit einer Kraft, welche senkrecht auf dem Elemente dz_I und der Linie l steht, also in der XY-Ebene liegt und gleich ist:

$$K_{+\mu} = i_I dz_I . \mu \frac{\sin(l, z)}{l^2} = i_I dz_I \mu \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{l^3},$$

wo (l, z) den Winkel zwischen dem Element dz_I oder der Z-Axe und der Verbindungslinie l desselben mit dem unendlich kleinen Magnet bedeutet.

Die Componente dieser Kraft, welche mit der X-Axe zusammenfällt, ist demnach

$$X_{+\mu} = i_I dz_I \mu \frac{y}{l^3}.$$

Um die Wirkung des zweiten Poles des Magnetes nach der Richtung der X-Axe zu erhalten, müssen wir berücksichtigen, dass sich der Werth z/l^3 ändert, wenn wir auf der Axe des Magnetes, welche mit der Richtung des Lothes q zusammenfällt, vom ersten zum zweiten Pol um die Länge ε fortschreiten. Wir müssen daher z/l^3 als Function von q betrachten und den betreffenden Werth der Function für $q + \varepsilon$ entwickeln. Dann erhalten wir mit Vernachlässigung der Glieder, welche die höheren Potenzen des kleinen Werthes ε enthalten,

$$f(q + \varepsilon) = f(q) + \varepsilon \frac{df(q)}{dq} = \frac{y}{l^3} + \varepsilon \frac{d\left(\frac{y}{l^3}\right)}{dq}.$$

Demnach ist die X-Componente der Wirkung dieses zweiten Poles

$$X_{-\mu} = - i_I dz_I \mu \left(\frac{y}{l^3} + \varepsilon \frac{d\left(\frac{y}{l^3}\right)}{dy} \right)$$

und die gemeinsame Wirkung beider Pole

$$X_{\pm\mu} = -\, i_I d z_I \mu \varepsilon \cdot \frac{d\left(\frac{y}{l^3}\right)}{d q} = -\, \frac{i_I d z_I \mu \varepsilon}{l^3}\left(\frac{d y}{d q} - \frac{3 y}{l}\frac{d l}{d q}\right).$$

Ebenso ist die Y-Componente dieser Wirkung

$$Y_{\pm\mu} = +\, i_I d z_I \mu \varepsilon \cdot \frac{d\left(\frac{x}{l^3}\right)}{d q} = +\, \frac{i_I d z_I \mu \varepsilon}{l^3}\left(\frac{d x}{d q} - \frac{3 x}{l}\frac{d l}{d q}\right).$$

Diese Werthe sind den Componenten der Wirkung des kleinen geschlossenen Stromes auf das Element $d z_I$ gleich, wenn (bei Umkehrung des Magnetes)

$$\tfrac{1}{2} i_I \lambda = \mu \varepsilon$$

ist. — Wir können die Länge des kleinen Magnetes ε beliebig wählen, müssen dafür aber den Werth μ so abändern, dass das Product $\mu \varepsilon$, das „**Moment des Magnetes**“ constant bleibt. Von diesem allein ist seine Wirkung auf das Stromelement abhängig.

Da man jedes Stromelement eines kleinen geschlossenen Stromes, mithin ihn selbst in seiner Wirkung auf ein anderes Stromelement durch seine Projectionen auf drei, den Coordinatenebenen parallele, durch seine Mitte gelegte Ebenen ersetzen kann, so kann man auch die den geschlossenen Strom ersetzenden, auf seiner Ebene normalen kleinen Magnete in je drei Magnete von gleichem Magnetismus wie jene zerlegen, deren Längen die Projectionen derselben auf drei durch sie gelegte, den Coordinatenaxen parallele Linien sind [1]).

Nach dieser Betrachtung können wir die oben gegebenen Formeln noch umändern. Wir wollen dabei annehmen, der Mittelpunkt M des Magnetes NS, welcher auf das im Coordinatenanfangspunkt befindliche Element $d z_I$ wirkt, falle in die YZ-Ebene. **156**

Die Wirkungen der Projectionen des Magnetes NS auf die durch M parallel den Axen gelegten Linien stehen normal auf der durch ihre Pole und $d y_I$ gelegten Ebene, sind also der XY-Ebene parallel. Wir können so aus den Formeln des §. 148 die Componenten dieser Wirkungen nach der X- und Y-Axe berechnen.

Für die auf der YZ-Ebene senkrecht stehende Projection des Magnetes ist $d q = d x$, $d y = 0$, $x = 0$, also

$$X = 0, \qquad Y = \frac{i_I d z_I \mu \varepsilon}{l^3}$$

(vergl. die analoge Formel [§. 41] für die Einwirkung eines kleinen geschlossenen Stromes auf ein in seiner Ebene liegendes Element).

---

[1]) Siehe auch einen Beweis dieser Analogie von G. Lippmann, Journ. de Phys. **8**, 371, 1879; Beibl. **4**, 146. Weitere Beweise von Léon, Journ. de Phys. [2] **8**, 184, 1889; Beibl. **13**, 548.

Für die Projection des Magnetes, welche mit der Y-Axe parallel ist, also auf der Richtung des Elementes dz_I senkrecht steht, ist $dq = dy$, $dx = 0$. Bezeichnen wir den Winkel, den die Verbindungslinie von dz_I mit der Axe des Magnetes macht, mit ψ, so ist $dl/dq = \cos\psi$; $y/l = \cos\psi$, also

$$X = -\frac{i_I dz_I \mu\varepsilon}{l^3}(1 - 3\cos^2\psi), \qquad Y = 0.$$

Für die der Z-Axe parallele, d. i. dem Element dz_I gleich gerichtete Projection ist $dq = dz_I$, $dx = 0$, $dy = 0$, $x = 0$. Nennen wir den Winkel zwischen der Linie $dz_I M$ und der Axe des Magnetes ψ_I, so ist $dl/dq = \cos\psi_I$, $y/l = \sin\psi_I$, also

$$X = +\frac{3 i_I dz_I \mu\varepsilon}{l^3}\cdot\cos\psi_I \sin\psi_I = +\frac{3 i_I dz_I \mu\varepsilon}{2 l^3}\cdot\sin 2\psi_I, \qquad Y = 0\ ^{1)}.$$

Für die Wirkungen eines kleinen geschlossenen Stromes auf ein Stromelement erhalten wir selbstverständlich dieselben Formeln, wenn wir den Winkel, welchen die Verbindungslinie des Elementes und des Schwerpunktes des Stromes mit dem auf der Ebene des Stromes in diesem Punkte errichteten Lothe bildet, wiederum mit ψ bezeichnen, und in obigen Formeln den Werth $\mu\varepsilon$ durch $\frac{1}{2} i_I \lambda$ ersetzen, wo λ der Flächenraum, i_I die Intensität des geschlossenen Stromes ist.

157 Ferner wollen wir die Wirkungen eines unendlich kleinen geschlossenen Stromes von der Intensität i und dem Flächeninhalt λ auf einen Magnetpol vergleichen mit der eines auf dem geschlossenen Strome senkrecht stehenden unendlich kleinen Magnetes auf den Magnetpol.

Da wir §. 154 gesehen haben, dass wir für die Wechselwirkung eines Magnetpoles und eines Stromelementes den Magnetpol durch ein nach einer Seite unendlich verlängertes Solenoid ersetzen können, so wird das Gleiche geschehen können, wenn jenes Stromelement einem kleinen geschlossenen Strome angehört.

Sind die Coordinaten des dem Magnetpole entsprechenden Endes des Solenoids $x_1 y_1 z_1$, die des kleinen Stromes $x^1 y^1 z^1$, ist die Intensität der Ströme des Solenoids i_1, der Flächenraum derselben λ_1, ihre Zahl auf der Längeneinheit des Solenoids α, der Abstand der Punkte $x_1 y_1 z_1$ und $x^1 y^1 z^1$ gleich l, so ist nach §. 46 die X-Componente der Wechselwirkung des Stromes und Solenoids:

$$(X) = -\frac{1}{2} i i_1 \lambda \lambda_I \alpha \frac{d\left(\frac{x_I - x^1}{l^3}\right)}{dq},$$

wo q das vom Anfangspunkte der Coordinaten auf die Ebene des kleinen Stromes gefällte Loth ist.

1) Vergl. eine andere Ableitung von W. Weber, Pogg. Ann. 77, 28, 1849.

Hat der kleine, auf dem geschlossenen Strome senkrecht stehende Magnet die Länge ε, ist der Magnetismus desselben $\pm \mu$, der des Magnetpols, welchen das Solenoid ersetzt, gleich m, so finden wir ganz analog, wie in den vorigen Paragraphen, die X-Componente der Wechselwirkung beider:

$$(X) = - m\mu\varepsilon \frac{d\left(\frac{x_1 - x^1}{l^3}\right)}{dq}.$$

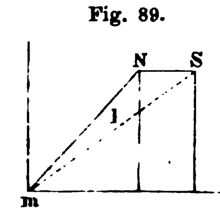
Wiederum können wir also die Wirkung des kleinen Stromes auf den Magnetpol m durch die eines unendlich kleinen Magnetes ersetzen, wenn für letzteren

$$\mu\varepsilon = {}^1/_2\, i_1 \lambda$$

ist. Auch hier ist die Wirkung des den geschlossenen Strom ersetzenden Magnetes nur von seinem Moment $\mu\varepsilon$ abhängig.

158 Aus dieser Formel leitet sich noch folgender Ausdruck für die Wirkung eines kleinen Magnetes NS, Fig. 89, vom Moment $\mu\varepsilon$ auf einen Magnetpol m ab. Der letztere falle mit dem Anfangspunkte der Coordinaten zusammen. Dann sind $x_1, y_1, z_1 = 0$. Der kleine Magnet liege in der XY-Ebene, seine Axe sei der X-Axe parallel, der Winkel zwischen der Verbindungslinie des einen Poles S des Magnetes mit dem Magnetpol und der Axe NS des Magnetes $\angle\, mSN = \psi$, dann ist:

Fig. 89.



$$dq = dx, \quad dy = 0, \quad dl = dq \,.\, \cos\psi.$$

Die Componenten der Wirkung werden also:

$$X = m\mu\varepsilon \frac{d\left(\frac{x}{l^3}\right)}{dq} = \frac{m\mu\varepsilon}{l^3}\left(\frac{dx}{dq} - \frac{3x}{l}\frac{dl}{dq}\right) = \frac{m\mu\varepsilon}{l^3}(1 - 3\cos^2\psi)$$

$$Y = m\mu\varepsilon \frac{d\left(\frac{y}{l^3}\right)}{dq} = \frac{m\mu\varepsilon}{l^3}\left(\frac{dy}{dq} - \frac{3y}{l}\frac{dl}{dq}\right) = 3\frac{m\mu\varepsilon}{l^3}\sin\psi\cos\psi,$$

also die Resultante:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \frac{1}{l^3} m\mu\varepsilon\sqrt{1 + 3\cos^2\psi}.$$

Für die Wirkung des kleinen geschlossenen Stromes auf den Magnetpol m erhält man auf dieselbe Weise:

$$R = - \frac{i_1 \lambda m}{2 l^3}\sqrt{1 + 3\cos^2\psi}\ ^1).$$

1) Vergl. auch Poisson, Mém. de l'Acad. 5, 268.

159 Denselben Satz hat W. Weber[1]) auch aus einem für viele Anwendungen wichtigen Lehrsatz von Gauss[2]) abgeleitet:

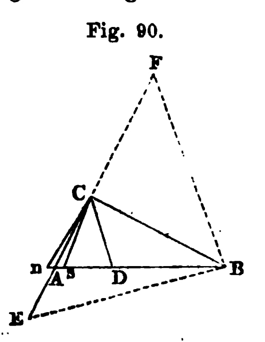


Fig. 90.

In A, Fig. 90, liege ein kleiner Magnet ns von der Länge ε, dessen Magnetismus an beiden Polen $\pm\mu$ betrage. Sein magnetisches Moment ist also $M = \varepsilon\mu$. In C befinde sich in grösserer Entfernung von ns der Magnetpol m. Errichtet man auf AC in C das Loth CB, verlängert ns bis B und theilt AB in D, so dass $AD = \frac{1}{3} AB$ ist, so ist CD die Richtung der von ns auf C ausgeübten Kraft, und die Grösse derselben ist: $CD/AD.Mm/AC^3$. Dieselbe ist von C nach D gerichtet, wenn die Pole C und s ungleichnamig, entgegengesetzt von D nach C gerichtet, wenn sie gleichnamig sind.

Es sei AC der X-Axe, CB der Y-Axe parallel, dann ist die X- und Y-Componente der Wirkung von ns auf C:

$$X = -\frac{m\mu}{Cn^2}\cos ACn + \frac{m\mu}{Cs^2}\cos ACs,$$

$$Y = -\frac{m\mu}{Cn^2}\sin ACn + \frac{m\mu}{Cs^2}\sin ACs.$$

Wegen der Kleinheit der Winkel ACn und ACs können wir:

$$\cos ACn = \cos ACs = 1,\quad \sin ACn = \sin ACs = \frac{1}{2}\,\frac{\varepsilon}{AC}\,\frac{CB}{AB}$$

setzen. Ferner ist:

$$\frac{1}{Cs^2} - \frac{1}{Cn^2} = \frac{2\varepsilon}{AB.AC^2} \quad \text{und} \quad \frac{1}{Cs^2} + \frac{1}{Cn^2} = \frac{2}{AC^2},$$

also

$$X = \frac{2Mm}{AB.AC^2},\quad Y = \frac{CB}{AB}\,\frac{Mm}{AC^3},$$

daher die Resultante:

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = \frac{Mm}{AB.AC^3}\sqrt{4AC^2 + BC^2}.$$

Verlängert man CA bis E, so dass $AE = AC$ und zieht BF parallel CD, so ist $BE = \sqrt{CE^2 + CB^2} = \sqrt{4AC^2 + BC^2}$. Dann ist $\triangle BCE \cong BCF$, also $BE = BF = 3CD$ und $AB = 3AD$, also

$$R = \frac{CD}{AD}\,\frac{Mm}{AC^3} \text{ w. z. b. w.}$$

---

[1]) W. Weber, Pogg. Ann. 55, 33, 1842; Elektrodyn. Maassbest. 1, 53. — [2]) Gauss, Resultate des magn. Vereins. 1837, S. 23 und 1840, S. 26.

Setzt man $AC = l$, $\angle sAC = \psi$, und beachtet, dass in $\triangle DAC$: $AB = AB \cos DAC = 3\, AD \cos\psi$ und zugleich $CD^2 = AC^2 + AD^2 - 2\, AC . AD \cos\psi = AD^2\,(1 + 3\cos^2\psi)$ ist, so folgt:

$$R = \frac{Mm}{l^3}\sqrt{(1 + 3\cos^2\psi)}, \text{ wie oben.}$$

Bildet man die Ausdrücke X/R und Y/R, so ergiebt sich, dass auch die Richtung der Resultante R mit CD zusammenfällt.

160 Aus diesem Satze folgt unter Anderem: Ist C der Pol einer Magnetnadel, welche sich unter Einfluss des Erdmagnetismus in den mit CD zusammenfallenden magnetischen Meridian einstellt, und soll ein horizontaler, entfernter, in A liegender Magnet ns, dessen Axe auf den Meridian senkrecht steht, das Azimuth derselben nicht ändern, so muss die Resultante der Wirkungen von ns auf C mit CD zusammenfallen. In diesem Falle ist in der Figur $\angle ADC = 90^0$, also $tg\, ACD = AD/DC = AD/\sqrt{AD . DB} = \sqrt{1/2}$. Die Verbindungslinie AC der Nadel mit dem Magnet muss also mit dem Meridian einen Winkel $ACD = 35^0\, 16'$ machen. — Die Directionskraft der Magnetnadel in C ändert sich dadurch um $m\mu \sqrt{2}/AC^3$, wo m und μ die Momente der beiden Magnete sind.

161 Die X-Componente der Wirkung zweier kleiner geschlossener Ströme von den Intensitäten i und i_1 und den Flächenräumen λ und λ_1, deren Coordinaten xyz, $x_1y_1z_1$ sind, haben wir §. 44 gefunden:

$$X = -\tfrac{1}{2}\, i i_1 \lambda \lambda_1 \frac{d^2\left(\frac{x_1 - x}{l^3}\right)}{dq\, dq_1};$$

wo wiederum dq und dq_1 die kleinen, auf den Stromebenen errichteten Lothe sind, welche die Differentiale ihrer Abstände vom Coordinatenanfangspunkte darstellen.

Sind die kleinen Ströme durch zwei Magnete von der Länge ε und ε_I, den Magnetismen $\pm\mu$ und $\pm\mu_I$ ersetzt, deren Axen auf ihnen senkrecht stehen, so ist nach §. 157 die X-Componente der Wirkung des einen derselben auf den einen Pol $+\mu_I$ des anderen dargestellt durch

$$X_{+\mu_1} = -\mu_I \mu\, \varepsilon \frac{d\left(\frac{x_1 - x}{l^3}\right)}{dq}.$$

Wollen wir dieselbe Wirkung für den anderen Pol $-\mu_I$ des Magneten berechnen, so müssen wir X als Function des Werthes q_I betrachten und den betreffenden Werth für $q_I + \varepsilon_1$ entwickeln. Dann ist:

$$X_{-\mu_1} = +\mu_I \mu\, \varepsilon \left[\frac{d\left(\frac{x_1 - x}{l^3}\right)}{dq} + \varepsilon_1 \frac{d^2\left(\frac{x_1 - x}{l^3}\right)}{dq\, dq_1}\right],$$

also die gemeinsame Wirkung beider Pole:

$$X_{\pm\mu_1} = \mu\mu_1 \varepsilon\varepsilon_1 \frac{d^2\left(\frac{x_1 - x}{l^3}\right)}{dq\,dq_1} \quad \ldots \ldots \quad (2)$$

Die Y- und Z-Componenten entwickeln sich in gleicher Weise. — Die Ausdrücke für die Wechselwirkung der beiden kleinen Ströme und Magnete werden identisch, wenn:

$$\tfrac{1}{2} i i_1 \lambda \lambda_1 = \mu_1 \mu \varepsilon \varepsilon_1$$

ist. Sind die Flächenräume und Intensitäten der Ströme, sowie die Momente $\mu\varepsilon$ und $\mu_1 \varepsilon_1$ der Magnete gleich, so ist auch:

$$\tfrac{1}{2} i^2 \lambda^2 = \mu^2 \varepsilon^2,$$

also

$$\mu\varepsilon = i\lambda \sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

162 Zum Schluss vergleichen wir auch noch die Wirkung zweier Magnetpole auf einander mit der Wirkung zweier nach einer Seite unendlich verlängerter Solenoide auf einander, deren Endpunkte dieselbe Lage haben, wie die Pole der Magnete.

Nach §. 47 ziehen sich die in der Endlichkeit liegenden Enden der Solenoide mit einer Kraft an, welche dem Quadrat ihrer Entfernung umgekehrt entspricht, und dem Product der Flächenräume λ^1 und λ_1 der Molecularströme, sowie dem Producte der Intensitäten i^1 und i_1 derselben und dem Product ihrer Anzahl α^1 und α_1 auf der Längeneinheit des Solenoides direct proportional ist. So ergab sich absolut genommen:

$$R = \tfrac{1}{2} i_1 i^1 \lambda_1 \lambda^1 \alpha_1 \alpha^1 \frac{1}{l^2}.$$

Die Wirkung zweier Magnetpole auf einander, welche die magnetischen Fluida m und μ enthalten, und sich in der Entfernung l von einander befinden, ist aber (ohne Berücksichtigung des Vorzeichens)

$$= \frac{m\mu}{l^2}.$$

Dieser Werth wird mit dem oben gegebenen, theoretisch gefundenen Resultat identisch, wenn man:

$$m\mu = \tfrac{1}{2} i_1 i^1 \lambda_1 \lambda^1 \alpha_1 \alpha^1 \text{ setzt.}$$

Ist $m = \mu$, so ist auch $i_1 \lambda_1 \alpha_1 = i^1 \lambda^1 \alpha^1$, also

$$m = \mu = i_1 \lambda_1 \alpha_1 \sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

Mithin lässt sich das Gesetz der Einwirkung zweier Magnetpole auf einander auch unmittelbar aus der Annahme ableiten, dass die einzelnen Moleciile der Magnete von Molecularströmen umflossen sind.

Sind die beiden auf einander wirkenden Magnete begrenzt, und bezeichnet man die Coordinaten ihrer Pole, welche an ihre Enden verlegt

seien, sowie deren Abstände mit den Indices [1] und [0], so setzt sich die X-Componente der Wirkung aus den gegenseitigen Anziehungen und Abstossungen der Pole $\pm m$ und $\pm \mu$ zusammen. Sie ist:

$$X = m\mu\left(\frac{x_1 - x^1}{(l_1^1)^3} + \frac{x_0 - x^0}{(l_0^0)^3} - \frac{x_1 - x^0}{(l_1^0)^3} - \frac{x_0 - x^1}{(l_0^1)^3}\right).$$

Auch diese Formel ist identisch mit der für die Wechselwirkung zweier begrenzter Solenoide erhaltenen Formel, wenn wir dieselbe Substitution, wie oben, für $m\mu$ vornehmen.

Wir können somit die Wechselwirkung zwischen zwei Magneten und zwischen einem galvanischen Strom und einem Magnet darstellen, indem wir die Magnete durch Solenoide ersetzen. So haben wir nur die Anziehungen und Abstossungen der Ströme der Solenoide gegen einander und gegen andere geschlossene Ströme zu betrachten, welche Kräfte ganz analog, wie die übrigen Anziehungskräfte, in der Richtung der Verbindungslinie der einzelnen Elemente der auf einander wirkenden Ströme thätig sind. — Würden wir dagegen die von den Magneten ausgehenden Kräfte als ganz besondere ansehen, so würde die Wechselwirkung zwischen denselben und den Stromelementen nach dem Biot-Savart'schen Gesetz senkrecht auf den durch das Element und die Magnetpole gelegten Ebenen stehen. Man würde auf diese Weise ausser jenen Anziehungskräften noch neue Naturkräfte annehmen müssen, die ähnlich den Kräftepaaren wirkten (siehe das Schlusscapitel).

VI. Rotationen bei der Wechselwirkung von Strömen und Magneten.

A. Allgemeine Theorie der Rotationen.

Da wir nach dem Vorhergehenden jeden geschlossenen Strom bei seiner Wirkung auf die Elemente eines zweiten Stromes durch einen Magnet ersetzen können, da wir ferner eine Rotation eines Stromelementes durch einen geschlossenen Strom hervorbringen können, so ist es auch möglich, durch die Einwirkung eines Magnetes auf ein Stromelement eine Rotation des einen oder anderen herzustellen. 163

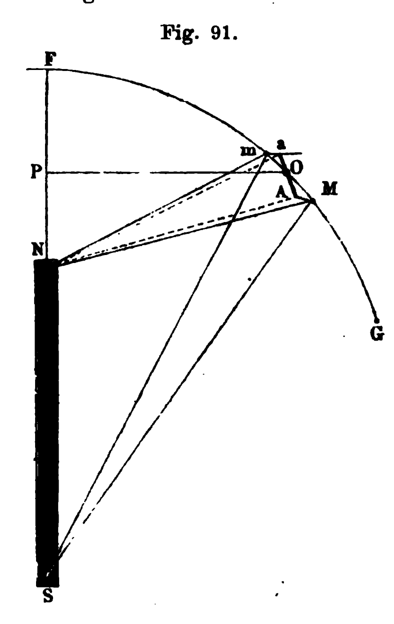
Wir betrachten zuerst die allgemeinen Gesetze dieser Rotationen und dann eine Reihe von speciellen, durch das Experiment geprüften Fällen, wo wir zugleich die mehr elementaren, wenn auch nicht immer ganz ausreichenden Erklärungen beifügen wollen.

Die Gesetze der Rotation eines Magnetes um ein Stromelement und umgekehrt können aus dem Biot-Savart'schen Gesetze[1]) abgeleitet werden.

[1]) Ampère, Ann. de Chim. et de Phys. 37, 113, 1828.

Wir wollen annehmen, dass die Pole eines Magnetstabes mit seinen Enden zusammenfallen, und letztere somit auch die Angriffspunkte der Wirkung eines Stromes auf den Magnet sind.

Fig. 91.



Sind N und S, Fig. 91, diese Pole, ist mM ein Element des Stromes, so stehen die (in der Figur nicht gezeichneten) Resultanten OC und OD der Wirkungen von N und S auf Mm senkrecht auf den Ebenen NmM und SmM, und wirken an dem Halbirungspunkte O des Elementes in entgegengesetzten Richtungen.

Ist der Abstand des Elementes von N gleich r, der von S gleich r_I, sind die Winkel zwischen der Richtung des Elementes und seinen Verbindungslinien mit den Polen $\angle MmN = w$, $\angle MmS = w_I$, ist ferner der in N und S angehäufte Magnetismus des Magnetes gleich $\pm \mu$ und die Länge des Elementes $mM = ds$, die Intensität des Stromes in demselben gleich i, so ist:

$$OC = \frac{\mu i ds \sin w}{r^2} \qquad OD = -\frac{\mu i ds \sin w_I}{r_I^2}.$$

Die Flächen der Dreiecke NmM und SmM sind aber gleich $\frac{1}{2} r ds \sin w$ und $\frac{1}{2} r_I ds \sin w_I$. Bezeichnet man die doppelten Flächen derselben mit dv und dv_I, so erhält man:

$$OC = \frac{\mu i dv}{r^3} \qquad OD = -\frac{\mu i dv_I}{r_I^3}.$$

Will man die gemeinsame Wirkung beider Kräfte nach einer gegen OC und OD um die Winkel ε und ε_I geneigten Linie OE bestimmen, so muss man die Wirkung OC mit $\cos \varepsilon$, OD mit $\cos \varepsilon_I$ multipliciren und beide Werthe addiren.

Bezeichnet man die doppelten Projectionen der Dreiecke NmM und SmM auf eine auf OE senkrechte Ebene mit du und du_I, so ist $\cos \varepsilon = du/dv$, $\cos \varepsilon_I = du_I/dv_I$, also die Wirkung in der Richtung OE:

$$OE = \mu i \left(\frac{du}{r^3} - \frac{du_I}{r_I^3}\right).$$

164 Die Kraft OE stehe jetzt auf der durch den Mittelpunkt des Elementes O und die Axe NS des Magnetes gelegten Ebene senkrecht.

Dann ist die Projection des Dreieckes NmM auf die Ebene NSO durch Dreieck NaA dargestellt. Bezeichnet man den Winkel FNM zwischen der Axe NS und der Projection Na der Linie Nm auf die Ebene NSO mit ϑ, so ist $\angle aNA = d\vartheta$ und das doppelte Dreieck $aNA = du = r^2 d\vartheta$. Also ist die Componente der Wirkung des Poles N auf mM senkrecht gegen die Ebene ONS gleich $\mu i d\vartheta / r$.

Wollen wir das in derselben Richtung auf das Element mM ausgeübte Drehungsmoment um die als feste Axe betrachtete Magnetaxe NS bestimmen, so ist der Werth mit dem Abstande von O von der letzteren, d. h. mit $OP = r \sin\vartheta$ zu multipliciren. Dann ist es gleich $\mu i \sin\vartheta d\vartheta$.

Ist in gleicher Weise der Winkel $NSA = \vartheta_1$, so ist das durch Pol B ausgeübte Drehungsmoment in derselben Richtung $-\mu i \sin\vartheta_1 d\vartheta_1$, also das ganze durch beide Pole dem Element mM ertheilte Drehungsmoment:

$$D = \mu i (\sin\vartheta d\vartheta - \sin\vartheta_1 d\vartheta_1).$$

Ersetzt man den Magnet durch ein Solenoid, so ist ersichtlich, dass nur dann eine Rotation eintreten kann, wenn dabei das Element ds seine relative Lage gegen die einzelnen Punkte der Peripherie der Kreisströme desselben ändert. Ist daher Mm mit AB fest verbunden, so rotiren sie nicht um einander, wie man nach der directen Anwendung des Biot-Savart'schen Gesetzes vermuthen könnte. Sind beide getrennt, so kann je nach der Lage der Rotationsaxe das Element um den festen Magnet, dieser um das festgestellte Element, oder auch der Magnet um seine eigene Axe rotiren.

165 Die Z-Axe eines rechtwinkeligen Coordinatensystems, dessen Mittelpunkt NS halbirt, falle mit der Axe NS des Magnetes zusammen, die Y-Axe sei senkrecht dagegen in der durch NS und O gelegten Ebene und die X-Axe zu letzterer Ebene normal. Wir wollen dabei, wenn wir Linien parallel diesen Axen durch O ziehen, die Richtung der Z nach oben, die Richtung der Y von links nach rechts und die Richtung der X von vorn nach hinten als positiv annehmen und hiernach die Richtung der Componenten des durch Mm fliessenden Stromes nach den drei Axenrichtungen, sowie die Vorzeichen der Winkel w und w_1, welche von der Z-Axe nach der positiven Seite der Y-Axe und von dieser nach der positiven Seite der X-Axe als positiv genommen werden, bezeichnen. Hierdurch bestimmt sich dann die Rotationsrichtung von Mm.

Wir wollen dies an einfachen Beispielen erläutern [1]).

1. Es liege das Element Mm oder dz parallel der Z-Axe, also parallel NS; der Strom fliesse von unten nach oben, i ist also positiv, der Magnet stehe, wie in der Figur, vertical, mit dem Nordpol nach

[1]) Vergl. auch Bertin, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 55, 304, 1859 und Jungk, Pogg. Ann. 127, 645, 1866.

oben. Dann ist Winkel $w = \vartheta$, $w_1 = \vartheta_1$ und beide sind positiv. Kraft OC wirkt in der Richtung der positiven X nach hinten, Kraft OD nach vorn. Die Differenz beider ist

$$W = OC - OD = \mu i d s \left(\frac{\sin\vartheta}{r^2} - \frac{\sin\vartheta_1}{r_1^2}\right).$$

Bezeichnen wir das von ds auf die Z-Axe gefällte Loth OP mit y, so ist $\sin\vartheta = y/r$, $\sin\vartheta_1 = y/r_1$, also:

$$W = \mu i y d s \left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{r_1^3}\right).$$

Liegt ds in der Verlängerung von NS, so ist $y = 0$; die Wirkung ist also Null. Liegt es ausserhalb derselben, und oberhalb der durch die Mitte des Magnetes gelegten XY-Ebene, so sind $\sin\vartheta$ und $\sin\vartheta_1$ positiv, und $\sin\vartheta > \sin\vartheta_I$ und $r < r_I$; daher wird W positiv, das Element rotirt, wenn es in constantem Abstande von der Z-Axe zu bleiben gezwungen ist, von rechts nach links für einen in NS aufrecht stehenden Beschauer.

Sinkt das Element bis in die XY-Ebene, so wird $\sin\vartheta = \sin\vartheta_I$, $r = r_I$; die Rotation hört auf. Unterhalb jener Ebene wird $\sin\vartheta_I > \sin\vartheta$, $r > r_I$, die Rotationsrichtung kehrt sich um.

Bei umgekehrter Stromrichtung im Element wird i zu $-i$, $w = 180 + \vartheta$, $w_I = 180 + \vartheta_I$, und es treten die entgegengesetzten Erscheinungen hervor.

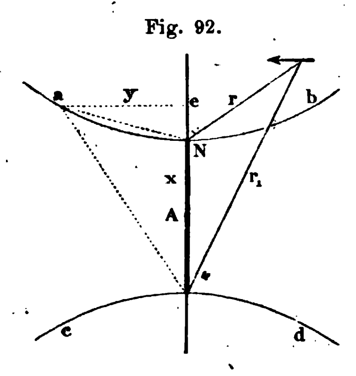
2. Liegt ds in der durch die Axe des Magnetes gelegten Ebene und ist senkrecht gegen die Axe (in der Richtung der Y-Axe), und fliesst der Strom darin in der Richtung der positiven Y, also vom Magnet fort, so ist i positiv, Winkel $w = -(90 - \vartheta)^0$, $w_I = -(90 - \vartheta_I)^0$, also:

$$W = -\mu i d s \left(\frac{\cos\vartheta}{r^2} - \frac{\cos\vartheta_1}{r_1^2}\right).$$

Befindet sich wiederum das Element oberhalb NS in der Axe des Magnetes, so ist $\cos\vartheta = \cos\vartheta_1$, also findet keine Rotation statt. Liegt es ausserhalb der Axe so weit oberhalb einer normal zu NS durch N gelegten Ebene, dass $\cos\vartheta/r^2 > \cos\vartheta_1/r_1^2$ ist, so rotirt das Element von dem in NS stehenden aufrechten Beschauer gesehen von hinten nach vorn oder von links nach rechts. Rückt das Element hinab, bis $\cos\vartheta/r^2 = \cos\vartheta_1/r_1^2$ ist, so hört die Rotation auf. Bei weiterem Hinabrücken des Elementes wird $\cos\vartheta_1/r_1^2 > \cos\vartheta/r$, die Rotation kehrt sich um. Diese entgegengesetzte Rotationsrichtung bleibt bei, so lange das Element auf gleicher Höhe mit den verschiedenen Punkten des Magnetes ist, da dann ϑ ein stumpfer Winkel und $\cos\vartheta$ negativ ist. Wenn das Element unter den unteren Magnetpol gesunken ist, so ist auch ϑ_1 stumpf, $\cos\vartheta_1$ negativ, dann hört die Rotation auf und kehrt sich in die frühere Richtung um, wenn wiederum $\cos\vartheta/r^2 = \cos\vartheta_1/r_1^2$ geworden ist.

Die Punkte in der Ebene der Figur 92, für welche die Rotation Null wird, sind durch letztere Gleichung dargestellt. Sie entsprechen zweien gleichen Curven ab und cd, welche durch die Pole des Magnetes gehen und eine nahezu hyperbolische Gestalt haben. Fällt man von irgend einem Punkte a dieser Linien auf die Magnetaxe ein Loth $ae = y$, nennt die Länge des Magnetes $2a$ und den Abstand von e von dem Halbirungspunkte A des Magnetes $Ae = z$, so ist die Gleichung der Curven durch die Relation

Fig. 92.



$$\frac{z-a}{[(z-a)^2+y^2]^{3/2}} = \frac{z+a}{[(z+a)^2+y^2]^{3/2}}$$

gegeben.

166

Gehört Element mM, Fig. 91, einem vom Strome i durchflossenen Bogen FG an, für dessen Enden die Werthe der Winkel ϑ und ϑ_I sich in φ und φ_I, γ und γ_I verwandeln, so ist bei der Integration von D das Drehungsmoment für diesen Bogen:

167

$$\triangle = \mu i\,[(\cos\varphi - \cos\gamma) - (\cos\varphi_I - \cos\gamma_I)].$$

Da das Drehungsmoment nur von den Winkeln abhängt, welche die Verbindungslinien der Endpunkte des Bogens FG und der Magnetpole mit der Axe des Magnetes machen, so ist es von der Gestalt des zwischen den Punkten F und G befindlichen Bogens unabhängig.

Ist der Bogen in sich geschlossen, so wird $\varphi = \gamma$ und $\varphi_1 = \gamma_1$, oder, wenn der Magnet im Inneren des Stromkreises sich befindet, $\gamma = 2\pi + \varphi$ und $\gamma_1 = 2\pi + \varphi_1$, also $\triangle = 0$.

Ein in sich geschlossener, unveränderlicher Stromkreis kann also weder durch einen Magnet, noch umgekehrt der Magnet durch einen geschlossenen Stromkreis in Rotation versetzt werden.

Nehmen wir den Magnet unendlich kurz, so können wir an seine Stelle einen unendlich kleinen geschlossenen Strom setzen. Da wir aber jeden geschlossenen Strom aus solchen kleinen Strömen zusammensetzen können, so kann auch durch die Wechselwirkung zweier geschlossener Ströme nie eine Rotation des einen oder anderen derselben eintreten.

Da ein galvanischer Strom nur in einem geschlossenen Stromkreise entstehen kann, so kann auf diese Weise niemals ein Strom um einen Magnet oder ein Magnet um einen Stromleiter rotiren, wenn nicht ein Theil der Strombahn unveränderlich mit dem Magnet verbunden ist

und ihre Verbindung mit den übrigen Theilen der Leitung durch Quecksilberrinnen und Quecksilbernäpfe oder Federn hergestellt wird, welche gegen die Peripherie von Metallplatten schleifen u. s. f.

Dann ist die drehende Wechselwirkung des mit dem Magnete fest verbundenen Theiles der Strombahn und des Magnetes selbst Null, und es bleibt nur die Wirkung der nicht fest mit dem Magnet verbundenen Theile des Stromes.

Bei der Rotation eines Magnetes durch einen Strom muss bei jeder Umdrehung der eine Pol des Magnetes durch die Bahn des geschlossenen Stromes hindurchgehen.

168 Liegt der eine Endpunkt F des beweglichen Stromtheiles in der Axe des vertical gestellten Magnetes, wie z. B. in Fig. 91, der andere G ausser der Axe, so ist $\angle\ \varphi = \varphi_I = 0$, also bleibt das Drehungsmoment, welches der Magnet auf denselben ausübt:

$$\varDelta = -\mu i\,(\cos\gamma - \cos\gamma_I).$$

Rückt der Endpunkt G des Leiters FG allmählich bei gleichem Abstande von der Axe des Magnetes weiter herunter, so wächst die Differenz der beiden Cosinus, bis der Endpunkt G in die Horizontalebene des Poles N fällt und $\angle\ \gamma = 90^0$, $\cos\gamma = 0$ wird. Dann ist das Drehungsmoment, wenn in dieser Lage $\angle\ \gamma_I = \gamma_{Ia}$ ist:

$$\varDelta_a = +\mu i \cos\gamma_{Ia}.$$

Sinkt der Punkt G noch weiter herab, so wird $\angle\ \gamma > 90^0$, also $\cos\gamma$ negativ. Wenn G sich auf halber Höhe zwischen den Polen N und S befindet, so ist $\cos\gamma = -\cos\gamma_I$, also, wenn der Werth von γ jetzt γ_m ist:

$$\varDelta_m = 2\mu i \cos\gamma_m.$$

Dies ist der Maximalwerth des Drehungsmomentes. Sinkt G noch weiter bis auf die Höhe von Pol S herab, so ist $\angle\ \gamma_1 = 90^0$ und $\cos\gamma_1 = 0$; dagegen ist $\angle\ \gamma = 180^0 - \gamma_{1a}$, also das Drehungsmoment

$$\varDelta_b = +\mu i \cos\gamma_{1a}.$$

Das Drehungsmoment ist also dasselbe, wie wenn sich der Punkt G im gleichen Niveau mit dem anderen Pol N befindet. Bei weiterem Hinabrücken von Punkt G vermindert sich das Drehungsmoment immer mehr.

Die Richtung der Rotation bestimmt sich, wie oben, durch das Vorzeichen von $\varDelta$.

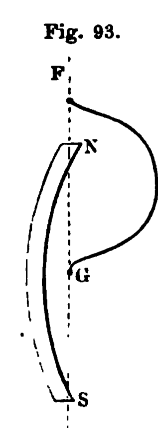
Das auf den Magnet von dem Stromtheile FG ausgeübte Drehungsmoment ist in allen Fällen durch $-\varDelta$ dargestellt. Der Magnet rotirt also in entgegengesetzter Richtung, wie der Stromleiter.

Liegen die Endpunkte F und G beide in der Axe des Magnetes, z. B. der eine F über Pol N, der andere G unter Pol S, so ist $\varphi = \varphi_I = 0$

und $\gamma = \gamma_I = 180^0$, also $\varDelta = 0$. Liegen beide über dem Pol N, so ist $\varphi = \varphi_1 = \gamma = \gamma_1 = 0$ und wiederum $\varDelta = 0$. In diesen Fällen ist also keine Drehung des beweglichen Stromtheiles und Magnetes möglich.

Endlich kann der eine Endpunkt F des beweglichen Theiles der Strombahn über dem Pole N, der andere G zwischen den Polen N und S liegen. Dies ist nur möglich, wenn der Magnet wie in Fig. 93 gebogen ist. In diesem Falle ist $\varphi = \varphi_I = 0$, $\gamma = 180^0$, $\gamma_I = 0$, also $\varDelta = 2\mu i$. Der Leiter GF dreht sich daher, bis er an den Magnet anschlägt. Er wird dann durch die Masse des letzteren an weiterer Rotation gehindert. Indess könnte er auch, selbst wenn er die Masse des Magnetes durchbrechen könnte, seine Rotation nicht dauernd fortsetzen. Denn denken wir uns den Magnet aus Molecularmagneten zusammengesetzt, deren Axen der Axe des Magnetes parallel sind, welche gleich stark magnetisch sind und sich in sehr geringen Abständen von einander befinden, so heben sich für jede grössere Entfernung die Wirkungen der neben einander liegenden entgegengesetzten Pole zweier benachbarter Molecularmagnete auf, und nur die Wirkungen der äusseren Pole N und S der letzten Molecularmagnete bleiben übrig. Träte der Leiter FG aber zwischen die Molecularmagnete in den Magnet hinein, so würde ihm jetzt von oben ein mit N ungleichnamiger, von unten ein mit S ungleichnamiger Pol des benachbarten Molecularmagnetes gegenüberstehen, und da beide aus allernächster Nähe viel stärker als N und S wirkten, so erhielte er hierdurch eine der ursprünglichen entgegengesetzte Rotation.

Fig. 93.



Zugleich wird $\cos\gamma_m$ um so grösser, je näher sich der Punkt G an der Axe des Magnetes befindet. Die Schnelligkeit der Rotation nimmt also mit Annäherung des Punktes G an den Magnet zu. Man kann dies nachweisen, wenn man bei dem §. 171, Fig. 96 beschriebenen Apparate eine recht breite Quecksilberrinne verwendet und verschiedene Leiter zu derselben führt.

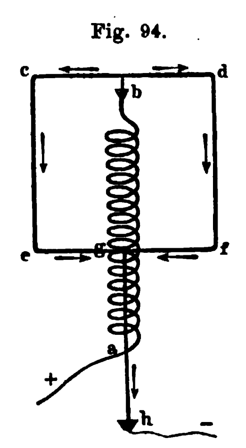
169 Liegt der Punkt G sehr weit von dem vertical gestellten Magnete, so wird $\gamma = \gamma_I = 90^0$, also $\varDelta = 0$. Ist der Leiter fest, so rotirt jetzt der Magnet nicht. In der That, denkt man sich den Leiter in diesem Falle von dem Punkte G in weitem Bogen zu einem über dem Magnet gelegenen Punkte seiner Axe geführt, und von da vertical zum Pol des Magnetes, so wirken wesentlich nur die diesem Pole zunächst liegenden, vertical über ihm befindlichen Theile des Leiters auf ihn ein, da bei grossem Abstande die Länge der Elemente direct der Entfernung, die Wirkung derselben aber umgekehrt dem Quadrat der Entfernung pro-

portional ist. Besteht der Magnet nur aus einer verticalen Reihe von Molecularmagneten, so kann ein verticaler, ihm conaxialer Strom dieselben nicht in Rotation versetzen.

Tritt in die Axe eines Magnetes von grösseren Querdimensionen von oben der Strom ein, so kann man denselben als aus vielen linearen Magneten bestehend ansehen. Der mit der Axe zusammenfallende Magnet rotirt nicht, wohl aber die ausser derselben liegenden, indem für sie der Strom nicht gerade in der Richtung ihrer Axe fliesst. — Wollten wir den Magnet durch grössere geschlossene Ströme ersetzen, die ihn auf der ganzen Peripherie umkreisen, so würde auch so keine Rotation eintreten. Letztere Vorstellung von der Natur des Magnetes, welche man in der ersten Zeit der elektrodynamischen Betrachtung seiner Eigenschaften hegte, ist deshalb nicht beizubehalten.

170 Da die Wirkung eines Solenoides auf ein Stromelement nach den Betrachtungen der §. 153 u. flgde. vollständig mit der eines Magnetes übereinstimmt (abgesehen von der Lage der Pole, vergl. §. 104), so kann man in allen demnächst zu beschreibenden Versuchen die Magnetstäbe durch eng gewundene Spiralen von übersponnenem Kupferdraht ersetzen, durch welche man einen Strom in der einen oder anderen Richtung leitet. Man erhält dann dieselben Rotationen. — Ampère[1]) hat diese Analogie auch insofern nachgewiesen, als, wenn die beiden Enden eines beweglichen Leiters in der Axe eines Solenoides liegen, er nicht rotirt. Zu dem Zwecke wurde der eine Pol einer Säule mit dem einen Ende *a*, Fig. 94, einer verticalen, eng gewundenen Drahtspirale *ab* verbunden, die oben einen Quecksilbernapf *b* trug. In dem Napfe hing ein Leiter *cdef*, von dessen unterer Seite aus ein Draht *gh* durch das Innere der Spirale zu einem gerade unter ihr befindlichen Quecksilbernapfe *h* führte. Dieser Napf wurde mit dem anderen Pole der Säule verbunden. Dennoch änderte sich die Lage des beweglichen Leiters *cdef* nicht, da seine Verbindungsstellen *b* und *h* mit den festen Theilen der Leitung sich in der Axe der ein Solenoid darstellenden Spirale *ab* befanden.

Fig. 94.



[1]) Ampère, Ann. de Chim. et de Phys. 29, 378, 1829.

B. Rotation eines Stromleiters um einen Magnet.

171 Wir betrachten jetzt in einzelnen Fällen die Rotationen von Strömen und Magneten um einander.

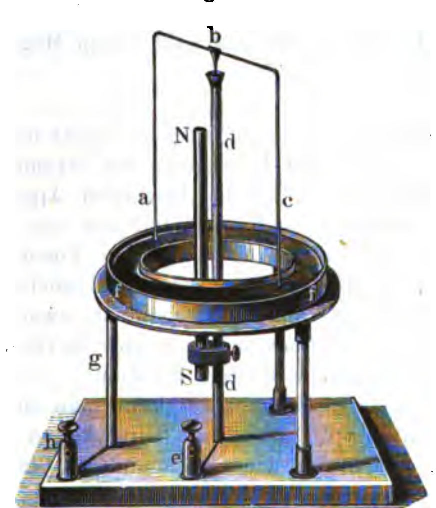
Der erste Rotationsapparat dieser Art ist von **Faraday**[1]) construirt worden. Eine einfache Form ist folgende: Eine Glasröhre, Fig. 95, ist oben und unten durch Korke verschlossen. Durch den unteren Kork ist ein Magnetstab *ns* gesteckt. Auf denselben wird Quecksilber gegossen, welches entweder durch den Magnet selbst oder besser durch einen besonderen, durch den Kork gehenden Draht mit dem einen Pole



Fig. 95.



Fig. 96.



einer Säule verbunden ist. Der obere Kork trägt einen Platindraht, in welchen vermittelst eines Hakens ein zweiter Platindraht gehängt ist, der in das Quecksilber eintaucht.

Verbindet man den oberen Draht mit dem anderen Pole der Säule, so rotirt der aufgehängte Draht in der einen oder anderen Richtung um den Magnetpol. Man kann hierbei die Schwere des Drahtes, welche denselben vertical zu stellen strebt und gegen den Magnet drückt, durch ein unten aufgeschobenes, auf dem Quecksilber schwimmendes Stückchen Kork verringern.

Gewöhnlich wird dieser Apparat, ganz analog dem §. 14 beschriebenen, z. B. in folgender Weise construirt: Ein Bügel *abc* von Kupfer

---

1) **Faraday**, Royal. Instit. Sept. 1821; Quarterly Journ. **12**, 74; Ann. de Chim. et de Phys. **18**, 337; Gilb. Ann. **71**, 124; **73**, 113.

mit Platinspitzen, Fig. 96, schwebt vermittelst einer Stahlspitze in einem stählernen Quecksilbernäpfchen, welches auf den Metallstab *d* aufgesetzt ist, der mit der Klemmschraube *e* verbunden ist. Die unteren Enden des Bügels tauchen in eine mit Quecksilber oder saurem Wasser gefüllte kupferne oder gläserne Rinne *f*, deren Inhalt durch den Metallstab *g* mit der Klemmschraube *h* communicirt. Vermittelst einer Fassung lässt sich ein Magnetstab *NS* an dem Stabe *d* auf- und niederschieben. Werden die Klemmen *h* und *e* mit den Polen der Säule verbunden, so rotirt der Bügel *abc*.

Häufig ersetzt man den Metallstab *dd* direct durch den Magnetstab, welcher oben ein Quecksilbernäpfchen trägt, und den man unten mit der Klemmschraube *e* verbindet. Diese Einrichtung ist unzweckmässig, da bei öfterem Wechsel der Richtung der durch den Magnet geleiteten Ströme, namentlich wenn ihre Intensität etwas bedeutender ist, der Magnet bald seinen Magnetismus zum grössten Theil verliert.

172 Man hat bei diesen Versuchen nicht nöthig, ein besonderes galvanisches Element zur Erzeugung des Stromes im Bügel zu verwenden. Man kann den §. 15 beschriebenen Apparat verwenden, die Drahtspirale entfernen, und von unten oder von der Seite einen oder mehrere Magnete mit ihren gleichnamigen Polen dem Gefässe nähern oder dasselbe auf den Pol eines starken Magnetes setzen [1]).

Giebt man dem Bügel mehr als zwei Arme, so wird die Rotation energischer. Bedient man sich nach Barlow [2]) einer Glocke von Kupfer, so erhält man eine kräftige Rotation.

Statt des Stahlmagnetes kann man auch einen Elektromagnet oder einen mit einer Drahtspirale umwickelten Eisenstab verwenden, durch welche man in dem einen oder anderen Sinne einen Strom leitet [3]).

173 Die Arme des Apparates, Fig. 96, kann man nach Zöllner [4]) auch durch Ketten von lose in einander hängenden, etwa 15 mm weiten Ringen von Kupferdraht ersetzen, deren unterste auf dem Quecksilber schwimmen, oder durch Drähte, welche oben in Metallringen hängen, oder durch Bügel, in welche unten leicht bewegliche verticale Kupferrädchen eingesetzt sind, die mit ihrem Rande in das Quecksilber tauchen.

---

[1]) Vergl. Ampère, Ann. de Chim. et de Phys. **20**, 60, 1822; Gilb. Ann. **71**, 172. — [2]) Barlow, Essay, p. 274, London 1823. — [3]) Sturgeon, Phil. Mag. and Ann. **11**, 194; Pogg. Ann. **24**, 632, 1832. Man hat viele ähnliche Apparate, wie die beschriebenen, construirt, welche indess auf demselben Principe beruhen und oft in complicirterer Form nichts Neues lehren. Siehe u. A. Barlow, l. c. Marsh, Tilloch's Mag., June 1822; Gilb. Ann. **72**, 223, 1822. Ritchie, Phil. Trans. 1832, **2**, 294; Pogg. Ann. **27**, 552 u. Andere. — [4]) Zöllner, Pogg. Ann. **153**, 138, 1874; **154**, 321, 1875; **158**, 106, 1876. Felici, N. Cimento [2] **13**, 224, 1875.

Obgleich die Rädchen bei festgehaltenem Bügel ihre Rotationsrichtung ändern, je nachdem ihnen der obere oder untere Magnetpol näher steht, rotirt dabei doch der ganze Bügel in derselben Richtung, wie wenn er aus einem einfachen Draht bestände. Der Bügel wird also nicht etwa (wie ein Wagen bei der Drehung seiner Räder) von den in Rotation versetzten Rädern mitgenommen, sondern die Bewegung der Räder ist eine accessorische.

174 Auch ist es gleichgültig, ob der Strom aus dem Bügel von oben nach unten oder von unten nach oben in die Flüssigkeiten der Rinne eintritt. So setzte Zöllner auf das Ende des (lackirten) Bügels eine horizontale, kreisrunde Kupferplatte, welche auf der einen Seite lackirt war und in die Flüssigkeit, Quecksilber oder Kupfervitriollösung, eintauchte. Mochte die lackirte Seite nach unten oder nach oben gekehrt sein, wo im letzteren Falle der Bügel unten U-förmig umgebogen war, so blieb die Rotationsrichtung desselben die nämliche.

Endlich kann man die verticalen Arme des Bügels nach Zöllner (l. c.) und nach Felici durch Quecksilberstrahlen ersetzen (s. §. 178).

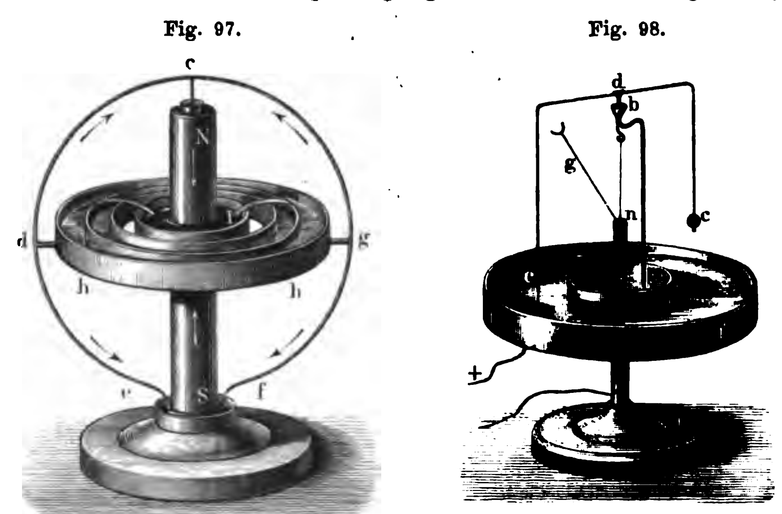
Wir werden auf diese Resultate, welche zeigen, dass die Uebergangsstelle des Stromes von dem beweglichen Leiter zu der Flüssigkeit in der Rinne in gewissen Beziehungen auf die Rotationserscheinungen ohne Einfluss ist, noch im Schlusscapitel des Werkes zurückkommen.

175 Man kann, auch abgesehen von den in §. 168 u. flgde. angestellten genaueren Betrachtungen, die Richtung dieser Rotation leicht annähernd übersehen, wenn man sich vorstellt, dass man mit den in den Armen *a* und *c* des Bügels (Fig. 96) fliessenden Strömen fortschwimmt und dabei den Magnet ansieht. Der obere Pol desselben, welcher sich in grösserer Nähe der Arme befindet, als der untere Pol, also auch stärker auf die Ströme in denselben wirkt, würde, wenn z. B. der Strom in den Armen von unten nach oben fliesst, im Falle er ein Nordpol ist, nach links abgelenkt werden. Blickt man also, im Magnet aufrecht stehend, die Arme *a* und *c* an, so werden sie nach links getrieben, also von oben gesehen, entgegen der Richtung des Laufes des Uhrzeigers rotiren. Umkehrung der Stellung des Magnetes oder der Stromrichtung im Bügel bewirkt auch eine Umkehrung der Richtung der Rotation.

Wird der Magnetstab (Fig. 96) allmählich von unten in den inneren Raum des Bügels *abc* hinaufgeschoben, so tritt die Wirkung der unteren Theile des Magnetes auf den Bügel, welche der der oberen entgegengesetzt ist, mehr hervor. Aus den Betrachtungen des §. 168 folgt, dass das von dem Magnet auf den Bügel ausgeübte Drehungsmoment ein Maximum erreicht, wenn die unteren Enden des Bügels sich auf halber Höhe des Magnetes befinden, und dass bei weiterem Heben des letzteren die Rotation schwächer wird.

176 Man kann daher nach **Sturgeon**[1]) die Wirkung des Magnetes *NS*, Fig. 97 verstärken, indem man auf demselben einen Quecksilbernapf *c* befestigt und darin einen Drahtring *cdefg* schweben lässt, dessen untere Enden *e* und *f* in eine auf den Magnet aufgeschobene Quecksilberrinne eintauchen. Der Ring trägt bei *d* und *g* zwei horizontale Metallstäbe, an die eine kupferne Rinne *h* gelöthet ist. Sie ist mit saurem Wasser gefüllt, und auf einigen isolirenden Glasplättchen ein Ring von amalgamirtem Zinkblech hineingesetzt, von dem aus zwei Drähte in eine zweite, auf den Magnet aufgeschobene Quecksilberrinne *l* eintauchen. Es bildet sich so ein galvanischer Strom, welcher den Apparat in der Richtung der Pfeile durchfliesst, also sowohl zu den über, als auch zu den unter dem Magnete gelegenen Punkten des Ringes *cdefg*

Fig. 97. Fig. 98.



von den der halben Höhe des Magnetes entsprechenden Punkten *d* und *g* desselben strömt. Hierdurch rotiren die beiden Hälften *cdg* und *defg* des Ringes in gleichem Sinne, und zwar mit dem Maximum ihrer Rotationsgeschwindigkeit, so dass der ganze Ring sich sehr kräftig dreht.

177 Durch eine sinnreiche Abänderung des in §. 171 beschriebenen Apparates hat **Ampère**[2]) den §. 167 ausgesprochenen Satz bestätigt, dass ein Magnet durch einen geschlossenen Strom, von dem kein Theil mit einem Magnet fest verbunden ist, nicht in Rotation versetzt werden kann, zugleich aber doch ein Theil der Stromleitung rotiren kann, wenn seine beiden Enden nicht zugleich in der Axe des Magnetes liegen.

---

[1]) **Sturgeon**, Ann. of El. 8. 81; Phil. Mag. Sept. 1823. — [2]) **Ampère**, Théorie, p. 345.

Die beiden Pole einer Säule werden mit der mit verdünnter Säure gefüllten metallenen Rinne *ff*, Fig. 98, und dem metallenen Stativ *ab* verbunden, welches oben einen Quecksilbernapf *b* trägt. In den Quecksilbernapf ist der Draht *cde* eingehängt, welcher bei *e* mittelst einer breiteren Metallplatte in das saure Wasser der Rinne *f* eintaucht. An dem Stativ *b* hängt an einem Faden der Magnet *ns*, dessen oberes Ende den Draht *g* trägt. — Unter diesen Verhältnissen kann der Magnet *ns* nicht rotiren, da er unter dem Einflusse des ganz ausser ihm befindlichen, geschlossenen Stromkreises *abdef* steht. Wohl aber rotirt der Bügel *de*, da seine Endpunkte *d* und *e* nicht beide in der Axe des Magnetes *ns* liegen. Hakt man nun den Draht *g* in den Bügel *de* ein, so dreht sich mit letzterem auch der Magnet, bis der Draht *ng* an das Stativ *ab* anschlägt, da der Draht *edc* fest mit dem Magnete verbunden ist, also der Strom in ihm denselben nicht bewegen kann. Es bleibt dann nur die Wirkung des nicht mit ihm verbundenen Theiles des Stromkreises, der Säule, der Rinne *f* und des Drahtes *ab* übrig, welche die Rotation bedingt.

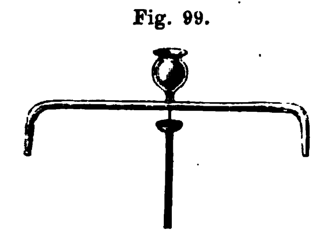
C. Elektromagnetische Bewegungen von Flüssigkeiten.

178 Auch Flüssigkeiten, durch welche ein galvanischer Strom geleitet wird, können unter dem Einflusse eines Magnetes bewegt und in elektromagnetische Rotation versetzt werden, wie dies zuerst von Davy[1]) beobachtet worden ist.

Ein einfacher Versuch ist der folgende.

Eine horizontale Glasröhre mit nach unten gebogenen Enden trägt in der Mitte einen Trichter, in welchen aus einem oberhalb aufgestellten Gefäss Quecksilber fliesst. In die Glasröhre ist in der Mitte eine Platinspitze eingesetzt, welche auf einem Quecksilbernapfe ruht, der mit dem einen Pole einer Säule verbunden ist. Das Quecksilber fliesst aus der Röhre in ein ringförmiges Gefäss voll Quecksilber, welches mit dem anderen Pole der Säule verbunden ist. Ein Elektromagnet wird unter den Apparat gebracht; ganz ähnlich wie in dem §. 171 beschriebenen Apparate[2]).

Fig. 99.



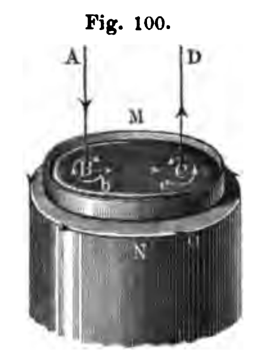
179 Auch freie Flüssigkeitsstrahlen werden durch den Magnet abgelenkt und in Rotation versetzt. — Ein Hufeisenelektromagnet

[1]) Davy, Phil. Trans. 1823, p. 153; Ann. de Chim. et de Phys. 25, 64. — [2]) Zöllner, l. c. §. 157. Aehnlich Felici, N. Cimento 13, 224, 1875.

wird mit seinen Polen horizontal gestellt. Aus einem Gefässe oberhalb fliesst ein Strom von verdünnter Schwefelsäure zwischen den Polen in ein zweites Gefäss. Durch beide Gefässe und den Flüssigkeitsstrahl wird der Strom einer kleinen Säule geleitet. Beim Schliessen des Stromes des Elektromagnetes wird der Strahl nach aussen oder innen abgelenkt. Ein Quecksilberstrahl wird dabei noch gekrümmt. Strömt der Flüssigkeitsstrahl von oben auf den einen Pol eines Elektromagnetes, dessen Axe vertical steht, so wird er nach der Seite abgelenkt und geräth eventuell in Rotation. Endet der Magnetpol in eine nach oben gekehrte Spitze, auf die der Strahl fällt, so wird er in sich selbst gedrillt. — Auf einen in Tropfen zerfallenden Strahl hat der Elektromagnet keinen Einfluss [1]).

180 Senkt man in eine mit Quecksilber gefüllte Schale die beiden Leitungsdrähte einer Batterie und nähert ihr von unten den einen Pol eines Magnetstabes, so rotirt das Quecksilber um beide Leitungsdrähte in entgegengesetzter Richtung. Ist z. B. der von unten genäherte Pol ein Nordpol N, Fig. 100, so rotirt das Quecksilber um den positiven Poldraht AB in der Richtung der Bewegung der Uhrzeiger, um den negativen Poldraht DC in entgegengesetzter Richtung.

Fig. 100.



Man kann annähernd die Richtung dieser Rotation bestimmen, wenn man sich den Magnetpol durch einen Kreisstrom MO ersetzt denkt. Alle vom Strome durchflossenen, zwischen B und C liegenden Quecksilbertheilchen begeben sich nach der Seite O des Magnetes hin und fliehen von der Seite M. Indem sie durch neue Quecksilbertheilchen ersetzt werden, welche der gleichen Wirkung unterliegen, kommen sie in eine Rotation, deren Richtung durch die Pfeile b und c angedeutet ist.

181 Senkt man dicht an dem Rande und in der Mitte in eine auf den einen Pol eines geradlinigen Elektromagnetes gestellte, mit Quecksilber gefüllte Schale zwei Eisen- oder Platindrähte nur mit ihren äussersten Enden ein, so überwiegt in Folge der Reibungswiderstände an den Seiten die Rotation um den centralen Draht; nur findet sie mit wachsendem Abstande von demselben mit abnehmender Winkelgeschwindigkeit statt.

In Folge der Centrifugalkraft wird hierbei die Oberfläche des Queck-

---

[1]) Sylvanus P. Thompson, Phil. Mag. [8] 5, 505, 1879; Beibl. 4, 149.

silbers in der Mitte vertieft; der Leitungsdraht daselbst tritt dadurch aus dem Quecksilber heraus und der Strom wird unterbrochen. Bald vermindert sich durch die Reibungswiderstände die Rotationsgeschwindigkeit, das Quecksilber hebt sich in der Mitte wieder bis zum mittleren Leitungsdrahte, der Strom wird geschlossen und die Rotation beginnt von Neuem [1]).

Hat man den mittleren Draht tiefer in das Quecksilber gesenkt, so besteht die Rotation um denselben eine Zeit lang fort, bald wird sie aber langsamer und hört an der Oberfläche des Quecksilbers auf, während sie im Inneren noch andauert, wie eine wellige Kräuselung der Oberfläche erkennen lässt. Selbst durch Ströme von grösserer Intensität, als der zuerst angewandten, lässt sich dann die Rotation auf der Oberfläche nicht wieder hervorrufen.

Wird aber das Quecksilber aus der Schale entfernt, tüchtig geschüttelt und wieder hineingegossen, so beginnt die Rotation für einige Zeit von Neuem.

Lässt man das Quecksilber einige Zeit in der Schale an der Luft stehen, ehe man den Strom hindurchleitet, so rotirt es nachher gleichfalls viel schwächer oder gar nicht. Die Verlangsamung der Rotation ist also nicht direct von dem Hindurchleiten des Stromes durch das Quecksilber bedingt, sondern beruht auf rein äusserlichen Ursachen. Unter Mandelöl, Terpentinöl, Schwefelkohlenstoff, Aether, Alkohol und ausgekochtem oder lufthaltigem Wasser kommt die Oberfläche des Quecksilbers gar nicht in Rotation. Enthält das Wasser Spuren von Salz oder Säure, so rotirt sie. Ammoniakflüssigkeit lässt die Rotation wenigstens für kurze Zeit zu. Wird die Schale voll Quecksilber mit einer Glasplatte bedeckt und durch zwei Oeffnungen über dem Niveau des Quecksilbers mit verschiedenen Gasen gefüllt, so zeigen sich Terpentinöl-, Alkohol- oder Schwefelkohlenstoffdampf, auch Wasserdampf, Kohlensäure, Wasserstoff unwirksam; die Rotation bleibt in ihnen lange bestehen, tritt aber auch nicht ein, wenn das Quecksilber an der Luft die Beweglichkeit verloren hat. Noch stärker findet dies im Vacuo statt. — Dagegen ertödtet Ammoniakgas und Phosphordampf, und vor allem Dampf von Schwefeläther sehr schnell die Beweglichkeit. — Dämpfe von Salzsäure, Salpetersäure, Essigsäure ertheilen der in der Luft oder in den letzteren Gasen unbeweglich gewordenen Oberfläche ihre Beweglichkeit wieder.

Es scheint also die Bildung einer für das Auge unsichtbaren, sehr zähen Oxyd- oder Oxydulschicht die Unbeweglichkeit der Quecksilberoberfläche und das Aufhören der elektromagnetischen Rotation zu bedingen. — Aehnliche Wirkungen des Oxydes im Quecksilber sind auch schon durch andere Versuche bekannt.

---

[1]) Poggendorff, Pogg. Ann. 77, 1, 1849.

182 Dass auch elektrolytisch zersetzbare Flüssigkeiten durch den Magnet in Rotation versetzt werden, zeigt der folgende von Ritchie [1]) angegebene Versuch:

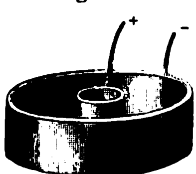
In eine kreisförmige Rinne AB, Fig. 101, von Holz oder Glas wird verdünnte Schwefelsäure ($^1/_{20}$) gegossen. Auf dem Boden derselben liegt ein Kupferring K, welcher mit dem einen Pole der Säule verbunden ist. An dem oberen Rande der Rinne ist ein zweiter kupferner, mit dem anderen Pole der Säule verbundener Ring K_1 befestigt, der in das Wasser eintaucht. Steckt man den Magnet NS mit seinem einen Pole in den inneren Raum der Rinne, so rotirt das Wasser. Man kann diese Rotation auffälliger machen, wenn man in das Wasser zwei kleine Flügel einsenkt, welche an einem leichten, auf einer Spitze beweglichen Holzarm befestigt sind. Wenn das Wasser rotirt, so reisst es die Flügel mit sich fort.

Fig. 101.

Bei diesem Versuch fliesst der Strom durch die Flüssigkeit wesentlich in einer der Axe des Magnetes parallelen, verticalen Richtung. Die Richtung der Rotation ist also ganz dieselbe, wie die des Metallbügels bei der §. 171 beschriebenen Rotation.

183 Will man die Flüssigkeit rotiren lassen, während horizontale, auf der Magnetaxe normale Ströme hindurchfliessen, so kann man sich einer Rinne voll Quecksilber oder Zinkvitriollösung, Fig. 102, bedienen, durch welche man vermittelst zweier concentrischer, kreisförmiger Elektroden einen Strom in radialer Richtung leitet. Steckt man durch ihre Mitte von unten einen Magnet, z. B. mit dem Nordpol, hindurch, so rotirt das Quecksilber zuerst in der einen Richtung; bei allmählichem Heben des Magnetes kehrt sich die Rotationsrichtung zweimal um, so dass sie, wenn sich der Südpol des Magnetes über der Rinne befindet, die gleiche ist, wie im Anfange des Versuches [2]).

Fig. 102.



Die Richtung der Rotation und die Stellen der Umkehrung der Rotationsrichtung ergeben sich aus den Betrachtungen §. 165.

Dieselben Versuche kann man auch anstellen, wenn man den Magnet durch eine auf eine Glasröhre gewickelte enge Drahtspirale ersetzt,

---

[1]) Vergl. Schweigger, Schweigg. Journ. **48**, 344, 1826. Fechner, Schweigg. Journ, **57**, 15, 1829. Ritchie, Phil. Trans. 1832, **2**, 294; Pogg. Ann. **27**, 552. Ein ähnlicher Apparat von Gore, Birmingham Phil. Soc. 11. Juni 1865; Beibl. **9**, 688. — [2]) Poggendorff, l. c., auch Bertin, Ann. de Chim. et de Phys. [4] **16**, 74, 1869.

deren Enden man zusammengewunden durch die Axe der Glasröhre leitet und mit den Polen der Säule verbindet.

Ist die Spirale sehr kurz, oder besteht sie nur aus einem einzigen kleinen Drahtkreise, den der Strom durchfliesst, so kann man ebenfalls die Umkehrungen der Rotationsrichtung aus den §. 165 angegebenen Formeln finden. Da nun jeder grössere geschlossene Stromkreis in viele kleinere zerlegt werden kann, deren jeder wiederum durch einen kleinen Magnet zu ersetzen ist, so ergiebt sich auch schon ohne Ausführung der Rechnung, dass ein flüssiges Element, welches parallel der Ebene eines grösseren Kreisstromes um die Axe desselben rotiren kann, in verschiedenen Höhen über und unter demselben Umkehrungen der Rotationsrichtung zeigt, und dass letztere auch bei Anwendung einer weiteren Drahtspirale von mehreren Windungen auftreten. — Eine vollständige Ausführung der Rechnung bietet mathematische Schwierigkeiten und hat kein besonderes Interesse, da die Grundprincipien der betrachteten Rotationen durch die einfacheren Versuche festgestellt sind[1]).

184 Einen zweckmässigen Apparat zur Anstellung dieser Versuche hat Bertin[2]) angegeben.

V ist ein gläsernes, ringförmiges Gefäss, Fig. 103 (a. f. S.), voll Wasser, dem $^1/_{30}$ Schwefelsäure und $^1/_{30}$ Salpetersäure zugesetzt ist. *e* und *i* sind ringförmige, durch die Kupferdrähte und Metallstative *E* und *I* mit einem Gyrotrop verbundene Elektroden. Das ringförmige Gefäss enthält im Inneren den Elektromagnet *H* (oder eine Drahtspirale) und ist aussen von der Spirale *G* umgeben. Die Leitungsdrähte des Elektromagnetes enden in den Klemmen *C* und *D*, die der Spirale in den Metallsäulen *S* und S_1. Der Elektromagnet *H* steht auf einem Brett, welches mittelst der Schrauben *KK* auf den Ständern *I* und *E* gehoben oder gesenkt werden kann. Verbindet man den negativen Pol der Säule mit dem passend gestellten Gyrotrop, den positiven entweder mit Klemme *A* oder mit *C*, so geht der Strom entweder nur durch die Spirale *G* oder nur um den Elektromagnet und durch die Flüssigkeit, welche je nach der Stromrichtung und je nach der Hebung und Senkung des Elektromagnetes in verschiedenem Sinne rotirt. Auf der Flüssigkeit lässt man Korkscheiben schwimmen, welche mit Russ von verbrennendem Terpentin geschwärzt sind und kleine Papierfahnen oder eine kleine Kerze tragen, um die Richtung der Rotation besser zu erkennen.

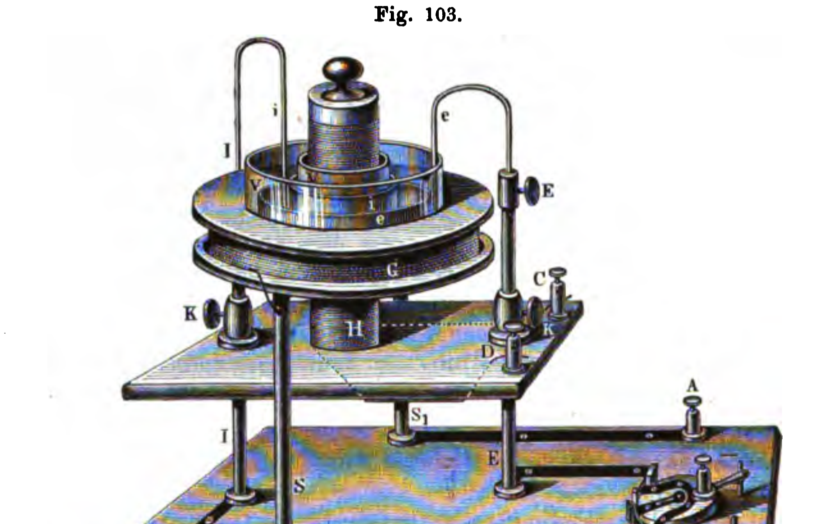
Man kann auch den Strom zugleich durch die Spirale *G* und um den Elektromagnet *H* leiten, wenn man den positiven Pol der Säule mit *C*, sodann *D* und *A* und den negativen Pol der Säule mit *B* verbindet. Ein Umschalter zwischen *A* und *B* gestattet eventuell auch, die Stromrichtung in der rotirenden Flüssigkeit umzukehren u. s. f.

---

[1]) Vergl. Bertin, l. c. — [2]) Bertin, Nouv. Opuscules. Mém. de la société des sciences naturelles de Strasbourg 6, 47, 1865.

Bildet man bei diesen Versuchen den Boden des ringförmigen Gefässes aus einer Glasplatte, setzt unter und über dasselbe zwei Spiegel

Fig. 103.



im Winkel von 45° gegen den Horizont oder rechtwinklige Glasprismen und Linsen, so kann man auch die Erscheinungen projiciren. Die Oberfläche der Flüssigkeit wird dabei mit Lykopodium bestreut [1]).

185 Riecke [2]) hat diese Rotationen theoretisch berechnet und die Resultate mit dem Experiment verglichen.

Ein flacher Zinkring von 132 mm Durchmesser und 4,02 mm Höhe wurde auf eine Glasplatte, und auf ihre Mitte eine kreisförmige Zinkplatte von 4,08 mm Dicke und 19,48 mm Durchmesser und darauf eine zweite Glasplatte gekittet, welche den so gebildeten Trog oben abschloss. Derselbe war mit Zinkvitriollösung gefüllt und stand auf einer Kupferplatte, die auf einen axial durchbohrten Elektromagnet gesetzt war. Ein durch die Mitte der oberen Glasplatte hindurchgehender und ein von der Mitte der Kupferplatte vertical nach unten gehender Draht vermittelten die Leitung. Die Winkelgeschwindigkeit ω der Flüssigkeit wurde an Schellacktheilchen beobachtet.

Ist r der Abstand des betrachteten Punktes von der Axe des Ringes, z seine Tiefe in der Flüssigkeit, d die Dicke der Flüssigkeitsplatte, sind

---

[1]) Bertin, J. de Phys. 7, 151, 1878; Beibl. 2, 440. — [2]) Riecke, Wied. Ann. 25, 496, 1885.

a und b die Radien der Elektrodenflächen, an denen die Winkelgeschwindigkeit Null sein soll, $A = \sqrt{2}/v.Ji/2\pi dk$, wo k die Leitfähigkeit, J die Stärke des magnetischen Feldes, i die Stromstärke, $v = 30.10^9$ ist, so ergiebt sich

$$\frac{\pi^3}{4A}\omega = -\frac{d^2}{r^2}\left\{1-\sqrt{\frac{r}{a}}\,e^{-\pi\frac{r-a}{d}}-\sqrt{\frac{r}{b}}\,e^{-\pi\frac{b-r}{d}}\right\}\cos\frac{z\pi}{d}$$
$$+\frac{1}{27}\frac{d^2}{r^2}\left\{1-\sqrt{\frac{r}{a}}\,e^{-3\pi\frac{r-a}{d}}-\sqrt{\frac{r}{b}}\,e^{-3\pi\frac{b-r}{d}}\right\}\cos\frac{3z\pi}{d}.$$

Unter der Annahme, dass alle Theilchen die gleiche Geschwindigkeit ($z = 0$) haben, stimmen die Beobachtungen gut mit der Rechnung überein [1]).

186 Die elektromagnetische Rotation bemerkt man auch in einem Voltameter, welches aus einem mit verdünnter Schwefelsäure gefüllten Glascylinder besteht, durch dessen Boden zwei kurze Platindrähte als Elektroden in das Innere geführt sind. Setzt man das Voltameter zwischen die Pole eines starken Elektromagnetes, so dass sich die Elektroden in der Ebene der Pole befinden, so rotirt die Flüssigkeit, und mit ihr der von den Elektroden sich erhebende Gasstrom. Stehen die Elektroden in der gegen die Verbindungslinie der Pole senkrechten Ebene, so gehen die Gasströme je nach der Richtung des Stromes im Voltameter in dieser Ebene zu einander hin oder fliessen von einander. Die Erklärung dieser Bewegungen ergiebt sich unmittelbar aus der Betrachtung der Rotationen und Ablenkungen, welche den einzelnen Theilen der vom Strome durchflossenen, im Voltameter befindlichen Flüssigkeit ertheilt werden [2]).

Auf eine eigenthümliche Art hat Wartmann [3]) diese Rotationen beobachtet. Senkt man einen magnetischen Eisencylinder oder zwei an die Schenkel eines Hufeisenmagnetes gehängte Eisenstäbe in eine Lösung von Kupfervitriol, die in ein Glasgefäss gegossen ist, und in der Flocken von Kupferoxydhydrat (durch Zusatz einiger Tropfen Kalilauge) umherschwimmen, so schlägt sich Kupfer auf den Eisenstäben nieder. Die hierbei gebildeten galvanischen Ströme durchfliessen die die magnetischen Stäbe umgebende Lösung, und dieselbe geräth deshalb in Rotation.

187 Werden Nobili'sche Ringe auf dem aus kreisförmigen Metallplatten bestehenden Boden eines Glastroges aus einer Lösung von gleichen Theilen von essigsaurem Blei oder Kupfer unter einer auf der Bodenplatte senkrechten 2 mm entfernten Drahtkathode dargestellt, und der Trog zwischen die horizontalen Pole eines starken Ruhmkorff'schen

---

[1]) Eine weitere theoretische und experimentelle Ausführung hiervon s. Schumann, Wied. Ann. **32**, 141, 1887. — [2]) Jamin, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **43**, 334, 1855; Pogg. Ann. **95**, 602. — [3]) Wartmann, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **19**, 394, 1847.

Elektromagnetes gestellt, so verlängern sich die Ringe in äquatorialer Richtung nach der einen Seite, und die äussersten öffnen sich. Auf einer rechteckigen Platte, unter einem ihr parallelen geraden Draht winden sich die ohne Einwirkung des Magnetes unter derselben entstehenden, ihr parallelen Streifen, so dass sie in der Mitte von der einen zur anderen Seite des Drahtes übergehen, wenn das Bad auf dem einen Pole des Elektromagnetes steht. Sie biegen sich nach einer Seite, wenn die Pole des Magnetes an den den Enden des Drahtes entsprechenden Stellen des Kastens liegen. Liegt die Drahtelektrode äquatorial zu den Magnetpolen, so weichen die Streifen auf der gegen das eine Ende des Drahtes (das in Bezug auf die Magnetpole westliche) auseinander und auf der anderen zusammen.

Diese Erscheinungen folgen unmittelbar aus der elektromagnetischen Ablenkung der den Strom führenden Flüssigkeitsfäden [1]).

188 Auch der folgende, indess noch zu wiederholende Versuch beruht jedenfalls auf dieser Wirkung des Magnetes auf Ströme in Flüssigkeiten.

Ein flaches Gefäss von dünnem (elektrotypischem), sorgfältig gereinigtem Eisen von etwa 1 cm Tiefe wurde auf die Pole eines starken Magnetes gesetzt und mit Kupfervitriollösung gefüllt. Das Kupfer setzte sich ziemlich gleichmässig ab, nur auf den Begrenzungslinien der Pole war der Absatz dünner oder fehlte ganz, so dass sie ganz scharf definirt waren. Zwischen den Polen erschienen im Kupferabsatz dünnere und dickere mit Kupfer belegte Linien parallel zu den Kanten derselben, welche sich beiderseits um die Pole umbogen. Um einen einzelnen Pol legten sich ebenso Kreislinien. Zwischen Polen mit kreisförmigen Flächen verzeichneten sich in ähnlicher Weise durch den verschieden dicken Kupferabsatz Linien, welche den Linien gleichen Potentials entsprachen.

Hierbei müssen die Ströme, welche zwischen dem Eisen, dem darauf abgesetzten Kupfer und der Lösung entstehen, durch die Magnetpole gerichtet werden, so dass der Absatz regelmässig geschieht. (S. auch den Abschnitt über den Einfluss der Magnetisirung auf chemische Processe.)

189 Von Interesse sind ferner die Rotationen von Flüssigkeiten in hohlen Magneten.

Am einfachsten gestalten sich diese Rotationen bei Anwendung magnetisirter Stahlröhren. Auf diese Weise verwendete de la Rive [2]) einen hohlen Magnet von hartem Stahl von 10 cm Länge, dessen innerer und äusserer Durchmesser 5 und 7 cm betrug. Ueber den Stahlcylinder schiebt man vermittelst eines durchbohrten Korkes einen Glascylinder

---

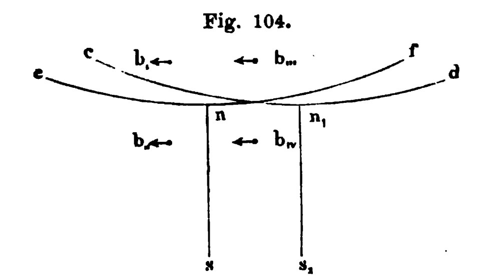
[1]) Siehe Thompson, Elementary Lessons on Electricity; Stscheglajeff, J. d. russ. phys.-chem. Ges. [2] 16, 1, 1885; Beibl. 9, 672. — [2]) A. de la Rive, Ann. de Chim. et de Phys. 56, 286, 1859; Traité 1, 248. Vergl. auch Bertin, l. c. und Ann. de Chim. et de Phys. 58, 90, 1860.

und steckt in den Stahlcylinder einen Stempel von Holz. Füllt man den äusseren Glascylinder und den Raum über dem Stempel im Stahlcylinder mit Quecksilber und leitet von der Mitte des Quecksilbers nach der äusseren Peripherie desselben einen Strom, so rotirt es ausserhalb im entgegengesetzten Sinne, wie innen, wenn es sich auf dem obersten Ende des Stahlcylinders befindet. Die Richtung dieser Rotation ändert sich in dem den Magnet umgebenden Quecksilber nicht, wenn man es mit dem Glascylinder allmählich auf tiefer liegende Stellen des Magnetes schiebt. Senkt man aber den Stempel mit dem im Inneren des Magnetes befindlichen Quecksilber allmählich, so hört die Rotation erst auf und kehrt sich dann um, so dass sie nun aussen und innen gleich gerichtet ist.

190

Die Erscheinungen dieser Rotation erklären sich aus der Betrachtung, dass man das magnetisirte Stahlrohr aus einzelnen magnetischen Längsfasern bestehend ansehen kann. Nehmen wir nur zwei solcher Fasern ns und $n_1 s_1$, Fig. 104, welche mit dem rotirenden Elemente b in einer Ebene liegen. cd und cf mögen die Curven angeben, in welchen der Wechsel der Rotationsrichtung eintritt, wenn das Element b nur unter dem Einflusse der einen oder nur der anderen Faser rotirte und allmählich herabgerückt würde. Liegt das Element b ausserhalb des Cylindermantels $ns, n_1 s_1$, so addiren sich die Wirkungen beider Fasern ns und $n_1 s_1$ auf das Element, so lange dasselbe sich unterhalb der Curve en und oberhalb en_1, z. B. in b_1 oder b_{11} befindet. Oberhalb cn_1 ist die Rotationsrichtung entgegengesetzt, als unterhalb en. Die Umkehrung der Rotation tritt in einer zwischen cn_1 und en gelegenen Curve ein. — Ein Element, welches innerhalb des Cylindermantels zwischen ns und $n_1 s_1$ liegt, und von ns ebenso weit entfernt ist, wie b_1 und b_{11}, möge näher an ns liegen, als an $n_1 s_1$. Befindet sich dieses Element in b_{111} oder b_{1V}, oberhalb oder unterhalb beider Umkehrungscurven, so subtrahiren sich die Wirkungen von ns und $n_1 s_1$; die Wirkung von ns überwiegt aber.

Fig. 104.



In dem Elemente fliesse der Strom wie in b_{111} und b_{1V} von dem Centrum der Röhre zur Peripherie; dann ist die Stromrichtung in demselben gegen die Magnetfaser ns hin gerichtet, während sie in b_1 und b_{11} von ihr abgewendet war. In Bezug auf die Faser selbst ist also die Rotationsrichtung in b_1 und b_{111} ebenso wie in b_{11} und b_{1V} entgegengesetzt, für einen oberhalb des Apparates stehenden Beobachter stellt sie sich aber gleich gerichtet dar. Tritt nun das Element von b_{111} in den Raum

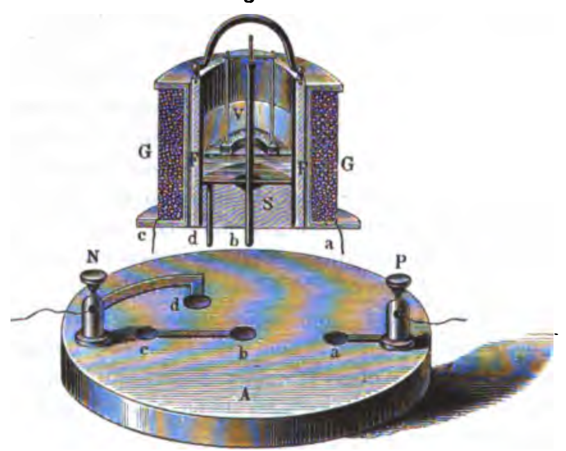
zwischen den Umkehrungscurven, so hat sich die Rotationsrichtung in Bezug auf $n_1 s_1$ schon umgekehrt, in Bezug auf ns noch nicht. Jetzt addiren sich die Wirkungen beider Fasern, und in dem zwischen den Curven gelegenen Raume rotirt das Element in demselben Sinne wie in b_{III}. Die Rotationsrichtung wechselt erst in der Curve *enf* selbst. Diese Umkehrung findet also an einem etwas tiefer gelegenen Punkte statt, als die von b_1.

Aehnliche Betrachtungen lassen sich für die anderen Fasern der Röhre anstellen.

Da die Pole nn_1 der Fasern des magnetischen Rohres nicht unmittelbar an ihre Enden fallen, so kann die Rotation von gleich hoch innen und aussen an dem oberen Ende desselben befindlichen Quecksilberflächen, durch welche beide vom Centrum zur Peripherie Ströme fliessen, entgegengesetzt gerichtet erscheinen, indem sich die Rotation der äusseren Massen schon umgekehrt hat. Senkt man aber beide Quecksilberflächen gleichmässig, so wechselt dann auch später die Rotationsrichtung der inneren Quecksilbermasse, beide Rotationen werden gleich gerichtet[1]).

191 Man kann sich bei diesen Versuchen statt des hohlen Stahlmagnetes auch eines hohlen Eisencylinders bedienen, den man mit einer Drahtspirale umgiebt, durch welche man den Strom leitet.

Fig. 105.



Bertin[2]) benutzt hierzu den in Fig. 105 gezeichneten Apparat. Auf dem Brett A sind zwei mit den Polen einer Säule von etwa vier Grove'schen Elementen verbundene Klemmschrauben N und P befestigt, die mit den Quecksilbernäpfen d und a in Verbindung stehen. Ausser-

[1]) G. Wiedemann, Galvanismus, 2. Aufl., 2 [1], §. 134, S. 151, 1873. — [2]) Bertin, l. c. p. 149, 1865.

dem sind in dem Brette die mit einander verbundenen Quecksilbernäpfe *c* und *b* angebracht. In *a* und *c* tauchen die Enden der Drahtspirale *G*. In letztere kann der hohle Eisencylinder *F* gesenkt werden. In die Quecksilbernäpfe *d* und *b* tauchen zwei durch den Holzklotz *S* hindurchgehende Drähte, von denen der eine mit den kupfernen Seitenwänden des auf *S* aufgesetzten ringförmigen Gefässes *V* verbunden ist, der andere durch die Mitte seines gläsernen Bodens hindurchgeht. Der Strom geht so um die Eisenröhre herum und in radialer Richtung durch die Flüssigkeit. Ein auf dem mittleren Stabe vermittelst einer Stahlspitze schwebender Bügel, welcher einen auf der Flüssigkeit ruhenden berussten Kork trägt, gestattet, ihre Rotation zu beobachten.

192 Bei diesen Rotationen sind die Erscheinungen zwar im Wesentlichen dieselben, wie bei Anwendung eines hohlen Stahlmagnetes, indess werden sie noch complicirter, da gleichzeitig der Magnet und die Spirale auf die Flüssigkeitstheile wirken. Durch den Magnet stellt sich in mittleren Höhen der Quecksilbermassen im Inneren und Aeusseren bei gleicher Stromrichtung in denselben, z. B. vom Centrum zur Peripherie, die Rotation in gleicher Richtung, durch die Spirale in entgegengesetzter Richtung her. Je nach dem Ueberwiegen der einen oder anderen Wirkung kann dann die Rotation in verschiedenem oder gleichem Sinne innen und aussen stattfinden. Auch die Umkehrungserscheinungen treten für beide an verschiedenen Stellen ein, indess überwiegt doch hierbei nach Bertin die Wirkung der Spirale. — Es lässt sich daher die Richtung der Rotation nicht ohne Weiteres vorhersagen, sondern sie kann sich in gleicher Höhe des Magnetes bei verschiedener Anordnung der Spiralen u. s. f. ändern. Daher kann es denn auch kommen, dass A. de la Rive, mit Ausnahme der beim Stahlcylinder beobachteten und oben erwähnten Erscheinungen, stets bemerkte, dass das ausserhalb und innerhalb des Eisenmagnetes befindliche Quecksilber in entgegengesetztem Sinne rotirte, wenn der Strôm in beiden in centrifugaler oder in centripetaler Richtung floss; nach Bertin dagegen in einem aus 50 magnetisirten Stahlstäben gebildeten cylindrischen Rohre von 7 cm Durchmesser und einem gusseisernen Magnet von gleichen Dimensionen das Quecksilber die gleiche Rotationsrichtung innerhalb und ausserhalb zeigte. — In einem Eisencylinder, der auf den Pol eines Elektromagnetes gestellt war, fand de la Rive oberhalb entgegengesetzte, unterhalb gleiche Rotationsrichtung des inneren und äusseren Quecksilbers, welches ausserhalb dieselbe Rotationsrichtung bewahrte. Bertin fand dagegen die Rotationsrichtungen innerhalb und ausserhalb überall gleich. — Zwar schliessen sich die Resultate im Allgemeinen den oben ausgeführten Betrachtungen an, da man aber den Magnetismus durchaus nicht auf einen Ring concentrirt denken darf, der nahe dem Ende des Rohres liegt, sondern dasselbe auf seiner ganzen Länge Polarität zeigt, so werden die Betrachtungen sehr complicirt.

193 Man kann auch durch einen Magnet einen geradlinigen Leiter um seine Axe in Rotation versetzen[1]). Ein Messingstab oder ein kupfernes Röhrchen *LM* wird unten mit einem Gewicht von Platin belastet, oben mit einem Quecksilbernapf versehen und so in ein Gefäss voll Quecksilber eingesenkt. In den Quecksilbernapf taucht der eine Pol eines Magnetes *NS*. Man verbindet den anderen Pol *N* dieses letzteren vermittelst eines Quecksilbernapfes, sowie das Quecksilber im Gefässe von unten her mit den Polen der Säule. Da durch jede einzelne Längsfaser des Leiters ein Strom fliesst, so wird jede derselben von den ihr zur Seite stehenden magnetischen Längsfasern des Magnetes in Rotation versetzt. Durch Addition dieser Wirkungen auf die einzelnen Fasern kann der ganze Leiter in Rotation kommen.

Fig. 106.



D. Rotation eines Stromleiters durch den Erdmagnetismus.

194 Wir haben schon §. 93 angedeutet, dass durch den Einfluss des Erdstroms ein Stromleiter in Rotation versetzt werden kann. Da wir den Erdstrom durch einen sehr entfernten Magnet ersetzen können, der uns seinen Südpol zukehrt, und dessen Axe mit der Richtung der Inclination zusammenfällt, so lassen sich diese Rotationserscheinungen aus der Einwirkung des Erdmagnetismus auf die Stromleiter ableiten.

Diese Rotation wurde zuerst von Ampère[2]) beobachtet. In dem in Fig. 14 und 15 abgebildeten Apparate rotiren ohne Anwendung einer Drahtspirale beim Hindurchleiten starker Ströme die beweglich aufgehängten Leiter durch den Erdstrom. Die Richtung der Rotation ist, wenn der Strom in den Leitern von oben nach unten fliesst, von West durch Süd und Ost nach Nord.

Bei Umkehrung der Stromrichtung wechselt die Richtung der Rotation.

Ein sehr einfacher Apparat hierzu ist von Faraday[3]) angegeben. Er ist ganz ebenso wie der Fig. 95, §. 171 gezeichnete Apparat construirt, nur ist der unten befindliche Magnet entfernt. Der rotirende

[1]) Ampère, Ann. de Chim. et de Phys. 20, 71, 1822; Gilb. Ann. 72, 274. — [2]) Ampère, Ann. de Chim. et de Phys. 18, 331, 1821. — [3]) Faraday, l. c.

Draht ist etwa 16 bis 20 cm lang. — Zweckmässiger setzt man den Draht, Fig. 107, vermittelst einer an einem Charnier drehbaren Spitze auf ein durch eine Klemmschraube *a* mit dem einen Pol der Säule verbundenes, höher oder niederer zu stellendes metallenes Stativ, welches oben ein Quecksilbernäpfchen trägt, und äquilibrirt den Draht durch ein Gegengewicht. Unten lässt man den Draht in ein Gefäss voll Quecksilber tauchen, welches durch die Klemmschraube *b* mit dem anderen Pol der Säule verbunden ist.

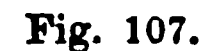
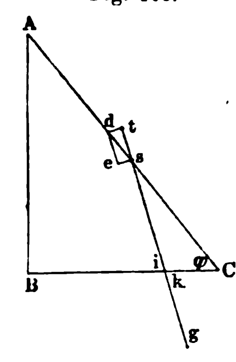


Fig. 107.



195 Bei diesem Apparate zeigen sich eigenthümliche Erscheinungen, je nachdem der Draht steiler oder weniger steil gegen den Horizont geneigt ist. Ist der Draht sehr flach gestellt, so geräth er in eine constante Rotation. Ist der Draht in dem Inclinationswinkel gegen den Horizont geneigt, so stellt er sich in der Ebene der magnetischen Inclination in eine stabile Gleichgewichtslage ein, denn dabei steht er auf der Ebene des Erdstromes senkrecht und erhält keinen Bewegungsantrieb. Ist der Draht gegen den Horizont noch steiler gestellt, so hat er eine labile und eine stabile Gleichgewichtslage, in welchen er gleichweit nach rechts oder links von seiner nördlichsten Lage absteht.

Fig. 108.



Zur Erklärung dieser Erscheinungen wollen wir zuerst das Drehungsmoment berechnen, welches der Erdmagnetismus einem Stromelement ds, Fig. 108, ertheilt, das in einer Verticalebene ABC liegt und in einem Winkel φ gegen die Horizontalebene geneigt ist[1]). Der Abstand des Elementes von der verticalen Drehungsaxe AB sei ϱ.

Fällt die Ebene ABC mit der Ebene des magnetischen Meridians zusammen, ist sg die Richtung der erdmagnetischen Kraft, welche mit dem Horizont den Winkel $Ckg = i$ macht, so können wir das Element in zwei Componenten st und es zerlegen, von denen die erste mit der Richtung gs zusammenfällt, die letztere auf ihr senkrecht steht. Die Componente es ist

$$es = ds . \cos dse = ds . \sin (i - \varphi).$$

[1]) Pohl, Gilb. Ann. 75, 284, 1823.

Ist die Kraft des Erdmagnetismus gleich M, die Intensität des das Element durchfliessenden Stromes gleich I, so ist die auf es ausgeübte Kraft

$$K = const\, I . M . ds . \sin(i - \varphi).$$

Sie steht auf der Ebene ABC senkrecht. Die auf die Componente st ausgeübte Wirkung ist Null. Das auf ds ausgeübte Drehungsmoment ist mithin

$$D = const . I . M . \varrho . ds . \sin(i - \varphi).$$

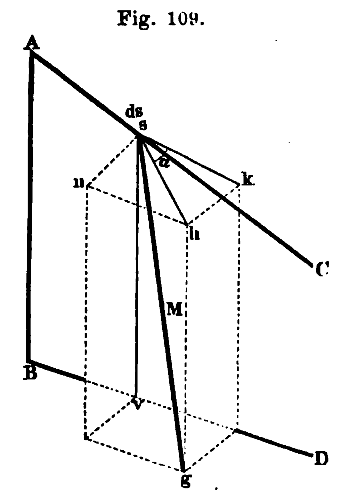
Ist ds ein Element eines geradlinigen Leiters AC von der Länge l, bezeichnen wir As mit s, so ist $\varrho = s . \cos\varphi$, also das auf den ganzen Leiter ausgeübte Drehungsmoment

$$(D) = Const\, I . M . l^2 \sin(i - \varphi) . \cos\varphi.$$

Das auf den Leiter ausgeübte Drehungsmoment ist Null, wenn $i = \varphi$ ist, d. i. wenn der geradlinige Leiter mit der Richtung der erdmagnetischen Kraft zusammenfällt. Es ist im Maximum, wenn $i - \varphi = 90^0$, also der Leiter auf der Richtung der erdmagnetischen Kraft senkrecht steht.

196 Befindet sich das Element ds in einer anderen, um den Winkel α gegen die Ebene des magnetischen Meridians $sghv$ geneigten Verticalebene $ABCD$, Fig. 109, so können wir die auf das Element wirkende erdmagnetische Kraft $sg = M$ in zwei Componenten zerlegen, von denen die eine sv vertical ist, die andere sh in der Horizontalebene liegt. Letztere zerlegen wir wiederum in eine Componente sk, welche in der durch ds gelegten Verticalebene liegt, und eine auf dieser Ebene normale Componente sn. Ist der Winkel der Inclination $gsh = i$, $hsk = \alpha$, so ist $sv = M \sin i$, $sk = M \cos i \cos\alpha$, $sn = M \cos i \sin\alpha$.

Fig. 109.



Die letztere dieser Componenten übt auf das Element ds ein in der Verticalebene ABC selbst wirkendes Drehungsmoment aus, welches mithin unwirksam ist. Wenn ferner ds gegen die Componenten sv und sk die Neigung $90 - \varphi$ und φ hat, so sind die von beiden Componenten auf ds ausgeübten Wirkungen, welche auf der Verticalebene ABC senkrecht stehen, zusammen (sie subtrahiren sich von einander):

$$W = const\, I . M . (\sin i \cos\varphi - \cos i \cos\alpha \sin\varphi)\, ds.$$

Ist ds wiederum das Element eines geradlinigen Leiters AC von der Länge l, der sich um die verticale Axe AB dreht, so wird das auf denselben ausgeübte Drehungsmoment:

$$(D) = const\, I.M.l^2 \cos i \cos^2 \varphi\, (tg\, i - \cos\alpha\, tg\, \varphi).$$

Ist zuerst der Leiter horizontal, also $\varphi = 0$, so ist das Drehungsmoment in allen Lagen des Leiters dasselbe, nämlich

$$(D) = const\, I.M.l^2 . \sin i.$$

Ist der Leiter gegen den Horizont in einem spitzeren Winkel geneigt, als der Inclinationswinkel, also ist $\varphi < i$, so behält der Ausdruck $tg\, i - \cos\alpha\, tg\, \varphi$ für alle Werthe von α einen positiven Werth; das Drehungsmoment ist in demselben Sinne gerichtet, wenn auch ungleich, indem es von der Lage des Leiters in der Ebene des magnetischen Meridians an, wo $\alpha = 0$, zunimmt, bis der Leiter sich in der auf dieser Ebene senkrechten Ebene befindet, für die $\alpha = 90^0$, u. s. f.

Ist der Leiter im Inclinationswinkel gegen den Horizont geneigt, so ist $D = 0$, wenn $\alpha = 0$. In der Ebene des Meridians übt also der Erdmagnetismus kein Drehungsmoment auf ihn aus. Wird er aber aus dieser Ebene entfernt, wächst also α nach der positiven oder negativen Seite, so nimmt D jedesmal einen positiven Werth an. Dann dreht sich der Leiter im Sinne der normalen Rotation.

Ist endlich der Leiter steiler gestellt, also $\varphi > i$, so wird sowohl für einen bestimmten positiven, wie auch negativen Werth von α das Drehungsmoment $D = 0$. Der Leiter hat zwei Gleichgewichtslagen. Von diesen ist die eine Gleichgewichtslage labil, welche dem Winkel $+\alpha$ entspricht, wo also der Leiter im Sinne der normalen Rotation aus der Ebene des Meridians verschoben ist. Denn wächst in diesem Falle α, so wird $\cos\alpha$ kleiner, also D positiv; d. i. der Leiter rotirt im normalen Sinne weiter. Nimmt aber α ab, so wird D negativ; der Leiter rotirt im entgegengesetzten Sinne. Er entfernt sich beide Male weiter aus der Gleichgewichtslage. Die zweite, entgegen dem Sinne der normalen Rotation gegen die Meridianebene verschobene Gleichgewichtslage für den Winkel $-\alpha$ ist stabil; denn wird $-\alpha$ grösser, so wird D wiederum positiv, der Leiter nähert sich im Sinne der normalen Rotation der Gleichgewichtslage. Ebenso nähert er sich derselben durch eine entgegengesetzte Drehung, wenn $-\alpha$ kleiner wird, da dann D negativ ist. — Diese Gleichgewichtslagen hat Pohl mittelst eines Apparates nachgewiesen, der dem Fig. 106 gezeichneten ganz ähnlich ist.

Besteht der Leiter, statt aus einem, aus zwei diametral gegenüberliegenden, in das Quecksilber eintauchenden Drähten, also einem Bügel, durch dessen beide Arme im gleichen Sinne von oben nach unten oder umgekehrt der Strom fliesst, so ist stets der eine derselben in der Lage, dass er ein stärkeres normal gerichtetes Drehungsmoment erhält. Der Leiter hat dann keine Gleichgewichtslagen, sondern rotirt continuirlich.

Ist der Leiter bei diesen Versuchen nicht gerade, sondern gebogen, so kann man das ihm ertheilte Drehungsmoment durch Integration bestimmen.

Auch Hohlcylinder von Goldpapier oder dünnem Kupferblech, welche an einem Bügel vertical an einem dünnen Draht aufgehängt sind, von denen unten ein kurzer Draht in einen Quecksilbernapf führt, rotiren beim Durchleiten des Stromes, wenn die Ableitung unten nicht gerade in axialer Richtung stattfindet [1]).

E. Rotation eines Magnetes um einen Stromleiter.

197 Ein Magnet kann umgekehrt durch einen Strom in Rotation versetzt werden. Nach §. 168 geschieht dies jedesmal, wenn sich der Magnet um irgend eine seiner Axe parallele Axe drehen kann und ein Theil der Stromleitung fest mit ihm verbunden ist, so jedoch, dass die Verbindungspunkte des letzteren mit dem anderen Theile der Leitung nicht beide in der Axe des Magnetes liegen.

Um die Richtung der Rotation bequem festzustellen, mag es genügen, nur die Wirkung der dem Magnet zunächst liegenden, nicht fest mit ihm verbundenen Theile der Stromleitung auf ihn zu betrachten. Da bei ähnlicher Gestalt der Leitung ihre Elemente direct proportional ihrer Entfernung vom Magnetpol grösser werden, ihre Wirkung auf letzteren aber mit dem Quadrat dieser Entfernung abnimmt, so ist dies bis zu einem gewissen Grade gestattet. Dass diese Betrachtung nicht streng richtig ist, sondern der ganze nicht fest mit dem Magnet verbundene Stromkreis zu betrachten ist, folgt schon aus §. 168 u. flgde. Wir können dann zwei extreme Fälle unterscheiden, wo einmal die nächst liegenden Theile der Leitung auf der Axe des Magnetes senkrecht stehen, das andere Mal gegen sie geneigt oder ihr parallel sind.

198 Die erste dieser Erscheinungen [2]) zeigt sich, wenn man ein Glasgefäss A, Fig. 110, mit Quecksilber füllt, in dasselbe in der Mitte einen Draht B, am Rande einen mit dem Drahte C verbundenen Ring von Kupfer D einsetzt, und die Drähte B und C mit den Polen der Säule verbindet. Senkt man an irgend einer Stelle zwischen dem Mittelpunkte und der Peripherie in das Quecksilber einen Stahlmagnet NS ein, dessen unteres Ende mit einem Platinstäbchen beschwert ist, damit er in verticaler Stellung schwimmt, so rotirt der Magnet je nach der Lage seiner Pole und der Richtung des Stromes im Quecksilber in der einen oder anderen Richtung.

[1]) Vgl. Dolbear, Electrician 28, 665, 1892; Beibl. 16, 552. — [2]) Faraday, l. c.

Ist z. B. der obere Pol des Magnetes ein Nordpol, und geht der Strom im Quecksilber vom Centrum B zur Peripherie, Fig. 111, so können wir die auf den Magnet durch die Ströme im Quecksilber ausgeübten Wirkungen ableiten, wenn wir an Stelle des Magnetes einen durch die Richtung der Pfeile bezeichneten Strom setzen. Dann wird der Pol N durch die (von B aus gesehen) rechts von ihm liegenden, im Quecksilber fliessenden Ströme angezogen, durch die links von ihm liegenden abgestossen und der Magnet rotirt in der Richtung des Pfeiles. Die durch den Magnet selbst fliessenden Stromtheile haben auf ihn keinen Einfluss.

Fig. 110.

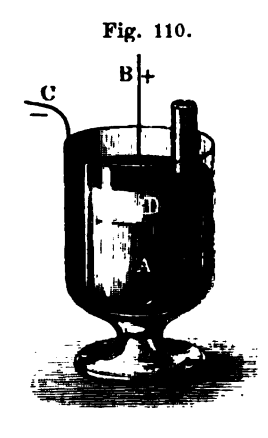
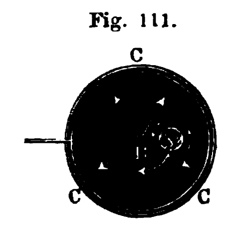


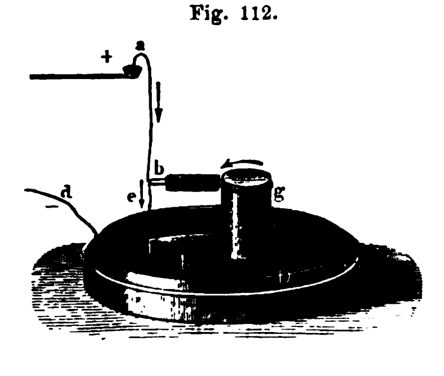
Fig. 111.



199

Die Analogie des Verhaltens eines Magnetes und Kreisstromes bei diesem Versuche hat Ampère[1]) durch folgendes Experiment dargethan. Er hängt einen Draht $abge$, Fig. 112, oberhalb in einem Quecksilbernapf a auf, der z. B. mit dem positiven Pol der Säule verbunden ist. Der Draht ist bei g zu einem Ringe gebogen, seine neben einander liegenden Theile sind von einander isolirt. Das untere Ende e des Drahtes taucht in das Quecksilber des Gefässes h, in welches der mit dem negativen Pol der Säule verbundene Kupferring D eingesetzt ist. In dem Ringe g ist ein nicht leitender cylindrischer Stab befestigt, der bis in das Quecksilber reicht, so dass durch die gerade unter g befindlichen Stellen desselben keine Ströme fliessen können. Verläuft der Strom im Draht $abge$, wie in der Zeichnung, so verbreitet er sich von e aus radial durch das Quecksilber zum Kupferring und der Ring g rotirt in gleichem Sinne und in derselben Weise, wie der Magnetpol N in Fig. 110 und 111, bis der obere Theil des Drahtes a an den ihn tragenden Arm anschlägt. Hätte man nicht mit dem Ringe einen von ihm isolirten nicht leitenden Stab verbunden, welcher unter ihm in das Queck-

Fig. 112.



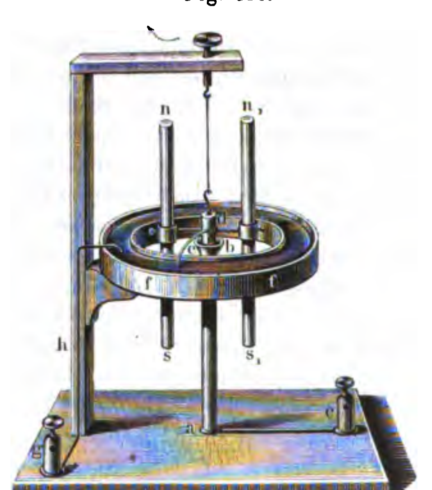
[1]) Ampère, Ann. de Chim. et de Phys. **20**, 60, 1822; Théorie, p. 336; Gilb. Ann. **72**, 257.

silber taucht, so könnte er nicht rotiren, da dann auch Ströme durch die unter dem Ringe befindliche Quecksilberfläche flössen, welche die Wirkung der ausserhalb derselben fliessenden Ströme im Quecksilber aufhöben. Ist aber der in den Ring gesteckte und in das Quecksilber tauchende Stab ein Nichtleiter, so fliessen gerade unter dem inneren Raume des Ringes gar keine Stromtheile; ist der Stab vom Ringe isolirt und ein Leiter, so sind die durch denselben fliessenden Stromtheile mit dem Ringe fest verbunden und können wiederum keine Wirkung auf ihn ausüben.

200 Soll der Magnet wesentlich unter Einfluss eines Stromes rotiren, der nahe an ihm seiner Axe parallel ist, so kann dazu folgender Apparat verwendet werden:

Ein verticaler Stab *ab*, Fig. 113, von Messing ist unterhalb mit der Klemmschraube *c* verbunden und trägt oberhalb einen Quecksilbernapf *b*. An einem über diesem Quecksilbernapfe befestigten Haken hängt an einem Faden ein Bügel *d*, von dem aus eine Metallspitze in den Quecksilbernapf *b* taucht, und ein Draht *e* zu der mit *b* concentrischen Quecksilberrinne *f* führt, welche durch Draht *h* mit der Klemmschraube *g* verbunden ist. Durch den Bügel sind zwei Magnetstäbe *ns* und $n_1 s_1$ gesteckt und durch seitliche Schräubchen befestigt.

Fig. 113.



Verbindet man die Pole einer Säule mit den Klemmschrauben *c* und *g*, so circulirt der Strom z. B. in der Richtung *cabdefhg* durch den Apparat. — Betrachtet man, behufs der Orientirung, nur die den Magneten zunächst liegenden Stromtheile in *ab*, so werden durch dieselben die nach unten gekehrten Südpole der Magnete so bewegt, dass der Pol *s* des links gelegenen Magnetes nach hinten, der Pol s_1 des rechts gelegenen Magnetes nach vorn aus der Ebene der Figur herauszutreten strebt. Hierdurch ist ein Kräftepaar in Thätigkeit gesetzt, welches beide Magnete in der Richtung des über der Figur gezeichneten Pfeiles in Rotation versetzt. Beim Wechsel der Stromrichtung oder der Umkehrung der beiden Magnete kehrt sich die Richtung der Rotation um.

Ist der Quecksilbernapf *e* bei *a* angebracht und der Stab *ab* an dem die Magnete tragenden Bügel befestigt, so dass er erst unterhalb in

den Quecksilbernapf taucht, so findet die Rotation gleichfalls statt, da die Punkte, wo jetzt die mit den Magneten fest verbundenen und die von ihnen unabhängigen Theile der Leitung zusammentreffen, nicht beide in der Mittellinie der Axen der Magnete liegen.

Entfernt man den einen der beiden Magnete und ersetzt ihn durch ein Gegengewicht, so tritt die Rotation in gleicher Weise ein, nur mit verminderter Geschwindigkeit.

Richtet man die beiden Magnete mit ihren ungleichnamigen Polen nach unten, so streben die an ihnen wirkenden Kräfte sie in entgegengesetzter Richtung in Rotation zu versetzen, und ihre Wirkungen heben sich auf. — Fliesst der Strom, statt nur bis zur halben Höhe der Magnete, durch den Draht *ab* zwischen ihnen hindurch bis zur Höhe der oberen Pole, so streben die auf diese wirkenden Kräfte, sie in entgegengesetzter Richtung aus ihrer Lage zu drehen, wie die an den unteren Polen wirkenden Kräfte; das aus jenen gebildete Kräftepaar hebt das an den letzteren angreifende auf. Nicht so ist es, sondern die Wirkungen der Kräftepaare addiren sich, wenn, ebenso wie in *ab* von unten nach oben, so auch noch zwischen den oberen Hälften der Magnete von oben nach unten ein nicht mit ihnen verbundener Strom geleitet wird.

Sind bei den beschriebenen Versuchen statt zweier Magnete deren mehrere im Kreise herum um den Stab *ab* befestigt, so rotiren sie in gleicher Weise. Dasselbe geschieht, wenn diese Magnete zu einer in sich geschlossenen magnetisirten Stahlröhre vereint sind.

201 Eine Abänderung dieses Versuches ist von v. Feilitzsch[1]) gegeben worden. Der Strom fliesst von der Klemmschraube *a*, Fig. 113, durch ein Rohr *b*, und durch ein System von Bügeln *c*, die auf einer Kugeloberfläche liegen, zu der Platte *d*. Von dieser geht ein Draht *g* nach unten. An einem Haken an der Platte *d* hängt ein hufeisenförmiger Magnet nn_1s, dessen beide Schenkel unterhalb nordpolar, oberhalb südpolar sind. Der Magnet ist an seiner Biegung durchbohrt und trägt daselbst einen Metallstab, der oben in einem Quecksilbernäpfchen *h* endet, in welches der Draht *g* taucht. Unten senkt sich der Stab in den Quecksilbernapf *i*, der mit der Klemmschraube *k* communicirt. Der Magnet geräth unter Einfluss des Stromes in Rotation. Man kann ihn als aus zwei getrennten und gekrümmten Magneten ns und n_1s bestehend denken, deren Südpole zusammen liegen.

Die Contactstellen *h* und *i* des mit dem Magnet fest verbundenen Theiles *hi* der Stromleitung mit dem übrigen vom Magnet unabhängigen Stromtheil liegen nicht beide in den Verbindungslinien ns oder n_1s der Pole dieser beiden Magnete, so dass aus der Ampère'schen Theorie die Rotation unmittelbar folgt.

---

[1]) v. Feilitzsch, Pogg. Ann. **105**, 535, 1858.

202 Bei einer anderen Anordnung schob v. **Feilitzsch** einen flachen Stahlring *N*, Fig. 115, der so magnetisirt war, dass sein innerer Rand südpolar, sein äusserer nordpolar war, auf einen Pappkegel, und hängte diesen Kegel an seiner Spitze im Inneren der Bügel des Apparates, Fig. 114, so auf, dass die untere Fläche des Ringes an irgend einer Stelle, z. B. *t*, das Quecksilber im Quecksilbernapfe *i* eben berührte. Auf den Ring waren zwei concentrische Pappringe geklebt, so dass die Stelle *t* zwischen ihnen lag. In den Zwischenraum zwischen ihnen wurde Quecksilber gegossen, in welches das Ende des Drahtes *g* gerade über *t* eingesenkt wurde. Der Ring setzte sich beim Durchleiten des

Fig. 114.

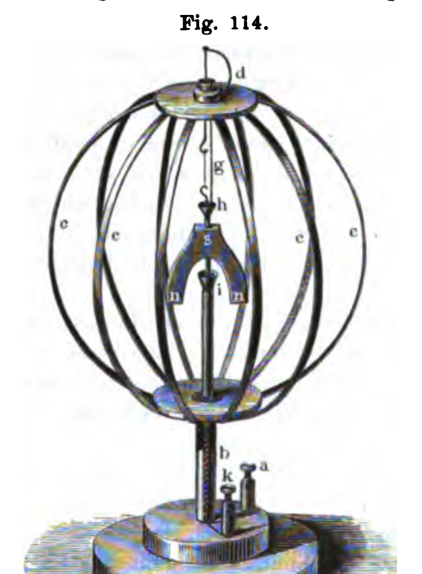


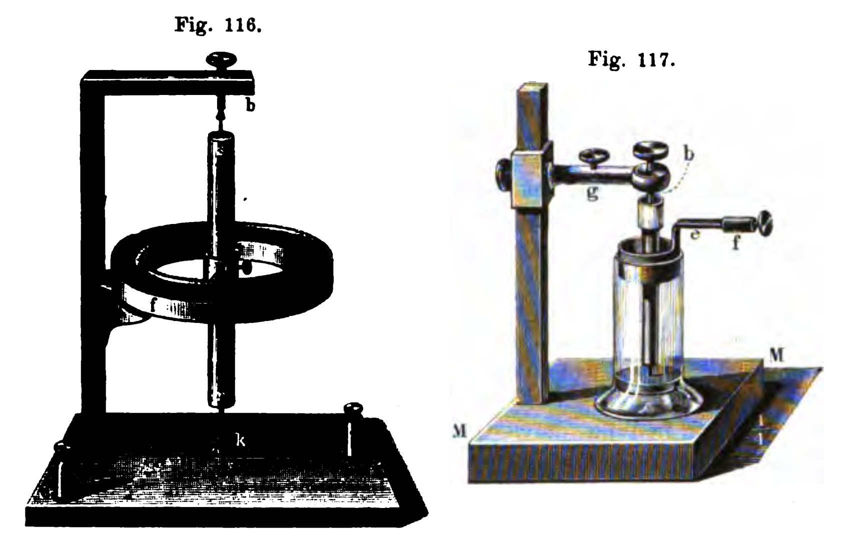
Fig. 115.

Stromes durch den Apparat in Rotation. — Man kann sich zur Erklärung dieser Rotation den magnetisirten Stahlring bestehend denken aus einzelnen radialen, an einander gefügten Magneten. Derjenige unter diesen magnetischen Radien, durch welchen in jedem Moment der Strom selbst fliesst, wird freilich nicht bewegt, wohl aber die übrigen rechts und links von ihm befindlichen, von denen die einen von den über und unter dem Ringe liegenden Theilen der Leitung angezogen, die anderen abgestossen werden. Es war daher eine irrthümliche Annahme, wenn man meinte, es wäre diese Erscheinung ein Gegenbeweis gegen die von **Ampère** aufgestellte Behauptung (§. 168), dass ein Magnet und ein nicht fest mit ihm verbundener Leiter bei ihrer Rotation um einander sich nicht durchschneiden können. Ein solches Verhältniss kommt in der That bei diesem Versuche nicht vor.

203 Man kann auch einen Magnet um seine eigene Axe durch einen Strom in Rotation versetzen. Ein einfacher Apparat hierzu ist folgender:

Der Magnetstab *ns*, Fig. 116, ist mittelst Stahlspitzen in die Stahllager *b* und *k* eingesetzt. Das untere Lager ist mit Quecksilber gefüllt und steht mit der Klemmschraube *a* in Verbindung. In der Hälfte der Höhe des Magnetes bei *c* ist auf denselben eine Metallfassung aufgesetzt,

Fig. 116. Fig. 117.



von der ein Draht ausgeht, dessen Ende in die Quecksilberrinne *f* taucht, welche mit der Klemmschraube *e* verbunden ist. Verbindet man die Klemmen *a* und *e* mit den Polen der Säule, und fliesst hierbei der Strom von unten nach oben durch die untere Hälfte des Magnetes, ist der untere Pol desselben ein Nordpol, so rotirt er von oben gesehen entgegengesetzt der Bewegungsrichtung des Uhrzeigers.

Ein anderer älterer Apparat ist der folgende [1]):

In ein mit Quecksilber gefülltes Glasgefäss, Fig. 117, wird ein verticaler Magnetstab eingesenkt, der unten mit einer kleinen Vertiefung auf eine auf den Boden des Gefässes gekittete Stahlspitze gestellt wird. Am oberen Ende des Magnetes wird vermittelst der Schraube *b* eine zweite Stahlspitze in eine Vertiefung, Fig. 118, des Magnetes eingeschoben, so dass sich derselbe zwischen beiden Spitzen um sich selbst drehen kann. Das obere Ende des Magnetes ist mit einem Holzringe *a* umgeben, in den Quecksilber gegossen wird. In das Quecksilber des Glasgefässes wird ein kupferner Ring *e* eingelegt, welcher mit dem einen Pole der Säule durch die Klemmschraube *f* verbunden wird. Ebenso wird die Schraube *b* vermittelst der Klemmschraube *g* mit dem anderen

Fig. 118.



---

[1]) Ganz ähnlich Ampère, Lettre à M. van Beck. Recueil d'Observations p. 177, 1821.

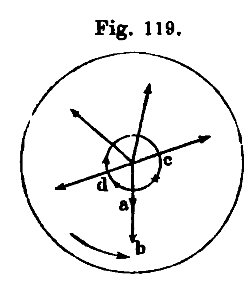
Póle der Säule verbunden. Je nach der Richtung des Stromes und der Stellung des Magnetes rotirt der letztere in der einen oder anderen Richtung. Ist z. B. der obere Pol des Magnetes ein Südpol, und tritt in denselben von oberhalb der positive Strom ein, so rotirt der Magnet von oben gesehen entgegen der Richtung des Uhrzeigers. — Mit dem Wechsel der Stromrichtung und der Umkehrung des Magnetes wechselt die Richtung der Rotation.

204 Diese Rotationen folgen unmittelbar aus den Betrachtungen des §. 169 u. flgde. Da die Enden der mit dem Magnete nicht fest verbundenen Leitung des Stromes nicht beide in seiner Axe liegen, so rotiren alle magnetischen Längsfasern durch ihre Einwirkung. — Der durch den Magnet selbst gehende und mit ihm fest verbundene Stromtheil kann auf seine Rotation keinen Einfluss haben, da er nur innere Kräfte in dem festen System entwickeln kann. Man kann daher ebenso gut, wie man den Strom durch den Magnet selbst leitet, so auch durch denselben oder neben demselben einen von ihm isolirten, mit ihm fest verbundenen Draht führen, dessen Enden an den gleichen Stellen mit der übrigen Leitung durch Quecksilbernäpfe communiciren, wie der Magnet selbst in den beschriebenen Apparaten. — Wenn wir etwa nur die dem Magnet ganz zunächst liegenden und ausser ihm befindlichen Stromtheile betrachten wollten, so bedingt bei dem zuerst beschriebenen Apparate, Fig. 116, z. B. der durch den Draht ak und von da vertical von unten nach oben in der Richtung der Axe zum Magnet hinfliessende Stromtheil seine Rotation in der folgenden Weise: Fliesst der positive Strom von a nach k, ist der untere Pol des Magnetes ein Nordpol, so werden alle der Strombahn zunächst liegenden magnetischen Fasern, die nicht in der Verlängerung der Strombahn selbst liegen, so abgelenkt, dass ihre Nordenden sich für einen den Magnet von unten betrachtenden, im Stromleiter befindlichen Beobachter nach links wenden. Die entgegengesetzte Wirkung des Stromes auf das entferntere Südende des Magnetes ist viel schwächer, so dass der Magnet entsprechend der ersteren Wirkung in Rotation kommt. — Aus den Betrachtungen des §. 168 u. flgd. ist ferner ersichtlich, dass das Drehungsmoment des Magnetes ein Maximum ist, wenn die Quecksilberrinne f des Apparates sich auf halber Höhe des Magnetes befindet, und die Rotation bei weiterem Heben der Rinne abnimmt; dass sie endlich aufhört, wenn man den Strom am einen Ende k des Magnetes eintreten, am anderen b desselben austreten lässt. — Dagegen verstärkt sich die Rotation, wenn man den positiven Strom gleichzeitig von oben und unten in k und b in den Magnet eintreten lässt und ihn aus der auf halber Höhe des Magnetes befindlichen Quecksilberrinne weiter leitet.

Bei dem zweiten Apparate, Fig. 117, wirken auf den Magnet aus nächster Nähe die in radialer Richtung von demselben aus durch das ihn umgebende Quecksilber fliessenden Stromtheile. Denkt man sich

hier, um den Vorgang durch eine annähernde Betrachtung zu veranschaulichen, den nach oben gekehrten Südpol des Magnetes, wie in Fig. 119, durch einen Kreisstrom *cad* ersetzt, und fliesst der positive Strom durch den Magnet zum Quecksilber, so ziehen die einzelnen, ausserhalb des Magnetes befindlichen radialen Theile des Stromes, z. B. *ab*, die eine Seite *da* des Kreisstromes an und stossen die andere Seite *ac* desselben ab, wodurch der Magnet in der Richtung *dac* um sich selbst rotiren muss, d. i. in dem gleichen Sinne, wie die Rotation durch den vertical von oben zum Magnet geführten Stromtheil erfolgt.

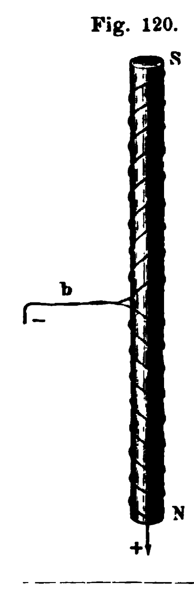
Fig. 119.



205 Es ist von vornherein klar, dass man bei allen bisher beschriebenen Versuchen statt der Stahlmagnete auch Elektromagnete verwenden kann, indem man die Stahlstäbe durch Eisenstäbe ersetzt, welche mit Drahtspiralen umwickelt sind [1]). Es hat keine Schwierigkeit, die Verbindungen so herzustellen, dass derselbe Strom erst die Drahtwindungen der Spiralen und dann die übrigen Theile des Rotationsapparates durchfliesst.

In dieser Art hat Sturgeon (l. c.) den um seine Axe rotirenden Magnet des Apparates, Fig. 116, durch einen Eisenstab *NS*, Fig. 120, ersetzt, welcher mit einer auf der oberen und unteren Hälfte entgegengesetzt gewundenen Spirale von übersponnenem Kupferdraht umwickelt war. Das obere und untere Ende der Spirale war an den Eisenstab gelöthet; von der Mitte derselben führte ein Draht *b* zur Quecksilberrinne des Apparates.

Fig. 120.



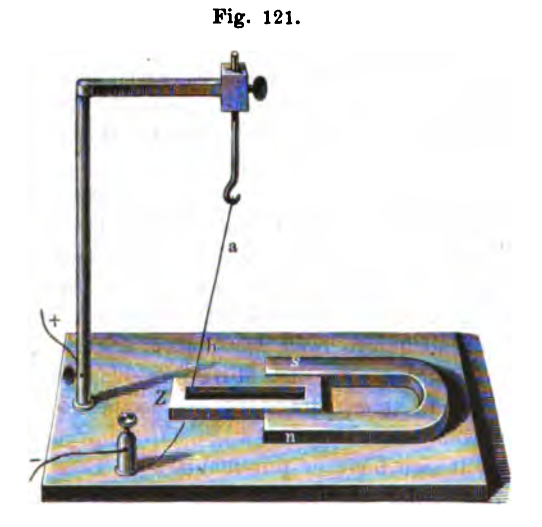
Der von unten in den Eisenstab eintretende Strom theilt sich hier; er durchläuft zum Theil die untere Hälfte der Spirale und tritt in *b* aus, zum Theil fliesst er durch den Eisenstab von *N* nach *S* und von da durch die obere Hälfte der Spirale wieder nach *b*. Der Stab erhält bei der angegebenen Richtung des Stromes unten einen Nordpol, oben einen Südpol, und rotirt deshalb ganz entsprechend den in §. 203 gemachten Angaben. Die durch den Stab und die Spirale selbst fliessenden Antheile des Stromes haben auf seine Rotation direct keinen Einfluss, da sie mit ihm fest verbunden sind [2]).

[1]) Sturgeon, Phil. Mag. **11**, 194; Pogg. Ann. **24**, 632, 1832. — [2]) Aehnliche Versuche von Gore, Proceed. Roy. Soc. **24**, 121, 1876.

F. Rotation bei veränderlicher Leitungsbahn.

206 Die im Vorigen beschriebenen Rotationsapparate beruhen alle auf der Einwirkung von Magneten auf Stromtheile, welche in sich nicht geschlossen sind. Dagegen kann bei unveränderlicher Leitung durch Einwirkung eines geschlossenen Stromkreises auf einen Magnet ebensowenig, wie durch die Einwirkung zweier Magnete auf einander, eine continuirliche Bewegung erzielt werden. Dagegen hat man solche Bewegungen in diesen beiden Fällen dadurch hervorgebracht, dass man durch geeignete Vorrichtungen die Leitung des Stromes oder die Polarität der auf einander wirkenden Magnete periodisch veränderte. — Auf diesem Principe beruhen die vielfach abgeänderten elektromagnetischen Bewegungsmaschinen, deren Beschreibung nicht hierher gehört. Hier wollen wir nur einige wenige derselben anführen, die auch zum Theil eine theoretische Wichtigkeit besitzen.

Fig. 121.

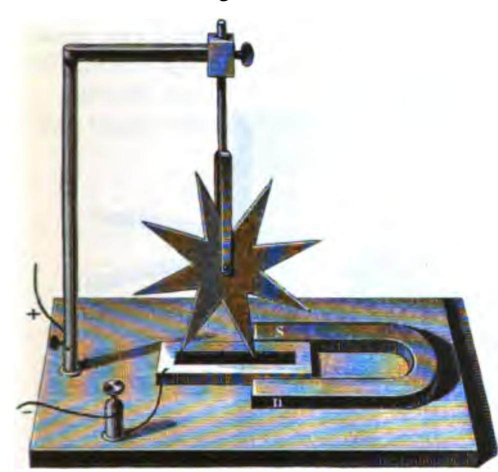


Hängt man einen Draht *ab*, Fig. 121, an einer Oese vertical auf, so dass sein unteres Ende in die zwischen den Polen *ns* eines Hufeisenmagnetes befindliche Quecksilberrinne *Z* vor der Ebene der Polflächen taucht, und verbindet man das den Draht tragende metallene Gestell, sowie die Quecksilberrinne mit den Polen einer Säule, so beginnt der Draht in der auf der Verbindungslinie der Magnetpole normalen Ebene zu oscilliren. Geht der Strom durch den Draht von oben nach unten, so wird er bei der in der Zeichnung angegebenen Lage des Magnetes zwischen die Pole hineingezogen. Dies ergiebt sich aus der Erwägung, dass die Resultanten der Wirkungen der Pole *n* und *s* auf die Elemente von *ab* auf den durch *ab* und *n* oder *s* gelegten Ebenen senkrecht stehen.

Durch diese Bewegung schwingt der Draht aus dem Quecksilber hinaus; der Strom wird unterbrochen, der Draht fällt zurück und das Spiel beginnt von Neuem. Bei Umkehrung der Stromrichtung im Draht oder bei Verwechselung der Pole des Magnetes bewegt sich der Draht nach der den Magnetpolen abgewendeten Seite.

207 Befestigt man ein sternförmiges metallenes Rad mit seiner Axe in einem Bügel und lässt das Ende seiner einen Speiche in die vor den Polen des Magnetes *ns*, Fig. 122, befindliche Quecksilberrinne tauchen, so wird bei Verbindung des das Rad tragenden Bügels und der Quecksilberrinne mit der Säule, wie bei dem oben beschriebenen Versuche, die in das Quecksilber tauchende Speiche des Rades je nach der Stromrichtung und der Lage der Magnetpole zu den Magnetpolen hingezogen oder von ihnen fortgestossen. Sie hebt sich dadurch aus dem Quecksilber und dafür tritt die folgende Speiche hinein, welche sich in dem gleichen Sinne fortbewegt. So geräth das Rad in dem einen oder anderen Sinne in Rotation. Diesen Apparat bezeichnet man mit dem Namen des Barlow'schen Rades[1]).

Fig. 122.



Auch wenn man das sternförmige Rad durch eine kreisförmige Metallscheibe ersetzt, die an einem Punkte ihrer Peripherie vor den Magnetpolen *n* und *s* in die Quecksilberrinne eintaucht, geräth dieselbe in gleichem Sinne in Rotation. Dies ist ein Beweis dafür, dass der vom Mittelpunkte der Scheibe durch einen Radius derselben zur Quecksilberrinne fliessende galvanische Strom während der Einwirkung der Magnetpole bis zu einem gewissen Grade fest mit den Molecülen der Scheibe verbunden ist, so dass sich die bewegende Wirkung der Magnetpole von dem Strome auf die Scheibe selbst überträgt. Wäre dies nicht der Fall, so würden nur die Strombahnen in der Scheibe durch die Einwirkung des Magnetes verschoben werden (vergl. indess § 218 u. flgde.).

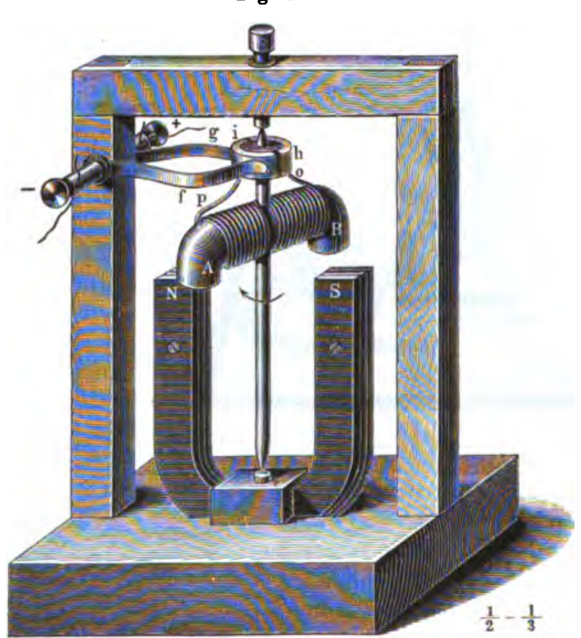
208 Ein in seinen Hauptheilen von Ritchie[2]) angegebener Apparat, bei welchem ein Elektromagnet von veränderlicher Polarität vor einem Stahlmagnet rotirt, ist folgender:

Vor den Polen *NS*, Fig. 123 (a. f. S.), eines Stahlmagnetes dreht sich an einer verticalen Axe ein Eisenstab *AB*, welcher mit übersponnenem Kupferdraht umwickelt ist. Die Enden dieses Drahtes sind mit zwei halbcylindrischen Stücken Kupfer *h* und *i* verbunden, welche auf die

[1]) Barlow, On magnetic attraction. London 1823, p. 279; Bibl. univ. **20**, 127. — [2]) Ritchie, Phil. Trans. 1833, **2**, 318; Pogg. Ann. **32**, 538.

Peripherie eines kleinen, auf der Axe aufgesetzten Holzrades aufgeschraubt sind, so jedoch, dass sie einander nicht berühren, und ihre Zwischenräume gerade um 90^0 gegen die durch die Schenkel des Stahlmagnetes gelegte verticale Ebene gedreht sind, wenn der Eisenstab AB sich in jener Ebene befindet. Gegen das Holzrad schleifen die Federn f und g, welche mit den Polen einer Säule verbunden sind. Tritt in die Feder g der positive Strom ein, so fliesst er durch das Kupferstück h, strömt bei o in den um Stab AB gewundenen Draht und fliesst sodann durch das Kupferstück i und Feder f weiter. Dadurch erhält der Eisenstab AB bei B einen Nord-, bei A einen Südpol. Er dreht sich gegen den


Fig. 123.



Magnet NS, so dass B sich dem Pole S nähert. Hat B diesen Pol erreicht, so tritt Feder g von dem Kupferstück h auf das Stück i, Feder f von i auf h; die Polarität in AB wird umgekehrt. Das Ende B wird ein Südpol und von Pol S abgestossen; der Stab AB bewegt sich daher in der bestehenden Rotationsrichtung weiter.

Häufig ersetzt man in diesem Apparate das Rad ih durch einen kreisförmigen, zwischen den Schenkeln des Magnetes unterhalb AB angebrachten Quecksilbernapf, der durch eine in der Ebene der Magnetpole liegende niedrige Glasplatte in zwei von einander isolirte Hälften getheilt ist, welche mit den Polen der Säule verbunden sind. In diese beiden Hälften tauchen zwei von den Enden der Drahtwindungen von

AB hinabgeleitete Drähte so ein, dass, wenn *AB* die Pole *N* und *S* des festen Magnetes gerade verbindet, sie bei einer geringen Drehung von *AB* über die Glaswand hinübergleiten, und nun ihre Verbindung mit den Polen der Säule die entgegengesetzte wird, wie vorher.

Statt des Stahlmagnetes kann man auch einen Elektromagnet anwenden und statt eines besonderen Stromes den ihn magnetisirenden Strom noch durch die Windungen des Ankers leiten.

Auch durch den Erdmagnetismus kann man continuirliche Rotationen von Elektromagneten hervorbringen, wenn man zu geeigneten Zeiten ihre Polarität umkehrt. — Von den hierzu construirten Apparaten beschreiben wir nur den folgenden. **209**

Durch eine Kugel *a*, Fig. 124, sind rechtwinklig gegen einander zwei horizontale Eisenstäbe *ns* und $n_1 s_1$ gesteckt, welche mit übersponnenem Kupferdraht umwunden sind. Die Kugel ist auf einer verticalen Axe befestigt, welche sich in der Hülse *b* leicht dreht. Unter derselben befindet sich ein durch eine Scheidewand *ee* in zwei Abtheilungen *c* und *d* getheilter Quecksilbernapf, in welchen die vier Enden der die Eisenstäbe umgebenden Drahtspiralen eintauchen. Die beiden Hälften des Quecksilbernapfes sind mit Klemmschrauben verbunden, zu denen man die Leitungsdrähte der Säule hinführt. Man stellt den Apparat so, dass die Scheidewand des Quecksilbernapfes in die Ebene des magnetischen Meridians fällt. Der Strom theilt sich dann zwischen den Spiralen beider Eisenstäbe und magnetisirt sie; ihre einen Enden suchen sich nach Nord, die anderen nach Süd zu stellen. Sobald aber die Leitungsdrähte der einen oder anderen Spirale über die Scheidewand hinübertreten, kehrt sich die Polarität des Eisenstabes in derselben um und der Stab sucht sich entgegengesetzt zu stellen. So findet, wie bei dem Apparate von Ritchie, eine continuirliche Rotation statt [1]).

Fig. 124.



Es hat keine Schwierigkeit, solche Apparate auch so zu construiren, dass sie, statt in einer horizontalen, in einer verticalen Ebene rotiren [2]).

---

[1]) Aehnlich v. Kramer, Pogg. Ann. 43, 304, 1838. — [2]) Vergl. v. Feilitzsch, Fernewirkungen des Stromes, S. 330, 1865.

210 Eine weitere hierher gehörige Erscheinung ist die zuerst von Poggendorff[1]) beobachtete doppelsinnige Ablenkung der Magnetnadel eines Galvanometers, welche auch zu Rotationen derselben führen kann.

Man stellt ein Galvanometer so auf, dass die Nadel parallel den Windungen des Multiplicators schwebt, und leitet durch letzteren in schneller Aufeinanderfolge abwechselnd gerichtete Ströme, indem man entweder durch einen Inversor die Richtung des Stromes einer Kette schnell hinter einander umkehrt, oder indem man die alternirenden Ströme eines Inductionsapparates verwendet.

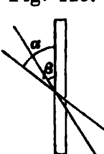
Hindert man die Nadel durch Hemmungen, weiter als 8 bis 10° zu beiden Seiten des Nullpunktes auszuschlagen, so bleibt sie auf demselben stehen oder macht höchstens kleine Oscillationen, die mit der Schnelligkeit des Wechsels der Stromrichtung abnehmen. Dieses Verhalten ergiebt sich unmittelbar daraus, dass die Wirkungen der auf einander folgenden, entgegengesetzt gerichteten Ströme sich gegenseitig vernichten.

Ist aber die Nadel nicht in ihren Bewegungen gehemmt, und ist sie vor Einwirkung der abwechselnden Ströme um 8 bis 10° nach der einen oder anderen Seite vom Nullpunkte abgelenkt, so schlägt sie durch die Wirkung jener Ströme bis zu 90° aus und begiebt sich in die Ost-Westlage.

211 Der Grund dieser Erscheinung liegt in der temporären Magnetisirung der Nadel in der Richtung ihrer Axe, welche eintritt, wenn sie nicht den Windungen parallel ist, und zwar in desto höherem Grade, je mehr sie sich der normalen Lage gegen die Windungen nähert.

Ist β die Neigung der Nadel in ihrem Ruhezustande gegen die Ebene der Multiplicatorwindungen, α die Neigung der durch den Strom abgelenkten Nadel, M ihr permanentes Moment, H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, I die Stromintensität, m der durch den Strom Eins bei der Ablenkung von 90° in der Nadel erzeugte temporäre Magnetismus, und nimmt man an, dass letzterer der Stromintensität proportional sei, so ist die Kraft, welche die Nadel in die Ruhelage zurückführt[2]), gleich

Fig. 125.



$$(M \pm I m \sin \alpha) H \sin (\alpha - \beta) - (I^2 m \sin \alpha \pm I M) \cos \alpha .$$

Da sich bei zwei auf einander folgenden gleichen aber entgegengesetzten Strömen $\pm I m \sin \alpha$ und $\pm I M$ gegenseitig aufheben, so bleibt

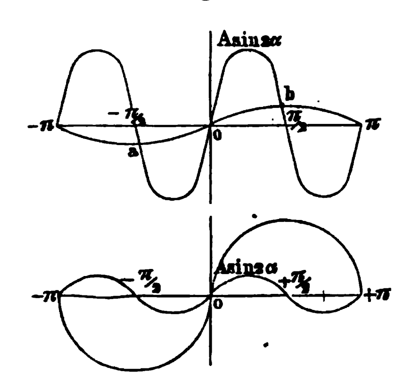
[1]) Poggendorff, Pogg. Ann. 45, 353, 1838, welcher auch bereits die Theorie dieser Erscheinungen in einfachster Form gegeben hat. Versuche über die doppelsinnige Ablenkung später auch von Lord Rayleigh, Phil. Mag. [5] 3, 43; Beibl. 1, 202, 1877. — [2]) Siehe Chrystal, Phil. Mag. [5] 2, 401, 1876.

$$MH \sin(\alpha - \beta) - I^2 m \sin\alpha \cos\alpha = MH[\sin(\alpha - \beta) - A \sin 2\alpha],$$

wo $$A = \tfrac{1}{2} I^2 m / MH \text{ ist.}$$

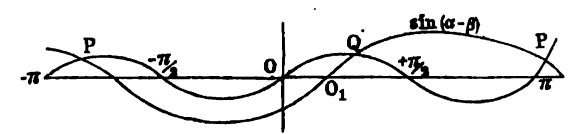
Ist zunächst $\beta = o$ und verzeichnet man die Curven für $\sin\alpha$ und $A \sin 2\alpha$, so schneiden sie sich, wenn A gross ist, Fig. 126, in den Punkten $-\pi$, o, $+\pi$ der Abscissenaxe und in zwei Punkten a und b. In den ersteren Punkten entsprechenden Lagen ist das Gleichgewicht labil, da beim Fortschreiten nach beiden Seiten von dem betreffenden Punkte die Ordinaten der Curve für $A \sin 2\alpha$ grösser sind, als die der Curve für $\sin\alpha$, also die entsprechenden Kräfte entgegengesetzt gerichtet sind; für a und b treten dagegen stabile Gleichgewichtslagen ein, die um so näher an $\pm \tfrac{1}{2}\pi$ liegen, je grösser A ist. Ist A klein, so ist das Gleichgewicht in der Nulllage stabil, wo sich die Curven schneiden.

Fig. 126.



Ist β nicht Null, so verschiebt sich die Curve für $\sin\alpha$ um eine Länge nach rechts. Ihr Anfangspunkt liegt in O_1, so dass der Abstand $O_1 - O = \alpha$ ist (Fig. 127). Sie schneidet die Curve für $\sin 2\alpha$

Fig. 127.



nahe dem Punkte O_1 in Q und in den Punkten P in der Nähe der Punkte $\pm\pi$. Ersterem entspricht die alleinige stabile und letzteren Schnittpunkten entsprechen labile Gleichgewichtslagen.

212 Sind die abwechselnd gerichteten Ströme nicht gleich stark, so muss der durch dieselben in den Nadeln erregte temporäre Magnetismus so bedeutend sein, dass die Summe der Wechselwirkungen zwischen dem letzteren und den durch das Galvanometer geleiteten Strömen die Differenz der Wirkung dieser Ströme auf den permanenten Magnetismus der Nadeln überwiegt, damit sie das Phänomen der doppelsinnigen Ablenkung zeigen. Ist die Intensität der in der einen Richtung fliessenden Ströme gleich Null, wirkt also nur eine Reihe in gleichem Sinne fliessender Ströme von der Intensität $-I$, so muss, damit sie die Nadel nach der ihrer ursprünglichen Ablenkung entgegengesetzten Seite treiben, das

Product Im grösser sein als M. Die Nadel darf also ein nur sehr geringes permanentes magnetisches Moment M besitzen. Deshalb kann man in diesem Falle das Phänomen der doppelsinnigen Ablenkung namentlich an Eisennadeln sehr gut beobachten.

213 Man kann diese Erscheinung auch in der Art erhalten, dass man vor einer Magnetnadel durch eine Centrifugalmaschine einen Magnetstab um eine ihn halbirende, in dem magnetischen Meridian liegende, horizontale Axe so rotiren lässt, dass bei seinem Durchgange durch die horizontale Lage der eine oder andere Pol in einiger Entfernung nach Ost oder West vor dem einen Pol der Magnetnadel vorbeigeht [1]). Steht die Nadel im magnetischen Meridian, so bleibt sie darin; wird sie gegen denselben um 90° gedreht, so verbleibt sie auch in dieser Stellung, gleichviel, welchen Pol sie der Rotationsebene des Magnetstabes zukehrt, da die anziehenden und abstossenden Wirkungen der Pole des Stabes auf die Pole der Nadel bei dem schnellen Wechsel ihrer Lage sich aufheben, und nur der jedesmal in dem dem Stabe zunächst liegenden Ende derselben vertheilte Magnetismus, welcher dem des genäherten Poles des Stabes in jedem Falle ungleichnamig ist, eine Anziehung jenes Endes zur Folge hat.

214 Hängt man in den Multiplicator eine weiche Eisennadel ein, und ist bei dem Durchleiten alternirender Ströme durch ersteren die Geschwindigkeit der Nadel bei der Ankunft in der transversalen Lage so gross, dass sie mehr als 90° über dieselbe hinausfliegt, so treten die gleichen Erscheinungen wie anfangs wiederholt ein, die Nadel geräth in eine continuirliche Rotation. Man kann dieselbe befördern, wenn man über dem Multiplicatorrahmen einen Hufeisenmagnet mit seinen Schenkeln nach unten anbringt, dessen Pole in der Richtung des Rahmens liegen, oder zwei horizontal liegende, ihre entgegengesetzten Pole dem Rahmen zukehrende Stahlmagnete zu beiden Seiten desselben in gleicher Richtung hinlegt. Liegt die Ebene der Pole senkrecht gegen den Rahmen, so wird die Rotation auf Null reducirt. Im ersten Falle erhält die Nadel durch die Magnete ein temporäres Moment in der Richtung der Windungen, in Folge dessen sie durch den Strom in letzteren stärker abgelenkt wird. Dieses Moment nimmt mit der Ablenkung der Nadel ab; fliegt sie über die Transversalstellung hinaus, so erhält sie durch die Magnete ein umgekehrtes, immer wachsendes Moment, wodurch sie weiter getrieben wird.

Die weiche Eisennadel kann man auch durch ein sternförmiges, auf einer Spitze schwebendes Rad von Eisen ersetzen; die Rotation wird dann noch verstärkt [2]).

---

[1]) Poggendorff, l. c., p. 185. — [2]) de Fonvielle und Lontin, Compt. rend. **90**, 800, 910, 969, 1880; Beibl. **4**, 557; siehe auch Jamin, ibid. 839, **91**, 14, 1880; Beibl. **4**, 557, 735.

Werden in einen Schliessungskreis zwei solche Rotationsapparate eingeschaltet und wird in dem einen (I) derselben der über dem Rahmen befindliche Magnet umgekehrt, so kehrt sich auch in diesem allein die Rotation um. Die Geschwindigkeit in dem anderen (II) scheint etwas zu steigen, wenn die Rotation in dem ersten im gleichen Sinne, und zu fallen, wenn sie im entgegengesetzten Sinne erfolgt. Wird der Magnet aus (I) entfernt, so steigt die Geschwindigkeit in (II). Werden in den leeren Rahmen von (I) feste Eisenstücke eingelegt, so nimmt sie sehr stark ab. Diese Erscheinungen dürften sich durch die Inductionsströme erklären, welche durch die rotirenden Eisenmassen erzeugt werden. 215

VII. Elektromagnetisches Verhalten biegsamer Leiter.

Bringt man zwischen die Pole eines Magnetes einen von einem Strome durchflossenen, biegsamen Leiter, so biegt sich derselbe je nach der Lage seiner Endpunkte in verschiedene Formen. 216

Ein Gold- oder Stanniolblatt, welches man an zwei Klemmschrauben in verticaler Lage zwischen den Polen eines Magnetes mit seiner Fläche in der durch die Pole gelegten Ebene aufhängt, wird schon beim Durchleiten sehr schwacher Ströme nach der einen oder anderen Seite abgelenkt und kann somit als empfindliches Elektroskop dienen [1]). Auch kann man daran die Anziehungen und Abstossungen durch parallele Stromleiter zeigen [2]).

Nach Le Roux [3]) kann man hierzu auch einen dünnen Platindraht ($^1/_{15}$ mm dick und 15 bis 20 cm lang) verwenden, der lose zwischen zwei dickeren Kupferdrähten ausgespannt ist. Leitet man durch denselben einen Strom (von 12 Bunsen'schen Elementen), durch welchen er in lebhaftes Glühen geräth, so biegt er sich, wenn man ihn zwischen die Pole eines sehr starken Elektromagnetes bringt.

Liegen seine Endpunkte, wo er an den Kupferdrähten befestigt ist, in zwei Punkten der auf der Verbindungslinie der Pole normalen, dieselbe halbirenden Ebene (der Aequatorialebene), so biegt er sich nach oben oder unten in Kreisform, da dann alle, von den Polen auf ihn ausgeübten Kräfte gerade im Gleichgewicht sind. Liegen seine Endpunkte in der die Pole verbindenden axialen Linie, so biegt er sich in S-Form, indem auf beide Hälften des Drahtes entgegengesetzt gerichtete Rotationswirkungen stattfinden. — Wird der Platindraht um eine metallene, durch ein kleines, an einem Seidenfaden hängendes Gegengewicht belastete Rolle gewickelt, die mit dem einen Pole der Säule verbunden ist, und dieselbe über einem polirten verticalen Eisenstab aufgestellt, welcher

[1]) Cumming, Phil. Mag. 8, 1824; Dove's Repert. 1, 259, 1837. — [2]) Mühlenbein, Ztschr. f. phys.-chem. Unterr. 1, 202, 1880; Beibl. 12, 705. — [3]) Le Roux, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 61, 409, 1860.

auf den einen Pol eines kräftigen Magnetes aufgesetzt ist, wird ferner das freie Ende des Drahtes an dem Eisenstab befestigt, und dieser mit dem anderen Pole der Säule verbunden, so rotirt der Draht um den Eisenstab und wickelt sich dabei von der Rolle ab und auf letzteren auf. — Statt des Platindrahtes kann man auch Silberdraht verwenden, dessen Temperatur durch den Strom nicht ganz zum Glühen gesteigert zu werden braucht, um diese Erscheinungen zu zeigen [1]).

217 Riecke [2]) behandelt mathematisch das Problem, welche Gestalt ein vom Strome durchflossener, nicht ausdehnsamer und an den Enden befestigter, biegsamer Leiter unter Einfluss magnetischer Kräfte annimmt. Sind A, B, C die rechtwinkligen Componenten der magnetischen Kraft, x, y, z die Coordinaten eines Punktes der „elektromagnetischen Kettenlinie“, ds ein Element derselben, ϱ ihr Krümmungsradius, T die Spannung daselbst, so wird ϱ bestimmt durch die Gleichung:

$$\frac{T^2}{\varrho^2} = A^2 + B^2 + C^2 - \left(A\frac{dx}{ds} + B\frac{dy}{ds} + C\frac{dz}{ds}\right)^2.$$

Da T ebenso wie das letzte Glied constant ist, so ist ϱ constant, die Curve ist also ein Kreis, wenn Anfang und Ende in einer auf den Kraftlinien senkrechten Linie liegen, oder sonst eine Schraubenlinie. Die Versuche bestätigen die Rechnung.

Lamprecht [3]) berechnet, dass ein an beiden Enden befestigter biegsamer Leiter unter dem Einflusse eines Solenoidpoles eine Curve bildet, welche auf einem geraden Kreiskegel liegt, dessen Scheitel mit dem Pole zusammenfällt, und die eine kürzeste Linie auf dem Kegel darstellt. Dabei ist die Krümmung gegeben durch die Formel $\varrho = Tr^3/AIMh$, wo T die Spannung, r der Abstand vom Solenoidpol, A die Constante der Ampère'schen Formel, I die Stromstärke, M die Stärke des Solenoidpoles, h die kürzeste Linie, welche vom Solenoidpol nach der auf dem Kegel gezogenen kürzesten Linie gezogen ist. Die Krümmung ist also für diejenigen Theile kleiner, welche vom Pole weiter entfernt sind.

Bei Einwirkung zweier entgegengesetzter Pole legt sich ein Leiter, dessen Endpunkte in der Aequatorialebene liegen, ganz in dieselbe. Sind die Abstände seiner einzelnen Theile von jedem Pole wesentlich unter einander verschieden, so weicht die Gestalt des Leiters vom Kreise ab, die den Polen näher liegenden Theile sind stärker gekrümmt.

Der Krümmungsradius ϱ ist wie bei Einwirkung nur eines Poles durch die Formel $\varrho = Tr^3/AIM2\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ gegeben, wo T, A, I, M die frühere Bedeutung haben, a, b, c die Coordinaten des

---

[1]) Ganz ähnliche Versuche auch nochmals von Gore, Phil. Mag. [4] 48, 39, 1874. — [2]) Riecke, Wied. Ann. 23, 252, 1884. — [3]) Lamprecht, Wied. Ann. 25, 71, 1885.

Poles, *r* der Abstand zwischen demselben und dem beobachteten Stromelemente sind.

VIII. Einfluss elektrodynamischer und magnetischer Kräfte auf Ströme von veränderlicher Bahn.

218 Fliesst ein Strom durch eine flache Metallplatte und wirkt auf ihn ein Magnet, so ändert er nach früheren Erfahrungen dadurch seine Richtung nicht. Man kann dies erkennen, wenn man auf die Platte zwei mit den Enden des Galvanometerdrahtes verbundene Metallspitzen aufsetzt und vor und nach der Einwirkung des Magnetes die isoelektrischen Curven aufsucht. Dieselben bleiben dabei ungeändert.

Dieses Verhältniss lässt sich nach Mach [1]) in folgender Weise anschaulich machen.

Man klebt ein sehr dünnes, kreisförmiges Silberblatt mittelst Gummi auf eine Platte von Hartgummi und bringt an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen zwei Polster von Stanniol an, auf die zwei Klemmschrauben fest aufgesetzt werden. Auf das Silberblatt wird eine Lösung von Wachs in warmem Aether gegossen. Leitet man nach dem Verdunsten einen Strom hindurch, so schmilzt das Wachs an denjenigen Stellen gleich schnell, wo der Strom gleich starke Intensität besitzt. Es zeichnen sich so einige Stromcurven in Form von Lemniscaten ab.

Wird eine ebenso präparirte Platte zwischen die Pole eines starken Elektromagnetes gebracht, so zeigt sich keine Aenderung der Curven, also keine Ablenkung der Ströme aus ihren Bahnen in der Platte.

Auch die Rotation einer nicht ausgeschnittenen kreisrunden, radial vom Strome durchflossenen Scheibe unter Einfluss des Magnetes beweist, dass die Ströme in ihr nicht wesentlich verschoben werden, sondern während des Hindurchfliessens des Stromes fest mit ihr verbunden sind (§. 207).

219 In einer anderen Art hat v. Feilitzsch [2]) dasselbe bewiesen. Der Strom einer Säule wurde zwischen zwei weit von einander entfernten, je in einer Ebene gewundenen flachen Spiralen verzweigt, und von letzteren in entgegengesetzter Richtung durch die beiden Windungsreihen eines empfindlichen Differentialgalvanometers geleitet. Durch Einschaltung einer genügenden Drahtlänge in die eine oder andere Zweigleitung mit Hülfe eines Rheostaten konnte die Nadel des Galvanometers auf Null gebracht werden. Wurde nun der einen oder anderen flachen Spirale

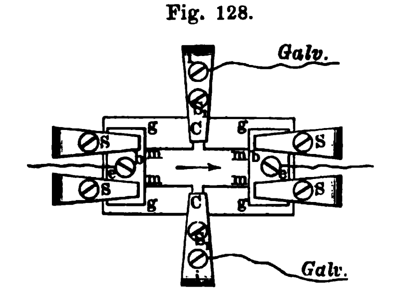
[1]) Mach, Carl's Repert. 6, 10, 1870. — [2]) v. Feilitzsch, Bericht der Naturforscherver. in Karlsruhe 1858, S. 151; Fernewirkungen des Stromes, S. 744 und mit stärkeren Mitteln A. M. Mayer, Silliman J. [3] 1, 17, 1871.

eine eben solche, von einem Strome durchflossene Spirale gegenüber gestellt, so änderte sich der Stand der Nadel im Galvanometer nicht. Die Stromvertheilung im ganzen Schliessungskreise wurde also durch die Wechselwirkung der Ströme in den einander benachbarten Spiralen nicht geändert.

Ebensowenig hat ein in einer cylindrischen Spirale fliessender constanter Strom einen Einfluss auf die Bewegung der Elektricität in einer benachbarten cylindrischen Spirale. Die Ablenkung der Nadel eines in den Schliessungskreis der letzteren eingeschalteten Galvanometers ändert sich nicht bei constanter Schliessung des ersteren Stromes in dem einen oder anderen Sinne oder bei dauernder Unterbrechung desselben.

220 Entgegen diesen Erfahrungen hat E. H. Hall [1]) nachgewiesen, dass der galvanische Strom in sehr dünnen Metallplatten durch den Magnet abgelenkt wird. Auf eine Glasplatte *g* ist der Metallstreifen *m*, Fig. 128, aufgekittet, zu dessen Enden durch dicke, mittelst der starken mit einander verschraubten Messingklammern *s* festgedrückte Messingblöcke *bb*, welche die Klemmschrauben *ce* tragen, ein Strom durch *m* geleitet wird. Von der Mitte des Streifens *m* ragen zwei seitliche Vorsprünge hervor, die mittelst der mit Klemmschrauben *i* versehenen Klammern *C* mit einem Thomson'schen Galvanometer verbunden sind. Durch Abschaben kleiner Stellen der Vorsprünge kann man den Strom im Galvanometer beliebig abändern. Bei anderen Versuchen wurde auch eine kleinere Platte mit sehr kurzen Seitenklammern benutzt. — Eine derartige Platte wird vertical zwischen die horizontal gerichteten Pole eines Magnetes gebracht, so dass die Magnetkraft senkrecht auf ihr steht. Zeigte das Galvanometer ohne Erregung des Magnetes beim Durchleiten des Stromes durch den Streifen keine Ablenkung, so trat eine solche ein, wenn der Magnet in Thätigkeit gesetzt wurde, und zwar blieb sie constant bestehen. Bei Umkehrung des Stromes stieg die Aenderung der Ablenkung bis auf 30 Scalentheile. Lag die Platte horizontal, so dass die Magnetkraftlinien parallel zur Platte in der Richtung der Seitenansätze von *C* zu *C* liefen, so zeigte sich keine Wirkung.

Fig. 128.



Die Richtung der Ablenkung des durch die Platte geleiteten Stromes ist für Silber, Gold und Platin, auch beachtenswerther Weise für Nickel, die gleiche, für Eisen und Kobalt die entgegengesetzte.

[1]) E. H. Hall, Americ. Journ. of Math. **2**, 287, 1880; Sillim. J. [3] **20**, 161, 1880; Beibl. **4**, 408; **5**, 57; Phil. Mag. [5] **12**, 157, 1881; Beibl. **6**, 36.

In den erst erwähnten Metallen wird der Strom in gleicher Art abgelenkt, wie ein zwischen den Polen des Magnetes aufgespannter, vom Strome durchflossener Faden.

221 Bei quantitativen Versuchen wurde die Stärke des Magnetfeldes durch plötzliche Entfernung einer mit einem Spiegelgalvanometer verbundenen Inductionsspirale aus demselben bestimmt. Die Constante des dabei verwendeten Galvanometers wurde durch Hindurchleiten eines durch einen Erdinductor inducirten Stromes bestimmt (siehe das Capitel Induction). Dann wurde der durch eine Tangentenbussole gemessene Strom durch den Streifen geleitet und die Wirkung der Umkehrung der Magnetisirung auf das in die transversale Leitung eingeschaltete Galvanometer gemessen.

Alle Messungen sind auf absolutes Maass reducirt.

Ist E' die am Galvanometer gemessene transversale elektromotorische Kraft, bezogen auf die Längeneinheit, I die Intensität des durch das Blättchen geleiteten Stromes, D die Dicke des Blättchens, ϱ der specifische Widerstand desselben, also die Stromdichtigkeit $(I) = I/D$ und der Potentialabfall darin pro Centimeter $E = (I)\varrho$, M die Stärke des Magnetfeldes, so ist das „Drehungsvermögen" R der Substanz

$$R = \frac{D}{IM} \cdot E' = \frac{1}{(I)M} E' = \frac{\varrho}{EM} E'.$$

Man bezeichnet das Drehungsvermögen als positiv, wenn die äquipotentiellen Linien im Sinne der das Magnetfeld ersetzenden Ströme gedreht werden.

Die ersten Versuche wurden von Hall angestellt mit ganz dünnem Blattgold, dünner, zu Zahnoperationen verwendeter Goldfolie (von 134 bis $1129 \cdot 10^{-6}$ cm Dicke), mit Silberfolie (vier Streifen) von $491 \cdot 10^{-6}$ cm und sehr dünnem, auf Glas niedergeschlagenem Silber von ca. $148 \cdot 10^{-7}$ cm Dicke, einer Eisenplatte von $347 \cdot 10^{-5}$ cm Dicke, einer Platinplatte von $274 \cdot 10^{-5}$ cm Dicke, einer Kobaltplatte von 0,045 cm Dicke, elektrolytisch niedergeschlagenem Nickel von 0,01 cm Dicke, sowie mit Zinnstreifen. Die Resultate s. w. u.

222 Zur genaueren Untersuchung des Einflusses der Dimensionen der Platten haben A. v. Ettingshausen und Nernst[1]) eine Wismuthplatte von der Länge $\lambda = 2{,}6$, Breite $\beta = 1$ und Dicke $\delta = 0{,}586$ cm an der kleinsten Kante des Parallelepipeds mit zwei gleich breiten Kupferstreifen verlöthet, durch die der Hauptstrom zugeführt wurde. Die schmalen Längsseiten sind in der Mitte mit dünnen, senkrecht gegen die Längsdimension gerichteten Kupferdrähten als secundären Elektroden verbunden.

[1]) v. Ettingshausen und Nernst, Wien. Ber. 94 [2], 560, 1886; Beibl. 11, 352.

Wurde die Platte der Länge nach in zwei Theile von $\delta_2 = 0{,}281$ und $\delta_3 = 0{,}153$ cm Dicke geschnitten und dann auf $\delta_4 = 0{,}104$ und $\delta_5 = 0{,}054$ cm abgefeilt, so ergab sich R bei gleicher Stärke des Magnetfeldes jedesmal beiläufig gleich, bei wachsender Stärke desselben von 1250 bis 4310 dagegen etwa im Verhältniss von 9 : 7 fallend. Danach ist der transversale Effect der Dicke δ der Platte nahe umgekehrt proportional. Dasselbe ergab sich bei Blättern aus Dukatengold von verschiedenen im Verhältniss von 1 : 4 : 9 stehenden Dicken.

Ist das Verhältniss β/λ der Platten zu gross, so gleicht sich die transversale elektromotorische Kraft theilweise über die Ränder der Platte durch die Elektroden des primären Stromes aus. Um dies zu vermeiden, darf β/λ eine gewisse Grenze nicht übersteigen; bei Versuchen an Goldplättchen genügte das Verhältniss $\beta/\lambda = 1/2$ bis $2/5$. An einer kreuzförmigen Wismuthplatte, deren Länge bei gleich bleibender Breite verändert wurde, genügte schon das Verhältniss 2/3, um die gleiche Wirkung, wie beim Verhältniss 1/6 zu erhalten.

223 Bei anderen Versuchen wurden von Hall[1]) 8 cm breite, $1/10$ mm dicke 21 cm lange Bänder von kalt gewalztem französischen Stahl verwendet, in deren Mitten ein oder zwei longitudinale Schlitze geschnitten waren. Ihre Enden wurden mit fest angeklemmten Bleistreifen versehen; die Transversalverbindungen wurden durch zwei steife, die Stahlbänder in einem Punkte berührende Neusilberdrähte vermittelt.

In allen Fällen wurden die äquipotentialen Linien durch den Einfluss des Magnetismus schräg gestellt. Dabei zeigte sich bei Stahl die Wirkung R in den kürzeren Streifen kleiner, als in den längeren, entsprechend den Angaben von v. Ettingshausen und Nernst.

Bei Kreuzen von Silber und Wismuth ändert sich mit der Breite der Mitte und der Arme die Wirkung wenig; in norwegischem Eisen ist die Wirkung stärker, wenn die vom Magnet beeinflusste Stelle dicker im Verhältniss zu ihrer Breite ist, da dann das Moment der einzelnen Theile grösser ist; ebenso in Kobalt und Nickel.

224 Auch an anders gestalteten Platten haben v. Ettingshausen und Nernst l. c. Versuche angestellt, so z. B. an Wismuth- und Goldplatten von der Form eines Halbkreises, an dem die eine primäre Kupferelektrode in der Mitte angebracht war, die andere ein die Peripherie des Halbkreises umfassender Halbring von Kupfer war, während die secundären Elektroden gleich weit vom Mittelpunkte auf dem die Platten begrenzenden Durchmesser befestigt waren. Ist der Abstand der letzteren vom Mittelpunkte gegen den Radius der Platte klein und gegen den Radius der Elektrode gross, so gilt für sie dieselbe Rechnung, wie für rechteckige Platten (s. w. u.). Dasselbe gilt von einer kreis-

---

[1]) Hall, Sillim. J. [3] **36**, 131, 277, 1888; Beibl. **13**, 32.

förmigen Wismuthplatte, der in der Mitte und rings an der Peripherie der primäre Strom zugeführt wird, während die secundären Elektroden an zwei von dem Mittelpunkte gleich weit entfernten einander gegenüberliegenden Stellen eines radialen Schlitzes angebracht sind.

Wurde durch eine Reihe an einander gelötheter, gleich langer und breiter, aber verschieden dicker (0,041 bis 0,077) Platten hinter einander der primäre Strom geleitet und von den freien Stellen jeder Platte nach einander der secundäre Strom abgeleitet, so war *R* verschieden, einmal wegen der verschiedenen Stromdichtigkeit, dann wegen der partiellen Ausgleichung der transversalen Ströme durch die einzelnen Theile der Platte.

Vertauscht man die Contactstellen der Elektroden des primären und secundären Stromes, so erhält man bei Wismuth, Gold, Nickel u. s. f. dieselbe transversale elektromotorische Kraft, wenn die Intensität des Primärstromes und die des magnetischen Feldes ungeändert bleiben. Dies gilt auch für die halbkreis- und kreisförmige Platte; ebenso für eine 6 cm im Quadrat grosse Wismuthplatte mit vier auf ihrer Fläche beliebig angeordneten kleinen kreisförmigen Elektroden, deren je zwei für den primären und den secundären Strom dienten.

Auch wurde ein 2,5 cm langes, 0,23 cm breites, 0,049 cm dickes Wismuthplättchen mit seiner mittleren Kante in die Richtung der Magnetkraftlinie gebracht, die secundären Elektroden wurden in der Mitte seiner grössten Flächen, die primären an den am weitesten von einander abstehenden Flächen angebracht. Das Drehungsvermögen stimmte gut mit dem einer kreuzförmigen Platte in demselben Felde.

Man kann, wie zuerst Righi [1]), die Elektroden auch noch in anderer Weise anordnen. Man leitet den Strom von einer Stelle *A* in die zu untersuchende, beliebig gestaltete Platte, verzweigt ihn dann durch zwei andere Stellen zu den entgegengesetzten Windungsreihen eines Differentialgalvanometers und führt ihn endlich aus demselben durch eine Tangentenbussole zur Säule zurück. Sind die Widerstände beider Zweige so abgeglichen, oder wird das Plättchen so abgeschnitten, dass das Galvanometer ohne magnetische Einwirkung keine Ablenkung zeigt, so tritt unter Einfluss derselben eine solche hervor. 225

Nach Boltzmann (s. w. u.) erhält man bei punktförmigen Elektroden nur die Hälfte der Wirkung, wie bei vier Elektroden *A*, *B* und *a*, *b* für den primären und den dem Hall'schen Phänomen entsprechenden Strom, wobei die primären und secundären Elektroden mit einander alterniren müssen; sonst erhält man keinen Strom [2]).

Tritt nach v. Ettingshausen (l. c.) zuerst (1) der primäre Strom in *A* ein und allein in *b* aus, während zwischen *a* und *b* eine elektro-

[1]) Righi, Acc. dei Lincei Trasunti [3], 7. Juni 1883; Beibl. 7, 779. — [2]) A. v. Ettingshausen, Wien. Sitzungsber. 94 [2], 808, 1886; Beibl. 11, 360.

motorische Kraft E in Folge des Hall'schen Phänomens erscheint, so ist die letztere halb so gross, als wenn der Strom an einer zwischen a und b auf der von A abgewendeten Seite der Platte austräte.

Tritt (2) der primäre Strom J bei b ein und bei a aus, so ist die Hall'sche elektromotorische Kraft zwischen a und b gleich Null, da jetzt die primären und secundären Elektroden zusammenfallen. Werden beide Schemata zur Deckung gebracht, indem b und a durch einen Draht aCb und C mit A verbunden wird, tritt also (3) der Strom J bei A ein, bei a der Strom J_1, bei b der Strom $J_2 = J - J_1$ aus, so ist die Hall'sche Kraft zwischen a und b dieselbe wie ad (2), also die Hälfte, wie mit vier Elektroden. In die Zweige aC und bC werden nun die entgegengesetzt gestellten gleichen Rollen des Differentialgalvanometers eingeschaltet. Ist die durch die Hall'sche Wirkung verursachte Vergrösserung des primären Stromes zu vernachlässigen, sind i_1 und i_2 die Intensitäten des Hall'schen Stromes, w_1 und w_2 die Widerstände in den Zweigen aC und bC, so ist die elektromotorische Kraft der Hall'schen Wirkung $E = i_1 w_1 + i_2 w_2 = {}^1/_2\, e$, wenn e die Kraft bei vier alternirenden Elektroden ist.

226 Die Versuche bestätigen diese Voraussetzungen. Es wurden Platten aus Wismuth, Tellur, welche beide besonders starke abgeleitete Ströme zeigen, aus Nickel und Gold verwendet und bei einer rechteckigen Platte die Elektroden AB, ab an den Mitten der kürzeren und längeren Kanten derselben befestigt, der primäre Strom durch A und B geleitet, der derivirte Strom durch a und b abgeleitet oder umgekehrt. Dann wurde auch der primäre Strom durch A eingeführt, durch a und b gleichzeitig fortgeführt und a und b zugleich mit einem Galvanometer verbunden. Es war im letzteren Falle der derivirte Strom die Hälfte desjenigen im ersten Falle. Bei einer anderen Anordnung wurde der primäre Strom durch A und a geleitet, der derivirte von a und b abgeleitet. Auch wurde entsprechend der Righi'schen Anordnung der primäre Strom durch A oder durch B in die Platte eingeführt und von a und b aus in entgegengesetzter Richtung durch die beiden Windungsreihen des Galvanometers weiter geführt, welches dadurch nicht abgelenkt wurde, wohl aber durch den derivirten Strom zwischen a und b; letzterer war wieder im Mittel sehr genau die Hälfte desjenigen, welchen man bei Verwendung aller vier Elektroden erhielt. Dann wurde eine Platte in Form einer Fahne ⊏ mit einem rechteckigen Einschnitt nach Righi's Anordnung untersucht. Elektrode B befand sich im Inneren des Einschnittes, Elektrode A in der Mitte der dem Einschnitte gegenüber liegenden Seite oder sie war auch längs der Breite der Platte ausgedehnt; die Fahnenarme trugen die Elektroden a und b. Sowohl bei linearer, als bei punktförmiger Elektrode A waren die Resultate die gleichen; dagegen war die Wirkung stets bedeutend stärker, wenn die Elektrode A gebraucht wurde, als im Falle der Elektrode B. Das Verhältniss der transversalen

Wirkungen D_A/D_B betrug bis zu 2,5. Das Verhältniss wird kleiner, wenn die Ausdehnung der Elektrode B verringert wird; es ändert sich nur sehr wenig bei der Aenderung der Intensität des die Platte durchfliessenden Stromes, dagegen wird es bei schwächerem Magnetfelde kleiner (s. w. u.).

Auch wurden an den Mitten der Schmalseiten einer rechteckigen Wismuthplatte die primären Elektroden A und B, in der Mitte und an den Ecken der Längsseiten drei secundäre Elektroden a, a', a'', b, b', b'' angebracht und abwechselnd die einen oder anderen secundären Elektroden benutzt.

Die transversale Wirkung ist stets viel grösser, wenn die Elektroden, welche zu den Rollen des Differentialgalvanometers führen, mit der dritten Elektrode (A oder B) nicht auf derselben kurzen Seite des Rechtecks liegen; jedoch wich auch bei Anwendung der Elektroden ab das Verhältniss D_A/D_B um etwa 8 Proc. von der Einheit ab.

Nach allen Versuchen ergiebt die Methode von Righi schwächere Ströme, als die von Hall; werden aber A und B nach einander bei der ersten Methode als Elektroden benutzt, so ist die Summe der dabei erhaltenen Ströme denen nach der zweiten Methode erhaltenen nahe gleich.

Ein auf Glas geklebtes Goldblättchen mit 2×3 secundären Elektroden $a \dots b''$ lieferte mit dem Paare ab sowohl, wie mit ab' gleiche transversale Wirkung ($D_A = D_B$), mochte A oder B die dritte Elektrode sein.

Zu genaueren Versuchen hierüber eignen sich Wismuthplatten wegen der Ungleichheit ihrer Structur ebensowenig als Tellurplatten; auch Nickelplatten gaben keine brauchbaren Resultate.

Mit wachsender Stärke M des Magnetfeldes nimmt nach Hall das Drehungsvermögen R für Nickel ab; wenn sich z. B. die Stärke des Magnetfeldes von 1667 bis 10 720 vermehrt, etwa im Verhältniss von 12 zu 7. 227

Beim Eisen scheint der Rotationscoëfficient in einem Magnetfelde von der Intensität 1000 kleiner zu sein, als in einem solchen von 7500.

Nach Leduc[1]) vermindert sich beim Wismuth der Werth R von — 4,56 bis 4,24, bei zunehmender Stärke des Magnetfeldes von 610 bis 1162.

v. Ettingshausen und Nernst l. c. haben diese Beziehungen an einer Reihe von Platten genauer geprüft. Die Anordnung war im Wesentlichen die von Hall. Die Stärke des primären und des secundären Stromes wurde an einer Tangentenbussole und an einer astasirten Spiegelbussole gemessen bezw. an demselben Galvanometer, im ersteren Falle durch Abzweigung eines kleinen Theiles des letzteren. Das Verhältniss ihrer Reductionsfactoren war bestimmt; die Stärke des Magnetfeldes ähnlich wie bei Hall. 228

---

[1]) Leduc, Thèse de Docteur. Paris 1888. Lum. électr. 29, 230; Beibl. 13, 31.

Untersucht wurden Platten von Al, Sb, Cd, Co, Fe, Stahl, Au, Ni, Pd, Ag, Zn, Na, Pt, Sn, Mg, Neusilber, Bi, Te, Kohle. Danach nimmt das Drehungsvermögen bei den meisten untersuchten Substanzen mit wachsender Stärke des Magnetfeldes ab, am auffallendsten bei Wismuth, wo R mit wachsender Stärke des Magnetfeldes M von 1000 bis 16000 etwa fast auf ein Viertel sinkt und bei Nickel, wo es etwa auf ein Drittel sinkt. Sehr deutlich ist die Abnahme auch bei Kobalt, noch merkbar bei Eisen, Stahl, auch wohl Antimon, nicht sicher bei Kohle und Tellur, wohl kaum vorhanden bei den Stoffen mit schwachem Drehvermögen, Au, Pd, Cd. Bei Co, Fe, auch vielleicht Sb, scheint R erst bis zu einer gewissen Feldstärke zu steigen. Der Verlauf ist ähnlich dem der Magnetisirungszahl des Eisens.

Ausser bei Wismuth nimmt bei allen untersuchten Substanzen R weniger stark ab, als M wächst; bei Wismuth ist die durch RM gemessene Wirkung bei sehr grossem M sogar kleiner, was auch bei chemisch reinem Wismuth ohne Beimengungen eintritt.

In Nickel und Kobalt erreicht nach Hall[1]), wie bereits v. Ettingshausen und Nernst erwähnen, schon bei schwachen oder mittleren Magnetisirungen die Wirkung ein Maximum. Nähert sich ein Stück Eisen, Nickel, Kobalt der magnetischen Sättigung, so wächst der von demselben erhaltene transversale Strom etwas weniger schnell, als die magnetische Vertheilung im Metall; während Versuche mit stark magnetischem Eisen und Nickel zeigen, dass dieser transversale Strom eher sich einer bestimmten Grenze nähert, als einem Maximum, dem ein Abfall folgt. Im Wismuth scheint sich die Wirkung mit wachsender Stärke des Magnetfeldes continuirlich zu vermindern, obgleich der transversale Strom dauernd wächst. Bei sehr starken Magnetisirungen haben v. Ettingshausen und Nernst dabei eine Abnahme des letzteren bemerkt. Das von denselben beobachtete Auftreten eines viel stärkeren transversalen Stromes im Wismuth bei starker Magnetisirung in einer Richtung als in der entgegengesetzten, wird bestätigt.

229 Bei Kobalt zeigt sich eine schwache dauernde Rotation der äquipotentiellen Linien im gleichen Sinne, wie die temporäre. Nickel und Wismuth zeigen solche permanente Wirkung nicht.

Eine permanente Wirkung hat Hall auch beim Stahl, nicht beim Eisen oder Gold beobachtet.

230 Für verschiedene Metalle hat bereits Hall die Drehungsvermögen bestimmt. Wir stellen sie hier mit den grössten von v. Ettingshausen[2]) bei Zimmertemperatur (20°) beobachteten Werthen zusammen.

---

[1]) Hall, l. c. — [2]) Die Zahlen, welche Hall für R angiebt, sind sämmtlich um den Factor 10^9 zu klein; in der Tabelle sind deshalb die betreffenden Zahlen mit diesem Factor multiplicirt.

		Hall			Hall
Te	+ 530	—	Mg	— 0,00094	— 0,0035
Bi	— 101	— 8,58	Ag	— 0,00083	— 0,00086
Sb	+ 0,192	+ 0,114	Au	— 0,00071	— 0,00066
Kohle	— 0,176	—	Cd	+ 0,00055	—
Ni	— 0,0242	— 0,0147	Cu	— 0,00052	— 0,00052
Stahl	+ 0,0175	+ 0,0330 hart	Zn	+ 0,00041	+ 0,00082
		+ 0,0121 weich	Neusilber	— 0,00053	—
Fe	+ 0,0113	+ 0,00785	Al	— 0,00038	— 0,0037
Co	+ 0,00459	+ 0,00246	Pt	— 0,00024	— 0,00024
Na	— 0,0025	—	Pb	+ 0,00009	0
Pd	— 0,00115	—	Sn	— 0,00004	— 0,00002

Für Antimon findet Leduc die Drehungscoëfficienten siebenmal kleiner als Hall.

Für Legirungen von Kupfer mit Zink bei 24° C. waren die Drehungsvermögen R die folgenden [1]). Denselben sind unter „ber." die Zusammensetzungen beigefügt, welche sie haben müssten, wenn die Wirkung das Mittel der Wirkungen ihrer Componenten wäre.

Kupfer Proc. . . .	100	81,08	72,86	66,85	5,87	0
ber.	100	91,3	80	73,6	24,3	0
$10^5 R$	— 520	— 404	— 250	— 166	+ 496	+ 820

Die Drehungen stehen also näher an der des Kupfers, als man nach den mittleren Werthen erwarten sollte.

Für eine Platte aus einer Legirung von gleichen Theilen Wismuth und Blei findet Leduc die Wirkung kleiner als bei Silber.

Mit Abnahme der Temperatur sinkt nach Hall [2]) der Werth R beim Eisen und Nickel um etwa $^2/_3$ Proc., beim weichen und harten Stahl um $^1/_2$ Proc., bei Kobalt um 1 Proc. für einen Grad. 231

In Phosphorbronce, in welcher das Hall'sche Drehungsvermögen etwa halb so gross ist, als in Kupfer, sowie in letzterem ist von 20 bis 360° C. diese Wirkung sehr wenig von der Temperatur beeinflusst [3]).

Im Nickel wird die magnetische Permeabilität und das Drehungsvermögen durch die Temperatur in ähnlicher Weise beeinflusst.

Leduc [4]) bringt eine chemisch reine Wismuthplatte von 3 cm Breite, 5 cm Länge, 0,048 mm Dicke, vom Widerstande 0,0178 Ohm in äquatorialer Lage zwischen die Magnetpole in destillirtes Wasser und findet die Potentialdifferenz in den secundären Elektroden $E_1 = J \varrho d \, tg \, \alpha$, wo J die Stärke des primären Stromes, ϱ der specifische Widerstand der

[1]) Hall, Sillim. Journ. [3] 19, 117, 1885; Beibl. 9, 455. — [2]) Hall, l. c. — [3]) Hall und Clough, Proc. Amer. Acad. p. 189, 1893, 12. April; Beibl. 18, 230. — [4]) Leduc, l. c.

Platte für die Längeneinheit, d der Abstand der secundären Elektroden von einander, α die Ablenkung der äquipotentiellen Linien und für verschieden starke Magnetfelder M und Temperaturen t:

$$\alpha = \delta M(1 - AB + BM^2)(1 + pt - qt^2)$$

ist. Für die Wismuthplatte ist $\delta = 158 \,.\, 10^{-7}$, $A = 98 \,.\, 10^{-6}$, $B = 34 \,.\, 19^{-10}$, $p = 0{,}007$, $q = 863 \,.\, 10^{-7}$. Andere Platten geben für die Constanten andere Werthe. Bei einer halb so dicken, 39,2 mm breiten Platte vom Widerstande 10,236 Ohm pro Centimeter der Länge ist $\delta = 236 \,.\, 10^{-7}$, $A = 597 \,.\, 10^{-7}$, $B = 69 \,.\, 10^{-11}$.

232 Es ist klar, dass die Beziehung zwischen dem Hall'schen Phänomen und der magnetisirenden Kraft nicht von der Stärke des äusseren Magnetfeldes abhängt, in welchem sich die Platte befindet, sondern von der wirklichen Magnetisirung ihrer selbst.

Um dies zu untersuchen, hat Kundt [1]) auf platinirten Platinplatten dünne Schichten von Eisen, Nickel, Kobalt niedergeschlagen und sowohl die magnetische Drehung der Polarisationsebene darin, wie das Hall'sche Drehvermögen bei einem gegebenen primären Strome, welcher den zwei gegenüberliegenden Kanten der Platte auf ihrer ganzen Länge zugeführt wurde, während in der Mitte der anderen Kanten die secundären Elektroden angelöthet waren, in Magnetfeldern bis zu 21 900 Einheiten untersucht. Dabei waren beide Wirkungen einander proportional. Insofern nach Kundt die Grösse der magnetischen Drehung der Polarisationsebene im Eisen, Kobalt und Nickel der Stärke des Magnetfeldes in ihnen proportional ist (siehe das betreffende Capitel), könnte es auch das Hall'sche Drehvermögen sein. Indess dürfte dies nach Hall [2]) nur für eine gegebene Temperatur gelten, da das Hall'sche Drehvermögen bei gewöhnlichen Temperaturen viel schneller wächst, als das magnetische.

233 Roiti [3]) hat das Hall'sche Phänomen an sehr dünnen, zwischen zwei rechteckigen Spiegelglasplatten von 55 cm verticaler Höhe, 60 mm horizontaler Breite enthaltenden Flüssigkeitschichten (Lösung von Zinkvitriol) studirt. Die Glasplatten waren durch einige gefirnisste Velinpapierstücke in Entfernungen von 0,04 bis 0,05 mm von einander gehalten und zwischen zwei verticalen Ebonitbüchsen befestigt; unten und oben waren die Platten mit Kitt verklebt. Zur Ableitung zum Galvanometer dienten gebogene Glasröhren, welche in Löcher in den Glasplatten eingeschliffen, mit derselben Flüssigkeit wie der Raum zwischen den Platten gefüllt waren und Zinkelektroden enthielten. Nach dem Durchleiten des Stromes während einiger Zeit zwischen starken, in die Axen der seitlichen Büchsen gesteckten Zinkelektroden wurde die immer auftretende Polarisation constant.

---

[1]) Kundt, Wied. Ann. 49, 257, 1890. — [2]) Hall, l. c. — [3]) Roiti, Atti della R. Accad. dei Lincei 1882; Beibl. 7, 618.

Wenn der auf den Apparat wirkende Magnet eine nach oben gerichtete ponderomotorische Wirkung auf den Stromleiter ausübte, so wurde die Ablenkung durch die vom Hauptstrome derivirten Ströme in dem mit den transversalen Elektroden A und B verbundenen Galvanometer geschwächt, falls die Zinkvitriollösung eine unter der dem Maximum der Leitfähigkeit entsprechende Concentration hatte, sie wurde verstärkt, falls die Concentration grösser war; so dass also im ersten Falle die Leitfähigkeit der Flüssigkeit zwischen den Elektroden des Hauptstromes C und D der Säule durch die Magnetisirung verbessert, im zweiten verschlechtert erscheint, wodurch im ersten Falle ein geringerer, im letzteren ein grösserer Stromantheil zu dem Galvanometer abgezweigt wird. Wenn aber die ponderomotorische Wirkung des Magnetes nach unten gerichtet ist, so geschieht in beiden Fällen das Gegentheil. Entweder werden also die leitenden Salzmolecüle durch die Wirkung des Magnetes verschoben und bilden besser oder schlechter leitende Reihen zwischen den Polen, oder, was wahrscheinlicher ist, die Concentration wird durch den Magnet zwischen den Polen verändert, wodurch sich sofort die entgegengesetzte Wirkung über und unter dem Maximum der Leitfähigkeit ergiebt. Roiti meint, die Salzlösung bleibe beim Durchleiten des Stromes nicht homogen, sondern werde unten concentrirter; durch die Wirkung des Magnetes werde sie homogener, indem die unteren Schichten nach oben träten und die oberen in die Büchsen zurückflössen. Auch wird die Erscheinung deutlicher bei längerem Durchleiten des Stromes, wo durch Ansammlung von Salz an der einen Elektrode die Flüssigkeit noch unhomogener wird. Wird absichtlich in eine der Büchsen concentrirtere Lösung gegossen, so tritt bei Anstellung des Versuchs nach einigen Stunden die Wirkung besonders stark hervor. Wird durch den Apparat längere Zeit Zinkvitriollösung vom specif. Gewicht 1,340 in grosser Menge geleitet, so zeigt sich anfangs das Phänomen nicht. Nachdem aber auf dem Boden der Büchsen Zinkvitriolkrystalle gelegen hatten, so trat es gleich beim Einleiten des Stromes sehr deutlich hervor.

In vollkommen gesättigter Lösung blieb es ganz aus, sowie auch, wenn zwischen die Glasplatten ein dünnes, mit der Lösung getränktes Blatt Filtrirpapier oder Quecksilber gebracht wurde; nicht minder bei Spiegelamalgam.

Eisenchloridlösung verhielt sich wie verdünnte Zinkvitriollösung. Also auch hier könnte das Phänomen durch Ablenkung von Theilen der Lösung, deren Concentration und Leitfähigkeit durch den Strom verändert ist, durch den Magnet secundär bedingt sein.

Ueber die Ursachen des Hall'schen Phänomens sind verschiedene Ansichten aufgestellt worden. 234

Hall selbst glaubte, dass der Strom im Leiter durch den Magnet abgelenkt würde. Hiergegen sprechen schon die Versuche von Mach

und v. Feilitzsch (§. 218 u. 219). Sodann spricht dagegen das entgegengesetzte Verhalten der verschiedenen Metalle, welches durchaus nicht mit ihrem magnetischen Verhalten zusammenhängt, so von Nickel und Eisen, von Wismuth und Antimon u. s. f. — Ferner biegt Roiti[1]) zwei feine Silberfäden von nur 0,03 mm Dicke und 4 cm Länge, welche an etwas dickere Kupferdrähte gelöthet sind, im rechten Winkel um und hakt sie in Form eines Kreuzes in einander. Die Kupferdrähte sind auf einem Holzrahmen befestigt und zwei diametral gegenüberstehende derselben, A und B, mit einem Galvanometer verbunden. Die beiden anderen Drähte C und D sind an ihrer Verbindungsstelle mit den Silberdrähten durch sehr feine, über Rollen geführte und mit Gewichten belastete Seidendrähte in diametraler Richtung gespannt erhalten. Ihr anderes, spiralig gewundenes Ende ist durch Klemmschrauben mit einer Kette verbunden. Wurde der Holzrahmen in äquatorialer Lage zwischen die Pole eines Magnetpoles gebracht, so dass die Kreuzungsstelle der Drähte in der axialen Linie lag, so änderte sich die Ablenkung in dem Galvanometer bei schwacher Spannung von C und D, wobei sich durch die elektromagnetische Wirkung der Leiter CD heben oder senken konnte, so dass der Contact mehr oder weniger innig wurde. War aber CD stark gespannt, so zeigte sich keine Aenderung der Ablenkung durch die Magnetisirung, selbst bei einem Strome von 6 Daniells.

235 Lommel[2]) hat das Hall'sche Phänomen durch die Annahme zu erklären versucht, dass in einer rechteckigen, in der Richtung ihrer Länge von einem primären Strome durchflossenen, z. B. diamagnetischen Platte in einem gleichförmigen Magnetfelde, dessen Kraftlinien zur Ebene der Platte senkrecht stehen, Molecularströme erzeugt werden, welche denen des Magnetes entgegengerichtet sind und sich zu einem den Rand der Platte umfassenden geschlossenen Strome vereinen. An der einen Längskante wäre derselbe dem primären Strome gleich, an der anderen entgegen gerichtet. Hat sich die Leitfähigkeit beiderseits nicht geändert, so wird der Potentialabfall des primären Stromes auf der einen Kante vermindert, auf der zweiten vermehrt, und so sind die früher einander gegenüberliegenden Punkte gleichen Potentials gegen einander verschoben, die früher gegen die primäre Stromrichtung senkrechten Linien gleichen Potentials gedreht. — In magnetischen Platten würde die Drehung die entgegengesetzte sein.

Hall[3]) bemerkt hiergegen, dass die Drehung der Aequipotentiallinien danach in den beiden magnetischen Metallen Nickel und Eisen gleich gerichtet sein müsste, während das Gegentheil der Fall ist.

---

[1]) Roiti, Atti della R. Accad. dei Lincei 1882; Beibl. 7, 618. — [2]) Lommel, Wied. Ann. 48, 462. 1893. — [3]) Hall, l. c.

236 Shelford Bidwell[1]) hat das Hall'sche Phänomen auf thermoelektrische Erregungen zurückzuführen gesucht, indem der vom Strome durchflossene Metallstreifen durch den rein mechanisch-elektromagnetischen Einfluss des Magnetes gebogen und dann durch den hindurchgeleiteten Strom selbst an verschiedenen Stellen in ungleicher Weise erhitzt werde. Hierdurch könne direct noch nicht das Hall'sche Phänomen entstehen, da in Bezug auf die transversale Mittellinie alles in der Platte nach beiden Seiten symmetrisch bleibt. Aber die beiden Seiten der Platte werden in Folge ihrer verschiedenen Dehnung durch den hindurchgeleiteten Strom verschieden stark erwärmt. Der Strom fliesst auf der nach aussen gedrückten Seite der Platte von schwächer zu stärker gedehnten Stellen gegen die transversale Mittellinie hin (A), von dieser fort von stärker zu schwächer gedehnten Stellen (B) und umgekehrt auf der inneren Seite. In Folge dessen tritt das Peltier'sche Phänomen in verschiedener Weise in den vier Abtheilungen auf, und die Platte wird durch die Temperaturänderungen in Folge desselben in der Art deformirt, dass die vorher in der Mitte liegende neutrale Transversallinie eine schräge und dabei gekrümmte Gestalt annimmt, sie also in ihrer früheren Form nicht mehr eine äquipotentiale Linie ist. Je nachdem das Peltier'sche Phänomen beim Uebergang des Stromes von den gedehnten zu den weniger gedehnten Stellen im einen oder anderen Sinne eintritt, sind diese Verschiebungen entgegengesetzt, und entsprechend die Potentialdifferenzen an beiden Enden der Mittellinie.

Zur Prüfung dieser Vorstellungen hat Sh. Bidwell die von Hall untersuchten Metalle in Form von schmalen Streifen oder Drähten an ihren Enden befestigt und daselbst mit dem Galvanometer verbunden. Er hat sodann ihre Kante mit einer erhitzten Klemme gefasst, dieselbe nach dem einen Ende hingezogen und den dabei erzeugten Strom untersucht, welcher sich bei Umkehrung der Zugrichtung ebenfalls umkehrte. Er ging bei Kupfer, Messing, Nickel, Platin, Gold, Silber, Magnesium, Zinn vom gedehnten zum ungedehnten, bei Eisen, Zink, Kobalt vom ungedehnten zum gedehnten Theile des Drahtes oder Bleches, und entsprechend war bei den ersten Metallen die Hall'sche Wirkung negativ, bei den folgenden positiv. Bei Blei waren beide Wirkungen verschwindend. Nur bei Aluminium und einer Goldsorte floss der Thermostrom vom ungedehnten zum gedehnten Theil, und das Hall'sche Phänomen war negativ. Bei Wiederholung der Versuche mit einem Aluminiumbleche war das Hall'sche Phänomen positiv, also in Uebereinstimmung mit dem früheren.

Macht man einen longitudinalen Schlitz in eine Eisenplatte, so ist das Hall'sche Phänomen viel schwächer. Bleibt in der Mitte des Schlitzes zwischen den zum Galvanometer führenden Elektroden noch ein Stück Metall stehen, nahe an welchem die zum Galvanometer führenden

---

[1]) Shelford Bidwell, Phil. Mag. [5] 17, 250; Beibl. 8, 660.

Elektroden aufgesetzt werden, so findet der Wirkung in entgegengesetztem Sinne wie ohne den Schlitz statt. Wäre das Hall'sche Phänomen durch directe Wirkung des Magnetes auf den Strom bedingt, so hätte diese Umkehrung nicht eintreten können. Durch die Annahme von Spannungen wäre sie erklärt; da dann bei Einwirkung des Magnetes die eine Elektrode, welche sich bei vollem Streifen in einem Gebiet der Dehnung befindet, in der gewissermaassen aus zwei getrennten, für sich beeinflussten Hälften bestehenden aufgeschlitzten Platte in ein solches der Compression gelangt und umgekehrt. Auch die Versuche von Righi mit drei Elektroden folgen aus der Spannungstheorie und der Erwärmung.

Dass in dünnen Streifen die Wirkung ceteris paribus grösser ist, liegt darin, dass überhaupt die Potentialdifferenzen an zwei Punkten eines dickeren Streifens immer relativ klein sind. Der Einwand, dass die auf das Glas gekitteten Platten nur sehr wenig deformirt werden können, ist dadurch zu widerlegen, dass die beobachtete Wirkung auch klein ist. Schon bei geringer Berührung entgegengesetzter Ecken der Platte mit den Fingern erhält man viel stärkere Galvanometerablenkungen, als durch das Peltier'sche Phänomen.

237 Gegen diese Erklärung wird eingewendet, dass die Hall'sche Wirkung proportional der Intensität des Batteriestromes ist, während, wenn sie secundär durch den Strom selbst hervorgerufen wäre, ihre Beziehung zu der Intensität nicht linear sein könnte [1]). Nach Hall würde sie der dritten Potenz des Hauptstromes proportional sein [2]).

238 Ferner findet die Hall'sche Wirkung statt, wie Leduc anführt, sowohl wenn die Platte in Luft in einem gleichartigen Magnetfelde sich befindet, wo der Zug auf der ganzen Länge der Platte gleich ist, als auch, wenn sie in Wasser bei constanter Temperatur verweilt. Auch tritt das Phänomen in der halbkreisförmigen und kreisförmigen Platte auf (siehe oben), ebenso an einer in Glas eingebrannten Schicht. Ferner nimmt die Wirkung beim Wismuth bei Verstärkung des Magnetfeldes ab, was Alles mit der Theorie von Bidwell nicht stimmt.

239 Bei einem directen Versuche gegen die Theorie von Shelford Bidwell hat Righi eine etwa 1 mm dicke, 35 mm lange und 13 mm breite Wismuthplatte in Kreuzform geschnitten und vier Elektroden angelöthet. Die Seiten, wo die Elektroden der Säule befestigt sind, sind zwischen je zwei Glasstreifen eingekittet, welche durch einen dritten Streifen fest verbunden sind. In der Mitte der Länge ist um die Wismuthplatte ein durch angeklebte Glasplatten von ihr isolirtes Messing-

[1]) Lorentz, Verh. en Meded. d. Ak. v. Wetensch. te Amsterdam 19, 217, 1883; Beibl. 8, 873; auch Leduc. — [2]) Hall, Telegr. Journ. and Electr. Review 1884, April, p. 331; Beibl. ibid.

band geknüpft. Geht nach gehörigem Zufeilen des Kreuzes kein Stromantheil durch die mit dem Galvanometer verbundenen transversalen Arme, und zeigt sich beim Einbringen zwischen die Magnetpole die Hall'sche Erscheinung, so erhält man dagegen beim Belasten des Messingbandes durch ein angehängtes Gewicht keine Ablenkung, obgleich der mechanische Zug jedenfalls stärker war als der elektromagnetische [1]).

240 Die allgemeinen Gleichungen der Elektricitätsbewegung in einer vom Strome durchflossenen und in ein gleichförmiges Magnetfeld gebrachten ebenen Platte, welche mit ihrer Ebene auf der Richtung der Magnetkraftlinien senkrecht steht, sind nach Boltzmann [2]):

$$u + hv = -k\frac{dp}{dx}, \qquad v - hu = -k\frac{dp}{dy},$$

wo u, v die Stromcomponenten in der Richtung der beiden Coordinatenaxen sind, p das Potential der gewöhnlichen elektromotorischen Kräfte, k die specifische Leitfähigkeit und h eine im Allgemeinen der Stärke des Magnetfeldes proportionale Constante. Die Glieder hu und hv können einmal eine der Magnetkraft proportionale, auf der Stromrichtung und den Magnetkraftlinien proportionale elektromotorische Kraft bedeuten, die dem Biot-Savart'schen Gesetz entspricht, und direct auf die elektrischen Fluida des Körpers wirkt. Wäre auch die Geschwindigkeit der beiden Elektricitäten, von denen in gleichen Zeiten gleiche Mengen durch den Querschnitt in entgegengesetzten Richtungen fliessen, die gleiche, so würden beide Elektricitäten mit gleicher Kraft nach entgegengesetzten Richtungen angetrieben, die Wirkung höbe sich auf; nicht so, wenn ihre Geschwindigkeit verschieden wären. Dann aber könnten auch die Glieder mit h einer Aenderung des Leitungswiderstandes entsprechen, welcher etwa durch eine torsionsartige Aenderung der kleinsten Theilchen hervorgerufen wäre, wodurch die Strombahnen Spiralen würden.

Setzt man $h = tg\,\gamma$, so ergeben sich bei Transformation obiger Gleichungen

$$u = \frac{k}{\sqrt{1+h^2}}\left(\frac{dp}{dx}\cos\gamma - \frac{dp}{dy}\sin\gamma\right)$$

$$v = \frac{k}{\sqrt{1+h^2}}\left(\frac{dp}{dx}\sin\gamma + \frac{dp}{dy}\cos\gamma\right),$$

wozu in Folge der Continuitätsgleichung $du/dx + dv/dx = 0$ noch kommt die Gleichung

$$\frac{d^2p}{dx^2} + \frac{d^2p}{dy^2} = 0.$$

---

1) Righi, Atti della R. Accad. dei Lincei [3] Trasunti 8, 331, 1883; Beibl. 9, 184. Andere Versuche über Thermoströme zwischen gedehntem und nicht gedehntem Wismuth dürften in Folge der Structurverschiedenheiten derselben weniger entscheidend sein. — 2) Boltzmann, Wien. Ber. [2] 94, 644, 1886; Beibl. 13, 548. — Integration der betreffenden Differentialgleichungen von Venske. Göttinger Nachr. 1888, S. 313.

Die Resultate der Integration dieser Gleichungen lassen sich in allen Fällen mit denen vergleichen, wo $h = 0$ ist. In das Potential p ist also die Hall'sche Wirkung nicht eingerechnet. Diese Darstellung entspräche mithin nur einer Aenderung des Widerstandes.

Die obigen Gleichungen werden u. A. für den Fall einer kreisförmigen Platte, in der die eine Elektrode im Mittelpunkte liegt, die andere den ganzen Rand umfasst, integrirt. Es ergiebt sich dann

$$p = -A \log r + A h \operatorname{arctg} \frac{y}{x} + B,$$

wo r der Abstand vom Mittelpunkte ist. Da $\operatorname{arctg} y/x$ mehrdeutig ist, kann dies Integral nur gelten, wenn die Platte längs eines Radius aufgeschnitten ist. Ist $h = 0$, so wird

$$p = -A \log r + B.$$

A und B sind Constante. Die Strömungscomponente in der Richtung von r wird $\varrho = kA/r$ und die gesammte Stromintensität $2\pi r \varrho \delta = 2\pi k A \delta$, wo δ die Dicke der Platte ist. Der Gesammtwiderstand der Platten wird also durch das Aufschneiden verringert.

Im letzteren Falle sind die Strömungslinien logarithmische Spiralen mit der Gleichung $\vartheta = h \log r + const$, wo ϑ und r Polarcoordinaten sind. Sie stehen auf dem Rande der Platte senkrecht. Die Stromintensität ist hier durch dieselbe Formel gegeben, wie oben, also ist auch der Widerstand der gleiche, wie wenn bei gleichem Werthe des specifischen Widerstandes k der Magnetismus nicht wirkte. Tritt die Wirkung der Magnetisirung hinzu, ist also h nicht Null, so schliessen die Linien des stärksten Gefälles mit dem Rande den Winkel γ ein; die hierzu erforderliche Drehung erfolgt entgegen dem Sinne der Ampère'schen Ströme.

Für eine rechteckige Platte, deren der Y-Axe parallele Seiten von der Länge β die Elektroden, deren darauf senkrechte Seiten von der Länge λ den freien Rand bilden, ist für $h = 0$

$$p = -ax + b, \qquad u = ka, \qquad v = 0.$$

Ist β gross gegen λ, so verschwindet der freie Rand und es wird

$$p = -ax + b, \qquad u = \frac{ak}{1 + h^2}, \qquad v = \frac{ahk}{1 + h^2}.$$

Die Strömungsrichtung wird durch den Magnetismus um den Winkel γ gedreht, die in der Zeiteinheit durch einen Querschnitt der Platte fliessende Elektricitätsmenge ist $1 + h^2$ mal kleiner, als wenn bei gleichen Potentialen $h = 0$ ist.

Ist β gegen λ verschwindend klein, so wird $v = 0$, $u = ka$ und $p = -ax + hay + const.$

Die Potentiallinien sind in der entgegengesetzten Seite um γ gedreht.

Die Intensität des den Streifen durchfliessenden Primärstromes ist $I = k \alpha \beta \delta$, die Potentialdifferenz zweier einander gegenüberliegender Randpunkte, also die der Hall'schen Erscheinung entsprechende elektromotorische Kraft $e = k \alpha \beta$.

241 Für die Berechnung complicirterer Fälle, z. B. einer kreisförmigen Platte mit vielen punktförmigen Elektroden und einem Halbkreis mit einer Elektrode in der Mitte und einer in der Peripherie, ist auf die Originalabhandlung zu verweisen. Es ergiebt sich, dass man die Zuleitungspunkte des primären Stromes und die Ableitungspunkte mit einander vertauschen kann.

Für Erweiterung der Berechnungen gilt auch hier der Satz: „Bildet man eine beliebige Fläche auf einer beliebigen anderen ähnlich in den kleinsten Elementen ab, so sind die neuen Strömungslinien, Aequipotentiallinien, die Elektroden immer die Bilder der alten.“ Er gestattet die Uebertragung der gefundenen Lösungen auf Platten von beliebig anderer Gestalt.

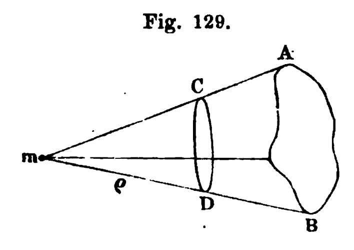
v. Ettingshausen und Nernst[1]) haben diese letzten Resultate von Boltzmann durch Versuche bestätigt.

IX. Berechnung der Wirkung geschlossener Ströme auf einen Magnetpol.

242 Mit Hülfe der in den früheren Paragraphen gegebenen Sätze kann man die Wirkung eines beliebigen geschlossenen Stromes auf einen Magnetpol berechnen.

Diese Berechnung kann in doppelter Weise geschehen. Einmal bestimmt man die Componenten der Wirkung eines einzelnen Elementes des Stromes AB, Fig. 129, auf den Magnetpol m nach dem Biot-Savart'schen Gesetze, und erhält durch Integration über alle Elemente die Componenten der Wirkung des ganzen Stromes. Sodann aber kann man auch den Strom durch ein System unendlich kleiner geschlossener Ströme von gleicher Intensität i wie die des gegebenen Stromes ersetzen, welche irgend eine beliebige, von dem Strome umgrenzte Fläche bedecken. Für jeden dieser kleinen Ströme substituirt man einen gegen seine Ebene normalen Magnet vom Moment $M = \frac{1}{2} i \lambda$, wo λ der Flächenraum des Stromes ist. Die Wirkung des ganzen ge-

Fig. 129.



[1]) v. Ettingshausen und Nernst, Wien. Ber. 94 [2], 560, 1886; Beibl. 11, 359.

schlossenen Stromes lässt sich sonach durch die Wirkung zweier unendlich nahe an einander liegender, mit entgegengesetzten magnetischen Fluidis beladener Flächen darstellen.

Indess bedarf diese Betrachtung einer weiteren Ausführung [1]). Der Strom AB umschliesse eine Fläche F. Errichten wir auf der von m abgewendeten Seite derselben an allen Stellen Normalen von der constanten sehr kleinen Länge δN, welche der Länge der kleinen Magnete M entspricht, so lässt sich nachweisen, dass auch die Enden derselben in einer gegen die Normale δN senkrechten Fläche F_1 liegen und bei Vernachlässigung der höheren Potenzen von δN der Unterschied beider Flächen F_1 und F durch den Werth

$$\delta F = \int \delta\, df = \delta N \int df \,.\, w$$

bestimmt ist, wo df ein Element der etwa durch zwei auf einander senkrechte Systeme von Hauptkrümmungslinien in einzelne Elemente getheilten Fläche F, $w = 1/R + 1/R_1$ gleich der Summe der umgekehrten Hauptkrümmungsradien des Elementes df ist. Werden beide Flächen mit Nord- und Südmagnetismus von gleicher Dichte ϱ belegt, so erhält man eine sogenannte transversalmagnetische Fläche. In derselben enthält die Fläche F_1 z. B. mehr Südmagnetismus, als die Fläche F Nordmagnetismus, was nicht dem Ersatze der Elementarströme durch Molecularmagnete entspricht, also nicht statthaft ist. Die Summe der Potentiale beider Flächen auf Punkt m ist dann, wenn r der Abstand des Elementes df von m ist

$$U = \varrho \,.\, \delta \int \frac{df}{r} = \varrho \int \left(\frac{\delta\, df}{r} - \frac{df\, \delta r}{r^2} \right).$$

Da $\delta df = \delta N . df . w$, $\delta r = t d N\, r$ ist, wo t das von m auf die Tangentialebene von df gefällte Loth ist, so ist mithin das Potential der transversalmagnetischen Fläche auf m

$$U = \varrho \delta N \int \frac{df \,.\, w}{r} - \varrho \delta N \int \frac{df \,.\, t}{r^3}.$$

Der erste Werth entspricht dem Potential des Ueberschusses des Magnetismus auf der Fläche F_1 auf Punkt m, so dass als wirkliches Potential der an Stelle der Elementarströme gesetzten kleinen Molecularmagnete der Werth

$$V = \varrho \delta N \int df \frac{t}{r^3}$$

---

[1]) Weyr, Wien. Ber. 56 [2], 669, 1867. Berechnung des Potentials eines kreisförmigen und elliptischen Stromes auf einen Magnetpol s. Weyr. Z. S. f. Math. 13, 414, 1868. Moreland, Wirkung eines Kreisstromes auf einen Magnetpol in seiner Mitte. Amer. Journ. of Science [3] 45, 392, 1893; Beibl. 17, 781. Siehe auch magnetisches Feld eines Kreisstromes. Maxwell, Electricity and Magnetism 3. edit. II, §. 702; auch Minchin, Phil. Mag. [5] 35, 354, 1893; Beibl. 17, 581.

bleibt. Nur wenn die transversalmagnetische Fläche eben ist, also $R = R_1 = \infty$, $w = o$, fallen U und V zusammen. Der Werth $df.t/r$ in V ist aber die Projection des Elementes df auf eine durch seine Mitte normal zu r gelegte Ebene. Wird dieser Werth durch r^2 dividirt, so wird dadurch ein Flächenelement du bestimmt, welches durch die nach der Peripherie von df von m aus gezogenen Linien auf einer mit dem Radius Eins um m beschriebenen Kugelschale begrenzt wird. Der Werth

$$\int df \,.\, \frac{t}{r^3} = \int du$$

ist die Oberfläche des durch den Kegel mAB auf jener Kugelschale begrenzten Segmentes CD. Man erhält also das Potential V, indem man die Intensität des Stromes mit dem körperlichen Winkel des Kegels multiplicirt, dessen Spitze der Pol m, dessen Basis der Strom AB ist. Differenzirt man dieses Potential nach den Coordinaten x, y, z partiell, so erhält man die entsprechenden Componenten der Wirkung des Stromes AB auf den Pol m [1].

Wir nehmen hierbei den Raumwinkel als positiv, wenn die für den Strom gesetzte Magnetfläche ihren Nordpol dem Magnetpol zukehrt.

Geht der Magnetpol zu der Magnetdoppelfläche hin und bis in dieselbe hinein, so steigt dabei die Kegelöffnung bis auf 2π; geht er dann auf die andere Seite der Fläche über, so steigt der Winkel noch weiter. Ist hierbei die Kegelöffnung absolut genommen die gleiche, φ, wie auf der anderen Seite, so ist sie jetzt factisch auf $-(\varphi - 4\pi)$ gestiegen. Geht der Pol ausserhalb der Magnetfläche auf die frühere Stelle zurück, so sinkt die Kegelöffnung auf Null und steigt wieder auf den Werth $+(\varphi - 4\pi)$. Bei wiederholtem Durchgange durch die Magnetfläche bis zu demselben Punkte ändert sich das Potential also jedesmal um 4π; es hat an der gleichen Stelle unendlich viele um je 4π verschiedene Werthe; indess bleiben die Differentialquotienten dabei die gleichen.

Eine Ausführung der Berechnung der Wirkung verschieden gestalteter geschlossener Ströme auf einen Magnetpol ist hiernach Aufgabe der Mathematik. Unter verschiedenen Verhältnissen kann die eine oder andere Betrachtungsweise, die directe Summation der Wirkungen aller Elemente des geschlossenen Stromes auf den Pol oder auch die Differentiation des Potentials, welches durch die Oeffnung des durch Pol und Stromumfang gelegten Kegels bestimmt wird, leichter zum Ziele führen. Die Berechnung hat indess nur in wenigen speciellen Fällen ein physikalisches Interesse. Wir wollen deshalb nur einige der wichtigsten dieser Fälle näher betrachten, bei denen wir im Wesentlichen den ersten Weg einschlagen.

---

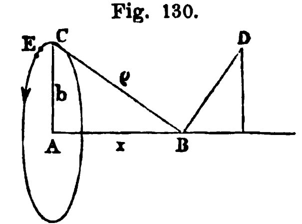
[1]) Gauss, Resultate des magn. Vereins 1838, S. 51. Siehe auch Wassmuth, Archives 62, 374, 1879; Beibl. 3, 521. Macé de Lepinay, J. de Phys. 7, 414, 1878; Beibl. 3, 202.

243 Die Einwirkung eines kreisförmigen Stromes auf ein in der Axe desselben liegendes magnetisches Theilchen berechnet sich in folgender Weise. Es sei (Fig. 130):

der Radius des kreisförmigen Stromleiters $AB = b$
das Bogenelement desselben CE $= b\,d\varphi$
die Intensität des ihn durchfliessenden Stromes $= i$
der Abstand des magnetischen Theilchens B von dem Mittelpunkte des Stromleiters AB $= x$
das magnetische Fluidum des Theilchens B $= \mu$.

Die Richtung der Wirkung des Elementes $b\,d\varphi$ auf das magnetische Theilchen steht senkrecht auf der Ebene CEB. Nehmen wir an, das magnetische Fluidum in B sei nördlich, so wird es, wenn der Strom durch den Kreis A in der Richtung des Pfeiles strömt, in der Richtung BD angetrieben.

Fig. 130.



Die Wirkung selbst entspricht dem Werthe

$$c\,\frac{i\mu b\,d\varphi}{CB^2} = c\,\frac{i\mu b\,d\varphi}{b^2 + x^2},$$

wo c eine Constante ist. Zerlegt man diese Wirkung in zwei auf einander senkrechte Componenten, von denen die eine in der Richtung der Axe AB, die andere senkrecht dagegen wirkt, so ist die erstere

$$c\,\frac{i\mu b\,d\varphi}{b^2 + x^2} \cdot \frac{b}{\sqrt{b^2 + x^2}} = c \cdot \frac{i\mu b^2 d\varphi}{(b^2 + x^2)^{3/2}}.$$

Die Gesammtwirkung des ganzen Stromleiters AC erhält man durch Integration innerhalb der Grenzen 0 und 2π. Sie ist

$$W = c\,\frac{2\pi i\mu b^2}{(b^2 + x^2)^{3/2}} = c \cdot \frac{2\pi i\mu b^2}{\varrho^3}.$$

Die gegen die Axe AB normalen Componenten der einzelnen Theile des Stromes in dem Leiter A heben sich alle gegenseitig auf.

Liegt das magnetische Element in der Mitte des Kreisstromes, so ist $x = 0$ und $\varrho = b$, und es bleibt die Wirkung

$$W_0 = c \cdot \frac{2\pi i\mu}{b}.$$

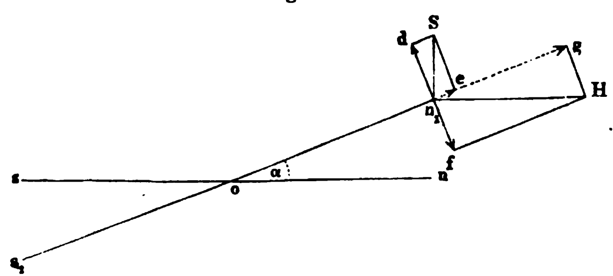
Wir wollen die Einheit der Intensität i des Stromes und des Magnetismus μ so wählen, dass die Constante c gleich Eins zu setzen ist; dann ist

$$W = \frac{2\pi i\mu b^2}{(b^2 + x^2)^{3/2}}; \qquad W_0 = \frac{2\pi i\mu}{b}.$$

244 Ist das magnetische Theilchen der Nord- oder Südpol einer im Punkte B oder auch inmitten des Kreises A, Fig. 130, befindlichen sehr kleinen

Magnetnadel $n_1 s_1$, während die Ebene des Kreises A selbst mit der Ebene des magnetischen Meridians zusammenfällt, so wirkt der Kreisstrom auf beide Pole mit Kräften, welche senkrecht auf seiner Ebene oder auf der des Meridians stehen. Es sei ns, Fig. 131, die Lage der Magnetnadel im magnetischen Meridian, $n_1 s_1$ dieselbe nach ihrer Ablenkung durch den Strom. Wir wollen ferner annehmen, dass die Resultate Sn_1 der ablenkenden Wirkungen des Kreisstromes sich nach

Fig. 131.



Grösse und Richtung wegen der Kleinheit der Nadel bei dieser Ablenkung nicht ändere, also senkrecht auf der Ebene des magnetischen Meridians stehe. Dann wird der Nordpol der Nadel n_1 zugleich durch die Kraft des Erdmagnetismus in der Richtuug $n_1 H$ gezogen, welche dem magnetischen Meridian parallel ist. Es mögen Sn_1 und $n_1 H$ auch der Grösse nach die wirkenden Kräfte des Stromes und des Erdmagnetismus darstellen. Soll die Nadel nach ihrer Ablenkung in Ruhe sein, so müssen die auf sie durch beide Kräfte ausgeübten Drehungsmomente gleich sein. Zerlegt man die Kräfte daher in je zwei Componenten $n_1 e$ und $n_1 d$, $n_1 g$ und $n_1 f$, von denen die einen mit der Richtung on_1 der Nadel zusammenfallen, die anderen auf derselben senkrecht stehen, so muss $n_1 d = n_1 f$ sein. Ist der Ablenkungswinkel der Nadel α, so ist $n_1 d = Sn_1 \cos\alpha$, $n_1 f = n_1 H \sin\alpha$, d. i. $Sn_1 = n_1 H tg\alpha$. Dieselbe Betrachtung würde auch für die auf den Südpol der Nadel wirkenden Kräfte gelten.

Die horizontale Componente des Erdmagnetismus sei H, die Intensität des Stromes gleich I, der Magnetismus der Nadel μ, wobei wir die am Schlusse des §. 243 angenommenen Einheiten für i und μ wählen, für welche $c = 1$ ist. Der Durchmesser des Drahtkreises sei, wie in §. 243 gleich b, der Abstand der in seiner Axe gelegenen sehr kleinen Nadel von seiner Peripherie gleich ϱ, dann ist $n_1 H = H\mu$ und $n_1 S = 2\pi b^2 i\mu / \varrho^3$, also

$$\frac{2\pi b^2}{\varrho^3} i\mu = H\mu tg\alpha \quad \text{oder} \quad i = \frac{\varrho^3}{2\pi b^2} H tg\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Liegt die Nadel in der Mitte des Drahtkreises, so ist $\varrho = b$, also

$$i = \frac{b}{2\pi} H tg\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Die Intensität des Stromes ist also der Tangente des Ablenkungswinkels der Nadel proportional.

245 Wir wollen die Kraft berechnen, mit welcher ein Kreisstrom auf ein magnetisches Element μ wirkt, welches sich in irgend einem Punkte befindet, der nicht in seiner Ebene liegt und auch nicht in dem im Mittelpunkte des Kreisstromes auf seiner Ebene errichteten Lothe zu liegen braucht.

Der Mittelpunkt des Kreisstromes, Fig. 132, befinde sich in C, sein Radius sei b, das Element μ liege im Punkte I. CG sei das in dem Mittelpunkte in der Ebene des Kreisstromes errichtete Loth, welches mit der Z-Axe zusammenfalle. Das Loth von I auf die Ebene des Kreisstromes $KI = HC$ sei gleich z. Das Loth IH von I auf die Linie CG sei gleich a. Eine durch C parallel mit IH gezogene Linie CB entspreche der X-Axe, eine auf der Ebene BCH senkrechte Linie CF der Y-Axe. Die Coordinaten eines in A gelegenen Elementes ds des Kreisstromes seien $AD = y$, $CD = x$. Es sei der Winkel $ACD = \varphi$. Ferner sei $AI = r$ der Abstand des Elementes ds von μ.

Fig. 132.

Durch ds und I legen wir eine den Kreisstrom in A tangirende Ebene, welche die Axen in den Punkten B, F, G schneidet. Es sei endlich der Winkel zwischen ds und r, also $\angle BAI = \psi$.

Ist die Intensität des Stromes, welcher den Kreis C durchfliesst, gleich i, der Magnetismus des magnetischen Theilchens in I gleich μ, so ist die Wirkung von ds auf μ

$$W = \frac{i \mu ds}{r^2} \sin \psi.$$

Wir setzen hier, wie in §. 243, die Constante c, mit welcher dieser Werth zu multipliciren wäre, gleich Eins. Diese Kraft steht auf der Ebene BFG senkrecht. Bezeichnet man die Winkel, welche das vom Coordinatenmittelpunkte C auf die Ebene FBG gefällte Loth mit den Coordinatenaxen der x, y, z macht, mit ξ, η, ζ, so sind die Componenten der Wirkung von ds auf μ nach den drei Axen

$$X = \frac{i\mu ds}{r^2} \cos\xi \sin\psi, \quad X = \frac{i\mu ds}{r^2} \cos\eta \sin\psi,$$

$$Z = \frac{i\mu ds}{r^2} \cos\zeta \sin\psi.$$

Will man die Componenten der Wirkung des ganzen Kreisstromes bestimmen, so muss man diese Ausdrücke nach ds integriren. Es fällt dann die Y-Componente fort, da je zwei gleich weit über und unter der XZ-Ebene liegende Elemente ds gleiche und entgegengesetzte Wirkungen in der Richtung der Y-Axe auf das magnetische Theilchen ausüben.

In den übrig bleibenden Ausdrücken für X und Z kann man setzen:

$$\cos\xi \sin\psi = \frac{z}{r}\,\frac{x}{b}, \quad \cos\zeta \sin\psi = \frac{ax - b^2}{br}\text{ [1]}.$$

Ferner ist $ds = b\,d\varphi$, $x = b\cos\varphi$. Setzt man diese Ausdrücke in die für die Componenten X und Z erhaltenen Werthe ein und integrirt nach φ von 0 bis 2π, so erhält man die Gesammtcomponenten der Wirkung des Kreisstromes auf das magnetische Element:

$$(X) = i\mu b . z \int_0^{2\pi} \frac{\cos\varphi\, d\varphi}{r^3} = 2 i\mu b z \int_0^{\pi} \frac{\cos\varphi\, d\varphi}{r^3}$$

$$(Z) = i\mu b \int_0^{2\pi} \frac{a\cos\varphi - b}{r^3}\, d\varphi = 2 i\mu b \int_0^{\pi} \frac{a\cos\varphi - b}{r^3}\, d\varphi.$$

In diesen Ausdrücken ist der Werth $r = \sqrt{a^2 + b^2 + z^2 - 2ab\cos\varphi}$ zu setzen.

Die Integrationen lassen sich nicht unmittelbar ausführen. Setzt man indess

$$c^2 = \frac{4ab}{(a+b)^2 + z^2} \quad \text{und} \quad \psi = \pi - \frac{\varphi_0}{2},$$

so lassen sich die Integrale auf die beiden ersten Formen der elliptischen

---

[1]) Hädenkamp, Pogg. Ann. **78**, 59, 1849. — Der Winkel ξ ist der Neigungswinkel der Ebenen BFG und CFG. In der Ecke G ist nun: $\cos(BFG, FGC)/\sin(BFG, BGC) = \cos BGC = \cos BIK = z/BI$. Im Dreieck BAI ist $AI . \sin BAI = BI . \sin ABI$, d. i. $BI = r\sin\psi/\sin ABI$. Legt man durch AD eine gegen BG senkrechte Ebene ADE, so ist $\angle AED = (BFG, BGC)$. Es ist aber $\sin ABI = AE/AB$, $BI = r\sin\psi . AB/AE$, $\sin AED = AD/AE$. Werden diese Werthe in die obige Formel substituirt, so ist $\cos\xi . AE/AD = z . AE/AB r\sin\psi$ oder $\cos\xi \sin\psi = zx/rb$. — Der Winkel ζ ist ebenso das Supplement des Neigungswinkels der Ebenen BFG und BCF. In der Ecke B ist aber $\cos(BFG, BCF)/\sin(BFG, BGC) = \cos IBK = BK/BI = BK\sin ABI/r\sin\psi$. Werden wie oben die Werthe für $\sin(BFG, BGC)$ und $\sin ABI$ eingeführt, so ist $-\cos\zeta\sin\psi = x/b . BK/r$. Nun ist $BK = BC - a$ und, da $\triangle ADC \sim ABC$ ist, $BC = b^2/x$, d. i. $-\cos\zeta\sin\psi = (b^2 - ax)/br$.

Integrale $F(c, \varphi_0)$ und $E(c, \varphi_0)$ reduciren[1]). — Für praktische Zwecke ist die Integration von **Bravais**[2]) ausgeführt worden. Wir folgen einer Entwickelung von H. **Kinkelin**.

Wir setzen $a^2 + b^2 + z^2 = s^2$ und entwickeln $1/r^3$ nach Potenzen von $\cos\varphi$. Dann ist

$$\frac{1}{r^3} = \frac{1}{s^3}\left(1 + \frac{3}{1}\frac{ab\cos\varphi}{s^2} + \frac{3.5}{1.2}\frac{a^2b^2\cos^2\varphi}{s^4} + \frac{3.5.7}{1.2.3}\frac{a^3b^3\cos^3\varphi}{s^6} + \frac{3.5.7.9}{1.2.3.4}\frac{a^4b^4\cos^4\varphi}{s^8} + \cdots\right).$$

Die Convergenz der Reihe ist leicht nachzuweisen. Wird dieser Werth in die Ausdrücke für (X) und (Z) eingeführt und beachtet man dabei, dass

$$\int_0^\pi \cos^{2n+1}\varphi\, d\varphi = 0, \qquad \int_0^\pi \cos^{2n}\varphi\, d\varphi = \pi \cdot \frac{1.3.5\ldots(2n-1)}{2.4.6\ldots.(2n)}$$

ist, so wird bei Vernachlässigung der die höheren Potenzen von a enthaltenden Glieder:

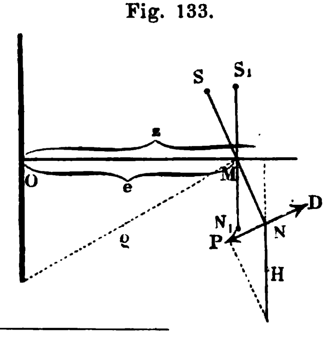
I.

$$(X) = \frac{2\pi i\mu bz}{s^3}\left\{\frac{3ab}{2s^2} + \frac{3.5.7.a^3b^3}{2.2.4.s^6}\right\}$$

$$(Z) = \frac{2\pi i\mu ba}{s^3}\left\{\frac{3ab}{2s^2} + \frac{3.5.7.a^3b^3}{2.2.4.s^6}\right\} - \frac{2\pi i\mu b^2}{s^3}\left\{1 + \frac{3.5a^2b^2}{2.2.s^4} + \frac{3.5.7.9a^4b^4}{2.2.4.4.s^8}\right\}.$$

246 Es bilde das magnetische Theilchen μ, Fig. 133, den einen Pol N einer Magnetnadel NS von der Länge $2l$, deren Mittelpunkt M in dem auf der Mitte des Kreisstromes errichteten Loth liege und von der Ebene desselben um die Länge $OM = e$ abstehe. Der Kreisstrom liege in der Ebene des magnetischen Meridians, so dass die Nadel in ihrer Ruhelage $N_1 S_1$ der Ebene desselben parallel sei. Sie schwinge in der XZ-Ebene. Durch den Strom sei die Nadel um einen Winkel α aus ihrer Ruhelage abgelenkt. Wir wollen das Drehungs-

Fig. 133.



[1]) **Secchi**, Smithson Contr. 3 [2], 1; Jahresber. der phys. Ges. 1852, S. 513. **Helmholtz**, ibid. — [2]) **Bravais**, Compt. rend. 36, 193, 1853; Ann. de Chim. et de Phys. [3] 38, 301; Pogg. Ann. 88, 446. Die Formel von **Bravais** für die Fehlerberechnung ist nicht ganz richtig. Vergl. auch **Jacobi**, Bullet. de St. Petersb. 16, 89, 1858. Eine wiederholte ähnliche Berechnung von **Mascart**, J. de Phys. [2] 1, 222, 1882.

moment berechnen, welches der Kreisstrom auf die Nadel in dieser Lage ausübt.

Die Coordinaten des in N gelegenen Theilchens μ sind

$$z = e + l \sin\alpha, \qquad a = l \cos\alpha.$$

Dann ist

$$s^2 = a^2 + b^2 + z^2 = l^2 + e^2 + b^2 + 2el \sin\alpha.$$

Nennen wir ϱ den Abstand des Mittelpunktes M der Nadel vom Umfang des Kreisstromes, so ist $\varrho^2 = e^2 + b^2$. Setzen wir dann noch der Kürze halber

$$c = 2e \sin\alpha, \qquad d = b \cos\alpha,$$

so wird

$$s^2 = \varrho^2 + l(l + c), \qquad ab = ld.$$

Diese Werthe sind in die Formeln I. einzuführen [1]). Wir erhalten danach

II.

$$(X) = \frac{2\pi i \mu b^2 \cos\alpha \sin\alpha}{\varrho^3} \frac{l^2}{\varrho^2} \left\{\frac{3}{2} - \frac{3.5}{2.2} \frac{lc}{\varrho^2} - \frac{3.5}{2.2} \cdot \frac{l^2}{\varrho^2} \left(1 - \frac{7(c^2 + d^2)}{4\varrho^2}\right)\right\}$$

$$+ \frac{2\pi i \mu b^2 \cos\alpha}{\varrho^3} \frac{le}{\varrho^2} \left\{\frac{3}{2} - \frac{3.5}{2.2} \frac{lc}{\varrho^2} - \frac{3.5}{2.2} \cdot \frac{l^2}{\varrho^2} \left(1 - \frac{7(c^2 + d^2)}{4\varrho^2}\right)\right.$$

$$\left. + \frac{3.5.7}{2.2.4} \cdot \frac{l^3 c}{\varrho^4} \left(2 - \frac{3(c^2 + 3d^2)}{4\varrho^2}\right)\right\}$$

$$(Z) = \frac{2\pi i \mu b^2 \cos^2\alpha}{\varrho^3} \frac{l^2}{\varrho^2} \left\{\frac{3}{2} - \frac{3.5}{2.2} \frac{lc}{\varrho^2} - \frac{3.5}{2.2} \cdot \frac{l^2}{\varrho^2} \left(1 - \frac{7(c^2 + d^2)}{4\varrho^2}\right)\right\}$$

$$+ \frac{2\pi i \mu b^2}{\varrho^3} \left\{-1 + \frac{3}{2} \frac{lc}{\varrho^2} + \frac{3}{2} \frac{l^2}{\varrho^2} \left(1 - \frac{5(c^2 + 2d^2)}{4\varrho^2}\right)\right.$$

$$- \frac{3.5}{2.2} \frac{l^3 c}{\varrho^4} \left(1 - \frac{7(c^2 + 6d^2)}{12\varrho^2}\right) - \frac{3.5}{2.2} \frac{l^4}{\varrho^4} \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{7(c^2 + 2d^2)}{4\varrho^2}\right.$$

$$\left.\left. + \frac{21(c^4 + 12c^2d^2 + 6d^4)}{32\varrho^3}\right)\right\}.$$

Das durch diese Componenten ausgeübte Drehungsmoment erhält man, indem man ihre Projectionen auf das in der XZ-Ebene auf die Nadel NM gefällte Loth PND addirt und mit l multiplicirt. Dasselbe ist dann $D = l\,[(Z) \cos\alpha + (X) \sin\alpha]$. Setzen wir $e \sin\alpha = \frac{1}{2} c$, so ergiebt sich

[1]) Die Werthe $1/s^n$ erhält man nach der allgemeinen Formel:

$$\frac{1}{s^n} = \frac{1}{\varrho^n} \left\{1 - \frac{n}{2} \frac{cl}{\varrho^2} - \frac{l^2}{\varrho^2} \frac{n}{2} \left(1 - \frac{n+2}{4} \frac{c^2}{\varrho^2}\right) + \frac{l^3 c}{\varrho^4} \cdot \frac{n(n+2)}{2.4} \left(2 - \frac{n+4}{6} \frac{c^2}{\varrho^2}\right)\right.$$

$$\left. + \frac{l^4}{\varrho^4} \frac{n(n+2)}{2.4} \left(1 - \frac{n+4}{2} \frac{c^2}{\varrho^2} + \frac{(n+4)(n+6)}{6.8} \frac{c^4}{\varrho^4}\right)\right\}$$

$$D = \frac{2\pi i \mu b^2 l \cos\alpha}{\varrho^3} \frac{l^2}{\varrho^2}\left\{-\frac{3}{2} + \frac{3.5}{2.2}\frac{l.c}{\varrho^2} + \frac{3.5}{2.2}\cdot\frac{l^2}{\varrho^2}\left(1 - \frac{7(c^2+d^2)}{4\varrho^2}\right)\right\}$$
$$+ \frac{2\pi i \mu b^2 l \cos\alpha}{\varrho^3}\left\{1 - \frac{9}{4}\frac{l c}{\varrho^4} - \frac{3}{2}\frac{l^2}{\varrho^2}\left(1 - \frac{5(c^2+d^2)}{2\varrho^2}\right)\right.$$
$$+ \frac{3.5}{2.2}\cdot\frac{l^3 c}{\varrho^4}\left(\frac{3}{2} - \frac{35(c^2+3d^2)}{24\varrho^2}\right) + \frac{3.5}{2.2}\cdot\frac{l^4}{\varrho^4}\left(\frac{1}{2} - \frac{14(c^2+d^2)}{4\varrho^2}\right.$$
$$\left.\left. + \frac{63(c^4+6c^2d^2+2d^4)}{32\varrho^4}\right)\right\}.$$

Setzt man schliesslich für c und d die Werthe ein und vereint beide Glieder, so ist

$$D = \frac{2\pi i \mu b^2 l \cos\alpha}{\varrho^3}\left\{1 - \frac{9 l e \sin\alpha}{2\varrho^2} - \frac{3 l^2(4e^2-b^2)(1-5\sin^2\alpha)}{4\varrho^4}\right.$$
$$+ \frac{25 l^3 e \sin\alpha(4e^2-3b^2)(3-7\sin^2\alpha)}{16\varrho^6}$$
$$\left. + \frac{45 l^4(8e^4-12e^2b^2+b^4)(1-14\sin^2\alpha+21\sin^4\alpha)}{64\varrho^8}\right\}.$$

Das dem Südpol der Nadel entsprechende Drehungsmoment erhält man in ganz gleicher Weise, wenn man in der Klammer $-l$ statt l setzt. Dann ist das auf beide Pole zugleich ausgeübte Doppelmoment

$$D = \frac{4\pi i \mu b^2 l \cos\alpha}{\varrho^3}\left\{1 - \frac{3 l^2(4e^2-b^2)(1-5\sin^2\alpha)}{4\varrho^4}\right.$$
$$\left. + \frac{45 l^4(8e^4-12e^2b^2+b^4)(1-14\sin^2\alpha+21\sin^4\alpha)}{64\varrho^8}\right\}$$

oder kurz

$$D = \frac{4\pi i \mu b^2 l \cos\alpha}{\varrho^3} K.$$

Wirkt auf die Nadel noch die horizontale Componente H des Erdmagnetismus, so ist das durch sie auf den einen Pol N der Nadel ausgeübte Drehungsmoment zu erhalten, indem man den vom Erdmagnetismus auf das magnetische Theilchen μ ausgeübten Zug $H\mu$ auf die durch den Pol gezogene und auf der Nadel senkrechte Linie projicirt und die Projection NP mit l multiplicirt. Dasselbe ist also, da die Nadel um $\angle\,\alpha$ abgelenkt ist, $H\mu l \sin\alpha$, und das auf beide Pole der Nadel ausgeübte Doppelmoment $2 H\mu l \sin\alpha$.

Soll die Nadel unter dem doppelten Einfluss des Kreisstromes und Erdmagnetismus in Ruhe sein, so müssen die durch beide Kräfte ausgeübten Drehungsmomente gleich sein, also

$$D = \frac{4\pi i \mu b^2 l \cos\alpha}{\varrho^3} K = 2 H\mu l \sin\alpha,$$

d. i.

$$H \operatorname{tg}\alpha = \frac{2\pi i b^2}{\varrho^3} K.$$

Das zweite Glied des Ausdruckes K verschwindet, wenn man $4e^2 = b^2$ oder $e = 1/2\, b$ setzt. Vernachlässigt man den Werth des dritten Gliedes, so wird

$$H\, tg\, \alpha = \frac{2\pi i b^2}{\varrho^3} \quad \text{oder} \quad i = const. H\, tg\, \alpha.$$

Die Tangenten der Ablenkungen der Nadel sind also sehr nahe der Intensität des Stromes direct proportional, wenn der Abstand des Mittelpunktes der Nadel von der Ebene des Kreisstromes gleich der Hälfte seines Radius ist.

Der Fehler, welchen man bei dieser Annahme begeht, berechnet sich bei Einführung des Werthes $e = 1/2\, b$ in das dritte Glied von K. Dieses Glied wird:

$$\delta = -\frac{54}{125}\frac{l^4}{b^4}(1 - 14 \sin^2\alpha + 21 \sin^4\alpha).$$

Der Werth desselben ist abhängig vom Ablenkungswinkel α der Nadel und dem Verhältniss von l zu b. — Der Werth in der Klammer ist für $\alpha = 0$ gleich 1, nimmt mit wachsendem α bis $\alpha = 16^1/_2{}^0$ ab, wird dann negativ und erreicht sein Minimum gleich $-4/3$ bei $\alpha = 35^1/_4{}^0$, wächst darauf wieder, geht durch Null bei $\alpha = 50^0$, erreicht den Werth $-4/3$ bei $\alpha = 56^0$, und wächst bis zu 8, wenn $\alpha = 90^0$ ist. So lange $\alpha < 56^0$ ist, wächst daher der absolute Werth von δ niemals über $3\, l^4 / 5\, b_4$.

Ist in diesem Falle die halbe Länge der Nadel gleich dem fünften Theile des Radius des Kreisstromes, also $l = 1/5\, b$, so wird $\delta < 0{,}001$; ist $l = 1/6\, b$, so wird $\delta < 0{,}0005$, so dass also hier das oben ausgesprochene Tangentengesetz innerhalb sehr weiter Grenzen fast völlig richtig ist[1]).

Wird auf der anderen Seite der Nadel in gleichem Abstande $-e = -1/2\, b$ noch ein zweiter Drahtkreis von demselben Radius b wie der erste, und gleichfalls parallel der Ebene des Meridians aufgestellt, durch welchen der Strom in gleicher Richtung fliesst, wie durch den ersten, so verdoppelt sich das gesammte, auf beide Pole der Nadel ausgeübte Drehungsmoment. Die zuletzt angegebenen Abweichungen von dem Tangentengesetze finden also in ganz ähnlicher Weise statt. Da indess jetzt die auf jeden einzelnen Pol der Nadel ausgeübte Kraft die gleiche ist, so erhält die ganze Nadel nicht mehr einen Antrieb, sich dem einen oder anderen Stromkreise zu nähern. 247

Die beiden Componenten der Wirkung der beiden Stromkreise in der auf ihren Ebenen senkrechten (Z) und ihnen parallelen Richtung (X) werden in diesem Falle

$$(X) = \frac{2304\, \pi i \mu}{625 \sqrt{5}.b}\frac{l^4}{b^4}(3 - 7 \sin^2\alpha) \sin\alpha \cos\alpha,$$

$$(Z) = \frac{32\, \pi i \mu}{5\sqrt{5}.b}\left\{-1 + \frac{l^4}{b^4}\frac{18\,(3 - 30 \sin^2\alpha + 35 \sin^4\alpha)}{125}\right\}.$$

1) Vergl. auch Trowbridge, Sillim. J. [3] 9, 383, 1875. Eine andere Berechnung von Oberbeck, Grunert's Archiv 56, 387, 1874.

Können wir die vierten Potenzen von l/b vernachlässigen, so wird

$$(X) = 0,$$

$$(Z) = -\frac{32\,\pi\, i\,\mu}{5\sqrt{5}\,.\,b}.$$

Dann ist also die Kraft, welche auf die um den Abstand l von dem Drehungsmittelpunkte entfernten Punkte der Nadel in jeder Lage wirkt, nur in der Richtung der Axe beider Kreisströme thätig und ebenso gross, wie wenn ihre Pole in dem Drehungsmittelpunkte selbst lägen.

Geben wir den Werthen (X) und (Z) die Form

$$(X) = -\frac{32\,\pi\, i\,\mu}{5\sqrt{5}\,.\,b}\,\delta^1 \qquad (Z) = -\frac{32\,\pi\, i\,\mu}{5\sqrt{5}\,.\,b}\,(1 \pm \delta),$$

so ist für

α	0	19° 53′	40° 54′	59° 27′	67° 47′	90°
δ	$-0{,}432\,\frac{l^4}{b^4}$	0	$0{,}494\,\frac{l^4}{b^4}$ (Maximum)	0	$-0{,}432\,\frac{l^4}{b^4}$	$-1{,}152\,\frac{l^4}{b^4}$

ferner für

α	0	20° 57′	40° 54′	66° 57′	0°
δ^1	0	$-0{,}405\,\frac{l^4}{b^4}$	0	$-0{,}608\,\frac{l^4}{b^4}$	0

Der Werth δ^1 bleibt also jedenfalls unter $\pm\, 0{,}61\, l^4/b^4$, der Werth δ bis zu einem Ablenkungswinkel der Nadel von 68° unter $0{,}5\, l^4/b^4$. Ist $l = {}^1/_4\, b$, so ist $l^4/b^4 = {}^1/_{256}$, und selbst bei einer Ablenkung von 90° würde der Werth δ nur etwa ${}^1/_{200}$ betragen. Der Werth (Z) würde sich also nur wenig ändern, der Werth (X) aber unter ${}^1/_{400}$ des Werthes von (Z) bleiben.

248 Ist die Länge der Nadel noch kleiner als ${}^1/_4\, b$, so ist der Maximalwerth der X-Componente noch weniger verschieden von Null, und der Werth der Z-Componente weicht noch weniger von dem Werthe $32\,\pi\, i\,\mu / 5\, b \sqrt{5}$ ab. Denken wir uns also um den Mittelpunkt der Nadel eine Kugel mit einem Radius von der Länge ${}^1/_4\, b$ beschrieben, so kann man für alle in derselben liegenden Punkte innerhalb gewisser Grenzen die X-Componente als verschwindend und die Z-Componente als constant ansehen. Alle Theile sind dann nahezu gleichen magnetischen Kräften unterworfen, welche alle in der auf den Ebenen der Stromkreise senkrechten Richtung wirken.

Fig. 134.

Noch vollständiger erreicht man nach C. F. Neumann[1]) diesen Zweck durch Anwendung zweier parallel liegender Rollenpaare *AA* und *BB*, Fig. 134, deren Windungen in einer um den Drehungsmittelpunkt *O* der Nadel beschriebenen Kugeloberfläche vom Radius *b* liegen, deren Ebenen sich in den Abständen $^1/_4 b$ und $^3/_4 b$ vom Mittelpunkte befinden, und welche die Windungszahlen 1 und 0,682 besitzen.

249 Wir fügen hier noch eine elementare Ableitung des §. 236 und 237 entwickelten Gesetzes von Pierre[2]) bei, bei der die Nadel als sehr klein angenommen wird, und deshalb die der Ebene der Stromkreise parallele Componente des von dem Strome auf die Nadel ausgeübten Drehungsmomentes vernachlässigt werden kann.

Ist der Abstand des Mittelpunktes der Nadel von der Kreisebene e, ihre Neigung gegen ihre Ruhelage im Meridian α, ihre Länge $2l$, so ist der Abstand ihrer Pole von der Kreisebene

$$x_1 = e + l \sin\alpha, \quad x_2 = e - l \sin\alpha.$$

Ist ferner i die Intensität des Stromes, k eine Constante, $2\mu l$ das magnetische Moment der Nadel, b der Radius des Drahtringes der Bussole, H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, so erhält man das auf die Nadel in der Richtung senkrecht zu der Ebene des Drahtkreises ausgeübte Drehungsmoment:

$$X = 2\pi k b^2 \mu i \left(\frac{1}{(x_1^2 + b^2)^{3/2}} + \frac{1}{(x_2^2 + b^2)^{3/2}}\right)$$

und

$$i = \frac{H \operatorname{tg}\alpha}{\pi k b^2} \left(\frac{(x_1^2 + b^2)^{3/2} \cdot (x_2^2 + b^2)^{3/2}}{(x_1^2 + b^2)^{3/2} + (x_2^2 + b^2)^{3/2}}\right).$$

Setzt man die Werthe für x_1 und x_2 in diese Gleichung ein und entwickelt die einzelnen in Klammern geschlossenen Potenzen nach dem binomischen Satze bis zu den $\sin^2\alpha$ enthaltenden Gliedern, so erhält man zuletzt nach Ausführung der Multiplicationen

$$i = H \operatorname{tg}\alpha \, \frac{(e^2 + b^2)^{3/2}}{2\pi k b^2} \left(1 + \frac{3}{2}(b^2 - 4e^2) \frac{l^2 \sin^2\alpha}{(e^2 + b^2)^2}\right).$$

Setzt man in dieser Formel den Abstand der Nadel von der Ebene des Stromkreises

$$e = \frac{b}{2}$$

gleich der Hälfte seines Radius, so ergiebt sich die von der Grösse von α unabhängige directe Proportionalität von i mit $H \operatorname{tg}\alpha$ [3]).

---

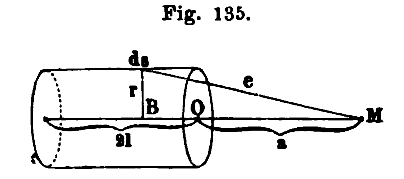
[1]) C. F. Neumann, vgl. Wild, Züricher Vierteljahrsschrift 2, 239, 1857. Eine noch weitere Annäherung hat J. Schumann (Eine neue Tangentenbussole, Osterprogramm des Altstädt. Gymnasiums Königsberg 1862) erreicht, indem er mehrere Drahtkreise mit verschiedenen Windungszahlen combinirt, in denen der Strom in verschiedener Intensität verzweigt ist. — [2]) Pierre, Pogg. Ann. 94, 165, 1855.

[3]) von Feilitzsch (Pogg. Ann., Jubelband, S. 107, 1874) hat die Wirkung eines Kreisstromes auf irgend ein im Raume liegendes magnetisches

250 Wir berechnen ferner die Wirkung einer geraden und cylindrischen Drahtspirale auf ein in ihrer Axe befindliches magnetisches Theilchen M, Fig. 135 [1]).

Die Länge der Spirale sei $2l$, ihr Radius r, die Länge des auf die Spirale gewundenen Drahtes sei S, die überall gleiche Neigung der einzelnen Elemente desselben gegen die zu der Axe der Spirale normale Ebene gleich φ, der Abstand des magnetischen Theilchens von der ihm zunächst gelegenen Grundfläche O der Spirale gleich $MO = a$. Es sei die Verbindungslinie eines Elementes ds der Spirale mit M gleich e. Da die auf der Axe normale Componente des Elementes ds gleich $ds \cos\varphi$ ist, so ergiebt sich ihre Wirkung in der Richtung der Axe, welche allein bei der Summation der Wirkungen sämmtlicher Elemente in Betracht kommt

Fig. 135.



$$X = \frac{i\mu\, ds\, r \cos\varphi}{e^3},$$

wobei wir, wie in §. 243, die Constante, mit der dieser Werth zu multipliciren ist, gleich Eins setzen.

Fällt man ein Loth $dsB = r$ vom Element ds auf die Axe der Spirale und bezeichnet die Länge des Drahtes derselben von der Grundfläche O bis zum Element ds mit s, so ist $BM = a + s \sin\varphi$, also $e^2 = r^2 + (a + s \sin\varphi)^2$. Führt man diesen Ausdruck in X ein und integrirt nach ds für die ganze Länge des Drahtes, so erhält man die Gesammtwirkung der Spirale

$$(X) = i\mu r \cos\varphi \int_0^S \frac{ds}{\sqrt{r^2 + (a + s \sin\varphi)^2}^3}$$

$$= \frac{i\mu \cos\varphi}{r \sin\varphi} \left\{ \frac{a + S.\sin\varphi}{\sqrt{r^2 + (a + S.\sin\varphi)^2}} - \frac{a}{\sqrt{r^2 + a^2}} \right\}.$$

In diesem Ausdrucke ist $S \sin\varphi = r$. — Ist die Neigung der Spiralwindungen gegen die auf der Axe der Spirale senkrechte Ebene klein, so ist nahezu $\cos\varphi = 1$. Ist ferner die Zahl der Windungen n, so ist $S = 2r\pi n$, also in diesem Falle

$$(X) = \frac{i\mu\pi n}{l} \left\{ \frac{a + 2l}{\sqrt{r^2 + (a + 2l)^2}} - \frac{a}{\sqrt{r^2 + a^2}} \right\} \quad . \; . \; . \; . \; 1)$$

Molecül und die Rotationsflächen gleicher, zur Kreisebene normaler Componenten theils durch Rechnung bestimmt, theils durch Versuche die Rechnungsresultate bestätigt, bei denen die Ablenkungen des Magnetes mittelst eines Spiegelmagnetometers durch einen vom Strome durchflossenen Drahtkreis gemessen wurden, welcher an einem vor dem Magnet in der Richtung des magnetischen Meridians aufgestellten und in verticaler Richtung verschiebbaren Brett befestigt war.

[1]) Hädenkamp, Pogg. Ann. 78, 59. 1849. Siehe auch Minchin, Phil. Mag. [8] 37, 204, 1894; Beibl. 18, 591. — Das Magnetfeld dicht an einem Leitungsdraht siehe Minchin, Phil. Mag. [5] 36, 201, 1893; Beibl. 18, 131.

Zieht man von M nach der Peripherie der beiden äussersten Windungen der Spirale zwei Linien, welche mit ihrer Axe die Winkel ψ und ψ_1 bilden, so ist auch

$$(X) = \frac{i\mu\pi n}{l}(\cos\psi - \cos\psi_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

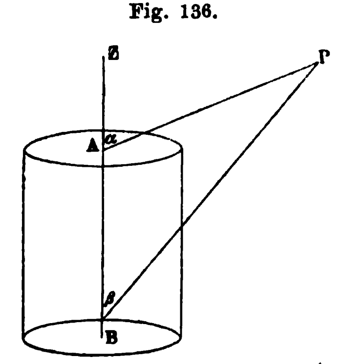
Durch diese Kraft (X) wird das magnetische Theilchen je nach seiner Polarität und je nach der Richtung des Stromes in die Spirale hineingezogen oder herausgestossen. Ist z. B. M ein Nordpol, fliesst in der Spirale der Strom auf der dem Beschauer zugekehrten Seite von unten nach oben, so wird M angezogen [1]).

Liegt das magnetische Theilchen im Mittelpunkte der Spirale, so 251 ist ihre Wirkung, wie sich durch Differentiation des obigen Ausdruckes

---

[1]) James Stuart (Phil. Mag. [4] 45, 219, 1873) hat die Anziehung eines magnetischen Elementes P (Fig. 136) durch eine Spirale berechnet, deren Axe $AB = 2f$, deren innerer und äusserer Durchmesser b und $b + c$ ist.

Fig. 136.



Ist $\angle ZAP = \alpha$, $ZBP = \beta$, so sind die Componenten der Anziehung in der Richtung der Axe $AB\,(Z)$ und senkrecht dagegen, in der Richtung der Radien der Windungen der Spirale (Y), wenn der Magnetismus von P gleich Eins gesetzt wird:

$$Z = \frac{(b+c)^3 - b^3}{6f^2}\left\{-(\cos\beta - \cos\alpha) + \cos^3\beta - \cos^3\alpha\right\}$$

$$+ \frac{(b+c)^5 - b^5}{80f^4}\left\{-9(\cos\beta - \cos\alpha) + 33(\cos^3\beta - \cos^3\alpha)\right.$$

$$\left. - 39(\cos^5\beta - \cos^5\alpha) + 15(\cos^7\beta - \cos^7\alpha)\right\}$$

$$+ \frac{(b+c)^7 - b^7}{896f^6}\left\{-75(\cos\beta - \cos\alpha) + 575(\cos^3\beta - \cos^3\alpha)\right.$$

$$- 1590(\cos^5\beta - \cos^5\alpha) + 2070(\cos^7\beta - \cos^7\alpha)$$

$$\left. - 1295(\cos^9\beta - \cos^9\alpha) + 315(\cos^{11}\beta - \cos^{11}\alpha)\right\}$$

ergiebt, im Maximum. In diesem Falle ist $a = -l$. Ist die Diagonale der Spirale $2d$, so wird $d^2 = r^2 + l^2$, also

$$(X_m) = \frac{2 i \mu \pi n}{\sqrt{r^2 + l^2}} = \frac{2 i \mu \pi n}{d}.$$

Ist die Spirale sehr lang gegen ihren Durchmesser, so ist d sehr nahe gleich ihrer Länge. Dann ist die Kraft, mit der ein Strom in der Spirale auf ein in ihrer Mitte liegendes Theilchen wirkt, von ihrem Durchmesser nahezu unabhängig [1]).

Von der Mitte der Spirale nach den Enden nimmt die Kraft ab. Man kann indess der Spirale eine solche Länge geben, dass bei einer

---

$$\begin{aligned} Y = & \frac{(b+c)^3 - b^3}{6 f^2} \left\{ + (\sin^3 \beta - \sin^3 \alpha) \right\} \\ & + \frac{(b+c)^5 - b^5}{80 f^4} \left\{ - 12 (\sin^5 \beta - \sin^5 \alpha) + 15 (\sin^7 \beta - \sin^7 \alpha) \right\} \\ & + \frac{(b+c)^7 - b^7}{896 f^6} \left\{ + 120 (\sin^7 \beta - \sin^7 \alpha) - 420 (\sin^9 \beta - \sin^9 \alpha) \right. \\ & \left. + 315 (\sin^{11} \beta - \sin^{11} \alpha) \right\}. \end{aligned}$$

Beide Werthe Z und Y convergiren für alle Punkte, die weiter von den Punkten der Axe entfernt sind, als $b + c$; so auch für Punkte auf der Axe selbst, die von A oder B weiter entfernt sind, als $b + c$. Für andere Punkte auf der Axe ist, wenn z der Abstand des angezogenen Punktes von der Mitte der Spirale ist:

$$\begin{aligned} Z = & \frac{(b+c)^3 - b^3}{6 (z^2 - f^2)^2} \left[(z+f)^2 - (z-f)^2 \right] \\ & + 3 \frac{(b+c)^5 - b^5}{40 (z^2 - f^2)^4} \left[(z+f)^4 - (z-f)^4 \right] \\ & - 5 \frac{(b+c)^7 - b^7}{112 (z^2 - f^2)^6} \left[(z+f)^6 - (z-f)^6 \right] \end{aligned}$$

Diese Formel giebt die Werthe Z für Punkte auf der Axe, für die $Z \geqq b + c + f$ ist. Y ist für Punkte auf der Axe gleich Null.

[1]) Aus obigen Betrachtungen lässen sich einige Sätze für die Wirkung der Spiralen auf Reihen von magnetischen Elementen (Eisenkerne) ableiten, so z. B.:

1) Die Wirkung einer cylindrischen Magnetisirungsspirale auf einen cylindrischen conaxialen Eisenkern ist proportional der Stromstärke und der Differenz der Summen der Diagonalen und der Summen der nicht parallelen Seiten des Trapezes, dessen parallele Seiten die Axe des Eisenkernes und eine Seite des Spiralencylinders bilden (Hädenkamp, Crelle's J. **44**, 83, 1852); oder allgemeiner:

2) Die magnetisirende Wirkung einer Spirale auf einen Eisenkern ist proportional dem Product der Stromstärke mit der Summe der Cosinus aller Winkel, welche die in der Ebene eines axialen Schnittes von einem Punkte jeder Windung zu den Endpunkten der Axe des Kernes gezogenen Geraden mit derselben einschliessen (von Waltenhofen, Wiener Ber. [2] **67**, 417, 1873; Pogg. Ann., Jubelband, S. 224, 1874).

Doch dürfen diese Sätze nur bei der Magnetisirung solcher Kerne ihre Anwendung finden, deren Theile nicht magnetisirende Wechselwirkungen auf einander ausüben. Im Allgemeinen werden die Formeln im Text für die Berechnungen genügen.

gewissen Verschiebung b des magnetischen Theiles nach ihren beiden Enden die Kraft sich nur um einen bestimmten kleinen Theil vermindert. Setzen wir in die Formel 2) für $\cos\psi$ und $\cos\psi_1$ die Werthe ein, so erhalten wir

$$(X) = \frac{i\mu\pi n}{l}\left\{\left(1+\frac{r^2}{(l+b)^2}\right)^{-1/2}+\left(1+\frac{r^2}{(l-b)^2}\right)^{-1/2}\right\}.$$

Setzen wir $l = \sqrt{d^2 - r^2}$, $\varrho = r/d$, so können wir diesen Ausdruck in eine Reihe nach Potenzen von ϱ entwickeln. Ist r gegen l und d klein, so kann

$$\sqrt{1-\varrho^2} = 1 - \tfrac{1}{2}\varrho^2, \quad \frac{1}{\sqrt{1-\varrho^2}} = 1 + \tfrac{1}{2}\varrho^2$$

gesetzt werden, und es wird:

$$(X) = \frac{2i\mu\pi n}{d}\left(1 - \frac{3d^2 - b^2}{2(d^2 - b^2)^2}\varrho^2 b^2 + \cdots\right).$$

Soll nun die Wirkung (X) auf den um b von der Mitte der Axe der Spirale entfernten Punkt μ von der Wirkung $2i\mu\pi n/d$ in der Mitte selbst nur um einen aliquoten Theil m differiren, so muss

$$m = \frac{3d^2 - b^2}{2(d^2 - b^2)^2}\varrho^2 b^2$$

sein, oder

$$\frac{b^2}{d^2} = 1 + \frac{\varrho^2}{4m + 2\varrho^2}\left(1 \pm \sqrt{\frac{16m}{\varrho^2} + 9}\right).$$

Ist die Spirale etwa 40 mal so lang als ihr Durchmesser, so ändert sich hiernach auf über $^7/_8$ ihrer Länge die Wirkung auf einen in ihrer Axe befindlichen Magnetpol nur um $^1/_{100}$ und auf über $^2/_3$ ihrer Länge nur um $^1/_{1000}$ [1]).

Man kann die Wirkung einer Spirale auch berechnen, indem man ihre Windungen durch Magnetflächen ersetzt. Ist die Steigung der Windungen so klein, dass man deren Ebenen als normal zur Axe der Spirale ansehen kann, ist i die Stromintensität, f die von jeder Windung umkreiste Fläche, ε die Drahtdicke jeder Windung, n die Zahl der Windungen auf der Längeneinheit, also $\varepsilon = 1/n$, so muss das Moment des den Strom in jeder Windung ersetzenden Magnetes $m = if$ sein [2]). 252

Nehmen wir die Magnete von der Länge ε und dem Querschnitt Eins, ist der freie Magnetismus an ihren Enden σ, so ist auch $m = \varepsilon\sigma f$. Ist der von der Spirale umschlossene Raum gleich $v = \varepsilon\Sigma f$, so ist das Gesammtmoment der Spirale $M = i\Sigma f = \varepsilon\sigma\Sigma f = \sigma v$ und das mittlere Moment der Volumeneinheit $\mu = M/v = i/\varepsilon = \sigma = ni$.

---

[1]) W. Weber, Elektrodyn. Maassbest. 3, 546, 1852. — [2]) Stefan, Wien. Ber. 69 [2], 165, 1874.

Sind die Spiralwindungen gleich gross, so bleiben nur an den Enden zwei bezw. mit Nord- und Südmagnetismen von der Dichte ni belegte Flächen; sind sie nicht gleich (wie z. B. bei parallelen Windungen auf einer Kugel, einem Ellipsoid), so behält je die eine kleinere Fläche berührende grössere noch einen uncompensirten Streifen am Rande. Sämmtliche derartige Streifen bilden eine Schicht von freiem Magnetismus auf der Oberfläche des umwundenen Raumes [1]).

253 Liegt der betrachtete Punkt im Inneren der Spirale, so tritt zu der Wirkung der Oberflächenbelegung noch eine zweite hinzu, da sich hier der Punkt zwischen zwei die Spiralwindungen ersetzenden Magnetplatten befindet, welche ihm unendlich nahe sind, also als unendlich gross betrachtet werden können.

Ist die Dichtigkeit des Magnetismus auf denselben σ, so ergiebt sich die von ihnen aus auf den Punkt wirkende Kraft gleich $4\pi\sigma = 4\pi n i$ (s. w. u.).

Um dann die Wirkung eines von parallelen Spiralwindungen umflossenen Raumes, der einen homogenen Magnet darstellt, zu berechnen, kann man ihn gleichförmig mit gleichen Quantitäten positiven und negativen Magnetismus $\pm\varrho$ erfüllt denken. Man verschiebt den negativ geladenen Raum um eine sehr kleine Strecke λ auf der magnetischen Axe und berechnet die Wirkung der so getrennten Magnetismen. Bei dieser Verschiebung beschreibt das Oberflächenelement ω ein Prisma, welches einen Magnet vom Moment $\varrho\lambda\omega\cos\vartheta$ darstellt, wo ϑ der Winkel zwischen λ und der Normale zu ω ist. Der positive und der negative Körper wirken zusammen wie ein homogener Magnet, dessen Moment in der Volumeneinheit $\mu = \varrho\lambda$ ist.

254 So ist die Wirkung einer mit parallelen Spiralwindungen umgebenen Kugel vom Radius a auf einen äusseren Punkt dargestellt durch die eines kleinen in ihrem Mittelpunkte gelegenen Magnetes vom Moment

$$M = \frac{4\pi a^3}{3}\varrho\lambda = \frac{4\pi a^3}{3}\mu = \frac{4\pi a^3}{3} ni \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

Auf einen inneren Punkt wirken nur die Theile der beiden magnetischen Kugeln, für die er Oberflächenpunkt ist.

Ist der Anfangspunkt der Coordinaten im Centrum der positiven Kugel und sind die Coordinaten des betrachteten Punktes xyz, wobei x mit der magnetischen Axe zusammenfällt, so wirkt die positive Kugel auf ihn mit den Kräften

$$\varrho\frac{4\pi x^3}{3}\cdot\frac{1}{x^2} = \frac{4\pi\varrho}{3}x; \quad \frac{4\pi\varrho}{3}y; \quad \frac{4\pi\varrho}{3}z$$

[1]) C. Neumann, Crelle's J. 37, 47, 1848; vergl. auch Lipschitz, Crelle's J. 69, 109, 1868: Riecke, Pogg. Ann. 145, 218, 1872.

und die negative mit den Kräften

$$-\frac{4\pi\varrho}{3}(x+\lambda); \quad -\frac{4\pi\varrho}{3}y; \quad -\frac{4\pi\varrho}{3}z.$$

Die Resultante aus diesen Kräften ist

$$-\frac{4\pi\varrho}{3}\lambda = -\frac{4\pi\mu}{3} = -\frac{M}{a^3} = -\frac{4\pi}{3}ni.$$

Zu derselben ist noch die Kraft $4\pi ni$ zu addiren, so dass die gesammte auf den inneren Punkt wirkende Kraft

$$-\frac{4\pi}{3}ni + 4\pi ni = \frac{8\pi}{3}ni$$

ist. Sie ist unabhängig von der Lage des Punktes im Inneren der Kugel.

255 Aehnlich ergiebt sich bei einem Rotationsellipsoid, wenn die magnetische Axe mit der Rotationsaxe zusammenfällt, die Gesammtkraft für einen inneren Punkt

$$4\pi ni\left(1-\frac{b^2}{a^2}\frac{1}{\varepsilon^3}\left[\frac{1}{2}\log\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}-\varepsilon\right]\right),$$

wo b und a die Halbaxen, $\varepsilon^2 = (a^2 - b^2)/a^2$ ist.

Eine Spirale, welche eine Kugel oder ein Ellipsoid senkrecht zu seiner Rotationsaxe umgiebt, stellt somit in demselben ein gleichartiges Magnetfeld dar [1]).

256 In vielen Fällen ist es sehr schwierig, die Dimensionen eines Leiters direct auszumessen und danach seine Einwirkung auf einen magnetischen Punkt, bezw. das auf eine Magnetnadel ausgeübte Drehungsmoment zu berechnen.

Auf empirischem Wege kann dies nach einer Methode von Bosscha [2]) geschehen, wobei man das unbekannte Drehungsmoment d_1 des Leiters A_1 mit dem bekannten Drehungsmoment d eines Leiters A von einfachen Dimensionen, z. B. eines einfachen Drahtkreises, vergleicht.

Man stellt die Leiter A und A_1 auf zwei diametral einander entgegengesetzten Seiten einer Magnetnadel auf und verzweigt den Strom einer Säule durch beide so, dass er sie neben einander durchfliesst, und durch die Einwirkung jedes der beiden Zweigströme W und W_1 die Nadel in entgegengesetzten Richtungen abgelenkt wird. Man schaltet in den einen Zweig W_1 der Leitung, dessen Wirkung stärker ist, eine Rheostatenlänge ein, so dass die Nadel auf Null steht. Dann verhalten sich die Intensitäten in beiden Zweigen umgekehrt wie die Widerstände, und ebenso umgekehrt wie die von den Leitern ausgeübten

---

[1]) Eine Berechnung der Wirkung von Spiralen mit variabler Windungszahl von der Mitte nach den Enden siehe Wallentin, Wien. Ann. 1, 452, 545, 1877. — [2]) Bosscha, Pogg. Ann. 93, 402, 1854. Aehnlich auch Skinner, Proc. Amer. Assoc. 36, 85, 1887; Beibl. 14, 302.

Drehungsmomente. Sind also die Widerstände beider Zweige ϱ und ϱ_1, so verhält sich

$$d : d_1 = \varrho : \varrho_1 \qquad \text{I)}$$

In den Zweig W_1 schaltet man nun einen Draht l ein und stellt den Rheostat zurück, bis die Nadel wieder auf Null kommt. Man hat hierdurch den Widerstand l des Drahtes in Rheostateneinheiten bestimmt. Fügt man jetzt den Draht l in den Zweig W ein, so muss man den Rheostat um die Länge l_1 verändern, um die Nadel auf Null zu erhalten. Es verhält sich dann wiederum

$$d : d_1 = \varrho + l : \varrho_1 + l_1 \qquad \text{II)}$$

Also nach Gleichung I)

$$d : d_1 = l : l_1 \qquad \text{III)}$$

257 Maxwell[1]) hängt zu demselben Zwecke im Mittelpunkte einer Normalspirale von bekannten Dimensionen eine kleine Magnetnadel auf und ermittelt das Moment der zu untersuchenden Spirale, indem er durch dieselbe und die Normalspirale einen Strom in entgegengesetzter Richtung leitet und die erstere Spirale der letzteren conaxial so lange verschiebt, bis die Nadel auf Null steht.

Ist das so gefundene Moment gleich g_1 für einen durch die Spirale fliessenden Strom Eins, so ist die Wirkung auf einen in der Mitte der Spirale liegenden Punkt gleich

$$G = 2\frac{g_1}{r^3} + 3\frac{g_2}{r^4} + 4\frac{g_3}{r^5}\cdots$$

wo $g_1, g_2, g_3 \ldots$ Constante sind.

Stellt man die Versuche bei verschiedenen Abständen der Spirale von der Magnetnadel und auf entgegengesetzten Seiten derselben an, so kann man $g_2, g_3 \ldots$ eliminiren.

258 F. Kohlrausch[2]) vergleicht ebenfalls das Drehungsmoment kreisförmiger Drahtspiralen mit dem eines einzelnen Drahtkreises, wodurch zugleich die für gewisse Untersuchungen (Bestimmung der absoluten Widerstandseinheit) erforderliche Ausmessung des von den Windungen der Spirale umschlossenen Flächenraumes ermöglicht wird. Man stellt die Spirale mit ihrer Axe in ostwestlicher Richtung auf und entweder (in erster Hauptlage I) in der Richtung östlich oder westlich von ihrem Mittelpunkte oder auch nördlich oder südlich von demselben (in zweiter Hauptlage II) in gleicher Horizontalebene mit ihm eine kleine Magnetnadel, welche in einem einfachen Drahtkreise schwebt, dessen Axe ebenfalls ostwestlich gerichtet ist. Statt der Nadel und des Drahtkreises verwendet man eine einfache Tangentenbussole.

---

[1]) Maxwell, Treatise, 1. edit. **2**, 354; 1875, 2. edit. **2**, 363, 1881. —
[2]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. **18**, 513, 1883.

Man leitet durch die Spirale und die Tangentenbussole einen Strom von der Intensität i, so dass er in beiden auf die Nadel in gleichem Sinne wirkt. Ist dann die Ablenkung der Nadel φ, der Magnetismus derselben M, der Halbmesser des Drahtkreises der Tangentenbussole R, der Flächenraum der Spirale F, der Abstand ihres Mittelpunktes von dem der Nadel a, so sind die durch den Strom in dem Drahtkreise der Bussole und in der Spirale in der ersten Hauptlage ausgeübten Drehungsmomente, falls die Dimensionen der Spirale gegen a zu vernachlässigen sind,

$$iM\frac{2\pi}{R}\cos\varphi \quad \text{und} \quad 2iM\frac{F}{a^3}\cos\varphi.$$

Das Drehungsmoment durch den Erdmagnetismus und die Torsion des Fadens sei zusammen $-CM\sin\varphi$. — Wird der Strom in der Tangentenbussole allein gewendet, so sei die Ablenkung der Nadel φ_1. Dann ist also

$$\left(2\frac{F}{a^3}+\frac{2\pi}{R}\right)i = C\,tg\,\varphi \quad \text{und} \quad \left(2\frac{F}{a^2}-\frac{2\pi}{R}\right)i = C\,tg\,\varphi_1,$$

daher

$$F = \frac{a^3\pi}{R}\cdot\frac{tg\,\varphi + tg\,\varphi_1}{tg\,\varphi - tg\,\varphi_1}.$$

Wird die Spirale gegen die Nadel in die zweite Hauptlage gebracht, so ist die rechte Seite der Gleichung noch mit 2 zu multipliciren.

Sind die Dimensionen der Spiralen gegen a nicht zu vernachlässigen, ist l die Länge der Spirale, r_0 ihr innerer, r_1 ihr äusserer Halbmesser, enthält die Spirale m Lagen von je n Windungen, so ist, wenn $\pi mn/(r_1 - r_0) = 3F(r_1^3 - r_0^3)$ gesetzt wird, die von derselben auf einen im Abstande a von ihrer Mitte entfernten Punkt in ihrer Axe in der ersten Hauptlage ausgeübte Kraft K

$$K = 2\frac{Fi}{a^3}\left[1+\frac{1}{a^2}\left(\frac{1}{2}l^2 - \frac{9}{10}\frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3}\right) + \frac{1}{a^4}\left(\frac{3}{16}l^4 - \frac{9}{8}l^2\frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3} + \frac{45}{56}\frac{r_1^7 - r_0^7}{r_1^3 - r_0^3}\right)\right].$$

Befindet sich an der Stelle des magnetischen Punktes Eins eine kleine Magnetnadel von der Länge λ und dem Magnetismus M (am besten mit drehbarem Spiegel, um die Ablesungen von der Seite zu erleichtern) und bildet sie mit der Ebene der Windungen der Spirale den Winkel φ, so ist das auf sie ausgeübte Drehungsmoment

$$KM\left(l - \frac{1}{3}\frac{\lambda^2}{a^2}\right)\cos\varphi.$$

In der zweiten Hauptlage ist die ausgeübte Kraft

$$K = \frac{Fi}{a^3}\left[1+\frac{1}{a^2}\left(-\frac{3}{8}l^2 + \frac{27}{40}\frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3}\right) + \frac{1}{a^4}\left(\frac{15}{128}l^4 - \frac{45}{64}l^2\frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3} + \frac{225}{448}\frac{r_1^7 - r_0^7}{r_1^3 - r_0^3}\right)\right]$$

und das Drehungsmoment, welches auf die wie oben an die Stelle des magnetischen Punktes gebrachte, um den Winkel φ abgelenkte Magnetnadel ausgeübt wird

$$KM\left(1 + \frac{\lambda^2}{a^2}\right) \cos\varphi.$$

Bei kreisförmigen Magnetspiegeln vom Durchmesser d ist in der ersten Hauptlage d für λ, in der zweiten $^2/_3\, d^2$ für λ^2 zu setzen.

Wird der Strom in der Tangentenbussole umgekehrt, so trete auch hier der Ablenkungswinkel φ_1 an Stelle von φ. Wir werden dann ein Correctionsglied hinzufügen und setzen können:

$$F = \frac{a^3\pi}{R} \cdot \frac{tg\,\varphi + tg\,\varphi_1}{tg\,\varphi - tg\,\varphi_1} \cdot \frac{1 + \varepsilon + \zeta}{1 + \delta}.$$

In dem Correctionsgliede hängt δ von der Länge und Breite der Spirale ab und ist, wenn

$$\frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^0} = P, \qquad \frac{r_1^7 - r_0^3}{r_1^3 - r_0^3} = P'$$

ist, in der

$$\text{I. Hauptlage } \delta = \frac{1}{a^2}\left(\frac{1}{2}\,l^2 - \frac{9}{10}\,P\right) + \frac{1}{a^4}\left(\frac{3}{16}\,l^4 - \frac{9}{8}\,l^2 P + \frac{45}{56}\,P'\right),$$

$$\text{II. Hauptlage } \delta = \frac{1}{a^2}\left(-\frac{3}{8}\,l^2 + \frac{27}{40}P\right) + \frac{1}{a^4}\left(\frac{15}{125}\,l^4 - \frac{45}{64}\,l^2 P + \frac{225}{448}\,P'\right).$$

Der Werth ε hängt von der Breite b und der Dicke h des aus einer Windung gebildeten Ringes der Tangentenbussole und einer Correction η wegen der Zuleitung ab und ist

$$\varepsilon = \frac{1}{6}\,\frac{h^2}{R^2} - \frac{1}{8}\,\frac{b^2}{R^2} + \eta.$$

Endlich ist ζ durch die Nadellänge λ, bezw. den Durchmesser d des Magnetspiegels bedingt und ist

$$\text{I. Hauptlage } \zeta = \frac{1}{2}{}^{1)}\,\frac{\lambda^2}{a^2} + 0{,}13\,\frac{\lambda^2}{R^2} \quad \text{bezw.} \quad \zeta = 0{,}46\,\frac{d^2}{a^2} + 0{,}12\,\frac{d^2}{R^2}$$

$$\text{II. Hauptlage } \zeta = -\,\frac{\lambda^2}{a^2} + 0{,}13\,\frac{\lambda^2}{R^2} \quad \text{bezw.} \quad \zeta = -\,\frac{2}{3}\,\frac{d^2}{a^2} + 0{,}12\,\frac{d^2}{R^2}.$$

Der Berechnung von F liegt die Voraussetzung zu Grunde, dass der ganze von den Drahtwindungen eingenommene Querschnitt der Spirale gleichförmig von dem Strome erfüllt werde. Dies ist aus zwei Gründen nicht ganz exact.

Einmal sind die äusseren Fasern jeder Windung länger als die inneren, was bei dicken Drähten in Betracht kommt. Ist r der Radius einer Windung, ϱ der des Drahtes, so ist für die Wirkung auf den Mittel-

---

[1]) Nahe $^1/_2$; siehe Heydweiller, Wied. Ann. 41, 880, 1890.

punkt $r - {}^1/_2\, \varrho^2/r$, für die auf einen entfernten Punkt $r - {}^1/_8\, \varrho^2/r$ an Stelle von r zu setzen.

Sodann legen sich die einzelnen Windungsschichten nicht gerade auf einander. Nur in diesem Falle könnte man für den Strom in den Drahtwindungen einen solchen setzen, welcher das um den Durchschnitt der Windungen beschriebene Quadrat erfüllt. Die Windungen senken sich aber in die Zwischenräume derjenigen der darunter liegenden Schichten ein. Würden sie sich ganz in dieselben einlegen und substituirt man an Stelle des kreisförmigen Querschnittes der Drähte ein dasselbe umschliessendes regelmässiges Sechseck, so kann man annehmen, dass der ganze Strom einen Hohlcylinder erfülle, auf welchen gleichschenkelige Dreiecke von der Basis 2ϱ und der Höhe $\varrho/\sqrt{3}$ aufgesetzt sind. Letztere können wiederum durch eine Schicht von rechteckigem Querschnitt von der Länge der Spirale als Breite und ${}^2/_3\, \varrho \sqrt{3} = 0{,}385\, \varrho$ als Dicke ersetzt werden, in welcher die Stromdichtigkeit im Verhältnisse der Querschnitte, bezw. von $3:4$ kleiner zu nehmen ist, als in den Dreiecksflächen. Sind R_0 und R_1 die inneren und äusseren über den letzten Drähten mit den Bespinnungen gemessenen Radien, so sind die Radien der äusseren und inneren rechteckigen Schicht $R_1 - 0{,}038\,\varrho$ und $R_1 - 0{,}423\,\varrho$ und die Spirale ist durch zwei gleichmässig vom Strome erfüllte Hohlcylinder von den Radien $R_0 + 0{,}038\,\varrho$ und $R_1 - 0{,}038\,\varrho$ mit der Stromdichtigkeit ${}^3/_4$ und von den Radien $R_0 + 0{,}423\,\varrho$ und $R_1 - 0{,}423\,\varrho$ mit der Stromdichtigkeit ${}^1/_4$ zu ersetzen. In Folge davon ist im ersten Correctionsgliede $(r_1^5 - r_0^5)/(r_1^3 - r_0^3)$ zu ersetzen durch:

$$\frac{R_1^5 - R_0^5}{R_1^3 - R_0^3}\left[1 + \varrho\left(0{,}40\,\frac{R_1^2 - R_0^2}{R_1^3 - R_0^3} - 0{,}67\,\frac{R_1^4 - R_0^4}{R_1^5 - R_0^5}\right)\right].$$

Die Correction ist nur von Bedeutung, wenn ϱ sehr gross und die Windungsweite klein ist.

Um die schwierige Bestimmung von a zu umgehen, stellt man die Nadel auf zwei diametral gegenüber liegenden Seiten der Spirale auf und misst den Abstand $2a$ des dieselbe tragenden Coconfadens in beiden Lagen. In der zweiten Hauptlage hängt man über einen horizontalen Maassstab ein an einem Coconfaden befestigtes Loth, welches durch eine horizontale Schraube verstellt werden kann, genau hinter den Faden des Magnets. Das Visiren geschieht durch das senkrecht zum Magnetspiegel, bezw. Meridian orientirte Ablesefernrohr. In der ersten Hauptlage, wo der Ring der Tangentenbussole das Visiren verhindert, bringt man am Magnetometer in einem constanten Abstande von dem Faden des Magnetes ein zweites Senkel an einem seitlichen Fortsatze an dem Knopfe der den Faden tragenden Schraube östlich oder westlich an und visirt darauf.

Die Ablenkungsbeobachtungen finden stets nach beiden Seiten statt, also mit Commutation des Stromes in der Tangentenbussole und auch des Hauptstromes. Sind für die Stellungen des Hauptcommutators I

und II und des Commutators der Tangentenbussole 1 und 2 die Ablenkungen (I, 1) $= n_1$, (II, 1) $= n_2$, (I, 2) $= n_1'$, (II, 2) $= n_2'$, und ist $n_1 - n_2 = x$, $n_1' - n_2' = x'$, A der Abstand der Scala vom Spiegel, so wird

$$\varphi = \frac{1}{2} \, arc\, tg \, \frac{x}{2A}; \quad \varphi_1 = \frac{1}{2} \, arc\, tg \, \frac{x'}{2A},$$

und wenn man in Reihen entwickelt und $1/_{128}\, x^4/A$ gegen Eins vernachlässigt

$$p = \frac{tg\,\varphi + tg\,\varphi_1}{tg\,\varphi - tg\,\varphi_1} = \frac{x + x'}{x - x'}\left(1 + 1/_8 \frac{x x'}{A^2}\right),$$

wobei das Vorzeichen von xx' in Betracht zu ziehen ist.

Ergiebt sich der Werth p bei Aufstellung der Tangentenbussole auf entgegengesetzten Seiten sehr ungleich, gleich p_1 und p_2, da die Abstände nicht gleich, sondern $a \pm \alpha$ sind, und ist der dem Abstande a entsprechende Werth gleich p_0, so ist

$$p_0\, a^3 = p_1\,(a + \alpha)^3 = p_2\,(a - \alpha)^3,$$

also

$$p_0 = \frac{p_1 + p_2}{2}\left[1 - \frac{2}{3}\left(\frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}\right)^2\right].$$

Beobachtet man nach einander bei dem Abstande a in erster und zweiter Hauptlage, so ist das erste Correctionsglied δ in der zweiten Hauptlage entgegengesetzt und nur $3/_4$ von dem in der ersten Hauptlage. Werden also in der zweiten Hauptlage bei dem Abstande a_2, in der ersten Hauptlage bei dem Abstande a_1 Beobachtungen angestellt, wo $a_1/a_2 = \sqrt{4/_3} = 1{,}155$, so kann man das Mittel aus denselben nehmen, um dadurch das Correctionsglied zu eliminiren. Sind T_1 und T_2 die Verhältnisse der Werthe $(tg\,\varphi + tg\,\varphi_1)/(tg\,\varphi - tg\,\varphi_1)$ in beiden Fällen, so wird:

$$F\left[1 + \frac{19}{(2a_1)^2}\left(\frac{1}{6}\, l^4 - l^2 P + \frac{5}{7}\, P'\right)\right]$$
$$= \frac{\pi}{R}\left(1 + \varepsilon + \frac{\zeta_1 + \zeta_2}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\, a_1^3\, T_1 + a_2^3\, T_2\right).$$

259 Eine Abänderung dieser Methode, wie sie auch für lange Drahtspiralen benutzt werden kann, ist von Heydweiller[1]) angegeben worden. Sie beruht darauf, dass man ähnlich wie bei der Bestimmung des Abstandes der Pole eines Magnetes die Länge der Spirale misst. Es sei l die Länge eines aus mehreren Drahtlagen bestehenden Solenoids, r_0 sein innerer, r_1 sein äusserer Durchmesser, F seine Windungsfläche, N seine Windungszahl, i die Stärke des Stromes in demselben. Eine kleine Magnetnadel vom Moment m und der Länge λ werde in der ersten

[1]) Heydweiller, Wied. Ann. 41, 876, 1890.

Hauptlage, d. h. in der Verlängerung der zur Ebene des Meridians senkrechten Axe des Solenoids in symmetrischen Lagen im Abstande e von einander östlich und westlich von der Spirale aufgestellt. Dann ergiebt sich das Drehungsmoment, welches durch ein Solenoid von einer Windungslage vom Radius r auf die Nadel ausgeübt wird:

$$D = 16\pi m i \frac{N}{l} \frac{r^2 e}{(e^2 - l^2)^2} (1 - \theta),$$

wenn gesetzt wird

$$\theta = 6 r^2 \frac{e^2 + l^2}{(e^2 - l^2)^2} \left(1 + \frac{\lambda^2}{2 r^2}\right) - 10 r^4 \frac{3 e^4 + 10 e^2 l^2 + 3 l^4}{(e^2 - l^2)^2}.$$

Für ein Solenoid von mehreren Windungslagen wird, da $F = \pi N/3 \,.\, (r_1^3 - r_0^3)/(r_1 - r_0)$ ist

$$D = \frac{16 m F i e}{(e^2 - l^2)^2} \left\{1 - 3 \frac{e^2 + l^2}{e^2 - l^2} \frac{\lambda^2}{e^2 - l^2} - \frac{18}{5} \frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3} \frac{e^2 + l^2}{(e^2 - l^2)^2} + \frac{30}{7} \frac{r_1^7 - r_0^7}{r_1^3 - r_0^3} \frac{3 e^4 + 10 e^2 l^2 + 3 l^4}{(e^2 - l^2)^4}\right\}.$$

In der zweiten Hauptlage wird bei einer Windungslage

$$D = 8 \pi m N i \frac{r^2}{(e^2 + l^2)^{3/2}} \{1 + \vartheta\},$$

wo

$$\vartheta = \frac{12 e^2 - 3 l^2}{2 (e^2 + l^2)} \frac{\lambda^2}{e^2 + l^2} + {}^3/_2 \frac{r^2}{e^2 + l^2} \left(3 - 5 \frac{l^2}{e^2 + l^2}\right) + {}^5/_4 \frac{r^4}{(e^2 + l^2)^2} \left(15 - \frac{70 l^2}{e^2 + l^2} + \frac{63 l^4}{(e^2 + l^2)^2}\right),$$

und für ein Solenoid mit mehreren Windungslagen

$$D = \frac{8 m F i}{(e^2 + l^2)^{3/2}} \left\{1 + \frac{12 e^2 - 3 l^2}{2 (e^2 + l^2)} \frac{\lambda^2}{e^2 + l^2} + \frac{9}{10} \frac{r_1^5 - r_0^5}{r_1^3 - r_0^3} \frac{1}{e^2 + l^2} \left(3 - 5 \frac{l^2}{e^2 + l^2}\right) + \frac{15}{28} \frac{r_1^7 - r_0^7}{r_1^3 - r_0^3} \frac{1}{(e^2 + l^2)^2} \left(15 - \frac{70 l^2}{e^2 + l^2} + \frac{63 l^4}{(e^2 + l^2)^2}\right)\right\}.$$

Gehört die Nadel zu einer Tangentenbussole mit dem Radius R, deren Windung in der Ebene des magnetischen Meridians liegt, und werden die Ablenkungen x und x' der Nadel bei Wechsel der Stromrichtung in der Tangentenbussole beobachtet, so ist für ein einfaches Solenoid

$$8 \pi^2 N R (1 - \varepsilon - \zeta) \frac{e (1 - \theta)}{(e^2 - l^2)^2} = \frac{x + x'}{x - x} \left(1 + {}^1/_8 \frac{x x'}{A}\right) = p,$$

wo $\varepsilon = {}^1/_6 \frac{h^2}{R^2} - {}^1/_8 \frac{b^2}{R^2} + \eta^2$ und h eine Correction wegen der radialen Höhe und der axialen Breite b, η eine Correction wegen der Zuleitung zum Ringe der Tangentenbussole ist, ferner $\zeta = + 0{,}19 \, (\lambda^2/R^2)$ eine

Correction wegen des Polabstandes λ der Nadel ist. Werden die Beobachtungen bei einem Abstande e' beider Stellungen der Tangentenbussole angestellt, wofür θ' und p in θ und p' übergehen, so folgt

$$l = \sqrt{\frac{q e^2 - e_1^2}{q - 1}}, \quad \text{wenn} \quad q^2 = \frac{p}{p'} \frac{e'}{e} \frac{(1 - \theta')}{(1 - \theta)}$$

und daraus

$$r^2 = p \frac{(e^2 - l^2)^2}{e(1 - \theta)} \frac{1}{8NR(1 - \varepsilon - \zeta)} = p' \frac{(e'^2 - l^2)^2}{e'(1 - \theta')} \frac{1}{8NR(1 - \varepsilon - \zeta)}.$$

Aehnlich berechnet sich für ein mehrfaches Solenoid an Stelle von r die Windungsfläche F.

In der zweiten Hauptlage erhält man ganz analog für ein einfaches Solenoid

$$l = \sqrt{\frac{e'^2 - q_1 e^2}{q' - 1}}, \quad \text{wenn} \quad q_1 = \left[\frac{p_1}{p_1'} \frac{(1 + \vartheta')}{(1 + \vartheta)}\right]^{2/3}$$

und

$$r^2 = p_1 \frac{(e^2 + l^2)^{3/2}}{1 + \vartheta} \frac{1}{4NR(1 - \varepsilon - \zeta)} = p_1' \frac{e'^2 + b^2}{1 + \vartheta'} \frac{1}{4NR(2 - \varepsilon - \zeta)},$$

und ähnlich für ein mehrfaches Solenoid [1]).

260 Himstedt [2]) hat noch eine andere Methode angegeben, welche sich zur Vergleichung der Flächen zweier nicht sehr verschiedener und nicht zu schwerer Spiralen eignet, da dieselben bifilar aufzuhängen sind. Bei dieser Methode sind nur Winkelmessungen nöthig und wird das homogene magnetische Feld des Erdmagnetismus verwendet. Es sei F die Windungsfläche einer bifilar mit ihrer Axe senkrecht zum Meridian aufgehängten Spirale, I die Intensität des hindurchgeleiteten Stromes, H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, D die Directionskraft der Bifilaraufhängung, Φ die Ablenkung, so ist

$$IFH \cos \Phi = D \sin \Phi.$$

Wird ein einfacher Drahtkreis ebenso behandelt und sind die entsprechenden Werthe i, f, φ, d, so ist auch

$$ifH \cos \varphi = d \sin \varphi,$$

also

$$\frac{F}{f} = \frac{i}{I} \frac{D \operatorname{tg} \Phi}{d \operatorname{tg} \varphi}.$$

i/I erhält man durch Einschaltung eines Galvanometers in den Stromkreis. D/d wird entweder direct bestimmt, oder indem man das

---

[1]) Solche Messungen bei Gelegenheit der Ohmbestimmung von Roiti (Cimento [3] **15**, 97, 1884) ergaben, dass die geometrischen Ausmessungen solcher Spiralen nicht genügend genau die nach den älteren Formeln berechnete galvanische Fernewirkung ergab, so dass die danach berechneten absoluten Maassbestimmungen ebenfalls zu corrigiren sind (eine Polemik hierüber siehe Himstedt, Wied. Ann. **49**, 583, 1893 und Heydweiller, Wied. Ann. **50**, 570, 1893).

[2]) Himstedt, Wied. Ann. **18**, 433, 1883.

Gewicht der Spirale dem des Drahtkreises gleich macht und sie abwechselnd an den beiden Bifilarapparaten aufhängt und den Strom hindurchleitet, oder indem man hierbei beide Drahtringe nach einander an dieselbe Suspension hängt, wobei $d = D$ ist. Auch kann man den Drahtkreis und die Spirale zugleich an dieselben Aufhängedrähte hängen und den Strom abwechselnd in gleicher und entgegengesetzter Richtung durch beide leiten, wodurch wiederum die Directionskraft des Systems eliminirt werden kann. Sind die Ablenkungswinkel φ und φ', die Stromintensitäten I und I', so wird

$$(F + f)/(F - f) = I' tg\, \varphi / I\, tg\, \varphi'$$ [1]).

[1]) Die Annahme, dass sich Widerstandsrollen durch hindurchgeleitete Ströme so polarisiren, dass sie nach längerer Zeit nach dem Oeffnen bei wiederholtem Schliessen Ströme geben (Mendenhall, Science 8, 208, 1886. American Association 1886; Beibl. 10, 728), beruht auf Irrthümern, wahrscheinlich Thermoströmen in Folge der Erwärmung der Contactstellen (vergl. u. A. van Dyck, Science 8, 565, 1886. Beibl. 11, 473).

Zweites Capitel.

Magnetische und elektromagnetische Messmethoden.

I. Absolutes Maass des Magnetismus[1]).

261 Die Intensität eines galvanischen Stromes kann auf verschiedene Weise bestimmt werden. Wir haben schon Thl. I, §. 317 ein elektrostatisches, ein magnetisches und ein elektrochemisches Maass derselben angeführt und in der Elektrochemie (Thl. II, §. 631 u. flgde.) die Messung der Intensität vermittelst der Voltameter erwähnt. Ebenso können wir aus der Wärmemenge, die in einem in den Stromkreis eingefügten Platindrahte entwickelt wird, auf die Intensität des Stromes schliessen. Bei diesen Methoden erhält man indess nur den mittleren Werth der Intensität während eines längeren Zeitraumes. Viel zweckmässiger ist es, die Intensität der galvanischen Ströme durch ihr elektrodynamisches Verhalten oder aus ihrer Einwirkung auf eine durch den Erdmagnetismus gerichtete Magnetnadel zu bestimmen und auf diese Weise mit magnetischen Kräften zu vergleichen, wie wir auch schon Thl. I, §. 319 und 320, ein solches elektromagnetisches Maasssystem der Stromconstanten vorläufig mitgetheilt haben.

Um die unter verschiedenen Bedingungen angestellten Messungen unter einander vergleichen zu können, müssen wir zuerst ein gemeinsames **absolutes Maass des Magnetismus** herstellen.

Befinden sich in zwei Molecülen die Magnetismen m und m_1, ist ihre Entfernung von einander $= r$, so ist ihre Wechselwirkung:

$$A = \pm \frac{m m_1}{r^2},$$

---

[1]) Gauss, Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata. Comment. soc. reg. Gotting. recent. 8, 1832; Pogg. Ann. 28, 241, 591, 1833. Wir beschränken uns, dem Plane dieses Werkes gemäss, nur das Wichtigste über die Messung des Magnetismus in absolutem Maasse anzuführen.

wo das positive Zeichen zu wählen ist, wenn die magnetischen Massen gleichartig sind, also eine Abstossung zwischen ihnen stattfindet, welche ihre Entfernung zu vergrössern strebt.

In obiger Formel betrachten wir als Einheit des Magnetismus diejenige Menge desselben, welche auf eine gleich grosse Menge des gleichen Magnetismus in der Einheit der Entfernung eine abstossende Kraft ausübt, die gleich der Wirkung der beschleunigenden Kraft Eins auf die Masse Eins ist.

Gauss und Weber nehmen als Einheit der Zeit die Secunde, als Einheit der Länge das Millimeter, als Einheit der Masse die Masse eines Milligramms. — Neuerdings hat man, wie schon Thl. I, §. 319, bemerkt ist, allgemein das sogenannte C.-G.-S.-System angenommen, worin neben der Secunde als Längen- und Masseneinheit das Centimeter und die Masse eines Gramms gewählt ist.

262 Wir haben §. 105 die ältere Ansicht mitgetheilt, nach der jedes Theilchen eines magnetischen Körpers gleich viel entgegengesetzte magnetische Massen $\pm \mu$ enthält, welche im unmagnetischen Zustande des Körpers mit einander verbunden, im magnetischen Zustande in einer bestimmten Richtung von einander geschieden sind. Als ein Maass für die Grösse dieser Scheidung dient das magnetische Moment des Theilchens, d. i. das Product der in ihm getrennten magnetischen Massen μ mit dem Abstande, um den sie von einander entfernt worden sind. Wir sind nicht im Stande, diese beiden Grössen direct und getrennt von einander zu bestimmen. In der That, lassen wir das magnetische Theilchen ab, in welchem die magnetischen Massen $\pm \mu$ um die Länge ϱ von einander geschieden sind, auf ein in der Richtung seiner Axe liegendes nord- und südmagnetisches Element m wirken, dessen Abstand r von der Mitte von ab gegen die Länge ϱ sehr bedeutend ist, so ist wegen der Kleinheit von ϱ die Wirkung von ab auf m gleich

$$\frac{m\mu}{(r + {}^1/_2\,\varrho)^2} - \frac{m\mu}{(r - {}^1/_2\,\varrho)^2} = -\frac{2m\mu\varrho}{r^3}.$$

Die Wirkung ist hier also nur von dem Product $2\mu\varrho$ abhängig. Liegt das Element m nicht in der Axe von ab, sondern bildet die Verbindungslinie r mit der Axe einen Winkel α, so können wir es in zwei Componenten zerlegen, von denen die eine das Moment $2\mu\varrho\cos\alpha$ hat und mit der Verbindungslinie zusammenfällt, die zweite das Moment $2\mu\varrho\sin\alpha$ hat, auf letzterer senkrecht steht und keine Wirkung auf μ ausübt, da ihre Länge gegen r verschwindet. Dann ist also wieder die Wirkung nur von dem Momente des Theilchens $2\mu\varrho$ abhängig. — Wollen wir in dem magnetischen Körper schon fertige Molecularmagnete annehmen, die durch die Magnetisirung gerichtet werden, so wirkt

auch ein solches Molecül, dessen Länge ϱ, dessen schon geschiedene Fluida $\pm \mu$ sind, auf ein im Abstande r liegendes magnetisches Theilchen m mit der Kraft $2 \mu m \varrho \cos \varepsilon / r^3$, wo ε der Winkel zwischen r und der Axe des Theilchens ist. Die Annahme von Molecularströmen an Stelle der Molecularmagnete giebt nach §. 157 u. flgde. dieselben Resultate.

Bleiben wir indess bei der Annahme der beiden magnetischen Fluida stehen, so ist, wenn wir die auf ein ausserhalb des Körpers liegendes Theilchen entgegengesetzt wirkendon magnetischen Fluida desselben als positiv und negativ bezeichnen, die Gesammtsumme aller Fluida im Körper gleich Null, da er gleiche Quantitäten derselben enthält. Ist daher das magnetische Fluidum eines Molecüls des Körpers gleich dm, so ist für den ganzen Körper:

$$\int dm = 0.$$

263 Hat ein Molecül die Coordinaten x, y, z, so definirt man als **magnetische Momente des Körpers** in Bezug auf die drei Axen der x, y und z:

$$X = \int x dm, \quad Y = \int y dm, \quad Z = \int z dm,$$

wo die Integrationen über den ganzen Körper ausgedehnt sind. Wird der Anfangspunkt der Coordinaten auf der einen Axe, z. B. auf der X-Axe, um eine Länge c verschoben, so werden jetzt die Coordinaten des Elementes $\xi = x + c$, y und z, also das magnetische Moment nach der X-Axe:

$$X_0 = \int \xi dm = \int (x + c)\, dm = \int x dm + c \int dm.$$

Da $\int dm = 0$ ist, ist auch

$$X_0 = \int x dm = X.$$

Das magnetische Moment ist also nur von der Richtung abhängig, nicht aber von der Lage des Coordinatenanfangspunktes. Man kann demnach die Axen sich selbst parallel verschieben, ohne das magnetische Moment in Bezug auf sie zu ändern.

Legt man durch den Anfangspunkt der Coordinaten eine vierte Axe ON, welche mit den ersten Axen die Winkel α, β, γ bildet, so ist der Abstand e der Projection N des Punktes x, y, z auf diese Axe vom Coordinatenanfangspunkte:

$$ON = e = x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma,$$

also das magnetische Moment des Körpers in der Richtung dieser Axe:

$$N = \int x \cos \alpha\, dm + \int y \cos \beta\, dm + \int z \cos \gamma\, dm$$
$$= X \cos \alpha + Y \cos \beta + Z \cos \gamma.$$

Setzt man $X^2 + Y^2 + Z^2 = M^2$, und $X = M \cos a$, $Y = M \cos b$, $Z = M \cos c$, so ist

$$N = M (\cos a \cos \alpha + \cos b \cos \beta + \cos c \cos \gamma).$$

Wird durch den Anfangspunkt der Coordinaten noch eine fünfte Axe OL gelegt, welche mit der Axe ON den Winkel ω, mit den Axen der x, y und z die Winkel a, b, c macht, so ist

$$\cos \omega = \cos a \cos \alpha + \cos b \cos \beta + \cos c \cos \gamma,$$

also

$$N = M \cos \omega.$$

Fällt die vierte Axe mit der fünften zusammen, so ist $\cos \omega = 1$ im Maximum, und ebenso das magnetische Moment N im Maximum, also

$$N = M.$$

Die so gelegene Axe $OL = ON$, **für welche das magnetische Moment ein Maximum ist, heisst die magnetische Axe oder Hauptaxe des Körpers.**

Da sich das magnetische Moment nur nach der Richtung der Axen ändert, so ist auch nur die Richtung der magnetischen Axe hierdurch bestimmt, und unendlich viele parallele Linien können dafür genommen werden.

Steht die Axe ON senkrecht auf der magnetischen Axe, so ist $\cos \omega = 0$, also

$$N = 0.$$

Das magnetische Moment eines magnetischen Körpers in Bezug auf eine gegen seine magnetische Axe senkrechte Axe ist also gleich Null; in Bezug auf eine Axe, die mit derselben einen spitzen Winkel macht, positiv; in Bezug auf eine Axe, die mit ihr einen stumpfen Winkel bildet, negativ.

Um das magnetische Moment M eines Körpers in Bezug auf seine Hauptaxe zu bestimmen, lassen wir den Erdmagnetismus auf ihn wirken, welcher die in allen Theilen des Körpers enthaltenen magnetischen Fluida in gleicher Richtung anzieht oder abstösst, und zwar mit einer Kraft, die dem Product der erdmagnetischen Kraft mit der Quantität des magnetischen Fluidums entspricht. **264**

Im Allgemeinen bedient man sich hierbei der horizontalen Componente H der erdmagnetischen Kraft allein und sucht zwei Beziehungen zwischen M und H zu bestimmen, einmal das Product MH und dann den Quotienten M/H. Aus beiden Werthen berechnet sich dann einzeln M und H.

Wir wollen zunächst die Principien angeben, nach denen die Bestimmung der Werthe MH und M/H erfolgen kann.

265 1. **Bestimmung des Productes MH.** Werden die Punkte eines Körpers, deren Coordinaten x, y, z sind, von aussen durch gleiche und parallele Kräfte P beeinflusst, so gelten für denselben folgende Gleichgewichtsbedingungen:

$$1. \quad \Sigma P = 0.$$

$$2. \quad \Sigma Px = 0, \quad \Sigma Py = 0, \quad \Sigma Pz = 0.$$

Wird ein magnetischer Körper, dessen einzelne Theilchen den Magnetismus dm besitzen, an allen Stellen von aussen durch gleiche und parallele magnetische Kräfte sollicitirt, so ist die jedes Element bewegende Kraft Pdm. Dann ist die erste Bedingung erfüllt, da

$$\int Pdm = P\int dm = 0$$

ist.

Fällt ferner die magnetische Axe des Körpers mit der Z-Axe zusammen, so ist in Betreff der zweiten Bedingung zuerst

$$\Sigma Pxdm = P\Sigma xdm = 0,$$

$$\Sigma Pydm = P\Sigma ydm = 0;$$

da die X- und Y-Axe auf der magnetischen (Z) Axe senkrecht stehen.

Denkt man sich ferner auf der magnetischen (Z) Axe zwei Punkte p und q im Abstande z und $z + r$ von dem Anfangspunkte der Coordinaten, an welchen die Kräfte $\pm F$ thätig sind, die in entgegengesetzter Richtung wie die Kräfte Pdm wirken, so muss, um das Gleichgewicht herzustellen, da $\Sigma Pzdm = P\Sigma zdm = PM$, wo M das Moment des Körpers in Bezug auf die Hauptaxe ist:

$$PM = \mp F(r + z) \pm Fz, \text{ d. i. } PM \pm Fr = 0$$

sein.

Da diese Bedingung kein z enthält, ist es gleichgültig, an welchen um r von einander entfernten Punkten der magnetischen Axe die Kräfte $\pm F$ wirken; nur wird ihre Grösse bestimmt durch die Gleichung

$$F = \mp \frac{PM}{r}.$$

Die auf die einzelnen Theile einer magnetischen Masse von aussen wirkenden, gleich starken und parallelen beschleunigenden magnetischen Kräfte P lassen sich also durch zwei ihnen parallele Kräfte ersetzen, welche an zwei Punkten der magnetischen Axe thätig sind. Wir bezeichnen diese Punkte mit dem Namen der Pole.

Denkt man sich, dass der eine der beiden Punkte p und q, z. B. p mit dem Schwerpunkte des Körpers zusammenfalle und fest sei, so schwingt der aus der Ruhelage gebrachte magnetische Körper, vorausgesetzt, dass nur die magnetischen Kräfte auf ihn wirken, unter ihrem Einfluss, wie wenn er am Punkte p frei aufgehängt wäre, und auf den Punkt q die Schwerkraft mit der Kraft PM/r wirkte.

266 Nehmen wir an, der magnetische Körper sei in seinem Schwerpunkte so befestigt, dass er sich nur um eine verticale Axe drehen kann, so wirkt auf seine Theilchen allein die horizontale Componente der erdmagnetischen Kraft H. Dann ist der Körper im Gleichgewicht, wenn seine magnetische Axe mit der Richtung des erdmagnetischen Meridians zusammenfällt. Der Werth P in unseren Formeln ist gleich H. Wird der Körper aus dieser Lage gedreht, so schwingt er ebenso um dieselbe, wie wenn die Schwerkraft in der Richtung des magnetischen Meridians auf einen um r von der Drehungsaxe entfernten Punkt mit der Kraft HM/r wirkte.

Ist das Trägheitsmoment des magnetischen Körpers in Bezug auf die Drehungsaxe $= k$, so ist die Zeitdauer T einer Schwingung desselben:

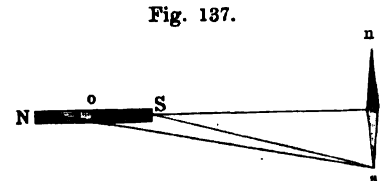
$$T = \pi \sqrt{\frac{k}{HM}}; \qquad HM = \frac{\pi^2 k}{T^2} \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

267 2. **Bestimmung des Quotienten M/H.** Hierzu legt man den Magnetstab NS, für welchen man das Product seines magnetischen Momentes M mit der horizontalen Componente des Erdmagnetismus H bestimmt hat, in dieselbe Horizontalebene mit einer kleinen, horizontal aufgehängten Magnetnadel, und zwar mit seiner Axe senkrecht gegen den magnetischen Meridian, so dass entweder die Verlängerung der Axe des Stabes die magnetische Axe der Nadel halbirt, also durch ihre Drehungsaxe geht, oder die Verlängerung der Axe der Nadel die Länge des Stabes halbirt.

Wir wollen annehmen, die Nadel ns sei so weit vom Stabe entfernt, dass wir die von den einzelnen Stellen desselben ausgehenden Wirkungen als parallel ansehen und die Resultanten derselben in seinen Polen concentrirt denken können.

268 1. Schneidet die Verlängerung der Axe des Stabes NS, dessen Polabstand $2a$ ist, den Mittelpunkt der Nadel ns, Fig. 137 (erste Hauptlage), und ist der Abstand des Mittelpunktes o des Stabes NS von dem Mittelpunkte der Nadel gleich r, so können wir, wenn die Nadel ns gegen die Entfernung os klein ist, $Ss = r - a$ und $Ns = r + a$ setzen und annehmen, dass die von den Polen S und N auf Pol s ausgeübten Abstossungs- und Anziehungswirkungen auf der magnetischen Axe ns der Nadel senkrecht stehen.

Fig. 137.



Diese Wirkungen sind aber, wenn $\pm m$ und $\pm \mu$ die Mengen der in den Polen des Stabes und der Nadel concentrirt gedachten magnetischen Fluida sind:

$$\frac{m\mu}{(r+a)^2} \text{ und } -\frac{m\mu}{(r-a)^2}$$

also ihre Summe

$$F = -\frac{4ra}{(r^2 - a^2)^2} m\mu = -\frac{2r}{(r^2 - a^2)^2} M\mu,$$

wo $M = 2am$ das Moment des Stabes ist.

Bei Entwickelung des Nenners in eine Reihe und Vernachlässigung der die höheren Potenzen von a/r enthaltenden Glieder wird die Summe

$$F = -\frac{2M\mu}{r^3}\left(1 + 2\frac{a^2}{r^2}\right),$$

oder, wenn die Länge von a gegen der Abstand r zu vernachlässigen ist:

$$F = -\frac{2M\mu}{r^3}.$$

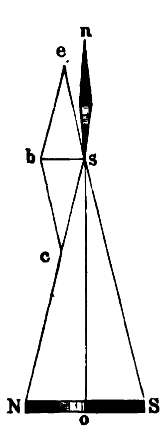
Das auf beide Pole der Nadel ausgeübte Drehungsmoment ergiebt sich gleich

$$d = \frac{2MM_1}{r^3},$$

wo $M_1 = 2\alpha\mu$ das Moment der Nadel, 2α ihre Länge ist.

2. Die Verlängerung der Axe der Nadel ns halbirt die Axe des Magnetstabes NS, Fig. 138 (zweite Hauptlage).

Fig. 138.



Die Anziehungs- und Abstossungswirkung der Pole N und S des Stabes auf den Pol s der Nadel wird durch die gleich grossen, in der Richtung von Ss und Ns liegenden Linien sc und se dargestellt, und die Resultante beider Wirkungen bs steht auf der Axe der Nadel ns senkrecht.

Da nun Dreieck $ebs \sim sNS$, so verhält sich $bs : es = NS : Ss$.

Es sei die Resultante $bs = f$. Ist die Länge von $NS = 2a$, und können wir für den Abstand sN den directen Abstand $so = r$ des Poles s der Nadel von der Mitte von NS setzen, wenn, wie wir angenommen, die Länge $2a$ gegen den Abstand r klein ist, so folgt

$$es = \frac{m\mu}{r^2}, \quad \text{also} \quad f = \frac{2am\mu}{r^3} = \frac{M\mu}{r^3}.$$

Ist die Nadel ns gegen r klein, so können wir ihre Pole n und s in ihren Mittelpunkt verlegt denken, und es ergiebt sich die auf den Pol n wirkende Kraft ebenso gross wie f und nur der Richtung nach entgegengesetzt.

Bezeichnen wir die halbe Länge der Nadel ns mit α, so ist $2\alpha\mu = M_1$ das magnetische Moment derselben und $2\alpha f = d$ das Drehungsmoment, welches der Stab NS auf dieselbe ausübt; dann ist

$$d_{II} = \frac{MM_1}{r^3}.$$

Das Drehungsmoment d_1, welches der Stab auf die Nadel in der Entfernung 1 ausübt, ist demnach

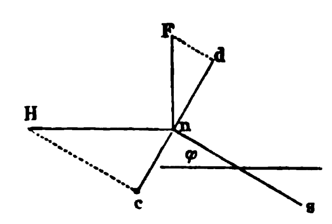
$$MM_1.$$

Diesen Werth nennt man das auf die Einheit der Entfernung reducirte Drehungsmoment.

In beiden Fällen 1 und 2 ist also unter Vernachlässigung der gegen den Abstand r kleinen Grössen die gegen die Axe der Nadel senkrechte Resultante der Wirkungen des Magnetstabes der dritten Potenz des Abstandes ihres Mittelpunktes von dem Mittelpunkte des Stabes proportional[1]).

Ist die Nadel vor dem einen Pol des Stabes NS aufgehängt, so ist das Drehungsmoment doppelt so gross, wie wenn der Stab vor dem einen Pol der Nadel sich befindet. — Durch den Einfluss dieses Drehungsmomentes werde im letzteren Falle die Nadel aus dem magnetischen Meridian um den Winkel φ abgelenkt. Der eine und andere Pol nähert oder entfernt sich hierdurch ein wenig von dem ablenkenden Magnetstabe. Wir wollen diese Aenderung der Entfernung r vernachlässigen, ebenso wie die dadurch bewirkte Veränderung der Richtung der Resultante. Soll die Nadel unter dem gemeinschaftlichen Zuge der horizontalen Componente des Erdmagnetismus H (nH in Fig. 139) und der Kraft f (nF in der Figur) im Gleichgewicht sein, so müssen die beiden auf der Axe der Nadel senkrechten Componenten dieser Kräfte nc und nd gleich sein. Es ist $nc = nH \sin\varphi$ und $nd = nF \cos\varphi$; ferner ist die Wirkung der horizontalen Componente H des Erdmagnetismus auf die Nadel nH gleich μH, und so ergiebt sich

Fig. 139.



$$\mu H \sin\varphi = \frac{M\mu}{r^3} \cos\varphi; \quad \text{d. i. } r^3 tg\,\varphi = \frac{M}{H}.$$

Würden wir den Winkel φ_1 bei der ersten Lage des Magnetstabes bestimmen, so muss sich $r^3 tg\,\varphi_1$ doppelt so gross ergeben, da in diesem Falle

$$\frac{r^3 tg\,\varphi_1}{2} = \frac{M}{H} \text{ ist.}$$

269 Aus den beiden Formeln

$$HM = \frac{\pi^2 k}{T^2}; \qquad \frac{M}{H} = r^3 tg\,\varphi = \frac{r^3 tg\,\varphi_1}{2}$$

folgt:

---

[1]) Dieselben Resultate ergeben sich auch aus §. 158 und dem §. 159 ausgeführten Gauss'schen Satze.

$$H = \frac{\pi}{T}\sqrt{\frac{k}{r^3 tg\,\varphi}} = \frac{\pi}{T}\sqrt{\frac{2k}{r^3 tg\,\varphi_1}}$$

$$M = \frac{\pi}{T}\sqrt{k r^3 tg\,\varphi} = \frac{\pi}{T}\sqrt{\frac{k r^3 tg\,\varphi_1}{2}}.$$

Der Werth für M/H ist hier unter der Annahme berechnet, dass der Abstand der Pole des Magnetstabes NS gegen seine Entfernung von der Magnetnadel vernachlässigt werden könne. Ist dies nicht der Fall, so erhält man nach den beiden erwähnten Methoden für M/H Ausdrücke von der Form

$$tg\,\varphi = \frac{M}{H}\left(\frac{x}{r^3} + \frac{y}{r^5} + \cdots\right)$$

wo x und y Constante sind. Diese Reihe kann nur ungerade Potenzen von r enthalten, da die Ablenkung φ beim Umlegen des Stabes NS auf die entgegengesetzte Seite der Nadel ns bei gleicher Entfernung $(-r)$ von derselben die gleiche, aber entgegengesetzte $(-\varphi)$ werden muss.

Stellt man die Versuche bei mehreren Abständen r an, so kann man die Coëfficienten x und y eliminiren und so wiederum den Werth M/H bestimmen.

270 Nach der §. 261 gegebenen Definition stellt die Wechselwirkung zweier Magnetismen $m m_1/r^2$ eine bewegende Kraft dar, d. h. das Product einer Masse mit einer Beschleunigung. Bezeichnen wir also die einfachen Dimensionen der Zeit, Masse und Länge mit T, M, L, so ist die

$$\text{Dim. } m m_1/r^2 = \mathrm{L\,M\,T^{-2}},$$

daher

$$\text{Dim. } m = \mathrm{L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}}.$$

Aus den Formeln des §. 269 folgt ferner

$$\text{Dim. } H = \frac{1}{\mathrm{T}}\sqrt{\frac{\mathrm{L^2 M}}{\mathrm{L^3}}} = \mathrm{L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}},$$

$$\text{Dim. } M = \frac{1}{\mathrm{T}}\sqrt{\mathrm{L^5 M}} = \mathrm{L^{5/2} M^{1/2} T^{-1}},$$

was sich auch unmittelbar ergiebt, da $M = m.l$ ist, wenn l die Länge des Magnetes ist.

Sind bei der Bestimmung der Länge und Masse λ, bezw. μ mal so grosse Einheiten verwendet, so ergiebt sich in dem neuen Maasssystem $\mathrm{L_1} = \mathrm{L}/\lambda$, $\mathrm{M_1} = \mathrm{M}/\mu$, also die in diesem System gemessenen Werthe H und M, die horizontale Componente des Erdmagnetismus und des Momentes

$$H_1 = H\sqrt{\frac{\lambda}{\mu}}; \qquad M_1 = M\sqrt{\frac{1}{\lambda^5 \mu}}.$$

Um daher z. B. die in englischen Gewichts- und Maasseinheiten (1 Grain = 63,799 mg, 1 Fuss = 304,7945 mm) erhaltenen Werthe von H im Mm-Mg-Sec-Systeme auszudrücken, muss man H mit $\sqrt{64,799/304,7945}$

= 0,46108 multipliciren. Für die Reduction der in russischen Einheiten (1 Pfund = 409512 mg, 1 Zoll = 25,3995 mm) erhaltenen Werthe ergiebt sich der betreffende Factor gleich $\sqrt{409512/25,3995} = 126,98$.

Im (C.-G.-S.-) System gemessen, ist die horizontale Componente des Erdmagnetismus 10 mal, das Moment 10 000 mal, bezw. der Magnetismus (Magnetpol) 1000 mal kleiner als im Millimeter-, Milligramm-, Secundensystem.

Experimentelle Bestimmung der Werthe *MH* und *M/H*.

271 Zur Ausführung der Beobachtungen, welche zur Bestimmung der Werthe *MH* und *M/H* erforderlich sind, bedarf man zweier Apparate; einmal eines Apparates zur Bestimmung der Schwingungsdauer und des Trägheitsmomentes eines Magnetstabes, und sodann einer Bussole, deren Nadel bei den verschiedenen Stellungen des Magnetstabes abgelenkt wird[1].

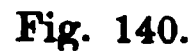
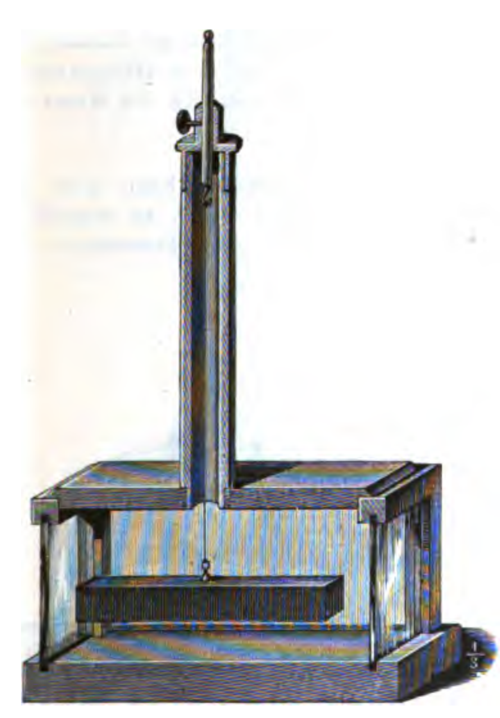


Fig. 140.



Den zu ersteren Zwecken dienenden Apparat bezeichnet man mit dem Namen **Magnetometer**.

Eine kleinere Form desselben ist von W. Weber angegeben worden.

Der Apparat, Fig. 140, besteht aus einem viereckigen Kasten, in welchem an einem Bündel von Coconfäden ein Magnetstab von etwa 100 mm Länge, 17,5 mm Breite und Höhe vermittelst eines kleinen Häkchens aufgehängt ist. Der Kasten ist gegenüber den Endflächen des Magnetes mit Glasplatten versehen, um den Magnet beobachten und die Zahl der Schwingungen zählen zu können, welche er vollbringt, nachdem er durch einen von der Seite genäherten Magnetstab aus seiner Ruhelage abgelenkt worden ist. Für eine ge-

[1]) Wir begnügen uns auch hier mit den für den Zweck des vorliegenden Werkes erforderlichen Andeutungen.

nauere Zählung kann man auf der Endfläche des Stabes einen feinen verticalen Strich verzeichnen und denselben durch ein mit Fadenkreuz versehenes Fernrohr betrachten, dessen Axe mit der Axe des Magnetes in seiner Ruhelage übereinstimmt. Bei den Oscillationen des Magnetes geht der Strich am Magnete bei dem mittleren Faden des Fadenkreuzes im Fernrohr vorbei, und man kann die Zeit dieses Vorbeiganges und so die Schwingungsdauer des Magnetes bestimmen. — Das Trägheitsmoment des Magnetstabes ergiebt sich hier durch eine einfache Rechnung, da man das Trägheitsmoment des Häkchens, an dem er aufgehängt ist, vernachlässigen kann. Ist die Länge des Magnetes a, die Breite b, das Gewicht G, die Beschleunigung der Schwere g, so ist das Trägheitsmoment:

$$k = \frac{a^2 + b^2}{12 g} G.$$

Nehmen wir, wie bei den früheren Betrachtungen, als Einheit der Masse die eines Milligramms oder Gramms und ist G in Milligrammen oder Grammen gegeben, so giebt G numerisch zugleich die Masse an und fällt den Werth g in dieser Formel fort.

272 Noch sicherer, als in der angegebenen Weise, kann man die Schwingungsdauer des Magnetes bestimmen, wenn man an demselben einen Spiegel befestigt, und darin vermittelst eines Fernrohres das Spiegelbild einer ihm in einiger Entfernung gegenübergestellten Scala beobachtet (vgl. Bd. I, §. 44).

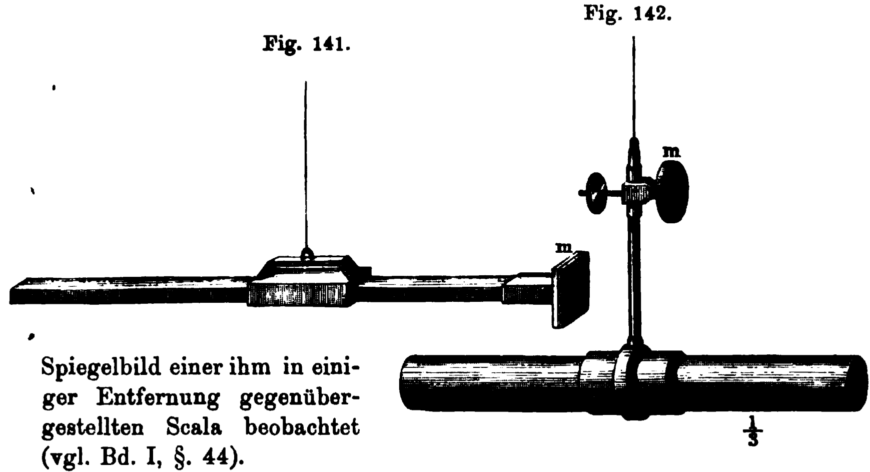


Fig. 141.

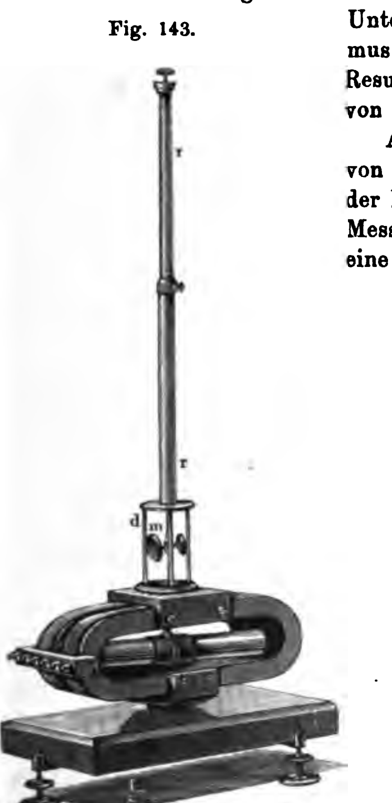
Fig. 142.

Früher befestigte man den Spiegel an dem in einem Kasten oder an einem festen Punkte an der Decke des Zimmers aufgehängten Magnetstab an der vorderen Endfläche, Fig. 141, jetzt indess dicht an seiner Drehungsaxe, Fig. 142. Die zweite Methode ist der ersteren bei Weitem vorzuziehen, da bei dieser bei etwas grösseren Elongationen des schwingenden Magnetstabes leicht die durch die Axe des Fernrohres gehende Visirlinie nicht mehr den Spiegel an dem Magnete trifft.

Damit sich nicht die von dem Spiegel und dem vorderen Glasfenster des Gehäuses reflectirten Bilder der Scala decken, wodurch die Ablesung sehr erschwert werden kann, befestigt man das Glasfenster an dem Glaskasten in schräger Lage, mit einer Neigung nach vorn oder hinten.

Ein transportables Magnetometer mit Spiegelablesung, welches für manche physikalische Versuche geeignet ist und für die meisten Zwecke, bei denen es nicht auf sehr genaue Bestimmungen, wie bei den speciellen Untersuchungen über Erdmagnetismus, ankommt, hinlänglich genaue Resultate liefert, ist das folgende, von W. Weber angegebene. 273

Fig. 143.



Auf einen Rahmen, Fig. 143, von Kupferblech, der oberhalb in der Mitte durchbohrt ist, sind vier Messingstäbe *d* aufgesetzt, auf welche eine gleichfalls durchbohrte Kupfer-

Fig. 144.



platte aufgeschraubt wird. Diese trägt ein aus zwei in einander verschiebbaren Röhren bestehendes Rohr *r*, welches oben eine um die Axe des Rohres drehbare, mit einer an einem Index vorbeigehenden Theilung versehene Deckplatte, Fig. 144, trägt. Durch letztere geht in der Mitte ein durch eine seitliche Schraube *s* festzustellendes verticales Stäbchen, welches gesenkt und gehoben werden kann und unten ein Häkchen trägt, von dem einer oder mehrere Coconfäden bezw. ein Quarzfaden hinabhängen. Dieselben werden unterhalb an einem kupfernen Stäbchen, Fig. 143, befestigt, welches hierzu oben der Länge nach aufgeschnitten

ist. In den Schnitt werden die Coconfäden eingelegt und durch einen übergeschobenen Ring festgepresst. Unterhalb trägt das kupferne Stäbchen eine Hülse, in welche der cylindrische, etwa 18 cm lange und 1 cm dicke, aus wohlgehärtetem Stahl gefertigte und stark magnetisirte Magnetstab geschoben wird. Demselben ist durch starke Erschütterungen bezw. abwechselnde Erwärmungen und Abkühlungen in einem Oelbade mehr Magnetismus entzogen worden, als der permanente Verlust beträgt, den er durch kleine unvermeidliche Erschütterungen und durch die wiederholten Aenderungen der Temperatur der umgebenden Luft erfahren würde.

Auf das kupferne Stäbchen, welches den Magnet trägt, wird ein kleines Metallrohr so geschoben, dass es sich gerade in dem Raume zwischen den Stäben d befindet. An das Rohr ist vorn eine Metallplatte gelöthet, und auf diese ein dünner Planspiegel m von Metall oder Glas gekittet. Im letzteren Falle ist der Spiegel zweckmässig auf der Vorderfläche versilbert oder platinirt, um die durch die Refraction der Lichtstrahlen im Glase bedingte Fehlerquelle zu vermeiden. Ueber die Stäbe d wird eine drehbare Hülse von Kupferblech geschoben, in welche dem Spiegel m gegenüber ein etwas schräg nach vorn geneigtes Fenster von Spiegelglas eingesetzt ist (vergl. Thl. I, S. 43, Fig. 18).

Sehr zweckmässig ist es, wenn man in den Zwischenraum zwischen dem kupfernen Rahmen und dem Magnetstabe verschieden dicke, genau in den Rahmen passende Kupferhüllen legen kann, durch deren Einfluss die Elongationen der Schwingungen des Magnetes gedämpft werden.

Die in der Figur gezeichnete Umwindung des Rahmens mit übersponnenem Kupferdraht wird nur angebracht, wenn der Apparat zugleich als Galvanometer oder Tangentenbussole zur Messung der Intensität galvanischer Ströme dienen soll (s. w. u.).

274 Bei diesen Apparaten ist der Magnetstab nicht von regelmässiger Form, sondern mit dem Spiegel belastet; man kann also sein Trägheitsmoment nicht direct berechnen. Man bestimmt es durch Versuche.

Zu beiden Seiten der Drehungsaxe werden in gleichen Abständen r kleine Marken auf dem Magnete verzeichnet, und daran vermittelst feiner Fäden zwei gleiche Gewichte q gehängt, oder ringförmige Gewichte aufgeschoben. Auf grössere Magnetstäbe kann man auch eine dünne Holzleiste legen, auf welcher die Gewichte q angebracht sind. Das Trägheitsmoment k des Magnetstabes wird dadurch um einen Werth $c + 2qr^2$ vermehrt, wo event. c eine durch das Trägheitsmoment der Holzleiste gegebene Constante ist. Wird die Schwingungsdauer T des Magnetstabes einmal ohne Auflegen der Gewichte, sodann beim Auflegen derselben in zwei verschiedenen Abständen r_1 und r_2 gleich T_1 und T_2 bestimmt, so ist für den unbelasteten Stab

$$HMT^2 = k\pi^2,$$

für den belasteten

$$HMT_1^2 = (k + c + 2qr_1^2)\,\pi^2$$
$$HMT_2^2 = (k + c + 2qr_2^2)\,\pi^2.$$

Aus diesen drei Gleichungen können HM, k und c berechnet werden.

In Betreff der Spiegelablesung haben wir schon Thl. I, §. 44 das Nöthige mitgetheilt.

275 Nach der ersten Beobachtung der Ruhelage des Magnetstabes schiebt man an seine Stelle in die an dem Spiegelträger befestigte Hülse einen Messingstab von gleichem Gewichte. Bleibt die Stellung des Spiegels ungeändert, so hat der den Magnetstab tragende Faden in seiner Ruhelage keine Torsion. Die hierzu erforderliche Einstellung des Fadens kann man durch Drehung des Torsionskreises erreichen.

Man versetzt den Magnet des Magnetometers in Schwingungen und beobachtet sowohl die Zeiten, wann er durch seine Ruhelage hindurchgeht, als auch, wann er die Maxima der Elongationen nach beiden Seiten zeigt, sowie auch letztere selbst. Dann kann man die Schwingungsdauer des Magnetes berechnen (s. w. u.). Um den Magnet in Schwingungen zu versetzen, nähert man ihm in einer gegen den Meridian senkrechten Richtung den Pol eines anderen in der Hand gehaltenen Magnetstabes. Sind die Elongationen der Schwingungen zu gross geworden, so bedient man sich desselben Magnetstabes, der nicht allzu stark magnetisirt sein darf, als Beruhigungsstab[1]). In den Momenten, wo der Magnet mit dem einen oder anderen Pole auf den Beobachter zu schwingt, wendet man ihm den diesem Pole gleichnamigen Pol des Beruhigungsstabes momentan zu und kehrt denselben bei jedem Wechsel der Bewegung des schwingenden Magnetes um.

Den Beruhigungsstab selbst stellt man in möglichst grosser Entfernung vom schwingenden Magnet in verticaler Stellung gegen die Wand so auf, dass ihn die Schwingungsebene des Magnetes in halber Höhe scheidet. Dann wirkt er nicht auf letzteren ein (vgl. auch §. 160).

276 Bei jeder Schwingung des Magnetstabes wird der ihn tragende Faden tordirt, und dadurch ein Drehungsmoment erzeugt, welches ihn zugleich mit dem Erdmagnetismus in seine Ruhelage zurückführt. — Um dasselbe zu bestimmen, dreht man den Torsionskreis, welcher den Faden trägt, um etwa so viel (φ) Grade herum, als die weitesten Elongationen des Magnetes betragen, und bestimmt die Ablenkung des Magnetes aus seiner Ruhelage. Dieselbe sei φ_1^0. Dann ist das Drehungsmoment, welches auf den Magnetstab durch die Torsion wirkt, proportional dem Winkel $\varphi - \varphi_1$, also $= \vartheta\,(\varphi - \varphi_1)$. Das Drehungsmoment, welches durch die magnetischen Kräfte ausgeübt wird, ist proportional dem Sinus

[1]) Weber, Resultate d. magn. Vereins 1836, S. 25.

des kleinen Winkels φ_1, für den wir den Winkel φ_1 selbst setzen können. Wir haben also

$$\vartheta(\varphi - \varphi_1) = HM\varphi_1,$$

d. i.

$$\frac{\varphi}{\varphi_1} = \frac{HM}{\vartheta} + 1.$$

Setzen wir den hieraus berechneten Werth von $HM/\vartheta = v$, so ist die Zeitdauer der Schwingungen durch die Wirkung der Torsion im Verhältnisse von $1 : \sqrt{v/(v+1)}$ verringert.

277 Schwingt eine Magnetnadel für sich ohne äussere Bewegungshindernisse, so bleibt ihre Schwingungsweite ungeändert. Ist dies nicht der Fall, so nimmt sie ab. Diese Abnahme tritt, abgesehen von der Luftreibung, namentlich ein, wenn die Nadel von Metallmassen umgeben ist, in denen sie bei ihren Bewegungen Ströme inducirt, deren Intensität der Geschwindigkeit der Nadel in jedem Momente proportional ist, und welche mit einer ihrer Intensität, also der Geschwindigkeit der Nadel proportionalen Kraft ihre Bewegungen aufhalten.

Eine genauere Betrachtung ergiebt, dass die Schwingungsbogen der Nadel unter dem Einflusse dieser „Dämpfung" nach dem Gesetze einer geometrischen Reihe abnehmen. Demnach ist die Differenz der (natürlichen) Logarithmen irgend zweier auf einander folgender Schwingungsbogen constant. Man bezeichnet diese constante Differenz mit dem Namen des logarithmischen Decrementes.

Es ist nöthig, bei den Schwingungen einer Nadel unter dem Einflusse der Dämpfung sowohl den quantitativen Werth dieser letzteren zu bestimmen, als auch die Schwingungsdauer der Nadel und ihre Gleichgewichtslage aus den Beobachtungen des Standes der Nadel bei ihren grössten Abweichungen von derselben, also den Wendepunkten ihrer Schwingungen zu berechnen. Eine Anleitung hierzu ist von Gauss [1]) gegeben.

Wir setzen stets kleine Schwingungsbogen der Nadel voraus, wie beim Magnetometer mit Spiegelablesung, so dass wir die in jedem Momente auf die Nadel wirkende Directionskraft des Erdmagnetismus als proportional ihrer Abweichung von der Gleichgewichtslage betrachten können.

Berechnung der Schwingungsdauer.

278 Bezeichnet x die Ablenkung der Nadel zur Zeit t, p den Scalentheil, auf den sie in ihrer Ruhelage einspielt, n^2 die Richtkraft, welche auf

[1]) Gauss, Resultate des magnetischen Vereins 1837, S. 58. Die vollständige Behandlung dieser Gleichung ist von E. du Bois-Reymond (Monatsber. der Berl. Acad. 1869, S. 807 und 1870, S. 537; Abhandlungen 1, 284 bis 390) gegeben. Gauss behandelte sie nur für den Fall, wo $\varepsilon < n$ ist und gelangt so zu den in den folgenden Paragraphen entwickelten Gleichungen.

sie wirkt, dividirt durch ihr Trägheitsmoment; 2ε die verzögernde Kraft der Dämpfung für die Geschwindigkeit der Nadel gleich 1, gleichfalls dividirt durch ihr Trägheitsmoment, so ist die Differentialgleichung ihrer Bewegung:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + n^2(x - p) + 2\varepsilon \frac{dx}{di} = 0.$$

Wir wollen

$$\sqrt{\varepsilon^2 - n^2} = r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

setzen. Dann ist das vollständige Integral der Gleichung:

$$x = p + e^{-\varepsilon t}(A e^{-rt} + B e^{+rt}) \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

worin die Constanten A und B zu bestimmen sind. Wir wollen die Ausschläge von der Ruhelage an zählen, also $p = 0$ setzen. Zur Zeit $t = 0$ habe die Nadel eine Ablenkung $x = \xi$ und schwinge von dieser in die Gleichgewichtslage zurück, ohne einen Stoss erhalten zu haben; dann ist für $t = 0$ auch $d\xi/dt = 0$, also

$$A = -\frac{\xi(\varepsilon - r)}{2r} \qquad B = +\frac{\xi(\varepsilon + r)}{2r},$$

daher

$$x = \frac{\xi}{2r} e^{-\varepsilon t}\left\{(\varepsilon + r) e^{+rt} - (\varepsilon - r) e^{-rt}\right\} \quad \ldots \quad 3)$$

Ist zunächst die Kraft der Dämpfung Null, d. h. $\varepsilon = 0$, so ist

$$x_0 = \xi \cos nt \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

Die Nadel erhält ihre Maximalelongationen $\pm \xi$ nach beiden Seiten, wenn

$$nt = m\pi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

ist, wo m jede ganze Zahl sein kann. Die Nadel behält also constant dieselbe Amplitude ξ der Schwingungen bei. Die Schwingungsdauer von Ruhelage zu Ruhelage ist

$$T = \frac{\pi}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

Ist ferner $\varepsilon < n$, die Dämpfung also nicht zu gross, so 279 wird r imaginär. Ist dann $r = \varrho\sqrt{-1}$, also $\varrho = \sqrt{n^2 - \varepsilon^2}$, so ist das Integral der Differentialgleichung

$$x_1 = \xi e^{-\varepsilon t}\left\{\cos \varrho t + \frac{\varepsilon}{\varrho} \sin \varrho t\right\} \quad \ldots\ldots \quad 7)$$

Das Maximum der Elongation tritt hier zu Zeiten ein, wann $\sin \varrho t = 0$, also $t = m\pi/\varrho$ ist, wo m eine beliebige ganze Zahl ist. Die Dauer einer Schwingung ist in diesem Falle

$$T_1 = \frac{\pi}{\varrho} = \frac{\pi}{\sqrt{n^2 - \varepsilon^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 8)$$

Sie ist mit Dämpfung im Verhältnisse von $\sqrt{n^2 - \varepsilon^2} : n$ grösser als ohne Dämpfung, und es ist

$$T_1 = \frac{n}{\sqrt{n^2 - \varepsilon^2}} T \quad \ldots \ldots \ldots \quad 9)$$

Die Amplituden der Schwingungen nach beiden Seiten, von der Nulllage an gezählt, sind gleich $\xi e^{-\varepsilon t}$, wo für t die Werthe $m\pi/\varrho$ zu setzen sind. Sie nehmen also, wie oben (§. 277) erwähnt ist, nach dem Gesetze einer geometrischen Reihe ab.

Das Verhältniss zweier auf einander folgender Amplituden ist, wenn die erste zur Zeit t, die zweite zur Zeit $t + T_1$ eintrifft,

$$\frac{\xi e^{-\varepsilon t}}{\xi e^{-\varepsilon(t + T_1)}} = e^{\varepsilon T_1} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 10)$$

Bezeichnet λ das logarithmische Decrement der Schwingungen (§. 277), so ist demnach

$$\lambda = \log nat\, e^{\varepsilon T_1} = \varepsilon T_1 \quad \ldots \ldots \ldots \quad 11)$$

Führt man den hieraus berechneten Werth für ε und den Werth n aus Gleichung 6) in die Gleichung 8) ein, so ist

$$\frac{\pi^2}{T^2} = \frac{\pi^2 + \lambda^2}{T_1^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 12)$$

Ist das logarithmische Decrement, wie es gewöhnlich geschieht, nach dem Briggs'schen Logarithmensystem gleich $l = \mu\lambda$ berechnet, wo μ der Modulus der Briggs'schen Logarithmen, so hat man

$$\frac{\pi^2}{T^2} = \frac{\pi^2}{T_1^2} + \frac{l^2}{\mu^2 T_1^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 13)$$

Kennt man also die Schwingungsdauer T_1 der Nadel unter dem Einflusse der Dämpfung, sowie das logarithmische Decrement λ ihrer Schwingungen, so kann man die Schwingungsdauer T der Nadel ohne Dämpfung berechnen.

Würde man die Nadel nach einander unter dem Einflusse zweier verschieden stark dämpfender Kräfte ε und $\varepsilon + \varepsilon_2$ schwingen lassen, z. B. in einer mit einem Drahtgewinde umgebenen Kupferhülse, einmal, indem ersteres geöffnet, sodann, indem es geschlossen ist, so würden sich die logarithmischen Decremente

$$\lambda = \varepsilon T_1 \quad \text{und} \quad \lambda_1 = (\varepsilon + \varepsilon_2)\, T_2$$

ergeben. Ist ε_2 nicht sehr gross, so ist auch T_2 von T_1 wenig verschieden. Dann wird annähernd

$$\lambda_2 = \lambda_1 - \lambda = \varepsilon_2 T_2.$$

Die Differenz der beiden beobachteten logarithmischen Decremente λ_1 und λ ist also annähernd das durch das geschlossene Drahtgewinde für sich bedingte logarithmische Decrement λ_2.

Durch die Nulllage geht der schwingende Magnet zu Zeiten ϑ, in denen 280

$$\cos \varrho t + \frac{\varepsilon}{\varrho} \sin \varrho t = 0, \quad \text{also} \quad tg(\varrho \vartheta) = -\frac{\varrho}{\varepsilon} \quad . \quad . \quad 14)$$

Wird der Werth ε/ϱ hieraus in Gleichung 7) eingeführt und dann daselbst $\sin \varrho \vartheta$ aus Gleichung 14) entwickelt und in der Klammer für ε sein Werth in n und ϱ eingesetzt, so erhält man

$$x_1 = \xi e^{-\varepsilon t} \left[\frac{n}{\varrho} \sin \varrho (t - \vartheta) \right]$$

und, wenn hier ε, n und ϱ aus den Gleichungen 11), 6) und 9) eingeführt werden,

$$x_1 = \xi e^{-\lambda \frac{t}{T_1}} \cdot \frac{T_1}{T} \sin \frac{\pi}{T_1} (t - \vartheta) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

Ist $\lambda = 0$, $T_1 = T$, so wird für die Schwingungen ohne Dämpfung

$$(\lambda = 0) \qquad x_0 = \xi \sin \frac{\pi}{T} (t - \vartheta) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 16)$$

Wird die Ruhelage der Nadel nicht bei dem Theilstriche Null, sondern bei dem Theilstriche p angenommen, so ändern sich die Gleichungen 15) und 16) um in

$$x_1 = p + \xi e^{-\lambda \frac{t}{T_1}} \cdot \frac{T_1}{T} \sin \frac{\pi}{T_1} (t - \vartheta) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17)$$

$$(\lambda = 0) \qquad x_0 = p + \xi \sin \frac{\pi}{T} (t - \vartheta) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18)$$

Die Berechnung der Schwingungsdauer T_1 ist angestellt, indem dieselbe als die Zeit angesehen wird, während welcher die Nadel von ihrer Ruhelage nach der einen Seite ausschwingt und von da in die Ruhelage zurückschwingt. — Die Hälfte der Zeit $^1/_2\, T_1$ entspricht indess nicht genau der Zeit, während welcher die Nadel von der Ruhelage bis zu ihrer grössten Elongation kommt, bei welcher $dx/dt = 0$ wird. Für diesen Moment (t_0) ist 281

$$\frac{dx}{dt} = 0 = \xi e^{-\lambda \frac{t_0}{T_1}} \frac{T_1}{T} \left[-\frac{\lambda}{T_1} \sin \frac{\pi}{T} (t_0 - \vartheta) + \frac{\pi}{T_1} \cos \frac{\pi}{T_1} (t_0 - \vartheta) \right] \quad 19)$$

also

$$tg \frac{\pi}{T_1} (t_0 - \vartheta) = \frac{\pi}{\lambda} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 20)$$

Setzt man $arc\, cotg\, (\pi/\lambda) = \varphi$, so ergiebt sich die Zeit $t_0 - \vartheta$, welche vergeht, bis die Nadel aus ihrer Ruhelage bis zur grössten Elongation ausschwingt:

$$t_0 - \vartheta = {}^1/_2\, T_1 - \varphi \frac{T_1}{\pi}.$$

Wird φ in Graden gemessen, so ist $\pi = 180^0$, also

$$t_0 - \vartheta = {}^1/_2\, T_1 - \frac{\varphi^0}{180^0}\, T_1.$$

Die Zeit der Schwingung von der Ruhelage bis zur grössten Amplitude ist bei den auf einander folgenden Schwingungen die gleiche. — Alle Stillstände der Nadel treten also um gleich viel früher ein, als die Hälfte der Zeiten zwischen zwei Durchgängen durch die Ruhelage. — Die Differenz zwischen den Zeiten zweier solcher Stillstände entspricht daher derselben Schwingungsdauer, wie sie aus dem wiederholten Durchgange der Nadel durch den Ruhepunkt abgeleitet ist.

282 Die nach der gegebenen Anleitung berechnete Schwingungsdauer der ohne Einfluss der Dämpfung schwingenden Nadel gilt für kleine Schwingungsbogen. Sind dieselben grösser, so ist die Schwingungsdauer T der Nadel auf unendlich kleine Schwingungsbogen zu reduciren. Die Zeitdauer einer unendlich kleinen Schwingung sei T_0. Dann ist

$$T = T_0\,(1 + {}^1/_4\, sin^2\, {}^1/_4\,\alpha + {}^1/_4\, {}^9/_{16}\, sin^4\, {}^1/_4\,\alpha + \cdots),$$

wo α den Schwingungsbogen bezeichnet, welcher der Schwingungsdauer T entspricht. Sind die Schwingungsbogen klein, so braucht man nur das quadratische Glied der Reihe zu berücksichtigen und kann für den Sinus den Bogen setzen. Dann ist

$$T = T_0\,(1 + {}^1/_{64}\,\alpha^2) \quad \text{oder auch} \quad T_0 = T\,(1 - {}^1/_{64}\,\alpha^2).$$

Nehmen, wie bei Anwendung der Dämpfung, die Schwingungsbogen nach dem Gesetze einer geometrischen Reihe ab, deren Quotient L sei, so lässt sich die mittlere reducirte Schwingungsdauer von n Schwingungen der Nadel schon aus der Schwingungsdauer der ersten Schwingung und der Elongation α der ersten und der Elongation α_n der $n$ten Schwingung ableiten. Es ist nämlich die auf unendlich kleine Bogen reducirte Schwingungsdauer:

	Elongation	Schwingungsdauer
1.	α	$T\,(1 - {}^1/_{64}\,\alpha^2)$
2.	$\alpha_2 = \alpha L$	$T\,(1 - {}^1/_{64}\,\alpha^2 L^2) = T\,(1 - {}^1/_{64}\,\alpha_2^2)$
n.	$\alpha_n = \alpha L^{2n-1}$	$T\,(1 - {}^1/_{64}\,\alpha^2 L^{2(2n-1)}) = T\,(1 - {}^1/_{64}\,\alpha_n^2)$.

Die mittlere reducirte Dauer einer dieser Schwingungen ist demnach

$$T_0 = T - \frac{T}{64\,n}\left(\frac{\alpha^2 - \alpha_n^2 L^2}{1 - L^2}\right).$$

Sind die Amplituden, welche man bei der ersten und $n$ten Schwingung beobachtet hat, h und h_n, so ist

$$h = {}^1/_2\left(\frac{\alpha}{L} + \alpha\right); \quad h_n = {}^1/_2\,(\alpha_n + \alpha_n L),$$

also

$$T_0 = T - T\frac{h^2 - h_n^2}{16n}\frac{L^2}{(1+L)^2(1-L^2)}.$$

Ist das logarithmische Decrement in Briggs'schen Logarithmen

$$l = log\frac{1}{L}$$

klein, so kann man nach Gauss den Bruch

$$\frac{L^2}{(1+L)^2(1-L^2)} = \frac{\mu}{8l}$$

setzen, wo μ der Modulus des Briggs'schen Systems ist. — Man erhält dann die mittlere reducirte Schwingungsdauer

$$T_0 = \frac{T\mu(h^2 - h_n^2)}{128ln}.$$

Berechnung der Ruhelage der Nadel. Sind drei auf einander folgende Amplituden der Schwingungen der Nadel nach entgegengesetzten Seiten X_1, X_2, X_3, so ist, bei geringer Abnahme der Schwingungsbogen, der Ruhestand p der Nadel das Mittel aus der mittleren Stellung von X_1 und X_2, sowie X_2 und X_3, also 283

$$p = \frac{{}^1/_2(X_1 + X_2) + {}^1/_2(X_2 + X_3)}{2} = \frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{4} \quad . \quad . \quad 1)$$

Bei grösserer Abnahme der Elongationen ist indess die Ruhelage ein wenig anders zu berechnen.

Sind dann X_1 und X_2 zwei auf einander folgende Elongationen nach entgegengesetzten Seiten, von denen die erste zur Zeit t, die zweite zur Zeit $t + T_1$ erfolgt, so ist, wenn wir die Ruhelage nicht, wie oben, am Scalentheil Null, sondern an dem Scalentheil p annehmen,

$$X_1 = p + \xi e^{-\varepsilon t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

$$X_2 = p + \xi e^{-\varepsilon t - \varepsilon T_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Bezeichnet $1/L$ eine Zahl, deren natürlicher Logarithmus das logarithmische Decrement λ ist, so ist

$$log\,nat\,L = -\lambda = \varepsilon T_1,$$

daher

$$X_2 = p + \xi L.e^{-\varepsilon t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

Aus 2 und 4 ergiebt sich

$$p = \frac{LX_1 + X_2}{1+L} = X_1 + \frac{1}{1+L}(X_2 - X_1).$$

Kennt man also das logarithmische Decrement λ, so kann bei Beobachtung zweier auf einander folgender Amplituden die Ruhelage p der Nadel nach dieser Formel berechnet werden.

Aperiodische Schwingungen. Wir wollen noch den für die Theorie der elektromagnetischen Messapparate wichtigen Fall betrachten, 284

wo die Dämpfung sehr bedeutend im Verhältnisse zur magnetischen Richtkraft, also $\varepsilon > n$ ist[1]). Dann stellt die Gleichung 3), §. 278

$$x = \frac{\xi}{2r} e^{-\varepsilon t} [(\varepsilon + r) e^{rt} - (\varepsilon - r) e^{-rt}] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

wenn man die Zeit t auf der Abscissenaxe aufträgt, die Differenz der Ordinaten zweier Exponentialcurven dar, welche sich beide asymptotisch der Abscissenaxe nähern.

Beim Differenziren der Gleichung 1) nach t ergiebt sich die Geschwindigkeit der Bewegung

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\xi n^2}{2r} e^{-\varepsilon t} (e^{-rt} - e^{rt}) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Trägt man wieder die Zeit t auf der Abscissenaxe auf und verzeichnet dazu die Werthe x und dx/dt als Ordinaten, so ist die erste Ordinate x der Curve der Ablenkungen für $t = 0$ gleich ξ; die Curve fällt dann, indem dx/dt negativ ist, gegen die Abscissenaxe ab, der sie zunächst ihre concave Seite zukehrt.

Für die Zeit

$$t_m = \frac{1}{2r} \log nat \frac{\varepsilon + r}{\varepsilon - r} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

erreicht, wie man bei einer zweiten Differentiation der Gleichung 2) findet, dx/dt ein negatives Maximum, die Curve der Ablenkungen wendet sich und wird gegen die Abscissenaxe convex, der sie sich nun asymptotisch nähert.

Die Curve der Geschwindigkeiten beginnt für $t = 0$ mit der Ordinate Null, erreicht ein negatives Maximum für $t = t_m$, wobei sie ihre concave Seite der Abscissenaxe zukehrt, wendet sich, wie die Differentiation der Gleichung 2) ebenfalls ergiebt, zur Zeit $t = 2\,t_m$ um, wird gegen die Abscissenaxe convex und nähert sich gleichfalls asymptotisch der Abscissenaxe. Die abgelenkte Magnetnadel nähert sich also erst mit zunehmender, dann mit abnehmender Geschwindigkeit der Ruhelage, welche sie völlig erst zur Zeit $t = \infty$ erreicht; sie schwingt über diese aber nicht hinaus, die Bewegung des Magnetes ist aperiodisch.

285 Ist gerade $n = \varepsilon$, also $r = 0$, so wird Gleichung 2), §. 278 $x = (A + B) e^{-\varepsilon t}$ und $A = \xi$, $B = \varepsilon \xi$, also

$$x = \xi e^{-\varepsilon t} (1 + \varepsilon t); \qquad \frac{dx}{dt} = \xi \varepsilon^2 t e^{-\varepsilon t}$$

$$t_{max} = \frac{1}{\varepsilon}.$$

[1]) Es würde uns hier leider zu weit führen, diesen von E. du Bois-Reymond sehr gründlich behandelten Fall weiter zu discutiren, und wir verweisen deshalb auf die Originalabhandlungen von E. du Bois-Reymond, l. c., §. 277. Weiteres siehe auch Riecke, Wied. Ann. 51, 156, 1894.

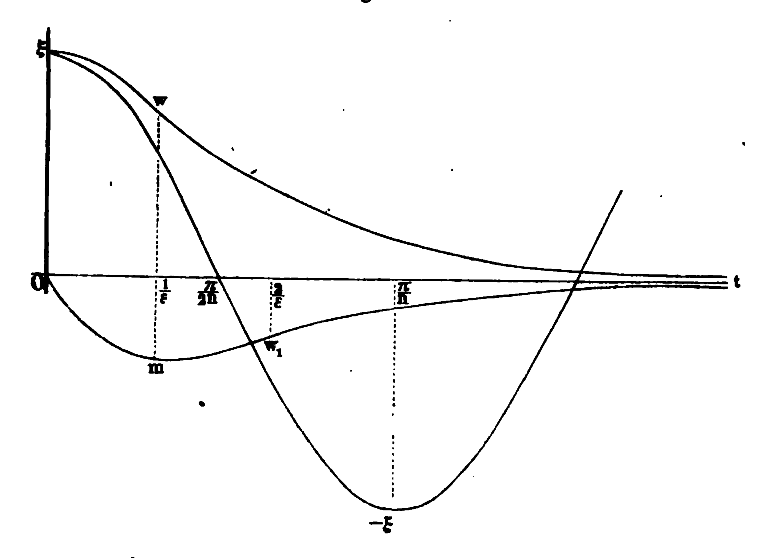
Die Curven $\xi w t$ und $o m w_1 t$, Fig. 145, stellen die Werthe x und dx/dt für diesen speciellen Fall dar, während die Sinuscurve ξ, $\pi/2n$, $-\xi$ den Gang der Ablenkungen des Magnetes ohne Dämpfung bezeichnet. w und w_1 sind die Wendepunkte der ersten beiden Curven. Dabei ist $\xi = 2$, $\varepsilon = n = 1$ gesetzt.

Wird n verschwindend klein gegen ε, etwa indem die Richtkraft des Magnetes sehr bedeutend geschwächt wird, so ist nahezu $r = \varepsilon$ zu setzen und es wird in Gleichung 2), §. 278 $A = 0$, $B = \xi$, also

$$x = \xi.$$

Der Magnet behält seine Ablenkung ξ bei.

Fig. 145.



286 Erhält der Magnet bei dem ersten Ausschlage ξ einen Stoss, so dass er mit der Anfangsgeschwindigkeit $-c$ gegen die Ruhelage hingetrieben wird, so ändern sich in §. 278 die Constanten A, und B um in

$$A = \frac{c - \xi(\varepsilon - r)}{2r}, \qquad B = \frac{-c + \xi(\varepsilon + r)}{2r} \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

und es wird

$$x = \frac{e^{-\varepsilon t}}{2r}\left[\{c - \xi(\varepsilon - r)\} e^{-rt} - \{c - \xi(\varepsilon + r) e^{rt}\}\right] \quad . \quad . \quad 2)$$

Ueberschreitet der Werth c eine gewisse Grösse, so hört die Bewegung auf, aperiodisch zu sein; der Magnet geht zur Zeit

$$t_0 = \frac{1}{2r} \log \frac{c - \xi(\varepsilon - r)}{c - \xi(\varepsilon + r)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

durch den Nullpunkt auf die andere Seite, erreicht dort seinen grössten Ausschlag für

$$t_{max} = \frac{1}{2r} \log \frac{(\varepsilon + r)\,[c - \xi\,(\varepsilon - r)]}{(\varepsilon - r)\,[c - \xi\,(\varepsilon + r)]} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

und kehrt nun asymptotisch zur Ruhelage zurück.

Die Maximalgeschwindigkeit c, bei der eine um ξ von der Nulllage abgelenkte Nadel sich noch aperiodisch der letzteren nähert, ist offenbar dieselbe, welche sie erhalten hätte, wenn sie bei der Rückschwingung von einer unendlich grossen Ablenkung bis zu dem Ausschlage ξ gelangt wäre; grössere Werthe der Geschwindigkeit c treiben die Nadel über ihre Nulllage hinaus.

287 Bei der experimentellen Bestimmung des Quotienten M/H kann man sich nach W. Weber[1]) einer Bussole, Fig. 146, bedienen, deren

Fig. 146.



Kreis in Grade getheilt ist, so dass man noch Zehntelgrade schätzen kann. Für etwas genauere Versuche lässt man die Nadel der Bussole nicht auf einer Spitze spielen, sondern hängt sie an einen Coconfaden. Diese Bussole stellt man auf die Mitte eines in halbe Centimeter getheilten Metermaassstabes, welcher in der auf dem magnetischen Meridian senkrechten Richtung horizontal hingelegt ist. Man legt den am Magnetometer auf seine Schwingungsdauer untersuchten Magnetstab, welchem man hierbei zweckmässig die Länge von 10 cm giebt, in verschiedenen Entfernungen von der Axe der Bussolennadel auf diesen Maassstab und bestimmt jedesmal die Ablenkung der Nadel. Längslinien, die auf dem Maassstabe gezogen sind, gestatten, den ablenkenden Magnet immer in derselben Richtung vor der Magnetnadel hinzulegen.

Für genauere Versuche kann man die Bussole durch einen kleinen, in einer dicken Kupferhülse schwebenden, magnetisirten Stahlspiegel ersetzen, welcher einen Durchmesser von etwa 10 mm und 1 mm Dicke hat und an einem Coconfaden so aufgehängt ist, dass seine magnetische Axe horizontal hängt (vergleiche im folgenden Abschnitte die Beschreibung des Spiegelgalvanometers). Die Ablenkungen dieses Stahlspiegels durch den ihm genäherten Magnetstab beobachtet man vermittelst der Spiegelablesung. In Folge der starken Dämpfung durch die Kupferhülse gelangt der schwingende Magnet sehr bald zur Ruhe. Es ist zweckmässiger, den Magnetstab der Nadel der Bussole oder dem Stahlspiegel von Ost oder West her so zu nähern, dass die Verlängerung

[1]) Wilh. Weber, Resultate des magnetischen Vereins 1836, S. 63.

der Axe des Magnetstabes die Drehungsaxe derselben schneidet, als von Nord oder Süd, so dass die Axe der Nadel die Axe des Stabes halbirt, da im ersteren Falle die Ablenkungen doppelt so gross werden, als im zweiten, auch die Abweichungen von der Symmetrie in der Aufhängung der Nadel und geringe Abweichungen der Axe des Stabes von der gegen den Meridian senkrechten Richtung einen geringeren Einfluss auf das Resultat ausüben, und die dadurch auftretenden Glieder, welche gerade Potenzen von r enthalten, viel kleiner sind.

Wenn es irgend der Raum gestattet, stellt man die Beobachtungen so an, dass man den Magnetstab gleich weit östlich und westlich von der frei aufgehängten Nadel, und zwar, abwechselnd mit seinem Nord- und Südpol der letzteren zugekehrt, in verschiedenen Entfernungen $\pm r_0 \pm r_1 \pm r_2 \ldots$ vor der Nadel hinlegt.

Man nimmt das Viertel der Summe der Ausschläge der Nadel nach beiden Seiten, bei denen der ablenkende Magnetstab in einer bestimmten Entfernung sich in diesen vier Lagen befindet, als die dieser Entfernung entsprechende Ablenkung. Die mittleren Ablenkungen seien bei verschiedenen Abständen r_1, r_2, r_3 bezw. $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$. — Um den wahrscheinlichsten Werth von

$$\frac{M}{H} = \frac{r^3 tg\, \varphi_0}{2}$$

(vgl. §. 268) zu erhalten, bildet man nach W. Weber (l. c.) die Ausdrücke

$$\sum \frac{tg\,\varphi}{r^3} = A, \quad \sum \frac{tg\,\varphi}{r^5} = A_1, \quad \sum \frac{1}{r^6} = B, \quad \sum \frac{1}{r^8} = B^1, \quad \sum \frac{1}{r^{10}} = B_2,$$

dann ist der wahrscheinlichste Werth von M/H

$$\frac{M}{H} = \frac{1}{2} \frac{A_1 B_1 - A B_2}{B_1 B_1 - B B_2}.$$

Da sich bei der Drehung der Nadel ns um den Ablenkungswinkel φ der dieselbe tragende Faden tordirt hat, wird sie nicht nur durch das von dem Erdmagnetismus ausgeübte Drehungsmoment $MH \sin \varphi$ zurückgeführt, sondern dasselbe ist um $\vartheta \varphi$ vermehrt. Setzen wir $\varphi = \sin \varphi$, so ist das zurückführende Drehungsmoment

$$(MH + \vartheta) \sin \varphi.$$

Den Werth ϑ können wir nach §. 276 mit MH vergleichen und dann den Werth $MH + \vartheta$ in die weiteren Formeln statt MH einführen. So erhalten wir den corrigirten Werth von MH. Diese Correction kann indess in vielen Fällen vernachlässigt werden.

Ebenso ist im Allgemeinen die seitliche Ablenkung des Aufhängefadens durch die Wechselwirkung des ablenkenden und aufgehängten Magnetes gering. Sie ist dem Torsionswinkel nahe proportional [1]).

[1]) Vergl. Palazzo, Atti della R. Accad. dei Lincei Rend. [4] 1, 610, 646, 664, 1885; Beibl. 10, 46.

288 Hat man nach den vorstehend beschriebenen Methoden die horizontale Componente H des Erdmagnetismus bestimmt, so kann man das magnetische Moment M eines magnetischen Körpers durch Messung seines Trägheitsmomentes k und seiner Schwingungsdauer T aus der Formel

$$M = \frac{\pi^2 k}{T^2 H}$$

berechnen (vgl. §. 256, Gleichung 1).

289 Wir erwähnen noch kurz eine andere, von W. Weber angegebene, mit den Modificationen von F. Kohlrausch [1]) sehr brauchbare Methode zur Bestimmung der erdmagnetischen Horizontalintensität.

Ein Strom I wird durch eine Tangentenbussole vom Radius b und eine mit ihren Windungen dem magnetischen Meridian parallel bifilar aufgehängte Rolle geleitet. Aus der Ablenkung α der Tangentenbussole erhält man den Werth

$$I = \frac{b}{2\pi} H \, tg\, \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

aus der Ablenkung α_1 der Bifilarrolle den Werth

$$I = \frac{D}{F.H} tg\, \alpha_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

wo F die von den Windungen umschriebene Fläche, D das statische Drehungsmoment der bifilar aufgehängten Rolle ist.

Aus beiden Gleichungen folgt

$$H^2 = \frac{2\pi D}{bF} \frac{tg\, \alpha_1}{tg\, \alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Um hier die Anwendung der Tangentenbussole zu beseitigen, hängt W. Thomson [2]) den kleinen Magnet derselben direct in die bifilar aufgehängte Rolle; er wird dann beim Durchleiten des Stromes von der abgelenkten Bifilarrolle weiter abgelenkt. Dabei bleibt aber noch die Schwierigkeit der Messung der Windungsfläche der Bifilarrolle und ihres Trägheitsmomentes. Um auch dies zu vermeiden, bestimmt F. Kohlrausch [3]) den Werth D durch Messung der Dimensionen der bifilaren Aufhängung, bei welcher die Drähte relativ weit von einander entfernt werden, und ersetzt die Tangentenbussole durch ein in grösserem Abstande a von der Rolle aufgestelltes Magnetometer. Ist die Ablenkung des Magnetes gleich φ, so ist ohne Rücksicht auf die Ablenkung der

---

[1]) F. Kohlrausch, Gött. Nachr. 1869, S. 36; Pogg. Ann. 138, 1, 1869. — [2]) W. Thomson, siehe Maxwell, Treatise, 2. edit. 2, 337. — [3]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 17, 750, 1882.

Bifilarrolle angenähert $F.I = Ha^3 \, tg \, \varphi$, woraus mit Rücksicht auf Gleichung 2) folgt

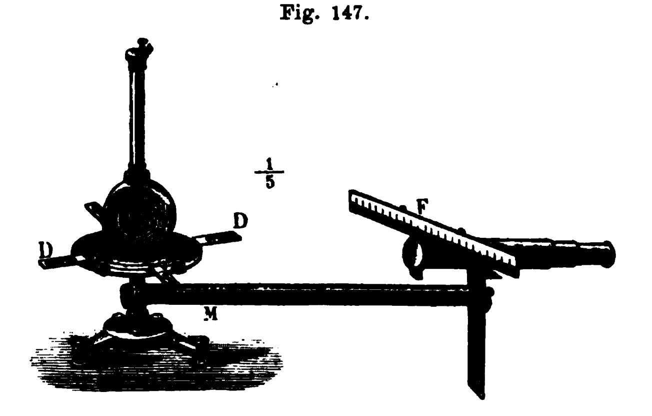
$$H^2 = \frac{D \, tg \, \alpha_1}{a^3 \, tg \, \varphi}.$$

Die weiteren Angaben liegen ausserhalb des Bereiches dieses Werkes.

290 Bei Aufstellung von Messapparaten ist es häufig nöthig, die Aenderungen der horizontalen erdmagnetischen Kraft an verschiedenen Stellen des Beobachtungsraumes zu bestimmen.

Hierzu dient das Variometer von F. Kohlrausch [1]). Dasselbe besteht aus einer auf einem drehbaren und mit zwei Wasserwagen versehenen Dreifuss von Messing stehenden dämpfenden Kupferhülse, in welcher an einem möglichst torsionsfreien Coconfaden eine planparallele, beiderseits spiegelnde, magnetisirte, kreisförmige Stahlplatte B hängt.

Fig. 147.



Um die Axe des Stativs dreht sich ein Arm MA, welcher ein Fernrohr F mit einer 250 mm vom Spiegel entfernten Scala trägt. Ausserdem ist um den die Kupferhülse tragenden Tisch des Instrumentes ein getheilter Kupferring mit der Länge nach aufgeschlitzten Seitenarmen, auf welchen vier einander parallele Magnetröhren in gleicher Lage je im Abstande von 90^0 befestigt sind, welche zusammen zwischen sich ein recht gleichartiges Magnetfeld darstellen (Fig. 147).

Nachdem der Dämpfer mit seiner Axe nahe nordsüdlich eingestellt und die Libellen am Fusse des Instrumentes horizontirt sind, legt man den Ring mit den Magneten so auf, dass die Richtung des Spiegelmagnetes mit der Visirlinie über oder durch die ihm zugekehrten Magnetrohre zusammenfällt. Diese Stellung des Ringes entspricht dem Nullpunkte des Kreises. Bei derselben fällt die Kraftrichtung mit dem

[1]) F. Kohlrausch, Münch. Sitzungsber. 1883, S. 1. Wied. Ann. **15**, 545, 1882; **19**, 130, 1883.

Meridian zusammen. Die Magnete auf dem Ringe wirken dem Erdmagnetismus entgegen und haben eine etwas grössere Directionskraft. Der Spiegelmagnet reagirt in dieser Lage besonders stark auf Drehungen des Ringes mit den Magneten.

Man dreht nun den Ring mit den Magneten gleich weit um $x - \varphi$ nach rechts und links gegen zwei Arretirungen, dass der Nullpunkt der Scala nahezu an der Vorder- und Hinterfläche des Spiegelmagnetes erscheint. Sind die Abweichungen von dieser Stellung an einem Orte α_g und β_g, an einem anderen α_i und β_i, ist $\alpha_g - \beta_g = n g$, $\alpha_i - \beta_i = n i$, A der Abstand der Scala vom Spiegel, so verhalten sich die Horizontalcomponenten des Erdmagnetismus an beiden Stellen:

$$\frac{H_g}{H_i} = 1 + \frac{tg\,\varphi}{4A}(n_g - n_i)\ ^1).$$

Die Genauigkeit des Instrumentes geht bis zu $^1/_{10000}$.

291 Eine einfachere Form [2]) des Localvariometers (Fig. 148) besteht aus einer 23 cm hohen, 1,2 cm dicken Messingsäule, welche durch eine Dosenlibelle vertical gestellt wird und oben eine Bussole mit einer auf

---

[1]) Diese Formel lässt sich folgendermaassen ableiten. Ist an einer Stelle die Intensität des magnetischen Feldes der vier Ablenkungsstäbe I und bildet daselbst die Richtung von I mit der Südrichtung des magnetischen Meridians den Winkel $\varphi + \delta$, wo δ den Fehler der Orientirung darstellt, H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, σ (nach Norden positiv gezählt) den kleinen Winkel der Nordaxe des Spiegelmagnetes mit der erdmagnetischen Ostwestrichtung, so ist $H/I = \cos(\varphi + \delta - \sigma)/\cos\alpha$. Werden die Cosinus in Reihen und bis zu den quadratischen Gliedern entwickelt, so wird

$$H/I = \cos\varphi\left[1 + (\sigma - \delta)\,tg\,\varphi + \delta\sigma - \frac{\delta^2}{2}\right] \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 1)$$

Wird der Rahmen um 2φ gedreht, tritt also an Stelle des Winkels $\varphi + \delta$ der Winkel $\varphi - \delta$, stellt sich die Nadel auf den Winkel σ_1 ein, so ist

$$H/I = \cos\varphi\left[1 + (\sigma_1 + \delta)\,tg\,\varphi - \delta\sigma_1 - \frac{\delta^2}{2}\right] \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 2)$$

und bei Addition von 1 und 2

$$H/I = \cos\varphi\left[1 + \frac{\sigma + \sigma_1}{2}\,tg\,\varphi + \frac{\sigma - \sigma_1}{2}\,\delta - \frac{\delta^2}{2}\right] \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 3)$$

Da die Werthe H/I in 1) und 2) gleich sind, folgt

$$(\sigma - \sigma_1)\,tg\,\varphi + \delta(\sigma + \sigma_1) = 2\,\delta\,tg\,\varphi_1,$$

und da δ, σ und σ_1 klein sind, ist $\sigma - \sigma_1 = 2\,\delta$.

Bei Einsetzen in Gleichung 3) und Vernachlässigung von $^1/_2\,\delta^2$ ($\delta = 0{,}6^0$ giebt $^1/_2\,\delta^2 = {}^1/_{20000}$) und wenn $\sigma + \sigma_1 = n$, der Scalenabstand A ist, wird:

$$H/I = \cos\varphi\left(1 + \frac{\sigma + \sigma_1}{2}\,tg\,\varphi\right) = \cos\varphi\left(1 + \frac{n}{4A}\,tg\,\varphi\right).$$

Treten an einer anderen Stelle für H und n die Werthe H_g und H_i, sowie n_g und n_i, so wird bei Vernachlässigung höherer Potenzen:

$$\frac{H_i}{H_g} = 1 + \frac{tg\,\varphi}{4A}(n_i - n_g).$$

[2]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 29, 47, 1886.

einer Spitze sehr leicht spielenden, 8 cm langen leichten Nadel trägt. Auf der Säule ist eine Kreisscheibe mit aufgelötheter Hülse und Nuth verschiebbar und kann sehr festgeklemmt werden. Auf der Hülse dreht sich eine am Rande getheilte, 7 cm grosse Scheibe, auf welcher ein durch Kochen constant gemachter, 10 cm langer, 12 mm dicker, in der Mitte durchbohrter, aber dafür daselbst verstärkter Magnetstab mittelst drei Schräubchen befestigt ist. An der drehbaren Scheibe ist ein fester Anschlag, an der unteren festen Scheibe sind zwei verstellbare Anschläge.

Fig. 148.



Die drehbare Scheibe wird mit dem Theilstriche Null auf den Index der festen Scheibe eingestellt und die Anschläge werden so gestellt, dass sie den Winkeln $\pm \varphi$ von der Nullstellung an entsprechen. Die Hülse wird gehoben, dass die Richtkraft des Magnetes den Erdmagnetismus etwas überwiegt. Darauf wird das Instrument gedreht, bis die Nadel mit der Richtung des auf Null gestellten Magnetes zusammenfällt, beide also im Meridian sind. Nun wird der Magnet gegen den einen und anderen der Anschläge gelegt, in solche Höhe gebracht, dass die Nadel nahe um 90° abgelenkt ist und dann die Hülse festgeklemmt. Sind die Einstellungen der Nadel am einen und anderen Beobachtungsorte, wenn man den Magnet an den Anschlag dreht, wo der Nordpol der Nadel nach Westen, bezw. der Südpol dahin abgelenkt wird, bezw. p_1 und p_2 sowie p_1^1 und d_2^1, so wird

$$(H_2 - H_1)/H_1 = 0{,}0087\, tg\, \varphi\, ([p_2 - p_2^1] - [p_1 - p_2^1]).$$

II. Elektromagnetische Messapparate.

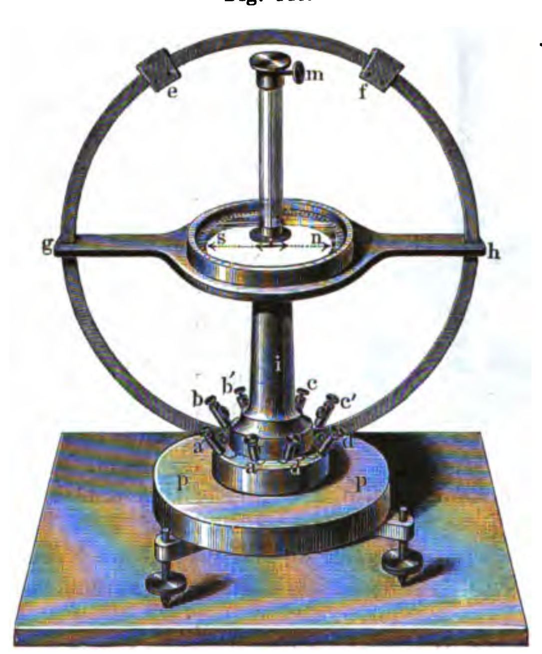
Die auf der Wechselwirkung von Leitern galvanischer Ströme beruhenden elektrodynamischen Messapparate haben wir schon §. 49 u. flgde. besprochen. 292

Eine andere Reihe von solchen Apparaten beruht auf der Wechselwirkung von Strömen und Magneten, sei es permanenten oder temporären [1]).

[1]) Die Zahl derartiger Messapparate ist sehr gross. Viele von ihnen sind nur geringe Abänderungen der früheren und namentlich für praktische Zwecke

293 Die T a n g e n t e n b u s s o l e [1]), Fig. 149, besteht aus einem oder mehreren, auf einem Brette befestigten, verticalen Ringen aus mehreren von einander isolirten und durch Klammern *ef* fest verbundenen Drähten, deren Enden mit den Drahtklemmen $a a_1$ $b b_1$ $c c_1$ $d d_1$ verbunden sind. Auf dem Brette ist ein Ständer angebracht, der eine Bussole trägt, bestehend aus einer an einem feinen Coconfaden aufgehängten Magnetnadel *ns*, deren Länge höchstens ein Viertel des Radius der Drahtkreise ist und die mit einem längeren, aus einem geschwärzten Glasfaden oder Aluminiumdraht gebildeten Zeiger verbunden ist, der auf einer auf einem Glasspiegel gezeichneten Kreistheilung spielt. — Zuweilen wird neben derselben


Fig. 149.



noch eine Theilung in Tangenten angebracht [2]). — Die Magnetnadel muss sich genau in der Mitte des Drahtkreises befinden. Die noch zuweilen angewandte Aufhängung der Nadel vermittelst eines Achathütchens auf einer Stahlspitze bietet für genauere Zwecke nicht die gehörige Beweglichkeit der Nadel. Will man bei der Aufhängung an einem Coconfaden die Schwankungen der Nadel vermeiden, so kann

---

construirt. Es liegt nicht in der Aufgabe dieses Werkes, sie alle anzuführen. Wir beschränken uns auf Angabe der leitenden Gesichtspunkte und Beschreibung der Haupttypen der allgemeiner gebrauchten Apparate.

[1]) P o u i l l e t, Compt. rend. 4, 267, 1837; Pogg. Ann. 42, 283. — Construction von W. W e b e r, Resultate des magnet. Vereins 1840, S. 85. — [2]) P r e e c e und K e m p e, Proc. Roy. Soc. London 40, 496, 1886; Beibl. 10, 720.

man nach Poggendorff unten an dieselbe in der Verlängerung des Coconfadens einen zweiten Faden anhängen, welcher eine kleine Messingkugel trägt. Diese Kugel hängt in einem in den Ständer eingelassenen Glasrohre, dessen inneren Raum sie fast vollständig ausfüllt. Das den Drahtring und die Bussole tragende Brett kann auf dem mit Stellschrauben versehenen Brette *pp* um seine Axe gedreht und so der Drahtring dem magnetischen Meridian parallel gestellt werden. Je nach Bedarf leitet man den Strom, dessen Intensität man messen will, durch einen oder mehrere der Drahtringe hinter oder neben einander und beobachtet den Ausschlag der Nadel. Zweckmässig formt man die Nadel aus einer rhombischen Stahlplatte, deren Diagonalen etwa nur 30 und 5 mm betragen, und lässt sie in horizontaler Lage in einer kleinen, eng anschliessenden Dose von etwa 10 mm dickem Kupfer schwingen. Diese Büchse hat oben ein 5 mm weites Loch, durch welches ein dünnes, 2 mm dickes Messingstäbchen hindurchgeht, welches oben einen auf der Kreistheilung spielenden Zeiger von Aluminium oder schwarzem Glase trägt, und auf welches unten die Magnetnadel in horizontaler Lage so aufzuschieben ist, dass sie mit dem Zeiger einen Winkel von 90^0 macht. Zu diesem Ende kann der Boden der kupfernen Büchse abgeschraubt werden. Die Nadel mit dem Zeiger hängt an dem Coconfaden. Bei ihren Schwingungen werden in der Kupferbüchse galvanische Ströme inducirt, welche sie in ihren Bewegungen aufhalten und ihre Schwingungen dämpfen, so dass sie schneller ihre Gleichgewichtslage annimmt [1]).

Die Anwendung von Flügeln, welche unten an der Nadel befestigt sind und in Oel tauchen, ist weniger zu empfehlen. Glycerin ist unbrauchbar (siehe Thl. I, §. 43, Anm.). Bei Anwendung der Luftdämpfung (ibid.) hat man sehr darauf zu achten, dass die Flügel nicht an die Wände der Hülle stossen.

294 Statt der Büchse mit der Nadel kann man, wie ich bereits vor langer Zeit angegeben habe, die rhombische Nadel mit ihrer Ebene in verticaler Lage, oder an Stelle derselben eine etwa 20 cm im Durchmesser haltende, $^1/_2$ bis 1 mm dicke, am Rande zugeschärfte, in der Richtung ihrer horizontalen Axe magnetisirte harte Stahlplatte in einer sie eng umschliessenden Kupferhülse schwingen lassen und oberhalb derselben einen auf einer Kreistheilung spielenden, leichten, horizontalen Zeiger befestigen.

295 Zweckmässiger bedient man sich bei allen diesen Apparaten zur Messung der Ablenkung der Nadel statt des auf einer Kreistheilung spielenden Zeigers der Spiegelablesung (s. Thl. I, §. 44 u. flgde.).

[1]) Statt der Büchse mit der Nadel und dem Theilkreise habe ich bereits vor längerer Zeit den §. 340 beschriebenen kupfernen Dämpfer mit Magnetspiegel in die Mitte des Ringes der Tangentenbussole eingesetzt, wodurch sie für absolute Messungen geeignet ist. Siehe eine für genaue Messungen geeignete Construction von F. Kohlrausch, Wied. Ann. 15, 552, 1882.

Man stellt die Windungen des Apparates von vornherein so, dass sie möglichst mit der Ebene des magnetischen Meridians zusammenfallen. Dann leitet man einen Strom hindurch, beobachtet die Ablenkung der Nadel, kehrt die Richtung des Stromes um, ohne dabei indess neue Widerstände in die Schliessung einzuführen, und beobachtet die jetzt sich ergebende, entgegengesetzt gerichtete Ablenkung. Man ändert die Stellung der Drahtwindungen so lange ab, bis die beiderseitigen Ausschläge gleich werden [1]).

296 Zur Begründung der Theorie dieses Instrumentes wollen wir die Länge der Magnetnadel gegen den Durchmesser des Drahtkreises vernachlässigen und so ihre Pole nahezu in den Mittelpunkt desselben verlegen. Wir haben unter dieser Voraussetzung schon §. 214 bewiesen, dass die durch den Erdmagnetismus und den den Drahtkreis durchfliessenden Strom auf die Nadel ausgeübten Drehungsmomente sich wie der Cosinus zum Sinus ihres Ablenkungswinkels verhalten, mithin die Intensität des Stromes der Tangente des Ablenkungswinkels proportional ist.

Ist die Axe der Nadel nicht genau den Windungen parallel, sondern bildet sie mit ihnen einen kleinen Winkel φ, ist die horizontale Componente des Erdmagnetismus H, so werden die durch Ströme von der Intensität $\pm I$ bedingten Ablenkungen ψ und ψ_1 der Nadel nach beiden Seiten gegeben durch die Gleichungen

$$const\, I \cos(\psi - \varphi) = H \sin\psi. \quad const\, I \cos(\psi_1 + \varphi) = H \sin\psi_1,$$

woraus folgt

$$tg\,\varphi = \frac{ctg\,\psi_1 - ctg\,\psi}{2}.$$

---

[1]) Eine sehr einfache und vielfach verwendbare Form der Tangentenbussole hat Quincke (Wied. Ann. 48, 24, 1893, siehe auch Ztschr. f. phys. und chem. Unterr. 6, 121, 1893) angegeben.

Eine kreisrunde Glasplatte von 25 cm Durchmesser und 4 mm Dicke lässt sich in einen ebenso breiten Schlitz eines 12 cm langen und 8 cm hohen Holzrahmens einsetzen. Oben ist durch einen auf der Platte ruhenden Reiter aus Hartgummi und Kork ein rechtwinklig gebogener Messingdraht geschoben, an dessen vertical nach unten gebogenem Theil ein Coconfaden befestigt ist, der einen versilberten Hohlspiegel von 2 cm Durchmesser trägt. Eine mit einer Längsnuth versehene Latte, oder eine um eine horizontale Axe an dem Reiter drehbare linealartige Rinne dient zum Bedecken und Schutz des Coconfadens. Auf die Rückseite des Spiegels ist ein magnetisirter Stahlring von 2 cm Durchmesser aufgekittet. Er schwebt in der Mitte der Glasplatte in einem Hartgummiring, über den eine runde Glasplatte mittelst einer Hartgumminase gehängt wird. Die Luftdämpfung bringt den Spiegel in 15 Secunden zur Ruhe und noch schneller, wenn hinter demselben auf die Glasplatte ein kupfernes Geldstück geklebt wird. Das Bild eines durch eine Petroleumflamme beleuchteten Drahtes wird durch den Spiegel auf eine Millimeterscala geworfen. Vor und hinter die in den magnetischen Meridian gestellte Glasplatte werden Spiralen, ähnlich denen des §. 340 erwähnten Instrumentes gestellt.

Dieser Apparat kann auch in grösserem Maassstabe, z. B. mit einer Glasplatte von 40 cm Durchmesser, ausgeführt werden. Letztere ist dann in der Mitte durchbohrt und es kann ein Glas eingesetzt werden, über welchem zwei kleine gleich gerichtete horizontale Stabmagnete aufgehängt sind, die an einem axialen Drahte im Glase eine in Paraffinöl eingesenkte Kupferscheibe tragen.

Man kann also auch aus den Ablenkungen ψ und ψ_1 den Winkel φ berechnen, und die Drahtwindungen durch Drehen richtig einstellen. Indess ist bei geringen Werthen φ der Beobachtungsfehler nicht gross, wenn man die Stromintensität I

$$I = const\, H \,.\, tg\, \frac{\psi + \psi_1}{2}$$

setzt. Der Fehler im Ablenkungswinkel beträgt, wenn $\varphi = 1$ bis 2^0 ist, für ψ zwischen 0 und 80^0 höchstens $^1/_2$ Minute, wenn $\varphi = 5^0$ ist, für ψ bis 60^0 nur etwa $2^1/_2$ Minuten im Maximum [1]).

297 Das Gesetz der Proportionalität der Stromintensität mit der Tangente des Ablenkungswinkels der Nadel der Tangentenbussole ist nur richtig, so lange die Länge der Nadel verschwindend klein gegen den Durchmesser des sie umgebenden Drahtringes ist. Sobald ihre Pole aus der Ebene desselben bedeutend hinaustreten, ist die Einwirkung des Stromes schwächer, und das auf sie ausgeübte Drehungsmoment ist nicht mehr proportional dem Cosinus ihrer Neigung gegen die Ringebene, sondern kleiner [2]).

Man hat daher versucht, durch passende Einrichtung der Tangentenbussole das Gesetz der Tangenten innerhalb möglichst weiter Grenzen zur Geltung zu bringen. Dies kann zunächst dadurch geschehen, dass man die Nadel sehr kurz nimmt. Nach Wilh. Weber [3]) sind die Tangenten der Ablenkungen der Nadel den Stromintensitäten fast genau proportional, wenn die Nadel nicht länger als ein Viertel des Durchmessers des Drahtkreises ist.

298 In anderer Weise geschieht dies in der von Helmholtz [4]) und Gaugain [5]) angegebenen Tangentenbussole dadurch, dass man den

---

[1]) Vergl. auch Buff, Ann. d. Chem. u. Pharm. 86, 1, 1853.

Eine ältere Tangentenbussole von Nervander (Lenz, Pogg. Ann. 59, 203, 1843; Acta societatis Fennicae 17, 69, 1891) bestand aus einer auf einer Theilung spielenden Magnetnadel, unter welcher sich in einiger Entfernung eine horizontal liegende Drahtspirale befand, deren Axe mit der Richtung des magnetischen Meridians zusammenfiel. Diese Spirale war an einem verticalen Stabe befestigt, an dem sie sich auf und nieder schieben und vermittelst eines conischen Zapfens unter dem Aufhängepunkte der Magnetnadel um eine verticale Axe drehen liess. Ein auf der Theilung spielender Zeiger gestattete die Drehungswinkel zu bestimmen. Wurde die Spirale um 90^0 aus der Ebene des Meridians gedreht und ein Strom hindurchgeleitet, so wurde die Nadel abgelenkt, und die Stromintensität entsprach der Tangente des Ablenkungswinkels. — Diesen Apparat hat namentlich Lenz zu einer Reihe von Versuchen verwendet. Neuerdings ist er indess durch die anderen Formen der Tangentenbussole verdrängt worden.

[2]) Eine Berechnung dieser Abweichung von Hädenkamp in Grunert's Archiv 33, 217, 1854. — [3]) W. Weber, Pogg. Ann. 55, 32, 1842. — [4]) Helmholtz hat das Princip dieser Bussole schon in der Sitzung der physikalischen Gesellschaft zu Berlin am 16. März 1849 mitgetheilt und zu derselben Zeit einen Apparat nach diesem Principe construirt und benutzt. — [5]) Gaugain, Compt. rend. 36, 191, 1853; Pogg. Ann. 88, 442. — Versuche über die Stärke

Mittelpunkt der Nadel nicht mit dem Mittelpunkte des sie umgebenden Drahtkreises zusammenfallen lässt, sondern ihn in einer gegen die Ebene desselben senkrechten Richtung um die Hälfte des Radius verschiebt. Will man mehrere Drahtkreise anwenden, so müssen ihre Mittelpunkte sich in solchen Abständen von dem Mittelpunkte der Nadel befinden, dass die Radien der Kreise doppelt so gross sind, wie jene Abstände. Die Kreise liegen daher auf einem Kegelmantel, dessen Winkel φ an der Spitze so gross ist, dass $tg\, {}^1/_2\, \varphi = 2$ ist. Dieser Winkel beträgt mithin zweimal $63^0\, 26'$, d. i. etwa 127^0. — Zweckmässiger stellt man nach Helmholtz in gleichen Abständen zu beiden Seiten der Nadel solche Drahtkreise auf und leitet durch beide in gleicher Richtung den Strom. Die Tangentenbussole erhält mithin etwa die Einrichtung wie in Fig. 150.

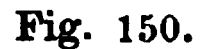


Fig. 150.



Die Begründung der Richtigkeit des Tangentengesetzes bei dieser Einrichtung bis zu sehr bedeutenden Ablenkungen ergiebt sich aus den Rechnungen des §. 245 u. flgde.

Auch experimentell hat Gaugain die Richtigkeit desselben hierbei bestätigt, indem er um einen Draht von 2 mm Durchmesser als Kern vier von einander isolirte Drähte in Schraubenwindungen von gleichem Gange aufwickelte, die so gewundene Spirale um eine kreisförmige Scheibe legte, und letztere der Magnetnadel so gegenüberstellte, dass der Abstand des Mittelpunktes der Scheibe von dem Mittelpunkte der Nadel gleich ihrem halben Radius war. Der Strom wurde durch einen oder mehrere der schraubenförmigen Drähte hinter einander geleitet, welche nach den Ampère'schen Beobachtungen einem

---

des Magnetfeldes einer Helmholtz'schen Tangentenbussole von Ellis, Clarkson, Rainy, Proc. Roy. Soc. Edinb. 1885/86, p. 523; Beibl. **11**, 551. — Eine weitere Complication, wo ein die Nadel umgebender Kreis vom Radius c von 64 Windungen und daneben zwei conaxiale kleinere von dem Radius $c\sqrt{4/7}$ mit je 46 Windungen im Abstande von je $c\sqrt{9/7}$ von seiner Ebene aufgestellt sind, siehe Maxwell, Treatise, 2. edit. **2**, 329. Das Magnetfeld ist dann in einem grossen Raume gleichförmig.

ihrer Axe entsprechenden kreisförmigen Strome äquivalent sind; die Intensität des Stromes wurde durch Ein- und Ausschaltung von Compensationsdrähten in den übrigen Schliessungskreis constant erhalten. Das Tangentengesetz bewährte sich hierbei vollkommen.

Dass man durch Anwendung von zweimal zwei Drahtkreisen von geeignetem Durchmesser noch geringere Abweichungen vom Tangentengesetz erhält, als bei Anwendung von nur zwei Kreisen, folgt aus §. 248. Indess dürfte doch die mit letzteren zu erreichende Genauigkeit für fast alle Fälle vollkommen genügen. Auch kann man den einen Drahtkreis mittelst Schrauben ein wenig in der Richtung seiner Axe verschieben, um dadurch Aenderungen des Erdmagnetismus zu compensiren [1]).

299 Da eine vom Strome durchflossene Spirale, welche ein Ellipsoid umgiebt, auf alle im Inneren befindlichen Punkte eine constante, gleiche Wirkung ausübt (vergl. §. 255), hat **Riecke** [2]) den Windungen diese ellipsoidische Gestalt gegeben, wobei die verticale Rotationsaxe a des Ellipsoides z. B. 30 mm, der horizontale Durchmesser b des grössten Kreisschnittes 120 mm betrug. Schwebt in demselben die Nadel, so sind die sie ablenkenden Kräfte den Intensitäten der durch die Windungen geleiteten Ströme proportional. Ist n die Zahl der Windungen auf der Längeneinheit der Spiralaxe, ist ferner

$\lambda = a^2/(b^2 - a^2)$ und $R = 2\pi\lambda(\lambda^2 + 1)\{arctg\, 1/\lambda - \lambda/(\lambda^2 + 1)\}$,

so ist die Directionskraft eines Stromes Eins gleich $n(4\pi - R)$.

300 Für Messung sehr verschieden starker Ströme mit der Tangentenbussole kann man nach **Obach** [3]) den Drahtkreis an zwei in der Verlängerung seines horizontalen, dem Meridian entsprechenden Durchmessers angebrachten Zapfen befestigen, ihn um dieselben drehen und so in eine gegen die Verticalebene geneigte Lage bringen.

Ist der an einem Theilkreise abzulesende Neigungswinkel φ, so wird die auf die Nadel in der Horizontalebene wirkende Kraft im Verhältnisse von $1 : sin\,\varphi$ verringert. Zugleich erhält aber auch die Nadel einen Antrieb, in Folge dessen sie sich aus der horizontalen Lage entfernen würde. Sie wird deshalb mit einer zwischen zwei Lagern drehbaren Axe versehen.

Dieselbe Einrichtung kann man auch bei der Sinustangentenbussole (§. 304) verwenden [4]).

301 Auch hat man die Tangentenbussole mit zwei concentrisch in einander liegenden Kreisen (z. B. von 10,9 und 9,96 cm Durchmesser) von

---

[1]) Kessler, Centralbl. f. Elektrotechn. 266, 290, 1886; Beibl. 10, 634. — [2]) Riecke, Wied. Ann. 3, 36; 4, 226, 1878. — [3]) Obach, Carl's Rep. 14, 507, 1878; Beibl. 2, 724. Auch Trowbridge, Sillim. Journ. [3] 29, 236, 1885; Beibl. 10, 47. — [4]) Ducretet, Soc. franç. de Phys. 1880, p. 78; Beibl. 5, 205.

dickem Kupferblech (2,3 cm Breite, 0,35 cm Höhe) versehen, durch welche man einzeln oder vereint in gleichem oder entgegengesetztem Sinne den Strom leitet, so dass man dann die Summe oder Differenz der Stromwirkungen erhält [1]). Ebenso könnte man eine Tangentenbussole mit mehreren Windungen construiren [2]).

302 Oberbeck [3]) befestigt auf einem Schlitten zwei verschieden grosse Drahtkreise auf beiden Seiten der Magnetnadel und verschiebt sie in der Richtung ihrer Axe. In grösserer Nähe der Nadel überwiegt die Wirkung des kleineren, in grösserer Entfernung die des grösseren Kreises. Man kann sie in solche Entfernung von der Nadel schieben, dass die Wirkung bei entgegengesetzter Richtung der Ströme in den beiden Kreisen gleich Null ist. Sind die Radien der Stromkreise a und b, ist der Abstand des Mittelpunktes von a von dem Nadelmittelpunkte gleich z, so heben sich die Wirkungen auf, wenn $a^2/(a^2+z^2)^{3/2} = b^2/(b^2+z^2)^{3/2}$ ist.

Durch Verschiebung nach der einen oder anderen Seite kann man die Wirkung des einen oder anderen Kreises überwiegend machen. Setzt man $a = z\sqrt{1+\eta}/\eta$, $b = z\sqrt{1+\eta}\,.\,\sqrt{\eta}$, $b = a\eta^{3/2}$, wo η eine Zahl ist, so wird das Drehungsmoment bei einer gegen z kleinen Verschiebung ζ, welche nach der Stärke des zu messenden Stromes zu wählen ist, gleich

$$\frac{6\pi i\zeta}{z^2}\,\frac{(H\eta)\eta\cos\alpha}{(1+\eta+\eta^2)^{5/2}}.$$

303 Die Fehlerquellen, welche bei der Tangentenbussole aus der Veränderung der Lage der Magnetnadel gegen die Windungen des sie umgebenden Drahtes entspringen, hat man noch auf eine andere Weise zu vermeiden gesucht, indem man die Windungen während des Hindurchleitens des Stromes so einstellte, dass die Nadel eine gleiche Lage gegen sie bewahrte. Dies geschieht in der Sinusbussole [4]). Die Construction dieser Bussole, die Aufhängung der Magnetnadel in derselben u. s. f. entspricht völlig der Tangentenbussole. Nur ist das Stativ, welches die Bussole und die Drahtwindungen trägt, um seine Axe drehbar, und sein Drehungswinkel kann vermittelst eines mit Nonius versehenen, am Stativ befestigten Zeigers an einem getheilten Kreise abgelesen werden, der auf dem unteren, das Stativ tragenden Fuss befestigt ist.

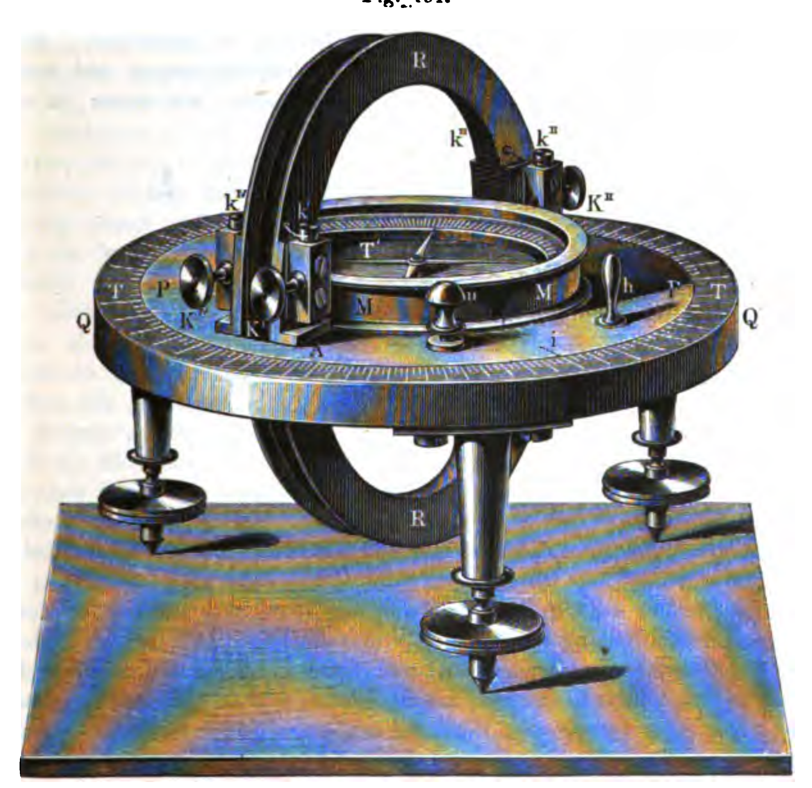
---

[1]) C. F. Bracket, Sillim. Journ. [3] 21, 398, 1881; Beibl. 5, 614. Auch Himstedt, Wied. Ann. 41, 871, 1890. — [2]) Repieff, J. de Phys. 10, 419, 1881; Beibl. 5, 894. Grassi compensirt den Erdmagnetismus durch eine mit ihrer Ebene senkrecht zum Meridian liegende Spirale, bezw. einen solchen Drahtkreis, durch welchen der Strom in einer dem Erdmagnetismus entgegenwirkenden Richtung fliesst. Die Empfindlichkeit bleibt dann bis zu hohen Ausschlägen gleich (N. Cim. [2] 30, 120, 1891. Rend. Napoli 6, 1891; Beibl. 16, 35, 227). — [3]) Oberbeck, Wied. Ann. 42, 502, 1891. — [4]) Pouillet, Compt. rend. 4, 267, 1837; Pogg. Ann. 42, 284.

Eine andere Art der Construction dieses Apparates, die sich ihrer Festigkeit wegen namentlich für den Transport eignet, ist die von Siemens und Halske angegebene Sinustangentenbussole, Fig. 151. Der Drahtring *R* ist in eine kreisrunde Messingplatte *P* eingesetzt, welche in die den Theilkreis *T* tragende Platte *Q* conisch eingedreht ist und in derselben durch die Elfenbeinknöpfe *h* gedreht werden kann. Auf derselben Platte steht die Bussole *M* mit dem besonderen Theilkreise T^1 und mit ihrer rhombischen Magnetnadel, welche je nach der Anwendung

304

Fig. 151.



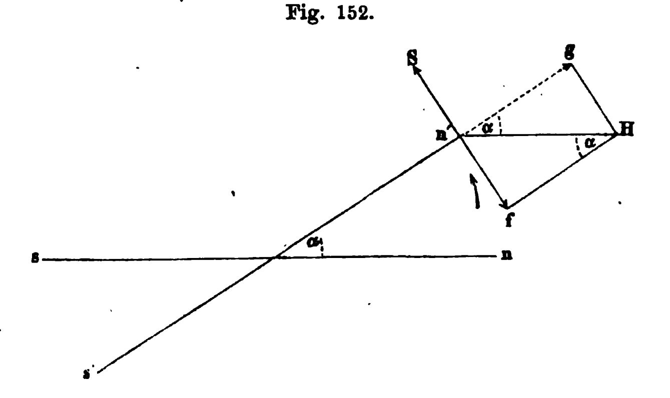
des Apparates als Sinus- oder Tangentenbussole schmal und lang (1 : 9 cm) oder kurz und breit (1 : 3 cm) ist. Auf der Nadel sind Indices von Aluminium befestigt, welche mit derselben einen Winkel von 90° bilden. Durch Heben und Senken eines Knopfes *u* können in der Bussole zu beiden Seiten der Nadel zwei Stifte in die Höhe gehoben werden, die sie hindern, zu weite Schwingungen zu machen.

Der Drahtring *R* ist mit zwei Drähten von 1,339 mm und 0,25 mm Dicke umwunden, von denen der erstere 16 Windungen, der letztere etwa 1050 Windungen bildet. Die Enden des dickeren Drahtes sind

mit den Klemmen K^{I} und K^{IV}, die des dünneren mit K^{III} und K^{II} verbunden. — Eine kleine Widerstandsrolle mit verschiedenen Drahtlängen kann zwischen K^{IV} und K^{I} in der Weise eingeschaltet werden, dass letztere den Windungen der Bussole parallel geschaltet sind und dadurch die Stromstärke in der Bussole auf $^1/_{10}$, $^1/_5$, $^1/_2$ ihres Werthes im unverzweigten Theile der Schliessung reducirt.

305 Bei der Messung der Stromintensität durch die Sinusbussole stellt man die Drahtwindungen erst in die Ebene des magnetischen Meridians. Der Theilstrich des unteren Kreises, auf welchen der am Stativ befestigte Zeiger weist, ist als der Nullpunkt der Theilung zu betrachten. Man leitet den zu messenden Strom durch die Drahtwindungen und dreht sie der abgelenkten Nadel nach, bis dieselbe wieder, wie früher, in der

Fig. 152.



Ebene der Windungen schwebt und auf den Nullpunkt der Theilung der Bussole weist.

Bezeichnet ns, Fig. 152, die Lage der Nadel im magnetischen Meridian ohne Einwirkung des Stromes; $n^1 s^1$ die Lage derselben, nachdem sie durch den Strom abgelenkt ist und die Windungen ihr nachgedreht sind, also mit ihrer Ebene zusammenfallen, so wirkt die ablenkende Kraft des Stromes in der gleichen Richtung gegen die Nadel, welches ihre Ablenkung α auch sein mag. Das auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment, welches wir durch die an dem Nordpole der Nadel wirkende, gegen ihre Axe senkrechte Componente $n^1 S$ darstellen wollen, ist also der Stromintensität direct proportional. Die Richtung und die Grösse der horizontalen Componente des auf den Pol n^1 wirkenden Erdmagnetismus sei $n^1 H$. Ist die Nadel im Gleichgewichte, so muss die auf der Nadel $s^1 n^1$ senkrechte Componente dieser Kraft $n^1 f$ gleich $n^1 S$ sein. Ist der Ablenkungswinkel der Nadel α, so ist $n^1 S = n^1 f = n^1 H \sin \alpha$.

Die Intensität des Stromes ist also proportional dem Sinus des Winkels, um den man die Drahtwindungen der ablenkenden Nadel der Bussole nachdrehen muss, damit sie sich wieder in der Ebene der ersteren befindet.

Man kann bei der Sinusbussole die eine der beiden Theilungen entbehren. Am zweckmässigsten kann man die untere Theilung fortlassen, da man dann die Bussole auch als Tangentenbussole verwenden kann. Man stellt auf dem unteren Brette des Apparates einen verticalen Stab auf, der einen auf die Theilung unter der Nadel weisenden Zeiger trägt. Bei der Drehung der Windungen liest man vermittelst dieses Zeigers direct den Drehungswinkel auf jener Theilung ab. — Oder man öffnet den Strom, nachdem man die vom Strome durchflossenen Windungen so eingestellt hat, dass sich die Nadel in ihrer Ebene befindet. Die Nadel stellt sich dann wieder in den magnetischen Meridian, wie ohne Einwirkung des Stromes. Der Winkel, um den sie bei dieser Einstellung zurückgeht, ist dem Drehungswinkel der Windungen gleich. 306

Die Sinusbussole hat den Vorzug vor der Tangentenbussole, dass sie, unabhängig von der Grösse und Gestalt der Nadel, von der Torsion des sie tragenden Fadens und auch der Gestalt des Drahtgewindes, richtige Resultate liefert, wenn nur die Nadel nach ihrer Ablenkung gegen das ihr nachgedrehte Drahtgewinde relativ die gleiche Lage einnimmt, wie vor derselben. — Sie hat dagegen die Unbequemlichkeit, dass man durch sie nur Ströme bis zu einer bestimmten Intensität messen kann. Ist die Kraft, mit der der Strom die Nadel aus seiner Ebene ablenkt, gleich der horizontalen Componente des Erdmagnetismus, so müssen die Windungen um 90^0 aus der Ebene des Meridians gedreht werden, um die Nadel in ihre Ebene zu bringen. Bei weiterer Zunahme der Stromintensität schlägt die Nadel um. Um daher stärkere Ströme durch die Sinusbussole zu messen, darf man nur einen aliquoten Theil derselben durch den Draht der Bussole leiten, indem man zwischen den zu der Bussole führenden Drähten eine Zweigleitung anbringt. Seit der allgemeinen Einführung der Spiegelablesung wird die Sinusbussole jetzt nur noch wenig gebraucht[1]).

Zur Messung der Intensität schwächerer Ströme dient das Galvanometer, bei welchem die ablenkende Wirkung des Stromes auf die Magnetnadel auf doppelte Weise verstärkt wird; einmal durch Vermehrung der Anzahl der dieselbe umgebenden Drahtwindungen, dann durch Anwendung eines Systems von zwei astatischen Magnetnadeln. 307

Fig. 153 (a. f. S.) zeigt die Einrichtung eines solchen Instrumentes.

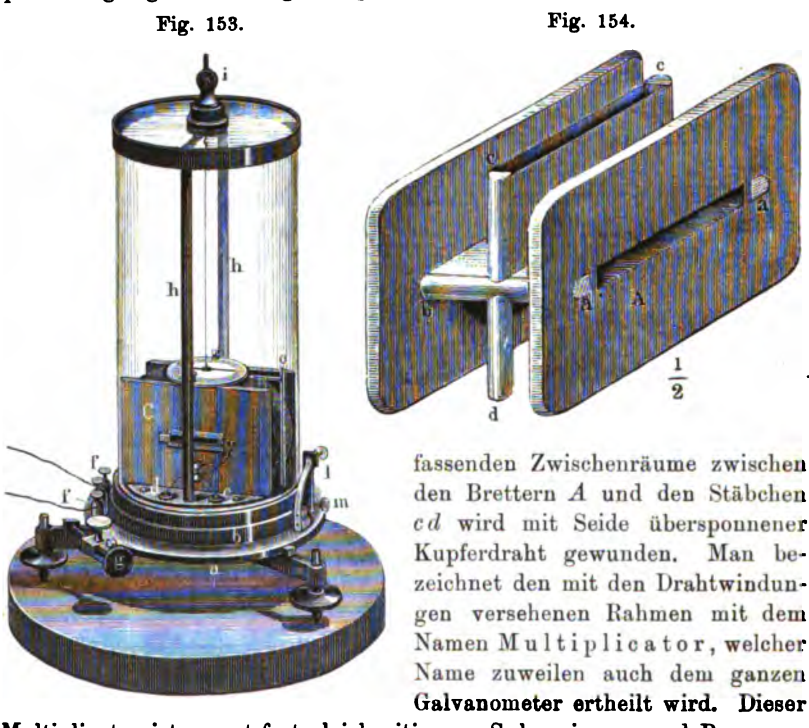
Auf einem durch Stellschrauben horizontal zu stellenden Brette oder einer starken Messingplatte *a* dreht sich in einem conischen Zapfen eine Messingplatte *b*, auf die in der Mitte eine flache kreisrunde Büchse von

---

[1]) Um die Wirkung der Windungen auf die Nadel bei verschiedenen Ausschlägen gleich zu machen, umwindet Stefanini (N. Cim. [3] **26**, 97, 1889; Beibl. **14**, 190) zwei trommelartig mit einander verbundene parallele, conaxiale, kreisförmige Holzplatten, in welche radiale Rinnen gegraben sind, in radialer Richtung gleichmässig mit Drahtwindungen und hängt in diese Windungen das magnetische System. Dann gilt auch das Sinusgesetz.

Messing aufgelöthet ist. In diese Büchse kann ein kreisrundes Brett eingelegt werden, auf welchem der die Drahtwindungen tragende Rahmen, der Multiplicatorrahmen *C*, befestigt ist. Derselbe besteht aus zwei verticalen Brettern *A*, Fig. 154, welche durch die horizontalen, 4 mm hohen Leisten *ab* unter einander verbunden sind. Seitlich sind in die Bretter *A* 4 mm lange, horizontale Einschnitte von der Höhe der Leisten *ab* eingeschnitten. Auf die letzteren sind zwei verticale Stäbchen *cd* aufgesetzt, deren äussere Kanten entsprechend einem um die Drehungsaxe des Multiplicators gelegten Kreisbogen abgerundet sind. In die etwa 40 bis 60° umfassenden Zwischenräume zwischen den Brettern *A* und den Stäbchen *cd* wird mit Seide übersponnener Kupferdraht gewunden. Man bezeichnet den mit den Drahtwindungen versehenen Rahmen mit dem Namen **Multiplicator**, welcher Name zuweilen auch dem ganzen Galvanometer ertheilt wird. Dieser Multiplicator ist zuerst fast gleichzeitig von **Schweigger** und **Poggendorff** verwendet worden [1]).

Fig. 153. Fig. 154.



Zu den Drahtwindungen verwendet man ganz eisenfreien Draht aus galvanisch niedergeschlagenem Kupfer, den man vor der Ueberspinnung mit **weisser** Seide (grüne ist oft eisenhaltig und magnetisch) mit verdünnter Salzsäure und Wasser abgewaschen hat. Sonst lenkt er die Nadel ab. Er wird mit Schellackfirniss lackirt. Zweckmässig werden, wie bei dem

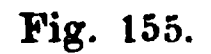
---

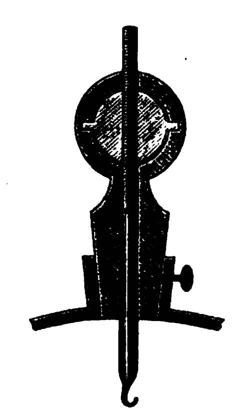
[1]) **Schweigger**, Allgem. Literaturzeitung 1820, Nov. Nr. 296; Schweigg. J. **31**, 12, 1826. **Poggendorff**, Erman's Umrisse, S. 105; Gilb. Ann. **67**, 422, 1821. Die höchst zweckmässigen, hier erwähnten wesentlichen Verbesserungen der Einrichtung des Galvanometers von E. **du Bois-Reymond**, siehe dessen Untersuchungen über thierische Elektricität **1**, 162 u. flgde. 1848 und **2**, 477, u. flgde. 1849.

Differentialgalvanometer[1]), zwei ganz gleiche und parallel gelegte Drähte hierzu verwendet, um gleichzeitig zwei Ströme hindurch zu leiten. In gewissen Fällen kann man die beiden Drähte auch von verschiedenem Drehungsmoment machen[2]).

Die Enden der Drahtwindungen des Multiplicators sind mit zwei (beim Differentialgalvanometer mit vier) Klemmschrauben *d*, *e*, Fig. 153, verbunden, welche auf die den Rahmen desselben tragende Holzscheibe aufgesetzt sind. — Von ihnen gehen besondere Drähte in einigen Spiralwindungen durch den die Messingscheibe *b* tragenden conischen, dazu durchbohrten Zapfen zu den Klemmschrauben *ff*, welche auf die Platte *a* isolirt aufgeschraubt sind. Man kann auf diese Weise leicht den Multiplicator mit einem anderen vertauschen.

Durch einen unten an dem conischen Zapfen befestigten horizontalen Hebel, oder vermittelst eines daran befestigten Zahnrades und einer in dasselbe eingreifenden Schraube ohne Ende kann man die Messingplatte *b* im Kreise herumdrehen. Bei feineren Instrumenten trägt die Platte *a* eine Kreistheilung, die Platte *b* einen sich darauf verschiebenden Nonius, welche eine genaue Ablesung des Drehungswinkels gestatten.


Fig. 155.



Auf zwei diametral gegenüberstehenden Punkten der Messingplatte *b*, deren Verbindungslinie um 90⁰ gegen die Ebene der Drahtwindungen geneigt ist, ist ein Messingbügel *h* aufgesetzt, welcher über dem Centrum des Multiplicatorrahmens eine Fassung *i* trägt, die bei feineren Apparaten durch drei seitliche Schrauben centrirt werden kann. Diese Fassung, Fig. 155, trägt einen Metallconus, welcher vertical von einem viereckigen Loch durchbohrt ist, in dem sich ein vierseitiges Stäbchen verschiebt, das oberhalb in einer Schraube endet. Auf letzterer dreht sich eine Messingkugel, die durch einen über die Schraube übergreifenden Bügel an der Fassung festgehalten wird. Dreht man die Kugel, so hebt und senkt sich das mit der

[1]) Das Differentialgalvanometer ist zuerst von Becquerel benutzt worden (Ann. de Chim. et de Phys. 32, 422, 1826). Namentlich bei Anwendung dünnerer Drähte muss man sich während des Aufwindens überzeugen, dass der Draht keine Bruchstellen hat. Deshalb verbindet man sein eines Ende durch ein Galvanometer mit dem einen Pol einer Säule, den anderen Pol derselben mit einer feinen Nähnadel, welche man von Zeit zu Zeit durch die Umwickelung des Drahtes hindurchsticht. Das Galvanometer muss stets einen Ausschlag geben. Zerrissene Stellen werden sorgfältig gelöthet und mit ungedrehter Seide bewickelt.

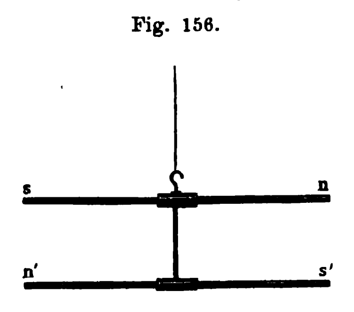
Man verbindet auch bei Umwickelung des Rahmens mit zwei parallelen Drähten den einen Pol der Säule mit dem einen Ende des einen Drahtes und bringt die Nähnadel auf verschiedene Stellen des anderen parallelen Drahtes. Die Abwesenheit eines Ausschlages der Galvanometernadel zeigt die Isolation beider Windungsreihen von einander an.

[2]) Vergl. Lord Rayleigh, Rep. Brit. Assoc. 1884, p. 663; Beibl. 10, 46.

Schraube verbundene vierseitige Stäbchen, ohne sich dabei selbst drehen zu können. Unterhalb trägt es an einem Häkchen einen einfachen Faden von roher, in Seifenwasser abgekochter Seide, an welchen das astatische System der Magnetnadeln, Fig. 156, angehängt wird. Dasselbe besteht aus zwei möglichst gleichen und gleich stark magnetisirten Stahlnadeln *sn* und *s'n'*, welche einander möglichst parallel in zwei, in ein Elfenbeinstäbchen gebohrte, horizontale Löcher eingeschoben sind, so jedoch, dass ihre gleichnamigen Pole nach entgegengesetzten Seiten weisen. Das Elfenbeinstäbchen ist so lang, dass die eine der Nadeln in dem inneren Raum der Drahtwindungen des Multiplicators, die andere gerade über demselben frei hin- und herschwingen kann. Die obere Nadel selbst, oder besser ein mit ihr verbundener leichter Zeiger, bewegt sich auf einer auf den Multiplicatorrahmen aufgelegten Kreistheilung, deren Nullpunkt mit dem oberen Ende der Stäbchen *cd* des Multiplicatorrahmens zusammenfällt.

Auf den um 90° von dem Nullpunkte abstehenden Punkten des Multiplicatorrahmens befestigt man zwei sehr feine, verticale Glimmerblättchen, welche die Nadeln bei grösseren Ablenkungen am völligen Umschlagen hindern. Die seitlichen Oeffnungen des Multiplicatorrahmens, durch welche man die im Inneren desselben schwebende Nadel sehen kann, werden mit Glasplatten bedeckt, die in eine an dem Rahmen angebrachte Nuth eingeschoben werden. Ebenso schützt eine auf den Rand der den Rahmen tragenden Messingbüchse gesetzte Glasglocke das astatische System vor Luftzügen. Sie hat oben zweckmässig einen flachen Boden. — Da durch Annäherung des Beobachters an den Apparat leicht in Folge der ungleichen Erwärmung desselben dennoch Luftströmungen in der Glasglocke entstehen können, die dem astatischen System eine Ablenkung ertheilen würden, kann man auf den flachen oberen Boden der Glocke einen ebenen Spiegel in einem Winkel von etwa 45° aufsetzen, und darin durch ein Fernrohr das Spiegelbild des getheilten Kreises und des darauf spielenden Zeigers des astatischen Systems beobachten.

Fig. 156.



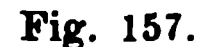
Für die meisten Fälle stellt man den Multiplicator so, dass die Drahtwindungen der Ebene des astatischen Systems parallel verlaufen, der mit ihnen verbundene Zeiger also auf Null steht. Man regulirt die Stellung des Instrumentes durch die Stellschrauben, bis die Nadeln frei schweben, und beobachtet beim Hindurchleiten des Stromes durch den Multiplicator ihre Ablenkung [1]).

---

[1]) Mohr (Pogg. Ann. 99, 102, 1856, auch Nervander l. c.) wickelt die Drahtwindungen hierbei parallel neben einander entweder auf eine flache, kreis-

Es hat keine Schwierigkeit, zu bestimmen, ob man dickere oder dünnere Kupferdrähte in wenigen oder vielen Windungen in den gegebenen Raum des Multiplicatorrahmens einwinden soll, um bei Einschaltung des Galvanometers in einen gegebenen Schliessungskreis das Maximum der Ablenkung der Nadel zu erhalten. 308

Hierzu muss der Widerstand des Multiplicatordrahtes gleich dem der übrigen Schliessung sein (s. w. u.).

Hat man daher die Intensität von Strömen zu messen, deren Schliessungskreis sonst nur einen geringen Widerstand darbietet, z. B. von Thermoströmen, so verwendet man einen Multiplicator, welcher nur aus wenigen Windungen von dickem Draht oder nur aus einem dicken  förmigen Kupferblech besteht. — Hat man die Intensität von Strömen zu messen, deren Schliessungskreis einen sehr grossen Widerstand hat, so wendet man Multiplicatoren mit langem dünnen Draht an [1]). So hat E. du Bois-Reymond bei seinen Versuchen über Nervenströme einen Multiplicator aus 24 160 Windungen von übersponnenem Kupferdraht von 0,13 bis 0,15 mm Durchmesser und 5106 m Länge benutzt.

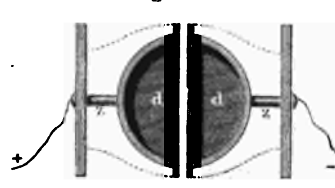
Bedient man sich eines Differentialgalvanometers, so wird man hiernach unter verschiedenen Umständen die beiden Windungsreihen desselben neben oder hinter einander verbinden.

Das System astatischer Nadeln wird durch die horizontale Componente des Erdmagnetismus nur mit einer Kraft gerichtet, welche der Differenz der magnetischen Momente beider Nadeln entspricht. In dem Galvanometer schwebt die obere Nadel über, die untere unter der oberen Hälfte und über der unteren Hälfte der Drahtwindungen. Die Drehungsmomente, welche von dem diese letzteren durchfliessenden Strome auf beide Nadeln ausgeübt werden, addiren sich, während die Wirkungen 309

---

runde Dose von Holz, in der die untere Nadel des astatischen Systems schwingt, und an der auf zwei diametral gegenüberliegenden Seiten zwei Zapfen befestigt sind, auf welche Bretter aufgeleimt werden; oder auch auf die äusseren Flächen zweier hohler, getrennter Halbkugeln *d*, Fig. 157, von Holz, welche gleichfalls an Stäbchen befestigt werden, die ausserhalb an zwei Zapfen *z z* Bretter tragen. Diese Halbkugeln werden über die untere Nadel des astatischen Systems geschoben und die auf sie gewundenen Drähte mit einander verbunden. Mohr ersetzt die im Inneren der beiden Halbkugeln schwebende Nadel durch mehrere parallele Nadeln, welche sich in ihrer Länge der inneren Kugelfläche anschliessen. Hierbei werden die Windungen des Drahtes verhältnissmässig näher an die Nadeln gebracht, und bei einer geringeren Drahtlänge mehr Windungen um den Rahmen herumgelegt, aus denen die Nadel auch bei ihren grössten Ablenkungen nicht heraustritt.

Fig. 157.



In Betreff der Gestalt des Querdurchschnittes der Windungen siehe auch weiter unten.

[1]) Fechner, Pogg. Ann. 45, 232, 1838; vgl. auch Buff, Ann. d. Chem. u. Pharm. 86, 1, 1853.

des Erdmagnetismus sich subtrahiren. Je mehr die magnetischen Momente beider Nadeln des astatischen Systems gleich sind, desto geringer wird die Richtkraft der Erde auf dasselbe. — Man muss deshalb bei recht empfindlichen Galvanometern die Nadeln möglichst gleich wählen. Man nimmt zwei gleiche englische Nähnadeln, oder nach E. du Bois-Reymond zwei neben einander liegende Stücke eines Stahldrahtes, den man in einem Bügel ausgespannt, geglüht und gehärtet hat. Diese beiden Stücke werden in siedendem Leinöl angelassen. Ihre Länge kann etwa 30 bis 40 mm, ihre Dicke nicht ganz 1 mm betragen. Man setzt sie einander möglichst parallel in ein Verbindungsstück von Schildpatt oder Elfenbein so ein, dass die untere Nadel in der Mitte der Windungen, die obere dicht über denselben hängt. Das Verbindungsstück wird recht leicht genommen, damit sein Trägheitsmoment klein ist und ein momentaner Strom das System recht weit ablenkt. Die verbundenen Nadeln werden zwischen zwei Brettchen eingeklemmt und dann gleichzeitig an den beiden Polen eines hufeisenförmigen Magnetes oder Elektromagnetes bis zur Sättigung gestrichen. Man sucht dabei die obere Nadel etwas stärker zu magnetisiren. Man entzieht dieser stärkeren Nadel durch entgegengesetztes Streichen mit einem sehr schwachen Magnet (Nordpol mit Nordpol), oder nur durch Annähern eines kleinen Magnetes [1]) (weniger gut durch Abschleifen auf Sandstein) [2]) einen Theil ihres Magnetismus, bis die Schwingungsdauer des Systems möglichst gross ist (etwa 30 Secunden oder mehr) [3]).

310 Wären die magnetischen Axen der beiden Nadeln einander vollkommen parallel, so würden sie sich bei dem geringsten Ueberwiegen des magnetischen Momentes der einen in die Ebene des Meridians einstellen, bei völliger Gleichheit des magnetischen Momentes aber in jeder Lage im Gleichgewicht sein, wenn nicht in den Nadeln durch die Einwirkung des Erdmagnetismus in ihren mehr oder weniger nach Nord gekehrten Enden nördlicher, in ihren entgegengesetzten Enden südlicher Magnetismus temporär erzeugt würde, und sie daher mit ihrer Ebene in der Ebene des magnetischen Meridians blieben. Nur wenn ihre Ebene

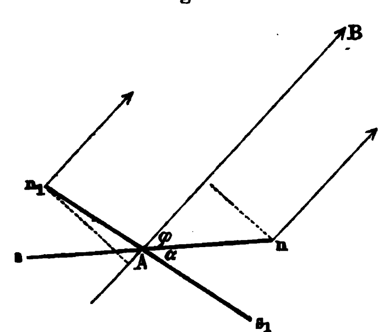
---

[1]) Gruel, Pogg. Ann. **136**, 640, 1865. — [2]) Lenoir, Pogg. Ann. **123**, 384, 1864. — [3]) Man kann das astatische System auch aus zwei mit ihren Biegungen an einander gelegten Hufeisenmagneten herstellen, deren Schenkel je in derselben Horizontalebene liegen und ihre ungleichnamigen Pole einander abkehren. (Hempel, Ztschr. f. phys. u. chem. Unterr. **4**, 165, 1888; Beibl. **12**, 545.) — Bei einer behufs grosser Empfindlichkeit getroffenen Anordnung von Feussner (Verh. d. phys. Ges. **10**, 19, 1891; Beibl. **17**, 222) stellen in der Mitte, dicht bei der Drehungsaxe, die Magnete runde Röhrchen von 2 bis 3 mm äusserem Durchmesser dar und erweitern sich von da an nach beiden Seiten trichterförmig mit einem Oeffnungswinkel von etwa 75°. Die Wanddicke nimmt von der Mitte nach aussen proportional der Erweiterung des Trichters ab, so dass alle senkrecht zur magnetischen Axe geführten Schnitte ungefähr denselben Flächeninhalt besitzen. Der äussere Rand des Magnetes, welcher die Polflächen darstellt, liegt auf einer mit der Drehungsaxe concentrischen Cylinderfläche und somit den Windungen und dem Dämpfer sehr nahe.

auf der des Meridians normal wäre, wären sie in labilem Gleichgewicht. Da jene Bedingungen nie zu erreichen sind, so nimmt das astatische System mit wachsender Gleichheit der Nadeln eine gegen den Meridian geneigte Stellung ein. Man nennt diese Ablenkung die freiwillige Ablenkung des astatischen Systems[1]).

Wir wollen mit E. du Bois-Reymond[2]) annehmen, dass in den Nadeln durch den Einfluss des Erdmagnetismus zu ihren permamenten Magnetismen noch temporäre Magnetisirungen hinzutreten. Es seien die magnetischen Momente der Nadeln ns und $n_1 s_1$, Fig. 158, gleich M und M', wo $M > M'$; der Winkel zwischen den Axen der Nadeln sei gleich α, der Winkel zwischen der stärkeren von ihnen und dem Meridian AB gleich φ; es seien ferner die in ihnen durch den Erdmagnetismus erzeugten temporären Momente, wenn sie dem Meridian parallel liegen, m und m', also ihre temporären Momente in ihrer betreffenden Lage $m \cos \varphi$ und $m' \cos (\varphi + \alpha)$; es sei endlich die horizontale Componente des Erdmagnetismus gleich Eins. Die gegenseitige magnetisirende Einwirkung der Nadeln auf einander möge vernachlässigt werden. Dann ist das auf die Nadeln ausgeübte Drehungsmoment:

Fig. 158.



$$D = (M + m \cos \varphi) \sin \varphi - [M' - m' \cos (\varphi + \alpha)] \sin (\varphi + \alpha).$$

Die Halbirungslinie des Winkels α mache mit der auf dem Meridian senkrechten Horizontallinie den Winkel β, dann ist $\varphi = 90^0 - (\beta + \frac{1}{2}\alpha)$. Setzt man dann noch $m = m' = m_0$, da der Stoff der beiden Nadeln nahezu derselbe ist, also ihre temporären Momente m und m' von einander nicht sehr verschieden sind, so ist das auf die Nadeln ausgeübte Drehungsmoment:

$$D = (M - M') \cos \tfrac{1}{2}\alpha \cos \beta + 2 m_0 \cos \alpha \cos \beta \sin \beta$$
$$- (M + M') \sin \tfrac{1}{2}\alpha \sin \beta.$$

Sind die Momente der Nadeln völlig gleich, also $M = M'$, so verschwindet das erste Glied, sind die Nadeln einander völlig parallel, also $\alpha = 0$, das dritte; sind endlich die temporären Momente m_0 zu vernachlässigen, das zweite Glied.

Die Gleichgewichtslagen des astatischen Systems sind erreicht, wenn $D = 0$ ist. Ob sie stabil oder labil sind, ist durch Betrachtung der Aenderung der Vorzeichen des Drehungsmomentes D zu ermitteln. Wir

---

[1]) Nobili, Ann. de Chim. et de Phys. 43, 148, 1830; Pogg. Ann. 20, 216. — [2]) E. du Bois-Reymond, Pogg. Ann. 112, 1, 1861.

wollen dabei den Winkel β von 0 bis 360° in der Richtung zählen, welche der Nordpol der Nadel n beschreibt, wenn das astatische System aus der gegen den Meridian normalen Aequatoriallage in die Meridianlage übergeht. Die Aequatoriallagen treten also für $\beta = 0$ und 180°, die Meridianlagen für $\beta = 90$ und 270° ein. Praktisch wichtig sind folgende Fälle:

1. $M = M'$ und $\alpha = 0$. Labiles Gleichgewicht des Systems für $\beta = 0$ und 180°, stabiles für $\beta = 90$ und 270°.

2. $\alpha \doteq 0$ und $M > M'$. Stabiles Gleichgewicht für $\beta = 90°$. Kann $2 m_0 \cos\alpha \sin\beta > (M - M') \cos {}^1/_2 \alpha$ werden, so ist auch für $\beta = 270°$ stabiles, im gegentheiligen Fall labiles Gleichgewicht.

3. $M = M' = M_0$. Ist einmal $m_0 \cos\alpha \cos\beta - M_0 \sin {}^1/_2 \alpha$ schon für sehr kleine Werthe von β negativ, so ist stabiles Gleichgewicht für $\beta = 0$ und labiles für $\beta = 180$. Ist $m_0 \cos\alpha \cos\beta - M_0 \sin {}^1/_2 \alpha$ schon für kleine Werthe von β positiv, so ist für $\beta = 0$ das Gleichgewicht labil; stabil dagegen für $\beta = \pm \alpha_1$, wo α_1 zwischen 0 und 90° liegt und sich letzterem um so mehr nähert, je kleiner α ist.

4. Alle drei Glieder von D bestehen. Stabiles Gleichgewicht für $\beta = \alpha_1$, wo $\alpha_1 > \alpha$ zwischen 0 und 90° liegt. Labiles Gleichgewicht für $\beta = 180 + \alpha_2$, wo $\alpha_2 < \alpha_1$ ist. Je nach dem Verhältniss der Kräfte kann auch noch im vierten Quadranten eine stabile Gleigewichtslage für $\beta = 270 + \alpha_3$, eine labile für $\beta = 270 + \alpha_4$ eintreten, wo $\alpha_4 > \alpha_3$ ist. Ist $(M - M') \cos {}^1/_2 \alpha = (M + M') \sin {}^1/_2 \alpha$, so sind die Gleichgewichtslagen symmetrisch gegen einen Durchmesser, der um 45° von der Aequatoriallinie abweicht.

5. Wird m_0 immer kleiner, so finden sich im vierten Quadranten keine Gleichgewichtslagen; die anderen nähern sich im ersten und dritten Quadranten einem bestimmten Durchmesser, welcher erreicht wird, wenn keine temporäre Magnetisirung eintritt, also $m_0 = 0$ ist. Für diesen Fall ist die Gleichgewichtslage bestimmt durch die Gleichung

$$tg\,\beta = \frac{M - M_1}{M + M_1}\, ctg\, \frac{\alpha}{2}.$$

Je kleiner der Winkel β wird, desto mehr nähert sich β dem Werth 90°, desto bedeutender ist also die Abweichung des Systems aus der Meridianlage.

Ist $M = M_1$, so wird $tg\,\beta = 0$, das Nadelpaar stellt sich senkrecht gegen den magnetischen Meridian[1]).

311 Hängt man ein astatisches System mit geringer Richtkraft in den Multiplicatorrahmen ein, so dass die mittlere Längsrichtung der Nadeln den Windungen parallel ist, so bewahrt es dennoch meist nicht diese

[1]) Die letzteren Bedingungen sind schon von Moser, Dove's Repert. **1**, 259, 1837 und H. Lloyd, Transact. of the Royal Irish Academy **22** [1], 249, 1849 entwickelt worden.

Ruhelage, sondern weicht nach rechts oder links um eine bestimmte Anzahl Grade aus, je nachdem es durch irgend eine ablenkende Kraft einmal auf diese oder jene Seite geführt worden ist [1]).

Der Grund liegt in dem Magnetismus des zum Multiplicator verwendeten Kupferdrahtes, welcher durch geringe Beimengungen von Eisen gesteigert wird, oder überwiegend in der Umspinnung des letzteren mit eisenhaltiger (grüner) Seide. In Folge dessen stellt sich das astatische System so ein, dass es der Resultante der magnetischen Anziehungen durch den Multiplicator und den Erdmagnetismus folgt [2]).

312 Wir haben schon §. 307 angeführt, dass diese Ablenkung bei Anwendung eisenfreien Kupferdrahtes mit eisenfreier Umspinnung fortfällt. Deshalb sind die vielen älteren Angaben über die Compensation derselben nunmehr von geringerer Bedeutung, um so mehr, als man sich für genauere Messungen jetzt fast ausschliesslich der Spiegelgalvanometer bedient.

Derartige Compensationen können ausgeführt werden durch Anwendung von Kupferstäben an den Enden des Multiplicators an Stelle der Holzstäbe *cd*, oder Einschieben von Kupferstücken in die Schlitze derselben, oder durch Zuwinden der Windungen daselbst. Ferner durch Annähern eines Magnetstabes, der über oder unter dem astatischen System in der Ebene desselben an einem dem Galvanometer conaxialen Stabe verschoben und gedreht werden kann und eventuell etwas um seine Horizontale drehbar ist. Auch kann man den Stab seitlich von der Ebene der Nadeln aufstellen [3]). Hierdurch kann man auch die Astasie des Nadelpaares verändern. Soll das Galvanometer als Sinusbussole verwendet werden, so müssen sich die Compensationsmagnete mit demselben drehen. — Ferner kann man nach E. du Bois-Reymond [4]) an dem Nullpunkte der Theilung eine etwa 0,5 mm lange Spitze einer recht harten, stark magnetisirten Perlnadel auf einem von aussen durch Schrauben (*l* und *m*, Fig. 153) drehbaren Arm *o* von Messing anbringen und sie nach rechts und links oder vor- und zurückschrauben. Dadurch wird das astatische System nur in der Nähe des Nullpunktes etwas

[1]) Nobili, Mem. 1, 102. — [2]) Namentlich E. du Bois-Reymond hat über die Kraft, mit der die Drahtmassen in verschiedenen Lagen das astatische System ablenken, Untersuchungen angestellt (Untersuchungen über thermische Elektricität 1, 186). — [3]) Melloni (Arch. de l'El. 1, 662, 1841; auch Ruhmkorff, s. Matteucci, Traité des phénomènes électrophysiologiques, p. 25, 1844. Schröder, Pogg. Ann. 54, 60, 1841. Péclet, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 2, 104, 1841; Pogg. Ann. 56, 339 Anm.) befestigte an dem das astatische System tragenden Stab eine kleine, in seiner Ebene um eine horizontale Axe drehbare dritte Magnetnadel. Das System wird indess dadurch zu schwer, sein Trägheitsmoment zu gross. — Für Messung von Strömen von Reibungselektricität fügte Edlund (Pogg. Ann. 136, 137, 1869) die Nadeln in horizontale, kreisrunde Messingscheiben ein, um die Einwirkung elektrostatischer Ladungen zu vermeiden. Besser bedient man sich auch hier des Spiegelgalvanometers mit Dämpfer und mit Rollen von mit Kautschuk überzogenem Kupferdraht. — [4]) E. du Bois-Reymond, l. c. 2, 491.

weniger empfindlich. Hierbei muss indess das System schon für sich sehr astatisch sein.

313 Eine von der gewöhnlichen abweichende Construction des Galvanometers rührt von Gray und Rosenthal her.

Th. und A. Gray[1]) befestigen zwei Hufeisenmagnete von 1 mm dickem Stahldraht mit ihren Schenkeln je in einer Verticalebene an einem horizontalen, ihre Biegungen verbindenden Aluminiumrahmen, der an einem verticalen, mit Spiegel versehenen Stabe angebracht ist, welcher letztere an einem Coconfaden hängt.

Die vier Schenkel der Hufeisenmagnete sind horizontal umgebogen, dass sie etwa in dem Mantel eines um den Aufhängefaden als Axe beschriebenen Cylinders liegen, und in die Höhlungen von vier Drahtspiralen eingesenkt, deren horizontale Axen in zwei über einander liegenden parallelen Horizontalebenen in die Tangenten an der Oberfläche jenes Cylinders fallen. Durch einen Commutator können die Spiralen neben und hinter einander verbunden werden.

Bei einer anderen Form liegen die vier, an ihren Enden etwas ausgeweiteten Spiralen mit ihren Axen einander parallel und eine S-förmige Axe trägt die von entgegengesetzter Seite in sie eingesenkten Magnete. Dieses System ist leicht sehr nahe astatisch herzustellen. Ein über dem Apparat befestigter magnetischer Stahlbügel dient zum Astasiren, wie bei dem Galvanometer von Thomson (s. w. u.).

Auch Rosenthal[2]) wendet einen kleinen, an seiner Biegung in Mitten einer cylindrischen dämpfenden Kupferhülse aufgehängten, mit einem Spiegel versehenen hufeisenförmigen Magneten an, dessen Schenkel unten in zwei in entgegengesetzter Richtung nach einem Kreise gekrümmte Stifte enden, welche in horizontale, vom Strome durchflossene und in Schlitze des Dämpfers eingelegte Drahtrollen (je 200 Windungen von 0,05 cm dickem übersponnenen Silberdraht) hineinragen[3]).

314 Kollert[4]) bringt in einer leichten Aufhängung an einem Coconfaden an einem 6 cm langen horizontalen Arm diametral gegenüber zwei nach einem horizontalen Kreise gebogene, 60° umfassende, in entgegengesetzter Richtung magnetisirte Stücke einer sehr dünnen Damenuhrfeder an, die somit ein astatisches System darstellen. Ihre Enden ragen in die Axen von vier Drahtspiralen von je 4000 Windungen von 0,35 cm innerem, 1,25 cm äusserem Durchmesser und 0,77 cm Dicke. — Waren die Rollen 72° von einander entfernt, so war der Ausschlag der Strom-

---

[1]) Th. und A. Gray, Proc. Roy. Soc. 36, 287, 1884; Beibl. 8, 833. — [2]) Rosenthal, Wied. Ann. 23, 6, 677, 1884. — [3]) Ein ähnliches Galvanometer von Leonhard Weber, Centralbl. f. Opt. und Mech. 10, 173, 1889; Beibl. 13, 962. Eine Besprechung der Einzeleinrichtungen des Galvanometers siehe Ayrton, Mather und Sumpner, Phil. Mag. [5] 30, 58, 1890; Beibl. 15, 431. — [4]) Kollert, Wied. Ann. 29, 491, 1886.

stärke direct proportional. 1 Scalentheil Ausschlag an einer 1355,4 Scalentheile entfernten Scala entsprach einem Strome von $0,0_8 1$ Ampère.

315 Die Coconfäden ändern durch Feuchtigkeit der Luft, einseitige Bestrahlung u. s. f. sehr oft ihre Torsion, was namentlich bei schwachen Drehungsmomenten der an ihnen aufgehängten Körper hervortritt. Durch Anwendung der zuerst von Boys benutzten, ähnlich wie Glasfäden aus Bergkrystall ausgezogenen, sehr dünnen Quarzfäden, welche eine sehr geringe elastische Nachwirkung besitzen, hilft man diesem Uebelstande erfolgreich ab.

316 Will man die Ablenkungen des astatischen Systems eines Galvanometers oder des Magnetes einer Bussole einer grösseren Versammlung anschaulich machen, so kann man nach der Angabe von E. du Bois-Reymond[1]) an den Nadeln einen kleinen leichten Spiegel befestigen, den man z. B. aus einem versilberten oder einerseits verquickten mikroskopischen Deckglase herstellt, und auf denselben durch einen Heliostat die durch einen verticalen Spalt geleiteten Strahlen der Sonne oder die Lichtstrahlen einer elektrischen Lampe, welche wegen der etwaigen Einwirkung des sie durchfliessenden Stromes auf die Nadel in hinlänglicher Entfernung vom Galvanometer aufgestellt ist, vermittelst einer Linse lenken. Dem von dem Spiegel reflectirten Strahlenbündel wird ein weisser Papierschirm entgegengestellt, auf welchem das von dem Strahlenbündel gezeichnete helle Bild bei den Ablenkungen der Magnetnadel hin und her wandert (vergl. auch Thl. I, §. 49).

317 Man kann sich auch eines Galvanometers mit kurzem Glascylinder bedienen, den Multiplicatorrahmen schmal machen, zu beiden Seiten in einem Kreissegment den Boden durchbrechen und daselbst durch eine Glasplatte mit Kreistheilung schliessen, auf welcher ein gegen die Nadeln transversal gerichteter, an denselben befestigter und nach unten gebogener Zeiger spielt[2]). Durch einen um 45° gegen den Horizont geneigten Spiegel wird das Licht eines Skioptikons u. s. f. von unten nach oben durch das Galvanometer auf einen zweiten, oberhalb befindlichen, ebenso geneigten Spiegel geworfen und ein Bild der Nadel durch zwei über und unter dem Apparate angebrachte Linsen auf einen Schirm projicirt.

318 Wo es nicht auf Genauigkeit ankommt, eignen sich zur Demonstration auch die verticalen Galvanometer, Fig. 159 bis 162. Sie bestehen aus einem vertical gestellten Multiplicatorrahmen bb', in welchem zwi-

---

[1]) Helmholtz und E. du Bois-Reymond, Pogg. Ann. **95**, 607, 1855. — [2]) Alfred M. Mayer, Phil. Mag. [4] **43**, 25; Carl's Rep. **8**, 133, 1872. Auch Duboscq, J. de Phys. **5**, 218, 1876 und ähnlich Barker, Sillim. J. [3] **10**, 207, 1875; Phil. Mag. **4**, 434, 1875; s. auch Nipher, Sillim. J. [3] **11**, 111, 1876.

schen zwei Lagern an einer Axe oder auf einer Stahlschneide eine Magnetnadel *al* schwebt, welche durch ein kleines Uebergewicht in der verticalen Lage erhalten wird und vor dem Rahmen mit einem verticalen,

Fig. 159.

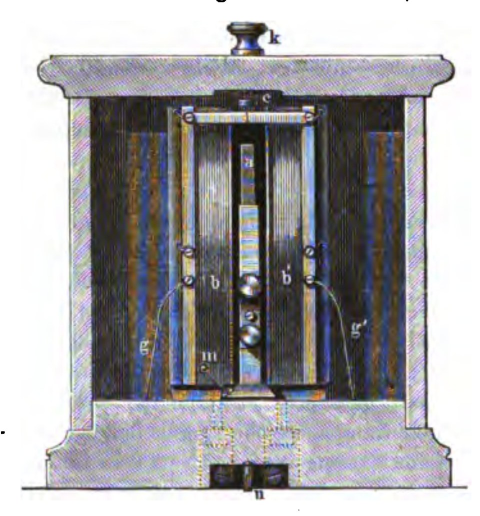
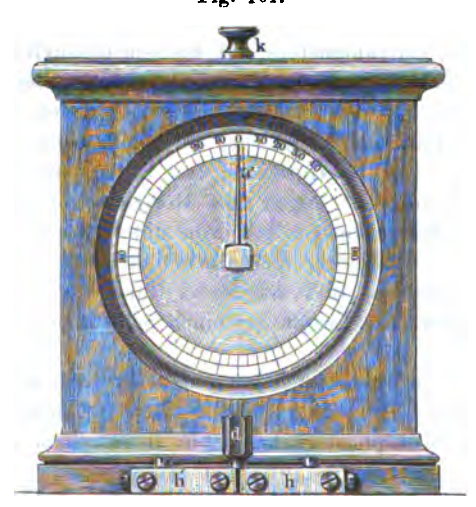


Fig. 160.



auf einer Kreistheilung spielenden Zeiger *a'* verbunden ist. Die Nadel kann mit einer zweiten parallelen und entgegengesetzt gerichteten, an derselben Axe befestigten und ausserhalb des Rahmens befindlichen zu einem astatischen System verbunden werden.

Fig. 161.

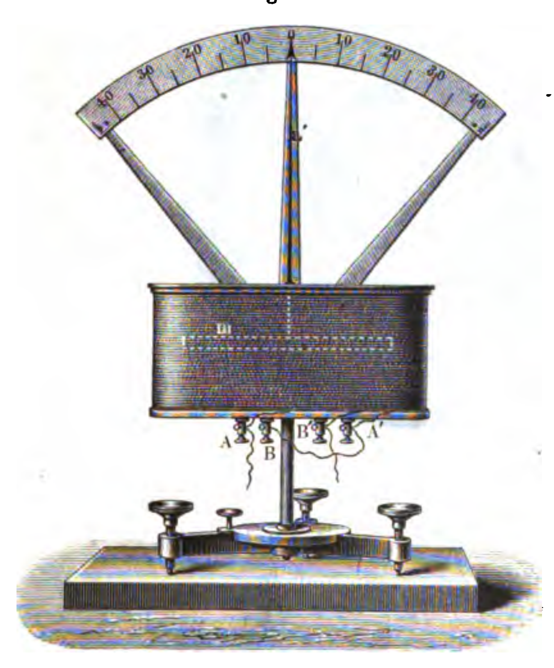


Man kann an einem solchen Apparate auch zwei verschiedene Windungshälften anbringen, so dass bei geeigneter, durch Metallstöpsel herzustellender Verbindung der Strom den einen oder anderen Weg nimmt und dabei die Nadel nach entgegengesetzten Seiten ausschlägt. Graduirt man das Instrument mittelst Durchleitens von Strömen von verschiedener Intensität, welche z. B. in Ampères bestimmt sein kann, so ist es hierdurch möglich, die stärkeren Ströme durch Ausschläge

nach der einen, die schwächeren durch Ausschläge nach der anderen Seite zu messen [1]).

319 Ein Verticalgalvanometer von Bourbouze [2]) mit horizontaler Nadel und verticalem Zeiger hat die Fig. 162 gezeichnete Einrichtung.


Fig. 162.



320 Für praktische Zwecke hat W. Siemens [3]) ein leicht transportables Instrument, das Universalgalvanometer, angegeben, mit welchem man sowohl elektromotorische Kräfte nach der Methode von E. du Bois-Reymond, als auch Widerstände nach der Methode von Wheatstone messen, und welches man zugleich als Sinusbussole verwenden kann. Dasselbe besteht, Fig. 163 und 164 (a. f. S.), aus einer kreisförmigen, mit drei Stellschrauben versehenen Platte *A* von polirtem Holz, in deren Mittelpunkt sich auf einem verticalen, in eine Fassung eingeschliffenen Zapfen *D* eine etwa einen Zoll dicke Holzscheibe *C* dreht, die den Fortsatz *c* hat, auf welchem vier mit Klemmschrauben ver-

---

[1]) Vergl. Böttcher, Zeitschr. f. angew. Elektr. 4, 215, 1882. — [2]) Bourbouze, Mondes 27, 448, 1872; Carl's Rep. 8, 242; siehe auch Thompson, Engineering, Nov. 2, 1877; Beibl. 1, 352 und W. Holtz, Ztschr. f. phys. und chem. Unterr. 2, 222, 1889; Beibl. 13, 714. Hirschmann, Elektrotechn. Ztschr. 8, 44, 1887; Beibl. 11, 277. — [3]) Werner Siemens, Dingl. J. 211, 263, 1874.

sehene Metallplatten I bis IV befestigt sind, von denen III und IV mittelst eines Metallstöpsels verbunden werden können. Auf der Holzscheibe ruht eine kreisrunde Schieferplatte, die über den Platten I bis IV ausgeschnitten ist, und ein gewöhnliches Galvanometer mit einer an einem Coconfaden hängenden astatischen Nadel trägt, welche letztere durch einen kleinen Magnet compensirt werden kann, der an dem den Faden tragenden Knopf K befestigt ist. Die Nadel des Galvanometers wird durch Elfenbeinknöpfe, die 20° rechts und links von ihrer Nulllage angebracht sind, in ihren Schwingungen aufgehalten. Der Widerstand des Multiplicatordrahtes des Galvanometers beträgt zehn Quecksilbereinheiten. Neben dem Gal-

Fig. 163.

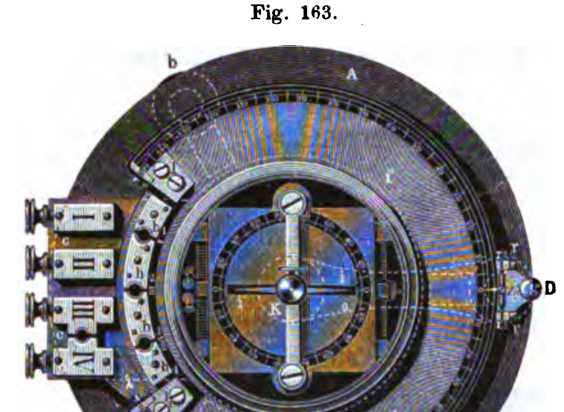
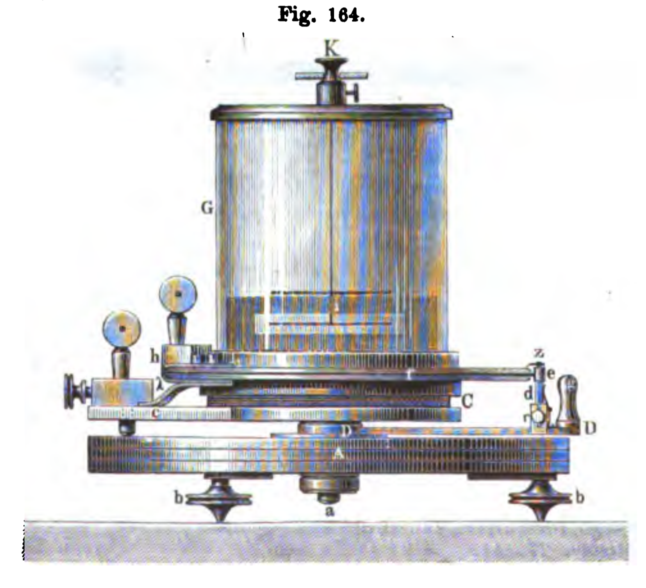


Fig. 164.



vanometer befinden sich auf der Schieferplatte vier Metallplatten h_1 bis h_4, die durch Metallstöpsel mit einander verbunden werden können.

In dieselben münden die Enden von Widerstandsdrähten W_1, W_2, W_3 von 1, 10 und 100 oder 10, 100, 1000 Quecksilbereinheiten, welche in eine, in die Scheibe C eingedrehte Nuth gewunden sind. W_1 geht von h_1 bis h_2, W_2 von h_2 bis h_3, W_3 von h_3 bis h_4. h_4 ist mit der Metallplatte II, h_1 und Metallplatte IV mit den Enden des Multiplicators des Galvanometers verbunden. — In die Peripherie der Schieferplatte ist eine flache Nuth eingedreht, in welcher der bei Anwendung der Wheatstone'schen Methode zur Widerstandsmessung erforderliche Brückendraht bis zur Hälfte seines Durchmessers eingelegt ist. Seine Enden sind mit den auf der Schieferplatte befestigten Metallplatten l und l_1 verbunden, von denen wiederum l mit h_1, l_1 mit III durch dicke Kupferstreifen verbunden sind. — Die Schieferplatte ist von der Mitte des Drahtes an nach beiden Seiten bis zu l und l_1 hin in je 150^0 Grade getheilt. — Gegen den Draht schleift eine kleine, zwischen zwei Spitzen laufende und durch eine Feder gegen den Draht gedrückte Platinrolle, die an einem auf den Zapfen D aufgeschobenen, durch den Knopf g drehbaren Arm befestigt ist. Ein daran befestigter Zeiger z spielt auf der Theilung der Schieferplatte. Der Arm ist mit der Metallplatte I verbunden.

Fig. 165.

Die Anordnungen des Apparates bei verschiedenem Gebrauch ergeben sich aus den beifolgend gezeichneten Schematen. Man stellt die Nadel des Galvanometers ebenso wie die Platinrolle jedesmal erst auf ihre betreffenden Nullpunkte.

1. Messung der elektromotorischen Kräfte, Fig. 165. Eine constante Säule E_0 wird mit II und III, die zu messende E_1 mit I und IV verbunden; h_1, h_2, h_3, h_4 werden durch Stöpsel mit einander vereint und die Platinrolle gedreht, bis das Galvanometer auf Null steht. Sodann wird die zu messende Säule durch eine Normalkette ersetzt und dieselbe Einstellung vorgenommen. Steht dabei die Platinrolle bezw. auf $\pm\alpha_m$, $\pm\alpha_n$ von dem Nullpunkte der Theilung entfernt, so verhalten sich die elektromotorischen Kräfte

$$E_n : E_m = 150 \pm \alpha_n : 150 \pm \alpha_m.$$

2. Messung der Widerstände, Fig. 166 (a. f. S.). Die Schienen III u. IV sind durch einen Metallstöpsel verbunden, ebenso einzelne der Platten h_1 bis h_4, so dass zwischen l und II nur ein dem zu messenden Widerstand möglichst gleicher Normalwiderstand w_n eingeschaltet ist. Der zu messende Widerstand $x = w_m$ wird zwischen IV und II, die Säule zwischen I und II eingefügt. Man dreht den Arm mit der Platinrolle, bis

die Galvanometernadel auf Null steht. Befindet sie sich dann auf dem Theilstriche $\pm a$, so verhält sich

$$w_n : w_m = 150 \pm a : 150 \pm a.$$

3. Soll das Galvanometer zur Messung der Intensität I als Sinusbussole dienen, so werden die Platten h alle mit einander verbunden, und die Leitungsdrähte der Kette E, sowie des Stromkreises L in II und IV eingeklemmt, Fig. 167. Man dreht das Galvanometer auf seinem Zapfen, bis seine Nadel auf Null steht. Ist die an dem Zeiger s abgelesene Drehung des Galvanometers gleich γ, so ist $I = const \sin \gamma$.

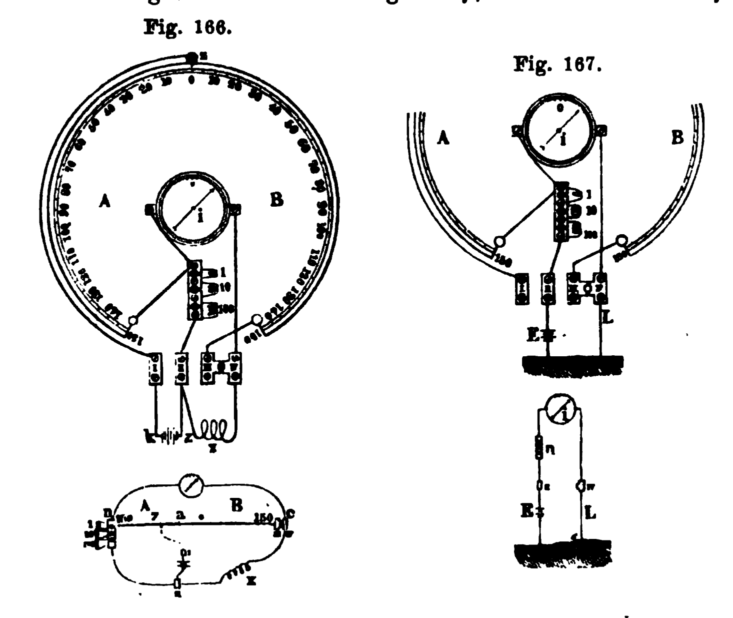


Fig. 166. Fig. 167.

321 In vielen Fällen ist es nöthig, den Widerstand der Multiplicatorwindungen eines Galvanometers zu kennen. Zu dieser Bestimmung kann man sich der in Thl. I beschriebenen Methoden bedienen, indem man den Multiplicator wie jeden anderen Leiter behandelt und die Intensitäten der Ströme an einem besonderen zweiten Galvanometer oder an einer Tangentenbussole abliest.

Man kann auch den constanten Strom eines Thermoelementes bei zwei verschiedenen Temperaturdifferenzen seiner Löthstellen durch das Galvanometer leiten und jedesmal durch Einschalten von zwei Drähten vom Widerstande w_1 und w_2 sowie w_3 und w_4 die Ablenkungen seiner Nadel auf bestimmte Werthe bringen, welche den Intensitäten I_1 und I_2 entsprechen [1]).

[1]) Henrici, Pogg. Ann. 63, 344, 1844.

Ist der Widerstand des Thermoelementes zu vernachlässigen, sind die elektromotorischen Kräfte desselben bei den beiden Temperaturdifferenzen der Löthstellen E_1 und E_2, ist der Widerstand des Galvanometers g, so hat man die vier Gleichungen

$$I_1 = \frac{E_1}{g + w_1} = \frac{E_2}{g + w_3}; \quad I_2 = \frac{E_1}{g + w_2} = \frac{E_2}{g + w_4},$$

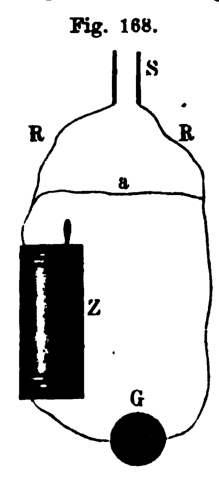
aus denen sich ergiebt

$$g = \frac{w_2 w_3 - w_1 w_4}{(w_1 + w_4) - (w_2 + w_3)}.$$

Man kann ferner den Strom einer Säule S, Fig. 168, zwischen einem Draht a und einem Zweige theilen, der das Galvanometer G und den Rheostaten Z enthält. 322

Man bringt durch Einstellen des Rheostaten auf zwei Stellungen r und r_1 die Ablenkung der Nadel des Galvanometers auf zwei bestimmte Werthe, welche den Intensitäten I und I_1 des dasselbe durchfliessenden Stromtheiles entsprechen. Ist die elektromotorische Kraft der Säule E, der Widerstand des Galvanometers g, der Widerstand des Drahtes a gleich a, der Widerstand des unverzweigten Theiles der Schliessung R, so ist

Fig. 168.



$$I = \frac{E}{R + \frac{a(r + g)}{a + r + g}} \cdot \frac{a}{a + r + g}$$

$$I_1 = \frac{E}{R + \frac{a(r_1 + g)}{a + r_1 + g}} \cdot \frac{a}{a + r_1 + g}.$$

Ersetzt man den Draht a durch einen Draht vom Widerstande b, so müssen die Rheostatenlängen r und r_1 in ϱ und ϱ_1 umgeändert werden, um wiederum die den Intensitäten I und I_1 entsprechenden Ausschläge des Galvanometers zu erhalten. Man bekommt dann zwei Gleichungen für I und I_1, die von den oben angeführten sich nur dadurch unterscheiden, dass a durch b, r und r_1 durch ϱ und ϱ_1 ersetzt sind. Durch Elimination von a, b, E und R aus den vier Gleichungen erhält man

$$g = \frac{r\varrho_1 - \varrho r_1}{(\varrho - \varrho_1) + (r - r_1)}\text{ [1]}.$$

Freilich bedarf es hierbei der Kenntniss von vier Widerständen.

[1]) Svanberg, Fortschritte der Physik 1847, S. 361. In ähnlicher Weise kann man auch den Widerstand der Brücke a und den des die Säule enthaltenden Zweiges R abändern, vgl. Grassi, Elettricista 2, 84, 1878; Beibl. 2, 271.

323 Die wesentlichste Anwendung des Galvanometers ist die, sich von der Anwesenheit schwacher galvanischer Ströme zu überzeugen und die Richtung derselben beim Durchleiten durch das Galvanometer zu bestimmen. Zweckmässig notirt man vorher auf dem Instrument hierzu ein- für allemal die Richtung der Ablenkung des astatischen Systems, wenn man mit den zum Multiplicator führenden, mit + und — bezeichneten Klemmschrauben eine Kupfer- und eine Zinkplatte verbindet und beide gleichzeitig in gewöhnliches schwach saures Wasser taucht.

Zuweilen hat man zu untersuchen, ob unter einer Reihe von Strömen, die durch das Galvanometer geleitet werden, einzelne eine entgegengesetzte Richtung haben, als die Mehrzahl der anderen, oder ob auf einen Strom von einer bestimmten normalen Richtung plötzlich ein Strom von der entgegengesetzten Richtung folgt. Zu diesem Zwecke dient die von Faraday zuerst angegebene einseitige Hemmung der Nadel [1]). Man befestigt neben den beiden Enden der Nadel auf dem Multiplicatorrahmen auf der Seite, nach welcher die Nadel durch die normalen Ströme abgelenkt werden würde, zwei feine Stiftchen, die sie hindern, dahin aus ihrer Gleichgewichtslage zu weichen. Wenn dann nach starken normalen Strömen ganz schwache, entgegengesetzt gerichtete folgen, so weicht die Nadel nach der frei gelassenen Seite aus. Man muss sich indess vorher überzeugen, ob nicht die Nadel bei Unterbrechung des normalen Stromes auch schon für sich eine entgegengesetzte Ablenkung zeigt, welche durch die Elasticität der Stiftchen und der Nadel bedingt sein könnte.

324 Eine zweite, indess viel beschränktere Anwendung des Galvanometers ist die zur Bestimmung der Intensität schwacher Ströme. Diese Bestimmung kann in doppelter Weise geschehen. Bei der ersten Methode stellt man die Drahtwindungen des Galvanometers normal zur Magnetnadel und bestimmt die Zahl der Schwingungen der letzteren, einmal, ehe der zu messende Strom durch die Windungen geleitet wird, und dann, während der Strom durch die Windungen fliesst. Man leitet den Strom hierbei in der Richtung durch die Windungen, dass die Schwingungszahl vermehrt, die Kraft, durch welche die Nadel schwingt, also vergrössert wird [2]).

Bezeichnet man die Intensität der horizontalen Componente des Erdmagnetismus mit H, das magnetische Moment der Nadel mit M, die Intensität des um sie herumgeleiteten Stromes mit I, die Zahlen ihrer Schwinguungen ohne und mit der Einwirkung des Stromes mit Z und Z_1, so hat man

$$Z = \sqrt{aMH}; \qquad Z_1 = \sqrt{aM(H + bI)},$$

wo a und b Constante sind. Hieraus folgt

$$I = const\,(Z_1^2 - Z^2).$$

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. 9, §. 1087, 1835. — [2]) Fechner, Maassbestimmungen, S. 8, 1831; Lehrbuch, S. 150.

Hierbei ist indess eine Fehlerquelle zu beachten. Da die Axe der Magnetnadel parallel der Axe der Drahtwindungen liegt, wird in ihr während des Durchganges des Stromes eine bestimmte Quantität von temporärem Magnetismus erregt, durch welche sie sowohl in Folge der erdmagnetischen Anziehung, als auch in Folge des auf sie wirkenden Stromes in den Windungen des Multiplicators schneller schwingt, als ohne diese Erregung. Meist ist diese Einwirkung beim Durchleiten schwächerer Ströme durch die Multiplicatorwindungen zu vernachlässigen, vollständig aber nicht, und namentlich nicht bei Messung stärkerer Ströme und bei Multiplicatoren mit vielen Windungen [1]).

325 Die temporäre Magnetisirung der Nadeln fällt fort, wenn man ihre Axen parallel der Ebene der Drahtwindungen macht und sie nach dem Hindurchleiten des Stromes durch Torsion des die Nadeln tragenden Fadens in ihre frühere Ruhelage zurückführt. Dies geschieht, indem man den Halter, an welchem der Faden befestigt ist, um seine Axe dreht. Liest man vermittelst eines an demselben befestigten Index an einer Kreistheilung den Drehungswinkel ab, so ist die Intensität des Stromes diesem Winkel direct proportional. Auf diese Weise hat z. B. Ohm (Thl. I, §. 322) seine Intensitätsbestimmungen gemacht. Indess dürfte man neuerdings diese Methode nur selten anwenden.

326 Zweckmässiger bestimmt man den Winkel, um welchen das astatische System aus seiner Ruhelage abgelenkt wird, in welcher letzteren seine Ebene den Ebenen der Windungen des Multiplicatordrahtes parallel ist. Indess auch in diesem Falle darf man den Winkel nicht zu gross werden lassen, da dann wiederum eine temporäre Magnetisirung der Nadeln hervortreten kann [2]).

Innerhalb der ersten 10 bis 20 Grade kann man in vielen Fällen die Tangenten der Ablenkungen des astatischen Systems der Intensität der ablenkenden Ströme annähernd proportional setzen.

Ueber weitere Grenzen hinaus gilt aber das Tangentengesetz nicht, wie bei der Tangentenbussole, da die Windungen den Nadeln viel zu nahe liegen. Man muss dann zu genaueren Messungen das Galvanometer entweder wie die Sinusbussole verwenden, oder es calibriren. — Es hat hierbei keinen Einfluss, wenn das astatische System nicht in der Ebene des magnetischen Meridians schwebt, da man es sich durch einen kleinen, den grösseren Neigungswinkel der magnetischen Axen der verbundenen Nadeln in einem bestimmten Winkel theilenden und in der Ebene des Meridians befindlichen Magnet ersetzt denken kann, welcher aus seiner Ruhelage durch den Strom um ebenso viel Grade abgelenkt wird, wie das astatische System selbst.

---

[1]) Fechner, Pogg. Ann. 55, 189, 1842. — [2]) Vergl. Poggendorff, Pogg. Ann. 45, 385, 1835.

327 Wird das **Galvanometer als Sinusbussole** verwendet, d. h. wird der Multiplicator beim Hindurchleiten des Stromes dem Nadelpaare nachgedreht, bis seine Windungen dem letzteren wiederum parallel stehen, so kann man die Zunahme der Empfindlichkeit des Instrumentes mit wachsender Astasie des Nadelpaares folgendermaassen bestimmen: Die Drehungsmomente, welche ein Strom von der Intensität Eins in den Multiplicatorwindungen auf beide Nadeln, deren Momente M und M_1 seien, ausübt, wenn sie den Windungen parallel stehen, seien AM und BM_1. Ist die Intensität des Stromes I und sind die Windungen um den Winkel α gedreht, wenn sie dem abgelenkten Nadelpaare wieder parallel sind, so ist

$$(AM + BM_1)\, I = (M - M_1)\, H \sin\alpha,$$

wo H die horizontale Componente des Erdmagnetismus ist.

Sind M und M_1 wenig von einander verschieden, so kann man $AM + BM_1 = CM$ setzen. Ist dann das Trägheitsmoment des astatischen Systems k, so ist die Schwingungsdauer desselben gegeben durch die Formel

$$T = \pi \sqrt{\frac{k}{(M - M_1)\, H}}, \quad \text{also} \quad \sin\alpha = \frac{CIMT^2}{k\pi^2}.$$

Unter sonst gleichen Verhältnissen nimmt also der Sinus des Ablenkungswinkels mit dem Quadrate der Schwingungsdauer des astatischen Systems zu [1]).

328 Soll das **Galvanometer als Tangentenbussole** benutzt werden, d. i. bei feststehenden Windungen die Intensität des Stromes aus der Ablenkung des astatischen Nadelpaares bestimmt werden, so muss man das Instrument graduiren. Dies kann auf verschiedene Weise geschehen.

Indem wir in der Anmerkung nur kurz die älteren, weniger exacten Methoden erwähnen [2]), begnügen wir uns mit genaueren Angaben über

---

[1]) Buff, Ann. d. Chem. u. Pharm. **90**, 1, 1854.

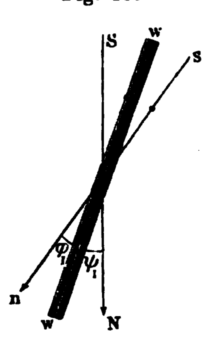
[2]) Diese Methoden sind hauptsächlich: 1. Die Ausschläge des Galvanometers beim Durchleiten des Stromes einer Anzahl von 1 bis n hinter einander geschalteten Elementen einer Thermosäule werden gemessen. Die elektromotorischen Kräfte derselben sind indess kaum einander gleich (Becquerel, Traité d'électr. **2**, 24, 1834). 2. Die Ablenkung der Galvanometernadel wird beim Durchleiten eines Stromes einer Thermosäule gemessen, deren beide Seiten von verschieden weit entfernten Lampen theils einzeln, theils zusammen erwärmt werden (Melloni, Ann. de Chim. et de Phys. **53**, 5, 1833; Pogg. Ann. **35**, 132). 3. Man leitet je durch die eine oder andere Windungsreihe eines Differentialgalvanometers einzeln einen Strom, welcher die Ablenkungen α und $-\alpha_1$ hervorbringt, und dann beide Ströme zugleich. Die Ablenkung α_0 hierbei entspricht an Werth der Differenz der Ablenkungen $\alpha_1 - \alpha$ (Becquerel, l. c., p. 20; Ann. de Chim. et de Phys. **31**, 374, 1826; Pogg. Ann. **9**, 346; Nobili, Ann. de Chim. et de Phys. **43**, 162, 1830; Pogg. Ann. **20**, 226). 4. Man leitet den Strom einer Thermosäule bei verschiedenen Erwärmungen durch das Galvanometer, bestimmt die Ablenkungen, bringt jedesmal durch eine Brückenleitung die Stromstärke auf $1/n$ und vergleicht die Ablenkungen mit den zuerst beobachteten (Melloni, La thermochrose p. 59, Napoli 1850); 5. oder man

die viel gebrauchten Methoden von Poggendorff, Bosscha, die sehr einfache und zweckmässige von du Bois-Reymond und die von Grotrian.

Bei der Methode von Poggendorff[1]) bedient man sich eines Galvanometers, dessen Windungen um eine Axe drehbar sind, welche mit dem die Nadel tragenden Coconfaden zusammenfällt. Die Drehung der Windungen wird entweder an einem besonderen Theilkreise oder mittelst eines kleinen Zeigers abgelesen, welcher auf dem auf den Windungen befestigten Kreise einspielt. 329

Während sich die Windungen des Galvanometers in ihrer normalen Lage befinden, bei welcher die Nadel auf den Nullpunkt der auf ihnen angebrachten Theilung einspielt, leitet man einen constanten Strom von der Intensität I, z. B. den Strom einer Thermosäule oder eines constanten Elementes, hindurch. Die Ablenkung der Nadel ns aus dem magnetischen Meridian NS, Fig. 169, sei hierbei φ^0. Man dreht darauf die Windungen W des Galvanometers um verschiedene Winkel $+\psi_1$, $+\psi_2$, $+\psi_3$, $-\psi'$, $-\psi''$, $-\psi'''$ gegen die Nadel ns hin oder von ihr zurück. Man beobachtet den Theilstrich, auf welchen die Nadel auf dem auf den Windungen befestigten und mit ihnen gedrehten Kreise weist. Er sei um φ_1, φ_2, φ_3^0 von dem Nullpunkte des Kreises entfernt. Die Neigung der Nadel gegen den magnetischen Meridian NS beträgt also $\psi_1 + \varphi_1$, $\psi_2 + \varphi_2 \ldots$

Fig. 169.



Dann sind die Drehungsmomente, welche durch den die Windungen durchfliessenden Strom auf die Nadel ausgeübt werden, proportional der Stromintensität und einer noch unbestimmten Function des Winkels zwischen ihr und den Windungen, also in den vorliegenden Fällen gleich $If(\varphi)$, $If(\varphi_1)$, $If(\varphi_2)$ u. s. f. Die Drehungsmomente, welche von dem Erdmagnetismus auf die Nadel in diesen verschiedenen Stellungen ausgeübt werden, sind dem Sinus ihrer Neigungswinkel gegen den magnetischen Meridian proportional. Bezeichnet man die horizontale Com-

reducirt die Stromstärken in gleicher Weise durch einen zwischen die Thermosäule und die Wärmequelle gehaltenen diathermanen Körper, z. B. eine Glasplatte (Aymonnet, Journ. de Phys. 8, 186, 1879; Beibl. 3, 513). 6. Bei den Methoden von Wheatstone muss der Widerstand R des Multiplicators bekannt sein, sie sind deshalb unbequem. Bei der einen schaltet man in den Kreis der constanten Säule und des Galvanometers verschiedene Widerstände g, g_1 u. s. f., und reducirt dadurch die Stromstärke auf $I = E/(R + g)$, $I_1 = E\,(R + g_1)$ u. s. f. Mit den Werthen I stellt man die betreffenden Ausschläge zusammen (Wheatstone, Phil. Trans. 2, 327; Pogg. Ann. 62, 540). Bei der anderen bringt man zum Multiplicator eine Brückenleitung von gleichem Widerstande an, fügt zu dem ungetheilten Schliessungsdraht einen Draht von der Hälfte des Widerstandes des Galvanometers und bestimmt wieder die Ablenkung. Die Stromstärke ist im zweiten Falle die Hälfte der ersten.

[1]) Poggendorff, Pogg. Ann. 56, 324, 1842.

ponente des Erdmagnetismus, multiplicirt mit einer von dem Magnetismus der Nadel abhängigen Constante mit m, so sind dieselben:

$$m \sin \varphi, \quad m \sin (\psi_1 + \varphi_1), \quad m \sin (\psi_2 + \varphi_2) \text{ u. s. f.}$$

Da sich die Nadel im Gleichgewichte befindet, so müssen die einander entgegenwirkenden Drehungsmomente durch die Wirkung des Stromes und des Erdmagnetismus einander gleich sein, also:

$$If(\varphi) = m \sin \varphi, \quad If(\varphi_1) = m \sin (\psi_1 + \varphi_1), \quad If(\psi_2) = m \sin (\psi_2 + \varphi_2).$$

Man kann demnach durch Bestimmung der Winkel φ und ψ das Verhältniss der Drehungsmomente $f(\varphi)$ und $f(\varphi_1)$ u. s. f. berechnen, welche derselbe Strom in verschiedenen Winkelabständen der Nadel von dem Nullpunkte des auf den Drahtwindungen befestigten Kreises auf dieselbe ausübt. Bezeichnet man das von einem bestimmten Strome von der Intensität Eins in einem kleinen Winkelabstande von 1 bis 2^0 ausgeübte Drehungsmoment mit Eins, so kann man die, beliebig vielen anderen Winkelabständen φ_n entsprechenden, von demselben Strome Eins ausgeübten Drehungsmomente $f(\varphi_n)$ in einer Tabelle zusammenstellen.

Benutzt man nun das Galvanometer, während seine Windungen sich in der normalen Lage befinden, zur Messung der Intensität I_1 eines Stromes, und wird durch denselben die Nadel um φ_n^0 abgelenkt, so ist das von diesem Strome auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment $I_1 f(\varphi_n)$, wo der Werth $f(\varphi_n)$ der nach obigen Regeln entworfenen Tabelle zu entnehmen ist. Das entgegenwirkende gleiche Drehungsmoment des Erdmagnetismus ist $m \sin \varphi_n$, und man erhält demnach:

$$I_1 = \frac{m \sin \varphi_n}{f(\varphi_n)}.$$

Es hat keine Schwierigkeit, nach dieser Formel eine zweite Tabelle zu entwerfen, in welcher neben den verschiedenen Ablenkungen der Nadel des Galvanometers die ihnen entsprechenden relativen Intensitäten der ablenkenden Ströme aufgeführt sind.

330 Eine andere einfachere, von Bosscha[1]) vorgeschlagene Methode der Graduirung des Galvanometers beruht auf seiner allgemeineren Methode, vermittelst deren man das Drehungsmoment d_1, welches ein beliebiger Stromleiter A_1 auf eine Magnetnadel ausübt, mit dem Drehungsmomente d eines anderen Leiters A unmittelbar vergleichen kann (vergl. §. 256).

Man verzweigt den Strom einer Säule zwischen dem Drahte A des Galvanometers und einem zweiten festen Leiter, z. B. einer Drahtspirale A_1. Man nähert die letztere der Nadel des Galvanometers so

---

[1]) Bosscha, Pogg. Ann. 93, 402, 1854.

weit, bis dieselbe auf ihre Nulllage zurückgeführt ist. Man kann dann durch Einschalten eines Drahtes von bekanntem Widerstande l in den Stromzweig des Galvanometers und einer solchen Rheostatenlänge l_1 in den Zweig der Spirale A_1, dass die Nadel wieder auf Null steht, das Verhältniss der Drehungsmomente d und d_1 des Galvanometerdrahtes und der Spirale bestimmen. Es ist $d:d_1 = l:l_1$.

Dreht man jetzt den Multiplicator des Galvanometers um einen Winkel α, führt erst durch Einschaltung von Widerständen bei unveränderter Lage der Spirale die Nadel auf Null und dann durch Einschaltung der Widerstände l und l_α in den Galvanometerzweig und den Kreis der Spirale nochmals auf Null, so ergiebt sich jetzt das vom Multiplicator auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment: $d_\alpha : d_1 = l_\alpha : l_1$.

Daraus folgt:

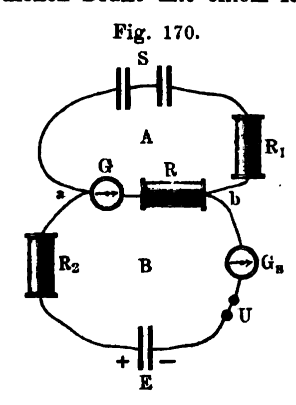
$$d_\alpha = d\,\frac{l_\alpha}{l}.$$

Wäre die Intensität des durch das Galvanometer gemessenen Stromes direct proportional der Tangente des Ablenkungswinkels ihrer Nadel, so müsste $d_\alpha = d.\cos\alpha$ sein. Ist der aus der letzten Gleichung berechnete Werth d_α ein anderer, so dass aus demselben $d_\alpha = C.d.\cos\alpha$ folgt, so ist die Stromintensität i, welche der Ablenkung α entspricht, $i = const\ \sin\alpha / d_\alpha = const\ tg\,\alpha / d\,C$ zu setzen. Man kann den zur Correction erforderlichen Factor C für beliebig viele Ablenkungswinkel α der Nadel aus der Ebene der Windungen des Galvanometers bestimmen. — Dieselbe Methode lässt sich selbstverständlich in ganz gleicher Weise für die Graduirung einer gewöhnlichen Tangentenbussole verwenden.

331 Grotrian[1]) wendet ein der Poggendorff'schen Compensationsmethode ähnliches Verfahren an.

Das zu graduirende Galvanometer G, Fig. 170, ist durch einen kurzen dicken Draht mit einem Rheostaten R und zugleich mit einem nur zur Stromregulirung dienenden Stöpselrheostaten R_1 in den Schliessungskreis einer Säule S eingeschaltet. Die Punkte a und b der Schliessung sind durch eine Zweigleitung B verbunden, welche ein Element von der constanten elektromotorischen Kraft E, einen Rheostaten, ein empfindliches Galvanometer G_s und einen Stromunterbrecher U enthält.

Fig. 170.



Ist vorher durch Vergleichung mit einem Voltameter ein Ausschlag α_0 des Galvanometers mit einer bestimmten Stromstärke I_0 verglichen, so stellt man zunächst durch den Regulirwiderstand R_1 das Galvanometer auf

[1]) Grotrian, Wied. Ann. 31, 624, 1887.

diesen Ausschlag ein und macht den Widerstand r_0 des Rheostaten R so gross, dass im Zweige B kein Strom fliesst. Ist g der Widerstand des Galvanometers, so ist $I_0 = f(\alpha_0) = E/(g + r_0)$. Wird dieselbe Einstellung für andere Ablenkungswinkel α_1 angenommen, denen eine noch zu findende Stromstärke I_1 entspricht, so wird $I_1 = f(\alpha_1) = E/(g + r_1)$, also $I_1 = I_0\,[(g + r_0)/(g + r_1)]$.

332 Man kann auch noch bequemer und einfacher mittelst der von E. du Bois-Reymond[1]) angegebenen Drahtcombination von zwei Stellen eines in den Schliessungskreis einer Kette eingeschalteten Rheostaten als Messdrahtes verschiedene aliquote Theile des Stromes derselben zum Galvanometer abzweigen und die Ausschläge mit den berechneten Stromintensitäten vergleichen.

333 Auch hat man versucht, den Multiplicatorwindungen eine solche Gestalt zu geben, dass die Ablenkungen der Nadel den Stromstärken direct proportional sind. So formt Gaiffe[2]) die den Enden der Nadel gegenüberstehenden Enden des Multiplicatorrahmens etwa in Gestalt zweier Katakaustiken, deren concave Seiten einander zugekehrt sind und deren Hörner nahe der Rotationsaxe der Nadel liegen. Dann schneidet die magnetische Axe der Nadeln bei verschiedenen Ablenkungen den benachbarten Theil des Rahmens nahe unter demselben Winkel, und die Ablenkungen sind bis 70^0 nahe proportional den Stromintensitäten.

334 Will man durch das Galvanometer die relative Gesammtintensität sehr kurz dauernder Ströme, z. B. von Inductionsströmen bestimmen, welche im Verhältniss zu der Schwingungsdauer der Nadel sehr schnell verlaufen, so stellt man die Nadel parallel den Windungen. Wird sie durch den momentanen Strom um den Winkel α nach der einen Seite fortgeschleudert, so ist ganz ähnlich wie bei dem Ausschlage eines vertical hängenden Pendels bei einem horizontalen Anstoss die der Gesammtintensität I des Stromes proportionale Kraft

$$I = \int i\,.\,dt = const\ (1 - \cos \alpha) = const\ \sin {}^1/_2\,\alpha,$$

wo i die Intensität des Stromes in jedem einzelnen Zeitelemente dt ist. In England pflegt man dieses Verfahren mit dem Namen der „ballistischen Methode“ zu bezeichnen.

Das Galvanometer ist nicht geeignet, die mittlere Intensität einer Reihe schnell auf einander folgender und abwechselnd gerichteter Ströme von kurzer Dauer zu bestimmen, da dabei das Phänomen der doppelsinnigen Ablenkung der Magnetnadel eintritt (vergl. §. 210).

---

[1]) Siehe u. A. auch Grassi, Elettricista **3**, 84, 1878; Beibl. **2**, 271. Rend. della R. Accad. di Napoli 1887; Beibl. **11**, 828. Auch Boccali, Ber. der elektr. Versuchsstation München, 1890; Beibl. **14**, 822. Eine ähnliche, weniger empfehlenswerthe Methode von Petrina, Pogg. Ann. **57**, 111, 1842. —
[2]) Gaiffe, Compt. rend. **100**, 794, 1885; Beibl. **9**, 594.

335 Um sehr schwache, schnell verlaufende Ströme zu erkennen, kann man endlich unter einer Magnetnadel eine horizontal liegende Spirale anbringen, in der ein völlig unmagnetischer Stahl- bezw. Eisendraht liegt und deren Axe auf der Nadel senkrecht steht. Wird der Draht durch den Strom magnetisirt, so wird die Nadel abgelenkt[1]).

336 Ausser den Intensitätsbestimmungen kann man mit dem Galvanometer auch ohne besondere Messungen der Stromintensität Widerstandsbestimmungen vornehmen. Man bedient sich hierzu besonders des Differentialgalvanometers. Das Wesentliche hierüber haben wir schon Thl. I, §. 442 mitgetheilt. Indess lassen sich die mit letzterem Apparate auszuführenden Messungen einfacher mit Hülfe der Wheatstone'schen Drahtcombination ausführen. Es wird deshalb jetzt weniger gebraucht.

337 Wir haben im Vorhergehenden die Einrichtung und die Benutzung des Galvanometers specieller behandelt, weil dasselbe in dieser oder jener Art immer noch von einzelnen Physikern verwendet wird. Indess hat es, ebenso wie die Tangenten- und Sinusbussole, viel von seiner Bedeutung verloren, da durch die Einführung der Spiegelablesung die an den elektromagnetischen Messapparaten zu beobachtenden Ablenkungen auf so kleine Winkel reducirt werden können, dass innerhalb derselben bei unveränderter Stellung des die Ablenkungen einer Magnetnadel bewirkenden Drahtgewindes die ablenkenden Kräfte den Tangenten jener Winkel und häufig mit genügender Annäherung ihnen selbst proportional gesetzt werden können.

Man kann in dieser Art das §. 273 beschriebene Magnetometer von W. Weber verwenden, um dessen Rahmen mehrfache Lagen von Drahtwindungen gelegt werden. Zweckmässig ist es, wenn man zwischen den Magnet und den Rahmen verschieden dicke, in sich geschlossene Kupferbleche schieben kann, um so die Schwingungen je nach Bedarf mehr oder weniger stark zu dämpfen.

Indess ist diese Dämpfung für die meisten Fälle, wo es sich um Messung constanter Ströme handelt, nicht genügend. Für Messung kurz dauernder Ströme, z. B. von Inductionsströmen, ist das Trägheitsmoment des Magnetes zu gross.

---

[1]) Melsens, Dingl. Journ. 222, 236, 1876. Das Princip dieses Rheelektrometers ist bereits von St. Marianini gegeben. Vergleiche auch Memorie 2, 19, 1874 und A. Marianini, Modena 1886; Beibl. 11, 171. Aehnlich Palmieri, Mem. Accad. Pontaniana 1891, Napoli; Beibl. 16, 35. — Basso (Atti di Torino 17, 26. Febr., 14. Mai 1882; Beibl. 6, 808) hat einen Apparat zur Strommessung angegeben, bei welchem ein langer, nordsüdlich gerichteter, vom Strome durchflossener Draht über einer Magnetnadel gehoben oder gesenkt wird, bis sie das Maximum der Ablenkung α zeigt. Bei sehr langem Draht ist dann die Intensität $I = const\ sin\ \alpha\ tg\ \alpha$. Dieser Apparat ist nicht so bequem zu handhaben, wie die übrigen.

338 Besser lässt man den Magnet in der Form gewöhnlicher Magnetnadeln an einem Faden in einer parallelepipedischen dicken Kupferhülse mit oblongem Hohlraum (ähnlich wie bei dem Galvanometer) schweben und umwickelt diese Hülse mit dem Draht. — Stellt man die Hülse mit den Windungen vertical auf, so dass ihre Ebenen im magnetischen Meridian bleiben, und ersetzt den Magnet durch eine Anzahl kurzer, über einander an einem Stäbchen befestigter Magnetnadeln, so ist der Apparat empfindlicher; auch ändert sich die Dämpfung weniger, da die Nadeln bei der Ablenkung ganz innerhalb des Kupfermantels bleiben [1]).

Diese Einrichtung kann man auch auf die Anwendung eines astatischen Nadelpaares übertragen. Man befestigt an dem dasselbe tragenden Elfenbeinstab oben einen kleinen Glasspiegel, welcher in der Thl. I, §. 44, Fig. 18 gezeichneten Weise in einer einseitig geöffneten Holzhülse hängt [2]).

339 Eine andere Einrichtung mit starker Dämpfung rührt im Wesentlichen von W. Weber [3]) her. Er hat einen kleinen magnetisirten Stahlspiegel an einem Coconfaden in einer dicken, hohlen, kupfernen Kugel aufgehängt, so dass seine magnetische Axe horizontal war. Die Kugel hatte auf einer Seite eine Oeffnung, durch welche man vermittelst eines Fernrohres das Spiegelbild einer Scala im Spiegel betrachten konnte. Vor der Kupferkugel, senkrecht zur Ebene des magnetischen Meridians, wurde in verschiedener Entfernung ein Drahtring aufgestellt, durch den ein galvanischer Strom geleitet wurde, welcher den Stahlspiegel ablenkte. Die Ablenkungen wurden an der Scala abgelesen.

Man kann bei diesem Apparate den Drahtring so stellen, dass der Abstand der Mitte des Spiegels von seiner Ebene gleich der Hälfte seines Radius ist. Dann vereint man die Vortheile des Princips von Helmholtz und Gaugain mit denen der Spiegelablesung.

340 Ein von mir construirtes Spiegelgalvanometer mit starker und veränderlicher Dämpfung hat die folgende Einrichtung erhalten:

Auf einem mit drei Stellschrauben versehenen Brett *h*, Fig. 171, dreht sich auf einem Zapfen von Rothguss ein zweites Brett, auf dem sich zwischen zwei Leisten Holzbretter verschieben lassen. Das mittelste dieser Bretter trägt eine dicke cylindrische Hülse von Kupfer von 20 mm Länge und 40 mm Durchmesser [4]). Sie ist von oben durch ein

---

[1]) Schering, Gött. Nachr. 1880, S. 455; Beibl. 4, 738. — [2]) Magnus, Pogg. Ann. 124, 479, 1865. — [3]) W. Weber, Elektrodyn. Maassbest. 1, 17, 1846.

[4]) Der Verf. hatte der Kupferhülse einen Durchmesser von 60 mm, ein Gewicht von 600 g gegeben. Christiani (Verh. d. physiol. Ges. zu Berlin 1878/79; du Bois' Arch. 1879, S. 177; Beibl. 3, 627) und später ganz ähnlich L. Hermann (Pflüger's Archiv 21, 420, 1880; Beibl. 4, 556, 797; s. auch Christiani, l. c. 1880, S. 78) haben gezeigt, dass man den Durchmesser auf 40 mm, das Gewicht auf 280 g ohne Beeinträchtigung der Dämpfung reduciren kann. Dadurch können die Drahtwindungen näher an den Magnet gebracht und somit kann auch bei einem gleichen äusseren Umfange ihre Zahl ver-

2 mm weites Loch durchbohrt und dreht sich auf einem kupfernen Zapfen oder hängt an einem Messinggestell (siehe die Figur). Die zu beiden Seiten dieser Hülse aufgestellten Messingständer tragen oben ein Querstück von Messing, aus welchem gerade über der Hülse *a* ein 5 mm

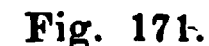
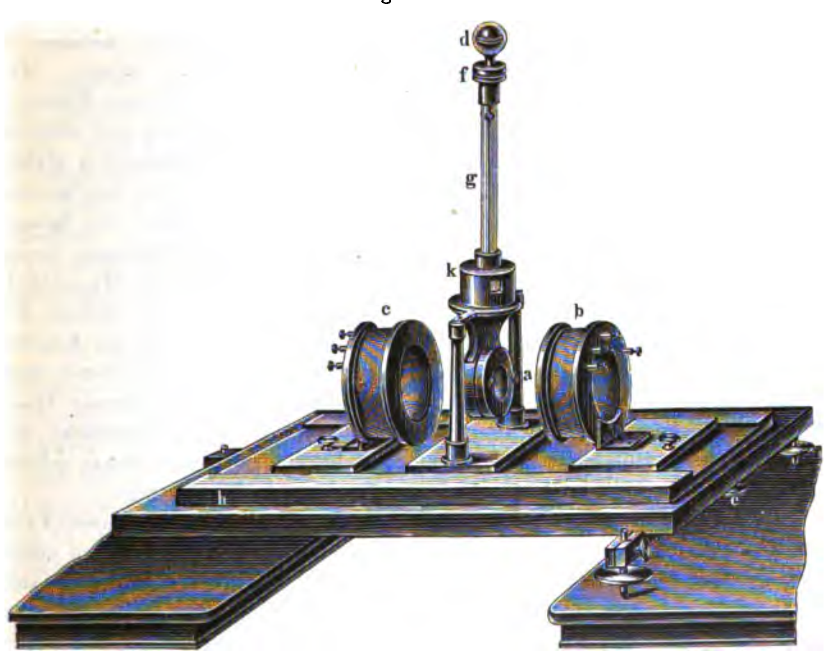


Fig. 171.



breiter und 20 mm langer Schlitz parallel zur vorderen Fläche der Kupferhülse ausgeschnitten ist. Das Querstück trägt ausserdem über der Kupferhülse auf einem Messingbügel (Fig. 172) einen horizontalen Messingring, in welchen sich eine messingene Fassung einschrauben lässt, die eine etwa 12 cm lange Glasröhre trägt. Auf die Glasröhre ist eine Messingfassung aufgekittet, die in eine Röhre eingeschliffen ist, welche sich in der Fassung drehen lässt. Eine an der Röhre angebrachte Marke, sowie einige Theilstriche auf dem oberen Rande der Fassung gestatten, die Röhre um 45°, 90° u. s. f. zu drehen. Die Röhre ist oben mit einer Einrichtung zur Hebung und

Fig. 172.



mehrt werden. — Bei den nach Sauerwald in Berlin construirten Apparaten ist die Kupferhülse senkrecht gegen ihre Axe in zwei Hälften zerschnitten, deren eine auf dem Schieber befestigt ist. Die andere Hälfte wird durch zwei Messingschrauben gegen die erstere gegengeschraubt. Das Einhängen des den Magnetspiegel tragenden Coconfadens ist dadurch erleichtert.

Senkung eines Hakens versehen, der einen Coconfaden trägt. Dieselbe ist ganz ebenso construirt, wie die Fig. 140, S. 253 (bezw. Fig. 155, S. 283) gezeichneten Vorrichtungen. An den Faden, besser einen sehr dünnen Quarzfaden, ist unten ein kleiner Haken von hartem Messingdraht angeknüpft bezw. mit einem Gemenge von Wachs und Harz angeklebt, an den man einen Spiegel von glashartem Stahl von etwa $^3/_4$ bis 1 mm Dicke und 19 mm Durchmesser anhängen kann, welcher so magnetisirt ist, dass seine magnetische Axe horizontal hängt. Man bringt den Spiegel, um ihn zu magnetisiren, mit der letzteren Richtung zwischen die zugespitzten Pole eines starken Elektromagnetes und schliesst und öffnet den den Magnet erregenden Strom zu wiederholten Malen, wobei man auch dem Spiegel durch schwache Schläge gegen den Magnet Erschütterungen ertheilen kann. Zweckmässig ist hierbei, den Spiegel in eine in einem kleinen Brett angebrachte kreisförmige Höhlung einzulegen, damit er nicht durch die allzu starke Anziehung der Magnetpole und dadurch erfolgende Stösse verbogen wird[1]). Durch Drehen der Schraube *d* hebt und senkt man den Stahlspiegel, bis er in der Kupferhülse frei schwebt. Die Oeffnungen an beiden Seiten der letzteren werden durch kupferne Deckel oder durch Fassungen mit ebenen Glasplatten geschlossen. Ebenso wird der Raum über dem Querstücke mit einer runden Holzbüchse *k* bedeckt, welche eine mit einer etwas schräg nach vorn geneigten Glasplatte verschliessbare Oeffnung trägt.

Die beiden anderen Schieber tragen Drahtspiralen *b*, *c*, deren Axen mit der Axe der Kupferhülse zusammenfallen. Die Spiralen haben einen so grossen inneren Durchmesser, dass sie gerade auf die Hülse *a* hinaufpassen, und lassen sich so nahe aneinander schieben, dass zwischen ihnen nur ein schmaler Zwischenraum von etwa 1 bis 2 mm bleibt, durch den der den Spiegel tragende Coconfaden hindurchgeht. Sie werden durch die an den Enden der Drähte angebrachten Klemmschrauben mit der übrigen Stromleitung in Verbindung gebracht.

Es ist zweckmässig, drei Systeme solcher Drahtspiralen zu haben. Jede Spirale des ersten Systems besteht aus etwa 60 bis 80 Windungen von Kupferdraht von 1 mm Durchmesser, welcher mit Kautschukmasse überzogen ist, und in zwei von den leitenden Theilen des Apparates sorgfältig isolirten Drahtklemmen endet, deren Kanten abgerundet sind. Diese Spiralen dienen zur Messung der Intensität von Strömen von Reibungselektricität. — Zwei andere Spiralen sind aus je zwei parallel neben einander zu je 80 Windungen gewundenen, mit Seide

---

[1]) Obgleich die Kreisform des Magnetes nicht diejenige ist, bei welcher er bei gleicher Metallmasse das grösstmögliche Moment annimmt, so ist sie doch der Leichtigkeit der Ausführung des ganzen Apparates wegen zu empfehlen. Auch ist die Ablenkung durch einen Strom von der Grösse des Momentes des Magnetes unabhängig, die von dem Momente abhängige Dämpfung aber genügend stark. (Vergl. eine gegen die Anwendung des Kreismagnetes gerichtete Bemerkung von Lamont, dessen Magnetismus, S. 152, 1867.)

übersponnenen Kupferdrähten von 1 mm Dicke gebildet, deren Enden an jeder Spirale in vier Drahtklemmen enden. Sie dienen zur Messung von Thermoströmen u. s. f. — Endlich bedient man sich zweier Spiralen, die mit sehr feinem ($^1/_5$ mm dickem) übersponnenen Kupferdraht (6000 bis 8000 m) umwunden sind. Sie werden namentlich auch für physiologische Zwecke u. s. f. verwendet, wo ausserhalb des Apparates sehr bedeutende Widerstände in die Schliessung eingefügt sind.

341 Der Apparat wird so aufgestellt, dass die Axen der Spiralen und der Kupferhülse senkrecht gegen den magnetischen Meridian gerichtet sind. Man kann dann die Ströme je nach Bedarf durch eine oder beide Windungsreihen der Spiralen neben oder hinter einander leiten.

Dem magnetisirten Stahlspiegel gegenüber wird eine Scala mit Fernrohr in der Entfernung von 1 bis 4 m aufgestellt, an welcher seine Ablenkungen beim Hindurchleiten eines Stromes durch die Spiralen beobachtet werden [1]).

342 Die Lage des magnetisirten Stahlspiegels gestattet nur, den Apparat so aufzustellen, dass die Axe des Ablesefernrohrs sich in einer gegen den magnetischen Meridian senkrechten Ebene befindet. Verursacht dies Schwierigkeiten, so kann man vor dem Stahlspiegel eine kurze, in die Kupferhülse eingesetzte Röhre anbringen, in der sich ein rechtwinkliges Glasprisma befindet, durch welches man vermittelst totaler Reflexion an der Hypotenusenfläche das Bild der mit dem Fernrohr verbundenen Scala im Spiegel von der Seite her betrachtet.

Zweckmässiger ersetzt man den Stahlspiegel, auch um das Trägheitsmoment zu verringern, durch einen etwa 1 mm dicken und breiten,

---

[1]) Man kann auch nach Wilson, Sillim. Journal [3] **36**, 52, 1888; Beibl. **12**, 706) vor den beweglichen Spiegel einen länglichen dünnen Glasspiegel bringen, von dem die untere Hälfte bis zur halben Höhe des Spiegels vom Silber befreit ist. Die versilberte Fläche ist horizontal und verkehrt getheilt; der mittelste Theilstrich ist über die unversilberte Stelle hinüber verlängert. Man sieht dann mit blossem Auge die verschiedenen Scalentheile bei den Ablenkungen mit dieser Verlängerung zusammenfallen. — Bei diesen und anderen Spiegelgalvanometern befestigt man auch Scala und Fernrohr an einem um die Axe des Apparates drehbaren kürzeren, etwa 10 bis 12 cm langen Arm. Der Apparat wird dadurch compendiöser, aber unempfindlicher und magnetischen Einwirkungen seitens etwaiger Eisengeräthe der Beobachter (Brillen!) mehr ausgesetzt (Hartmann u. Braun, Centralbl. f. Elektrotechn. **12**, 181, 1889; Beibl. **14**, 61; s. auch Edelmann, Elektrot. Zeitschr. **12**, 37, 1891; Beibl. **15**, 431). — Zur Ablesung von oben kann man vor den Spiegel auch eine Objectivlinse und ein rechtwinkliges Prisma mit der einen Kathetenfläche nach oben anbringen, und mittelst eines Mikroskopes mit Ocularmikrometer ablesen (Weinhold, Elektrot. Zeitschr. **6**, 513, 1885; Beibl. **10**, 243). — Will man die Ablenkungen an der Scala vergrössern, so kann man den am Magnetspiegel reflectirten Strahl noch an einem zweiten, 10 bis 15 cm von demselben entfernten festen Spiegelglasstreifen reflectiren lassen. Ist s der abgelesene Ausschlag, sind D und d die Abstände des Spiegelstreifens und der Scala vom Galvanometerspiegel, so ist, wenn α der Ablenkungswinkel des letzteren ist: $tg\ \alpha = {}^1/_4\, s/(D + d)$ (Töpler, Pogg. Ann. **154**, 602, 1875).

am äusseren Rande zugeschärften Ring von hartem Stahl von 19 mm Durchmesser (Fig. 173), der wie der Stahlspiegel in horizontaler Richtung magnetisirt ist. Man verbindet denselben durch ein verticales Stäbchen von Aluminium mit einer kreisförmigen Fassung von Horn oder Aluminium, in welcher ein Spiegel von recht dünnem Glase befestigt ist. Letzterer hängt in dem über der Kupferhülse angebrachten drehbaren Holz- oder Messingblechgehäuse an dem Coconfaden und kann um jeden beliebigen Winkel gegen den unten befindlichen Stahlring gedreht und so das Spiegelbild der Scala von allen Seiten in dem Apparate beobachtet werden [1]).

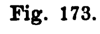
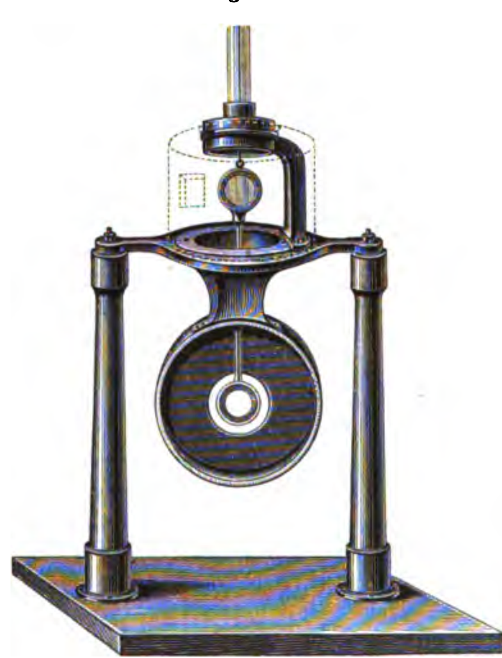


Fig. 173.



Ist die Dämpfung durch die Kupferhülse nicht genügend, so kann man auch in die Oeffnungen derselben gut passende, beinahe an den Magnetring herangehende, eventuell auch in der Mitte durch ihn hindurchgehende und dort einander berührende Kupferzapfen einschieben [2]).

---

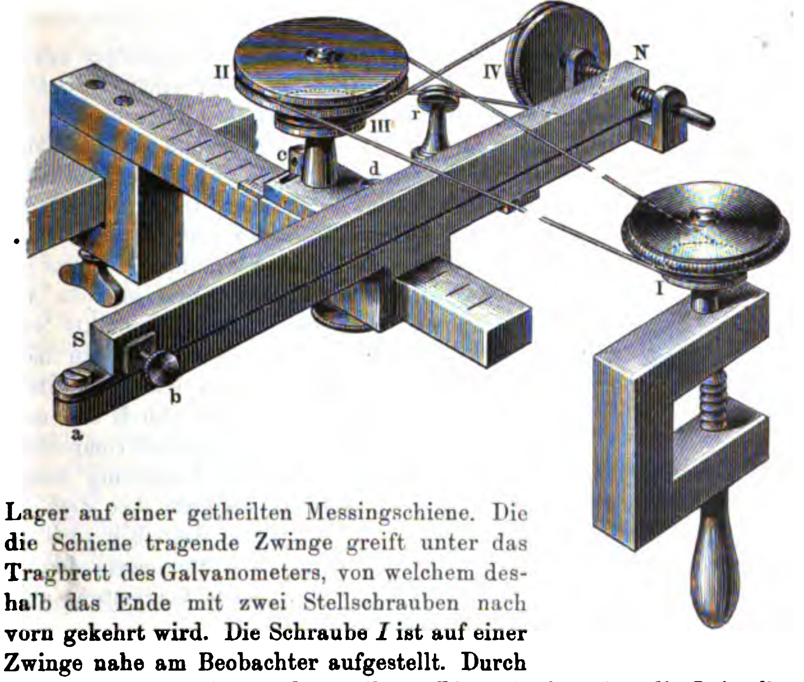
[1]) Lamont hat fast gleichzeitig mit mir eine Spiegelbussole in grösserem Maassstabe construirt (Lamont, Pogg. Ann. 88, 230, 1853. Handbuch des Magnetismus, S. 94, 1867). Auf einem 2,5 m langen Brett, dessen Längsrichtung senkrecht auf dem magnetischen Meridian steht, befindet sich in der Mitte das Magnetgehäuse, in dem an einem Coconfaden eine kleine Nadel von 13 mm Länge hängt, welche einen 13 mm im Durchmesser haltenden Spiegel trägt, an dem die Ablenkungen der Nadel mittelst eines nördlich oder südlich vom Magnet aufgestellten Fernrohres und einer Glasscala abgelesen werden. Auf dem Brett und zu beiden Seiten des Magnetgehäuses sind getheilte Metallröhren befestigt, auf denen sich Hülsen verschieben, die Messingscheiben tragen, um welche die Drahtwindungen gewunden sind.

[2]) Edelmann, Carl's Rep. 8, 357, 1873. — Andere Abänderungen dieses Apparates, bei denen der Dämpfer aus einer oberen und unteren Hälfte besteht, welche sich durch Schrauben von einander trennen lassen, um die Dämpfung zu ändern, s. Edelmann, Elektrotechn. Zeitschr. 11, 669, 1890; Beibl. 15, 121, bezw. die Spiralen sich auf getheilten Messingröhren conaxial verschieben oder der Spiegel durch einen Glockenmagnet ersetzt ist, wodurch man die Spiralen noch mehr einander nähern kann (auch Obermayer, Centralbl. f. Elektrotechn. 7, 527, 1885; Beibl. 10, 126). — Ein Galvanometer mit regulirbarer Dämpfung auch von V. von Lang, Carl's Rep. 9, 149, 1873.

Je nach der Intensität der zu messenden Ströme kann man die Spiralen näher oder weiter von der Hülse mit dem Stahlspiegel aufstellen. Auch kann man, wenn das Instrument sehr empfindlich sein soll, nach dem Vorgange von Hauy den Magnet im Apparate astasiren, d. h. die Richtkraft des Erdmagnetismus abschwächen, indem man einen schwach magnetisirten Stahlstab in gleicher Horizontalebene mit der Axe des schwingenden Magnetes nördlich oder südlich vor demselben so hinlegt, dass die Axen der beiden Magnete zusammenfallen und der Nordpol des astasirenden Magnetstabes dem Nordpole des aufgehängten Magnetes oder umgekehrt gegenübersteht. 343

In der Astasirungsvorrichtung von E. du Bois-Reymond[1]) verschiebt sich der astasirende Magnet NS, Fig. 174, mit seinem 344

Fig. 174.



Lager auf einer getheilten Messingschiene. Die die Schiene tragende Zwinge greift unter das Tragbrett des Galvanometers, von welchem deshalb das Ende mit zwei Stellschrauben nach vorn gekehrt wird. Die Schraube I ist auf einer Zwinge nahe am Beobachter aufgestellt. Durch den Schnurlauf zwischen den Rollen I, II, sowie den über die Leitrolle r laufenden Schnurlauf zwischen der auf gleicher Axe wie II befestigten Rolle III und Rolle IV, welche letztere den Kopf einer gegen den Magnet drückenden Mikrometerschraube bildet, kann man vom Beobachtungsorte aus den Magnet drehen, welcher gegen die Mikrometer-

[1]) E. du Bois-Reymond, Monatsber. d. Berl. Akad. 1874, 14. Dec., S. 767; Ges. Abhandl. 1, 372. Das Nähere in der Originalabhandlung.

schraube durch eine Feder gegengepresst wird. Die Rollen sind aus Ebonitmasse gefertigt. Die Durchmesser verhalten sich bei *I* und *II* wie 1 : 2, bei *III* und *IV* wie 6 : 7. Auf *I* ist eine grosse geränderte Scheibe von 54 mm Durchmesser zum Drehen mit den Fingern aufgesetzt.

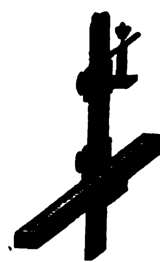
Sind Stab und Magnet in derselben Verticalebene, so ist es gleichgültig, ob beide Pole des astasirenden Stabes gleich stark sind; bei seitlicher Aufstellung kann dabei selbst bei symmetrischer Stellung beider gegeneinander eine durch Drehung des Stabes zu compensirende Ablenkung eintreten.

Die Variationen der Richtung des Erdmagnetismus werden ebenfalls durch Drehung des Stabes compensirt.

Bei höchster Astasirung stellt sich der Magnetspiegel äquatorial, gerade wie ein System völlig astatischer Nadeln, entsprechend der Wirkung der Erde und des Stabes zusammen, welche nie absolut gleiche Richtung haben.

345 Statt der beschriebenen Vorrichtung kann man für weniger exacte Astasirung unten an das den Apparat tragende Brett einen verticalen getheilten Stab anschrauben, der durch den Tisch hindurchgeht, auf welchem der Apparat steht, und an dem sich eine Hülse verschiebt, die ein in der Nordsüdrichtung liegendes Kästchen trägt, worin der astasirende Magnetstab zwischen zwei Federn liegt und durch seitliche Schrauben so lange gedreht werden kann, bis er keine seitliche Ablenkung des Magnetes in dem Apparate verursacht. — Zweckmässig verschiebt man nach Meissner und Meyerstein[1]) an dem Stabe zwei Magnete, einen stärkeren, durch den man den Magnet im Apparate annähernd compensirt, und einen schwächeren, durch welchen die feinere Astasirung vorgenommen wird. Macht man letzteren um eine verticale Axe drehbar, Fig. 175, so kann man durch geeignete Einstellung desselben auch die etwaigen seitlichen Ablenkungen des schwingenden Magnetes compensiren. — Selbstverständlich kann man die astasirende Vorrichtung auch über dem Apparate anbringen (siehe §. 355).

Fig. 175.



346 Eine allzu grosse Astasirung ist unbequem, da dabei die Schwankungen der Declination eine zu bedeutende Aenderung der Stellung des Magnetspiegels herbeiführen.

Ist H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, S die entgegenwirkende Kraft des Hauy'schen Stabes, so ist $\alpha = H/(H - S)$.

---

[1]) Meissner und Meyerstein, Henle und Pfeuffer's Zeitschr. 1. Pogg. Ann. 144, 132, 1861.

ein Maass für die Astasirung. Sind T_A und T_∞ die Schwingungsdauern des Magnetringes ohne Dämpfung mit und ohne Hauy'schen Stab, so ist $\alpha^2 = T_A / T_\infty$. Bei den besten älteren Bussolen ist mit Dämpfung $\alpha = 4{,}5$ und bei den feinsten Untersuchungen genügt $\alpha_{max} = 10$. Aendert sich H um den kleinen Werth $\pm \varDelta H$, so ist das Verhältniss der Ablenkungen des Magnetes durch einen constanten Strom

$$\frac{F}{F_1} = 1 \pm \frac{\varDelta H}{H} \cdot \alpha.$$

$\varDelta H/H$ ist höchstens 0,0015, also liegt für $\alpha = 4{,}5$ und $\alpha_{max} = 10$, wenn $F_1 = 100$ Scalentheile beträgt, F zwischen $100 \pm 0{,}7$ und $100 \pm 1{,}5$, so dass die Empfindlichkeit der Bussole durch die Aenderung des Erdmagnetismus um $\varDelta H$ nicht wesentlich beeinflusst wird [1]).

347 Wird das magnetische System des Spiegelgalvanometers durch Annähern eines Magnetes, etwa nach der Hauy'schen Methode, astasirt, so dass die Richtkraft gering ist, so kann es sogar aperiodisch schwingen und sich nach einer Ablenkung ohne weitere Oscillationen seiner Ruhelage nähern. Wird es durch die vereinte Wirkung des Stromes, der magnetischen Richtkraft der Erde und des astasirenden Magnetes in eine Gleichgewichtslage übergeführt, die um den Scalenwerth ξ von seiner Ruhelage ohne Stromwirkung entfernt ist, so schwingt es der letzteren Gleichgewichtslage in ganz gleicher Weise zu, wie der Ruhelage ohne jene Einwirkungen, nur dass an Stelle der dort angenommenen Ruhelage die Ablenkung ξ, an Stelle der magnetischen Kraft, die den Magnet in die Ruhelage zurückführt, jetzt die Resultante aus der Wirkung des Erdmagnetismus und astasirenden Magnetes und der Wirkung des Stromes tritt [2]).

Ob an einer Spiegelbussole nach der §. 340 beschriebenen Einrichtung eine Astasirung bis zur Aperiodicität der Schwingungen möglich sei, ersieht man, wenn das logarithmische Decrement der Schwingungen des (0,8 mm dicken) die Kupferhülse fast erfüllenden Magnetspiegels nicht kleiner als 0,7, das eines Magnetringes mit Glasspiegel nicht kleiner als 0,4 ist [3]).

348 Es lässt sich berechnen (s. w. u.), dass eine in einer Hohlkugel von absolut weichem Eisen schwebende Magnetnadel durch äussere magnetische Kräfte nicht beeinflusst wird (welche Verhältnisse ganz analog denen bei der Wirkung elektrischer Scheidungskräfte sind). Umgiebt man also ein Galvanometer mit einer solchen Hohlkugel, so wirkt der Erdmagnetismus auf seine Nadel nicht, letztere ist astatisch. Eine nicht so vollkommene Astasirung erreicht man durch einen hohlen Cylinder

[1]) Christiani, l. c. §. 297. — [2]) E. du Bois-Reymond, Monatsber. d. Berl. Akad. 1870, S. 537. — [3]) E. du Bois-Reymond, Monatsber. der Berl. Akad. 1874, S. 767; Ges. Abhandl. S. 372.

von weichem Eisen, welcher conaxial zur Drehungsaxe des Magnetes um das Galvanometer gestellt wird und der durch die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus in gleichem Sinne, wie es die Nadel ist, magnetisch polarisirt wird [1]).

Zugleich wird hierdurch bei gehöriger Dicke des Eisenringes der Einfluss veränderlicher äusserer magnetischer Einflüsse auf die Nadel mehr oder weniger beseitigt.

Eine solche Astasirung hat für Galvanometer den Uebelstand, dass meist die Eisenringe nicht ganz gleichförmig sind, sich also in verschiedenen Richtungen durch den Erdmagnetismus ungleich magnetisiren und so richtend auf die Nadel wirken. Bei dieser Methode kann auch die Astasirung nicht willkürlich wie durch Verstellung eines astasirenden Magnetes verändert werden.

349 Die Einrichtung der Spiegelablesung, sowohl wenn man direct das Bild einer Scala im Spiegel der erwähnten Apparate beobachten, als auch, wenn man das Bild eines erleuchteten Spaltes auf eine Scala werfen will, haben wir schon Thl. I, §. 44 u. flgde. erwähnt.

Für Demonstrationszwecke ist hierzu elektrisches oder Drummond'sches oder Sonnenlicht zu verwenden. Man kann dabei grössere Hohlspiegel über dem Magnet anbringen. Die Oeffnung, durch welche das Licht ein- und austritt, ist dann etwas grösser zu machen und zweckmässig mit einer etwa 10 Grad gegen die Verticale geneigten Glasplatte zu verschliessen, um dadurch die Reflexbilder der letzteren nach oben abzulenken [2]).

350 Vor dem Gebrauche der beschriebenen Spiegelapparate muss man prüfen, ob die Axen der Drahtwindungen der Spiralen zu der magnetischen Axe des schwingenden Magnetes normal sind. Man leitet hierzu denselben Strom abwechselnd in entgegengesetzter Richtung durch die Drahtwindungen und dreht den Apparat auf seiner Unterlage so lange, bis die Ausschläge nach beiden Seiten gleich gross werden. Auch dreht man vor dem Gebrauche die Röhre, welche den mit dem Magnet belasteten Coconfaden trägt, in ihrer Fassung um $\pm 90^0$ herum, um so

---

[1]) Versuche und Berechnungen hierüber s. Stefan, Wien. Ber. **85** [2], 613, 1882; Wied. Ann. **17**, 928; siehe auch Berechnungen von Rücker über diese Schirmwirkungen von Eisenhüllen, namentlich für Dynamomaschinen, Phil. Mag. [5] **37**, 95, 1894; Beibl. **18**, 593. Ferner auch Braun, Centralzeitung f. Optik und Mechanik **4**, 133, 1883; Beibl. **7**, 750; auch Dieterici (das Galvanometer steht auf einer Eisenplatte und ist von zwei dickwandigen conaxialen Eisenschichten umgeben. Verh. d. phys. Ges. zu Berlin 1886, S. 119; Beibl. **3**, 302, und Uppenborn, Schutzring aus ausgeglühtem Eisendraht), Centralbl. f. Elektrotechn. **4**, 507, 1886; Beibl. **10**, 878.

[2]) Eine Berechnung hierüber von Rücker. Christiani, Verh. der physiol. Ges. zu Berlin 1878, S. 57; Beibl. **3**, 627. Aehnliche Einrichtungen von v. Lang und Exner, Carl's Rep. **5**, 6, 1869, v. Lang, ibid. **9**, 148, 1873; Wien. Ber. **67** [2], 101, 1870, u. A.

das durch die Torsion ausgeübte Drehungsmoment zu bestimmen. Ist dabei die Ablenkung des Magnetes gleich α, so addirt man zu jeder Elongation β die Anzahl Scalentheile, um welche der Magnet in Folge der bei jeder Ablenkung erzeugten Torsion zurückgehalten wird. Diese Correction ist indess bei der Kleinheit von α und β meist zu vernachlässigen. Nur muss man möglichst dünne und nicht zu kurze Aufhängefäden (am besten einzelne Fäden, die von einmal gekochter roher Seide abgelöst sind) verwenden. Bei dickeren Fäden ändert sich ausserdem in Folge ihrer veränderlichen Torsion mit der Zeit die Lage des Magnetes im Apparate.

Bis zu einer Ablenkung des Magnetes der Spiegelbussole von etwa $\varphi = 2^0$ ($tg\, 2\varphi = 70$ Millimeter-Theilstriche bei einem Abstande der Scala vom Spiegel gleich 1 m) kann man die Intensität der Ströme der Ablenkung direct, bis zu etwa 4^0 ($tg\, 2\varphi = 140{,}5$ Theilstriche) nahezu der Tangente des Ablenkungswinkels φ proportional setzen. Bei weiteren Ablenkungen ist für genaue Beobachtungen nöthig, die Spiegelbussolen zu calibriren. Dies geschieht am besten, indem man durch eine vor der Bussole in dem Schliessungskreise angebrachte Brücke den Strom zwischen letzterer und dem Multiplicator der Bussole theilt. Beobachtet man bei verschiedenen Stromstärken die Ablenkungen vor ($A_1 A_2 A_3$) und nach Anbringung der Brücke ($a_1 a_2 a_3$), so müssen sich die den Ablenkungen entsprechenden Intensitäten (A_1), $(A_2) \ldots (a_1)$, $(a_2) \ldots$

$$\frac{(A_1)}{(a_1)} = \frac{(A_2)}{(a_2)} = \frac{(A_3)}{(a_3)} \text{ u. s. f.}$$

verhalten, woraus man den relativen Werth der einzelnen Ablenkungen bestimmen kann [siehe auch §. 328 u. flgde.][1]).

351 Sodann muss man untersuchen, ab der Dämpfer nicht Eisentheile enthält, welche theils durch die Unreinheit des Kupfers, durch das Abdrehen, auch durch Zurückbleiben von Theilen der die Gussform befestigenden Eisendrähte hineingebracht sein und den Gang der Ablenkungen sehr unregelmässig machen können. Dazu dreht man bei feststehendem Instrument den Dämpfer für sich um seine verticale Axe und beobachtet, ob die Lage des Magnetes unverändert bleibt.

Ein Stück Eisen, welches sich in der Verlängerung der Axe des Magnetes befindet, also in gleichem Sinne, wie derselbe, sowohl durch seine Einwirkung wie auch durch die des Erdmagnetismus magnetisirt

[1]) Ueber die Abweichungen der Spiegelbussole von dem Tangentengesetz vergleiche auch Blaserna, Correnti d'Induzione. Giornale di Scienze Naturali 6, 27, Palermo 1870. Selbstverständlich sind diese Abweichungen bei jeder Bussole anders, da die Windungen gegen den Magnet verschieden angeordnet sind. Meist findet sich ein gewisser Abstand der Spiralen der Bussole vom Magnet, bei der das Tangentengesetz in weiteren Grenzen gilt; wenn nämlich dabei die mittlere Lage der Windungen etwa den von Helmholtz aufgestellten Bedingungen (§. 298) entspricht.

wird, vermindert die Empfindlichkeit. Liegt eine kleine Eisenmasse senkrecht zur Magnetaxe in dem Dämpfer, so steigert es meist die Empfindlichkeit [1]). Bei der Astasirung können sich durch die Einwirkung des astasirenden Magnetes auf das Eisentheilchen diese Verhältnisse ändern.

352 Das Spiegelgalvanometer hat nach seiner ersten Construction im Jahre 1852 mannigfache Abänderungen erfahren [2]), von denen wir nur einige der gebräuchlichsten anführen.

W. Siemens construirt den Magnet für die Spiegelbussole aus einem am einen Ende halbkugelförmig geschlossenen, am anderen Ende offenen, 10 mm weiten, 30 mm langen Stahlrohr, welches an zwei gegenüberliegenden Stellen der Länge nach aufgeschlitzt ist und wie ein Hufeisenmagnet magnetisirt wird, Fig. 176 bis 178. Derselbe hängt vertical, mit dem offenen polaren Ende nach unten in einer Höhlung, die in verticaler Richtung in eine Kupferkugel bis etwas über ihren Mittelpunkt von oben aus gebohrt ist, und trägt oben an der Wölbung einen Stiel, an dem der Spiegel befestigt ist. Bei dem geringen Trägheitsmoment, der relativen Stärke der Magnetisirung und der Nähe der magnetischen Enden des Cylinders an der Kupfermasse ist die Dämpfung sehr bedeutend, so dass die Schwingungen auch schon ohne Astasirung aperiodisch sind. Zugleich ändert sich bei verschiedenen Elongationen in Folge der symmetrischen Gestalt die Dämpfung nicht, während dies bei weiteren Elongationen bei den in den anderen Spiegelbussolen angewandten Dämpfern meist der Fall ist. Wenn daher der Magnetring der letzteren aus weiteren Elongationen der Nulllage zuschwingt, so geht er über die Nulllage hinaus, selbst wenn durch die Astasirung $\varepsilon = n$ (§. 285) gemacht wird, wo der Theorie nach die Nulllage nicht überschritten werden sollte. Dies ist bei dem Siemens'schen Magnet kaum der Fall.

An dem oben aufgesetzten Rohre kann man eine verschiebbare und drehbare, einen horizontalen Magnetstab tragende Fassung anbringen, auch um bei geringen Aenderungen der Declination den Glockenmagnet in die gleiche Lage zu bringen.

Eine Astasirung des Glockenmagnetes durch den Hauy'schen Stab ist wegen der Nähe seiner Pole an einander nicht wohl durchzuführen.

353 Für Demonstrationszwecke in einem grösseren Auditorium, kann man, wie bei dem sehr zweckmässigen Vorlesungsgalvanometer von Beetz [3])

---

[1]) Vergl. hierüber Christiani, Verh. der phys. Ges. zu Berlin, 20. Jan. 1882; Beibl. 6, 396. — [2]) Vgl. z. B. eine Construction von Meissner und Meyerstein, bei dem der Magnet an einem ㄣ förmigen Haken in dem Dämpfer hängt, so dass die Windungen nicht in der Mitte über dem Magnet unterbrochen sind. Das Gewicht und Trägheitsmoment des magnetischen Systems wird dadurch viel grösser. — [3]) Beetz, siehe Edelmann, Elektrotechn. Ztschr. 12, 27, 1891; Beibl. 15, 223; ein ähnlicher, an die Zimmerdecke zu hängender Apparat. Elektrotechn. Ztschr. 11, 686, 1890; Beibl. 15, 223.

Fig. 176.

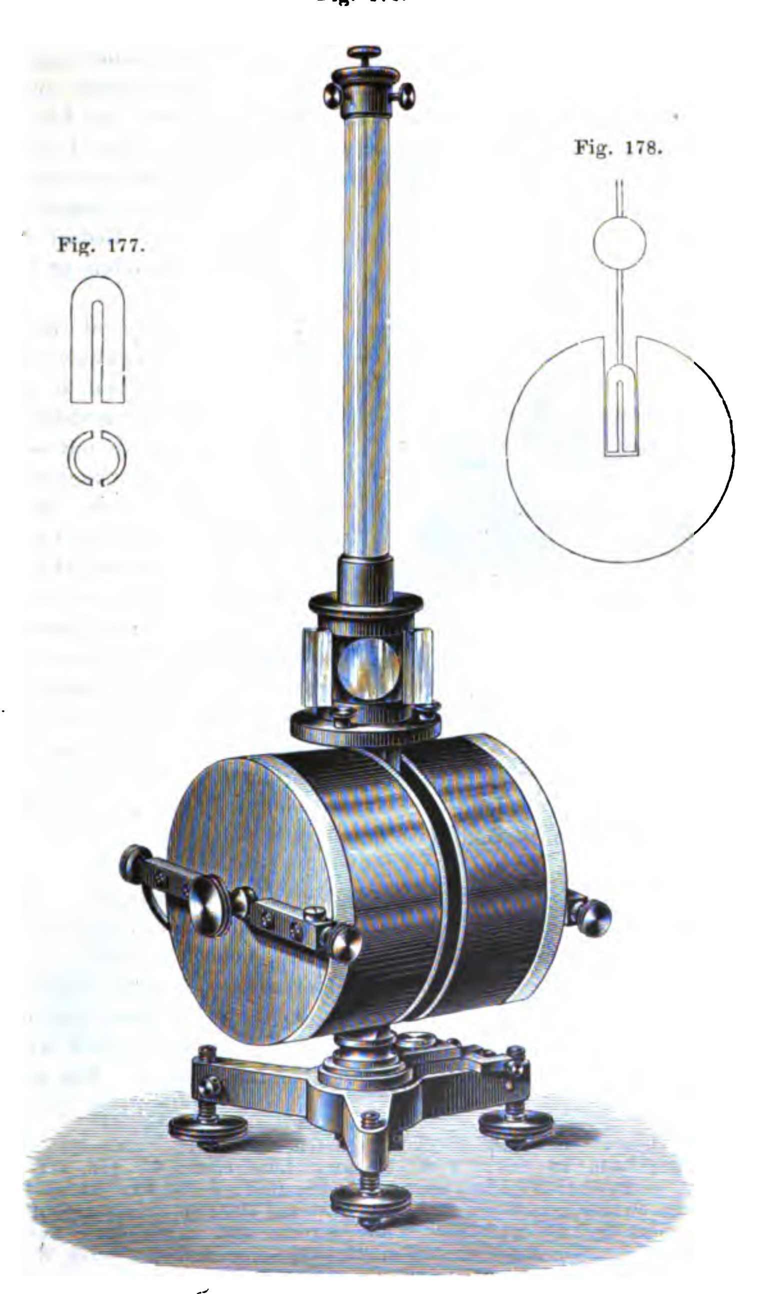
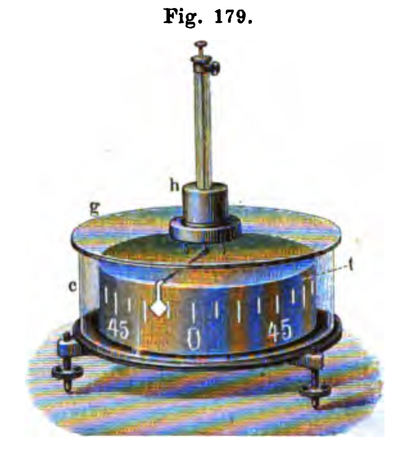


Fig. 177.

Fig. 178.

Fig. 179, den Glockenmagnet oben mit einem leichten horizontalen Holzarm versehen, dessen Ende eine schmale, verticale Papierfahne trägt, die vor einer cylinderförmigen, von einem Glascylinder umgebenen Scala schwebt. Zweckmässig windet man die eine Spirale aus etwa 1 mm dickem, die andere aus vielen Windungen von 0,2 bis 0,3 mm dickem Draht und bringt über denselben noch ein Paar Lagen von 2 bis 3 mm dickem übersponnenen Draht an. Die Windungsreihen sind einzeln mit Klemmschrauben versehen, um je nach Bedarf die eine oder andere verwenden zu können.

Fig. 179.



354 Dieses Instrument ist durch Benutzung von zwei über einander gestellten Kupferhülsen, in welchen zwei entgegengesetzt gestellte, durch einen verticalen Stab mit einander verbundene Glockenmagnete hängen, von W. Siemens zu einem astatischen Spiegelgalvanometer umgewandelt worden (Fig. 180). Der Zwischenstab zwischen den Magneten trägt einen nach allen Seiten drehbaren Planspiegel. Unter dem auf einer Hartgummiplatte ruhenden Apparat ist ein aus zwei gekreuzten Magneten bestehendes Richtsystem angebracht, welches sich durch ein System von Zahnrädern drehen lässt und in dem sich die Magnete beliebig gegen einander neigen lassen. Die Rollen sind je doppelt mit Drahtwindungen versehen, deren Enden zu acht Klemmschrauben auf dem Grundbrette des Apparates führen [1]).

355 Statt der Dämpfung der Schwingungen des Magnetes durch Kupferhüllen kann man auch die von Töpler empfohlene Luftdämpfung (Thl. I, §. 43, Anm.) anwenden. Dabei kann man nach v. Ettingshausen [2]) die Querwände des cylindrischen Dämpferkastens, in dem eine Glimmerplatte schwingt, verschiebbar machen, so dass die Dämpfung regulirt werden kann. Es gelingt leicht, den aperiodischen Zustand zu erreichen; überdies kann noch Kupferdämpfung benutzt werden. Die mit dem

---

[1]) Apparate mit vier Glockenmagneten von Nalder, Chem. News **65**, 249, 1892; Beibl. **18**, 227 und Willyoung, Lum. électr. **47**, 425, 1893; Beibl. **18**, 227. — Fröhlich, Lum. électr. **49**, 79, 1893; Beibl. **18**, 591 hängt einen mit einem Zeiger versehenen Elektromagnet auf einer Spitze an der Kreuzungsstelle zweier auf einander senkrechter Ströme auf, deren einer durch eine starke Kupferstange, deren anderer durch zwei Spiralen fliesst, deren Windungsebenen senkrecht zur Kupferstange stehen.

[2]) A. v. Ettingshausen, Centralztg. f. Opt. u. Mech. **1**, 161 bis 164, 1880; Beibl. **6**, 890.

Instrumente angestellten Versuche zeigen, dass innerhalb gewisser Grenzen, selbst bei Anwendung sehr bedeutender Dämpfung, das logarithmische Decrement für grosse und kleine Schwingungsbogen als vollkommen con-



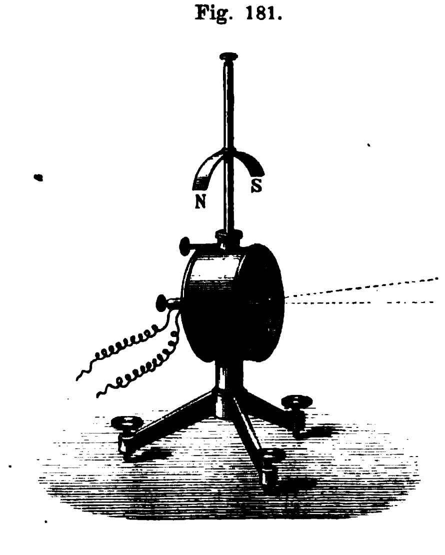
Fig. 180.

stant anzusehen ist. Nur bei grösseren Geschwindigkeiten der Magnetnadel sind die Luftwiderstände nicht mehr proportional den Geschwindigkeiten.

356 Auch Sir W. Thomson hat bei seinen Instrumenten eine Luftdämpfung angebracht. Er benutzt einen kleinen, nur 1 cm oder weniger

im Durchmesser haltenden, aus einem dünnen mikroskopischen Deckglase hergestellten Glasspiegel, auf dessen Hinterseite ein oder mehrere dünne, flache, magnetisirte Stahldrähte (dünne Uhrfedern) von nur 4 mm Länge in gleicher Richtung horizontal neben einander aufgeklebt sind. Der Spiegel wird am Ende einer Messingröhre von etwa 45 mm Länge, welche nur sehr wenig weiter ist als sein Durchmesser, zwischen zwei etwa 4 bis 5 mm von einander entfernten Glasplatten an einem kurzen (zuweilen nur 2 bis 4 mm langen) einfachen Coconfaden aufgehängt. Die Röhre wird in ein auf einer Seite etwas trichterförmig erweitertes Messingrohr eingeschoben, auf welches die Drahtspirale gewickelt ist, so dass der Spiegel in ihrer Mitte hängt. Seine Schwingungsdauer ist etwa nur 0,7 Secunden. Ueber den Windungen ist ein verticaler runder Messingstab angebracht, an welchem sich ein bügelförmiger Magnetstab verschieben und drehen lässt, um dadurch den Spiegel in verschiedenen Verticalebenen einstellen zu können, Fig. 181. Die Drehung kann auch vermittelst eines Zahnrades mit Trieb bewirkt werden.

Fig. 181.



357 Für empfindlichere Versuche werden an einem dünnen Aluminiumstab zwei horizontale Hülsen über einander angebracht, in denen die Magnete einander entgegengerichtet sind, und um welche die Ströme in entgegengesetzten Richtungen geleitet werden. Das eine Magnetsystem ist an einem Spiegel befestigt.

Die Einstellung der Spiegel wird meist mit Hülfe der Projection beobachtet.

Die Apparate sind wegen der kurzen Schwingungsdauer der Magnetspiegel, ihres geringen Trägheitsmomentes und ihrer schnellen Einstellung namentlich zur Beobachtung schwacher, schnell auf einander folgender, ihre Richtung wechselnder Ströme geeignet. Bei der Kürze des Aufhängefadens dürfte indess eine constante Einstellung nicht vollkommen erreichbar sein. Die Apparate können also besser als Indicatoren für die Anwesenheit von Strömen, als zur Messung ihrer Intensität durch den Ausschlag verwendet werden. Auch bei Versuchen, wo die Ströme auf Null reducirt werden (bei Bestimmung des Widerstandes und der elektromotorischen Kraft), sind sie verwendbar, wenn man sich vor und

nach jedem Versuche überzeugt, dass die Nullstellung des Spiegels bei Loslösung des Instrumentes von der übrigen Leitung ungeändert bleibt. Immerhin dürften für quantitative Messungen die Apparate mit längeren Aufhängefäden, stärkeren Magneten und starker Dämpfung durch dicke Kupferhüllen vorzuziehen sein.

358 In neuerer Zeit ist das Thomson'sche Zweinadelgalvanometer in verschiedenen Formen ausgeführt, die sie bei Astasirung von aussen auf langsame Schwingungsdauer zu quantitativen Strommessungen und selbst ballistisch zu Elektricitätsmengenmessungen geeignet machen. Besonders verbreitet sind die Instrumente von Elliot und von Carpentier. Beide haben den Spiegel zwischen den Magneten. Die Systeme sind so leicht, dass sie von dünnen Quarzfäden getragen werden können. Zu weiterer Erhöhung der Empfindlichkeit sind die einzelnen Magnete, ähnlich wie bei dem Instrument Fig. 181, durch Magnetsysteme ersetzt worden und die bequem auswechselbaren Rollen aus Lagen von verschieden dickem Kupferdraht gewickelt. Solche Instrumente bringt die Firma Kaiser und Schmidt nach Angaben von H. du Bois und Rubens[1]) in den Handel (Fig. 182). Die Dämpfung wird (mit Ausnahme der leichtesten Systeme) durch ein verticales Aluminiumscheibchen (nach Art der Luftdämpfung) bewirkt. Durch Rechtwinkligstellung dieses Scheibchens zur Ebene von Spiegel und Magnetsystemen ist der Einfluss äusserer Er-

Fig. 182.



[1]) H. E. J. G. du Bois und Rubens, Wied. Ann. 48, 236, 1893.

schütterungen auf die Ruhelage des hängenden Systems hier überdies auf ein Minimum beschränkt. Zwei beliebig zu stellende auf dem Rohre auf dem Apparat verschiebbare, etwas gebogene Magnete gestatten event. eine weitere Astasirung und Einstellung des Magnetsystems. — Paschen [1]) steigert die Empfindlichkeit bei gegebener Schwingungsdauer sehr erheblich durch Verkürzung der Magnete auf 1 bis 1,5 mm und Zusammenstellung von je 13 solcher 0,3 mm dicken Magnetchen aus Uhrfederunruhestahl zu einem System. Auf andere Verfeinerung des Apparates für specielle, z. B. bolometrische Zwecke, kann hier nicht wohl eingegangen werden.

359 Will man vergleichbare Messungen bei Anwendung verschiedener Drahtspiralen mittelst der vorerwähnten Apparate erhalten, so muss man das relative Drehungsmoment kennen, welches sie beim Hindurchleiten eines Stromes von der Intensität i auf den Magnet im Apparate ausüben [2]). Wir wollen uns dabei der §. 243 definirten Einheit der Stromintensität und des Magnetismus bedienen, so dass wir die in den Formeln vorkommende Constante gleich Eins setzen.

Es seien zuerst die Drahtwindungen kreisförmig. Sie mögen einen Ring von rechteckigem Querschnitt bilden, dessen äusserer und innerer Radius b_0 und b_1 ist; die Mitten der der Nadel zunächst befindlichen und von ihr entferntesten Windungen liegen in den Abständen e_1 und e_0 von ihr entfernt.

Nach §. 246 ist das Drehungsmoment, welches eine lineare kreisförmige, vom Strome i durchflossene Windung des Multiplicators, deren Radius b ist, auf die Nadel desselben ausübt, deren Mittelpunkt von der Ebene der Windung um die Länge c absteht und deren Länge $2l$ ist, wenn die Ablenkung α der Nadel aus ihrer der Ebene der Windung parallelen Ruhelage klein ist, also $5 \sin^2 \alpha$ gegen 1 zu vernachlässigen und $\cos \alpha = 1$ zu setzen ist,

$$D = \frac{4 \pi i \mu b^2 l}{(e^2 + b^2)^{3/2}} \left(1 + l^2 \frac{3(b^2 - 4e^3)}{4(e^2 + b^2)^2}\right).$$

Wird dieser Werth für e zwischen den Grenzen e_0 und e_1 und für b zwischen b_0 und b_1 integrirt, so erhält man das Drehungsmoment Δ, welches sämmtliche Windungen auf die Nadel ausüben.

Wird der Werth Δ durch den Querschnitt $(b_1 - b_0)(e_1 - e_0)$ dividirt, so erhält man das mittlere Drehungsmoment, welches eine Windung ausübt, und wird dieses mit der Zahl n der Windungen multi-

[1]) Paschen, Wied. Ann. S. 281; siehe auch Snow, Wied. Ann. 47, 214, 1893; Ztschr. f. Instrumentenkunde 1893, S. 13; Beibl. 17, 664; siehe auch Snow, Wied. Ann. 47, 214, 1893. — [2]) Vergl. W. Weber, Elektrodynamische Maassbestimmungen, Thl. II, und Abhandlungen der K. Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften 10, 26, 1862.

plicirt, so erhält man wiederum das Drehungsmoment $\varDelta$. Setzt man noch das magnetische Moment des Magnetes gleich $2\mu l = M$, so ist

$$\varDelta = n\pi i M \frac{1}{b_1 - b_0} \left\{ \log\left(\frac{b_1 + \sqrt{b_1^2 + e_0^2}}{b_1 + \sqrt{b_1^2 + e_1^2}} \cdot \frac{b_0 + \sqrt{b_0^2 + e_1^2}}{b_0 + \sqrt{b_0^2 + e_0^2}} \right) \right.$$

$$\left. + \frac{1}{4}\left(\frac{b_1^3}{(b_1^2 + e_0^2)^{3/2}} - \frac{b_0^3}{(b_0^2 + e_0^2)^{3/2}} \right) \frac{l^2}{e_0^2} - \frac{1}{4}\left(\frac{b_1^3}{(b_1^2 + e_1^2)^{3/2}} - \frac{b_0^3}{(b_0^2 + e_1^2)^{3/2}} \right) \frac{l^2}{e_1^2} \right\} \quad 1)$$

Liegt die Nadel in der Mitte der Windungen, welche sie ganz bedecken und sich auf ihren beiden Seiten bis $\pm e_0$ erstrecken, so geht dieser Ausdruck über in

$$\varDelta = 2 n \pi i M \left\{ \frac{1}{b_1 - b_0} \left[\log \frac{b_1 + \sqrt{b_1^2 + e_0^2}}{b_0 + \sqrt{b_0^2 + e_0^2}} \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{4}\left(\frac{b_1^3}{(b_1^2 + e_0^2)^{3/2}} - \frac{b_0^3}{(b_0^2 + e_0^2)^{3/2}} \right) \frac{l^2}{e_0^2} \right] \right\} \quad . \; . \; . \; . \quad 2)$$

Bezeichnet man den in den Klammern stehenden Ausdruck in Gleichung 2) mit $1/r$, so ist

$$\varDelta = \frac{2 n \pi}{r} i M.$$

Der Strom im ganzen Multiplicatorrahmen wirkt also, wie wenn er n mal durch eine einzige Windung vom Radius r flösse, in deren Ebene der Mittelpunkt der Nadel läge, deren Länge überdies gegen den Radius der Windungen klein wäre. r ist der reducirte Radius des Multiplicators[1]).

Wir können diese Formel noch umändern, indem wir n eliminiren. **360** Die Höhe der Windungsschicht ist $b_1 - b_0 = B$, die Breite derselben $e_1 - e_0 = 2E$. Ist die Länge und der Querschnitt des zu dem Multiplicator verwendeten Drahtes L und d, so ist auch das Volumen des Drahtes $V = Ld$, wenn wir annehmen, dass seine Windungen dicht an einander liegen. Dann ist der ganze von den Windungen eingenommene Raum

$$V = 2\pi E B (2 b_0 + B) = L d.$$

Ist ferner der Gesammtwiderstand des Drahtes w, sein specifischer Widerstand ϱ, so ist $w = L\varrho/d$. Endlich ist die Zahl der Windungen gleich $n = 2BE/d$. Aus diesen Gleichungen ergiebt sich

$$n = 2 \frac{\sqrt{w . B . E}}{\sqrt{2\pi\varrho . (2 b_0 + B)}}; \quad \varDelta = 4 \sqrt{\frac{\pi w . B . E}{2 \varrho (2 b_0 + B)}} \frac{i M}{r},$$

in welchen Werth r aus den obigen Gleichungen einzuführen ist.

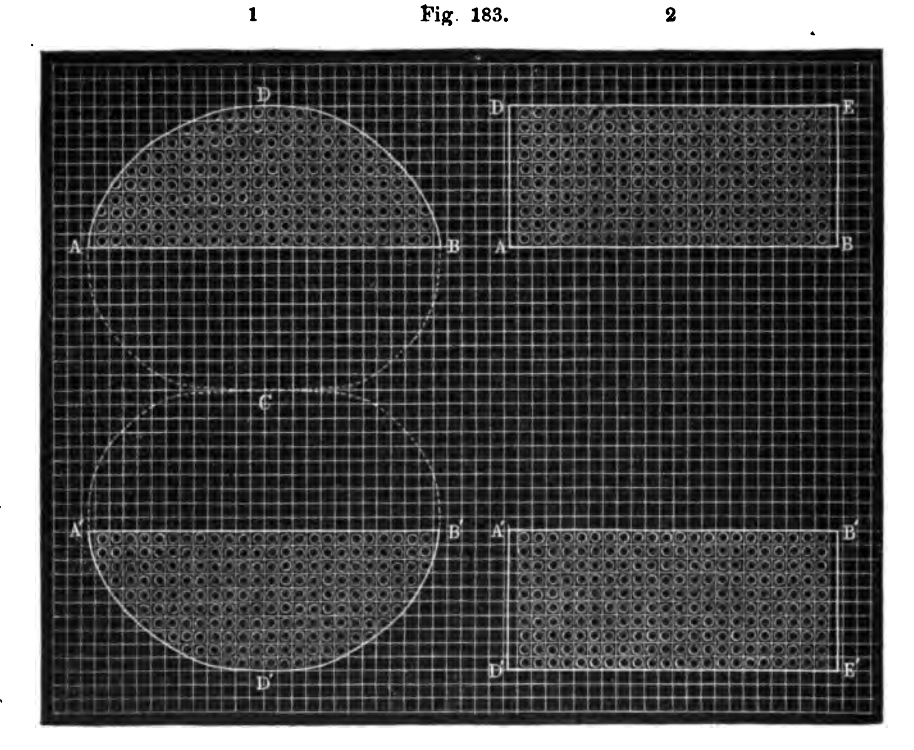
Soll der Apparat das Maximum der Wirkung geben, so muss man, wenn der Rauminhalt V gegeben ist, den die Drahtwindungen erfüllen

[1]) Vergl. W. Weber, l. c.

sollen, und der Radius b_0 der innersten Windungen bestimmt ist, die Gestalt des Querschnittes derselben so anordnen, dass das auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment ein Maximum wird. Man kann dann in obiger Formel B in V und E ausdrücken und durch Differenziren den Werth von E bestimmen, welchem das Maximum des Drehungsmomentes entspricht. Aus diesen E und V bestimmt man wiederum B.

361 Für einen rechteckigen Querschnitt der Windungen, in deren Mitte die Nadel schwebt, findet W. Weber die in Fig. 183 (2) gezeichnete

1 Fig. 183. 2



Gestalt der Windungen, wo AB, $A'B'$ die Begrenzungen des inneren, von den Windungen eingeschlossenen Raumes, DE und $D'E'$ ihre äussere Begrenzung anzeigen.

Soll der Querschnitt der Windungen nicht rechteckig sein, sondern will man überhaupt bei einem gegebenen Flächeninhalt des Querschnittes das Maximum der Wirkung erzielen, so muss die äussere Gestalt der Windungsschicht die Form (1) annehmen, wo AB, $A'B'$ die Begrenzung des inneren, von den Windungen eingeschlossenen Raumes, ADB, $A'D'B'$ die äussere Begrenzung derselben angeben [1]).

[1]) Siehe derartige Berechnungen auch von Mather, Phil. Mag. [5] 29, 434, 1890; Beibl. 14, 645.

Wird der Apparat wie der Multiplicator eines Galvanometers eingerichtet, so besitzen die einzelnen Drahtwindungen eine Gestalt, welche im Wesentlichen durch zwei parallele, an den Enden durch Halbkreise verbundene gerade Linien dargestellt ist, in deren Mitte die Nadel schwebt, deren Länge etwa der Länge der geraden Parallellinien gleich ist. Man kann auch hier das Drehungsmoment berechnen, welches ein durch die Windungen geleiteter Strom auf die Nadel ausübt und welchen Querdurchschnitt man den Drahtwindungen geben muss, damit dieses Drehungsmoment ein Maximum werde. **362**

Es sei R die Länge der parallelen Linien der innersten Windung, die zugleich dem Abstande der Pole der in dieselbe eingehängten Nadel gleich sei; $\alpha = {}^1/_{10} R$ ihr Abstand von den ihnen nächstliegenden Enden des Magnetes, der Verticalabstand der ersten horizontalen Windungsschicht von dem Pole, welcher so gewählt ist, dass die Nadel frei schweben kann, sei $a = {}^3/_2 \alpha = {}^3/_{20} R$. Die Länge des Magneten sei $L = R + 2\alpha$, also $R = {}^5/_6 L$; ferner sei h und b die Höhe und Breite der zwei rechteckigen Querschnitte der Windungen, welche durch eine gegen die in der Ebene der Windungen schwebende Nadel senkrechte Ebene gebildet werden; l die Länge, q der Querschnitt des von der Umspinnung freien Drahtes des Multiplicators; ϱ und δ sein specifischer Widerstand und sein specifisches Gewicht, P sein Gewicht, W der nach den jedesmaligen Verhältnissen der Versuche gegebene Widerstand des Multiplicators, D das durch einen Strom von der Intensität Eins auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment. Dann ergeben sich nach Heinrich Weber[1]) folgende Bedingungen für die grösste Empfindlichkeit des Galvanometers, d. h. für das Maximum des Drehungsmomentes D,

$$h = 0{,}51602\,L, \qquad b = 0{,}75540\,L$$

$$l = 1{,}1167\,L^{3/2}\sqrt{\frac{W}{\varrho}}, \qquad q = 1{,}1167\,L^{3/2}\sqrt{\frac{\varrho}{W}}$$

$$P = lq\delta = 1{,}2470\,\delta L^3$$

und es ist das Drehungsmoment für den Strom Eins

$$D = 2{,}8884\,\frac{m}{\sqrt{L}}\sqrt{\frac{W}{\varrho}}.$$

Ist L in Centimetern ausgedrückt, so ist P in Grammen gegeben.

Hiernach sind die Dimensionen des Multiplicators $2a$, h und b, sowie das Gewicht P des zu verwendenden Drahtes von dem Widerstande W und dem specifischen Widerstande ϱ desselben unabhängig; d. h. die Gestalt des Rahmens des Multiplicators ist bei gegebener Länge der Nadel für alle Fälle völlig bestimmt, und man hat nur die Dicke und Länge des Drahtes je nach der Grösse von W und ϱ zu verändern.

[1]) Heinrich Weber, Pogg. Ann. 137, 121, 1869.

363 Besteht das Drahtgewinde des §. 339 beschriebenen Galvanometers in einer kreisförmigen Kupferdrahtrolle vom Radius R, ist der Durchmesser des Spiegels L, der Abstand seiner Peripherie vom Dämpfer 1 mm und die Dicke des Dämpfers in radialer Richtung 17 mm, der Abstand der inneren Windungsschicht von dem Dämpfer 1 mm, so ergiebt sich unter Beibehaltung der sonstigen Bezeichnungen des §. 361, wenn w der innere Widerstand ist, nach H. Weber[1]):

$$R = 1{,}5\,L, \qquad a = L, \qquad h = 3{,}09552\,L, \qquad b = 5{,}45012\,L$$

$$q = 15{,}9292\,L^{3/2}\sqrt{\frac{\varrho}{w}}, \quad l = 15{,}9292\,L^{3/2}\sqrt{\frac{w}{\varrho}}, \quad P = 2263{,}61\,.\,10^{-6}\,L^3$$

$$D = 1{,}30202\,(1 - 0{,}0201862\,\sin\alpha^2)\cos\alpha\,\frac{m}{\sqrt{L}}\sqrt{\frac{w}{\varrho}}.$$

364 Für eine Tangentenbussole ergiebt sich

1) wenn der Durchmesser $2\,R = 5\,L$:

$$R = 2{,}5\,L, \qquad a = 2{,}0\,L, \qquad h = 5{,}21007\,L, \qquad b = 9{,}22880\,L,$$

$$q = 34{,}8039\,L^{3/2}\sqrt{\frac{\varrho}{w}}, \quad l = 34{,}8039\,L^{3/2}\sqrt{\frac{w}{\varrho}}, \quad P = 10806{,}1\,.\,10^{-6}\,L^3$$

$$D = 1{,}00597\,(1 - 0{,}0070541\,\sin^2\alpha\,\frac{m}{\sqrt{L}}\sqrt{\frac{w}{\varrho}};$$

2) wenn $2\,R$ sehr gross gegen L ist:

$$h = 2{,}09516\,R, \qquad b = 3{,}72354\,R,$$

$$q = 8{,}87855\,R^{3/2}\sqrt{\frac{\varrho}{w}}, \qquad l = 8{,}87855\,R^{3/2}\sqrt{\frac{w}{\varrho}}$$

$$P = 703{,}231\,.\,10^{-6}\,R^3, \qquad D = 1{,}58836\cos\alpha\,\frac{m}{\sqrt{R}}\sqrt{\frac{w}{\varrho}}.$$

Die Galvanometer mit gestreckter Stromcurve geben unter Aufwand von nur etwa dem zehnten Theil an Draht eine um ein Drittel grössere Empfindlichkeit, als ein entsprechendes Galvanometer mit kreisförmiger Stromcurve. Bei langen Nadeln ist also erstere Form unbedingt vorzuziehen, bei kurzen ist die Kreisform wegen des grösseren freien Raumes für die Nadel und leichterer Construction empfehlenswerther[2]).

365 Ist der Draht mit einer isolirenden Schicht von der Dicke δ umgeben, so muss an Stelle von w ein Werth $w_1 = w\,(1 + \gamma)$ gesetzt

---

[1]) Pogg. Ann. **154**, 239, 1875; **157**, 555, 1876. Alles Uebrige siehe in der Originalabhandlung, wo die Empfindlichkeit u. s. f. sehr vollständig behandelt ist. — [2]) Eine graphische Methode, bei welcher die Radien der einzelnen Windungen als Abscissen, die berechneten Wirkungen als Ordinaten für verschiedene Abstände derselben von der Mitte der Nadel aufgetragen und durch Ausmessung der Flächenräume der Curven die Gesammtwirkung auf die Nadel berechnet wird, siehe Edelmann, Carl's Rep. **16**. 670, 1880; Beibl. **5**, 61, 1881.

werden, der wiederum von der Dicke q und von δ abhängig ist, da nun der specifische Widerstand auf den Draht mit der Umspinnung zusammen zu beziehen ist. Es ist dann

$$\gamma = 2\sqrt{\frac{\pi}{q}}\,\delta + \frac{\pi}{q}\,\delta^2 \ldots$$

Entwickelt man q aus den oben gegebenen Formeln, setzt dasselbe in den Werth für γ ein, bildet $w_1 = w\,(1 + \gamma)$ und führt dies wiederum in die obige Formel für q an Stelle von w ein, so ergeben sich die Werthe für die Länge und den Querschnitt des übersponnenen Drahtes.

Es lässt sich ableiten, dass, um das Maximum der Empfindlichkeit zu erhalten, in diesem Fall der Widerstand der Spirale zum äusseren Widerstand sich verhält, wie der Durchmesser des unbesponnenen Drahtes zu dem des besponnenen [1]).

366 Will man den Apparat immer zu ganz gleichen Messungen, z. B. zu Vergleichungen von Normalwiderständen verwenden, wobei die äussere Leitung nahezu den gleichen Widerstand bewahrt, so muss, um das Maximum der Wirkung zu erzielen, die Länge l und Dicke d des zum Multiplicator verwendeten Drahtes so gewählt werden, dass bei dem gegebenen Volumen V sein Widerstand dem Widerstand der ausserhalb eingeschalteten Widerstände W_1 gleich ist.

Ist der Widerstand des Drahtringes, wenn er nur eine massive Windung darstellt, gleich W, die elektromotorische Kraft im Schliessungskreise gleich E, so ist das der Stromintensität entsprechende, auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment

$$\varDelta = \frac{E}{W + W_1}.$$

Wird der Draht des Multiplicators von n facher Länge, also bei gleichem Volumen von n mal so kleinem Querschnitt genommen, so wird die Windungszahl die n fache, und der Widerstand $n^2 W$. Das Drehungsmoment ist mithin

$$\varDelta_n = \frac{nE}{n^2 W + W_1}.$$

Damit dieser Ausdruck ein Maximum werde, muss

$$n^2 W = W_1 \text{ sein.}$$

Ist G das Gewicht des Drahtes, so ist, wenn aus ihm nur eine Windung gebildet wird, abgesehen von der bei Vermehrung des Gewichtes erfolgenden Vergrösserung des mittleren Abstandes der Windungen von

[1]) Schwendler, Phil. Mag. [4] 23, 29, 1867; H. Weber, Pogg. Ann. 154, 239, 1875, auch Brough, Phil. Mag. [5] 4, 253, 1877; Beibl 1, 583. Aehnliche Berechnungen von Ayrton und Perry, Chem. News 59, 117, 1889; Beibl. 14, 646.

der Nadel und dadurch erfolgenden Veränderung ihrer Einwirkung bei richtiger Wahl der Widerstandseinheit

$$c\,W = \frac{1}{G}$$

zu setzen, wo c eine Constante ist, also bei Erreichung des Maximums

$$n^2 W = \frac{n^2}{c\,G} = W_1; \quad \text{d. h. } n = c\,\sqrt{W_1}\,\sqrt{G}.$$

Das Maximum der Wirkung selbst ist gleich

$$\Delta_m = \frac{n\,E}{2\,W_1} = c\sqrt{G}.\,\frac{E}{2\sqrt{W_1}}.$$

Bei gleichbleibender elektromotorischer Kraft und gleichem Widerstande der Kette ist also unter Vernachlässigung des Einflusses der Verschiedenheit der Weite der Windungen bei der Maximalwirkung die ablenkende Kraft der Quadratwurzel aus dem Gewicht des verwendeten Drahtes proportional.

367 Ist die für die Windungen gegebene Drahtmenge unbegrenzt, so treten andere Bedingungen für das Verhältniss des Widerstandes W_1 desselben und des Widerstandes W ausserhalb des Multiplicators ein [1]).

Ist die Gestalt der Windungen, wie in §. 361, durch zwei parallele, an den Enden durch Halbkreise verbundene Linien bestimmt, so ist unter Beibehaltung der dortigen Bezeichnungen, wenn ausserdem d die Dicke des Drahtes mit der Ueberspinnung ist, die Zahl der Windungen $n = b\,h/d^2$ und die Gesammtlänge derselben $l = b\,h[(2\,a + h)\,\pi + 2\,L]/d^2$. Es sei E die elektromotorische Kraft, W der Widerstand der Schliessung ausser dem Multiplicator, α das Verhältniss des Querschnittes des Drahtes ohne Umspinnung zu dem mit Umspinnung; dann ist das auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment unter der Voraussetzung, dass alle Windungen gleich wirken:

$$A = \frac{b\,h}{d^2}\cdot\frac{E}{W + \frac{b\,h}{d^2}\left((2\,a + h)\,\pi + 2\,L\right)\frac{4\,\alpha\,w}{d^2\pi}}.$$

Ist die Dicke h der Windungsschicht variabel, so folgt für das Maximum

$$W = 4\,\frac{b\,h^2\,\alpha\,w}{d^4}.$$

In diesem Fall muss also der Widerstand des Multiplicators um den Werth $8\,h\,b\,\alpha\,w\,(a\,\pi + L)/d^4\,\pi$ grösser sein, als der der äusseren Schliessung.

---

[1]) du Moncel, Compt. rend. 77, 368, 1878; 85, 377, 1877; Beibl. 1, 582.

Besteht der Multiplicator nur aus kreisförmigen Windungen, ist also $L = 0$, so wird

$$A_0 = \frac{b h d^2 E}{W d^4 \pi + 4 b h (2a + h) \pi \alpha w}$$

und der erwähnte Ueberschuss gleich $8 b h \alpha w . a / d^4$.

Die **Empfindlichkeit** eines der beschriebenen Instrumente lässt sich 368 aus dem logarithmischen Decrement der Schwingungen des Magnetes bei geöffnetem und geschlossenem Drahtgewinde bestimmen. Wir haben hierbei nach F. Kohlrausch [1]) zwei Fälle zu unterscheiden, erstens, wenn ein momentaner Strom der Nadel eine gewisse Winkelgeschwindigkeit ertheilt, sodann, wenn ein constanter Strom die Windungen durchfliesst.

Es sei das Drehungsmoment, welches der **momentane Strom** Eins auf die Nadel ausübt, wenn letztere in ihrer, den Drahtwindungen parallelen Gleichgewichtslage schwebt, gleich q. Dieser Werth kann als der **Empfindlichkeitscoëfficient** oder die **dynamische Galvanometerconstante** des Galvanometers definirt werden. w sei der Widerstand des in sich geschlossenen Multiplicators. Entfernt sich dann die Nadel aus jener Lage mit der Winkelgeschwindigkeit $d\varphi/dt$, so ist die im Multiplicator inducirte Stromstärke in elektromagnetischem Maasse $-q/w . d\varphi/dt$ und das Drehungsmoment, welches rückwärts die Schwingungen der Nadel dämpft, gleich $-q^2/w . d\varphi/dt$. Der Luftwiderstand bewirke eine Dämpfung, die dem Drehungsmoment $-c\, d\varphi/dt$ entspreche. Ist das vom Erdmagnetismus auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment $-H\varphi$, das Trägheitsmoment derselben K, so wird

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{1}{K}\left(\frac{q^2}{w} + c\right)\frac{d\varphi}{dt} + \frac{H}{K}\varphi = 0.$$

Ist T die Schwingungsdauer der Nadel unter Einfluss der Dämpfung, λ das logarithmische Decrement, so ist

$$\frac{q^2}{wK} + \frac{c}{K} = 2\frac{\lambda}{T}.$$

Ist die Leitung unterbrochen, so ist $q = 0$. Ist hierbei die Schwingungsdauer T_0, das logarithmische Decrement λ_0, so ergiebt sich die Constante des Luftwiderstandes

$$\frac{c}{K} = 2\frac{\lambda_0}{T_0},$$

und da $T_0^2/(\pi^2 + \lambda_0^2) = T^2/(\pi^2 + \lambda^2)$ ist, so wird

$$q^2 = 2\frac{wK}{T_0}\left(\lambda\sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_0^2}{\pi^2 + \lambda^2}} - \lambda_0\right),$$

wodurch die Empfindlichkeit des Galvanometers für Inductionsströme bestimmt wird.

---

1) F. Kohlrausch, Gött. Nachr. 1870, 5. Nov.; Pogg. Ann. Ergänzungsband 6, 1, 1873.

369 Für constante Ströme berechnet sich die Empfindlichkeit p eines Galvanometers in anderer Weise. Lenkt ein Strom von der constanten Intensität i die Nadel desselben dauernd um den Winkel φ ab, so ist, wenn φ so klein ist, dass $tg\,\varphi = \varphi$ gesetzt werden kann, p durch die Gleichung

$$pi = \varphi$$

gegeben. $F = 1/p$ ist hier die Galvanometerconstante oder der Reductionsfactor im gewöhnlichen Sinn mit Einschluss der Torsion, durch dessen Multiplication mit $tg\,\varphi$, bezw. φ, die Stromintensität $i = F\,tg\,\varphi$, bezw. $F\varphi$, auf absolutes elektromagnetisches Maass reducirt wird. Ist, wie oben, das Drehungsmoment, welches auf die Nadel in der Ruhelage durch den Strom Eins ausgeübt wird, gleich q, M das magnetische Moment der Nadel, H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, so ist

$$qi = HM(1 + \vartheta)\,\varphi,$$

wo ϑ der Torsionscoëfficient ist.

Hieraus folgt

$$p = \frac{q}{MH(1 + \vartheta)}.$$

Da aber

$$MH(1 + \vartheta) = \frac{\pi^2 K}{T_0^2}$$

ist, so folgt auch

$$p = \frac{T_0^2}{\pi^2 K}\,q, \qquad F = \frac{\pi^2 K}{T_0^2}\,\frac{1}{q}.$$

370 Nach Kahle[1]) kann man die Definition der Empfindlichkeit in der Weise fassen, dass dasjenige Galvanometer bei Messung von Stromstärken, bezw. elektromotorischen Kräften, die grösste absolute Empfindlichkeit besitzt, welches bei grösstem Querschnitt des aufgewickelten Drahtes (bezw. grösster Windungszahl) zur Erzielung eines Ausschlages von 1 mm bei 1 m Abstand zwischen Spiegel und Scala am wenigsten Stromstärke, bezw. Spannung, braucht.

371 Man kann die Intensität der Ströme mittelst der Tangentenbussole und des Spiegelgalvanometers in verschiedener Weise bestimmen, sowohl wenn die Ströme constant längere Zeit durch den Draht des Multiplicators geleitet werden, als auch wenn sie nur sehr kurze Zeit durch denselben fliessen.

a) Messung der Intensität von Strömen von längerer Dauer.

1. Man kann diese Messung einmal vornehmen, indem man die constante Ablenkung bestimmt, welche der Magnetstab unter

---

[1]) Kahle, Centralbl. f. Elektrotechn. **12**, 290, 1889; Beibl. **14**, 189.

Einfluss des wirkenden Stromes annimmt. Man addirt dazu die Ablenkung durch die Torsion des den Magnet tragenden Fadens. Bei dem in §. 272 beschriebenen Apparat ist indess die Dämpfung der Schwingungen des Magnetes nicht so vollkommen, dass er nach Einwirkung der ihn richtenden Kräfte schnell seine jedesmalige Ruhelage annimmt. Man bestimmt deshalb den seine Ruhelage bezeichnenden Theilstrich d der Scala ohne und mit Einfluss des Stromes in jedem Falle aus den Beobachtungen dreier auf einander folgender, an der Scala abgelesener Elongationen a, b, c, wo dann $d = {}^1/_4\,(a + 2\,b + c)$ ist. Nur wenn die Dämpfung bedeutender ist, muss man die anderen in §. 238 u. f. angeführten Formeln verwenden. Nachher öffnet man den Schliessungskreis des ablenkenden Stromes, beobachtet von Neuem die Lage des Magnetes, welche sich durch Veränderung der magnetischen Declination geändert haben kann. Man betrachtet das Mittel der ersten und letzten Bestimmung als den Nullpunkt, von dem aus man die Ablenkung des Magnetes rechnet.

Bei den Spiegelgalvanometern entspricht die bei irgend einer Ablenkung des Magnetes beobachtete Zahl n der Theilstriche, um welche das Spiegelbild der Scala sich verschoben hat, der Tangente des doppelten Ablenkungswinkels α des Spiegels. — Ist r der Abstand des Spiegels von der Scala, so ist

$$n = r\,tg\,2\,\alpha.$$

Die Thl. I, §. 44, gegebene Tabelle gestattet, aus den beobachteten Werthen n und r den Werth $tg\,\alpha$ zu berechnen, welchem die Stromintensität I proportional ist. Bei geeigneter Wahl der Einheiten ist also

$$I = F\,tg\,\alpha = \frac{H}{D}\,tg\,\alpha,$$

wo H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, D das Drehungsmoment ist, welches bei der Intensität Eins der durch die Drahtwindungen hindurchgeleitete Strom auf die mit der Einheit des Magnetismus beladene Nadel in ihrer Ruhelage (parallel den Drahtwindungen) ausübt. $F = H/D$ ist der Reductionsfactor.

Da in vielen Fällen die Ablenkungen des Magnetes sehr klein sind, so kann man häufig die Tangente des einfachen und doppelten Ablenkungswinkels α dem Winkel α oder $2\,\alpha$ gleich setzen und dann ist die Stromintensität I der Zahl n der Scalentheile direct proportional.

2. In einer zweiten Art ist die Intensität des constanten Stromes zu messen, indem man nur den ersten Ausschlag der Nadel bestimmt. 372

Wenn keine Dämpfung der Schwingungen eintritt, ist dieser Ausschlag α doppelt so gross, als die constante Ablenkung der Nadel aus ihrer Gleichgewichtslage, da sie gerade ebenso weit über die neue constante Lage hinausschwingt, welche sie unter Einfluss des Stromes

annehmen würde, wie sie sich von der ersten Ruhelage bis zu jener hin bewegt hatte.

373 Werden die Schwingungen der Nadel gedämpft, so berechnet sich der erste Ausschlag in folgender Weise. Wir wollen hierbei die Benutzung der Spiegelgalvanometer voraussetzen, bei denen die ablenkende Kraft des Stromes der Ablenkung proportional zu setzen ist[1]). Die Dämpfung sei nicht so gross, dass die Nadel aperiodisch schwingt.

Setzt man in Formel 17, §. 279, $\xi T_1/T = \xi_1$, so bezeichnet der Werth

$$x = p + \xi_1 e^{-\frac{\lambda}{T_1}t} \sin \frac{\pi}{T_1} (t = \vartheta) \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

die Lage einer Nadel, welche durch eine ihrer Ablenkung $(x - p)$ aus der Ruhelage p proportionale Richtkraft in Schwingungen versetzt wird, zur Zeit t, während die Schwingungsdauer der Nadel gleich T_1, das logarithmische Decrement ihrer Schwingungen gleich λ ist.

Setzt man die Zeit $t = 0$ für den Moment, wo die Nadel durch die Einwirkung des Stromes aus ihrer ersten Ruhelage abgelenkt wird, so ist zu dieser Zeit ihre Geschwindigkeit $dx/dt = 0$, also nach §. 280 Gleichung 20)

$$tg \frac{\pi}{T_1} (t - \vartheta) = \frac{\pi}{\lambda} \quad \text{oder} \quad t - \vartheta = \frac{T_1}{\pi} \, arc\, tg \frac{\pi}{\lambda} \cdot$$

Ist $arc\, tg\, (\pi/\lambda)$ im ersten Quadranten gleich a, so sind seine übrigen Werthe $a \pm n\pi$. Für die erste Gleichgewichtslage ist $t - \vartheta = 0$; wir haben also für den Anfangspunkt der Schwingungen für $arc\, tg\, (\pi/\lambda)$ den Werth $a - \pi$ zu nehmen. Für $t = 0$ ist dann $-\vartheta = T_1/\pi \,.\, arc\, tg\, (\pi/\lambda)$, daher

$$x = p + \xi_1 e^{-\lambda \frac{t}{T_1}} \sin \left(\frac{\pi t}{T_1} + arc\, tg \frac{\pi}{\lambda} \right) \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

Geht man ferner bei der Messung der Ausschläge x von der Ruhelage der Nadel ohne Einfluss des Stromes aus, so ist für $t = 0$ auch $x = 0$, als die Ruhelage unter Einfluss des Stromes

$$p = \xi_1 \sin \left(arc\, tg \frac{\pi}{\lambda} \right) + \frac{\pi \xi_1}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} \quad \ldots \ldots \quad 3)$$

$$x = \frac{\pi \xi_1}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} + \xi_1 e^{-\lambda \frac{t}{T_1}} \sin \left(\frac{\pi t}{T_1} + arc\, tg \frac{\pi}{\lambda} \right) \quad \ldots \quad 4)$$

Hat die Nadel das Maximum des Ausschlages x_m erreicht, so ist $t = T_1$, also der Ausschlag

$$x_m = \frac{\pi \xi_1}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} (1 + e^{-\lambda}) = p\, (1 + e^{-\lambda}) \quad \ldots \ldots \quad 5)$$

---

[1]) W. Weber, Maassbestimmungen 2, 342 u. flgde. Math.-phys. Abhandlungen der K. Sächs. Gesellschaft 1852.

Aus dem ersten Ausschlage x_m berechnet sich also die constante Ruhelage p der Nadel unter Einfluss des Stromes

$$p = \frac{x_m}{1 + e^{-\lambda}} \quad \dots\dots\dots\dots \quad 6)$$

Ist das logarithmische Decrement λ klein, so kann man hierfür nach der Entwickelung von $e^{-\lambda}$ nach Potenzen von λ setzen

$$p = \tfrac{1}{2}\, x_m + \tfrac{1}{4}\, \lambda x_m \quad \dots\dots\dots \quad 7)$$

Ist $\lambda = 0$, also keine Dämpfung vorhanden, so wird $p = \tfrac{1}{2} x_m$, wie oben angegeben ist.

374 Durch den Einfluss des Stromes im Multiplicator erhält die Nadel eine Quermagnetisirung senkrecht zu ihrer Länge. Der Einfluss derselben auf die Schwingungen der Nadel in einem Dämpfer ist von Dorn berechnet. Es ergiebt sich, dass das vertheilte Längs- und Quermoment auf die Ablenkung durch einen constanten Strom ohne Einfluss ist, ferner, dass auch die im Magnet inducirten Ströme keinen merklichen Einfluss auf die Dämpfung ausüben [1]).

375 Besitzt der constante Strom eine sehr geringe Intensität, so ist die durch ihn hervorgebrachte constante Ablenkung und erste Elongation der Nadel zu klein, um gemessen zu werden. Man kann sich dann der sogenannten Multiplicationsmethode bedienen. Man kehrt durch einen Gyrotrop die Richtung des die Nadel ablenkenden Stromes am Ende jeder Elongation so um, dass der Strom die Nadel in derselben Richtung antreibt, in der sie ihre Schwingungen zu machen beginnt. Hierdurch wächst die Schwingungsweite. Behalten wir die §. 373 benutzten Bezeichnungen bei, so ist die erste Elongation

$$x_m = p'(1 + e^{-\lambda}) \quad \dots\dots\dots\dots \quad 1)$$

und die constante Ruhelage der Nadel während der Einwirkung des Stromes $p = \pi \xi_1 (\pi^2 + \lambda^2)^{-1/2}$.

Wird die Stromrichtung umgekehrt, wenn die Nadel den Stand x_m einnimmt, so wird die Ruhelage in der Richtung der Schwingung um $p_1 = \pi \xi_1 (\pi^2 + \lambda^2)^{-1/2}$ verschoben, die Ablenkung der Nadel von dieser zweiten Ruhelage ist demnach

$$x_m + p_1 = \frac{\pi \xi_1}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} (2 + e^{-\lambda}).$$

Führt man diesen Ausdruck statt des Werthes p in die Gleichung 5) des vorigen Paragraphen ein, so ergiebt sich die Grösse der zweiten Elongation von dem Endpunkte der ersten Elongation an gerechnet

$$x_{2m} = p\,(2 + 3\,e^{-\lambda} + e^{-2\lambda}).$$

[1]) Dorn, Wied. Ann. 35, 189, 1888. Wir müssen in Betreff der Einzelheiten der Rechnung auf die Originalabhandlung verweisen. Siehe auch eine Andeutung von Lord Rayleigh, Wied. Ann. 24, 214, 1885.

Ebenso erhält man die dritte Elongation nach einer neuen Umkehrung der Stromrichtung

$$x_{3m} = p\,(2 + 4e^{-\lambda} + 3e^{-2\lambda} + e^{-3\lambda})$$

u. s. f.

Wiederholt man das Verfahren, so werden zuletzt die Schwingungsbogen constant. Dann wird der Grenzwerth, dem sie sich nähern,

$$\pm x_{nm} = p\left(2 - 4\,\frac{1}{1 - e^{-\lambda}}\right),$$

woraus sich die Ruhelage ergiebt, welche die Nadel bei gleichmässiger Einwirkung des constanten Stromes annimmt:

$$p = \frac{x_{nm}}{2}\left(\frac{1 - e^{-\lambda}}{1 + e^{-\lambda}}\right).$$

b) Messung der Intensität der Ströme von sehr kurzer Dauer.

376 Ist die Zeitdauer der Ströme so gering, dass man sie gegen die Schwingungsdauer der Nadel vernachlässigen kann, so weicht die Nadel während ihres Verlaufes so wenig aus der Gleichgewichtslage, dass man die Wirkung der Ströme als einen momentanen Stoss in tangentialer Richtung betrachten kann.

Wir haben schon §. 149 angeführt, dass dann die ablenkende Kraft des Elektricitätsstromes der bei der Nadel vorbeigegangenen Elektricitätsmenge proportional ist.

Wirkt ein sehr kurz dauernder Strom auf eine Nadel, welche ohne Einfluss der Dämpfung schwingt, so schlägt sie so weit aus, dass sie nach der Rückkehr in ihre Ruhelage durch letztere mit der gleichen Geschwindigkeit C hindurchgeht, mit welcher sie aus derselben getrieben wurde. Ist die mittlere Stromintensität gleich i, die sehr kleine Zeitdauer des Stromes τ, also die gesammte Elektricitätsmenge $Q = \tau i$, der Ablenkungswinkel der Nadel α, das Drehungsmoment, welches sie durch den kurz dauernden Strom Eins erhält, gleich q (§. 368), K ihr Trägheitsmoment, so ist

$$C = \frac{Qq}{K}, \quad \text{aber auch} \quad = \frac{\pi}{T_0}\sqrt{1 - \cos\alpha} = \frac{2\pi}{T_0}\sin{}^1\!/_2\,\alpha.$$

Ist der Reductionsfactor des Apparates mit Einschluss der Torsion $F = 1/p$ (§. 369), so ist hiernach

$$Q = 2\,\frac{T_0 F}{\pi}\sin{}^1\!/_2\,\alpha, \quad \text{bezw.} \quad = \frac{T_0 F}{\pi}\,\alpha,$$

wenn man bei kleineren Ausschlägen den Sinus durch den Bogen ersetzen kann.

Ist bei einem kreisförmigen Multiplicator vom reducirten Radius r und der Windungszahl n die horizontale Componente des Erdmagnetismus gleich H, so wird $F = rH/2\pi n$, also

$$Q = \frac{T_0 r H}{\pi^2 n} \sin {}^1/_2\,\alpha, \quad \text{bezw.} \quad \frac{T_0 r H}{2\pi^2 n}\,\alpha.$$

377 Schwingt der Magnet unter Einfluss der Dämpfung, und ist letztere nicht so gross, dass die Bewegung aperiodisch wird, so lässt sich die Geschwindigkeit C der Nadel bei Beginn des Ausschlages nach folgender Ableitung finden:

Die Gleichung der Schwingungen einer unter Einfluss der Dämpfung schwingenden Nadel ist nach §. 279 u. 372

$$x = p + \xi_1 e^{-\lambda \frac{t}{T_1}} \sin \frac{\pi}{T_1}(t - \vartheta) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Zählt man die Zeit von dem Beginn des Ausschlages der Nadel und die Ausschläge x von ihrer Ruhelage vor Einfluss des Stromes an, so ist

$$p = 0 \quad \text{und} \quad \vartheta = 0,$$

also

$$x = \xi_1 e^{-\lambda \frac{t}{T_1}} \sin \pi \frac{t}{T_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

Die Geschwindigkeit der Nadel für $t = 0$ ist

$$C = \frac{dx}{dt} = \frac{\pi}{T_1}\xi_1,$$

also

$$x = C\frac{T_1}{\pi} e^{-\lambda \frac{t}{T_1}} \sin \pi \frac{t}{T_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Für das Ende der ersten Elongation ist $dx/dt = 0$, also wie in §. 280, Nr. 20:

$$tg\,\pi \frac{t}{T_1} = \frac{\pi}{\lambda} \quad \text{und} \quad t = \frac{T_1}{\pi} \, arc\,tg \frac{\pi}{\lambda} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

Führt man diesen Werth für t in Gleichung 3) ein und berücksichtigt, dass nach §. 278, Nr. 12, wenn T die Schwingungsdauer der Nadel ohne Dämpfung angiebt,

$$\sin \pi \frac{t}{T_1} = \sin . \, arc\,tg \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} = \frac{T}{T_1},$$

ist, so hat aus Gleichung 3) die Weite der Elongation x_1

$$x_1 = C\frac{T}{\pi} e^{-\frac{\lambda}{\pi} arc\,tg \frac{\pi}{\lambda}},$$

$$C = x_1 \frac{\pi}{T} e^{\frac{\lambda}{\pi} arc\,tg \frac{\pi}{\lambda}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

Entwickelt man die Potenz in einer Reihe, so kann man, wenn das Decrement λ klein ist,

$$C = \frac{\pi}{T} x_1 (1 + {}^1/_2 \lambda) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

setzen.

Hat man also die Nadel ohne Einfluss der Dämpfung schwingen lassen und ihre Schwingungsdauer T direct bestimmt, oder dieselbe aus der Schwingungsdauer unter Einfluss der Dämpfung nach Anleitung des §. 278 mittelst Beobachtung des logarithmischen Decrementes λ abgeleitet, so ergiebt sich ihre der Intensität des sie ablenkenden momentanen Stromes proportionale Geschwindigkeit C im Moment der Ablenkung aus ihrer ersten Elongation nach Formel 5) oder 6).

Führt man diesen Werth von C an Stelle von $2 \sin {}^1/_2 \alpha$ in die Gleichung 1) des vorigen Paragraphen ein und vernachlässigt ζ, so erhält man

$$I = 2 F \cdot \frac{T}{\pi} x_1 \,.\, e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 7)$$

und wenn das Decrement λ klein ist

$$I = 2 F \cdot \frac{T}{\pi} x_1 (1 + {}^1/_2 \lambda) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 8)$$

Bedient man sich der Spiegelablesung, ist der Abstand des Spiegels von der Scala r, und hat man direct den Ausschlag a abgelesen, so ist $x_1 = {}^1/_2 a/r$ (da der abgelesene Werth dem doppelten Ausschlagswinkel entspricht), mithin ist auch

$$I = F \cdot \frac{T}{\pi r} a \,.\, (1 + {}^1/_2 \lambda) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 9)$$

Bei Vernachlässigung der Dämpfung fällt das λ enthaltende Glied fort.

378 Schwingt die Nadel aperiodisch, indem die Dämpfung sehr bedeutend ist, so folgt aus der §. 284 entwickelten Gleichung 2) der Schwingungen

$$x = e^{-\varepsilon t} (A e^{-rt} + B e^{rt}),$$

woselbst $r = \sqrt{\varepsilon^2 - n^2}$ und $\varepsilon > n$ ist, wenn die Dauer τ des Stromes sehr kurz ist

$$A = -\frac{C}{2r}, \qquad B = +\frac{C}{2r},$$

also

$$x = \frac{C}{2r} (e^{-(\varepsilon - r)t} - e^{-(\varepsilon + r)t}) \text{ [1]}.$$

Der Magnet erreicht das Maximum des Ausschlages zur Zeit

$$t_{max} = \frac{1}{2r} \log \frac{\varepsilon + r}{\varepsilon - r},$$

[1] E. du Bois-Reymond, l. c. §. 237.

wobei $$x_{max} = \frac{C}{2r}\left(\frac{\varepsilon + r}{\varepsilon - r}\right)^{-\frac{(\varepsilon - r)}{2r}} - \left(\frac{\varepsilon + r}{\varepsilon - r}\right)^{-\frac{(\varepsilon + r)}{2r}}$$

wird. Das Resultat ist also praktisch nicht bequem zu verwerthen. Ist $\varepsilon = n$, $r = 0$, so wird $A = 0$, $B = C$, also

$$x = Cte^{-\varepsilon t},$$

$$t_{max} = \frac{1}{\varepsilon}, \quad x_{max} = \frac{C}{\varepsilon e}.$$

379 Ist die Intensität der momentanen Ströme gering, so kann man zu ihrer Messung die **Multiplicationsmethode** verwenden, indem man jedesmal, wenn die Nadel durch die ursprüngliche Ruhelage hindurchgeht, den momentanen Strom in derjenigen Richtung um sie herum leitet, dass der durch ihn auf die Nadel ausgeübte Stoss ihr eine Geschwindigkeit in gleicher Richtung mit ihrer jeweiligen Bewegung ertheilt. Bei jedem Hin- und Hergang der Nadel muss also die Richtung des momentanen Stromes gewechselt werden.

Die Intensität des momentanen Stromes ergiebt sich aus dem endlichen Schwingungsbogen wie folgt:

Ist die Nadel durch den ersten momentanen Strom mit der Geschwindigkeit C abgelenkt, so ergiebt sich aus Gleichung 3) des §. 377 ihre Geschwindigkeit $C_1 = dx/dt$ zur Zeit $t = T_1$ am Ende der Schwingung, wenn die Nadel zum ersten Male in ihre Ruhelage zurückgekehrt ist, also:

$$C_1 = -Ce^{-\lambda}.$$

Erhält die Nadel in diesem Moment die Geschwindigkeit $-C$, so besitzt sie jetzt die Geschwindigkeit $-C(1 + e^{-\lambda})$. Setzt man diesen Werth statt C in die die Grösse x_1 der ersten Elongation der Nadel bestimmende Gleichung 5) des §. 377:

$$x_1 = C\frac{T}{\pi}e^{-\frac{\lambda}{\pi}\operatorname{arc\,tg}\frac{\pi}{\lambda}}$$

ein, so erhält man die zweite Elongation von der Ruhelage:

$$x_2 = -(1 + e^{-\lambda})x_1.$$

Der ganze erste Schwingungsbogen s_1 der Nadel zwischen ihren extremen Stellungen x_1 und x_2 ist demnach:

$$s_1 = x_1 - x_2 = (2 + e^{-\lambda})x_1.$$

Ebenso ergiebt sich der folgende Schwingungsbogen:

$$s_2 = (2 + 2e^{-\lambda} + e^{-2\lambda})x_1$$

u. s. f. Allmählich nähert sich hierbei die Grösse der Schwingungsbogen einem Maximum, welches ist:

$$s_m = \left(\frac{2}{1 - e^{-\lambda}}\right)x_1,$$

woraus sich die Geschwindigkeit C der Nadel bei ihrem ersten Ausschlag berechnet:

$$C = \frac{s_m}{2} \frac{\pi}{T} (1 - e^{-\lambda}) e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}}.$$

Bei Einführung dieses Werthes von C in die Gleichung 1) des §. 376 erhält man

$$I = {}^1/_2 F \cdot \frac{T}{\pi} s_m (1 - e^{-\lambda}) e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}}$$

oder, wenn wiederum die Spiegelablesung verwendet worden ist und man die Grösse des Schwingungsbogens in Scalentheilen gleich σ_m beobachtet hat, wobei der Abstand des Spiegels von der Scala r sei, $s_m = \sigma_m / 2r$ und

$$I = \frac{1}{4r} F \cdot \frac{T}{\pi} \sigma_m (1 - e^{-\lambda}) e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \frac{\pi}{\lambda}}.$$

Für aperiodisch schwingende Magnete ergeben sich auch hier complicirtere Formeln (siehe E. du Bois-Reymond, l. c.).

380 Eine andere Methode, die Intensität gleich starker, in abwechselnder Richtung auf einander folgender momentaner Ströme, z. B. von Inductionsströmen, zu bestimmen, ist die von W. Weber[1]) angegebene Zurückwerfungsmethode. Man leitet den ersten dieser Ströme um die gedämpfte Magnetnadel und misst die erste nach einer halben Schwingung erfolgende positive Elongation (I) derselben, sowie die nach $1^1/_2$ Schwingungen erfolgende negative Elongation (II). Wenn nun die Nadel beim Rückgang (nach zwei Schwingungen) durch die Nulllage hindurchgeht, lässt man den zweiten, entgegengerichteten Strom auf sie wirken. Dadurch erhält die Nadel einen ihrer Bewegung entgegengesetzt gerichteten Stoss und geht auf die negative Seite. Wiederum wird die darauf folgende erste negative (III) und positive (IV) Elongation beobachtet und beim Rückgang der Nadel auf Null der dritte, jetzt in der ursprünglichen Richtung wirkende Strom um die Nadel herumgeleitet und so die Nadel wieder auf die positive Seite geworfen u. s. f. Die Grösse der jedesmaligen Schwingungsbogen zwischen den positiven und negativen Elongationen wird nach der Einwirkung jedes Stromes beobachtet.

Hier correspondiren unter einander die Beobachtungen I, V, IX, sowie II, VI, X oder III, VII, XI und IV, VIII, XII. Die Mittelwerthe jeder dieser Reihen werden bald constant.

Sind die Differenzen der Beobachtungswerthe der ersten und dritten Reihe gleich β, die der zweiten und vierten α, so ist das logarithmische Decrement

$$\lambda = \log nat \frac{\alpha}{\beta},$$

---

[1]) Vergl. Resultate des magnet. Vereins 1838, S. 98.

und die Geschwindigkeit, welche die Nadel durch jeden momentanen Stoss (ausser dem ersten) erhält, welche also der Intensität desselben entspricht:

$$C = \frac{\pi}{2\,T}\,\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\sqrt{\alpha\beta}}\,e^{-\frac{\lambda}{\pi}\,arc\,tg\,\frac{\lambda}{\pi}},$$

wo T die Schwingungsdauer der Nadel ist.

Ist die Dämpfung klein, so sind α und β wenig von einander verschieden, und es ist mit immer geringerer Genauigkeit [1])

$$C = \frac{\pi}{2\,T}\,\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\sqrt{\alpha\beta}} \quad \text{oder} \quad C = \frac{\pi}{2\,T}(\alpha + \beta) \quad . \; . \; . \quad 1)$$

[1]) Rechnet man die Zeit der Schwingungen der Nadel von ihrer Ruhelage ($x = 0$) an, so ist der Stand der Nadel zur Zeit t gegeben durch die Formel (§. 377, 2):

$$x = \xi_1\,e^{-\frac{\lambda}{T_1}t}\,sin\,\frac{\pi}{T_1}\,t \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 1)$$

Da für die erste positive und negative Elongation $dx/dt = 0$ ist, so treffen (vergl. §. 377, 4) diese Elongationen ein in den Zeiten

$$t_1 = \frac{T_1}{\pi}\,arc\,tg\,\frac{\pi}{\lambda} \quad \text{und} \quad t_2 = T_1 + \frac{T_1}{\pi}\,arc\,tg\,\frac{\pi}{\lambda}.$$

Setzt man diese Werthe für t in Gleichung 1) ein, so sind die ersten beiden Elongationen:

$$x_1 = +\,\frac{\xi_1\,\pi\,e^{-\frac{\lambda}{\pi}\,arc\,tg\,\frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}; \quad x_2 = -\,\frac{\xi_1\,\pi\,e^{-\frac{\lambda}{\pi}\,arc\,tg\left(\frac{\pi}{\lambda}\right) - \lambda}}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} \quad . \; . \; . \quad 2)$$

Nach der Zeit $2\,T_1$, wenn die Nadel in der Ruhelage angekommen ist, hat sie die Geschwindigkeit $dx/dt = \pi/T_1 \,.\, \xi_1\,e^{-2\lambda}$. Hierzu erhält sie durch den Inductionsstoss die Geschwindigkeit $-\,C$. Während der folgenden zwei Schwingungen ist daher

$$x = \left(\xi_1\,e^{-2\lambda} - \frac{\pi}{T_1}\,C\right)e^{-\frac{\lambda}{T_1}(t - 2\,T_1)}\,sin\,\frac{\pi}{T_1}\,t \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 3)$$

Berechnet man wieder die beiden folgenden Elongationen wie oben, so werden diese

$$x_3 = \frac{\xi_1\,e^{-2\lambda} - \frac{T_1}{\pi}\,C}{\xi_1}\,x_1; \quad x_4 = \frac{\xi_1\,e^{-2\lambda} - \frac{T_1}{\pi}\,C}{\xi_1}\,x_2 \; . \; . \; . \; . \quad 4)$$

Zur Zeit $t = 4\,T_1$ erhält die Nadel wieder einen Stoss $+\,C$, so dass sie dadurch die frühere Geschwindigkeit annimmt, welche für $t = 0$ gleich $\pi\,\xi_1/T_1$ war. Berechnet man die Geschwindigkeit für $t = 4\,T_1$ aus der Gleichung 3) und addirt C, so findet man, wenn man das Resultat jenem Werth gleich setzt,

$$C = \frac{\pi}{T_1}\cdot\xi_1\,(1 + e^{-2\lambda}),$$

d. i. beim Einsetzen in 4) $x_3 = -\,x_1$ und $x_4 = -\,x_2$. Bildet man nun die Ausdrücke $\alpha = x_1 - x_3 = 2\,x_1$ und $\beta = x_4 - x_2 = -\,2\,x_2$ nach den Gleichungen 2), so erhält man unter Berücksichtigung der Gleichung

$$\frac{\pi^2}{T_1^2} = \frac{\pi}{T^2} - \frac{\lambda^2}{T_1^2}$$

(§. 279, 12), wo T die Schwingungsdauer der Nadel ohne Dämpfung ist, die Werthe im Text.

Unter Anwendung der §. 376 angeführten Formeln wird dann auch die Gesammtintensität jedes Stromes

$$I = \frac{(1 + \vartheta) H r T}{4 n \pi^2} (\alpha + \beta),$$

wo $\vartheta = \zeta M H$ die Torsionsconstante des Fadens, H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, r der reducirte Radius des Multiplicators, T die Schwingungsdauer der Nadel ist [1]).

---

[1]) Zuweilen hat man die Intensität momentaner Ströme, z. B. von Inductionsströmen, zu messen, welche durch einen Multiplicator fliessen, während der Magnet darin schon eine bestimmte Ablenkung x_0 durch einen constanten Strom in demselben erhalten hat. Lenkt der momentane Strom den Magnet um u^0 aus der Gleichgewichtslage ab, so ist die Geschwindigkeit v, welche ihr der Inductionsstrom ertheilt hat und die seine Intensität misst, ebenso gross, wie wenn die Nadel von einem jenseits der Gleichgewichtslage befindlichen Punkt u_1 gekommen wäre, von dem aus sie, ohne Einwirkung fremder Kräfte schwingend, denselben Ausschlag u erreicht hätte. Zählen wir hierbei die Zeit t von dem Ausschlag $x = u_1$ an, so ist für $t = 0$, $x = u_1$ und $dx/dt = 0$; dann ergiebt sich aus der ersten Gleichung, §. 278:

$$\frac{d^2 x}{d t^2} + n^2 x + 2 \varepsilon \frac{d x}{d t} = 0,$$

$$x = u_1 e^{-\varepsilon t} \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{n^2 - \varepsilon^2}} \sin t \sqrt{n^2 - \varepsilon^2} + \cos t \sqrt{n^2 - \varepsilon^2} \right) \quad . \; . \; . \; 1)$$

und

$$\frac{d x}{d t} = \frac{u_1 n^2}{\sqrt{n^2 - \varepsilon^2}} e^{-\varepsilon t} \sin t \sqrt{n^2 - \varepsilon^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 2)$$

Ist T_1 die Zeit einer Schwingung unter Einfluss der Dämpfung, so ist

$$u_1 = u e^{\varepsilon T_1}$$

und

$$\sqrt{n^2 - \varepsilon^2} \, . \, T_1 = \pi$$

(Gleichung 8, §. 278). Bei Einführung dieser Werthe folgt aus 1) und 2):

$$\frac{d x}{d t} = \varepsilon x \pm e^{-\varepsilon t} \sqrt{u e^{\varepsilon T_1} - \frac{x^2 \pi^2}{T_1^2} e^{2 \varepsilon t}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 3)$$

Die Werthe T_1 und u lassen sich experimentell bestimmen, also auch u_1 und $\sqrt{n^2 - \varepsilon^2}$. Ist das logarithmische Decrement der Schwingungen der Nadel λ, so ist

$$\lambda = \varepsilon T_1,$$

wodurch auch ε gegeben ist. Führen wir diese Werthe in Gleichung 1) ein und setzen statt x den Werth x_0, so lässt sich die Zeit $t = t_0$ berechnen, in der die vom Ausschlag x und u_1 aus schwingende Nadel den Ausschlag x_0 erreichen würde. Werden nun $t_0 = x_0$ statt t und x in Gleichung 3) eingeführt, so erhält man die Geschwindigkeit $d x_0/dt$, welche die Nadel durch den Inductionsstoss erhalten hat, und die die Intensität des Inductionsstromes misst.

Eine genauere Berechnung der Dämpfung, wobei das Verhältniss der Intensität eines in einem Multiplicator inducirten Stromes zu dem durch denselben erfolgenden Ausschlage des Magnetes, die Empfindlichkeit des Apparates, als Function des Ausschlagwinkels in Betracht gezogen wird (die Dämpfung ist bei abgelenkten Stellungen der Nadel kleiner), siehe H. Schering, Wied. Ann. 9, 287, 452, 1880.

Die richtigen Stromwechsel erfordern bei dieser Methode eine besondere Aufmerksamkeit. Sie ist bisher wenig benutzt worden.

381 Werden die einzelnen Stromwechsel bei Anwendung der Multiplications- und Zurückwerfungsmethode nicht ganz rechtzeitig vorgenommen, so wird das Resultat hierdurch fehlerhaft. Indess sind die Fehler bei nicht zu grossen Abweichungen nicht sehr bedeutend.

Die Verspätungen der Stösse nach der einen oder anderen Richtung seien t_1 und t_2. T_0 sei die Schwingungsdauer des Magnetes ohne Dämpfung, λ sein logarithmisches Decrement. Dann ist nach Dorn[1]) bei der Multiplicationsmethode die wahre Geschwindigkeit γ bei rechtzeitigen Stössen, wenn die ohne Rücksicht auf die Correctur für die Verspätungen berechnete Geschwindigkeit γ^1 ist:

$$\gamma = \gamma^1 \{1 + {}^1/_2 [\mathfrak{M}(t_1) + \mathfrak{M}(t_2)]\},$$

wo

$$\mathfrak{M}(t) = \frac{\pi^2}{2T_0^2} e^{-\lambda} t^2 + \frac{\pi^3 \lambda}{3T_0^3} \frac{e^{-\lambda}(2e^{-\lambda} - 1)}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} t^3$$

ist.

Wenn die Ströme durch einen mit gleichförmiger Geschwindigkeit unter Einfluss einer magnetisirenden Kraft, z. B. des Erdmagnetismus. in der Zeit von t_0 bis $t_0 + \tau$ um 180° gedrehten Drahtkreis (einen „Erdinductor") erzeugt werden, so wird

$$\gamma = \gamma^1 \{1 + {}^1/_2 [\mathfrak{M}_e(\vartheta_1 \tau_1) + \mathfrak{M}_e(\vartheta_2 \tau_2)]\},$$

wo

$$\mathfrak{M}_e(\vartheta\tau) = \frac{\pi^2}{2T_0^2}\left({}^1/_4 - \frac{2}{\pi^2}\right)\tau^2 + \frac{\pi^2}{2T_0^2} e^{-\lambda}\vartheta^2 + \frac{\pi^3 \lambda e^{-\lambda}(2e^{-\lambda} - 1)}{3T_0^3\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}\vartheta^3$$

und $\vartheta = t_0 + {}^1/_2\tau$ die Mitte der Inductionsbewegung ist.

Der Schwingungsbogen ist also bei der Multiplicationsmethode zu klein, wenn die Stösse nicht momentan und nicht rechtzeitig erfolgen.

Aehnlich ergiebt sich bei der Zurückwerfungsmethode bei momentanen Strömen:

$$\gamma = \gamma^1 \{1 - {}^1/_2 [\mathfrak{R}(t_1) + \mathfrak{R}(t_2)]\},$$

wo

$$\mathfrak{R}(t) = \frac{\pi^2}{2T_0^2} e^{-2\lambda} t^2 - \frac{\pi^3 \lambda}{2T_0^3} \frac{e^{-2\lambda}(1 + 2e^{-2\lambda})}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} t^3$$

und für einen Erdinductor

$$\gamma = \gamma^1 \{1 - {}^1/_2 [\mathfrak{R}_e(\vartheta_1 \tau_1) + \mathfrak{R}_e(\vartheta_2 \tau_2)]\},$$

wo

$$\mathfrak{R}_e(\vartheta\tau) = \frac{\pi^2}{2T_0^2} e^{-2\lambda}\vartheta^2 - \frac{\pi^3\lambda}{3T_0^3}\frac{e^{-2\lambda}(1 + 2e^{-2\lambda})}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}\vartheta^3 - \frac{\pi^2}{2T_0^2}\left({}^1/_4 - \frac{2}{\pi^2}\right)\tau^2.$$

---

[1]) Dorn, Wied. Ann. 17, 654, 1882. Wir können hier nur die Endresultate der Rechnung geben. Eine frühere Berechnung von Chwolson (Bullet. de St. Petersb. 11, 403, 1881; Beibl. 5, 450) war nicht richtig.

Der Bogen wird also für momentane Ströme zu gross. Bei Anwendung eines Erdinductors kann er zu gross oder zu klein werden.

Das logarithmische Decrement bleibt bei der unrichtigen Zeit der momentanen Stösse bezw. der Dauer der Induction unverändert.

Beispielsweise ist bei momentanen Stössen nach der Multiplicationsmethode nach Dorn, wenn $t_1 = t_2$ ist:

λ	T_0	t_1	Fehler in Proc.
0,3	25	0,2	0,0234
0,8	15	0,8	0,246
1,5	8	0,8	1,10

Wird andererseits ein Erdinductor etwa in $\tau = 2$ Secunden um 180^0 gedreht, ist die Schwingungsdauer des Magnetes bez. 17 oder 30,7 Secunden (bei Versuchen von W. Weber zur Bestimmung des Ohm), so ist für $\vartheta = 0$ bei der Multiplicationsmethode der beobachtete Bogen um 0,00324, bezw. um 0,00099 zu vergrössern.

382 Folgt eine grosse Anzahl (n) einzelner Impulse je von der Intensität I in der Zeiteinheit auf einander, so kann man den durch einen derselben erzeugten Ausschlag der Nadel mit der durch die fortlaufenden Impulse erzeugten dauernden Ablenkung derselben vergleichen.

Der Ausschlag durch einen Impuls ist unter Beibehaltung der Bezeichnungen des §. 376, abgesehen von der Torsion, durch die Formel

$$Q = 2 \frac{T_0 F}{\pi} \sin {}^1/_2\, \alpha$$

gegeben. Die Tangente der dauernden Ablenkung durch die n Impulse, welche so schnell auf einander folgen mögen, dass die Zwischenzeit zwischen ihnen gegen die Schwingungsdauer der Nadel des Galvanometers klein ist, ist

$$tg\, \alpha_1 = \frac{n\, Q}{F}.$$

Sind die Ausschläge klein, so kann man den Sinus und die Tangente den Winkeln gleich setzen; dann wird

$$\alpha = \frac{\pi}{T_0\, n}\, \alpha_1.$$

383 Ausser zu Messungen der Stromintensität können die beschriebenen Apparate auch zur Bestimmung der Zeitdauer von Strömen dienen.

Man lässt hierzu den Strom von einer bestimmten Intensität, dessen Dauer man bestimmen will, durch ein Spiegelgalvanometer fliessen, so dass man die Ablenkung der Nadel während des Verlaufes des Stromes als

verschwindend klein ansehen kann, und vergleicht den hierbei stattfindenden Ausschlag und die permanente Ablenkung der Nadel, wenn ein Strom von gleicher Intensität, wie jener, dauernd das Galvanometer durchfliesst [1]).

Bezeichnet man das magnetische Moment der Nadel mit M, die horizontale Componente des Erdmagnetismus mit H, die Intensität des Stromes mit I, die Zeitdauer desselben mit τ, den Ausschlag durch denselben mit x, den Ausschlag, wenn derselbe Strom permanent wirkt, mit α, die Schwingungsdauer und das Trägheitsmoment der Nadel mit T und k, so hat man nach §. 266

$$HM = \frac{\pi^2 k}{T^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

Bei der constanten Ablenkung der Nadel ist, wenn wir die Tangente des Ablenkungswinkels α seinem Bogen gleich setzen:

$$HM . \alpha = I . M \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

und die Geschwindigkeit C, welche der Strom der Nadel bei seiner kurzen Dauer ertheilt, nach §. 377, Gl. 6

$$\frac{\tau I M}{k} = C = \frac{\pi}{T} x + \tfrac{1}{2} \frac{\pi}{T} \lambda x \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 3)$$

wo λ das logarithmische Decrement der Schwingungen der Nadel bezeichnet.

Vernachlässigen wir die Dämpfung der Nadel, ist also $\lambda = 0$, so folgt aus den drei Gleichungen die Zeitdauer des Stromes

$$\tau = \frac{T x}{\pi \alpha}.$$

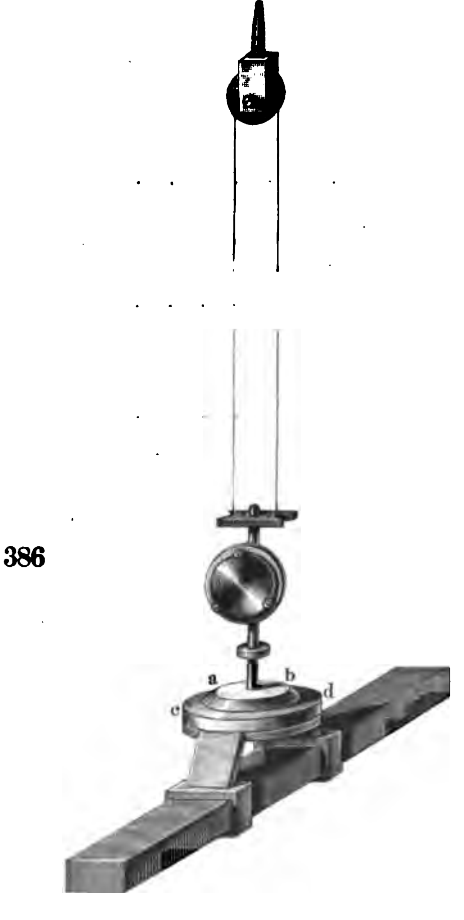
384 Durch die Messung der Ströme von kurzer Dauer kann man häufig die Zeit bestimmen, welche zwischen zwei sehr nahe auf einander folgenden Actionen verfliesst. Man muss dazu durch die erste derselben den Stromkreis einer Säule schliessen, welcher zugleich ein Galvanometer enthält, durch die zweite diesen Stromkreis wieder öffnen und den Ausschlag der Nadel des Galvanometers bestimmen, welcher nach der oben angegebenen Methode die Dauer des Stromes, d. i. die Zwischenzeit zwischen beiden Actionen, misst.

385 Statt die Magnete, wie bei den bisher beschriebenen Apparaten, an einem oder mehreren Coconfäden, kann man sie auch bifilar aufhängen, wie in Fig. 184 (a. f. S.) Der Magnet hängt an einer Metallscheibe cd, welche sich an einer zweiten Metallscheibe ab drehen und durch eine Schraube in jeder Lage feststellen lässt. Die Scheibe ab wird von einem verticalen Metallstäbchen getragen, an welchem ein Spiegel befestigt ist, um vermittelst der Spiegelablesung die Stellung des Magnetes beobachten

[1]) Pouillet, Compt. rend. 19, 1384, 1844; Pogg. Ann. 64, 452.

zu können. Oben ist eine Metallplatte an dem Stäbchen angebracht, von deren beiden Seiten aus ein Faden über eine in die Decke des Zimmers eingeschraubte Rolle geleitet wird. Man kann den Apparat so abändern, dass sich die Entfernung der Fäden von einander beliebig verändern lässt (vgl. §. 49, in der Beschreibung des Dynamometers).

Fig. 184.



Hängt man einen solchen Magnetstab, der ein Bifilarmagnetometer darstellt, in einen Multiplicatorrahmen, so dass seine Axe den Windungen desselben parallel ist, und leitet einen Strom durch die letzteren, so addirt sich bei der Ablenkung zu dem durch den Erdmagnetismus auf den Magnet ausgeübten Drehungsmoment, welches ihn in den magnetischen Meridian zurückzuführen strebt, noch das durch die Drehung der den Magnet tragenden Fäden bedingte Drehungsmoment[1]).

386 Die Bifilarsuspension ist bei elektromagnetischen Bestimmungen der Stromintensität hauptsächlich in der Weise anzuwenden, dass man dadurch den der Einwirkung des Stromes unterworfenen Magnet in eine Lage bringt, in welcher der Erdmagnetismus schwach auf ihn wirkt, und deshalb ein durch einen Multiplicator geleiteter Strom, dessen Windungen der Axe des Magnetes parallel sind, letzteren bedeutend ablenkt.

Dies geschieht, indem man den Magnet an der ihn tragenden Drehscheibe in die verkehrte Lage bringt, d. i. ihn so dreht, dass sein Nordpol nach Süd, sein Südpol nach Nord gekehrt ist.

Ist das von der Bifilarsuspension auf den Magnet ausgeübte statische

[1]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 17, 737, 1882. Auf die Resultate bei einem solchen in der Richtung des Meridians bifilar aufgehängten Stab hat nach Dorn die Quermagnetisirung keinen Einfluss, wohl aber, wenn der Magnet in eine zum Meridian senkrechte Lage gebracht wird, ebenso wie bei der unifilaren Aufhängung. Dorn, Wied. Ann. 35, 270, 1888.

Directionsmoment D, das magnetische Moment des Magnetes M, die horizontale Componente des Erdmagnetismus H, so ist bei einer Ablenkung des Magnetes um ϱ^0 das auf ihn ausgeübte Drehungsmoment

$$(MH - D) \sin \varrho.$$

Durch Vergrösserung von D, also durch Vergrösserung des Abstandes der beiden den Magnet tragenden Fäden kann man erreichen, dass das statische Directionsmoment $MH - D$ klein wird, also nur einen aliquoten Theil von MH beträgt. Legt man dann um den Magnet einige Drahtwindungen, deren Ebenen seiner Axe parallel sind, und leitet einen Strom von der Intensität I hindurch, so wird der Magnet um einen Winkel ϱ abgelenkt, der durch die Gleichung

$$I \cos \varrho = (MH - D) \sin \varrho$$

bestimmt ist.

Der Winkel ϱ wird durch die Spiegelablesung bestimmt.

Je kleiner die Directionskraft $MH - D$ ist, desto grösser wird bei gleicher Stromintensität der Ablenkungswinkel ϱ. Man kann auf diese Weise ein Bifilargalvanometer herstellen, bei welchem die Astasirung des Magnetes durch die Bifilarsuspension bewirkt ist, und bei dem man den Betrag der Astasirung, d. i. die Verminderung der Directionskraft, genau bestimmen, also auch genaue und auf absolutes Maass reducirbare Messungen der Stromintensität vornehmen kann. — Ueber die störenden Umstände hierbei vgl. Thl. I, §. 43 Anmerk. und Thl. III, §. 55.

387 Ausser diesen einfacheren Apparaten ist, namentlich auch für technische Zwecke eine grössere Anzahl von Apparaten, oft mit mannigfaltigen kleineren Abänderungen angegeben worden, von denen wir hier die Haupttypen beschreiben.

Zunächst hat man in einer flachen Holzbüchse unter einer auf einer Spitze und mit einem auf einer Kreistheilung spielenden Zeiger versehenen Magnetnadel in der Richtung von Nord nach Süd ein dickes, längliches, horizontales, etwa 1 cm breites Kupferblech befestigt, durch welches der Strom mittelst Klemmschrauben geleitet wird [1]), oder auch mehrere solcher Bleche unter einander, durch die man je nach Bedarf mittelst einer Stöpselumschaltung zusammen oder einzeln den Strom führt; oder man biegt den Kupferblechstreifen auch über der Nadel horizontal um, so dass der Strom oben und unten die Nadel in entgegengesetzter Richtung durchfliesst. Das Tangentengesetz ist hierbei nicht mehr gewahrt.

388 Das Torsionsgalvanometer von Siemens [2]) ist im Princip dem des Torsionsdynamometers ähnlich. Zwischen zwei vertical gestellten Multiplicatorgewinden, Fig. 185 (a. f. S.), hängt an einer Spiralfeder, event. in einem Kupferdämpfer, ein Glockenmagnet, von dem aus ein Zeiger bis

[1]) Hipp, siehe Frölich, Ztschr. f. angew. Elektricitätslehre 1880, S. 197. Terquem und Damien, Compt. rend. 94, 523, 1882; Beibl. 6, 509. — [2]) Siemens, Katalog A, 4.

unter die Theilung der das Gehäuse des Apparates oberhalb schliessenden Glassplatte reicht. Die Spiralfeder hängt an einem Knopfe, welcher ebenfalls einen auf der Theilung spielenden Zeiger trägt, der ohne Strom im Multiplicator, wie der Zeiger am Glockenmagnete, auf Null weist. Wird durch einen Strom im Multiplicator der Magnet abgelenkt, so dreht man den Knopf über der Spiralfeder, bis der Zeiger am Magnete

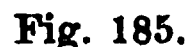
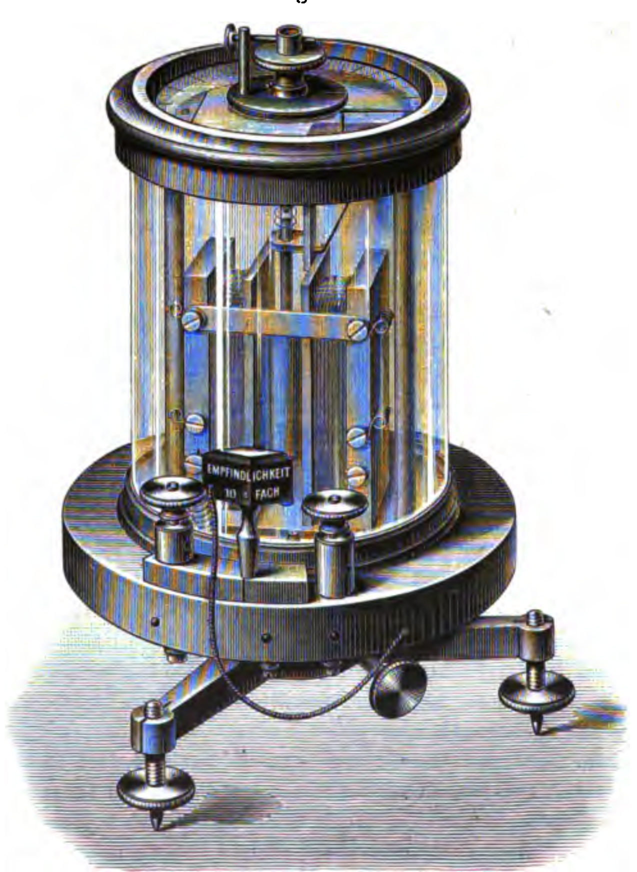


Fig. 185.



wieder auf Null steht. — Durch eine Stöpselung kann die Leitung im Multiplicator so geändert werden, dass die Empfindlichkeit des Instrumentes die zehnfache ist.

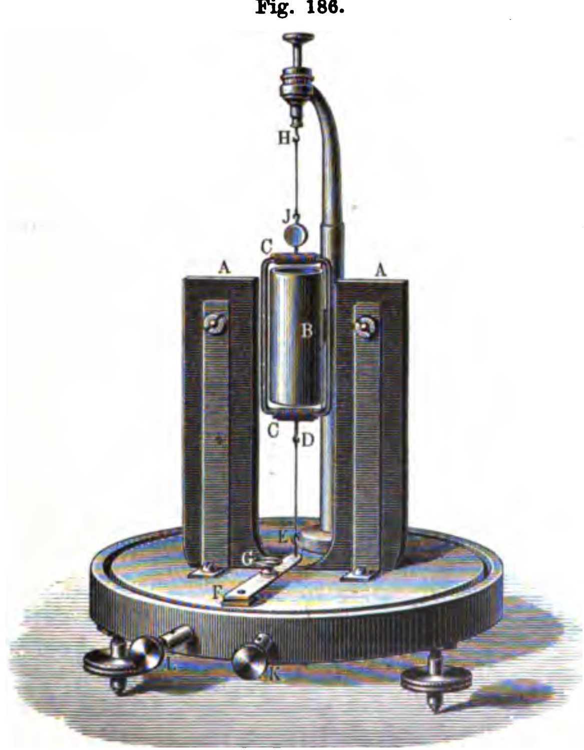
Bei sehr starken Strömen können die elektrostatischen Ladungen des Apparates störend wirken. Man leitet dann die Feder und die mit der Dämpferplatte verbundene Fassung ab [1]).

[1]) Isenthal, Centralbl. f. Elektrotechnik 10, 447, 1888; Beibl. 12, 706.

Die durch dieses Instrument zu erhaltenden Resultate sind etwa auf 1 Proc. genau, der Glockenmagnet ändert sich sehr wenig. Die Spiralfedern sind sehr constant. Auch bei sehr oft wiederholten Deformationen zeigen Stahlfedern, deren Anwendung indess hier weniger geeignet ist, zwischen 5 bis 40° für 10° Temperaturerhöhung nur 0,21 Proc., Neusilberfedern nur 0,43 Proc. höhere Angaben [1]).

389 Auf einem anderen Princip, als dem der beschriebenen Galvanometer und Tangentenbussolen u. s. f. beruht das Galvanometer von Deprez und d'Arsonval [2]) (Fig. 186).

Fig. 186.



[1]) W. Kohlrausch, Elektrotechn. Ztschr. 7, 321; Beibl. 10, 720. Ein Apparat von Siemens und Halske zur Aichung dieses Instrumentes siehe Ztschr. f. Instrumentenk. 13, 98, 1893; Beibl. 17, 848.

[2]) M. Deprez u. d'Arsonval, Compt. rend. 94, 1347, 1882; Beibl. 6, 596, siehe übrigens bereits Maxwell, Treatise, 1 ed. 2, 326, 1873; 2 ed. 2, 335. — Zur Messung der strahlenden Wärme stellt d'Arsonval (Séances de la Soc. Franç. de Phys. 1886, p. 30, 77; Beibl. 12, 65) in seinem aperiodischen Galvanometer den beweglichen Rahmen aus zwei Hälften von verschiedenem Metall her, z. B. einer rechten aus Silber, einer linken aus Palladiumdraht, welche oben und unten mit einander verlöthet sind. Der Rahmen wird durch seinen schwachen Magnetismus oder ein kleines Eisenstäbchen orientirt. Die untere

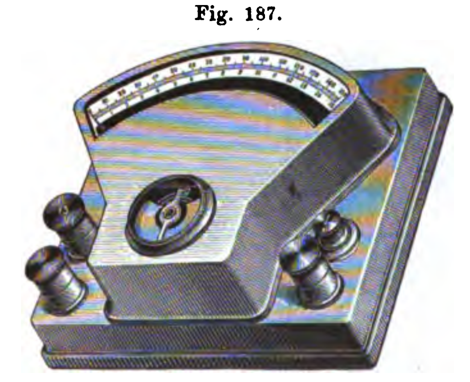
Zwischen den nach oben gerichteten Schenkeln eines Hufeisenmagnetes *AA* hängt ein mit sehr dünnem Draht vielfach umwundener rechteckiger Rahmen *C* mit seiner Längsrichtung in verticaler Lage, welcher mit einem Spiegel versehen und oben und unten an weichen Silber- oder Kupferdrähten befestigt ist, denen der Strom durch die Klemmschrauben *K* und *L* zugeführt wird [1]). Der obere Draht *HJ* hängt an einem Stativ, mit dem er centrirt und in verticaler Richtung eingestellt werden kann. Der untere Draht *DE* ist an einer horizontalen Metallfeder *FG* befestigt, welche beide Drähte spannt. Innerhalb des Rahmens ist ein verticales Eisenrohr *B* angebracht, um das Magnetfeld zu verstärken.

Der Rahmen macht für sich bei Ablenkung aus seiner Lage fortgesetzte Schwingungen, beim Hindurchleiten eines Stromes stellt er sich aperiodisch ein.

Die Graduirung des Instrumentes kann mittelst der §. 332 erwähnten Methode von E. du Bois-Reymond geschehen.

390 Ein Apparat, welcher dem eben beschriebenen Galvanometer ähnlich ist, ist das Ampèremeter und Voltameter von Weston [2]). Ein kupferner Rahmen, Fig. 187 und 188, ist mit Kupferdrahtwindungen umgeben, welche ausserhalb von einem sie überall umschliessenden dickeren Kupferblechrahmen umgeben sind. Der Rahmen ist in Spitzen drehbar. In demselben befindet sich, nur durch einen engen Luftraum von ihm getrennt, ein durch einen Messingstift gestützter Eisencylinder. Der Rahmen ist umgeben von den den Eisenkern umfassenden kreisförmigen Polstücken eines horizontal liegenden Hufeisenmagnetes, welche zugleich oben und unten zwei Platten tragen, in welchen sich die Lager zu zwei oben und unten an dem Rahmen der Spirale befestigter Zapfen befinden. Durch letztere tritt der Strom in die Spirale ein. Ihre Drehungen werden durch

Fig. 187.

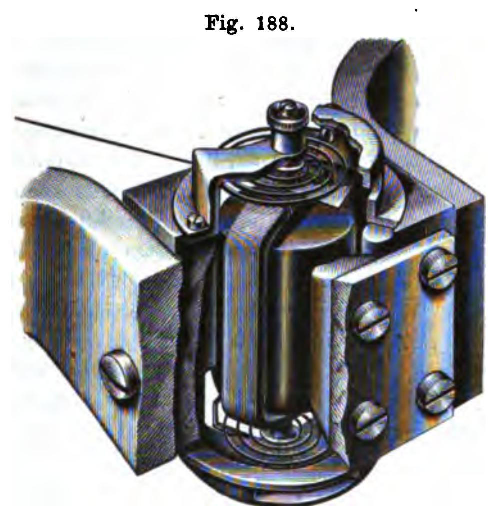


Löthstelle wird durch den Ablesungsspiegel vor der Strahlung geschützt. Man kann event. auch die im Rahmen befindliche feste Eisenröhre fortlassen. — Abänderungen des Apparates von Rachniewsky, Lum. électr. **17**, 393, 1885; Beibl. **10**, 126. Taylor, Lum. électr. **29**, 180, 1888; Beibl. **12**, 816; Genung, Lum. électr. **48**, 278, 1893; Beibl. **17**, 1091. Eine Berechnung der Angaben für kurz dauernde Ströme auch von Ledeboer, Compt. rend. **102**, 504; Beibl. **10**, 512.

[1]) Vergl. indess über das Bedenkliche der Anwendung weicher Aufhängedrähte G. Wiedemann, Pogg. Ann. **126**, 1, 1865. — [2]) Weston, Elektrotechn. Ztschr. **12**, 5, 1889, Nr. 2 und besondere Beschreibung. Aehnlich auch Gaiffe, La Lum. **45**, 482, 1892; Beibl. **17**, 848.

horizontale Spiralfedern gehemmt. Ein auf einer Theilung spielender, an der Axe des Spiralrahmens befestigter Zeiger gestattet, seine Drehungen beim Durchleiten eines Stromes zu bestimmen.

Fig. 188.



391 Seltener bei wissenschaftlichen Untersuchungen, als für praktische Zwecke, hat man Ströme von sehr grosser Intensität zu messen. Die hierzu benutzten Einrichtungen der Tangentenbussole haben wir schon §. 233 erwähnt. Wir führen nur noch einige weitere Einrichtungen hierfür an.

Für wissenschaftliche Zwecke kann man das §. 340 beschriebene Spiegelgalvanometer verwenden, und an Stelle der Spiralen nur eine einzige Windung von dickem Drahte in angemessener Entfernung vor dem Magnete aufstellen. Bringt man diese Windung oder auch mehrere solcher Windungen einzeln, bezw. auch Spiralen in verschiedenen Entfernungen vor letzterem an, so kann man beim Durchleiten desselben Stromes durch die eine oder andere, oder auch durch beide in gleicher oder entgegengesetzter Richtung das Verhältniss der Ablenkungen in beiden Fällen bestimmen und so auch das Instrument für die Vergleichung der Intensitäten sehr verschieden starker Ströme graduiren.

Nach einer anderen Methode kann man vor den Windungen eine Brückenleitung anbringen, so dass nur ein aliquoter Theil der Ströme die Drahtwindungen selbst durchläuft.

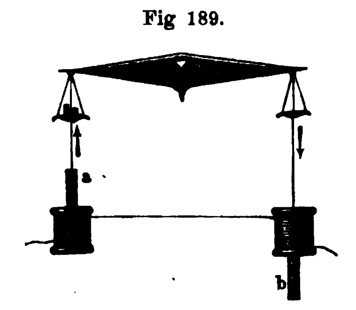
392 Neben den Tangentenbussolen und Galvanometern sind die elektromagnetischen Wagen zu erwähnen. Dieselben sind zuerst von Becquerel[1]) und Wrede angegeben und von Lenz und Jacobi[2])

---

[1]) Becquerel, Compt. rend 5, 35, 1837; Pogg. Ann. 42, 307. — [2]) Lenz und Jacobi, Pogg. Ann. 47, 227, 239, 1839.

wesentlich verbessert worden. Unter die an kurzen Drähten aufgehängten Schalen einer feinen chemischen Wage, Fig. 189, stellt man zwei Spiralen, von denen eine jede aus mehreren neben einander aufgewundenen Drähten gebildet ist. Man leitet durch die Windungen dieser Spiralen den zu messenden Strom. An den Schalen der Wage sind zwei Magnetstäbe *a* und *b* so angehängt, dass beide ihre Nordpole nach unten kehren. Ihre Axen fallen mit denen der Spiralen zusammen. Der eine von ihnen ist an einem kurzen, der andere an einem längeren Draht befestigt, so dass der eine über, der andere unter der betreffenden Spirale schwebt. Ein Glasrohr schützt den letzteren vor Luftzug. Durch den die Spiralen in einem bestimmten Sinne durchfliessenden Strom werden beide Magnetstäbe von ihnen abgestossen, und diese Abstossung ist bei gleicher Lage der Stromintensität proportional. Führt man daher durch Gewichte *G*, welche man auf die Wagschalen legt, die Magnetstäbe in die Gleichgewichtslage zurück, welche sie vor dem Hindurchleiten des Stromes durch die Spiralen hatten, so sind diese Gewichte der Stromintensität *I* proportional. Indess bedarf es hierbei noch einer Correction, die durch die temporäre Aenderung des Magnetismus der Stäbe unter dem Einfluss des Stromes in den Spiralen bedingt ist. Man kann dann $G = I - I^2 \alpha$ setzen, wo α eine empirisch zu bestimmende Constante ist. Auch hat man darauf zu achten, dass nicht etwa die stählernen Theile der Wage von den Strömen in den Spiralen angezogen und dadurch die Einstellungen der Wage beeinflusst werden.

Fig 189.



Hängt man beide Magnetstäbe in gleicher Lage über den Spiralen auf und leitet den Strom so durch dieselben, dass der eine Stab angezogen, der andere abgestossen wird, sich also die Wirkungen beiderseits addiren, so nimmt bei dem Ausschlage der Wage die ablenkende Kraft zu, da sich der abgestossene Stab von der Spirale entfernt, der angezogene sich ihr nähert. Man hat dann bei der Aequilibrirung der Wage durch Gewichte ein labiles Gleichgewicht, und genauere Messungen sind unmöglich [1]).

393 Eine elektromagnetische Wage, welche zugleich zur Bestimmung des Momentes von Stabmagneten, unabhängig vom Erdmagnetismus, und

[1]) Ein Apparat von Guthrie, bei welchem zwei an den Enden eines horizontal an einem Drahte aufgehängten Hebels senkrecht gegen denselben angebrachte horizontale Elektromagnete von ähnlichen, ihnen coaxialen Elektromagneten abgestossen werden, siehe Phil. Mag. [4] 48, 296, 526, 1874. Ein ähnlicher Apparat von Lallemand (Ann. de Chim. et de Phys. [3] 22, 19, 1848), bei welchem nur vom Strome durchflossene Spiralen hierbei verwendet werden, siehe im Capitel Induction.

zu absoluter Bestimmung von Stromstärken dienen kann, ist von H. v. Helmholtz[1]) angegeben worden.

Die Stabmagnete werden an den einen Arm einer besonders dazu construirten eisenfreien Wage vertical aufgehängt. Die Wage ist mit einem festen horizontalen Rahmen aus Eichenholz umgeben, auf welchem scharfe Schneiden angebracht waren, in die sich seitliche, horizontale, röhrenförmige Magnete mittelst einer in sie eingedrehten Rinne einlegen, so dass sie senkrecht zum Wagebalken liegen. Durch Schrauben können sie genau coaxial gerichtet werden, wozu Fadenkreuze an den Enden der Magnete angebracht sind. Die Versuche wurden angestellt, während die Magnete dem aufgehängten Magnet ihre einen oder anderen Pole zukehrten. Ist das Moment des aufgehängten Magnetes M, das der horizontalen Magnete H, ist der Abstand der Mitten der Magnete von einander bei zwei Versuchen bezw. a und a_1, ändert sich das zum Aequilibriren des aufgehängten Magnetes erforderliche Gewicht an der Wage beim Umlegen der äusseren Magnete um G und G_1, was vermittelst einer Reitervorrichtung bestimmt werden kann, so ist

$$H V = \frac{g (G a^6 - G_1 a_1^6)}{6 (a^2 - a_1^2)}.$$

Bei genauerer Berücksichtigung der Poldifferenzen der Magnete ist der Unterschied gegen obiges Resultat nur etwa 0,0007 seines Werthes.

Zu absoluten Strommessungen wird an den Längsseiten des rechteckigen, 104,991 cm langen, 40,013 cm breiten, 40,351 cm hohen Holzrahmens je eine Windung von 0,5 mm dickem Kupferdraht angebracht, so dass sich auf den beiden Längsseiten der Wage Drahtrechtecke befinden. Auch waren an der einen Längsseite des Rahmens noch zwei kürzere Rechtecke von 100 Windungen von 0,5 mm dickem besponnenen Draht zur Messung stärkerer Ströme angebracht. — Die beidseitigen Drahtrechtecke wurden parallel in einen Stromkreis eingefügt, und der Strom in entgegengesetzter Richtung hindurchgeleitet. Dadurch hervortretende Verschiedenheiten in den Ablenkungen durch die beiden Rechtecke wurden durch Einfügung von Widerstand in den Zweig des stärker wirkenden beseitigt. — Auch wurden die beiden Recktecke parallel zu dem grossen Rechteck auf dem Rahmen geschaltet, und in den einen Zweig Widerstände bis zur völligen Compensation eingeschaltet, um das Verhältniss der Drehungsmomente der ersteren und des letzteren zu bestimmen. Temperatureinflüsse sind hierbei durch Anwendung möglichst schwacher Ströme zu beseitigen, da die Widerstände der beiden Zweige sich von 0,7 S.-E. : 75 S.-E. verhalten. — Auch durch Messung des Dämpfungsverhältnisses beim Durchleiten eines schwachen Stromes durch die eine oder andere Windungsreihe nach Art der Multiplicationsmethode lassen

---

[1]) Die Beschreibung des Apparates und Versuche von Köpsel, Wied. Ann. 31, 250, 1881.

sich die Drehungsmomente bestimmen. Die Berechnung ergiebt, dass bei den oben angegebenen Dimensionen des äusseren Drahtrechtecks der Polabstand des Magnetes keinen Einfluss hat [1]).

394 Auf einem ähnlichen Princip beruht das sehr empfindliche und einfache Spiegelgalvanometer von Braun [2]).

Ein horizontaler U-förmiger, etwa in Form einer Stimmgabel gebogener Magnet ist an seinen beiden Enden nach unten gebogen und taucht daselbst in zwei Spiralen mit verticaler Axe. Am anderen Ende ist er an ein auf zwei Nadelspitzen schwebendes horizontales Querstäbchen gelöthet, welches auf zwei Nadelspitzen spielt. Ein horizontaler, am Querstab befestigter Arm trägt als Gegengewicht eine dünne horizontale Scheibe, welche sich mit etwas Spielraum in einer oben und unten durch Glasplatten geschlossenen Hülse auf und ab bewegt, wodurch eine Luftdämpfung erzeugt wird. Am Querstab ist ein etwa 20 mm grosser versilberter Hohlspiegel von 29 cm Krümmungsradius mit seiner Oeffnung nach oben befestigt. Darüber ist an einem Arm drehbar eine horizontale, in halbe Millimeter getheilte Scala angebracht und darüber eine Lupe von zwei- bis vierfacher Vergrösserung. Der Magnet mit den Spiralen ist mit einem Kasten mit Spiegelglasdeckel bedeckt. — Dieses Galvanometer bedarf keiner Orientirung gegen den magnetischen Meridian und nur einer sehr rohen in verticaler Richtung. Der Magnet steht nach drei Schwingungen (7 Sec.) ein und giebt bei einem Rollenwiderstand von 43 S.-E. für 0,0000035 Ampère einen Scalentheil Ablenkung, von dem Zehntel noch bequem zu schätzen sind.

395 Um die mittlere Intensität alternirender Ströme, z. B. selbst von schwachen Telephonströmen zu messen, ähnlich wie durch das Elektrodynamometer, ersetzt Bellati [3]) in seinem Dynamometer die Stahlnadel des Galvanometers durch einen weichen Eisendraht, der event. mit einem Zeiger oder Spiegel, wie die Nadel des Galvanometers, bezw. auch unten mit einer kleinen in Schwefelsäure tauchenden Platinscheibe zur Dämpfung der Schwingungen versehen ist. Auch wird ein Bündel vorher weiss geglühter Eisendrähte horizontal in einem Winkel von 45° gegen den magnetischen Meridian in den Multiplicator eingehängt, dessen Windungsebenen auf dem Bündel senkrecht stehen, also mit dem Meridian nach der anderen Seite den gleichen Winkel bilden.

Der Mangel an Proportionalität der temporären Magnetisirung des Eisens mit der magnetisirenden Kraft, die Abweichungen bei verschiedenen Neigungen gegen die Multiplicatorwandungen, die ungleiche Magnetisirung bei abwechselnd gerichteten Strömen in Folge des perma-

---

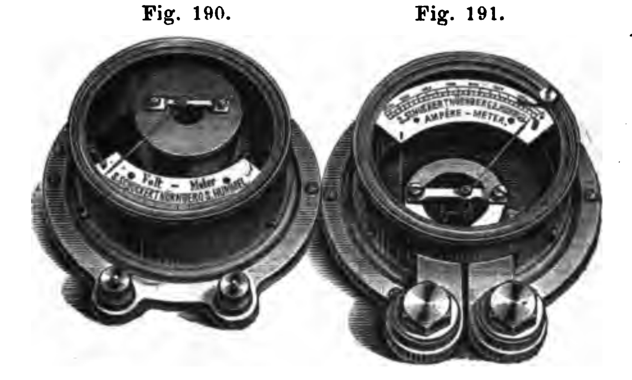
1) Wegen der Rechnung verweisen wir auf die Originalabhandlung. — 2) F. Braun, Centralztg. für Optik und Mechanik 8, 221, 1887; Beibl. 12, 122. — 3) Bellati, Atti del R. Ist. Venet. 1, 1883; Beibl. 7, 617. Giltay, Wied. Ann. 25, 325, 1885. Delft, Separatabdruck 1892; Beibl. 17, 354.

nenten Magnetismus dürfte die Genauigkeit der Angaben dieses Instrumentes beeinträchtigen [1]).

Bellati [2]) hat bei ähnlichen Apparaten für Messung starker Ströme in den Multiplicator einen horizontalen Wismuthstab im Winkel von 45° gegen seine Windungen eingehängt, wobei die erwähnten störenden Einflüsse fortfallen.

Auch bringt man in eine mit ihrer Axe horizontal liegende Spirale einen ihrer Axe parallelen Eisenstab, oder eine eben solche Eisenröhre, welche sich um die Axe der Spirale drehen kann. Fig. 190 und 191 **396**

Fig. 190. Fig. 191.



stellt ein solches nach den Angaben von Hummel in der Fabrik von Schuckert [3]) ausgeführtes Instrument dar. In einer Drahtspirale dreht sich um eine Axe ein auf einer Theilung spielender, event. mit einem Gegengewicht versehener Zeiger, der rückwärts excentrisch zur Spirale

---

[1]) Siehe auch Behn-Eschenburg, Dissertation. Zürich 1889; Beibl. 14, 61. — [2]) Bellati, Atti del R. Ist. Venet. [6] 3, 1885; Beibl. 9, 689.

[3]) Schuckert, Dingl. Journ. 256, 119, 1888; Beibl. 9, 536. Hummel, Centralbl. f. Elektrotechnik 6, 777, 1884. Elektrotechn. Ztschr. 7, 430, 1886. Abänderungen dieses Apparates von Uppenborn (Centralbl. f. Elektrotechnik 9, 584, 1887; Beibl. 11, 838), wobei der innere Hohlraum der Spirale zur Hälfte ihrer Länge mit einer dünnen Eisenplatte bedeckt ist und der drehbare Arm eine eben solche Eisenplatte trägt, welche der ersten conaxial ist, ihr aber nicht gerade gegenüber steht; von Hartmann und Braun (D. R.-P. Nr. 40 969; Beibl. 12, 275), wobei in der Spirale conaxiale Halbcylinder in derselben Längslinie befestigt sind, zwischen denen ähnliche an dem drehbaren Arm, durch ihre Schwere nach unten sinkende, dem ersten Halbcylinder aber nicht conaxiale Eisencylinder befestigt sind; (siehe auch Wilkens u. E. Imhof, Lum. électr. 24, 537, 1887; Beibl. 11, 596; v. Dolivo-Dobrowolsky, Lum. électr. 28, 240, 1888; Beibl. 12, 544).

Ein eigenes Verticalgalvanometer für praktische Zwecke und starke Ströme von Sir W. Thomson (Lum. électr. 18, 1, 1885; Beibl. 10, 192) besteht aus einer auf einer Schneide schwebenden verticalen, an beiden Enden mit weichen Eisenkugeln versehenen Nadel, die auf der Unterseite durch ein geeignetes Gewicht belastet ist. Die Kugeln befinden sich zwischen zwei Kupferplatten und von solcher Form, dass beim Durchleiten des Stromes durch dieselben ihre Anziehung von ihrer Lage im Magnetfelde unabhängig und nur der Stromintensität proportional ist.

ein sehr leichtes, nur 0,34 g schweres und 0,075 mm dickes, gebogenes Eisenblech trägt. Dasselbe wird beim Durchgang des Stromes durch die Spirale gegen ihre Wände gezogen und dadurch der Zeiger abgelenkt. Die sehr geringe Masse des Eisens verhindert das Auftreten von bedeutenderen Mengen an permanentem Magnetismus. Der Apparat wird an die Wand geschraubt. Im Ruhezustand wird der Zeiger durch einen Haken (links in der Figur) arretirt.

Das Instrument kann als Voltmeter und Ampèremeter (siehe §. 403) dienen. Für starke Ströme (1000 Amp.) wird die Spirale durch einen halbcylindrischen Kupferbügel ersetzt, welcher das Eisenblech anzieht. Da mit der Stromrichtung in der Spirale der Magnetismus des Eisenbleches sich umkehrt, kann das Instrument auch für Wechselströme dienen.

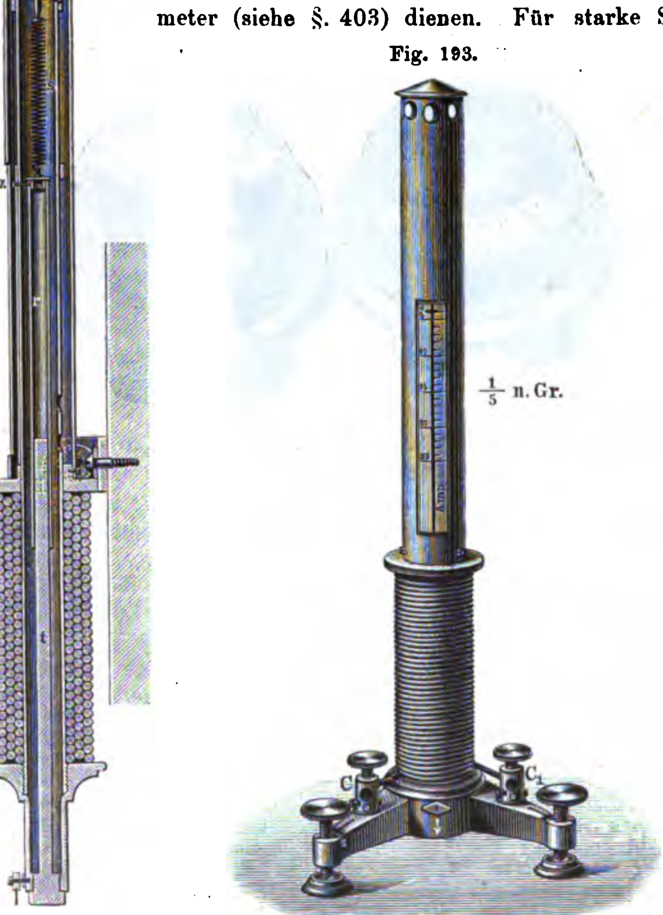


Fig. 192.

Fig. 193.

397 Eine Reihe von Apparaten beruht auf der Anziehung eines weichen Eisenkerns durch eine vom Strome durchflossene Spirale.

So hängt Böttcher[1]) einen 1,5 cm dicken, 20 cm langen weichen Eisencylinder an einer Federwage, bezw. einer Spiralfeder in einer vom Strome durchflossenen, 20 cm langen verticalen Drahtspule auf. Fig. 192 und 193 stellen einen solchen Apparat nach der Construction von F. Kohlrausch[2]) dar. An einem an einer Scala sich verschiebenden, an dem Eisencylinder befestigten Zeiger liest man ab, wie weit der Eisenkern bei verschieden starken, anderweit gemessenen Strömen in die Spule hineingezogen wird.

Auch kann man durch Verstellen der Spiralfeder den Kern immer wieder in die gleiche Lage der Spule bringen[3]).

398 Sodann hat man am unteren Ende einer messingenen Pendelstange einen horizontalen Eisenstab, etwa in Form des Kieles eines Bootes, befestigt, ihn in eine horizontale Drahtspirale hineinziehen lassen und die Ablenkung an einer Scala abgelesen[4]).

---

[1]) E. Böttcher, Centralbl. f. Elektrotechnik 5, 620, 1883; Beibl. 8, 48. — [2]) F. Kohlrausch, Elektrotechn. Ztschr. 1884, S. 13; Beibl. 8, 234.

[3]) Blyth, Lum. électr. 9, 152, 1883; Beibl. 7, 719. Weniger einfach ist es, den Eisenkern von unten in die Spirale hineinziehen zu lassen und seine Bewegungen auf einen Wagebalken (Sir W. Thomson, Lum. électr. 35, 128, 1890; Beibl. 14, 646), bezw. auf eine Rolle mit Zeiger zu übertragen (Pointing, Proc. Birmingham Phil. Soc. 6, 11, 162; Beibl. 15, 223). Leconte (Lum. électr. 38, 321, 1890; Beibl. 15, 121) ersetzt den Eisenkern durch ein System conaxialer, durch zwischengelegte Gummistreifen oder Papierscheiben getrennter Eisenplatten. Diese Apparate werden auch in der Weise construirt, dass der nur etwa 0,04 g wiegende weiche Eisenkern an der einen Seite eines über der Drahtrolle angebrachten Winkelhebels angehängt wird, welcher auf der anderen Seite einen auf einer Scala spielenden Zeiger trägt. Das Instrument ist in eine Blechhülle eingeschlossen. Allgemeine Elektricitätsgesellschaft; Construction von v. Dolivo-Dobrowolsky, siehe Graetz, Elektricität, 3. Aufl., S. 359, 1891. Die Apparate werden auch in Form des Gray-Rosenthal'schen Galvanometers ausgeführt, bei welchem die ∞-förmige Galvanometernadel durch ähnlich gestaltete Bündel dünner, weicher Eisendrähte ersetzt wird, oder zwei in der Richtung der Peripherie eines Kreises gelegene Eisenkerne in horizontale Spiralen hineingezogen werden (Rubens und Hirsch, Verhandl. d. phys. Ges. 10, 23, 1891; Beibl. 17, 478, auch A. Siemens. Lum. électr. 34, 581, 1889; Beibl. 14, 189). Ferner hat man unten in eine Senkwage einen verticalen Eisendraht eingeschmolzen, oder ein Bündel Eisendrähte in sie hineingelegt und sie in einem auf der unteren Hälfte mit einer Spirale umwundenen, mit einer Flüssigkeit gefüllten Glascylinder schwimmen lassen. Die Scalentheile der Senkwage geben die Stromstärken in der Spirale an, bei denen sie bis zu ersteren einsinkt (Dittmar, Centralbl. f. Elektrotechnik 7, 392, 1885; Beibl. 9, 689; De la Lande, Compt. rend. 99, 742, 1885; Beibl. 10, 194; auch Raab, Elektrotechn. Ztschr. 7, 180, 1886; Beibl. 10, 371). Ferner liess man auf dem Quecksilber in einem Schenkel eines U-förmigen Rohres, das mit einer Spirale umgeben war, einen Eisenkern schwimmen und beobachtete den Stand des Quecksilbers im anderen Schenkel (Scharfhausen, Centralbl. f. Elektrotechnik 7, 498, 1888; Beibl. 10, 47; auch Meardi, Giorno, 20. April 1885 und Millar, Compagnie Gérard, Beibl. l. c.).

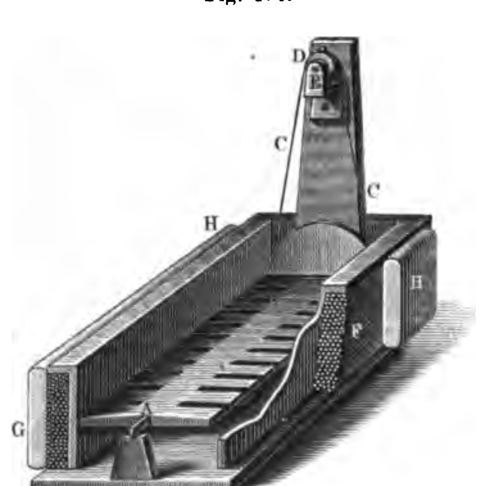
[4]) Jüllig, Elektrotechn. Ztschr. 8, 34, 1887; Beibl. 11, 550.

Man kann diese Apparate, wenn die Coercitivkraft des Eisens nicht zu störend ist, auch zur Messung der Intensität von Wechselströmen verwenden.

Dass die Spiralfedern sehr constante Resultate liefern, haben wir bereits §. 388 erwähnt. Ihre Bewegungen sind fast aperiodisch. In Folge der Coercitivkraft sind aber die Angaben bei aufsteigender Stromstärke kleiner als bei absteigender, wodurch sich Fehler von einigen Procenten ergeben können. Senkt man den Kern vor dem Ablesen ganz in die Spirale ein, so werden dieselben sehr vermindert. Bleibt bei continuirlichen Beobachtungen nach Einwirkung eines starken Stromes zu viel permanenter Magnetismus im Kerne zurück, so hebt man den Kern empor und senkt ihn wieder frisch ein. Man kann so die Fehler auf 1 Proc. hinabdrücken [1]).

399 Zur Messung starker Ströme dient das folgende Galvanometer von Marcel Deprez [2]). 16 bis 18 flache Nadeln von weichem Eisen, Fig. 194, sind in horizontaler Lage einander parallel an einer horizontalen Axe befestigt, welche durch einen Schnurlauf mit einem auf einer Kreistheilung spielenden Zeiger verbunden ist. Die Axe mit den Nadeln befindet sich in einem länglichen Multiplicatorrahmen *F* mit horizontalen Windungen, welcher von den Schenkeln eines Hufeisenmagnetes *HG* umfasst wird. Durch letzteren werden die Eisennadeln magnetisirt und so mit der Axe beim Durchleiten des Stromes durch den Rahmen gedreht. Die Bewegung der Axe mit den Nadeln und dem Zeiger ist fast aperiodisch. Durch Gewichte, die man an letzterem wirken lässt, kann man die ablenkende Kraft des Stromes auch in Gewichten ausdrücken.

Fig. 194.



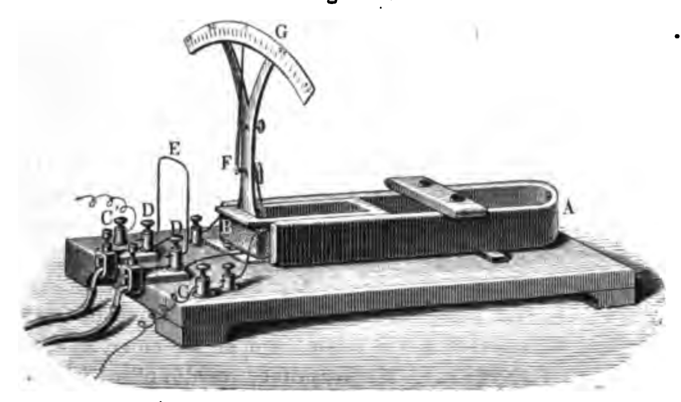
Das Instrument ist nicht sehr empfindlich, durch die Zapfenreibung kann das bewegliche System häufig verhindert werden, völlig die durch die Kräfte gebotene Gleichgewichtslage anzunehmen; auch werden durch

[1]) W. Kohlrausch, l. c. §. 388. — [2]) M. Deprez, Journ. de Phys. **9**, 227; Carl's Ztschr. f. angew. Elektricitätslehre **2**, 219, 1880; Beibl. **4**, 737.

die Ströme im Gewinde die Schenkel des Magnetes temporär transversal magnetisirt. So ist der Apparat nur für technische Zwecke brauchbar.

Fig. 195 stellt einen ähnlichen Apparat dar.

Fig. 195.



Lippmann[1]) leitet einen Strom durch eine Spirale und eine in der Mitte derselben befindliche kleine parallelepipedische, mit Quecksilber gefüllte Kammer, welche seitlich mit den beiden Armen eines Manometers in Verbindung steht. Durch die elektrodynamische Wechselwirkung zeigt das Manometer eine Ablenkung, welche dem Quadrate der Stromintensität proportional ist. Der Apparat kann auch zur Messung der mittleren Intensität alternirender Ströme dienen. 400

Auch kann die Spirale durch die mit Polschuhen von weichem Eisen versehenen Pole eines Hufeisenmagnetes ersetzt werden, die bis dicht an die schmale, nur $^1/_{10}$ mm dicke Kammer geschoben sind[2]).

Die Stärke eines Stromes kann man auch bestimmen, wenn man ihn in einer Spirale um eine mit Schwefelkohlenstoff gefüllte Röhre leitet

---

[1]) Lippmann, Compt. rend. 98, 1256, 1534; siehe auch Carpentier, ibid. 98, 1376, 1884; Beibl. 9, 271, 457.

[2]) Von anderen Constructionen erwähnen wir nur die folgenden:

Minet, Galvanometer Woodehouse und Rawson. Eine weiche Eisennadel wird durch eine an ihrer Axe angreifende Feder in schräger Richtung zwischen den Polen eines Hufeisenmagnetes festgehalten und die Ablenkung bei Erregung des Magnetes durch Drehen des die Spiralfeder tragenden Kopfes compensirt (Lum. électr. 19, 110, 1886; Beibl. 10, 244). Statt der Nadel wird auch ein Kreuz aus zwei gegen einander senkrechten Eisennadeln, deren eine dünner ist, als die andere, sich also schneller sättigt, zwischen den kreisförmig ausgeschnittenen Halbankern eines Elektromagnets drehbar aufgestellt (Lum. électr. 25, 308, 1887; Beibl. 12, 838).

Fleming, Galvanometer für alternirende Ströme. In der Mitte einer horizontalen Spirale hängt im Winkel von 45° gegen ihre Axe geneigt an einer Bifilarsuspension eine dünne, verticale und mit einem Spiegel versehene Kupferscheibe, welche sich beim Durchleiten von Wechselströmen durch die Spirale mit ihrer Ebene axial zu stellen sucht (Lum. électr. 24, 383, 1887; Beibl. 11, 729).

und die Drehung der Polarisationsebene darin bestimmt (vergl. das betreffende Capitel) [1]).

401 Die auf der thermischen Wirkung der Ströme beruhenden Messapparate, welche ebenfalls für Wechselstrommessungen geeignet sind, haben wir bereits Bd. II, §. 270 u. flgde. erwähnt.

402 Zuweilen ist es nöthig, die ganze Elektricitätsmenge zu messen, welche in einer bestimmten Zeit durch eine Leitung fliesst. Hierzu bedient man sich der Strommesser oder Elektricitätszähler oder elektrischen Verbrauchsmesser. Da dieselben weit überwiegend technischen Zwecken dienen, müssen wir uns hier mit ganz kurzen Andeutungen begnügen [2]).

Für wissenschaftliche Zwecke dürfte als Maass der Elektricitätsmengen die Elektrolyse besonders geeignet sein, indem man die Mengen Silber, Kupfer, Wasserstoff u. s. f. misst, welche in einer gewissen Zeit aus Lösung von Silbernitrat, Kupfersulfat, verdünnter Schwefelsäure durch den betreffenden Strom abgeschieden werden. Die Vorsichtsmaassregeln, welche hierbei zu beachten sind, haben wir bereits Bd. II, §. 634 u. flgde. erwähnt.

Auch die Beschleunigung eines unten mit einer Eisenmasse belasteten Pendels, welches über einer verticalen vom Strome durchflossenen Spirale schwingt, kann hierzu verwendet werden u, s. w.

Für Wechselströme kann man sich einer calorimetrischen Methode bedienen, indem man die in einem Draht von bekanntem Widerstand, welcher in einem Eiscalorimeter liegt, entwickelte Wärmemenge bestimmt [2]).

III. Zurückführung der Messungen der Stromintensität auf absolutes Maass.

403 Die erwähnten Messapparate werden in verschiedener Weise geaicht. Entweder geben die Ablenkungen die Stärken der hindurchgeleiteten Ströme an, meist in Ampères. Die Apparate werden dann Ampère-

Auch die Rotationen von Drahtbügeln um einen Magnet (§. 171) wurden zur Messung der Stromstärke benutzt (vergl. d'Arsonval, Lum. électr. **27**, 569, 1888; Beibl. **12**, 494), oder von Eisencylindern, welche in Quecksilber schwimmen und unter Einfluss des Stromes rotiren (vgl. §. 198) (u. A. Ferranti, Ztschr. f. Instrumentenkunde **5**, 410, 1885; Beibl. **10**, 194; Picon, Lum. électr. **26**, 145, 1887; Beibl. **12**, 65) oder die Rotation eines Magnetes um sich selbst (§. 203) (siehe Granquist, Lund's Univ. Arskrift **28**, 1893; Beibl. **17**, 146).

[1]) Siehe auch d'Arsonval, Bullet. intern. des électriciens **7**, 261, 1890; Beibl. **14**, 918. — [2]) Die für die Technik, namentlich von Aron, Ferranti u. A. getroffenen Anordnungen gehören nicht hierher. Sie sind z. B. behandelt in dem Buche von Étienne de Fodor, Director der elektrischen Centralstation in Athen, Die elektrischen Verbrauchsmesser. kl. 8. 219 S. A. Hartleben, Wien, Pest, Leipzig 1891.

meter, im Englischen in wenig geschmackvoller Abkürzung auch wohl Ammeter genannt. Oder der Widerstand ihrer langen und dünnen Drahtwindungen ist so gross, dass dagegen die übrigen Widerstände der Leitungen verschwinden und die Ablenkungen den elektromotorischen Kräften der hindurchgeleiteten Ströme entsprechen. Sie werden auf Volts geaicht und heissen Voltmeter.

Meist verbindet man ihre Pole mit zwei Stellen der Leitung eines Stromes und bestimmt durch ihre Ablenkung die Potentialdifferenz daselbst. Ihr Widerstand ist so gross, dass die Stromstärke in der primären Leitung dadurch nicht wesentlich beeinflusst wird.

Zu der Aichung als Ampèremeter sind erstens die an den Messgeräthen direct abgelesenen Scalenwerthe unter einander zu vergleichen, die Instrumente sind also zu graduiren; zweitens sind die durch dasselbe gemessenen Stromstärken in elektromagnetischem Maasse in Ampères auszudrücken.

Die Graduirung der Instrumente, durch welche die von verschiedenen Stromstärken sich ergebenden Angaben auf die Angabe bei einer zunächst willkürlichen Einheit der Stromstärke reducirt werden, geschieht nach den schon §. 329 u. flgde. beim Galvanometer erwähnten Methoden. Am besten dürfte sich hierzu die Methode von E. du Bois-Reymond (§. 332) eignen.

404 Die Zurückführung der Messungen auf absolutes Maass kann in verschiedener Weise geschehen.

Ein Strom von der Intensität ein Ampère scheidet nach Thl. I, §. 283 aus einer Lösung von Silbernitrat 1,1183 mg Silber in der Secunde ab. II § 635.

Man leitet deshalb einen Strom von solcher Stärke, dass die Ablesung an dem Messapparate mit genügender Genauigkeit geschehen kann, hinter einander durch ein Silbervoltmeter und den Messapparat. Man beobachtet in kurzen Intervallen (1 bis 2 Minuten) die Angaben desselben, wobei event. die letzteren durch Einstellung eines in den Schliessungskreis eingeschalteten Rheostaten constant erhalten wird. Nach einer längeren Zeit, wenn sich eine genügende Menge Silber im Voltmeter abgeschieden hat, bestimmt man die letztere und vergleicht sie mit der Summe der je für die einzelnen Zeiten beobachteten Angaben des Messapparates.

Ist der Messapparat zu empfindlich, so kann man durch eine vor ihm angebrachte Nebenschliessung die Stromstärke in ihm auf einen beliebigen Bruchtheil reduciren. Um letzteren zu bestimmen, beobachtet man die Angaben des Messapparates beim Durchleiten eines möglichst constanten Stromes (einer Thermokette, eines frisch aufgebauten Daniell'schen Elementes u. s. f.) mit und ohne Nebenschluss und deren Verhältniss.

Bei weniger genaueren Messungen kann das Silbervoltmeter auch durch ein Kupfer- oder Wasserstoffvoltmeter ersetzt werden.

Man nennt den Factor, mit welchem die auf die willkürliche Einheit reducirten Angaben des Messapparates multiplicirt werden müssen, um sie auf Ampères zu reduciren, den Reductionsfactor.

Derselbe Reductionsfactor kann auch nach anderen, rein elektromagnetischen Methoden gemessen werden.

Wir bezeichnen dabei die in elektromagnetischem Maasse gemessene Intensität eines Stromes als Eins, welcher in der Ebene die Flächeneinheit umfliesst und dabei auf einen Magnetpol gerade so wirkt, wie ein unendlich kleiner Magnet von dem in gleichen Einheiten gemessenen Momente Eins, dessen Axe auf seiner Ebene senkrecht steht.

Es ist sehr wohl zu beachten, dass das hier aufgestellte absolute Maass der Stromintensität ein wesentlich anderes ist, als das, welches wir §. 29 u. flgde. in Betreff der elektrodynamischen Erscheinungen erwähnt haben, wie sich dies aus Betrachtung der Formeln §. 153 u. flgde. ergiebt. Eine genauere Vergleichung dieser und anderer Maasse siehe im Schlusscapitel.

405 Bei zwei Apparaten ergiebt sich die Messung der Intensität nach elektromagnetischem Maasse unmittelbar, nämlich bei der transversal aufgehängten Bifilarrolle und der Tangentenbussole [1]).

Wenn das statische Directionsmoment der transversal aufgehängten Bifilarrolle gleich D, der von ihren Windungen umschlossene Flächenraum gleich F, die Intensität des sie durchfliessenden Stromes gleich I, die horizontale Componente des Erdmagnetismus gleich H ist, und dieselbe um ϱ^0 abgelenkt wird, so erhalten wir: $IF.H = Dtg\,\varrho$.

Wird F in Einheiten der Fläche (qcm), I in Einheiten der Stromintensität (Amp.) gemessen, so stellt nach der obigen Definition IF das Moment M eines Magnetes dar, welcher mit der Bifilarrolle äquivalent ist. Würde dieser in ganz gleicher Weise wie die Spirale bifilar aufgehängt, so dass auch das Directionsmoment D dasselbe bliebe, so würde er ebenfalls um den Winkel ϱ durch den Erdmagnetismus abgelenkt, und wir hätten $M.H = Dtg\,\varrho$.

Wir erhalten mithin, wenn die zur Bestimmung von D erforderlichen Grössen in Längen- und Masseneinheiten gegeben sind, und die horizontale Componente H des Erdmagnetismus in absolutem Maasse bekannt ist, die Intensität I des Stromes auf eine sehr einfache und directe Weise in absolutem elektromagnetischen Maasse.

406 Eine zweite Bestimmung der elektromagnetischen Intensität eines Stromes ist mittelst der Tangentenbussole möglich.

Liegt ein Kreisstrom A vom Radius b in der Ebene des magnetischen Meridians und wirkt auf die in seiner Axe in der Entfernung

[1]) W. Weber, Pogg. Ann. 55, 27, 1842.

ϱ von seinem Umkreise liegende kleine Magnetnadel B, deren magnetisches Moment m sei, so ist das von demselben auf die Pole der Nadel ausgeübte Drehungsmoment in der Richtung der Axe AB nach §. 244:

$$(D) = c\,\frac{2\pi b^2 i m}{\varrho^3} \quad \dots\dots\dots\dots \quad 1)$$

Ein unendlich kleiner Magnet vom Momente M, dessen Axe AB ist, und der aus der Entfernung ϱ auf die Magnetnadel in B wirkt, übt auf dieselbe das Drehungsmoment:

$$(D) = \frac{2Mm}{\varrho^3} \quad \dots\dots\dots\dots \quad 2)$$

aus (§. 268).

Die beiden Ausdrücke für die Wirkung des Kreisstromes und dieses Magnetes werden identisch, wenn

$$M = c\pi b^2 i \quad \dots\dots\dots\dots \quad 3)$$

Dieser Ausdruck ist also das magnetische Moment des Kreisstromes.

Wenn der Flächeninhalt des Stromes gleich Eins, seine Intensität nach elektromagnetischem Maasse gemessen gleich Eins ist, so ist ihm auch ein Magnet vom Momente Eins äquivalent. Dann ist also in 3):

$$M = 1, \quad i = 1, \quad \pi b^2 = 1,$$

also auch $c = 1$, wie wir schon §. 243 u. flgde. angenommen haben.

Wird die Nadel durch den Strom i um den Winkel α abgelenkt, und ist die horizontale Componente des Erdmagnetismus gleich H, so ist, wenn die Nadel eine constante Ablenkung angenommen hat:

$$(D).\cos\alpha = mH.\sin\alpha,$$

d. i.

$$i = \frac{\varrho^3}{2\pi b^2} H \operatorname{tg}\alpha \quad \dots\dots\dots\dots \quad 4)$$

wo i in elektromagnetischem Maasse gemessen ist, wenn H in dem gleichen Maasse, b und R in Längeneinheiten gegeben sind.

Fällt, wie bei der gewöhnlichen Tangentenbussole, der Mittelpunkt der Nadel mit dem des Drahtkreises zusammen, so ist $\varrho = b$, also die in elektromagnetischem Maasse gemessene Intensität:

$$i = \frac{b}{2\pi} H \operatorname{tg}\alpha = f \operatorname{tg}\alpha \quad \dots\dots\dots\dots \quad 5)$$

wie wir diese Formel schon §. 244 erhalten haben.

Der Werth $f = bH/2\pi$, mit dem man die beobachtete Tangente des Ablenkungswinkels multipliciren muss, um die Intensiiät des Stromes in elektromagnetischem Maasse zu erhalten, ist der Reductionsfactor der Tangentenbussole (vergl. §. 371).

407 Bedient man sich bei dem §. 340 beschriebenen Galvanometer zweier Drahtrollen, welche einen genau bestimmten Durchmesser haben und auf denen etwa nur eine Windungslage liegt, so kann man die Wirkung eines durch sie hindurchgeleiteten Stromes auf den Magnet berechnen und somit auch die Intensität in absolutem Maasse messen, bezw. den Reductionsfactor des Instrumentes bestimmen [1]).

408 Willson [2]) bestimmt den Reductionsfactor R, indem er die Drahtwindungen eines Galvanometers in der Richtung senkrecht zum magnetischen Meridian verschiebbar macht, die Nullstellung sucht, bei welcher ein Strom eine in seiner Axe befindliche kleine Nadel am meisten ablenkt, und das Verhältniss B der ablenkenden Kräfte F_0 und F_1 in der Nulllage und bei einem Abstand A der Spirale von derselben bestimmt. Ist der reducirte Radius der Rolle R, so ist $F_1 = 2\pi R^2/(R^2 + A^2)^{3/2}$, $F_0 = 2\pi/R$, also wenn $B = F_0/F$, ist

$$R = A\,(B^{2/3} - 1)^{-1/2}.$$

Dieses Verhältniss entspricht den Tangenten der Ablenkungswinkel der Nadel beim Durchleiten des gleichen Stromes in beiden Lagen.

409 Bei anderen elektromagnetischen und elektrodynamischen Messapparaten reducirt man am zweckmässigsten die beobachteten Werthe der Intensitäten auf elektromagnetisches Maass, indem man einen constanten Strom zu gleicher Zeit hinter einander durch dieselben und eine Bifilarrolle oder eine einfache Tangentenbussole leitet, vermittelst deren die Intensität leicht nach elektromagnetischem Maasse bestimmt werden kann. Beobachtet man gleichzeitig die Angaben der beiden in den Stromkreis eingefügten Apparate, so kann man wiederum den Reductionsfactor bestimmen, mit dem man die an jenen Messapparaten beobachteten Intensitäten multipliciren muss, um sie auf das elektromagnetische Maass zu reduciren [3]).

---

[1]) Vgl. ein solches Galvanometer für absolute Messungen von Edelmann, Carl's Rep. 8, 80, 1872. — [2]) Willson, Wied. Ann. 26, 44, 1885.

[3]) Den Reductionsfactor f einer Tangentenbussole könnte man nach Waszmuth (Pogg. Ann. Ergbd. 5, 167, 1871; Carl's Repert. 6, 137, 1870) auch in der Weise bestimmen, dass man sie, wie bei der Bestimmung der elektromotorischen Kraft E_2 einer Kette nach der Poggendorff'schen Compensationsmethode (Bd. I, §. 627), in die Brückenschliessung einschaltet. Ist der Widerstand der Brückenschliessung r, so ist die Intensität in derselben, welche aus dem Ausschlage α der Tangentenbussole bestimmt wird,

$$I = f \,.\, tg\,\alpha = \frac{E_2}{r},$$

d. h.

$$f = \frac{E_2}{r\,tg\,\alpha}.$$

Es muss also die elektromotorische Kraft der gemessenen Kette (eines Daniell'schen Elementes), sowie der Widerstand r der Brückenschliessung mit der Tangentenbussole in einem bestimmten Maasssysteme, z. B. dem elektromagnetischen, bekannt sein, dann ergiebt sich der für diese Einheiten gültige Reductionsfactor unmittelbar. Siehe auch F. Kohlrausch, Leitfaden, 4. Aufl., S. 192, 1880.

Sind die Ablenkungen der Nadeln beider Apparate bezw. α und α_1, der nach Obigem zu berechnende Reductionsfactor der Tangentenbussole gleich f, der des zu untersuchenden Instrumentes f_1, so ist

$$f . tg\,\alpha = f_1\, tg\,\alpha_1,$$

also

$$f_1 = f \cdot \frac{tg\,\alpha}{tg\,\alpha_1}.$$

410 Leitet man durch den zu untersuchenden Apparat den Strom eines Elementes, dessen elektromotorische Kraft E in absolutem Maasse bekannt ist, und ist der Gesammtwiderstand der Leitung gleich W in demselben Maasssystem, so ist die Intensität

$$I = \frac{E}{W} = f_1\, tg\,\alpha_1, \quad \text{also auch} \quad f_1 = \frac{E}{W tg\,\alpha_1}.$$

411 Schaltet man in den Schliessungskreis eines Stromes von der absoluten Intensität I gleichzeitig eine transversal aufgehängte Bifilarrolle und eine Tangentenbussole von der einen oder anderen Construction ein, welche beiden Apparate unmittelbar die absolute Intensität abzulesen gestatten, so ist unter Beibehaltung der Bezeichnungen des §. 409 für die Bifilarrolle

$$I = \frac{D}{FH}\, tg\,\varrho,$$

und für die Tangentenbussole, wenn man $f = f_1 H$ setzt:

$$I = H f_1\, tg\,\alpha.$$

Aus diesen beiden beobachteten Werthen kann man die absolute Intensität I des Stromes ableiten:

$$I = \sqrt{f_1 \frac{D}{F}\, tg\,\varrho \,.\, tg\,\alpha}.$$

Da sich f_1 aus den Dimensionen der Tangentenbussole direct berechnen lässt, hat man so ein leichtes Mittel, ohne eine Bestimmung der horizontalen Componente des Erdmagnetismus die durch die Ablenkungen der Bifilarrolle oder der Nadel der Tangentenbussole erhaltenen Werthe der Intensität in elektromagnetischem Maasse auszudrücken. Zugleich erhält man dann auch die horizontale Componente des Erdmagnetismus aus obigen Gleichungen:

$$H = \sqrt{\frac{D}{F f_1} \frac{tg\,\varrho}{tg\,\alpha}}\ [1].$$

412 Zur Aichung eines ballistischen Galvanometers kann man verschiedene Methoden verwenden.

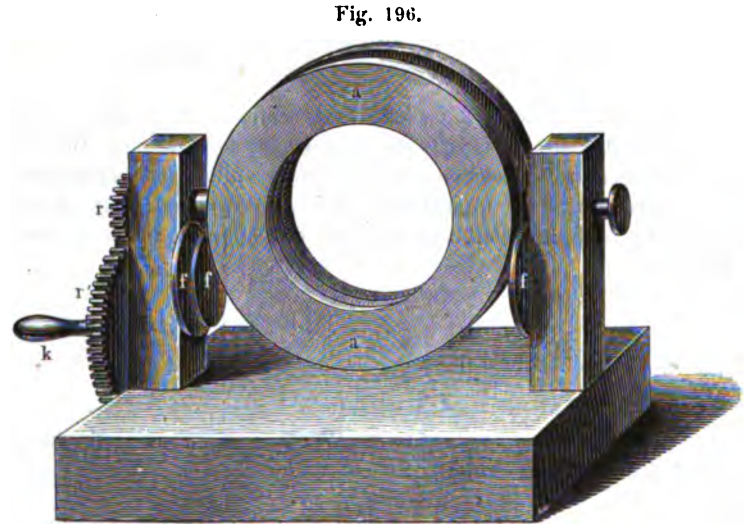
---

[1]) Neumann, vergl. Wild, Züricher Vierteljahrsschrift 1857, S. 241.

Man bedient sich des Bd. IV, §. 40 beschriebenen Erdinductors [1]) (Fig. 196), einer flachen Spirale, welche um ihren verticalen oder ihren horizontalen Durchmesser gedreht werden kann. Wird sie im ersten Falle mit ihrer Ebene senkrecht gegen die horizontale Componente des Erdmagnetismus gestellt und dreht man sie plötzlich um 180°, so entsteht ein Inductionsstrom, den man durch die beiden Hälften der isolirten und in der Mitte getheilten Axe, bezw. durch zwei auf dieselbe aufgesetzte, am Rande amalgamirte und in Quecksilberrinnen tauchende oder an Kupferfedern schleifende kupferne Räder zu dem zu untersuchenden ballistischen Galvanometer ableiten kann.

Ist H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, F der von den Drahtwindungen des Inductors umspannte Flächenraum, n die Zahl

Fig. 196.



seiner Windungen, R der Widerstand des gesammten Kreises, so ist die inducirte elektromotorische Kraft gleich $2\,HF.n$, und der durch dieselbe hervorgerufene Ausschlag am Galvanometer $\alpha = const\, 2\,HFn/R$. — Bedingt ein momentaner Strom von n_1 Windungen und dem Flächenraum F_1, z. B. ein in einer Spirale erzeugter Inductionsstrom, im Galvanometer die Ablenkung α_1 und ist die elektromotorische Kraft desselben H_1, der Widerstand seiner Schliessung R_1, so ist $\alpha_1 = const\, H_1 F_1 n_1/R_1$, also

$$H_1 = 2\frac{\alpha_1}{\alpha}\frac{HFnR_1}{F_1 n_1 R}.$$

Ist die horizontale Componente H des Erdmagnetismus bekannt, so ist es mithin auch H_1.

[1]) Derselbe ist für magnetische Messungen nicht erst, wie Ewing (Magnetinduction, S. 60) angiebt, von Rowland (Phil. Mag. 46, 417, 1873), sondern bekanntlich schon sehr viel früher von W. Weber benutzt worden.

Bei Drehung des Inductors um die horizontale Axe aus der horizontalen Lage um 180° tritt an Stelle der horizontalen Componente des Erdmagnetismus die verticale.

Man kann auch auf die Mitte einer langen geraden Magnetisirungsspirale von n_1 Windungen pro Centimeter, deren mittlerer Querschnitt q_1 sei, eine mit dem ballistischen Galvanometer verbundene kurze Inductionsspirale von n_2 Windungen bringen, einen Strom von bekannter absoluter Intensität i in C.-G.-S.-Einheiten durch die primäre Spirale leiten und die Ablenkung α des ballistischen Galvanometers beim plötzlichen Oeffnen des primären Stromes messen. Ist R der Widerstand des Schliessungskreises der secundären Spirale, so entspricht der Ausschlag α der in dem Inductionsstrome bewegten Elektricitätsmenge gleich

$$4\pi i n q n_1 / R \text{ [1]},$$

womit man die Ausschläge durch andere momentane Ströme vergleichen kann (vergl. auch §. 368).

Wir erwähnen schliesslich die folgende, von v. Feilitzsch[2]) angegebene Methode zur Messung der absoluten Intensität eines Stromes. 413

Man stellt eine kleine Magnetnadel m auf die Mitte eines horizontalen Lineals AB, welches senkrecht gegen den magnetischen Meridian gerichtet ist. Den zu untersuchenden Strom leitet man durch eine Spirale S, welche man auf das Lineal so legt, dass ihre Axe dem Lineal parallel wird und sie so die Magnetnadel ablenkt. Nun schiebt man einen Magnetstab ns von bekanntem magnetischen Moment von der anderen Seite auf dem Lineal gegen die Magnetnadel hin, bis sie wieder im magnetischen Meridian steht.

Ist die Intensität des Stromes in der Spirale I, der von ihren Windungen umschlossene Flächenraum F, die Länge der Spirale $2l$, so ist sie, wenn ihre Windungen eng sind, annähernd gleichwerthig mit einem Magnete von gleicher Länge, dessen Moment durch den Werth FI dargestellt ist. Ist der Abstand der Pole des Magnetes, welcher die Wirkung der Spirale compensirt, gleich $2L$, sein magnetisches Moment gleich M, sind die Abstände der Mitten der Spirale und des Magnetes von dem Mittelpunkte der kleinen Magnetnadel a und A, so ist der an den Polen des Magnetes angehäufte Magnetismus $M/2L$, und wir haben die Gleichung:

$$\frac{M}{2L}\left(\frac{1}{(A+L)^2} - \frac{1}{(A-L)^2}\right) = \frac{FI}{2l}\left(\frac{1}{(a+l)^2} - \frac{1}{(a-l)^2}\right),$$

wobei wir annehmen müssen, dass der Magnet so weit von der kleinen Magnetnadel entfernt ist, dass wir seine Wirkung auf letztere in seinen Polen concentrirt denken können.

---

[1]) Sir W. Thomson, siehe Ewing, Magnetische Induction, §. 58. — [2]) v. Feilitzsch, Pogg. Ann. 78, 21, 1849; 79, 564, 1850.

Ist M in elektromagnetischem Maasse bestimmt, F in Flächeneinheiten gemessen, so erhält man aus dieser Gleichung auch I in elektromagnetischem Maasse. — Es ist indess zu beachten, dass der Abstand $2L$ der Pole des Magnetes etwas kleiner ist, als seine ganze Länge, so dass dieser Abstand erst besonders bestimmt werden muss, was mit einigen Schwierigkeiten verbunden ist. Dieser Umstand bringt eine Ungenauigkeit mit sich, die sich zu den übrigen Fehlern der vier Längenmessungen von L, l, A und a addirt. Das magnetische Moment M des Magnetstabes kann sich mit der Zeit ändern; es muss daher vor jeder Versuchsreihe, z. B. durch Beobachtung der Schwingungsdauer, von Neuem bestimmt werden. Wegen dieser Unbequemlichkeit möchte diese sonst recht einfache Methode wohl nur in einzelnen Fällen die oben erwähnten Methoden verdrängen.

414 Die Aichung der wesentlich für praktische Zwecke dienenden Voltmeter kann einfach durch Hindurchleiten der Ströme von Ketten von verschiedener, in Volts bekannter elektromotorischer Kraft (1 bis n Daniell- oder Clark-Elemente) geschehen, wobei man meist die ausser dem Voltmeter in der Schliessung befindlichen Widerstände vernachlässigt.

415 Mit dem Voltmeter kann man auch die von einem elektrischen Strome in einem Theile eines Schliessungskreises durch Wechselströme geleistete Arbeit bestimmen.

Man verbindet die Enden dieses Theiles mit einem Voltmeter, dessen Widerstand gegen den des ersteren sehr gross ist. Ist die Intensität des Stromes in der Schliessung I, der Widerstand des betrachteten Theiles R, und die in demselben mittelst des Voltmeters in absolutem Maasse gemessene elektromotorische Kraft E, so ist die in Arbeitseinheiten ausgedrückte, in der Zeiteinheit darin erzeugte Wärme $W = I^2 R = I . E$.

Diese Arbeit ist in Ergs gegeben, von denen g Ergs = 1 Grammcentimeter sind, wo $g = 981$ cm. Auch kann sie in absolutem Maasse für je eine Secunde in Watts (1 Watt = 1 Volt-Ampère = 10^7 Ergs pro Secunde = 0,1019 Meterkilogrammen) ausgedrückt werden.

416 Zur Messung der Stromarbeit in einem Schliessungszweige ab kann man nach Ayrton und Sumpner[1]) ab hinter einander mit einem inductionsfreien Widerstand bc von r Ohm verbinden und misst mit dem Voltmeter nach einander die Potentialdifferenzen an den Enden von ab, von bc und von ac.

Sind nämlich v, v_1, v_2 die in einem gegebenen Moment zwischen a und c, a und b und b und c vorhandenen Spannungen, so ist $v = v_1 + v_2$

[1]) Ayrton und Sumpner, Proc. Roy. Soc. London 49, 424, 1891; Beibl. 16, 36; siehe auch Buti, Atti Accad. Ponteficia dei Nuovi Lincei 44, 252, 1891; Beibl. 17, 142.

und die Stromstärke $i = v_2/r$, also die Arbeit in ab $w = i v_1 = v_1 v_2/r$, oder, da $v^2 = v_1^2 + 2 v_1 v_2 + v_2^2$ ist,

$$w = \frac{1}{2r}(v^2 - v_1^2 - v_2^2).$$

Während der Zeit T seien die Spannungen im Mittel V, V_1, V_2; dann ist die gesammte Arbeit

$$W = \int_0^T w\,dt = \frac{T}{2r}(V^2 - V_1^2 - V_2^2).$$

Drittes Capitel.

Gesetze der Magnete und Elektromagnete.

I. Verschiedene Formen der Magnete und Elektromagnete.

417 Bei der Untersuchung der Abhängigkeit der Momente der Magnete und Elektromagnete oder der Vertheilung des freien Magnetismus in ihnen von der Intensität und Anordnung der auf sie wirkenden magnetisirenden Kräfte und von ihrer Gestalt hat man ihre verschiedenen Formen zu beachten. — Wir wollen in dieser Beziehung zwei Gruppen von Magneten unterscheiden:

1. Die Magnete, deren Axe nicht eine in sich zurücklaufende geschlossene Curve bildet.

Zu diesen Magneten gehören die Stäbe, welche durch irgend eine Kraft, sei es durch Herumleiten eines galvanischen Stromes oder durch den Einfluss des Erdmagnetismus oder durch Streichen mit einem anderen Magnete, temporär oder permanent magnetisirt werden. Sie können geradlinig oder auch in beliebige andere Formen, z. B. Hufeisenform, gebogen sein.

2. Die Magnete, deren Axe eine in sich zurücklaufende geschlossene Curve bildet.

Es sind dies in sich geschlossene Ringe oder die vielfach abgeänderten Formen der Magnete, deren Grundtypus ein Hufeisen ist, gegen dessen Endflächen ein weicher Eisenstab als Anker gelegt wird, und die namentlich zur Hervorbringung von Anziehungserscheinungen gegen den Anker benutzt werden.

Bei den Elektromagneten muss man bei Anwendung einer galvanischen Säule die Länge und Dicke des um den Eisenkern gewundenen Drahtes bei gleichem Metallgewicht so wählen, dass die magnetisirende Wirkung des Stromes ein Maximum wird. Dies geschieht, wenn der

Widerstand der um die Schenkel des Elektromagnetes gelegten Windungen gleich dem der Säule und der übrigen Drahtleitung ist (vergleiche die §. 366 ausgeführte Rechnung).

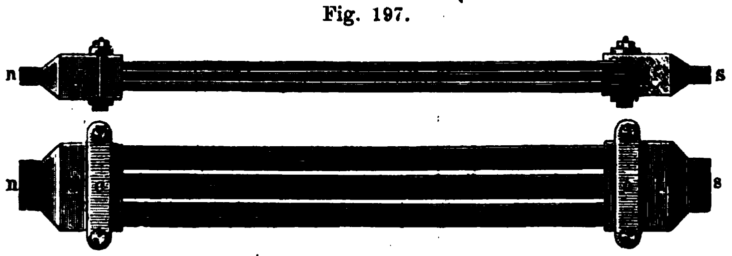
Von diesen Magneten wollen wir hier nur einige der wichtigeren aufführen. 418

Die permanent magnetisirten Stahlmagnete erhalten entweder eine parallelepipedische Form oder sie werden, wie die auf einer Spitze schwebenden Magnetnadeln, gegen die Enden hin zugespitzt.

Will man das Moment verstärken, so legt man mehrere solcher Magnete in paralleler Lage auf einander und vereint sie durch herumgelegte Messingbänder.

Da die neben einander liegenden Magnete auf einander temporär magnetisirend wirken, und zwar im entgegengesetzten Sinne, wie sie ursprünglich magnetisirt sind, so schwächen sie sich hierdurch gegenseitig.

Fig. 197.



Deshalb trennt man die einzelnen auf einander liegenden Magnetlamellen durch dünne Messingblechstreifen. Auf diese Weise legt man z. B. dünne, breite, stark magnetisirte Uhrfedern mit Messingstreifen zusammen und erhält so Magnete, die eine drei- bis vierfache Tragkraft besitzen, wie gleich schwere massive Stahlmagnete.

Auch kann man die Magnetlamellen so anordnen, dass ihre Pole treppenartig über einander liegen. Dann verstärken die weiter zurückliegenden Lamellen den Magnetismus der weiter vorliegenden, indem sie die an den Enden der letzteren liegenden Molecüle durch ihre Einwirkung noch stärker in die magnetischen Lagen richten, als sie für sich gerichtet waren.

Auch lässt man wohl die einzelnen Lamellen nach Coulomb's [1]) Angabe in vorn angesetzte Schuhe von weichem Eisen enden, die dann während der Berührung mit den permanent magnetisirten Lamellen in gleichem Sinne temporären Magnetismus annehmen (Fig. 197).

Häufig bewahrt man permanent magnetisirte Stahlstäbe auf, indem man je zwei derselben in entgegengesetzter Lage neben einander legt

---

[1]) Weitere Angaben siehe Gehler's Wörterbuch, 6 [2], 1836 und Lamont, Magnetismus, 1867.

und ihre Enden mit weichen Eisenstäben verbindet. Dadurch werden letztere temporär magnetisch und steigern wiederum die Magnetismen der Stahlstäbe, Fig. 198. Man nennt ein solches Magnetsystem ein magnetisches Magazin.

419 Auch in Hufeisenform werden die Stahlmagnete gebildet, sei es, dass sie aus einer oder aus mehreren, wie bei den geraden Magnetstäben, meist treppenartig über einander liegenden Lamellen, Fig. 199, bestehen.

Fig. 198.

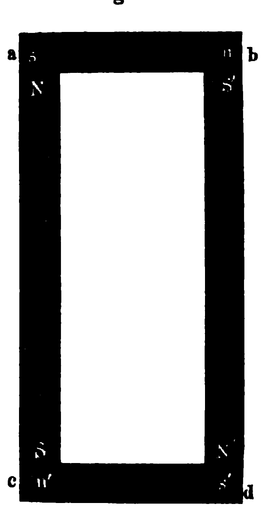


Fig. 199.



420 Sehr starke permanente Magnete hat Jamin[1]) aus einer grossen Anzahl dünner Lamellen hergestellt. Er befestigt zwei Eisenklötze, „die Armaturen", von je 16 kg Gewicht, 11 cm Breite und 20 mm Dicke neben einander in einem Abstande von 12 cm durch Kupferbügel, so dass sie ihre horizontalen Flächen nach unten kehren. Auf der äusseren Seite erhalten sie einen nach oben dünner werdenden Fortsatz. An die Armaturen wird unten ein 13 kg schwerer, parallelepipedischer Anker gelegt. Zwischen die Armaturen wird eine 1,20 m lange, elastische, U-förmig gebogene Stahlplatte gebracht und von aussen festgeschraubt. In dieselbe werden ähnliche, U-förmig gebogene, zum Maximum magnetisirte Lamellen eingelegt, die sich unten auf die Armaturen stützen. Hierbei betrug die Tragkraft F vor und F_1 nach dem ersten Abreissen des Ankers bei verschiedener Zahl n der Lamellen:

n	20	30	40	45	50	55
F	175	316	460	558	600	680 kg
F_1	154	280	376	460	475	495 kg

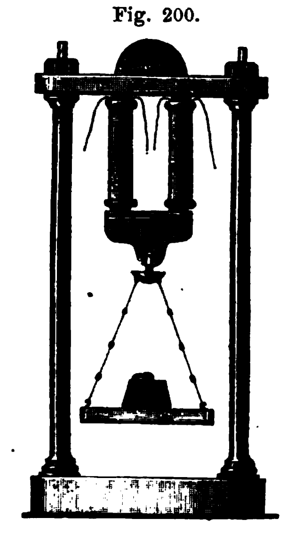
[1]) Jamin, Compt. rend. 76, 1153; 77, 305, 1873; auch Carl's Rep. 9, 253.

Bis zur Anwendung von 40 bis 55 Lamellen wächst noch die Tragkraft F, während F_1 schon nahezu constant bleibt. Dann erscheint freier Magnetismus auf der Oberfläche des Magnetes. Das Gewicht des Magnetes bei 45 Lamellen beträgt 46 kg. Die Tragkraft ist also sehr bedeutend. Sie kann bis auf das 20 fache des Gewichtes der Magnete gesteigert werden.

Die Magnete von Jamin ändern ihre Kraft mit der Zeit nur wenig, selbst bei öfterem Abreissen des Ankers. Eher nimmt ihre Tragkraft ein wenig zu. Es ist gleichgültig, ob die Magnete beständig armirt bleiben oder nicht [1]).

421 Die Elektromagnete werden entweder aus geraden Stäben von weichem Eisen geformt, die in Drahtspiralen magnetisirt werden, durch welche ein Strom geleitet wird, oder sie werden ebenfalls hufeisenförmig gebogen.

Fig. 200.



Von einem gewöhnlichen hufeisenförmigen Elektromagneten von weichem Eisen giebt Fig. 200 ein Bild. Die Umwindungen des Hufeisens mit übersponnenem Kupferdraht müssen sorgfältig von dem Eisen isolirt sein. Solche Hufeisenelektromagnete sind zuerst von Brewster [2]) (im Jahre 1826) und Sturgeon [3]) hergestellt worden. Sie können eine sehr grosse Tragkraft zeigen. So trug schon der von Henry und Ten Eyk [4]) construirte Magnet von 59 Pfund (27 kg) Gewicht bis zu 2063 Pfund (935 kg).

Zuweilen umwindet man auch nur den einen Schenkel des Hufeisens mit der Spirale, wo er dann eine stärkere Polarität am Ende zeigt, als am anderen (die sogenannten „hinkenden“ Magnete) [5]).

422 Statt der Drahtspiralen kann man die Kerne der Elektromagnete auch mit einem Kupferband unter Zwischenlegung von Seiden- oder Baumwollzeug umwickeln [6]).

Um die Erhitzung und Verbrennung bei Anwendung sehr starker Ströme zu verhindern, überzieht Serrin [7]) die Eisenkerne mit einem hinlänglich dicken isolirenden Ueberzuge von Email und bildet die Spiralen aus Kupfercylindern, die durch einen spiralförmigen Schlitz zu einem flachen Spiralband ausgeschnitten sind. Selbst wenn es roth glüht,

---

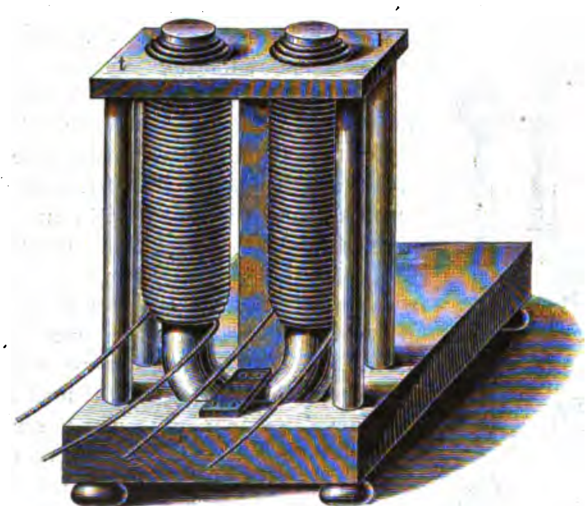
[1]) Sandoz, Compt. rend. 80, 1605, 1875. — [2]) Brewster, Edinb. Journ. of Science, Nr. 6, 210. — [3]) Sturgeon, Phil. Mag. 11, 194; Pogg. Ann. 24, 632, 1832. — [4]) Henry und Ten Eyk, Dove's Rep. 1, 271, 1837. — [5]) Du Moncel, Compt. rend. 45, 67, 1857. — [6]) Vergl. Dion, Lum. électr. 5, 178, 1881; Vicentini, Ann. del Ist. Tecnico di Torino 9, 1, 1893; Beibl. 7, 720. — [7]) Serrin, Compt. rend. 82, 1054, 1876.

bleibt die Isolirung vollkommen. Serrin nennt derartige Magnete „Électroaimants à spires méplates“.

423 Sehr grosse und kräftige Hufeisenelektromagnete hat man namentlich zur Anstellung der Versuche über den Diamagnetismus der Körper (siehe dieses Capitel) construirt.

Die einen dieser Hufeisenmagnete bestehen aus einem grossen, dicken, hufeisenförmig gekrümmten Eisenstab, Fig. 201, der in einem Gestell vertical mit seinen Endflächen nach oben aufgestellt wird, und dessen beide Schenkel mit Spiralen von übersponnenem Kupferdraht umgeben werden. Zweckmässig werden diese Spiralen auf Cylinder von Messing-

Fig. 201.



blech gewickelt, welche (zur Vermeidung von Inductionsströmen beim Schliessen und Oeffnen des durch die Spiralen geleiteten Stromes) an einer Seite aufgeschlitzt sind. Man kann dann die Spiralen von den Schenkeln des Magnetes entfernen und auch für sich benutzen.

Einen solchen Magnet hat u. A. Faraday [1]) angewandt, dessen Eisenkern 1,168 m lang und 9,5 cm dick war, und der so gebogen war, dass seine Polenden 15 cm von einander entfernt waren. Jeder Schenkel dieses Magnetes war mit einer Spirale von Kupferdraht von 40 cm Länge umgeben. Die Gesammtlänge des Drahtes auf beiden Spiralen betrug 159,8 m, die Dicke desselben 4 mm.

Bei grösseren Magneten dieser Art setzt man auch wohl auf ein parallelepipedisches Eisenstück zwei gut aufgeschliffene und angeschraubte, verticale, cylindrische Eisenstäbe und umgiebt jeden derselben mit je

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. 20, §. 2247, 1846.

zwei auf einander stehenden, abnehmbaren Spiralen, deren jede etwas weniger als die halbe Höhe der Eisencylinder hat und mit zwei oder vier parallel liegenden, mit Seide oder Baumwolle übersponnenen Kupferdrähten umwunden ist. Die Enden dieser Drähte sind an besonderen Klemmschrauben befestigt, die auf ein an den Spiralen angebrachtes Brett aufgesetzt sind. Man kann dann je nach der angewandten Elektricitätsquelle die Drähte der Spiralen beliebig neben oder hinter einander verbinden, so dass man das Maximum der magnetisirenden Wirkung erhält. —

Will man verschiedene Körper dem magnetischen Einfluss aussetzen, so legt man auf die Polflächen dieser Magnete vorn zugespitzte (Fig. 202) oder abgeflachte (Fig. 203) parallelepipedische Halbanker

Fig. 202. Fig. 203.



von weichem Eisen, die ihre Spitzen oder Endflächen einander zukehren, und bringt zwischen letztere jene Körper.

424 Sollen beim Oeffnen und Schliessen des Stromes keine Inductionsströme entstehen, so werden nach Aron zwischen die einzelnen Windungslagen in sich geschlossene Lagen von Blei-, Kupferblech oder Stanniol gelegt, oder geschlossene Einlagen zwischen die einzelnen Windungen, zwischen den isolirten Draht gewickelter blanker Kupferdraht gebracht. Auch werden die Hülsen der Rollen aus dickem, in sich geschlossenem Kupferblech hergestellt [1]).

425 Eine andere zweckmässige Einrichtung des Elektromagnetes ist von Ruhmkorff [2]) ausgeführt worden.

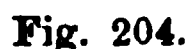
Auf einer Eisenplatte K, Fig. 204 (a. f. S.), lassen sich vermittelst zweier Schrauben die winkelförmigen Eisenstücke O und O' verschieben, in welchen oberhalb zwei horizontale (zweckmässig röhrenförmige) Eisencylinder befestigt sind, deren Axen in einer graden Linie liegen. Auf diese Cylinder werden Spiralen M, N von Kupferdraht geschoben, deren Leitungsdrähte zu dem Commutator H führen, welcher mit den Polen der Säule verbunden wird. In die Eisencylinder lassen sich an ihren einander gegenüberstehenden Enden abgeflachte oder halbrunde Eisen-

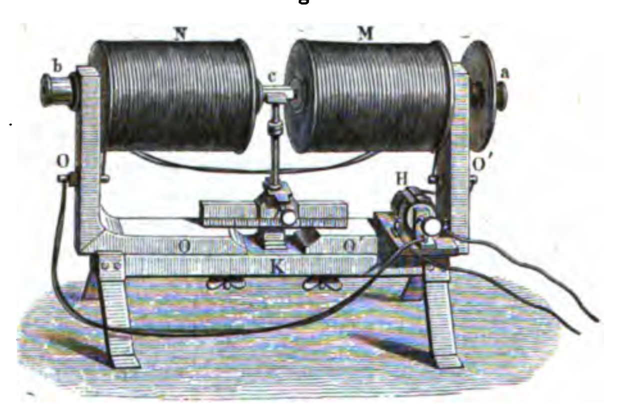
---

[1]) Aron, Polyt. Notizbl. 41, 35, 1886; Beibl. 10, 294. Papier- oder Kupferblätter zwischen den Schenkeln und der Bodenplatte vermindern den nach der Magnetisirung des Magnetes nach Auflegen der Anker zurückbleibenden remanenten Magnetismus, aber auch den Magnetismus während der Wirkung des magnetisirenden Stromes. Hecquet, Mondes 38, 733, 1875. — [2]) Ruhmkorff (nach französischer, später allgemeiner angenommener Schreibweise; eigentlich Rühmkorff), Compt. rend 23, 417 und 538, 1846. Siehe auch die Beschreibung eines grossen ringförmigen Elektromagnetes mit sorgfältiger Behandlung der einzelnen Bedingungen, auch der Selbstinduction u. s. f. von H. du Bois, Wied. Ann. 51, 537, 1894.

stücke als Halbanker einsetzen, welche man durch Schraubenvorrichtungen einander nähern und von einander entfernen kann. Zwischen diesen Halbankern werden die auf ihren Magnetismus zu untersuchenden Substanzen an Coconfäden aufgehängt oder auf ein hoch und nieder zu stellendes Tischchen *c* gelegt.

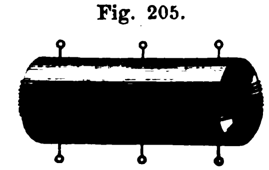
426 Man hat die Form der Hufeisenelektromagnete vielfach abgeändert, namentlich um ihre Tragkraft bei Anwendung gleicher magnetisirender Kräfte bedeutend zu erhöhen. So hat Joule [1]) eine 2,5 cm dicke, 55 cm lange und in der Mitte 30 cm breite, gegen die Enden bis zu einer Breite von 7,5 cm spitz zulaufende Eisenplatte so umgebogen, dass ihre Enden 30 cm aus einander standen. Diese Platte wurde mit etwa 100 kg Kupferdraht umwickelt. Jeder Quadratcentimeter ihrer Polflächen trug beim Hindurchleiten eines Stromes durch den Draht etwa 15 kg.


Fig. 204.



Ein anderer Magnet von Joule [2]) besteht, Fig. 205, aus einem massiven Cylinder von Eisen von etwa 7,14 cm Dicke und 20 bis 25 cm Länge, durch den der Länge nach ein Loch von etwa 2 bis 2,5 cm Weite gebohrt wird. Man zerschneidet diesen Cylinder der Länge nach so, dass der Schnitt durch das innere Loch in einer etwa 1,3 cm langen Sehne hindurchgeht. Beide Hälften werden auf einander geschliffen und erhalten Haken zum Aufhängen. Der grössere, als Elektromagnet dienende Theil wird der Länge nach mit Draht (21 Kupferdrähte von 1 mm Durchmesser neben einander) umwunden. Diese Magnete zeichnen sich durch eine grosse Tragkraft aus. Ein 6,8 kg schwerer Magnet trug im Maximum 920 kg. — Man kann diese Magnete auch aus einem der Länge nach zerschnittenen Büchsenlauf herstellen.

Fig. 205.

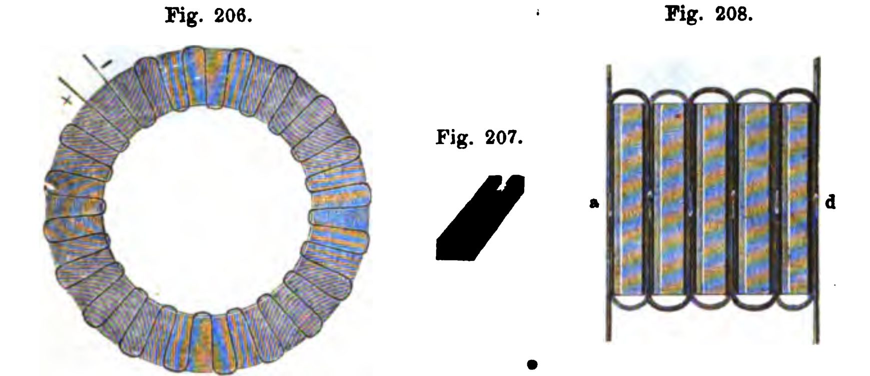


[1]) Joule, Phil. Mag. [4] 3, 32, 1852. — [2]) Joule, Annals of Electr. 5, 187; Pogg. Ann. 51, 371, 1840.

Durch eine Combination mehrerer solcher Magnete hat Joule noch stärkere Tragkräfte erhalten. Auf einen Messingring, Fig. 206, waren radial eine Anzahl rinnenförmiger Eisenstücke, Fig. 207, geschraubt, und schlangenförmig um dieselben feine Eisendrähte herumgelegt, durch welche der Strom geleitet wurde. Als Anker wurde eine ebenso grosse Messingplatte, wie die des Magnetes benutzt, auf welche, entsprechend den rinnenförmigen kleinen Magneten, parallelepipedische Eisenstücke geschraubt waren.

427 Abgeänderte Formen dieser Magnete, bei denen man namentlich eine grosse Tragkraft erzielen wollte, sind in grosser Zahl angegeben worden; so z. B. der Magnet von M. Roberts[1]), Figur 208, der aus einer mit parallelen Einschnitten versehenen Eisenplatte besteht, in welche die Drahtwindungen eingelegt sind, und gegen die eine zweite Platte als Anker gegenliegt; oder der Magnet von Radford, bei dem

Fig. 206. Fig. 207. Fig. 208.



eine kreisförmige Eisenplatte als Magnet benutzt wird, in welche eine Rinne in Form einer flachen Spirale eingegraben wird, in die ein Draht gelegt wird, der auch nachher um die Peripherie der Platte gewunden wird. Auch hier dient eine zweite Eisenplatte als Anker u. s. f.

428 Statt zweier Schenkel kann man einem Hufeisen auch drei und mehrere Schenkel geben und es aus einer beliebigen Anzahl von parallelen Eisenstäben bilden, welche alle neben einander auf eine Eisenplatte aufgeschraubt oder geschweisst sind und abwechselnd in entgegengesetzter Richtung mit Draht umwickelt werden. Wird dann der Strom durch letzteren geleitet, so erhalten die abwechselnden Schenkel entgegengesetzte Polarität (*Aimants bi-, tri- et multifurqués* von Niclès[2]). Auch hier kann man die Drahtwindungen auf einzelnen Schenkeln fortlassen oder sie verschieden vertheilen.

---

[1]) Roberts, Sturgeon's Ann. of El. **6**, 166, 1841; Radford, ibid. 231. —
[2]) Niclès, Institut. 8. Dec. 1852, Ann. de Chim. et de Phys. [2] **37**, 399,

429 Während bei diesen Magneten nur der innere Raum der Drahtspiralen einen Eisenkern umschliesst, haben Guillemin[1]) und Romershausen[2]) auch die äussere Fläche derselben mit einer Eisenhülle umgeben. Der so gebildete „Glockenmagnet“ Romershausen's, Fig. 209, besteht aus einem Cylinder von weichem Eisen von 9 mm Durchmesser und 85 mm Länge, der sich in einer Drahtspirale befindet. Letztere ist von einer genau passenden Eisenblechröhre von 2 mm Dicke umschlossen, deren eines Ende mit dem Ende des Eisencylinders in der Spirale durch eine aufgeschliffene Eisenplatte verbunden ist. Auch auf das andere Ende des Eisencylinders wird eine eben solche Platte als

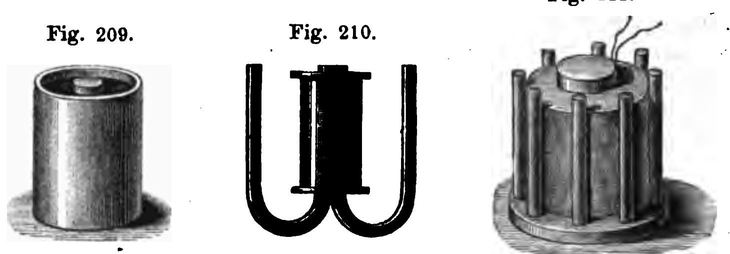


Fig. 209. Fig. 210. Fig. 211.

Anker gelegt. — Mit der Blechhülle trug der Eisenkern 64 mal mehr als ohne dieselbe.

Aehnliche Magnete aus mehreren in einander gefügten Eisenröhren, zwischen denen Spiralen mit nach aussen zunehmenden Windungszahlen gewickelt sind, sind von Camacho construirt[3]).

Bei diesen Magneten kann man nach Ncklès die äussere Hülle der Spirale auch durch eine Anzahl von zwei oder mehreren Eisenstäben,

1853, l. c., Les électro-aimants. Paris 1860. — Eine eigene Nomenclatur hat Nicklès für diese verschiedenen Sorten der Elektromagnete erfunden. Er nennt die Stabmagnete (électro-aimants à branches), wenn sie geradlinig oder hufeisenförmig, oder mit mehreren Schenkeln versehen sind: geradlinig, bifurqué, trifurqué, multifurqué; sind die Pole der ersten beiden Sorten gleich oder verschieden stark polarisirt, so heissen sie isodynam oder heterodynam; sind sie durch eine oder mehrere Spiralen erregt, mono-, di-, polyknem; sind die Spiralen abwechselnd in gleichem oder entgegengesetztem Sinne gewunden, entstehen also Folgepunkte oder nicht, so heissen die Magnete epallel oder enallel, wo im letzten Falle die Pole an den Enden wieder isonom oder antinom sein können, je nachdem die Zahl der Spiralen gerade oder ungerade ist. Bei den circulären und paracirculären Magneten (§. 430 u. 431) unterscheidet Nicklès mono-, di-, ossa-, esso-, pleokneme Magnete, je nachdem die Zahl der Magnetisirungsspiralen 1, 2, ebenso gross, kleiner oder grösser ist, als die der Scheiben, an deren Rändern die Pole entstehen. Auch hier können die Radmagnete wie die électro-aimants à branches epallel oder enallel, iso- oder heterodynam und an den Rändern uni- oder bipolar sein u. s. f. Auf diese Weise theilt Nicklès die Elektromagnete in 12 Familien, 38 Genera, 1 Subgenus (eine eiserne Schraube, in deren Gänge die Magnetisirungsspirale gewunden ist), 71 Arten, viele Varietäten u. s. f. ein.

[1]) Guillemin, Compt. rend. 22, 433, 1846. — [2]) Romershausen, Dingl. Journ. 120, 358, 1850. — [3]) Camacho, Compt. rend. 80, 382, 1875.

Fig. 210 und 211, ersetzen, welche rings um die Spirale gestellt und unterhalb zusammengeschweisst oder auf eine Eisenplatte geschraubt sind, die auch den inneren Eisenkern der Spirale trägt [1]).

Auch kann man zwei solche Röhrenmagnete auf einer massiven Eisenplatte befestigen und zu Hufeisenmagneten vereinen [2]).

430 Andere Formen sind die zuerst von W. Weber [3]) construirten Radmagnete oder circulären Magnete, welche im Wesentlichen aus einem Eisencylinder bestehen, in den eine oder mehrere peripherische Rinnen eingedreht sind, in welche Windungen von übersponnenem Kupferdraht eingelegt werden, Fig. 212 und 213. Die zu beiden Seiten

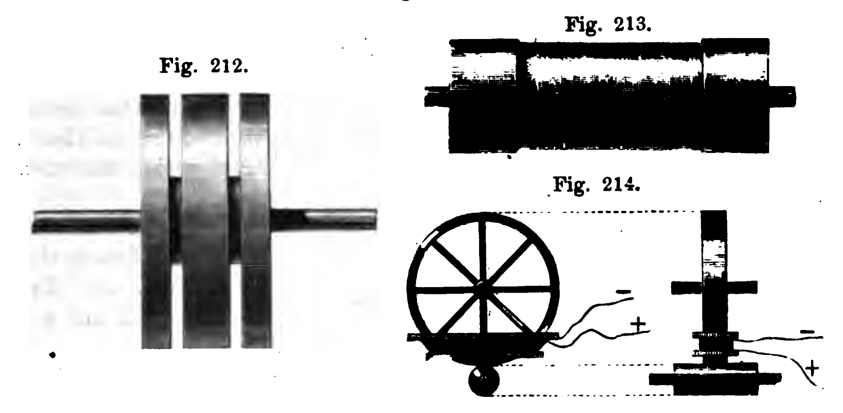


Fig. 212. Fig. 213. Fig. 214.

jeder Windungslage befindlichen peripherischen Stellen des Cylinders haben dann je nach der Richtung der Windungen entgegengesetzte Polarität und ziehen quer über sie gelegte Eisenschienen an.

431 In einer anderen Weise hat Nicklès [4]) diese Polarität hervorgebracht, indem er kreisförmige Eisenscheiben oder Räder, Fig. 214, die um eine Axe drehbar waren (wie z. B. die Räder der Eisenbahnwagen), durch eine Anzahl von Drahtwindungen hindurchgehen liess, welche in der Richtung von Sehnen zu den Eisenscheiben gewunden waren. Er konnte dadurch bewirken, dass die Scheiben an einem oder mehreren Punkten der Peripherie die entgegengesetzte Polarität zeigten, wie in ihrem Centrum. Auch wurden mehrere Eisenscheiben

---

[1]) Cance, Mondes 42, 495, 1877; Beibl. 1, 293. — [2]) Weitere Formen der Elektromagnete: Riccò, an einen Eisenkern wird eine lange Eisenplatte gelöthet und unter Zwischenlegen eines Papierstreifens um ihn herumgewickelt. Der Strom wird beiden Enden der Eisenplatte zugeführt. Cet. par. soll die Wirkung siebenmal grösser sein, als mit einem Kupferblech. Bullet. della Soc. di Sc. nat. ed economiche di Palermo 8. Oct., 1883. Ztschr. f. Instr.-Kunde 4, 405, 1884; Beibl. 8, 318; 9, 186. Hormann, ein beliebig gebogener Stromleiter wird spiralig mit einem Eisenband umwickelt. Centralbl. f. Elektrotechn. 12, 78, 1889; Beibl. 13, 1012. — [3]) W. Weber, Resultate 1840, S. 50. — [4]) Nicklès, Brévet d'invention 1851; Électroaimants. Paris 1860, S. 137.

auf eine gemeinsame Eisenaxe aufgesetzt und erhielten, indem sie alle durch ähnliche Drahtwindungen hindurchliefen, an ihren Peripherien entgegengesetzte Polaritäten. Sie zogen dann ebenfalls die Eisenschienen an, auf denen sie liefen (vgl. im Capitel magnetische Reibung). Nicklès nennt diese Magnete „paracirculäre Magnete".

II. Magnetisches Moment von Körpern, deren Axe keine in sich geschlossene Curve bildet.

A. Allgemeine Angaben.

432 Bei der Bestimmung des Magnetismus der Körper kann man untersuchen: 1) ihr Moment als Ganzes, 2) das Moment ihrer einzelnen Theile, 3) den an den einzelnen Stellen der Körper nach aussen wirkenden freien Magnetismus und im Anschluss daran 4) die Lage der Pole.

Diese einzelnen Data stehen in einfachen Beziehungen zu einander.

Wir betrachten zunächst einen linearen Eisenstab, auf dessen einzelne Theile der Länge nach gleiche magnetisirende Kräfte wirken. Dabei ändert sich das Moment der auf einander folgenden Theilchen nur allmählich, eine Umkehrung ihrer Polarität tritt nicht ein.

Wir können die einzelnen, um ihren Schwerpunkt gedrehten Molecularmagnete des Stabes in je zwei Componenten zerlegen, einmal in eine auf der Axe des Stabes normale, sodann in eine in die Axe des Stabes fallende. Die Wirkungen der ersteren Componenten nach aussen heben sich gegenseitig auf, da die Molecularmagnete nach allen Richtungen gedreht sind; die letzteren stellen kleine Magnete dar, deren Axen mit denen des Stabes zusammenfallen. Wir können uns diese Magnete so weit verlängert denken, dass ihre Enden einander berühren. Die in ihnen vorhandenen freien Magnetismen seien im gleichen Verhältniss vermindert; dann bleibt das Moment und die Wirkung nach aussen ungeändert (vgl. §. 262). — Würden wir nach der Theorie der Scheidung der magnetischen Fluida annehmen, dass die freien Magnetismen nur in der Richtung der Axe des Stabes in den überall gleich grossen Molecülen geschieden wären, so ergäbe sich diese Vertheilung direct. Für die Berechnung können wir diese Theorie, ohne sie anzunehmen, an Stelle der Theorie der gedrehten Molecularmagnete im Folgenden verwenden.

433 Die Länge der auf diese Weise in der Richtung der Axe einander berührenden verlängerten Molecularmagnete sei Δx.

Ist das Moment eines im Abstand x von der Mitte des Stabes gelegenen magnetischen Theilchens gleich m, das des folgenden um $x + \Delta x$

entfernten gleich $m + dm/dx . \Delta x$, so ist das Quantum der nach beiden Seiten in den Theilchen vertheilten magnetischen Fluida

$$\pm \frac{m}{\Delta x} \quad \text{und} \quad \pm \frac{m + \frac{dm}{dx} \Delta x}{\Delta x},$$

wo wir z. B. das Nordfluidum als positiv, das Südfluidum als negativ bezeichnen. An der Berührungsstelle beider Theilchen bleibt somit als Differenz beider das nach aussen wirkende Fluidum

$$\mu = -\frac{dm}{dx} \quad \text{. . . . . 1)}$$

Der freie Magnetismus ist also der Differentialquotient des magnetischen Momentes nach der der Axe des Stabes entsprechenden x-Axe[1]).

Besitzt der Stab eine seitliche Ausdehnung, so verhalten sich in einer senkrecht gegen seine Axe gelegten Ebene alle Molecüle in ähnlicher Weise, wie das mittlere; wenn auch die Quanta der in ihnen vertheilten Fluida mit ihrem Abstand von der Axe sich ändern. Es wird demnach allgemein in jedem Querschnitt des Stabes der freie nach aussen wirkende Magnetismus

$$\Sigma \mu = -\Sigma \frac{dm}{dx} = -\frac{d \Sigma m}{dx} \quad \text{. . . . . . . 2)}$$

Die Umstellung der Zeichen Σ und d ist gestattet, da die Summation von der Differentiation unabhängig ist.

Diese Formel ist für die ganze Länge des Stabes gültig. Nur an den Enden, wo die Wirkungen der freien Magnetismen nicht durch benachbarte entgegengesetzte Fluida zum Theil aufgehoben sind, tritt noch ein bestimmtes Quantum freien, nach aussen wirkenden Magnetismus auf.

434 Die freien Magnetismen an den Enden der einzelnen Molecularmagnete von der Länge Δx seien gleich $\pm \mu_1, \pm \mu_2 \ldots \pm \mu_n$, dann befinden sich an ihren Contactstellen in den folgenden Entfernungen e von der Mitte die freien Magnetismen $\Delta \mu$

$$e = {}^1/_2 \Delta x \qquad {}^3/_2 \Delta x \qquad {}^5/_2 \Delta x \cdots \frac{2n-3}{2} \Delta x \qquad \frac{2n-1}{2} \Delta x$$

$$\Delta \mu = \mu_1 - \mu_2 \qquad \mu_2 - \mu_3 \qquad \mu_3 - \mu_4 \qquad \mu_{n-1} - \mu_n \qquad \mu_n$$

Wirkt auf alle Elemente von aussen die gleiche Kraft in derselben Richtung, z. B. die horizontale Componente H des Erdmagnetismus, so ist das statische Moment der auf den Stab wirkenden Kräfte gleich

---

[1]) Vergl. van Rees, Pogg. Ann. 70, 15, 1847. Auch schon Poisson, Mém. de l'Acad. 5, 248 und 488, 2 Févr. et 27 Décbre. 1824.

$$D = 2H\cdot\frac{\Delta x}{2}\,[(\mu_1 - \mu_2) + 3(\mu_2 - \mu_3) + 5(\mu_3 - \mu_4)\ldots$$
$$+ (2n-3)(\mu_{n-1} - \mu_n) + (2n-1)\mu_n]$$
$$= 2H\Delta x(1/_2\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \cdots \mu_n) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 1)$$

Der Werth $2\Delta x\,(1/_2\mu_1 + \mu_2 + \cdots \mu_n)$ ist aber die Summe aller Momente der Elemente des Stabes.

Ist das gesammte Moment des Stabes M, so ist auch

$$D = HM.$$

Daraus folgt: das Moment eines Stabes ist gleich der Summe der Momente aller seiner einzelnen Theilchen.

435 Ferner ist der freie Magnetismus auf jeder Hälfte des Stabes

$$\pm(\mu_1 - \mu_2) + (\mu_2 - \mu_3) + \cdots (\mu_{n-1} - \mu_n) + \mu_n] = \pm\mu_1.$$

Der gesammte freie Magnetismus auf jeder Hälfte des Stabes ist also gleich dem freien Magnetismus seines mittelsten Theilchens [1]).

Derselbe Satz gilt, wenn wir von irgend einer anderen Stelle des Stabes ausgehen. Die Summe aller freien Magnetismen nach der einen oder anderen Seite dieser Stelle ist gleich der der freien Magnetismen des Molecüls, in welchem der Stab getheilt ist.

436 Denken wir uns die freien Magnetismen $\pm\mu$, beider Hälften des Stabes in zwei Punkten angehäuft, welche in solchen Entfernungen $\pm l$ von seiner Mitte liegen, dass das statische Moment bei Einwirkung einer aus unendlicher Entfernung auf beide Hälften des Stabes wirkenden Kraft, wie z. B. der horizontalen Componente des Erdmagnetismus H, das gleiche ist, wie vorher, so ist auch

$$D = 2Hl\mu_1 \quad \text{und} \quad l = \frac{M}{2\mu_1}.$$

Jene Punkte, die Angriffspunkte gleicher und paralleler Kräfte auf alle freien Magnetismen der einzelnen Hälften des Stabes sind die Pole derselben, der Abstand $2l$ der Pole von einander wird als Polabstand bezeichnet.

Ist das Moment des mittelsten Elementes des Magnetes $m_1 = \mu_1\Delta x$, so ist danach auch

$$l = \frac{M}{2m_1}\,\Delta x.$$

Der halbe Polabstand ist also gleich dem Moment des Magnetstabes, dividirt durch das Moment seines mittelsten Theilchens, multiplicirt mit der Länge desselben.

---

1) Vergleiche van Rees, l. c.

Wir verzeichnen die freien Magnetismen an den einzelnen Stellen des Stabes als Ordinaten, während die Axe des Stabes von der Mitte als Nullpunkt an gezählt als Abscissenaxe dient, wobei die nördlichen Magnetismen etwa positiv, die südlichen negativ gerechnet werden. Dann sind nach obiger Definition die Abscissen der Schwerpunkte der Flächen, welche die gesammten freien Magnetismen jeder einzelnen Hälfte des Stabes darstellen, die Abstände der Pole von der Mitte das Stabes. 437

Nach dieser Betrachtung können wir die Lage der Pole bei verschiedenen Vertheilungen der Momente des Stabes angeben.

1) Sind alle Elemente in der Richtung der Axe des Stabes gleich stark magnetisch, so findet sich kein freier Magnetismus auf seiner Oberfläche mit Ausnahme seiner Endflächen und es ist in §. 434 $\mu_1 = \mu_2 = \cdots \mu_n$, also $M = (2n - 1)\, \Delta x . \mu_1$. Wenn die Länge des Stabes gleich $2L$ ist, so ist $(2n - 1)\, \Delta x = 2L$, also 438

$$l = L.$$

Die Pole fallen mit den Enden des Stabes zusammen, und in ihnen ist der freie Magnetismus $\pm \mu_1$ angehäuft.

2) Sind die Elemente von der Mitte des Stabes gegen seine Enden hin in abnehmender Stärke magnetisirt, so ist $\mu_1 > \mu_2 > \mu_3 \ldots > \mu_n$, der Stab hat auf seiner ganzen einen Hälfte Nordmagnetismus, auf der anderen Südmagnetismus. Dann ist also auch $M < (2n - 1)\, \Delta x . \mu_1$, oder $M < 2L\mu_1$, daher auch

$$l < L.$$

Die Pole liegen innerhalb des Stabes und nähern sich seiner Mitte um so mehr, je stärker die Momente seiner Elemente von der Mitte gegen die Enden hin abfallen. Dieser Fall ist der gewöhnlichste, welcher z. B. bei regelmässig permanent magnetisirten Stahlstäben, bei Eisenstäben eintritt, welche ihrer Länge nach gleichförmig von einer relativ langen Magnetisirungsspirale umgeben sind.

3) Nehmen die Momente der Elemente von der Mitte des Stabes gegen seine Enden hin zu, so ist $\mu_1 < \mu_2 < \mu_3$ u. s. f. Der Stab hat auf seinem einen Ende freien Nordmagnetismus, auf der ganzen, diesem Ende zugekehrten Oberfläche freien Südmagnetismus und umgekehrt. Dann ist

$$M > (2n - 1)\, \Delta x . \mu_1 \quad \text{oder} \quad M_n > 2L\mu_1, \text{ also } l > L.$$

Die Pole sind ausserhalb des Stabes in seiner Verlängerung anzunehmen [1]).

[1]) Vergl. Lambert und Kupfer, Gehler's Wörterbuch **6** [2], 804. Lamont, Magnetismus, S. 297. Volpicelli, Compt. rend. **65**, 1197, 1867. Most, Pogg. Ann. **136**, 137, 1869.

439 Die Berechnung des Momentes verschieden gestalteter Körper gründet Poisson [1]) auf dieselben Betrachtungen, welche wir schon Theil II, §. 15 u. flgde. für die Berechnung der Elektrisirung dielektrisch polarisirter Körper ausgeführt haben. Wir wiederholen hier nur das für den vorliegenden Gegenstand Erforderliche.

Verschiedene Körper von gleicher Gestalt und Ausdehnung, aber von verschiedenem Stoff werden durch dieselbe Kraft ungleich stark magnetisch. Wir haben dies auf einen verschieden starken ursprünglichen Magnetismus der Molecularmagnete, bezw. eine verschieden starke Drehbarkeit derselben zurückgeführt. Poisson dagegen macht sich die Vorstellung, der Raum eines Körpers sei nicht vollständig von den magnetisirbaren Elementen erfüllt, welche in allen Stoffen einander gleich wären. Ist dann die Zahl k' das Verhältniss des Raumes, welchen jene Elemente an jeder Stelle einnehmen, zu dem Rauminhalt des Körpers daselbst, so wird bei gleicher magnetisirender Kraft unter sonst gleichen Verhältnissen das Moment des Körpers um so grösser, je mehr k', welches kleiner als Eins sein muss, dem Werthe Eins sich nähert.

440 Wir wollen ferner vorläufig annehmen, dass die in den Masseneinheiten erzeugten Momente den wirksamen Kräften entsprechen, also die mittleren Projectionen der durch diese Kräfte gedrehten Molecularmagnete auf die Richtung der Kräfte letzteren selbst proportional sind. Nach der Theorie der Scheidung der magnetischen Fluida in den Elementen würde dieser Satz besagen, dass die durch äussere magnetisirende Einflüsse in jedem Massenelemente geschiedenen Fluida nicht aus ihm heraustreten können, sich aber an seine Oberfläche begeben, und dass ihre Menge jenen Kräften proportional sind, so dass also keine Coercitivkraft der Magnetisirung hinderlich entgegentritt. Hiernach ist zunächst die Zahl k' von der Stärke der von aussen wirkenden magnetisirenden Kraft unabhängig angenommen. Wir wollen k' unter dieser Annahme durch die Zahl k ersetzen [2]). Dann erhalten wir ganz dieselben For-

[1]) Poisson, Mémoires de l'Académie 5, 248 u. 488, 2 Févr. et 27 Décbre. 1824; 6, 441, 1827. Auszug in Ann. de Chim. et de Phys. 25, 113 und 28, 1. Siehe ferner Green's Essay on the application of mathematical analysis to the theories of electricity and magnetism, Nottingham 1828; deutsch in Crelle's Journ. 47, 238. Auch Sir W. Thomson (Phil. Trans. 1851, 1, 243 und 269; Reprint of Papers, p. 340 bis 499) hat eine derartige Berechnung ausgeführt.

[2]) Eine andere empirische Definition für k als das Moment einer Kugel vom Radius Eins unter Einfluss der Kraft Eins siehe §. 467.

Wir führen noch eine weitere Reihe von Abhandlungen von wesentlich mathematischem Inhalt an. Da darin die noch nicht bis ins Einzelne bekannten mechanischen Verhältnisse der Magnete bei der Drehung ihrer Moleküle nicht völlig berücksichtigt werden können, so geben sie der Natur der Sache nach die Verhältnisse nur unter beschränkenden Bedingungen an und haben überwiegend mathematisches Interesse.

Beltrami, Physikalisch-mathematische Bemerkungen. Rend. del circ. math. di Palermo d. 1889; Beibl. 13, 963.

meln, wie wir sie Thl. II, §. 15 u. flgde. entwickelt haben, nur dass für die elektrischen Momente die magnetischen zu setzen sind [1]).

441 Wir haben schon Thl. II, §. 23 ausser der Constante k eine Constante ε eingeführt, die das elektrische Moment angiebt, welches durch die Kraft Eins in einem Raumelement von dem Volumen Eins erzeugt wird. Man pflegt die dieser Constante ganz analoge Constante, die Magnetisirungsfunction, welche von F. E. Neumann zuerst verwendet worden ist, im Gebiete des Magnetismus mit dem Buchstaben $\varkappa$ zu bezeichnen. Dann sind, ähnlich wie ε und k in Thl. II, §. 22, auch $\varkappa$ und k durch die Gleichung

$$4\pi\varkappa(1-k)=3k$$

mit einander verbunden.

Da k eine reine Zahl ist (§. 439 und 440), ist es auch $\varkappa$.

442 Dies ergiebt sich auch folgendermaassen: Nach §. 270 ist die Dimension des Momentes

$$Dim\,M = L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}$$

und der Stärke des Magnetfeldes (z. B. des Erdmagnetismus)

$$Dim\,H = L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}.$$

Die Feldstärke wird oft unrichtig als „magnetisirende Kraft" bezeichnet, deren Dimension indess $L.MT^{-2}$ wäre. Da die Dimension des Volumens $Dim\,V = L^3$ ist, so ist demnach die Dimension von $\varkappa$ gleich

$$Dim\,\varkappa = \frac{Dim\,M}{Dim\,H.Dim\,Vol} = \frac{L^{5/2}M^{1/2}T^{-1}}{L^3.L^{-1/2}M^{1/2}T^{-1}} = 1.$$

Beltrami, Betrachtungen über die mathematische Theorie des Magnetismus. Mem. di Bologna [5] 1, 409, 1891; auch N. Cim. [3] 30, 222; 31, 5, 209; 32, 50, 113.

L. Kusminski-Ledochowski, Wirkung eines gleichförmigen Feldes auf einen magnetischen Körper. Journ. de Phys. [2] 8, 319, 1889; Beibl. 14, 191. Das Moment AH wird der Feldstärke H proportional gesetzt. Zieht man von einem festen Punkte Vectoren parallel zur Feldrichtung und macht sie proportional $1/A$, so entsteht ein Ellipsoid der inducirten Momente, welches z. B. für einen Würfel in eine Kugel übergeht.

C. Neumann, Neue Sätze über das elektrostatische und das magnetische Potential. Ber. d. königl. sächs. Ges. d. Wissensch. 1890, S. 87; Beibl. 15, 587.

C. Neumann, Zur Theorie des Magnetismus. Ber. d. königl. sächs. Ges. d. Wissensch. 5, 429, 1893; Beibl. 18, 591. Die auf einen Magneten in einem Magnetfelde wirkenden Kräfte lassen sich in solche zerlegen, welche sich über das Volumen, und solche, welche sich über die Oberfläche vertheilen. Dieselben werden berechnet.

Duhem, Théorie nouvelle de l'aimantation par influence. Paris, Gauthier Villars et fils, 1888. Ann. de la faculté des Sciences de Toulouse.

[1]) Dem Zwecke des Werkes entsprechend, geben wir im Folgenden nur die Grundzüge der Methoden zur Berechnung des magnetischen Momentes der Körper. Da ohnehin die Magnetisirung nicht unter so einfachen Bedingungen geschieht, als den Rechnungen zu Grunde liegen, so haben die Resultate der letzteren doch nur eine relativ sehr beschränkte Gültigkeit.

443 Berechnungen von H. v. Helmholtz[1]) haben gezeigt, dass die Theorie des vertheilten Magnetismus von Poisson für starre Körper, für Flüssigkeiten in der Luft, ebenso für dielektrisch polarisirbare Körper richtig ist, wobei indess die Dichtigkeitsänderungen in Folge der Zugkräfte zu berücksichtigen sind. G. Kirchhoff[2]) hat diese Betrachtungen für feste Körper weiter geführt, bei denen die Dilatationen nach verschiedenen Richtungen verschieden sind.

444 Ausser diesen sind namentlich in England noch andere Betrachtungen über den Magnetismus der Körper angestellt worden, welche sich auf die Analogie zwischen dem dielektrischen und magnetischen Verhalten der Körper beziehen[3]).

Aus einem Magnet sei in der Richtung der Magnetisirung ein kleiner Hohlcylinder von der Länge 2λ und dem Radius r ausgeschnitten. Er sei so klein, dass an seiner Stelle der Magnetismus überall als gleichmässig vertheilt anzusehen ist. Dann ist der freie Magnetismus auf seiner Cylinderfläche Null und auf seinen Endflächen mit einer bestimmten Dichtigkeit $\pm \mathfrak{J}$ gleichmässig vertheilt. Man nennt sie die **Intensität**. Sie ist dem Moment der Volumeneinheit (1 ccm) numerisch gleich. Befindet sich in der Mitte des ausgehöhlten Cylinders ein Magnetpol von der Einheit des Magnetismus, so ist die Summe der von beiden Endflächen auf ihn in gleicher Richtung wirkenden Kräfte

$$R = 4\pi\mathfrak{J}\left(1 - \frac{\lambda}{\sqrt{r^2 + \lambda^2}}\right).$$

Je nachdem $\lambda >$ oder $< r$ ist, ergiebt sich bei der Entwickelung der Wurzel nach r/λ oder λ/r:

$$\lambda > r \qquad R_1 = 4\pi\mathfrak{J}\left(\frac{1}{2}\frac{r^2}{\lambda^2} - \frac{3}{8}\frac{r^4}{\lambda^4}\cdots\right)$$

$$r > \lambda \qquad R_{11} = 4\pi\mathfrak{J}\left(1 - \frac{\lambda}{r} + \frac{1}{2}\frac{\lambda^3}{r^3} - \cdots\right).$$

Ueber den Factor 4π vergl. Thl. I, §. 115.

Ist der Cylinder sehr lang, so ist $R_1 = 0$ zu setzen. Sind also die äusseren Kräfte $\mathfrak{H}$, ihre Componenten (d. h. die Differentiale des Potentials φ der äusseren freien Magnetismen auf den Pol nach den drei Axen) gleich α, β, γ, so wirken diese auf den Pol im Inneren desselben, wie wenn die Höhlung nicht existirte.

Ist aber der Cylinder sehr kurz, wird er z. B. durch einen schmalen transversalen Schnitt gebildet, so ist $R_{11} = 4\pi\mathfrak{J}$. Sind die Compo-

---

[1]) v. Helmholtz, Berl. Sitzungsber., 17. Febr. 1881. — [2]) G. Kirchhoff, Berl. Sitzungsber., 28. Febr. 1884. Wied. Ann. **24**, 52, 1885. — [3]) Sir W. Thomson, Reprint of Papers, p. 340 bis 492; Phil. Trans. 1851, **1**, 243; siehe für das folgende auch Maxwell, Treatise, 2. edit. **2**, 1 u. flgde.

nenten von $\mathfrak{J}$ nach den drei Axen gleich A, B, C, so sind die Componenten der gesammten, auf den Pol wirkenden Kräfte

$$a = \alpha + 4\pi A; \quad b = \beta + 4\pi B; \quad c = \gamma + 4\pi C.$$

Ist die Resultante von a, b, c gleich $\mathfrak{B}$, so folgt

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Stellen wir uns vor, dass das Medium, in welchem sich ein Magnetpol befindet, durch die auf den Pol wirkende magnetische Kraft magnetisch polarisirt ist, so befindet sich der Pol unter denselben Verhältnissen, wie in einer unendlich dünnen, planparallelen und auf der Richtung der magnetisirenden Kraft senkrechten Höhlung in dem magnetisirten Medium. Die Gleichungen 1) stellen dann die auf den Pol wirkenden Kräfte dar, welche Maxwell „die magnetische Induction" im Magnet nennt. Besser würde man sie, um Irrthümer zu vermeiden, magnetische Vertheilungskraft nennen. Bei schwächeren Magnetisirungen kann man

$$A = \varkappa\alpha, \quad B = \varkappa\beta, \quad C = \varkappa\gamma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

setzen. Der Werth $\varkappa$ ist der „Coëfficient des (inducirten) vertheilten Magnetismus. Sir W. Thomson (Lord Kelvin) bezeichnet ihn mit dem Namen „magnetic susceptibility".

Es werde ferner

$$1 + 4\pi\varkappa = \mu$$

gesetzt, wo μ die magnetische Inductions- (Vertheilungs-) Capacität des Mediums, bezw. seine Permeabilität (s. w. u.) ist.

Dieser Werth entspricht völlig dem Werthe, welcher in Bd. II, §. 30 Dielektricitätsconstante D des Mediums genannt worden ist. Dann folgt, wie in jenem Paragraphen

$$\mu = \frac{1 + 2k}{1 - k}, \quad k = \frac{\mu - 1}{\mu + 2}.$$

k ist eine reine Zahl, also auch μ. Bei ganz weichem Eisen ist etwa $\varkappa = 32$, also $k = 0{,}9926$, demnach nur etwas kleiner als 1, $\mu = 538{,}6$.

445 Schon Thl. I, §. 146 haben wir erwähnt, dass die Formeln des Wärmeflusses mit denen der elektrischen Anziehung parallel gehen. Daraus folgt unmittelbar, dass, wenn man die Leitfähigkeit eines Mediums für Wärme gleich μ setzt, auch im Gebiete des Magnetismus die Formeln der magnetischen Anziehungen in einem Medium, dessen magnetische Constante μ ist, mit denen des Wärmeflusses übereinstimmen.

Deshalb nennt Sir W. Thomson die Constante μ die „magnetic permeability" der Körper. — Es mag dahin gestellt bleiben, ob eine solche, zunächst nur aus einer Analogie der Formeln, nicht des Wesens der Sache herbeigeholte Nomenclatur zu empfehlen ist.

Die Bezeichnung der magnetischen Kräfte, wie sie durch α, β, γ und a, b, c ausgedrückt werden, nennt Sir W. Thomson die „polare" und die „eletromagnetische" Definition derselben.

446 Bei seinen Berechnungen des magnetischen Moments unterscheidet Sir W. Thomson die solenoidale und die lamellare Vertheilung des Magnetismus.

Ein magnetisches Solenoid ist ein unendlich dünner, beliebig gestalteter, longitudinal magnetisirter Faden, in dem die Intensität und Magnetisirung umgekehrt proportional dem Inhalt der normalen Querschnitte an verschiedenen Stellen ist.

Ein in dieser Weise magnetisirter, in sich geschlossener Ring ist ein geschlossenes magnetisches Solenoid.

Das Product aus Intensität und Querschnitt, welches demnach überall constant ist, ist die magnetische Stärke des Solenoids.

Ist in einer Richtung die magnetische Stärke in den Querschnitten nicht gleich, sondern wechselt von einer Stelle zur anderen, so kann man in derselben eine Anzahl verschieden langer und entsprechend magnetisirter Solenoide zusammen gelegt denken.

Ist ein beliebig gestalteter endlicher Magnet aus einer unendlichen Zahl von Solenoiden zusammengesetzt, welche entweder in seiner Oberfläche enden oder in sich geschlossen sind, so nennt man die Vertheilung solenoidal.

447 Die Wirkung eines magnetischen Solenoids nach aussen ist die gleiche, wie wenn an seinen Enden gleiche Mengen freien Nord- und Südmagnetismus angehäuft wären. Die Wirkung des Solenoids ist dabei unabhängig von seiner Form, nur abhängig von der Stärke und Lage seiner Endpunkte. Sind sie mit den freien Magnetismen $\pm m$ beladen, ist ihr Abstand von einem magnetischen Punkt mit der magnetischen Masse Eins bezw. r_1 und r_2, so ist die Potentialfunction des Solenoids auf denselben

$$V = m\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Ein in sich geschlossenes magnetisches Solenoid wirkt demnach nicht nach aussen.

Kann man einen Magnet in lauter Solenoide zerlegen, so ist wiederum der Magnetismus nur an der Oberfläche verbreitet. Sind die Componenten der Magnetisirung nach den drei Axen des Körpers an irgend einer Stelle, wie oben, A, B, C, so muss sein

$$\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} = 0.$$

Dies ist zugleich die Bedingung für die Möglichkeit, den Körper in magnetische Solenoide zu zerlegen.

Ist eine Linie in einem Körper nicht an allen Stellen gleich stark magnetisch, und denkt man sie aus einer Anzahl verschieden langer, entsprechend magnetisirter, über einander gelegter Solenoide zusammengesetzt, ist der freie Magnetismus an irgend einer Stelle der Linie dm, an ihren Enden m_1 und m_2, sind die Abstände jener Stelle und der Enden

von einem magnetischen Massenpunkt bezw. r, r_1, r_2, so ist, wenn ds ein Linienelement ist, das Potential auf jenen Punkt

$$V = \frac{m_1}{r_1} - \frac{m_2}{r_2} - \int \frac{1}{r} \frac{dm}{ds} ds.$$

Eine magnetische Lamelle ist eine unendlich dünne, beliebig gestaltete Schale, welche normal mit einer der Dicke der Schale umgekehrt proportionalen Intensität magnetisirt ist. 448

Ist die dem Product aus der Intensität und Dicke gleiche magnetische Stärke der Lamelle nicht überall dieselbe, so kann man sie aus verschieden grossen, an allen ihren Stellen je gleich stark magnetisirten Lamellen zusammengelegt denken.

Kann ein endlicher, beliebig gestalteter Magnet in eine unendliche Anzahl Lamellen zerlegt werden, die entweder in sich geschlossen oder von seiner Oberfläche begrenzt sind, so ist die Vertheilung lamellar.

Lässt sich der Magnet in gleicher Weise in complexe Lamellen zerlegen, so ist die Vertheilung complex lamellar.

Bei lamellarer Vertheilung ist, wie schon aus §. 203 hervorgeht, das Potential einer magnetischen Lamelle auf einen äusseren Punkt von der magnetischen Masseneinheit gleich ihrer Stärke ψ multiplicirt mit der Oeffnung ω des Kegels, dessen Spitze der betrachtete Punkt ist und dessen Kegelfläche durch die Begrenzungslinie der Lamelle hindurchgeht. Das Potential ist

$$V = \psi \omega.$$

Die Wirkung der Lamelle ist der eines sie umkreisenden Stromes äquivalent, sie ist unabhängig von ihrer Gestalt und nur durch ihre Grenzlinie bedingt.

Eine geschlossene magnetische Lamelle übt nach aussen keine Wirkung aus.

Die Bedingung, dass ein Magnet in einzelne geschlossene, oder mit ihrem Umfang auf seiner Oberfläche liegende Lamellen zerlegt werden kann, ist, dass $A dx + B dy + C dz$ ein Differential einer Function von drei unabhängigen Variablen x, y, z ist, also

$$A = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \qquad B = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \qquad C = \frac{\partial \varphi}{\partial z}.$$

Bei Elimination von φ erhält man als Bedingungsgleichungen

$$\frac{\partial B}{dz} - \frac{\partial C}{dy} = 0; \qquad \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial z} = 0; \qquad \frac{\partial A}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial x} = 0.$$

Soll die Vertheilung complex lamellar sein, so muss sein

$$A\left(\frac{\partial C}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial z}\right) + B\left(\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\partial C}{\partial x}\right) + C\left(\frac{\partial B}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial y}\right) = 0.$$

449 In Thl. II, §. 17 hatten wir das Potential eines elektrischen, bezw. magnetischen Körpers auf einen Punkt P gleich

$$Q = k \int (A \cos l' + B \cos m' + C \cos n') \frac{1}{r} d\omega'$$
$$- \int\int\int \frac{k}{r} \left(\frac{\partial A'}{\partial x'} + \frac{\partial B'}{\partial y'} + \frac{\partial C'}{\partial z'} \right) dx' dy' dz'$$

gefunden, wobei die Magnetisirungszahl k' constant gleich k gesetzt worden ist, $d\omega'$ das Oberflächenelement, r der Abstand des Punktes von einem Element $dx' dy' dz'$ des Körpers, A', B', C' die auf das Element nach den drei Axen wirkenden Kräfte, l', m', n' die Winkel zwischen der Normale auf $d\omega'$ und den Hauptaxen sind [1]).

Dann verschwindet, wenn die Vertheilung des Magnetismus nur solenoidal ist, das zweite Glied und es bleibt das Potential

$$Q = k \int (A \cos l' + B \cos m' + C \cos n') \frac{1}{r} d\omega.$$

Setzt man bei lamellarer Vertheilung $A = d\varphi/dx$ u. s. f., so ergiebt sich

$$Q = \int\int \varphi \left(\cos l' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dx'} + \cos m' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dy'} + \cos n' \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dz'} \right) d\omega' + 4\pi(\varphi),$$

wo (φ) der Werth φ für den betrachteten Punkt ist und das letzte Glied verschwindet, wenn $(\varphi) = 0$ ist, d. h. der Punkt ausserhalb des Körpers liegt. Ist ϑ der Winkel zwischen der Normale auf $d\omega'$ und r, so ist dieser Ausdruck

$$Q = \int\int\int \frac{1}{r^2} \varphi \cos\vartheta \, d\omega' + 4\pi(\varphi) = U + 4\pi(\varphi).$$

Die Werthe a, b, c in der Gleichung 1), §. 444, sind demnach in diesem Falle $a = -\partial U/\partial x$, $b = -\partial U/\partial y$, $c = -\partial U/\partial z$.

Aus den Entwickelungen des §. 24, Thl. II folgt dann unmittelbar, dass bei der Magnetisirung eines Körpers durch eine äussere Kraft die Vertheilung des Magnetismus zugleich solenoidal und lamellar ist, und nur auf der Oberfläche des Körpers eine Schicht von freiem Magnetismus ist.

Soll die Vertheilung zugleich lamellar und solenoidal sein, so muss endlich die Gleichung

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$$

erfüllt sein.

---

[1]) Um die Bezeichnungen mit den in englischen Abhandlungen üblichen in Uebereinstimmung zu bringen, haben wir die Werthe $\alpha' \beta' \gamma'$ des Bd. II, §. 17 durch A, B, C ersetzt.

450 Ist die Dichtigkeit der Schicht an einer Stelle der Oberfläche gleich $\sigma = -\partial \varphi / \partial n$, wo n ihre Normale ist, so ist das Potential auf einen äusseren Punkt

$$U = \int\int \frac{\sigma}{r} d\omega' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Sind die Werthe des Potentials innerhalb und ausserhalb der Oberfläche gleich U und U_1, sind die nach innen und aussen gerichteten Normalen auf dem Element σ derselben n und n_1, so folgt

$$U = U_1 \quad \text{und} \quad \frac{\partial U}{\partial n} + \frac{\partial U_1}{\partial n_1} = -4\pi\sigma = -4\pi \frac{\partial \varphi}{\partial n} \quad . \quad . \quad 2)$$

Entsprechend Thl. II, §. 23 sind die Kraftcomponenten $\alpha = \partial \varphi / \partial x = -\varkappa \partial (W + U) / \partial x$, wo W das Potential der äusseren magnetischen Körper, U das Potential des Magnetismus des Körpers selbst ist. Somit wird

$$(1 + 4\pi\varkappa) \frac{\partial U}{\partial n} + \frac{\partial U'}{\partial n_1} + 4\pi\varkappa \frac{\partial W}{\partial n} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

451 Dieselbe Formel folgt aus Gleichung 1) und 2) in §. 444. Ist P das Gesammtpotential der äusseren und inneren Magnetisirungen auf einen Punkt des Körpers, also $P = U + W$, so ist

$$a = \mu\alpha = -\mu \frac{\partial U}{\partial x} \text{ u. s. f.}$$

Ist die magnetische Permeabilität innerhalb und ausserhalb des Körpers μ und μ_1, so muss, damit die magnetische Vertheilung continuirlich sei, wenn P_1 las Potential aller Magnetismen auf einen äusseren Punkt ist, n und n_1 wie vorher die nach innen und aussen gerichteten Normalen des Oberflächenelementes sind:

$$\mu \frac{\partial P}{\partial n} + \mu_1 \frac{\partial P_1}{\partial n_1} = 0.$$

Befindet sich der magnetische Körper in der Luft, so ist $\mu_1 = 1$. Setzt man nun $P = U + W$, $P_1 = U_1 + W$, so erhält man die Gleichung 3) des vorigen Paragraphen. Um die Vertheilung des Magnetismus in einem Körper zu bestimmen, welcher äusseren magnetisirenden Kräften unterworfen ist, die dem Potential W entsprechen, sind also die Functionen U, U_1 zu suchen, welche den Gleichungen 2), sowie der Laplace'schen Gleichung für die Potentiale genügen und bezw. innerhalb und ausserhalb des Körpers continuirlich sind. Dabei muss für eine unendliche Entfernung $P_1 = 0$ werden.

452 Die magnetische Vertheilung in einem Körper durch äussere magnetisirende Kräfte lässt sich auch in Anschluss an die Methode von Murphy (vergl. Thl. I, §. 92) berechnen, indem das durch jene Kräfte an den einzelnen Stellen des Körpers direct inducirte Potential bestimmt wird, zunächst ohne Berücksichtigung der Wechselwirkung der Theil-

chen; dann die in jedem Theilchen durch die so hervorgerufene Magnetisirung erzeugte Vertheilung, wieder zunächst ohne Berücksichtigung der Wechselwirkung u. s. f. Das Resultat dieser successiv betrachteten Vertheilungen entspricht zuletzt der endlichen Vertheilung des Magnetismus [1]).

453 Die allgemeinen Formeln lassen die Berechnung der Momente nur für wenige einfache Formen der Magnete zu. Die Ableitung der für die einzelnen, speciellen Fälle gültigen Formeln der magnetischen Vertheilung aus denselben würde uns zu weit führen. Wir begnügen uns mit der Mittheilung einiger durch Versuche geprüfter Resultate, welche ein grösseres physikalisches Interesse haben.

Poisson hat die obigen Formeln angewandt, um die Vertheilung des Magnetismus in einer Hohlkugel zu entwickeln, welche sich in einem auf alle ihre Theile in gleicher Richtung und gleich stark wirkenden Magnetfelde, z. B. demjenigen des Erdmagnetismus, befindet. Die betreffenden Ausdrücke erhält er, indem er Polarcoordinaten einführt und φ in Kugelfunctionen entwickelt.

Es sei die Z-Axe die Richtung der magnetisirenden Kraft (die Richtung der Inclinationsnadel), die Intensität derselben sei H, der äussere und innere Radius der Hohlkugel sei a und b. Ein magnetischer Punkt vom Magnetismus m, z. B. der Pol P einer Magnetnadel, habe die Coordinaten x, y, z; sein Abstand vom Mittelpunkt der Kugel O, welcher als Anfangspunkt der Coordinaten dient, sei r. Ist dann der Winkelabstand zwischen r und der der Inclinationsrichtung parallel durch den Kugelmittelpunkt gezogenen Z-Axe gleich ϑ, der Winkelabstand der Projection von r auf die magnetische Aequatorialebene oder XY-Ebene von der durch O zum magnetischen Ostpunkt gezogenen X-Axe gleich ψ, so ist:

$$z = r\cos\vartheta, \qquad x = r\sin\vartheta\cos\psi, \qquad y = r\sin\vartheta\sin\psi.$$

Es ergeben sich die drei Componenten:

$$\begin{aligned} X &= -\frac{3H(a^3 - b^3)k(1+k)}{(1+k)a^3 - 2k^2b^3}\cdot\frac{a^3\cos\vartheta\sin\vartheta\cos\psi}{r^3} \\ Y &= -\frac{3H(a^3 - b^3)k(1+k)}{(1+k)a^3 - 2k^2b^3}\cdot\frac{a^3\cos\vartheta\sin\vartheta\cos\psi}{r^3} \qquad . \; . \; 1) \\ Z &= -H + \frac{H(a^3 - b^3)k(1+k)}{(1+k)a^3 - 2k^2b^3}\cdot\frac{a^3(1 - 3\cos^2\vartheta)}{r^3} \end{aligned}$$

[1]) Siehe Beer, Elektrostatik. — C. Neumann, Logarithmisches Potential. L. Weber, Zur Theorie der magnetischen Induction, Kiel 1877; Beibl. 2, 230. Correctionen hierzu s. Riecke, Wied. Ann. 13, 465, 1881. — Giuliani, Magnetisches Moment eines abgekürzten Kegels und eines dreiaxigen Ellipsoides. N. Cimento [3] 11, 139, 1882. — Ditte, Vertheilung auf Kugel und Hohlkugel. Osterprogramm des Realgymnasiums zu Elberfeld 1883. — Beltrami, Magnetisches Potential. N. Cimento [3] 11, 97, 1882. — Beltrami, Magnetische Schichten (Solenoide). Acta mathemat. [3] 2, 141, 1884; Beibl. 8, 394. — Beltrami, Ersatz der Magnete durch Ströme. Rend. Ist. Lomb. [2] 16, 431, 1883; Beibl. 7, 717.

Die Wirkung einer massiven Kugel auf einen äusseren Punkt folgt, wenn man in diesen Gleichungen $b = 0$ setzt. Wäre $k = 1$, so würden die Wirkungen der Hohlkugel und der massiven Kugel auf einen äusseren Punkt gleich sein.

454 Liegt also ein Pol P vom Magnetismus μ in der Richtung Z der erdmagnetischen Kraft H, so ist die auf ihn von der massiven Kugel vom Radius a aus (nach Abzug der Kraft H selbst) wirkende Kraft

$$K = -\frac{2Ha^3}{r^3}k\mu.$$

Ein kleiner Magnet vom Moment M wirkt aber auf einen magnetischen Punkt μ, welcher in der Richtung seiner Axe von seinem Mittelpunkt um r absteht, mit der Kraft $-2M\mu/r^3$. Die Kugel wirkt also wie ein Magnet vom Moment $M = a^3kH$. Ist $a = 1$, $H = 1$, so ist $M = k$.

Die Magnetisirungszahl k ist also numerisch gleich dem magnetischen Moment einer kleinen Kugel vom Radius Eins, welche in einem Magnetfelde von der Stärke Eins magnetisirt ist.

455 Es hat keine Schwierigkeit, aus den Gleichungen des vorigen Paragraphen die Wirkung einer durch den Erdmagnetismus magnetisirten massiven Kugel auf die Pole einer horizontal schwingenden kleinen Magnetnadel abzuleiten und ihre Ablenkung zu bestimmen. Die Tangente derselben ist bei grösseren Entfernungen r der Nadel von der Kugel proportional a^3/r^3 und proportional k. Sie ist im magnetischen Meridian selbst Null, und gleich weit östlich und westlich von demselben gleich und entgegengesetzt.

Für einen Punkt im Inneren einer Hohlkugel sind X und $Y = 0$. Die Kraft Z ist unabhängig von der Lage des Punktes, und zwar

$$Z = -\frac{H(1 + k - 2k^2)a^3}{(1 + k)a^3 - 2k^2b^3}.$$

Eine Magnetnadel von so geringem Magnetismus, dass sie, in das Innere einer Hohlkugel von Eisen gebracht, deren Magnetismus durch ihre Einwirkung nicht ändern würde, ändert darin also nur ihre Directionskraft, nicht aber ihre Richtung. Wäre $k = 1$, so würde $Z = 0$ und dann behielte die Nadel auch ihre Directionskraft und Schwingungsdauer in der Hohlkugel unverändert bei. Die Wirkung des Magnetismus der Hohlkugel auf dieselbe reducirte sich auf Null. Ihr Verhalten wäre dann ganz analog dem einer durch Influenz elektrisirten Hohlkugel, welche ebenfalls auf einen in ihrem Inneren gelegenen elektrisirten Punkt keine Anziehung- und Abstossungskräfte ausübt.

456 Dieses Verhältniss lässt sich auch auf anders gestaltete, geschlossene hohle Eisenkörper übertragen.

Bedeckt man daher eine auf einer Eisenplatte stehende Magnetnadel mit einer Eisenglocke oder mindestens mit einem dicken Eisenringe, so haben äussere magnetische Kräfte auf sie nur einen geringen Einfluss. Man kann so z. B. die Magnetnadeln von Galvanometern vor äusseren variablen magnetischen Einflüssen schützen.

Rotirt in ähnlicher Weise ein ∩-förmiger, unten in Quecksilber tauchender, vom Strome durchflossener Bügel (vgl. Bd. III, §. 171) unter Einfluss zweier, auf halber Höhe ihm in horizontaler Lage von entgegengesetzten Seiten genäherter gleichgerichteter Magnetstäbe, so hört die Rotation bei Ueberdecken des Bügels mit einem Cylinder von weichem Eisen auf[1]).

457 Eine Reihe von Versuchen von Barlow[2]), welche vor dem Erscheinen der Untersuchungen von Poisson angestellt worden sind, können über das magnetische Verhalten eiserner Kugeln Aufschluss geben.

Auf einem horizontalen Tisch von 1,5 m Durchmesser waren von der Mitte aus radiale Linien in Abständen von je 10 Grad gezogen. Der Tisch hatte in der Mitte einen Ausschnitt, durch welchen eine gusseiserne Kugel von 12,78 Zoll (32,45 cm) Durchmesser und 288 Pfund (107 kg) Gewicht vermittelst eines Rollensystems hinabgelassen werden konnte, so dass ihr Mittelpunkt sich in verschiedenen Höhen über oder unter der Ebene des Tisches befand. Auf die auf dem Tisch gezogenen Radien wurde ein sehr empfindlicher Compass gestellt und die Ablenkung seiner Nadel bestimmt[3]). Bei anderen Versuchen von Christie wurde das Mittel der Ablenkung von zwei Compassnadeln gemessen, welche sich auf zwei Radien befanden, die um gleich viel Grade nach Ost oder West gegen den nach Norden gezogenen Radius des Tisches geneigt waren.

Aus diesen Versuchen ergab sich u. a.:

1. Fiel der Mittelpunkt der Magnetnadel in die Ebenen zweier bestimmter grösster Kreise der Kugel, so zeigte die Nadel keine Ablenkung. Diese Ebenen sind die Ebene des magnetischen Meridians und die magnetische Aequatorialebene.

Ist die Nadel so klein, dass man die Entfernung ihrer Pole von ihrem Mittelpunkte P vernachlässigen kann, so ist im ersteren Falle in den Formeln 1 des §. 453 für diesen Mittelpunkt P der Winkel $\psi = 0$, also auch die Y-Componente $Y = 0$. Auf die Nadel wirkt dann der Magnetismus der Kugel nur in der Meridianebene (XZ-Ebene), und sie kann durch diese Kraft nicht abgelenkt werden. Liegt der Mittelpunkt P in der Aequatorialebene, so ist $\vartheta = 90^0$, und es bleibt

---

[1]) Oosting, Ztschr. f. phys. chem. Unterr. 2, 83, 1888; Beibl. 14, 194. — [2]) Barlow, An essay on magnetic attractions, London 1820; Gilb. Ann. 73, 1 u. flgde., 1823; auch Christie, ibid., 42. — [3]) Bei früheren Versuchen von Barlow stand der Compass in der Mitte des Tisches und die Kugel wurde um ihn herumgeführt.

nur die der Richtung der Inclination parallele Z-Componente übrig, welche gleichfalls die Nadel nicht ablenkt.

2. Befand sich der Mittelpunkt P der Nadel in einer bestimmten, durch den Mittelpunkt O der Kugel und die Z-Axe gelegten Ebene, und bildete die Verbindungslinie PO mit der durch O gelegten magnetischen Aequatorialebene verschiedene Winkel φ, die man mit dem Namen der magnetischen Breite des Punktes P bezeichnen könnte, so war die Tangente des Ablenkungswinkels α der Nadel bestimmt durch die Gleichung:

$$tg\,\alpha = const.\sin\varphi\cos\varphi$$

3. Wurde die Nadel in derselben magnetischen Breite belassen, aber in verschiedene Ebenen gebracht, welche durch die der Inclinationsrichtung parallel durch den Kugelmittelpunkt gezogene Z-Axe gelegt waren und mit der auf der Meridianebene senkrechten XZ-Ebene den Winkel ψ bildeten, so entsprach die Tangente des Ablenkungswinkels der Nadel dem Cosinus von ψ.

4. In verschiedenen Abständen von dem Mittelpunkte der Kugel verhielten sich die Tangenten der Ablenkungen der Nadel unter sonst gleichen Verhältnissen umgekehrt wie die dritten Potenzen der Abstände. Bei verschieden grossen Kugeln verhielten sie sich wie die Cuben der Durchmesser der Kugeln, also wie ihre Massen.

Kann man nämlich die auf die Nadel in der Ebene des magnetischen Meridians wirkenden Antheile der von der Kugel ausgehenden (Y und Z) Kräfte gegen die Kraft des Erdmagnetismus vernachlässigen, so wirkt auf die Nadel in dieser Ebene nur die constante horizontale Componente des Erdmagnetismus H. Senkrecht gegen diese Ebene wirkt die gleichfalls horizontale X-Componente der Wirkung der Kugel. Wird die Nadel durch diese Componente um den Winkel α abgelenkt, so ist sie im Gleichgewicht, wenn $X = H.tg\,\alpha$ ist.

Da nun aber nach den Formeln 1 des §. 453 der Winkel ϑ das Complement der magnetischen Breite φ ist, so ist auch

$$H.tg\,\alpha = X = const/r^3.\sin\varphi\cos\varphi\cos\psi,$$

also bei constantem ψ dem Werthe $\sin\varphi\cos\varphi$, bei constantem φ dem Werthe $\cos\psi$, bei constantem φ und ψ dem Werthe a^3/r^3 proportional.

Diese Resultate sind nur innerhalb gewisser Grenzen richtig, da die Länge der Nadel, ihre magnetisirende Rückwirkung auf die Eisenkugel, sowie auch die zur horizontalen Componente des Erdmagnetismus hinzukommenden Antheile der Y- und Z-Componente ihrer Wirkung auf die Nadel nicht ganz zu vernachlässigen sind.

5. Als endlich **Barlow** an Stelle der massiven Kugeln hohle Kugeln anwandte, fand er, dass die Ablenkungen der Nadel bei gleicher Lage dieselben blieben, so lange die Metalldicke der Hohlkugeln nicht unter 1,25 mm betrug.

Barlow schloss hieraus, dass der Magnetismus nur auf der Oberfläche der Körper concentrirt sei. Nach den vorhergehenden Betrachtungen ist dieses Resultat indess ein Beweis, dass die magnetische Constante k sehr nahe an dem Werthe Eins liegt, mit dem sie zusammenfallen würde, wenn die Wirkungen einer massiven und einer äusserst dünnen Hohlkugel völlig gleich wären. Es lässt sich berechnen, wenn man die Ablenkungen der Nadel der X-Componente in §. 453, Formel 1) proportional setzt, dass, selbst wenn die Ablenkungen auf $^2/_3$ herabsinken sollten, wenn man die massive Kugel durch eine gleich grosse Hohlkugel ersetzt, deren Metalldicke $^1/_{150}$ des Radius der massiven Kugel ist, doch der Werth k nur um $^1/_{50}$ kleiner wäre als Eins.

458 Poisson[1]) hat ferner die Magnetisirung eines Ellipsoides berechnet, wenn die magnetisirenden Kräfte auf alle seine Punkte gleichmässig und in gleicher Richtung, also wie von einem unendlich entfernten Punkt aus wirken. Eine anschaulichere Darstellung der Resultate ist von Beer[2]) in folgender Weise gegeben und von Plücker[3]) weiter ausgeführt worden. Sind A, B, C die Halbaxen des magnetischen Ellipsoides E, so construirt man ein Hülfsellipsoid, dessen Halbaxen $1/a$, $1/b$ und $1/c$ mit denen von E zusammenfallen, deren Längen durch die Gleichungen

$$\frac{1}{a^2} = 2\pi(1-k) + \frac{2k}{A^2}\int\limits_0^\pi d\vartheta \int\limits_0^\pi dv \frac{\frac{\sin^2\vartheta}{\varrho^2} - \frac{\cos^2\vartheta}{A^2}}{\left(\frac{\sin^2\vartheta}{\varrho^2} + \frac{\cos^2\vartheta}{A^2}\right)^2} \sin\vartheta \qquad 1)$$

worin

$$\frac{1}{\varrho^2} = \frac{\cos^2 v}{B^2} + \frac{\sin^2 v}{C^2}$$

gegeben sind. Die Werthe $1/b^2$ und $1/c^2$ erhält man durch Vertauschung von A mit B und C.

Es sei r der Radiusvector des Hülfsellipsoides in der Richtung der Verbindungslinie OZ seines Mittelpunktes O mit dem Punkte Z. Derselbe schneide die Oberfläche des Ellipsoides in den Punkten M und M_1. Man legt in M und M_1 an das Ellipsoid Tangentialebenen und fällt von dem Mittelpunkte Lothe OP, OP_1 auf dieselben, deren Länge gleich p sei. Der Winkel zwischen p und r sei gleich ξ. Man denke sich nun das Hülfsellipsoid auf der Linie OZ um die Länge $\pm 1/rp$ verschoben, und bezeichne es in diesen Lagen mit E_1 und E_2. Denkt man sich das Ellipsoid E_1 mit dem dem Magnetismus von Z entgegengesetzten magnetischen Fluidum, E_2 mit dem demselben gleichartigen Fluidum in

[1]) Poisson, Théorie, S. 333; Mém. de l'Acad. 6, 441, 1827. — [2]) Beer, Pogg. Ann. 94, 192, 1855. — [3]) Plücker, Phil. Trans. 1858, 2, 555. Auch namentlich Lipschitz, Determinatio status magnetici viribus inducentibus commoti in ellipsoide; Dissertation, Berlin 1853. Vergl. auch Lipschitz, Journ. für reine und angewandte Mathematik 58, 1, 1859.

gleicher Dichtigkeit erfüllt, so bleiben auf den zwischen E_1 und E_2 liegenden Räumen Schichten übrig, welche bezw. mit nördlichem und südlichem Fluidum erfüllt sind. Diese Schichten stellen die Wirkung des Magnetismus des Ellipsoides E dar. — Setzt man in den Formeln $k = 1$, so gelten sie auch für die elektrische Vertheilung. — Das vom Punkt Z auf das Ellipsoid ausgeübte, in der Ebene OPM wirkende Drehungsmoment, welches dasselbe um eine auf OPM senkrechte Axe OR dreht, ist

$$\frac{2\varphi \sin \xi}{pr} = \frac{2\varphi\, tg\, \xi}{r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

wo φ die vom Punkte Z auf die mit magnetischen Fluidis erfüllten Ellipsoide E_1 und E_2 ausgeübte Anziehungs- und Abstossungswirkung bezeichnet. Die Linien OR und OM sind conjugirte Axen des Ellipsoides. Liegt die Linie OMZ in der Horizontalebene und kann sich das Ellipsoid nur um die verticale Axe drehen, so ist das Drehungsmoment

$$\frac{2\varphi\, tg\, \xi^1}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

wo ξ^1 der von OM und der Projection von OP auf die Horizontalebene gebildete Winkel ist. Das Ellipsoid ist im Gleichgewichte, wenn $tg\, \xi^1 = 0$ ist, d. i. wenn eine der beiden Axen des durch den Mittelpunkt des Ellipsoides gelegten, in der Horizontalebene liegenden elliptischen Durchschnittes des Hülfsellipsoides mit der Richtung OZ zusammenfällt. Bei magnetischen Substanzen ist das Gleichgewicht stabil, wenn diese Axe die längere ist (bei diamagnetischen die kürzere).

Ist der horizontale Durchschnitt des Hülfsellipsoides einer seiner beiden Kreisschnitte, so ist es in allen Lagen im Gleichgewicht. Man kann die auf diesen Kreisschnitten senkrechten Durchmesser des Hülfsellipsoides mit dem Namen der magnetischen Axen des Ellipsoides bezeichnen; der Winkel zwischen ihnen sei 2ω.

Die Ausdrücke für die Lage der magnetischen Axen sind analog den für die Lage der optischen Axen in Krystallen abzuleitenden Formeln.

Hängt man das Ellipsoid E so auf, dass eine seiner drei Hauptaxen A, B, C sich in verticaler Lage befindet, während die magnetisirende Kraft in horizontaler Richtung wirkt, und bezeichnet die Zeiten einer Schwingung des Ellipsoides bezw. mit ϑ_a, ϑ_b, ϑ_c, so sind sie durch die Gleichung verknüpft: 459

$$\frac{A^2 + B^2}{\vartheta_c^2} + \frac{B^2 + C^2}{\vartheta_b^2} - \frac{A^2 + C^2}{\vartheta_a^2} = 0 \quad \ldots\ldots \quad 4)$$

und

$$\frac{\vartheta_b^2}{\vartheta_c^2} = \frac{A^2 + C^2}{A^2 + B^2} \cos^2 \omega, \qquad \frac{\vartheta_b^2}{\vartheta_a^2} = \frac{A^2 + C^2}{B^2 + C^2} \sin^2 \omega,$$

$$\frac{\vartheta_c^2}{\vartheta_a^2} = \frac{A^2 + B^2}{B^2 + C^2}\, tg^2\, \omega \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

Schwingt das Ellipsoid um eine verticale Axe, welche mit den magnetischen Axen die Winkel ψ und ψ^1 bildet, in Bezug auf welche das Trägheitsmoment K ist, während es in Bezug auf die mittlere Axe B gleich K_b ist, so ergiebt sich die Schwingungsdauer ϑ aus der Gleichung:

$$\frac{\vartheta_b^2}{\vartheta^2} = \frac{K_b^2}{K^2} \cdot \sin\psi \sin\psi^1.$$

460 Die experimentelle Prüfung dieser Formeln hat Plücker mit zwei ungleichaxigen Ellipsoiden von weichem Eisen vorgenommen, deren Axen $A : B : C$ im Verhältniss von $\sqrt{400} : \sqrt{160} : \sqrt{100}$ standen, so dass ihre Kreisschnitte auf einander senkrecht waren. Der längste Durchmesser des grösseren Ellipsoides betrug 8,5 cm, der des kleineren war halb so gross. Die Ellipsoide waren in einen in Grade getheilten Messingring gefasst, in dessen Ebene die längste und kürzeste Axe $2A$ und $1C$ fielen. Sie wurden vermittelst des Ringes zwischen den Polflächen eines grossen Elektromagnetes aufgehängt, deren Durchmesser 10,8 cm, deren Abstand 27,6 cm betrug, und zwar zur Controle abwechselnd so, dass die Aufhängungspunkte des Ringes einmal rechts, und dann links von dem einen und von dem anderen Endpunkte der einen Axe sich befanden.

Es wurde untersucht, wenn der Ring mit dem Ellipsoid am Ende der grossen Axe desselben oder an anderen, um verschiedene Anzahlen Grade von demselben abstehenden Punkten aufgehängt wurde, bis zu welchem Grade des Ringes die mittlere und von welchem Punkte ab die grosse Axe des Ellipsoides sich in die Verbindungslinie der Pole stellte. Es ergab sich daraus der Grenzwinkel, bei dem die Einstellung wechselte, etwa gleich 29°. Bei diesem selbst würde das Ellipsoid in indifferentem Gleichgewichte sein, also einer der Kreisschnitte des Hülfsellipsoides in der horizontalen Schwingungsebene sich befinden. Der Winkel zwischen den magnetischen Axen betrüge mithin etwa $2 \times 29 = 58°$.

Wurde das kleinere Ellipsoid ohne den Messingring für sich so aufgehängt, dass die eine der drei Axen A, B, C vertical war, so betrugen die Quadrate der Schwingungszeiten:

$$\vartheta_b^2 = 88{,}51, \quad \vartheta_c^2 = 130{,}19, \quad \vartheta_a^2 = 178{,}22,$$

woraus sich beim Einsetzen in die Gleichung 4) ergeben sollte

$$4{,}301 + 1{,}459 - 5{,}649 = 0.$$

Die Summe beträgt aber 0,111. Die Gleichung ist also sehr nahe erfüllt. Nach Gleichung 5) würde der Winkel $\omega = 30° 13'$ sein, während er vorher gleich 29° gefunden war.

461 Aehnlich wie Plücker hat Dronke[1]) den Magnetismus zweier ungleichaxiger Ellipsoide von Eisen und Nickel bestimmt, deren Halb-

[1]) Dronke, Pogg. Ann. 117, 437, 1862.

axen 36 mm, 22,7686 mm und 18 mm betrugen, so dass sich wiederum $A^2 : B^2 : C^2$ wie 400 : 160 : 100 verhielten. Dieselben waren an dem Silberfaden einer Drehwage zwischen zwei horizontalen Elektromagneten (zweien mit je 522 Windungen Kupferdraht umgebenen, conaxial in einem Abstande von 1475 mm von einander liegenden Eisenkernen von 540 mm Länge und 100 mm Dicke, deren einander zugekehrte Enden abgerundet waren) so aufgehängt, dass die eine der drei Hauptaxen vertical hing, und die grössere horizontale Hauptaxe mit der magnetischen Axe zusammenfiel. Bei der bedeutenden Entfernung der Magnete kann man das Magnetfeld, in welchem sich die Ellipsoide befanden, als gleichartig ansehen. Es wurde ihre Schwingungsdauer bestimmt, indem man ihre Durchgänge durch die Gleichgewichtslage mittelst eines Fernrohres beobachtete und gleichzeitig die Zeit an einem Chronometer ablas. Die Versuche wurden jedesmal bei zwei, um 180° gegen einander geneigten Lagen der Ellipsoide angestellt. Die Oscillationsdauern betrugen, je nachdem die grössere, mittlere oder kleinste Axe vertical hing, bei dem Ellipsoide von

	ϑ_a	ϑ_b	ϑ_c
Eisen	12,437 sec	8,105	9,615
Nickel	12,125	8,5	10,312

Die Gleichung 4)

$$\frac{A^2+B^2}{\vartheta_a^2}+\frac{B^2+C^2}{\vartheta_b^2}-\frac{A^2+C^2}{\vartheta_c^2}=0$$

wurde so weit erfüllt, dass die Summe der ersten beiden Glieder bezw. 7,612 und 6,920, das dritte Glied 7,726 und 7,030, also die Differenz nur 0,114 und 0,110 betrug. Der Winkel ω zwischen den magnetischen Axen war im Mittel bei dem Ellipsoide von

Eisen . . . . 28° 5′
Nickel . . . . . . 29° 58′.

Bei directer Bestimmung der Lage der Axen nach der Methode von Plücker ergab sich dieser Winkel beim Eisenellipsoid etwa 28°, beim Nickelellipsoid nahe 30°. Wäre die Inductionsconstante des Eisens und Nickels $k = 1$, so würde $\omega = 27° 30'$ sein. In Folge der Abweichungen wäre für Eisen $k = 0,9945$, für Nickel $k = 0,4791$; indess würden kleine Beobachtungsfehler diese Zahlen wesentlich abändern.

Es ist hiernach durch diese Versuche die Theorie von Poisson bestätigt.

Von besonderem experimentellen Interesse ist die Bestimmung der magnetischen Momente eines Rotationsellipsoides in einem 462

constanten, in der Richtung seiner Rotationsaxe wirkenden Magnetfelde H, z. B. durch den Erdmagnetismus oder durch eine weite und lange Magnetisirungsspirale, in deren Mitte das Ellipsoid eingelegt wird.

Für diesen Fall hat F. E. Neumann[1]) die folgenden Formeln mit Hülfe elliptischer Coordinaten entwickelt.

Es sei die Axe des grössten Kreisschnittes des Ellipsoides r, die Rotationsaxe $a = \sqrt{r^2 - \lambda^2}$, wo λ imaginär ist, wenn das Ellipsoid nach der Rotationsaxe verlängert ist, das Volumen des Ellipsoides v; die Winkel zwischen den Coordinatenaxen, von denen die Z-Axe mit der Rotationsaxe zusammenfällt, und der Richtung der magnetisirenden Kraft H seien l, n, p; endlich sei $\sqrt{1 - (r/\lambda)^2} = \sigma$; dann sind die Momente des Ellipsoides nach den drei Axen:

$$L = \frac{\varkappa v H \cos l}{1 + \varkappa A}, \quad N = \frac{\varkappa v H \cos n}{1 + \varkappa A}, \quad P = \frac{\varkappa v H \cos p}{1 + \varkappa C} \quad . \quad . \quad 1)$$

wo

$$A = -2\pi\sigma(\sigma^2 - 1)\left\{\frac{1}{2}\log\frac{\sigma+1}{\sigma-1} - \frac{\sigma}{\sigma-1}\right\} \quad . \quad . \quad 2)$$

$$C = +4\pi\sigma(\sigma^2 - 1)\left\{\frac{1}{2}\log\frac{\sigma+1}{\sigma-1} - \frac{1}{\sigma}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

und $\varkappa$ die Magnetisirungsfunction ist.

Fällt die Richtung der magnetisirenden Kraft mit der der Rotationsaxe des Ellipsoides zusammen, so wird $L = 0$, $N = 0$, und es bleibt nur das magnetische Moment des Ellipsoides nach seiner Rotationsaxe

$$M = \frac{\varkappa v H}{1 + \varkappa C} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 4)$$

Nun ist mit Vernachlässigung der höheren Potenzen von $1/\sigma$

$$\log\frac{\sigma+1}{\sigma-1} = 2\left\{\frac{1}{\sigma} + \frac{1}{3}\frac{1}{\sigma^3}\right\},$$

daher

$$C \doteq \frac{4\pi}{3}\frac{\sigma^2 - 1}{\sigma^2}.$$

Da ferner $a^2 = r^2 - \lambda^2$ ist, so wird $\sigma^2 = a^2/(a^2 - r^2)$ und $(\sigma^2 - 1)/\sigma^2 = r^2/a^2$, daher

$$C = \frac{4}{3}\frac{\pi r^2}{a^2} = \frac{4}{3}\pi d^2,$$

wo $d = r/a$ das „Dimensionsverhältniss" ist.

Das Volumen des Ellipsoides ist $v = {}^4/_3\, a r^2 \pi$, also nach Gl. 4)

$$M = \frac{4}{3}\varkappa\pi H \cdot \frac{a r^2}{1 + \frac{4\varkappa\pi r^2}{3a^2}} = \frac{\varkappa v H}{1 + \frac{4\varkappa\pi r^2}{3a^2}} = \frac{\varkappa v H}{1 + \frac{4\varkappa\pi d^2}{3}} \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

---

[1]) F. E. Neumann, Journal für reine und angewandte Mathematik 37, 44 u. flgde., 1848. Vergl. auch W. Weber, Elektrodynamische Maassbestimmungen 3, 554.

Ist das Ellipsoid sehr flach, so wird $C = 4\pi$, also 463

$$M_0 = \frac{\varkappa v H}{1 + 4\pi\varkappa} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 6)$$

Für eine Kugel ist $d = 1$, daher $C = \frac{4}{3}\pi$, und

$$M_\varkappa = \frac{\varkappa v H}{1 + \frac{4}{3}\pi\varkappa} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 7)$$

Für ein sehr langgestrecktes Ellipsoid endlich ist $C = 0$ und

$$M_l = \varkappa v H \quad \ldots \ldots \ldots \quad 8)$$

Je länger das Ellipsoid bei gleichem Volumen gestreckt wird, desto grösser wird das magnetische Moment bei gleich bleibender magnetisirender Kraft H.

Für ein sehr gestrecktes Ellipsoid, als welches man annähernd einen längeren magnetisirten Stab von gleicher Länge und gleichem Volumen betrachten kann, nimmt hiernach mit Aenderung der Länge bei gleich bleibendem Querschnitte das Moment der Länge proportional und bei gleicher Länge ebenso proportional dem Querschnitte, d. i. dem Quadrate des Radius zu [1]).

Der Abstand $2L$ der Pole eines gleichförmig magnetisirten Rotationsellipsoides, in welchem die Richtung der Hauptaxe a mit der Richtung der Magnetisirung zusammenfällt, ist, wenn r die zweite Axe ist, gegeben durch die Gleichung [2]) 464

$$L^2 = \frac{3}{5}(a^2 - r^2).$$

Liegt ein Rotationsellipsoid in einer Magnetisirungsspirale, so dass die Axen beider zusammenfallen, und ist der Abstand des Mittelpunktes des Ellipsoides von ihren beiden Grundflächen gleich γ_1 und γ_2, so ist das Moment des Ellipsoides nach F. Neumann: 465

$$M = \frac{-\frac{4}{\sqrt{2}}\pi^2\varkappa i n \sigma(\sigma^2 - 1)}{1 + 4\pi\varkappa\sigma\left(\frac{1}{\sigma} - \frac{1}{2}\log\frac{\sigma+1}{\sigma-1}\right)} \times$$

$$\left\{\begin{array}{l} \gamma^2\left[(\sigma_2^2 - 1)\left(\lambda^2 + \frac{\gamma_2^2}{\sigma_2^2}\right)\left(\frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{2}\log\frac{\sigma_2+1}{\sigma_2-1}\right) + \frac{1}{\sigma_2}\left(\lambda^2 + \frac{1}{3}\frac{\gamma_2^2}{\sigma_2^2}\right)\right. \\ \left. - \gamma_1\left[(\sigma_1^2 - 1)\left(\lambda^2 + \frac{\gamma_1^2}{\sigma_1^2}\right)\left(\frac{1}{\sigma_1} - \frac{1}{2}\log\frac{\sigma_1+1}{\sigma_1-1}\right) + \frac{1}{\sigma_1}\left(\lambda^2 + \frac{1}{3}\frac{\gamma_1^2}{\sigma_1^2}\right)\right.\right. \end{array}\right\}$$

---

[1]) Eine andere elementarere Entwickelung des Momentes einer Kugel und eines Ellipsoides s. Stefan, Wien. Ber. 69, [2] 168, 1874. — [2]) Riecke, Gött. Nachr. 1872, 22. Mai. Weitere Berechnungen: Greenhill, Magnetismus eines hohlen Ellipsoides, J. de Phys. 10, 294, 1881; Beibl. 5, 684. Chwolson, Magnetismus zweier Kugeln durch Kräfte in der Richtung der Centrallinie, Berl. Monatsber. 1878, S. 269; Beibl. 3, 368 u. A.

wo i die Intensität des Stromes in der Spirale, n die Anzahl ihrer Windungen σ, λ, $\varkappa$ die oben erwähnten Constanten sind. Die Werthe σ_1 und σ_2 ergeben sich als Wurzeln der Gleichung

$$\frac{R^2}{1-\sigma^2} - \frac{\gamma^2}{\sigma^2} = \lambda^2$$

in welcher R den Radius der Grundflächen der Spirale bezeichnet. — Diese Formeln gelten sowohl, wenn das Ellipsoid ganz in der Spirale liegt, als wenn es sich theilweise oder ganz ausserhalb derselben befindet.

466 Aus der Gl. 4, §. 463 $M = \varkappa v H / (1 + \varkappa C)$ für das Moment eines Rotationsellipsoides folgt, wenn die magnetisirende Kraft (die Feldstärke) $H = 1$ ist, die Magnetisirungsfunction

$$\varkappa = \frac{M}{v - MC}.$$

Bestimmt man also das Moment gleich gestalteter Ellipsoide aus verschiedenem Stoffe, so lässt sich danach der Werth der Magnetisirungsfunction $\varkappa$ bestimmen.

467 Für ein unendlich gestrecktes Ellipsoid vom Volumen v wird nach Gleichung 7, §. 463.

$$M = \varkappa v H.$$

Ist das Volumen $v = 1$ und die Kraft $H = 1$, so ist

$$M = \varkappa.$$

Die Magnetisirungsfunction ist demnach numerisch gleich dem durch die Kraft Eins in einem unendlich gestreckten Ellipsoide vom Volumen Eins erzeugten Moment.

Wirkten die Theilchen eines Ellipsoides gar nicht auf einander, so wäre sein Moment gleich

$$M_0 = \varkappa v H,$$

also ebenso gross, wie die eines unendlich gestreckten Ellipsoides vom Volumen v.

Die Magnetisirungsfunction $\varkappa$ ist also auch, wie wir dies bereits früher definirt haben, numerisch dem Moment eines isolirten Theilchens des magnetischen Körpers vom Volumen Eins unter Einfluss der magnetisirenden Kraft Eins gleich.

468 Vergleicht man dieses Moment mit dem eines Ellipsoides von gleichem Volumen, in welchem die Theilchen auf einander einwirken:

$$M_0 = \frac{\varkappa v H}{1 + \varkappa C},$$

so erkennt man, dass das Moment durch die Wechselwirkung der Theilchen verkleinert wird, und zwar um so mehr, je grösser C, d. h. je kürzer und dicker das Ellipsoid ist.

Man könnte also sagen, dass die das Moment verstärkende Wechselwirkung der in der Richtung der Magnetaxe auf einander folgenden Molecüle durch die schwächende Wirkung der neben einander liegenden Theile überwogen wird.

Soll ein Ellipsoid ohne Wechselwirkung der Theilchen dasselbe Moment mit einem gleichen Ellipsoide mit Wechselwirkung der Theilchen besitzen, so muss auf ersteres statt der Feldstärke H die Stärke

$$K = \frac{H}{1 + \varkappa C}$$

wirken. Sein Moment ist dann

$$M_0 = \varkappa v K,$$

und wenn das Volumen der Ellipsoide gleich Eins ist, sein Moment

$$M_{0\,(v=1)} = \varkappa K.$$

Hat man also das Moment eines Ellipsoides von beliebigem Stoffe und Volumen und dadurch auch vom Volumen Eins unter Einfluss der Kraft H bestimmt, so kann man die Feldstärke K berechnen, welche in einem Molecularmagnet vom Volumen Eins, der von keinen Wechselwirkungen der magnetischen Theilchen beeinflusst wird, das gleiche Moment erzeugt [1]).

Wollten wir die Magnetisirungsfunction auf die Masseneinheit beziehen, so muss dieselbe in allen vorhergehenden Formeln mit der Dichtigkeit der Eisenmassen dividirt werden.

469 Riecke [1]) hat für die Function $\varkappa$ die Magnetisirungsfunction p, d. h. das Moment einer Kugel vom Volumen Eins unter Einfluss eines gleichmässig wirkenden Magnetfeldes Eins einzuführen vorgeschlagen. Dann ist nach §. 463

$$p = \frac{\varkappa}{1 + \frac{4}{3}\pi\varkappa}.$$

Da eine Vergrösserung von $\varkappa$ den Zähler und Nenner von p vergrössert, machen sich die Aenderungen der Magnetisirbarkeit in der Function p weniger geltend, als in der Function $\varkappa$.

470 Für Körper von weniger einfacher Gestalt, als der kugelförmigen und ellipsoidischen, ist die Berechnung der Momente aus den allgemeinen

---

[1]) Riecke, Gött. Nachr. 1872, 13. November. Vergl. auch Stoletow, Pogg. Ann. 151, 816, 1876. Da mit Abnahme des Werthes r^2/a^2 in dem Ausdrucke für den Magnetismus M eines Rotationsellipsoides bei gleichem Volumen desselben der Werth M grösser wird, so treten Verschiedenheiten des Werthes $\varkappa$ bei Anwendung verschiedener magnetisirbarer Stoffe um so stärker hervor, je gestreckter das Ellipsoid ist. Die Anwendung von Kugeln zur Bestimmung dieses Werthes ist also bei weitem nicht so günstig, als die von gestreckten Stäben.

Principien nur in einzelnen Fällen, z. B. für einen dünnen, sehr langen Stab, annähernd möglich. In anderen Fällen muss man zu einer angenäherten Methode der Betrachtung seine Zuflucht nehmen.

Für einen dünnen und sehr langen Stab vom Radius r und der Länge 2λ, welcher an allen Stellen einer gleichen magnetisirenden Kraft f unterworfen ist, berechnete zuerst Green [1]) aus der allgemeinen Formel den freien Magnetismus μ, welcher an jeder, um die Länge x von der Mitte entfernten Stelle der Oberfläche des Stabes von der Länge dx angehäuft ist:

$$\mu = \frac{3gf\beta r^2}{4(1-g)} \frac{e^{\beta x} - e^{-\beta x}}{e^{\beta\lambda} + e^{-\beta\lambda}} dx.$$

In dieser Formel ist g die von dem Stoffe des Stabes abhängige magnetische Constante, β gleichfalls eine Constante. Setzt man

$$\frac{3gf\beta r^2}{1(1-g)(e^{\beta\lambda} + e^{-\beta\lambda})} = b \quad \text{und} \quad \beta = -\log v,$$

so erhält man an Stelle dieser Formel die andere:

$$\mu = b(v^{-x} - v^{+x})\, dx.$$

Durch Integration ergiebt sich bei Einführung neuer Constanten das Moment der einzelnen Elemente

$$M = a - b\,(v^{+x} + v^{-x}).$$

471 Bei unregelmässig geformten Körpern lassen sich die durch äussere magnetisirende Kräfte erzeugten Momente auch unter der Annahme der im vorigen Paragraphen erwähnten Proportionalität zwischen Magnetismus und Kraft nicht durch einfachere Formeln darstellen. Sind namentlich die auf die einzelnen Theile der Körper wirkenden Kräfte nicht überall gleich, so sind die Verhältnisse oft höchst complicirt. So schwierig die theoretischen Bestimmungen über diesen Gegenstand sind, so kann man doch a priori einen zuerst von Sir W. Thomson [2]) angegebenen Satz aufstellen, welcher unter der Annahme, dass die in allen Theilen eines temporär magnetisirten Körpers erregten magnetischen Momente den auf dieselben wirkenden magnetisirenden Kräften direct proportional sind, allgemeine Geltung für jeden beliebig gestalteten magnetisirbaren Körper hat. Derselbe lautet:

Einander ähnliche, aber sonst beliebig gestaltete Körper (Stäbe) von verschiedenen Dimensionen, die auf ähnliche Weise mit Drahtgewinden umwickelt sind, deren Längen den Quadraten der linearen Dimensionen der Stäbe proportional sind, und welche von gleichen Strömen durchflossen sind, üben auf ähnlich liegende äussere Punkte eine gleiche magnetische Kraft aus.

---

[1]) Green, l. c. — [2]) Sir W. Thomson, Phil. Trans. 1856, 1, 287.

Dieser Satz folgt unmittelbar aus der Betrachtung, dass unter den aufgestellten Bedingungen der Körper von n fachen Dimensionen, also von n^3 facher Masse an allen ähnlich liegenden Stellen den gleichen magnetisirenden Kräften unterworfen ist, wie der ihm ähnliche Körper von einfachen Dimensionen. Es muss also, welches auch sonst die Art der Magnetisirung sei, in allen Fällen die Zahl der in gleichem mittleren magnetischen Zustand befindlichen, ähnlich liegenden Theile der Körper sich wie ihre Massen $1 : n^3$ verhalten, und ebenso müssen sich auch die magnetischen Momente der Körper verhalten. Da nun aber die Wirkung der Körper nach aussen auf einen entfernten Punkt der dritten Potenz der Entfernung umgekehrt proportional ist, so muss auch, wenn bei dem Körper von n^3 fachen Dimensionen diese Entfernung die n fache wird, die Wirkung die gleiche sein, wie die des einfachen Körpers in einfacher Entfernung.

472 Dub[1]) hat diesen Satz auch noch experimentell geprüft, indem er u. a. gerade Stäbe von verschiedenen Durchmessern d ($^1/_2$ bis 3″) und denselben proportionalen Längen l (4 bis 24″), welche ihrer ganzen Länge nach mit einer Magnetisirungsspirale umgeben waren, deren Windungszahl ebenfalls jenen Durchmessern proportional war, in verschiedenen, letzteren proportionalen, auf der magnetischen Ostwestlinie gemessenen Entfernungen, oder stets in derselben Entfernung vor einer magnetisirten Stahlnadel oder einem in einer Kupferhülse schwebenden magnetischen Stahlspiegel hinlegte und beim Hindurchleiten eines gleich starken, aber jedesmal in den beiden entgegengesetzten Richtungen benutzten Stromes die Ablenkungen des frei schwebenden Magnetes beobachtete. Im ersten Falle blieben die Tangenten ϑ der Ablenkungswinkel constant, im letzteren nahmen sie proportional der dritten Potenz der Durchmesser zu. So fand sich z. B. bei gleich bleibender Entfernung (ϑ in Theilen der vor dem Stahlspiegel aufgestellten Scala)

d	l	ϑ	$const\ \frac{\vartheta}{d^3}$
$^1/_2$	4	1,4	171
$^3/_4$	6	4,5	167
1	8	10,5	164
$1^1/_2$	12	35,0	162
2	16	84,5	165
3	24	29,0	167

Bei anderen Versuchen wurden die Stäbe nur auf der dem Magnetspiegel zu- oder abgekehrten Seite mit der Magnetisirungsspirale be-

[1]) Dub, Pogg. Ann. 120, 545, 1863. Da es sich hier nur um relative Bestimmungen handelt, behalten wir die Angaben in Zollen bei. Aehnliche Bestimmungen von Bosanquet, Phil. Mag. [5] 22, 298, 1886; Beibl. 10, 723.

deckt; ebenso wurden weitere Spiralen verwendet, deren Dimensionen, innere Weite D und Windungszahl W den Dimensionen der Stäbe proportional waren, und es ergab sich das analoge Resultat.

So fand Dub z. B. in letzterem Falle bei gleich bleibender Entfernung der Mitte der Stäbe vom Stahlspiegel:

d	l	D	W	$const \frac{\vartheta}{d^3}$
$^3/_4$	6	1	84	833
1	8	$1^1/_2$	112	820
$1^1/_2$	12	2	168	833
2	16	3	224	830

Demnach entspricht, wenn in ähnlichen Körpern ähnlich liegende Theile gleichen magnetisirenden Kräften unterworfen sind, und das in ihnen erzeugte Moment den letzteren proportional ist, das Gesammtmoment der dritten Potenz der Längsdimension, also der Masse der Körper.

473 Man kann annehmen, dass in permanent magnetisirten Stahlstäben dasselbe Verhalten eintritt, wenn sie zur Sättigung magnetisirt sind.

Dieser allgemeine Satz ist von Coulomb bewiesen worden. Er formte verschieden grosse Drahtbündel, deren lineare Dimensionen in gleichen Verhältnissen zu einander standen, aus gleich dicken Eisendrähten, welche eine möglichst gleiche permanente Torsion erhalten hatten und dadurch gehärtet worden waren. Als er diese Bündel bis zur Sättigung magnetisirte und in der Drehwage untersuchte, ergaben sich Zahlen, welche bewiesen, dass ihre magnetischen Momente sich wie die dritten Potenzen der einander entsprechenden Dimensionen verhielten.

Die Torsionswinkel des Fadens der Drehwage, bei welchen zwei Bündel von 36 und 9 Drähten von 12″ und 6″ Länge um 30° aus dem Meridian abgelenkt wurden, betrugen bezw. 342° und 42°. Das entsprechende Verhältniss ergab sich bei Bündeln, deren homologe Dimensionen sich wie 3 : 1 und 4 : 1 verhielten.

474 Sind die Theilchen des Eisens oder Stahles so weit von einander entfernt, dass sie nicht mehr gegenseitig auf einander polarisirend einwirken können, so muss unabhängig von der Gestalt bei gleicher Magnetisirung der magnetisirten Körper ihr permanentes Moment ihrer Masse proportional sein. Als daher Coulomb Eisenfeile mit Wachs mengte und aus ihnen Stäbchen von gleicher Länge, aber verschiedenem Durchmesser bildete, so waren nach gleicher Magnetisirung ihre Schwin-

gungsdauern die gleichen, da ihr Trägheitsmoment in gleichem Verhältniss zugenommen hatte, wie ihr magnetisches Moment.

Für andere Fälle lassen sich nicht so einfache Gesetze aufstellen. 475
Schon bei der Magnetisirung von nicht ganz dünnen, verschieden langen und dicken Stäben, die ihrer ganzen Länge nach mit einer Magnetisirungsspirale umgeben sind, ist die Auffindung allgemeinerer, einfacher Gesetze nicht zu erwarten. Ist die Dicke gering, so kann man ihre Magnetisirung immerhin noch annähernd durch die Formeln von Green ausdrücken.

Man hat auch wohl versucht, die Momente der verschieden langen und dicken Stäbe unter Annahme der Proportionalität zwischen der Magnetisirung und magnetisirenden Kraft einfach einer Potenz ihrer einzelnen Dimensionen, z. B. der Quadratwurzel ihrer Länge oder ihres Durchmessers proportional zu setzen, obgleich hier die magnetisirenden Kräfte in den verschiedenen Stäben durchaus nicht in ähnlicher Weise vertheilt sind. Es lässt sich nachweisen, dass derartige Ausdrücke nicht als theoretisch begründete, sondern nur als rein empirische Formeln gelten können, die sich event. innerhalb gewisser Grenzen den Beobachtungen anschliessen.

Betrachten wir zuerst das Verhalten verschieden langer Stäbe. Das Moment M eines solchen Stabes ist eine Function f der auf seine einzelnen Punkte wirkenden magnetisirenden Kräfte. Aendern sich diese letzteren auf der Länge der Stäbe von ihrer Mitte an, so können wir sie wiederum als eine Function φ des Abstandes α der einzelnen Punkte von der Mitte darstellen, so dass $M = f[\varphi(\alpha)]$ ist. Ist nun in einem Stabe von $n$facher Länge die Vertheilung der magnetisirenden Kräfte dieselbe, wie in dem Stabe von einfacher Länge, so erhalten wir sein Moment M_n, indem wir in obiger Gleichung für α den Werth $n\alpha$ setzen. Es wäre in diesem Falle möglich, wenn auch durchaus nicht nöthig, dass alle Glieder von M_n dieselbe Potenz n^β, z. B. die Quadratwurzel von n enthielten. Nur in diesem Falle nähme das Moment M_n der verschieden langen Stäbe dem Werth n^β proportional zu. Aendert sich aber ausser der Länge auch noch die Vertheilung der magnetischen Kräfte, so ändert sich nicht nur α in $n\alpha$, sondern auch die Form der Function φ. Dann können also durchaus nicht mehr die Momente M einfach einer Potenz der Länge proportional sein. Letzteres ist aber bei den, ihrer ganzen Länge nach mit der Magnetisirungsspirale bedeckten Stäben der Fall, da mit wachsender Länge der Stäbe die Länge ε der Enden derselben nahezu constant bleibt, auf der die magnetischen Scheidungskräfte sich um mehr als eine bestimmte Anzahl Procente von den Kräften in der Mitte des Stabes ändern; die Länge $l - 2\varepsilon$ der mittleren Theile, in denen jene Aenderung unter dem betreffenden Werth bleibt, aber zunimmt. Aehnlich liegende Punkte sind also nicht von gleichen magnetisirenden Kräften erregt. Im Gegentheil, ist der Stab

sehr lang, so treten die Endstücke gegen das mittlere Stück immer mehr zurück, sein Moment nähert sich immer mehr demjenigen, welches er erhielte, wenn auf alle seine Theile gleiche magnetisirende Kräfte wirkten, und welches dann durch die vermittelst Integration aus der Green'schen Formel erhaltene Gleichung

$$M = 2\left[al - \frac{b}{\log\mu}\left(\mu^l - \mu^{-l}\right)\right]$$

dargestellt wird[1]). Selbst wenn also z. B. bei zwei bestimmten Stäben von der Länge l und nl sich die Momente zufällig wie $l : n^\beta l$ verhielten, so würde dieses Verhältniss doch nicht bei allen beliebigen Werthen von n eintreten. Ganz analoge Betrachtungen lassen sich über die entsprechende Abhängigkeit der Momente der Stäbe von ihrer Dicke und über die Verhältnisse der Momente der einzelnen Theile der Stäbe bei verschiedener Länge und Dicke anstellen. Sie lassen sich nicht irgend einer Potenz ihres Abstandes von der Mitte direct proportional setzen[2]).

Noch ferner der Theorie liegen die empirischen Formeln, welche die Momente der Magnete nur von ihren Gewichtsverhältnissen abhängig machen, da sie nicht einmal die die Momente bedingenden Dimensionen der Magnete nach verschiedenen Richtungen enthalten.

476 Man hat deshalb versucht, in empirischer Weise aus der Wechselwirkung der magnetischen Molecüle die Vertheilung der Momente abzuleiten. Dies ist zuerst von Biot[3]) geschehen. Es sei der an beiden Enden eines Magnetstabes NS von der Länge $2l$ angehäufte freie Magnetismus $\pm A$, die Zahl der magnetischen Elemente, welche auf der Länge $2l$ des Stabes verbreitet sind, sei $2n$.

Zwischen einem um die Länge ξ von N entfernten Punkte C und N liegen $\xi n/l$, zwischen C und S liegen $(2l - \xi)n/l$ Elemente. Nimmt man an, dass der freie Magnetismus (μ) sich von Element zu Element durch den ganzen Stab in dem gleichen Verhältniss von 1 zu ν_0 ändert, so ist er in C in Folge der von beiden Polen ausgehenden Vertheilung:

$$(\mu) = A\left(\nu_0^{\frac{\xi n}{l}} - \nu_0^{\frac{(2l-\xi)n}{l}}\right).$$

Wir wollen in dieser Formel den Werth $\nu_0^{n/l} = \nu$ setzen. Bezeichnen wir den Abstand der einzelnen Punkte des Stabes von seiner Mitte mit x, so wird $\xi = l - x$ und $2l - \xi = l + x$. Wird noch $-A\mu_0^l = b$ gesetzt, so ist wiederum

$$(\mu) = b\left(\nu^x - \nu^{-x}\right).$$

---

[1]) G. Wiedemann, Pogg. Ann. **117**, 218, 1862. — [2]) Die Einwendungen von Dub (Pogg. Ann. **118**, 516 und **120**, 540, 1863) gegen diese Ausführungen, sowie gegen die Richtigkeit des Satzes von Sir W. Thomson beruhen auf Missverständnissen (vgl. G. Wiedemann l. c.). — [3]) Biot, Traité de Physique **3**, 76, 1816.

Aus dieser Formel ergiebt sich nach Green das magnetische Moment des Stabes

$$m = \frac{3\,gfa^2}{2\,\beta(1-g)}\left\{\beta\lambda - \frac{1-e^{-2\beta\lambda}}{1+e^{-2\beta\lambda}}\right\} = P\left\{\beta\lambda - \frac{1-e^{-2\beta\lambda}}{1+e^{-2\beta\lambda}}\right\}\ ^{1}).$$

Nach Beer[2]) gilt eine analoge Formel auch für einen solchen Stab, wenn er nur auf seiner ganzen Länge mit einer Magnetisirungsspirale umgeben ist, wobei indess wiederum angenommen wird, dass die Scheidungskraft an allen Stellen seiner Querschnitte constant oder der Stab im Verhältniss zum Durchmesser der Spirale sehr dünn ist.

477 Auf eine der Biot'schen Betrachtung sich in gewisser Beziehung anschliessenden Art hat Lamont[3]) die Vertheilung der magnetischen Momente in den Körpern betrachtet. Er nimmt an, dass gegen die Wechselwirkung der einander berührenden Molecüle die Fernewirkung zurücktritt.

Wir betrachten zuerst eine lineare, geradlinige Molecülreihe. Die Momente ihrer Molecüle setzen sich zusammen aus dem durch die ursprüngliche magnetisirende Kraft erregten Moment und dem durch die Wechselwirkung der Molecüle auf einander erregten.

Die hierdurch erfolgende Vermehrung der Momente eines Stabes kann man durch einen einfachen Versuch zeigen: Schichtet man sehr dünne Stahlplatten von 1 mm Dicke und 0,04 bis 0,005 m Durchmesser mit ihren Ebenen senkrecht zu den Kraftlinien zu Säulen, theils unter Zwischenlegung von Papier zwischen die Platten, theils ohne dasselbe, und bringt die Säulen in ein Magnetfeld, so sind sie beim Entfernen aus demselben magnetisch. Die einzelnen Platten sind sehr schwach magnetisch; wieder zusammengebaut, besitzt die so gebildete Säule wieder einen starken Magnetismus.

Wir nehmen an, dass nur die unmittelbar einander berührenden Pole zweier Molecüle auf die benachbarten Molecüle magnetisirend einwirken, und die freien Magnetismen der Molecüle nur an den Enden ihrer magnetischen Axen concentrirt seien. Wirken zunächst nur zwei benachbarte Molecüle A und B auf einander, an deren Polen in Folge der directen Magnetisirung durch äussere Kräfte die freien Magnetismen μ_1 und μ_2 angehäuft sind, so ruft der Magnetismus μ_1 in dem Molecül B eine Vertheilung der Magnetismen $\pm\alpha\mu_1$, der Magnetismus μ_2 in A die Magnetismen $\pm\alpha\mu_2$ hervor. $\alpha\mu_1$ vertheilt in A wiederum den Magnetismus $\alpha^2\mu_1$ und $\alpha\mu_2$ in B den Magnetismus $\alpha^2\mu_2$. So erhalten zuletzt die Molecüle A und B folgende Magnetismen:

$$m_1 = \mu_1 + \alpha\mu_2 + \alpha^2\mu_1 + \alpha^3\mu_2 + \alpha^4\mu_1 + \cdots = \frac{\mu_1 + \alpha\mu_2}{1-\alpha^2}$$

---

1) Beer, Elektrostatik, Braunschweig 1865, S. 195 u. flgde. — 2) Lamont, Jahresber. d. Münchener Sternwarte 1854, S. 35; Magnetismus S. 181, 1867. — 3) Duter, Compt. rend. 99, 128, 1884; Beibl. 9, 138, 183.

$$m_2 = \mu_2 + \alpha\mu_1 + \alpha^2\mu_2 + \alpha^3\mu_1 + \alpha^4\mu_2 + \cdots = \frac{\mu_2 + \alpha\mu_1}{1 - \alpha^2}.$$

Sind die durch äussere Kräfte hervorgerufenen Magnetismen beider Molecüle einander gleich, also $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, so ist

$$m_1 = m_2 = \frac{\mu}{1 - \alpha}.$$

Ist der Abstand der Pole jedes Molecüls ε, so ist das Moment desselben $M_1 = \mu\varepsilon$, und das Moment beider zusammengelegter Molecüle

$$M_2 = \frac{2}{1 - \alpha} \cdot \mu\varepsilon.$$

478 Ebenso lassen sich die Momente beim Zusammenlegen von mehreren Molecülen bestimmen. So erhält man z. B. das Moment von drei zusammengelegten Molecülen:

$$M_3 = 3\,\frac{1 + \alpha}{1 - 2\alpha^2}\,\mu\varepsilon, \text{ u. s. w.}$$

Liegen mehr Elemente zusammen, die durch äussere Kräfte magnetisirt worden sind, so lässt sich die Rechnung in ganz analoger Weise durchführen. Es sei ein Stab aus unendlich vielen Elementen zusammengesetzt. Das Element r habe allein den freien Magnetismus $\pm\mu$. Wir können dann entsprechend den obigen Betrachtungen berechnen, welchen Magnetismus das Molecül $r - s$ und $r + s$ annimmt. Derselbe stellt sich nach Lamont durch den Werth μA_s dar, in welchem

$$A_s = \alpha^s\left(1 + \frac{s+2}{1}\alpha^2 + \frac{s+3}{1}\cdot\frac{s+4}{2}\cdot\alpha^4 + \frac{s+4}{1}\cdot\frac{s+5}{2}\cdot\frac{s+6}{3}\alpha^6 + \cdots\right) \quad 1)$$

ist. Bildet man in gleicher Weise A_{s+1} und A_{s+2}, so ergiebt sich

$$\alpha A_{s+2} = A_{s+1} - \alpha A_s \quad 2)$$

Geht man von dem ursprünglich magnetisirten Elemente aus, für welches $s = 0$ ist, so wird für dieses

$$A_0 = 1 + \frac{2}{1}\alpha^2 + \frac{3\,.\,4}{1\,.\,2}\alpha^4 + \frac{4\,.\,5\,.\,6}{1\,.\,2\,.\,3}\alpha^6 + \cdots = \frac{1}{\sqrt{1 - 4\alpha^2}} \quad 3)$$

Ebenso ist

$$A_1 = \alpha\left(1 + \frac{3}{1}\alpha^2 + \frac{4\,.\,5}{1\,.\,2}\alpha^4 + \cdots\right).$$

Hieraus folgt:

$$A_0 = 1 + 2\alpha^2\frac{A_1}{\alpha} \text{ und } A_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - 4\alpha^2}}\cdot\frac{2\alpha}{1 + \sqrt{1 - 4\alpha^2}} \quad 4)$$

Setzen wir

$$\frac{1}{\sqrt{1-4\alpha^2}}=\gamma, \quad \frac{2\alpha}{1+\sqrt{1-4\alpha^2}}=q,$$

also

$$\gamma=\frac{1+q^2}{1-q^2} \quad \text{und} \quad \alpha=\frac{q}{1+q^2} \quad \ldots\ldots \quad 5)$$

so wird

$$A_0=\gamma q^0, \quad A^1=\gamma q^1, \quad A_2=\gamma q^2 \ldots\ldots \quad A_s=\gamma q^s \;. \quad 6)$$

Der freie Magnetismus des $r+s$ oder $r-s$ten Elementes ist demnach $\mu\gamma q^s$.

Ist die Molecülreihe nach beiden Seiten begrenzt, so muss man von 479 dem ursprünglich erregten Elemente an die Vertheilung in den einzelnen Elementen auf einander folgend bis zu den an den Enden liegenden Elementen, und dann rückwärts durch die Elemente des Stabes bis zu den entgegengesetzten Enden u. s. f. berechnen und die Summe der hierdurch in jedem Elemente vertheilten Magnetismen nehmen.

Besteht die Molecülreihe aus n Elementen, von denen das $r$te ursprünglich den Magnetismus μ erhalten hat, so ist der in dem $p$ten Elemente inducirte Magnetismus, wenn $p>r$,

$$m_p=\frac{\gamma\mu}{1-q^{2n+2}}(q^{-r}-q^r)(q^p-q^{2n-p+2}) \quad \ldots \quad 1)$$

und wenn $p<r$,

$$m_p=\frac{\gamma\mu}{1-q^{2n+2}}(q^{-p}-q^p)(q^r-q^{2n-r+2}) \quad \ldots \quad 2)$$

Ist ε der Durchmesser des etwa kugelförmig gedachten magnetischen Molecüls, so ist mithin das Moment des $p$ten Elementes gleich εm_p, das Moment des $p+1$ten Elementes gleich εm_{p+1} und der freie Magnetismus an der Berührungsstelle beider Elemente gleich m_p-m_{p+1}.

Ist nur das **erste Molecül** der Reihe magnetisirt, also $r=1$, so erhält man den in dem $p$ten Elemente inducirten Magnetismus

$$m_p=\frac{\gamma\mu(1-q^2)}{1-q^{2n+2}}(q^{p-1}-q^{2n-p+1}) \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

und den freien Magnetismus

$$u_p=-\gamma\mu(1+q)(1-q^2)\frac{q^{p-1}+q^{2n-p}}{1-q^{2n+2}} \quad \ldots \quad 4)$$

Nur am äussersten Ende des ersten Molecüls ist also der freie Magnetismus positiv, sonst überall negativ, wie sich auch unmittelbar ergiebt, da das Moment der Elemente von dem am Ende der Reihe erregten Element an immer weiter abnimmt.

Ist die Zahl n der Molecüle ungerade und nur das **mittelste Molecül** magnetisirt, so erhält man den im $p$ten Molecüle erregten Magnetismus

$$m'_p=\frac{\gamma\mu}{1+q^{n+1}}q^{\frac{n+1}{2}}(q^{-p}-q^{+p}) \quad \ldots\ldots \quad 5)$$

480 Sind alle Molecüle der Reihe ursprünglich gleich stark magnetisirt, so erhält man den in jedem Molecül erregten Magnetismus durch Summation der von jedem anderen Molecül ausgehenden Erregungen. Dieser Werth ist dann

$$(m''_p) = \gamma\mu\left(\frac{1+q}{1-q}\right)\left\{1 - \frac{q^p + q^{n+p+1)}}{1+q^{n+1}}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Berechnet man in gleicher Weise den im $p + 1$ ten Molecül erregten Magnetismus (m''_{p+1}), so ist der an der Grenze beider Molecüle vorhandene, frei nach aussen wirkende Magnetismus

$$(u_p) = m''_p - m''_{p+1} = \gamma\mu\frac{1+q}{1+q^{n+1}}\{q^p - q^{n-p}\} \quad . \quad . \quad 2)$$

Die Magnetismen sind also auf beiden Hälften des Stabes von der Mitte aus, wie vorauszusehen, gleich vertheilt, indem die Momente des p ten und $n - p + 1$ ten Molecüls und die freien Magnetismen an den Enden des p ten und $n - p$ ten Molecüls einander gleich sind.

Ist wieder der Durchmesser der magnetischen Molecüle gleich ε, so findet, wenn sie dicht an einander liegen, der freie Magnetismus u_p sich in der Entfernung $x = \varepsilon p$ vom Ende vor. Ist die Länge des Stabes $2l$, so ist $n\varepsilon = 2l$. Werden hieraus die Werthe für p und n in die Formel eingeführt und wird für $(1 + q)/(1 + q^{n+1})$ eine Constante ν gesetzt, welche von der Vertheilungsfähigkeit der einzelnen Elemente auf einander und der Zahl der Molecüle n abhängt, so ist

$$u_p = \gamma\mu\nu\left\{q^{\frac{x}{\varepsilon}} - q^{\frac{2l-x}{\varepsilon}}\right\},$$

oder mit Vertauschung der Constanten, wenn $q^{1/\varepsilon} = a$ gesetzt wird

$$u_p = \gamma\mu\nu\,\{a^x - a^{2l-x}\}.$$

Dies ist aber im Wesentlichen die Formel von Biot.

Das magnetisehe Moment der ganzen Reihe ist

$$\frac{2\mu}{1-2\alpha}\left(n - \frac{2q}{1-q}\,\frac{1-q^n}{1+q^{n+1}}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

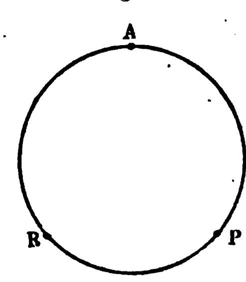
In dieser Formel könnte man durch Versuche mit verschieden langen Stäben n und q bestimmen.

481 Liegen die magnetischen Molecüle in einer Curve geordnet und bilden ihre magnetischen Axen einen Winkel unter einander, so ist ihre vertheilende Wirkung auf einander kleiner, als bei geradliniger Anordnung; da sie aber alle sehr klein sind, so wird diese Verminderung gering, so dass man die Vertheilungswirkung wie bei geradliniger Anordnung berechnen kann.

Ist daher in einem geschlossenen Kreise ARP (Fig. 215) von n magnetischen Molecülen, in welchem wir die Molecüle von einem festen Punkt A an zählen, in dem r ten Molecül R durch eine äussere Kraft

das Quantum $\pm\mu$ von magnetischem Fluidum geschieden, so wird in dem $p$ten Molecül P direct von R aus der Magnetismus $\gamma\mu q^{p-r}$ vertheilt. Sodann erstreckt sich die Vertheilung aber über P und A hinaus durch R noch einmal bis P u. s. w., so dass hierdurch in P nach einander die Magnetismen $\gamma\mu q^{n+p-r}$, $\gamma\mu q^{2n+p-r}$ u. s. f. vertheilt werden. Ebenso geht umgekehrt die Vertheilung von R über A nach P und wiederholt im Kreise herum, wodurch die Magnetismen γq^{n-p+r}, γq^{2n-p+r} erregt werden. Der gesammte in P vertheilte Magnetismus ist demnach

Fig. 215.



$$m = \pm\gamma\mu\Sigma\left(q^{\nu n+p-r} + q^{(\nu+1)n-p+r}\right),$$

wo für ν alle Werthe von 0 bis ∞ zu nehmen sind. Der Gesammtwerth ist, je nachem $r \gtrless p$

$$m_p = \frac{\gamma\mu}{1-q^n}\left(q^{\pm(p-r)} + q^{n\mp(p-r)}\right).$$

Erregt man in den Molecülen 1 bis s von aussen den freien Magnetismus $\pm\mu_1$, $\pm\mu_2\ldots$, so wird der in dem $p$ten Molecül P erzeugte Magnetismus gleich der Summe der Werthe m, welche erhalten werden, wenn nach einander für μ bezw. μ_1, μ_2 u. s. f., für r bezw. 1 bis s gesetzt wird. Sind die Erregungen $\mu_1 = \mu_2 \ldots = \mu_s$, so ist nun der in P erregte Magnetismus, je nachdem $p \gtrless s$ 482

$$p > s \quad (m_p)_s = \gamma\mu\frac{(1-q^s)}{(1-q)(1-q^n)}\left\{q^{p-s} + q^{n-p+1}\right\}$$

oder wenn

$$p < s \quad (m_p)_s = \gamma\mu\left[\frac{1+q}{1-q} - \frac{1-q^{n-s}}{(1-q)(1-q^n)}\left\{q^{s-p+1} + q^p\right\}\right]$$

Die freien Magnetismen an der Grenze zweier Molecüle sind, wenn

$$p > s \quad (u_p)_s = \gamma\mu\frac{1-q^s}{1-q^n}\left\{q^{n-p} - q^{p-s}\right\}.$$

$$p < s \quad (u_p)_s = \gamma\mu\frac{1-q^{n-s}}{1-q^n}\left\{q^p - q^{s-p}\right\}.$$

Den grössten Werth $(m_p)_s$, also die stärkste Vertheilung des Magnetismus findet man hiernach in dem mittleren der von aussen magnetisirten, den kleinsten in dem mittleren der von aussen nicht magnetisirten Molecüle. Die freien Magnetismen sind daselbst Null, so dass der Ring sich in eine nördlich und eine südlich magnetisirte Hälfte theilt.

Sind alle Molecüle des Ringes von aussen gleich stark magnetisirt, so ist $s = n$ und der in jedem Molecül erregte Magnetismus

$$(m_n)_n = \gamma\mu\frac{1+q}{1-q}.$$

Der freie Magnetismus ist überall Null.

In diesem Fall ist der erregte Magnetismus, wie sich übrigens direct ergiebt, in jedem Molecül ebenso gross, wie in einer unendlich langen überall von aussen gleich stark erregten Molecülreihe.

483 Von Werth ist noch die Berechnung der Anziehung zweier Molecülreihen AB und $A'B'$ von bezw. n und n' Molecülen.

Ist der in dem Molecül A' direct durch Magnetisirung des Stabes $A'B'$ erregte, also am Ende A' der Reihe $A'B'$ vorhandene freie Magnetismus gleich m', und vertheilt er in B den Magnetismus cm', so ist nach Gleichung 3), §. 479 der in dem $p$ten Molecül von AB erregte Magnetismus gleich

$$cm'\gamma\,(1 - q^2)\,\frac{q^{p-1} - q^{2n-p+1}}{1 - q^{2n+2}},$$

oder, da nach §. 478

$$\gamma = \frac{1 + q^2}{1 - q^2}$$

ist, gleich

$$cm'\,(1 + q^2)\,\frac{q^{p-1} - q^{2n-p+1}}{1 - q^{2n+2}} = m'P,$$

und in dem ersten Molecül B ist derselbe gleich

$$cm'\,(1 + q^2)\,\frac{1 - q^{2n}}{1 - q^{2n+2}} = m'Q.$$

Da nun $q < 1$, n sehr gross ist, so ist q^{2n} wenig von q^{2n+2} unterschieden, also

$$cm'\,(1 + q^2) = m'Q.$$

Gehen wir von dem Molecül B zurück auf die Erregung des Molecüls A' durch dasselbe u. s. f., so müssen wir für n, q, c bezw. n', q', c' substituiren, und erhalten im Ganzen den Zuwachs an Magnetismus in dem $q$ten Molecül der Reihe AB

$$= \frac{m' + mQ'}{1 - QQ'}\,P,$$

und in dem p'ten Molecül der Reihe $A'B'$

$$= \frac{m + m'Q}{1 - QQ'}\,P'.$$

In den Molecülen B und A' ergiebt sich derselbe Zuwachs

$$\frac{m + m'Q}{1 - QQ'} \qquad \frac{m' + mQ'}{1 - QQ'}.$$

Die Molecülreihen ziehen sich also an mit der Kraft

$$\frac{(m + m'Q)\,(m' + mQ')}{(1 - QQ')^2}.$$

Die Momente der Reihen sind

$$m + cm' \frac{1+q^2}{1-q} \frac{1-q^n}{1-q^{n+1}} \frac{m'+mQ}{1-QQ'}$$

$$m' + c'm \frac{1+q^2}{1-q'} \frac{1-q'^{n'}}{1-q'^{n'+1}} \frac{m+m'Q}{1-QQ'}.$$

Ist nur die eine Reihe direct magnetisirt, dient die andere als Anker, so ist $m' = 0$ und die Anziehung

$$\frac{m^2 Q'}{1-QQ'}.$$

Sind beide Reihen ganz gleich und gleich stark, z. B. in einer langen Magnetisirungsspirale magnetisirt, so ist $m = m'$ und $Q = Q'$, also die Anziehung

$$m^2 \frac{1+Q}{1-Q}.$$

Hiernach wäre die Anziehung von der Länge der Reihen unabhängig [1]).

Liegen zwei bogenförmige Molecülreihen AB und $B_1 A_1$ von n und s Molecülen an einander, deren Endmolecüle A, B und A_1, B_1 durch directe Magnetisirung beider Reihen die Magnetisirungen m und m_1 erhalten haben, und für welche die Constanten $c, \gamma\, q$ und c_1, γ_1, q_1 gelten, so verstärkt sich durch die gegenseitige Vertheilung unter Beibehaltung der früheren Zeichen der Magnetismus der Reihen. Vernachlässigen wir die sehr kleine verstärkende Wirkung von B_1 auf B und A_1 auf A und umgekehrt, so wird hiernach der Magnetismus von A und B **484**

$$W = \frac{m + m_1 S}{1 - SS_1}, \quad W_1 = \frac{m_1 + mS_1}{1 - SS_1},$$

wo

$$S = c\,(1+q^2) \frac{1+q^{n-1}}{1+q^{n+1}}, \quad S_1 = c_1\,(1+q)_1^2 \frac{1+q_1^{s-1}}{1+q_1^{s+1}}$$

ist. Die Anziehung ist dann gleich $2\,W \,.\, W_1$.

Ist nur die erste Reihe (n) magnetisirt, also $m_1 = 0$, so wird, da nach §. 478

$$c = \alpha = \frac{q}{1+q^2}, \quad c_1 = \alpha_1 = \frac{q_1}{1+q_1^2},$$

die Anziehung nach Lamont gleich

$$A = const\, m^2 q_1 \frac{(1+q^{n+1})^2\,(1+q_1^{s-1})\,(1+q_1^{s+1})}{[(1-q\,q_1)\,(1-q^n\,q_1^s) - (q_1-q)\,(q^n - q_1^s)]^2}.$$

Liegen mehrere Molecülreihen neben einander, welche alle von aussen gleichen magnetisirenden Kräften unterworfen sind, so **485**

[1]) Berechnungen hierüber auch nach Jamin, Journ. de Phys. 5, 92.

ergeben die später zu erwähnenden Versuche von Lamont, dass bei kleineren Abständen x jede Längslamelle vom Moment m in der benachbarten parallelen Lamelle ein entgegengesetztes Moment hervorruft, welches sich durch die empirische Formel

$$\frac{m}{a + bx}$$

ausdrücken lässt, wo a und b Constante sind. Ist der Abstand der Lamellen $x = 0$, so ist dieses entgegengesetzte Moment, d. h. der Verlust an Magnetismus, den jede Lamelle durch Einfluss der unmittelbar daran liegenden erfährt, gleich m/a.

Bezeichnen dann M_I, M_2, sowie m_1, m_2 die Magnetismen, welchen jede Längslamelle eines Stabes durch die ursprüngliche magnetisirende Kraft erhält, und welche sie nachher beim Zusammenlegen mit den übrigen Lamellen annimmt, so ist

$$m_1 = M_1 - \frac{m_2}{\alpha_1} - \frac{m_3}{\alpha_2} - \frac{m_4}{\alpha_3} - \cdots \text{ u. s. f.,}$$

wo m_2/α_1, $m_3/\alpha_2 \ldots$ Werthe von der Form $m/(a + bx)$ sind, und die durch die einzelnen Lamellen in m_1 bewirkten Verluste an Magnetismus bezeichnen. Sind die Lamellen von vornherein gleich stark magnetisirt, sind sie alle von gleichem Stoff, so werden a und b für alle Lamellen dieselben. Sind sie in gerader Anzahl vorhanden, so reduciren sich die für m_1, m_2 u. s. f. gültigen n Gleichungen auf $^1/_2\, n$, woraus sich das Moment jeder Lamelle berechnen lässt. Die Werthe m lassen sich meist empirisch durch eine Exponentialformel von der Form

$$m_n = a + b\,(c^{n-1} - c^{p-n})$$

darstellen, wo n die Ordnungszahl der betrachteten Lamelle und p die Gesammtzahl derselben, a, b, c Constante sind. Das Moment der sämmtlichen Lamellen kann durch Summation dieser Werthe m erhalten werden.

Setzt man das Moment eines n mm breiten, im Abstand x mm von der Kante in einem massiven Magnet gelegenen Linearmagnetes

$$m = a + b\,(e^{-\gamma x} + e^{-\gamma(n-x)}),$$

so erhält man bei der Integration für den ganzen Magnet das Moment

$$(M) = an\,\frac{2b}{k}\,(1 - e^{-kn}) = an + \varepsilon\,(1 - \delta^n),$$

wo ε und δ neue Constante sind.

486 Hiernach berechnet Lamont u. A. auch das Moment eines hohlen Cylinders von geringer Wanddicke und dem Radius r. Sind zwei der Axe parallele Elementarstreifen desselben um den Winkelabstand φ von einander entfernt, so ist ihre lineare Entfernung gleich $2r\sin{}^1/_2\,\varphi$. Ist das in jedem Streifen des Cylinders erregte Moment m, so wird das ganze Moment demnach durch die Vertheilungswirkung um

$$D = \int^{2\pi} \frac{m . r d\varphi}{a + 2br \sin \frac{\varphi}{2}}$$

geschwächt. Setzt man $\sin {}^1/_2\, \varphi = (z^2 - 1)/(z^2 + 1)$ und integrirt, so wird

1) wenn br gegen a sehr gross ist und $h^2 = (2br - a)/(2br + a)$ gesetzt wird,

$$D = - \frac{4mr}{\sqrt{4b^2r^2 - a^2}} \log \frac{1-h}{1+h}.$$

Ist ${}^1/_2 a/br$ so klein, dass man seine höheren Potenzen vernachlässigen kann, und ist das ursprünglich in jeder Lamelle des Cylinders erregte Moment gleich N und $2Mr\pi = (M)$, so ist das wirkliche Moment des ganzen Cylinders

$$(M) = 2r\pi(N - D) = 2r\pi N - \frac{2(M)}{b} \log \frac{4br}{a} + \frac{(M)a^2}{8b^3r^2},$$

oder bei Vertauschung der Constanten

$$(M) = \frac{r}{p + q \log r - \frac{c}{r^2}}.$$

2) Ist $2br < a$ (wie es beim Stahl möglich ist), so wird

$$D = \frac{2Mr}{\sqrt{a^2 - 4b^2r^2}} \cdot \operatorname{arc\,cos} \frac{2br}{a}.$$

Ist a nahe gleich $2br$ sehr klein, so wird D nahezu gleich $= 2Mr/a$.

In gleicher Weise berechnet **Lamont** das Moment concentrisch in einander geschobener Röhren, wobei sich indess sehr complicirte Formeln ergeben, die zuletzt zur Berechnung des Momentes massiver Cylinder führen könnten. 487

Die Versuche bestätigen im Allgemeinen die Rechnungsresultate.

Indess ist bei diesen Berechnungen die magnetisirende Rückwirkung des auf der Oberfläche und an den Enden der Magnete aufgehäuften freien Magnetismus noch nicht berücksichtigt (s. §. 489).

Alle bisherigen Berechnungen beruhen auf der Annahme, dass die in den Körpern erzeugten magnetischen Momente den magnetisirenden Kräften proportional sind. Diese Annahme ist indess schon bei Anwendung von schwächeren, viel mehr noch bei der von stärkeren magnetisirenden Kräften unrichtig, die Magnetisirungsconstanten ändern sich mit denselben, wenn auch stetig, so doch in verschiedener Weise. Diese Aenderungen sind zunächst experimentell zu untersuchen, ehe die Magnetisirung der Körper genügend theoretisch behandelt werden kann.

Die Formeln von **Poisson** und die übrigen auf der Annahme freier magnetischer Fluida beruhenden Ableitungen der magnetischen Gesetze 488

sind, wie die der Vertheilung der elektrischen Fluida so weit richtig, als die an jeder Stelle der Körper vertheilten Fluida der gesammten vertheilenden Intensität, wie sie sowohl von äusseren magnetischen und elektromagnetischen Einflüssen, als auch secundär von der Wirkung der in dem Körper erregten Fluida herrührt, proportional angenommen werden können.

Bei den anderen Betrachtungen ist dies nicht der Fall. Hier muss ausser der Wechselwirkung der magnetisirten Theilchen unter sich, wenn man sie auch auf die einander benachbarten Theilchen beschränkt, noch die Wirkung der an den Enden eines nicht geschlossenen magnetischen Kreises, sowie der auf seiner Oberfläche vertheilten freien Magnetismen in Betracht gezogen werden. Dieselbe hat eine partielle **Entmagnetisirung** zur Folge. Indess haben diese Betrachtungen wesentlich praktisches Interesse. Wir deuten sie deshalb nur kurz an.

489 In dem gleichartigen Magnetfelde in der Mitte einer langen und weiten Magnetisirungsspirale befinde sich in ihrer Axe ein Eisenstab vom Volumen v und der Magnetisirungszahl $K = 1$. Die Stärke des Magnetfeldes in der Spirale sei H. An den Endflächen des Stabes lagern sich ihr proportionale Mengen von freiem Magnetismus, welche auf den Stab entmagnetisirend wirken. Das ihnen entsprechende Magnetfeld habe die Stärke $-NH$. Demnach ist die Stärke des gesammten Magnetfeldes $H(1 - N)$.

Der Eisenstab werde durch ein Rotationsellipsoid vom Volumen v ersetzt. Dann ist sein Moment $M = vH/(1 + C)$ oder annähernd, wenn C, bezw. das Dimensionsverhältniss d klein ist, $M = vH(1 - C)$. Der §. 462, Gl. 3 gegebene Werth von C entspricht dem Entmagnetisirungsfactor N.

490 Die Werthe von N für ein gestrecktes und ein flaches Ellipsoid, eine dünne Platte ($N = 4\pi$), für die Kugel ($N = 4/3 . \pi$), sowie für ein sehr langgestrecktes Ellipsoid ($C = 0$) ergeben sich aus §. 462 und 463. Für einen transversal magnetisirten Kreiscylinder wird $N = 2\pi$.

Für verschiedene Dimensionsverhältnisse d, beziehungsw. $m = 1/d$ = Länge/Dicke wird der Entmagnetisirungsfactor N bei Kreiscylindern I nach experimentellen Daten und bei Rotationsellipsoiden II

m	0	10	20	30	50	100	200	500	1000	∞
I N	12,5664	0,2160	0,0775	0,0393	0,0762	0,0045	0,0011	0,00018	0,00005	0
II N	12,5664	0,2549	0,0848	0,0342	0,0181	0,0054	0,0016	0,00030	0,00008	0

Für die Ellipsoide sind cet. par. die Werthe N also grösser, als für die Cylinder. Ferner wächst N beim Uebergang aus einem unendlich langen Cylinder oder Ellipsoid ($m = \infty$) bis zu $m = 0$ auf $4\pi = 12,5664$ [1]).

[1]) Siehe du Bois, Magnetische Kreise, S. 41 u. flgd. Berlin, Springer, 1894.

Für Ellipsoide, die etwa 500 mal länger sind, als dick, ist $N = 0{,}0_3 3$. Eisenprismen und Eisendrahtbündel verhalten sich nahezu wie Kreiscylinder von gleicher Länge und gleichem Querschnitt (s. w. u.).

491 Zu diesen Betrachtungen sind noch zwei Sätze von Kirchhoff[1]) hinzuzuziehen.

Ist $\mathfrak{H}_t$ die gesammte magnetisirende Kraft, so ist in isotropen Körpern die Richtung der Magnetisirung $\mathfrak{J}$ die gleiche, wie die von $\mathfrak{H}_t$; sodann ist der numerische Werth $\mathfrak{J} = f.(\mathfrak{H}_t)$ nur abhängig von $\mathfrak{H}_t$, also nicht ohne Weiteres proportional $(\mathfrak{H}_t)$. Die Function entspricht der Magnetisirungscurve ohne Einwirkung der freien Enden.

Je mehr $\mathfrak{H}_t$ wächst, desto mehr nähert sich $\mathfrak{J}$ asymptotisch einem Maximum; bezeichnet man das Verhältniss der Magnetisirung $\mathfrak{J}$ zur magnetisirenden Kraft $\mathfrak{H}_t$, bezw. die Susceptibilität mit $k(\mathfrak{H}_t)$, so ist $\mathfrak{J} = k(\mathfrak{H}t).\mathfrak{H}t$. Die Totalinduction $\mathfrak{B}$ ist dann, da $\mathfrak{H}_t$ und $\mathfrak{J}$ die gleiche Richtung haben, $\mathfrak{B}_t = \mathfrak{H}_t + 4\pi\mathfrak{J} = \mu(\mathfrak{H}t).\mathfrak{H}_t$, wenn μ die Permeabilität, das Verhältniss der Induction zur Intensität ist. (Vergl. über die hier gebrauchten Bezeichnungen auch §. 444)[2]).

492 Diese Sätze finden eine wichtige Anwendung bei in sich geschlossenen Eisenringen, welche im einfachsten Falle überall gleichen Querschnitt haben und gleichmässig mit den Drahtwindungen einer Magnetisirungsspirale umgeben sind[3]).

Macht man in einen solchen Ringelektromagnet (ein Toroid) einen radialen Schnitt, so vermindert sich die im Kreise herum erfolgende Wechselwirkung der Molecularmagnete, das an einer Stelle des Ringes durch eine um dieselbe gelegte Inductionsspirale gemessene Moment daselbst nimmt ab, um so mehr, je weiter der Schnitt ist. Dabei nähert sich mit wachsender magnetisirender Kraft der Moment langsamer dem Wendepunkt und dem Maximum (s. w. u.). Während vorher das Toroid nach aussen keine magnetische Wirkung äusserte, geht eine solche von den beiden nunmehr entgegengesetzt polaren Seiten des Schnittes aus, wie von den Polen eines geraden Magnetes, sie wächst mit der Weite

---

[1]) G. Kirchhoff, Crelle's Journ. **48**, 370, 1853. Abhandl. S. 217, siehe du Bois, Wied. Ann. **46**, 491, 1892. Magnetische Kreise, S. 80. — [2]) Siehe hierüber auch Culmann, Wied. Ann. **48**, 381, 1893, welcher nachweist, dass der Satz von Kirchhoff gültig ist, wenn gegen die Stärke des äusseren Magnetfeldes $\mathfrak{H}_t$ die von dem magnetisirten Körper ausgehende Stärke $\mathfrak{H}$ verschwindet.

[3]) Wenngleich diese Betrachtungen für die Theorie des eigentlichen Wesens des Magnetismus keine neuen Aufschlüsse und Entscheidungen geben können, welche man nur von dem weiteren Studium der Molecularmagnete zu erwarten hätte, so bieten sie doch, insbesondere in technischer Beziehung, grosses Interesse dar. Wir können deshalb in dieses Gebiet nur kurz eingehen, um so mehr, als es im Zusammenhang in dem während des Druckes erschienenen verdienstlichen Werke von H. E. J. G. du Bois, Magnetische Kreise, 8°, 382 S., Berlin-München, Springer-Oldenbourg, 1894, eingehend behandelt worden ist. In demselben sind namentlich die englischen Arbeiten und Anschauungen auf diesem und verwandten Gebieten in den Vordergrund gestellt.

des Schnittes und breitet sich mehr und mehr von der Schnittfläche an über die Seiten des Ringmagnetes aus, ebenso wie beim geraden Magnet.

Man bezeichnet diese Wirkung nach aussen mit dem Namen Streuung.

Die freien Magnetismen der beiden Seiten des Schnittes wirken auf magnetische Punkte umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung; beide zusammen wie ein Magnet von der Länge des Schnittes, dessen Endflächen sie sind, also proportional der dritten Potenz der Entfernung von seiner Mitte. Sie wirken entmagnetisirend auf das Innere des Ringes. Wir werden dies noch specieller bei der Betrachtung der geschlossenen Elektromagnete besprechen.

493 Magnetkraftlinien. Die magnetischen Vertheilungen und Wirkungen lassen sich in ganz ähnlicher Weise mittelst der Vorstellung von Magnetkraftlinien behandeln, wie die elektrischen. Theil I, §. 115, haben wir letztere als Linien bezeichnet, welche auf den äquipotentiellen, elektrischen Flächen senkrecht stehen. Je nachdem die Wirkung von einem positiven oder negativen elektrischen Punkt ausgeht, ist den Kraftlinien eine entgegengesetzte Richtung beizulegen. Wir haben ferner eine Kraftröhre als eine Röhre definirt, welche von den durch die Peripherie eines Elementes dA einer Niveaufläche gezogenen Kraftlinien begrenzt ist, und als Kraftfluss die Zahl der durch dA hindurchgehenden Kraftlinien FdA, wo F die auf die Einheit der Oberfläche von dA wirkende Kraft ist, also FdA die gesammte auf dA wirkende Kraft ist.

Befindet sich im Innern einer geschlossenen Oberfläche F die elektrische Masse Q, so ist die auf die ganze Fläche wirkende Kraft, bezw. der durch sie hindurchgehende Kraftfluss $F_n = 4\pi Q$, also, wenn $Q = 1$ ist, gleich 4π.

Das Verhalten bei mehreren Systemen von Kraftlinien haben wir ebendaselbst bereits auseinandergesetzt.

494 Diese Betrachtungen lassen sich unverändert auf die magnetischen Verhältnisse übertragen.

Bis dahin sind die Magnetkraftlinien nur als eine rein geometrische Darstellung der aus der Potentialtheorie folgenden Verhältnisse abgeleitet und nur die Fernewirkungen von Magneten auf magnetische Massen betrachtet, welche sich in einem Magnetfelde befinden, das an und für sich keine besonderen Eigenschaften besitzt. Als solches ist der luftleere, bezw. auch sehr annähernd der mit Luft und anderen Gasen erfüllte Raum anzusehen.

Eine weitere Bedeutung wurde den Kraftlinien zuerst von Faraday beigelegt. Seine zunächst noch nicht völlig geklärten, später durch Sir W. Thomson (Lord Kelvin), Maxwell u. A. ausgebildeten Vor-

stellungen beruhen wesentlich auf der Annahme, dass keine Fernwirkung im eigentlichen Sinne besteht, sondern sie in allen Fällen auf einer Uebertragung der magnetischen (und elektrischen) Wirkungen durch ein Zwischenmedium beruht. Dieses Zwischenmedium ist in einem Magnetfelde an jeder Stelle, schon ohne dass sich daselbst ein magnetisirbarer Körper im eigentlichen Sinne des Wortes, oder, wie man sich auch ausdrückt, ein ferromagnetischer Körper vorfindet, in einem besonderen, nach Grösse und Richtung (durch einen Vector) bestimmten Zustande, entsprechend der Richtung und Stärke der auf einen magnetisirbaren Körper daselbst wirkenden Kraft.

Auf die Hypothesen in Betreff der Ursachen dieses Zustandes, der in einer Art Schwingungen u. dgl. m. bestehen kann, werden wir erst im theoretischen Schlusscapitel eingehen.

Nach dieser Vorstellung treten die Magnetkraftlinien aus ihrer rein geometrischen Bedeutung heraus und gewinnen eine realere Gestalt.

495 Wenn es ursprünglichen, den Erörterungen des §. 493 entsprechenden „wahren" Magnetismus gäbe, so müssten die Kraftlinien im Raume frei enden und dort freier Magnetismus auftreten. In der Unendlichkeit ist dies nicht möglich, da die Summe aller freien Nord- und Südmagnetismen im Raume Null ist und die Kraftlinien also immer wieder auf magnetische Pole treffen. Auch in der Endlichkeit kann dies nicht geschehen; denn wenn man um einen Punkt im Raume, der nicht einen magnetischen, dem ursprünglichen entgegengesetzten Pol enthält, eine kleine geschlossene Fläche beschreibt, so müssen in dieselbe ebenso viele Kraftlinien eintreten, wie austreten, ganz ebenso wie durch eine einen oder mehrere Magnete ganz umschliessende Fläche, da die Summe aller Polstärken in den Magneten gleich Null ist. Dies gilt selbstverständlich auch, wenn die einzelnen Polstärken alle gleich Null sind, also die Fläche keine Magnete einschliesst [1]).

Danach ist jede magnetische Kraftlinie völlig in sich geschlossen. Sie durchzieht in einem Magnetfelde, in welchem sich ein Magnet befindet, sowohl das umgebende Medium (Interferricum), als auch den Magnet selbst in entgegengesetzter Richtung.

496 Auch galvanische Ströme können nicht Quelle von freiem, ursprünglichem Magnetismus sein; die Kraftlinien laufen in geschlossenen Bahnen um sie herum, ohne an einer Stelle freien Magnetismus zu zeigen.

Diese Linien verlaufen auch im Innern des Magnetes in entgegengesetzter Richtung, wie aussen, sie setzen sich in das Innere fort. Auch hier sind keine freien Enden von Kraftlinien, es ist kein wahrer Magnetismus vorhanden, wenngleich die Wirkung nach aussen der Existenz freier Magnetismen entspricht.

---

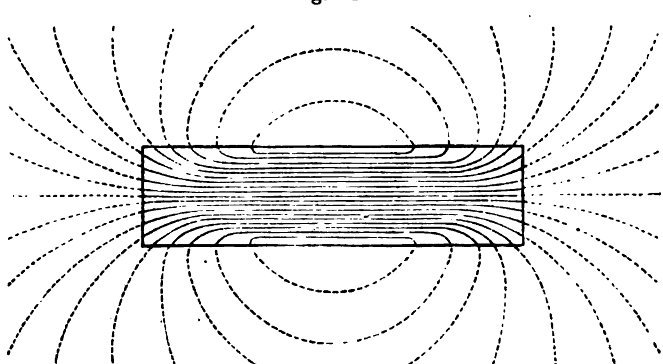
[1]) Vergl. Drude, Physik des Aethers auf elektromagnetischer Grundlage, S. 39. Stuttgart 1894.

497 Ein überall gleich dicker, geschlossener, überall gleichartig mit einer Magnetisirungsspirale umgebener Eisenring übt beim Durchleiten des Stromes durch letztere nach aussen keine Wirkungen aus; durch das umgebende Medium laufen also keine Kraftlinien. Die Kraftlinien schliessen sich dann an der Zwischenstelle durch die Luft.

498 Wie erwähnt worden ist, kann die Stärke eines magnetischen Feldes, z. B. in der Luft, durch die in einer kleinen Inductionsspirale inducirte elektromotorische Kraft gemessen werden, welche von einer Stellung, in der beim Erregen oder Verschwinden der ursprünglichen magnetischen Kraft die Induction ein Maximum ist, zu der, wo sie Null ist, gedreht wird. Nach der Theorie der Kraftlinien entspricht diese elektromotorische Kraft der Zahl der Kraftlinien, welche durch die Fläche der Inductionsspirale in der Maximalinductionslage hindurchgehen [1]).

Man bringe in der Inductionsspirale an die betreffende Stelle eine andere Substanz, als Luft, z. B. ganz weiches Eisen, in welchem die zurückbleibende permanente Magnetisirung zu vernachlässigen sei. Die

Fig. 216.



Inductionsspirale zeigt jetzt bei ihrer Drehung eine stärkere elektromotorische Kraft in derselben Richtung. Die Zahl der nun in der Eisenmasse die Fläche der Spirale durchziehenden Kraftlinien ist grösser geworden, und zwar so vielmal grösser, als die magnetische Permeabilität des Eisens grösser ist, als die der Luft. Neue Kraftlinien sind hierbei nicht geschaffen, sie sind nur in dem Eisen concentrirt, in dem umgebenden Raume anders vertheilt worden. Man kann sich davon durch Drehung der Inductionsspirale in den dem Eisen benachbarten Gegenden des Magnetfeldes überzeugen.

In dieser Weise würden in einem Magnetstab und in dem umgebenden Medium die Kraftlinien etwa wie in Fig. 216 verlaufen.

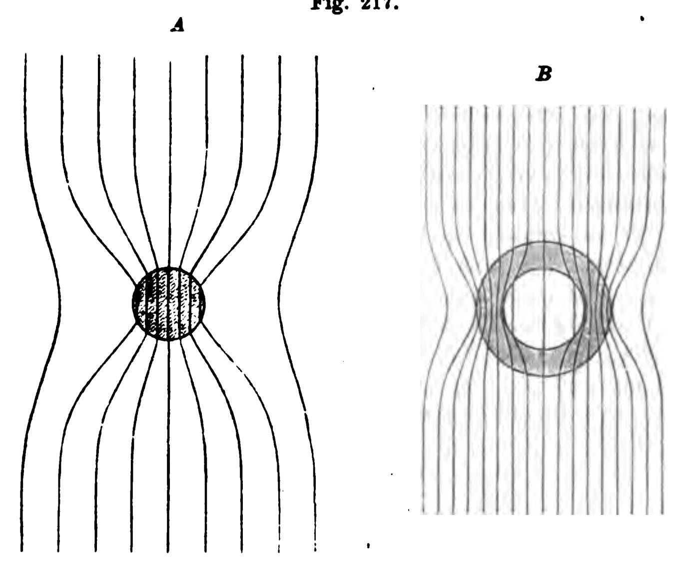
---

[1]) Vergl. hierüber auch Kahle, Elektrotechn. Ztschr. **10**, 467, §. 27, 1889, Beibl. **14**, 135.

Ueberall da, wo die Kraftlinien von einem Medium zum anderen übergehen, tritt freier Magnetismus mit auf.

Fig. 217 *A* giebt ein Bild der Vertheilung der Kraftlinien, wenn man eine eiserne Vollkugel, *B*, wenn eine Hohlkugel in ein Magnetfeld gebracht wird. Aus letzterer Figur ist ersichtlich, dass die Zahl der

Fig. 217.



Kraftlinien im Innern der Hohlkugel kleiner wird. Sie übt eine Schirmwirkung auf das Innere aus.

499 Bei anderen ferromagnetischen Stoffen, Nickel, Kobalt u. s. f., findet eine Concentration der Kraftlinien in höherem oder geringerem Grade statt, bei den sogenannten diamagnetischen, Wismuth, Phosphor u. s. f., tritt an Stelle der Concentration der Kraftlinien eine Verdünnung; ihre Permeabilität ist kleiner, als die der Luft oder des Vacuums. An den in der Richtung der Kraftlinien liegenden Enden der Körper, wo erstere ein- und austreten, muss in Folge dessen die Polarität entgegengesetzt erscheinen bei ferromagnetischen und diamagnetischen Substanzen. Indess unterscheiden sich dieselben hiernach durchaus nicht in qualitativer, sondern nur in quantitativer Beziehung; dabei ist die Zahl der durch die betreffenden Stoffe gehenden Kraftlinien nicht immer proportional der Stärke des Magnetfeldes an ihrer Stelle; die Concentration kann relativ grösser oder kleiner sein, wie z. B. beim Eisen.

500 Wird der Querschnitt eines Eisenringes oder eines der Länge nach in einem Magnetfelde magnetisirten Eisenstabes an einer Stelle vermindert, so bleibt die Zahl der Kraftlinien daselbst ungeändert; sie

concentriren sich nur auf einen engeren Raum, so weit sie nicht an den Stellen der Querschnittswandungen in die umgebenden Massen, die Luft, übertreten, wo sich dann daselbst freier Magnetismus zeigt. Man kann sich hiervon durch ähnliche Inductionsversuche wie vorher überzeugen, indem man eine Inductionsspirale über dickere und dünnere Stellen des Eisenkernes schiebt und die Inductionsströme darin beim Schliessen und Oeffnen des magnetisirenden Stromes untersucht.

501 Man könnte die Magnete durch ihnen gleichwerthige, magnetische Oberflächen, die auch verschiedene Substanzen in sich enthalten, ersetzen, aus welchen ebenso viel Kraftlinien austreten, wie in sie eintreten. Ebenso können jene Oberflächen die Trennungsflächen verschiedener Substanzen bilden. Danach müssen die Richtungen der auf der Trennungsfläche senkrechten Componenten der Kraftlinien sich continuirlich ändern. Die tangentialen Componenten derselben zeigen aber daselbst eine Unterbrechung der Stetigkeit. Dies bedingt eine Aenderung der Richtung der Kraftlinien beim Uebergange aus einem Medium in das andere, also eine Art Brechung. Dieselbe ist aber nicht analog der Brechung des Lichtes, vielmehr folgt sie einem Tangentengesetz. Bildet also die Richtung der Kraftlinien mit der Normalen auf der Trennungsfläche in beiden die Winkel α und β, so ist

$$\frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta} = Const,$$

wo die Constante dem Verhältniss der Permeabilitäten entspricht.

Es folgt dies aus der Analogie der Kraftlinien mit den Strömungslinien einer incompressiblen Flüssigkeit bezw. mit den Strömungslinien des galvanischen Stromes beim Uebergange aus einem Leiter in einen andern (s. Bd. II, §. 373).

In den Figuren 217 *A* und *B* ist diese Brechung sehr gut zu erkennen. Es ist ersichtlich, wie dadurch die Kraftlinien in dem Eisen zusammengedrängt werden, und wie im Inneren der Hohlkugel *A* eben dadurch ein von Kraftlinien relativ freierer Raum gebildet wird.

502 Wir wollen noch einige elektromagnetische Erscheinungen mittelst der Kraftlinien besprechen, um ein Beispiel ihrer Anwendung zu geben [1]).

Das Magnetfeld eines linearen elektrischen Stromes ist durch das Biot-Savart'sche Gesetz gegeben. Dem entspricht auch der Verlauf der Kraftlinien. Auf einen Querschnitt von 1 qcm Fläche senkrecht zur Richtung des Feldes kommen dann so viele Kraftlinien, dass sie der in C.-G.-S.-Einheiten nach dem Biot-Savart'schen Gesetz berechneten magnetischen Kraft gleich sind. Ist der Draht nicht von Luft, sondern einem anderen Medium, z. B. weichem Eisen, umgeben, so ist die Zahl der Kraftlinien im Verhältniss der Permeabilitäten vermehrt.

---

[1]) Siehe Sylvanus Thompson, Electricial Review, p. 27, 1890.

503 In einem gleichförmig gewickelten, in sich geschlossenen Ringsolenoid von mittlerem Radius r, welches auf der Einheit der Länge n Windungen enthält, und durch das ein galvanischer Strom von der Intensität I geleitet wird, bilden die Magnetkraftlinien geschlossene Kreise im Innern des Solenoids. Das Linienintegral der magnetischen Intensität über einen solchen Kreis ist nach dem Biot-Savart'schen Gesetz in absoluten Einheiten gleich $4\pi In$ (gleich 12,566 mal der Zahl der Ampèrewindungen, d. h. dem Product der Windungszahl mit der in Ampères gemessenen Stromstärke). Die magnetische Intensität an jeder Stelle ist also $4\pi In/2r = 2\pi In/r$.

Die Zahl der durch ein Element des Querschnittes df des Solenoides gehenden Kraftlinien ist also gleich $\mu . 2\pi In df/r$, wenn μ die Permeabilität des Innern des Solenoides ist, daher für Luft gleich $2\pi In df/r$ [1]).

Diese Resultate lassen sich ebensowohl mittelst der Theorie der Fernewirkung erhalten. Die Annahme von Kraftlinien ist demnach, so wahrscheinlich die Existenz einer Fortpflanzung der magnetischen (und elektrischen) Wirkungen durch ein Zwischenmedium ist, doch noch nicht genügend, die frühere Annahme von Fernewirkungen als unhaltbar zu erweisen. Sie ist indess sehr anschaulich und bequem, vor allem auch bei der Lösung von Aufgaben aus der Elektrotechnik.

504 Uebertragung des Ohm'schen Gesetzes auf den Magnetismus. An Stelle der statischen Vorstellungen über die Fernewirkung magnetischer Fluida oder von Molecularmagneten, welche in den magnetischen Körpern um ihren mehr oder weniger unveränderlichen Schwerpunkt gedreht werden, hatte man schon in früherer Zeit Strömungen eines einzigen magnetischen freien Agens zu setzen versucht, welche die Magnete, sowie die Umgebung in einer bestimmten Richtung durchziehen, und zwar wesentlich die ersteren wegen ihres relativ sehr geringen „Widerstandes". Die magnetischen Figuren aus Eisenfeilicht sollten die Strömungscurven darstellen [2]). Die Magnete selbst sollten dazu von feinen Canälen durchsetzt sein.

Nach einer Reihe mehr aphoristischer Andeutungen in ähnlichem Sinn, namentlich von Rowland, Bosanquet und W. Siemens, gewinnen diese Vorstellungen eine gewisse Basis durch den von Sir W. Thomson geführten mathematischen Nachweis, dass die Gesetze des Potentials, wie sie sich z. B. bei der Betrachtung der elektrostatischen Condensatoren — und analog bei magnetischen Erscheinungen — mit den Formeln für die Elektricitäts- und Wärmeleitung ableiten lassen, bis zu

[1]) Weiteres s. im Folgenden und im Cap. Induction. — [2]) Siehe Euler, Briefe an eine deutsche Prinzessin 3, Brief 176 u. flgde., S. 95, Leipzig 1780. — Cumming (Phil. Trans. Cambr. Soc. 1821), Joule (Reprint of papers 1, 34, 1884), Faraday (Exp. Res. 3, 328), Maxwell (Treatise [2] 2, §. 421, S. 51), sprechen von Leitung und Analogien mit der elektrischen Leitung, Rowland (Phil. Mag. [4] 46, 140, 1873) vom magnetischen Widerstand. Siehe die Literatur in H. du Bois, Magnetische Kreise, S. 176 u. flgde., 1894.

einem gewissen Grade mit einander übereinstimmen. — Auch die experimentellen Versuche von W. Siemens über die Capacität von Condensatoren führten zu ähnlichen Resultaten, wie die Berechnungen der Leitfähigkeit (Bd. I, §. 147, 154).

Auch folgt aus der Analogie der Formeln, dass die Kraftlinien mit den Strömungslinien einer wirbelfreien, incompressiblen Flüssigkeit zusammenfallen, wobei die positiven und negativen freien magnetischen Massen als Stromquellen und Versickerungsquellen anzusehen sind. Die Strömungsgeschwindigkeit entspräche der Dichte der Strömungslinien in gleicher Weise, wie die magnetische Feldstärke der Dichte der Kraftlinien. Der Name „Kraftfluss" gewinnt hierdurch eine Begründung.

Indess ist von vornherein zu beachten, dass, wenn in verschiedenen Gebieten die Lösung der Aufgaben auf dieselben Differentialgleichungen führt, dies durchaus kein Beweis für die vollkommene Analogie der den letzteren zu Grunde liegenden Verhältnisse ist.

Auch zeigen sich speciell in den statisch-magnetischen Erscheinungen wesentliche Abweichungen von denen der Elektricitätsströmung. Dies ergiebt auch die Uebertragung des Ohm'schen Gesetzes auf erstere.

505 Ein in sich geschlossener, überall gleich dicker Eisenring vom Querschnitt S und der Länge L sei gleichmässig mit Drahtwindungen umwunden, durch welche ein Strom geleitet wird. Ist $\mathfrak{B}$ die magnetische Induction, bezw. die Summe aller Kraft- oder Magnetisirungslinien in dem Ring, so ist der Kraft- (oder Inductions-)Fluss

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{B} . S \qquad 1)$$

Ist $\mathfrak{H}$ die magnetisirende Kraft, so ist

$$M = \mathfrak{H} L \qquad 2)$$

die magnetomotorische Kraft[1]) nach Analogie der elektromotorischen Kraft. Denken wir eine Elektricitätsmenge Eins in einem Draht von der Länge L entgegen einer elektrischen Kraft E entlang geführt, so ist die dabei aufzuwendende Arbeit gleich EL. In gleicher Weise wäre $\mathfrak{H} L$ die Arbeit bei Entlangführen eines magnetischen Einheitspoles gegen die magnetisirende Kraft $\mathfrak{H}$ auf der Länge L. Auf diese Weise ist die Analogie der Namen abzuleiten.

Um einen den Namen in der Ohm'schen Formel entsprechenden Werth zu statuiren, welcher dem specifischen Widerstand analog ist, wird in die Formel der Widerstandscoëfficient $\mathfrak{x}$ (engl. reluctivity) eingeführt. Ist die Permeabilität $\mu = \mathfrak{B}/\mathfrak{H}$, so wird

$$\mathfrak{x} = \frac{1}{\mu} = \frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{B}}$$

[1]) Der Name ist zuerst von Bosanquet gebraucht.

gesetzt und daraus analog dem elektrischen der **magnetische Widerstand** (reluctance)

$$x = \frac{\xi L}{S} = \frac{L}{\mu S} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 3)$$

abgeleitet, dessen umgekehrter Werth die **magnetische Leitfähigkeit** (engl. permeance)

$$V = \frac{\mu S}{L} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 4)$$

ist. Aus diesen Formeln folgt der Inductionsfluss

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{B} \,.\, S = \frac{\mu S}{L} \mathfrak{H} L = M \,.\, V = \frac{M}{x} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 5)$$

Der Inductionsfluss ist also gleich der magnetomotorischen Kraft multiplicirt mit der magnetischen Leitfähigkeit, bezw. dividirt durch den magnetischen Widerstand.

Diese Formel hat in der That äusserlich eine grosse Analogie mit dem Ohm'schen Gesetz. Indess ist sie durchaus nicht als eine allgemein gültige, theoretisch mit letzterem übereinstimmende aufzufassen. Im Ohm'schen Gesetz ist der Widerstand, bezw. die Leitfähigkeit pro Cubikcentimeter — abgesehen von rein secundären Umständen, wie Erwärmung durch den Strom u. s. f. — durchaus unabhängig von der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke im Schliessungskreise und den Dimensionen des Körpers. In dem Gebiet des Magnetismus ist dies durchaus nicht der Fall. Der magnetische Widerstandscoëfficient hängt sowohl von der magnetisirenden Intensität $\mathfrak{H}$ ab, wie auch in viel complicirterer Art von der Gestalt der Körper. 506

Wenn der zu magnetisirende Körper eine sehr viel grössere Permeabilität besitzt, als das umgebende Medium, und die elastischmagnetische Nachwirkung zu vernachlässigen ist, also die Magnetisirung an jeder Stelle mit der magnetisirenden Intensität bis zu einem gewissen Grade proportional zu setzen ist, kann die magnetomotorische Formel annähernd und für die Praxis genügende Uebereinstimmung ergeben, nicht aber als ein wissenschaftliches Gesetz angesehen werden. Noch weniger gilt dies für die Uebertragung der Gesetze der Stromverzweigung auf verzweigte magnetische Kreise.

Ist die Permeabilität des das Ferromagneticum umgebenden Mediums grösser, so würden sich der magnetische Intensitätsfluss ähnlich, wie die Ströme aus einem Leiter in die umgebenden Leiter, auch in das umgebende Medium verbreiten; es tritt „Streuung“ bezw. magnetische Wirkung ausserhalb des Ferromagneticums ein. Dies geschieht schon bei einem radial überall gleich dicken und gleichmässig magnetisirten und aufgeschnittenen Eisenring. Bei demselben müsste die Streuung der

Kraft- (Inductions-) Linien mit wachsender Intensität zunehmen; was aber den Thatsachen widerspricht [1]).

---

[1]) Weitere Betrachtungen hierüber von Carter, Electrician **25**, 1890, Beibl. **14**, 1008.

Steinmetz, Elektrotechn. Ztschr. **12**, 1, 13, 573, 1891, Beibl. **15**, 375, **16**, 299.

Hanauer, Graphisches Verfahren zur Lösung von Verzweigungsproblemen in magnetischen Stromkreisen. Elektrotechn. Ztschr. **14**, 527, 1893; Beibl. **18**, 228; nach den Kirchhoff'schen Sätzen über Stromverzweigung mit Berücksichtigung der Veränderlichkeit der Permeabilität des Eisens mit der Stromstärke. A. E. Kennelly, Magnetischer Widerstand. Trans. Americ. Inst. of Electr. Eng. **8**, Nr. 11; 1891. Elektrotechn. Ztschr. **13**, 205, 1892; Beibl. **16**, 687. Betrachtungen im Sinne des Textes.

R. Lang, Das Ohm'sche Gesetz als Grundgesetz des Elektromagnetismus. Programm des Heilbronner Gymnasiums 1892; Beibl. **1**, 515.

Von den Prinzipien der Wärmeleitung ausgehend, hat auch Jamin (Compt. rend. **82**, 783, 1876) die Formel für den freien Magnetismus auf der Oberfläche eines gleichmässig magnetischen Magnetstabes von dem Querschnitt s, dem Umfang p und der Länge $2l$ zu entwickeln versucht. Sind zwei Querschnitte im Abstand x und $x + dx$ vom Ende des Stabes mit den freien Magnetismen von der Intensität y und $y + dy$ versehen, so kann man nach der Analogie mit dem Wärmefluss den von dem einen Molecül zum anderen übergegangenen Magnetismus proportional der Differenz dy, dem Querschnitt s und einem besonderen Coëfficienten der Leitfähigkeit des Metalles $1/\lambda^2$ setzen, also gleich $-s.dy/\lambda^2$.

In analoger Weise ist der zwischen dem zweiten und dritten Molecül übergegangene Magnetismus $-s(dy + d^2y/dx^2 . dx)/\lambda^2$, also der restirende freie Magnetismus im zweiten gleich $s(d^2y/dx^2)dx/\lambda^2$. Da der Magnetismus von der Intensität y auf der Oberfläche pdx vertheilt ist, so ist die Gesammtmenge daselbst $pydx$, d. h.

$$py = \frac{s}{\lambda^2}\frac{d^2y}{dx^2},$$

woraus folgt, da für $x = l$, $y = 0$ sein muss

$$y = C[e^{-ax} - e^{-a(2l-x)}],$$

wenn $a^2 = \lambda^2 p/s$ gesetzt wird, l eine Constante ist.

Für einen unendlich langen, überall gleichmässig magnetisirten Stab ergiebt sich der gesammte Magnetismus gleich

$$As = p\int_0^\infty y\,dx = p\,C/a,$$

woraus

$$C = Asa/p = A\lambda\sqrt{p/s}.$$

Ist der Stab nicht unendlich lang, so wird angenommen, ähnlich wie von Lamont, dass eine Umkehrung der Wechselwirkung an den beiden Enden eintritt und so der freie Magnetismus

$$= A\lambda\sqrt{\frac{s}{p}}\left(1 - e^{-\lambda\sqrt{\frac{p}{s}}.2l}\right)\left[e^{-\lambda\sqrt{\frac{p}{s}}x} - e^{-\lambda\sqrt{\frac{p}{s}}(2l-x)}\right]$$

berechnet. — Ist der Stab cylindrisch vom Radius r, so ist $\sqrt{p/s} = \sqrt{2/r}$; ist noch $\lambda\sqrt{2} = B$, so wird dann

$$y = \frac{AB}{2}\sqrt{r}\left(1 - e^{-\frac{B}{\sqrt{r}}2l}\right)\left[e^{-\frac{B}{\sqrt{r}}x} - e^{-\frac{B}{\sqrt{r}}(2l-x)}\right].$$

Die Formeln sind denen von Biot ähnlich.

Wir wollen noch die **Arbeit** berechnen, welche zur **Magnetisirung** eines **Körpers** verwendet wird, bezw. die potentielle Energie, welche in ihm nach der Magnetisirung aufgehäuft ist und bei der Vernichtung der letzteren in Form von Wärme wieder gewonnen werden kann [1]). 507

Werden zwei magnetische Körper A und B einander genähert, deren magnetische Vertheilung sich dabei ändert, ist ihr Potential auf einander V_{ab}, das magnetische Potential der Körper auf sich selbst gleich V_a und V_b (wobei das Potential je zweier magnetischer Elemente auf einander nur je einmal genommen ist), so entspricht die bei der Annäherung erzeugte potentielle Energie dem Zuwachs des Werthes

$$V_{ab} + V_a + V_b.$$

Es sei der Körper A ein unveränderlicher Stahlmagnet, von dem wir annehmen wollen, dass sein Potential sich nicht ändern kann, dann ist die erzeugte potentielle Energie gleich dem Zuwachs von

$$V_{ab} + V_b.$$

Der Magnet werde dem magnetisirbaren Körper (Eisen) aus unendlicher Entfernung genähert. Ist dann das freie magnetische Fluidum, welches auf der Oberfläche des letzteren vertheilt gedacht werden kann, gleich Q, und ist der Zuwachs an potentieller Energie für die Einheit dieses Fluidums, wenn es aus unendlicher Entfernung zu seiner Stelle auf das magnetisirte Eisen gebracht wird, gleich C, so ist

$$Q\,C = V_{ab} + V_b.$$

Da aber Q aus gleich viel positivem und negativem, Nord- und Südfluidum besteht, so ist $Q\,C = 0$, also

$$V_{ab} = -V_b.$$

Die potentielle Energie, welche während der Magnetisirung des magnetisirbaren Körpers erzeugt wird, ist also ebenso gross, wie die bei der Annäherung des Stahlmagnetes selbst erzeugte Energie.

Bliebe der Magnetismus in dem magnetisirbaren Körper (Stahl) völlig fixirt, und entfernte man den magnetisirenden Magnet bis in die Unendlichkeit, so würde dazu eine Arbeit erforderlich sein, welche dem Potential V_{ab}, also der Hälfte der gesammten Energie entspräche. Die andere Hälfte derselben könnte bei der Vernichtung des Magnetismus des magnetisirten Körpers gewonnen werden. Diese Bedingung kann indess nur gelten, wenn sich der Magnetisirung des Eisens und Stables

Bei der Aufstellung dieser Gleichungen ist einmal eine Art Leitung des Magnetismus angenommen; fände sie aber statt, so müsste in einem endlichen Stab bald der freie Magnetismus an allen Stellen gleich werden, ferner ist angenommen, dass der freie Magnetismus, welcher im Inneren bei der ungleichen Leitung von Theilchen zu Theilchen entsteht, auf die Oberfläche tritt, was mit der Leitung durch den ganzen Querschnitt nicht wohl in Einklang zu bringen ist.

[1]) S. Helmholtz, Erhaltung der Kraft, 1847, S. 60.

keine Hindernisse in den Weg stellen. Wird aber z. B. durch die Reibung der sich umlagernden magnetischen Molecüle im Eisen Wärme erzeugt u. dergl. m., so stellt der Werth V_b — (— V_{ab}) die hierzu verbrauchte Arbeit dar.

508 Die potentielle Energie selbst, welche in einem magnetisirten Körper angehäuft ist, lässt sich durch den Ausdruck

$$(P) = \frac{1}{8\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\mathfrak{B}^2 dx dy dz$$

darstellen, wo $\mathfrak{B}$ die Resultante der sämmtlichen magnetischen Kräfte (Stärke des Magnetfeldes) in einem Punkt xyz ist [1]).

Aendern sich die Dimensionen des Magnetes bei ähnlich bleibender Gestalt und gleichbleibender Magnetisirung ähnlich liegender Theile, so bleibt die auf ähnlich liegende Punkte ausgeübte Kraft $\mathfrak{B}$ unverändert. Dann wird die in demselben angehäufte potentielle Energie (P) direct dem Volumen proportional.

---

[1]) Im Raume seien zwei Massen M und M_1 vertheilt, deren Theilchen sich nach dem Gesetz des umgekehrten Quadrates der Entfernung anziehen, ist ϱ die Dichtigkeit von M, V_1 das Potential des Körpers M_1 auf die Masseneinheit im Elemente $dx dy dz$ des Körpers M, so ist das Gesammt-potential von M_1 auf M gleich

$$P = \int\int\int \varrho V_1 dx dy dz$$

wo die Integrale von $-\infty$ bis $+\infty$ zu nehmen sind. Sind die Componenten der von M herrührenden Kraft in xyz gleich XYZ, so ist

$$-4\pi\varrho = \Delta^2 V = \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}.$$

Wird dieser Werth in P eingeführt und werden die einzelnen Glieder partiell nach xyz integrirt, sodann aber $\partial V_1/\partial x = X_1$ u. s. f. gesetzt, wo $X_1 Y_1 Z_1$ die der Wirkung des Körpers M_1 entsprechenden Kraftcomponenten im Punkt xyz sind, so folgt

$$P = \frac{V}{4\pi}\int\int\int(XX_1 + YY_1 + ZZ_1)\, dx dy dz.$$

Ist die Vertheilung der Elemente der Masse M_1 im Raum dieselbe, wie die der Masse M, nur dass sich die Massen beider wie $dm : m$ verhalten, so ist $Y_1 = X dm/m$ u. s. f., also

$$P = \frac{1}{4\pi}\frac{dm}{m}\int\int\int(X^2 + Y^2 + Z^2)\, dx dy dz.$$

P ist der Zuwachs an potentieller Energie, wenn die Masse m sich um dm vermehrt. Das Integral von P nach dm entspricht also der bei der Anhäufung der Masse m in ihrer bestehenden Vertheilung angesammelten potentiellen Energie (P). Da nun $X_1 Y_1 Z_1$ proportional m sind, kann das dreifache Integral gleich $m^2 G$, also $P = Gm\, dm/4\pi$ gesetzt werden. Daher wird $(P) = m^2 G/8\pi$ oder, wenn für $m^2 G$ wieder der Integralwerth eingeführt und $X^2 + Y^2 + Z^2 = R^2$ gesetzt wird

$$(P) = \frac{1}{8\pi}\int\int\int\mathfrak{B}^2 dx dy dz,$$

wie im Text (W. Thomson, Mathematical Theory of Magnetism. Reprint of Papers, p. 432, 1872).

Könnte man also einen Magnet in einzelne Molecularmagnete zerlegen, so würde keine Arbeit erforderlich sein, um sie bei gleichbleibender relativer Lage einander zu nähern oder von einander zu entfernen.

Bei den Körpern, die eine magnetische Axe besitzen, ist die beim Magnetisiren angehäufte potentielle Energie ohne Weiteres anzugeben, indem nach der Theorie der magnetischen Fluida die dabei geleistete Arbeit dem Quadrat des Quantums der Fluida und dem Wege proportional ist, um den sie von einander geschieden werden. Bestimmt man daher die Wärmemenge, welche beim Magnetisiren von Eisenkernen durch alternirende Ströme erzeugt wird, so ist sie bei gleicher Länge dem Quadrat der Stärke des Magnetfeldes (bei schwächeren Magnetisirungen), und bei gleicher Magnetisirung der Länge proportional (siehe im Capitel Beziehungen des Magnetismus zur Wärme) [1]).

B. Experimentelle Bestimmung des magnetischen Verhaltens verschieden gestalteter Körper.

a) Magnetfelder.

509 Um die Bedingungen bei quantitativen Untersuchungen der Magnetisirung zu verfolgen, ist es nöthig, die Stärke des Magnetfeldes, sei es im Ganzen, wenn es homogen ist, sei es an seinen einzelnen Stellen zu kennen.

510 Die Messung der Stärke des durch die horizontale Componente H des Erdmagnetismus gebildeten, relativ schwachen Magnetfeldes haben wir schon §. 256 behandelt [2]).

Ferner haben wir §. 290 das Localvariometer von F. Kohlrausch beschrieben, durch welches man Aenderungen von H an verschiedenen Stellen eines Raumes bestimmen kann.

Wir messen dabei die Stärke H des erdmagnetischen Feldes in C.-G.-S.-Einheiten.

Die Dimensionen desselben sind nach §. 270 gleich $L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$. Dieselbe Dimension gilt auch für alle übrigen magnetischen Felder.

511 Wird das magnetische Feld durch Drahtspiralen gebildet, durch welche Ströme fliessen, so lässt sich seine Stärke an verschiedenen Stellen in vielen Fällen durch Rechnung finden.

So haben wir §. 243 die Stärke eines Magnetfeldes in der Axe einer kreisförmigen, von einem Strome durchflossene Drahtwindung (§. 245),

---

[1]) Vergl. Cazin, Compt. rend. 75, 1265, 1872; Moutier, Compt. rend. 75, 1619, 1872; auch Waszmuth (unter Betrachtung der Drehung der Molecularmagnete) Wiener Ber. 63 [2], 6, 1871. — [2]) Dieselbe beträgt in unseren Gegenden jetzt etwa 0,19 C.-G.-S.-Einheiten.

auch ausserhalb der Axe (§. 250 u. 251), sowie an verschiedenen Punkten in und ausserhalb der Axe einer Spirale berechnet u. s. f.

512 In anderen Fällen, wie auch zur Messung der Stärke der durch Magnete oder Elektromagnete u. s. f. erzeugten Felder, bedient man sich experimenteller Methoden.

Früher hat man fast ausschliesslich eine Inductionsmethode verwendet. Eine kleine Drahtspirale wird in die betreffende Stelle des Magnetfeldes mit ihrer Windungsebene senkrecht gegen die Kraftlinien, bezw. mit ihrer Axe mit denselben zusammenfallend, gebracht und plötzlich daraus entfernt. Sie ist in den Schliessungskreis eines Galvanometers eingeschaltet, welcher zugleich einen „Erdinductor" enthält (vgl. Bd. IV, das Cap. Induction).

Ist $\mathfrak{H}$ die Stärke des Magnetfeldes, F der von den Spiralwindungen umschlossene Flächenraum, n die Zahl der Windungen, r der Gesammtwiderstand der Schliessung, so ist die Intensität des bei ihrer Entfernung aus dem Magnetfelde erzeugten momentanen Inductionsstromes $J = \frac{\mathfrak{H} F . n}{r}$.

Bringt man die kreisförmige Spirale des Erdinductors, deren Fläche F_1, deren Windungszahl n_1 ist, in eine solche Lage, dass ihre Windungsebenen senkrecht auf dem magnetischen Meridian stehen, und dreht sie plötzlich um ihre verticale Axe um 180°, so ist, wenn $\mathfrak{H}_e$ die horizontale Componente des Erdmagnetismus bezeichnet, die nun im Stromkreise erzeugte Stromstärke $J_1 = 2\frac{\mathfrak{H}_e F_1 n_1}{r}$. Daraus folgt

$$\mathfrak{H} = 2\frac{J}{J_1}\frac{F_1}{F}\frac{n_1}{n}\mathfrak{H}_e,$$

wodurch sich $\mathfrak{H}$ in $\mathfrak{H}_e$ ausdrücken lässt.

513 Man kann auch die Spirale F aus ihrer ersten Lage um 180° drehen, wobei die inducirte elektromotorische Kraft die doppelte ist, als vorher.

Man kann sie dann auch bei jedem Durchgang der Nadel des Galvanometers durch ihre Nulllage in gleicher Weise hin- und herdrehen und somit die Stromstärke mittelst der Multiplicationsmethode messen. Dieselbe Methode lässt sich bei den Drehungen des Erdinductors verwenden [1]).

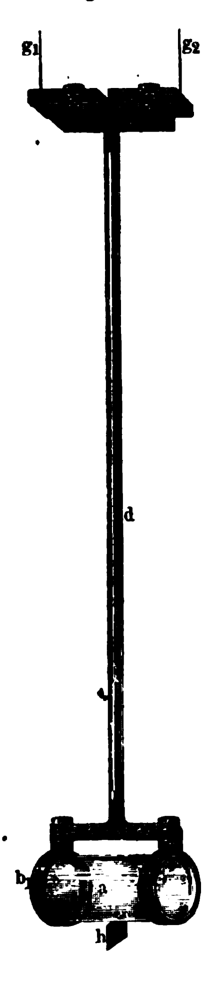
514 Nach Boys [2]) bringt man eine kreisförmige Metallscheibe (ein Geldstück) in das Magnetfeld und schliesst und öffnet den dasselbe erregen-

[1]) Die Methode rührt von W. Weber her (Abh. d. k. Ges. d. Wissensch. in Göttingen 5, 53, 1853; siehe eine wiederholte Beschreibung derselben auch von Ledeboer, Lum. électr. 21, 342, 385, 1886; Beibl. 10, 721. — [2]) Boys, Phil. Mag. [5] 18, 216, 1884; Beibl. 9, 691.

den Strom. Die Scheibe sucht im ersten Falle sich zu Stellen geringerer Kraft, im zweiten zu Stellen grösserer Kraft zu bewegen, was man an der Torsion des die Metallscheibe tragenden Fadens messen kann.

Besser hängt man die Scheibe bifilar in das Magnetfeld (z. B. zwischen die Pole eines Elektromagnets), so dass ihre verticalen Seitenflächen senkrecht zu den Magnetkraftlinien stehen, bringt sie in Horizontalschwingungen und bestimmt das logarithmische Decrement. Dasselbe ist dem Quadrat der Stärke des Magnetfeldes proportional.

Fig. 218.



Zur Beobachtung der Schwingungen wird zwischen der bifilaren Aufhängung und der Scheibe ein Spiegel angebracht, in dem man die Abnahme derselben mittelst Fernrohr und Scala beobachtet. Sind in stärkeren Magnetfeldern die Schwingungen aperiodisch, so kann man dies verhindern, indem man auf beide Seiten der Scheibe dicke Glasplatten klebt, um ihr Trägheitsmoment zu vergrössern[1]).

515 Stenger[2]) kittet auf die Enden eines dünnwandigen Glasrohres a von 2,5 cm Länge und 2 cm Durchmesser zwei Ringe b_1 b_2 von eisenfreiem Kupfer und windet zwischen dieselben eine Lage dünnen Kupferdrahts, dessen Enden mit den Ringen verbunden sind. Auf die Ringe ist ein dem Rohr paralleles, in der Mitte durchschnittenes parallelepipedisches Kupferstück $c_1 c_2$ aufgeschraubt, welches ein 20 cm langes, 3 mm breites Glasrohr d trägt, an das ein dem unteren Kupferstück etwa gleiches und paralleles, durchschnittenes Kupferparallelepiped $f_1 f_2$ aufgekittet ist. Die entsprechenden Hälften des oberen und unteren Kupferstückes sind durch dünne, besponnene, um einander gewundene Kupferdrähte mit einander verbunden. Der Apparat (Fig. 218) hängt bifilar an zwei 0,07 mm dicken, etwa 3 mm von einander abstehenden und etwa 50 mm langen Silberdrähten. Unten ist an den Apparat ein Spiegel h für die Spiegelablesung befestigt.

Die Spirale wird in dem zu untersuchenden Magnetfelde mit ihren Windungsebenen vertical und parallel zu den Kraftlinien eingestellt.

[1]) Luggin, Wied. Ann. [2] 95, 646, 1887; Beibl. 11, 731. — [2]) Stenger, Wied. Ann. 33, 312, 1888. Siehe auch Ångström, welcher die Rolle an einer Wage aufhängt. (Bihang till K. Svenska Vet. Akad. Handl. 14 Afd., Nr. 11, 1889; Beibl. 13, 550.)

Ohne durchgeleiteten Strom wird das System dabei nicht abgelenkt, mit Strom, wenn die Hälften des unteren Kupferparallelepipedes direct durch ein Kupferstück verbunden werden, ebensowenig, wohl aber beim Durchgang des Stromes durch die Spirale zwischen ihnen.

Ist die Ablenkung der Spirale im Magnetfelde α, die Directionskraft der bifilaren Aufhängung D, F die Windungsfläche, i die an einem Galvanometer abzulesende Stromstärke in der Spirale, so ist die Stärke des Magnetfeldes

$$\mathfrak{H} = \frac{D}{Fi} \operatorname{tg} \alpha.$$

Als Vortheile dieser Methode können die gute Dämpfung, die Möglichkeit, dauernde Ablenkungen zu beobachten, und die geringe erforderliche Stärke des Stromes in der Spirale, endlich die grosse Empfindlichkeit gegenüber den anderen Methoden angesehen werden. [In einem Magnetfelde von 320 C.-G.-S. ist bei einem Strome von etwa 0,01 Amp. der Doppelausschlag + 250 Scalentheile.] Bedenklich ist dagegen, namentlich bei der Leichtigkeit des Apparates (etwa 22,5 g) die bifilare Aufhängung an Silberdrähten, die zu bedeutenden Fehlern Veranlassung geben kann (vergl. Thl. I, §. 42 Anm.).

516 Eine andere elektromagnetische Methode ist im Anschluss an die Construction des Quecksilbergalvanometers von Lippmann von Leduc[1]) angegeben. Aus zwei Glasplatten mit zwischengelegten Mikroskopdeckgläsern ist ein 1 cm langer und hoher, 0,1 bis 0,5 mm dicker Glastrog zusammengekittet, welcher im Inneren an den Schmalseiten Platinplatten als Elektroden enthält. An den Längsseiten sind in der Mitte in zwei kleine Oeffnungen verticale Glasröhren gekittet, welche sich unten auf 3 mm erweitern. Die eine Röhre ist 3 mm weit. Der Apparat ist bis in die Erweiterungen der Röhren mit Quecksilber gefüllt; die letztere Röhre darüber mit Wasser. Der Trog ist auf einer verticalen, in der Mitte von einem Loch durchbohrten Ebonitplatte befestigt. Wird der Trog in ein Magnetfeld mit seinen kleinsten Dimensionen senkrecht zu den Kraftlinien gebracht, und ein Strom von der Stärke i hindurchgeleitet, ist $\mathfrak{H}$ die Stärke des Magnetfeldes an der betreffenden Stelle, ε die Dicke der Quecksilberschicht in dem Troge, h die Niveauänderung des Wassers im verticalen Rohre, δ der Factor, um dieselbe in Wasserdruck umzuwandeln, so ist $\mathfrak{H} = g \delta \varepsilon h / i$.

Aehnlich setzt Miot[2]) auf die untere Biegung eines U-förmigen, senkrecht gestellten Rohres eine verticale, getheilte Capillarröhre, die oben mit den Schenkeln des Rohres verbunden ist. Das U-Rohr wird mit Quecksilber gefüllt, durch welches der Strom mittelst zweier oben in die Schenkel gesenkter Platindrähte geleitet wird. Beim Einführen der Biegung in ein Magnetfeld steigt das Quecksilber im Capillarrohre.

---

[1]) Leduc, Journ. de Phys. [2] 6, 184, 1887; Beibl. 11, 596. — [2]) Miot, Centralbl. f. Elektrotechn. 10, 961; Beibl. 13, 238.

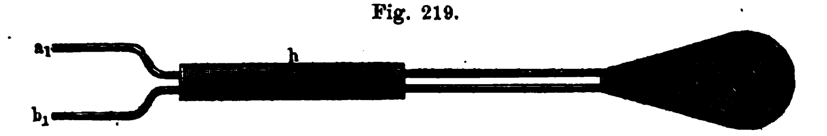
Diese Methoden dürften weniger vortheilhaft sein, als die erst erwähnte und die folgende, da bei ihnen noch ein constanter Strom von bekannter Intensität erforderlich ist.

517 Sehr gut eignet sich für diese Messungen die Bestimmung der Aenderung der Leitfähigkeit von Wismuth im Magnetfelde [1]).

Zweckmässig verwendet man nach Lenard [2]) eine in einer Ebene gewundene Spirale von Wismuth (Fig. 219). Sie wird mit ihrer Ebene senkrecht gegen die Kraftlinien gestellt, ihre Enden werden mit Leitungsdrähten verbunden und ihr Widerstand nach einer der bekannten Methoden bestimmt. Er wächst in dem Magnetfelde mit der Stärke desselben (siehe das Capitel: Einfluss der Magnetisirung auf den Widerstand der diamagnetischen Körper).

Statt der Spiralröhren kann man auch das Wismuth auf eine Glasplatte giessen und zu einander parallel hin- und hergehenden, an den abwechselnden Enden verbundenen Streifen ausschneiden. Auch kann man elektrolytisch aus Lösung von salpetersaurem Wismuth (100 g Salz, 200 g Wasser, 18 g Salpetersäure) mittelst des Stromes eines Daniell'schen Elementes Wismuth auf einem Gemenge von Stearin und Graphit niederschlagen, auf welchem entsprechend der oben erwähnten Form die nicht mit Wismuth zu bedeckenden Stellen mit Lack überzogen werden,

Fig. 219.



und den etwa 0,001 m dicken Wismuthstreifen mit Schellackfirniss auf einer Ebonitplatte festkleben. An die Enden werden zwei sehr weiche, 0,2 bis 0,3 mm dicke Kupferdrähte gelöthet. Man erhält so die empfindlichsten Präparate [3]).

518 Endlich kann man in das Magnetfeld ein Parallelepiped von Faraday'schem schwerem Glase oder eine mit Schwefelkohlenstoff gefüllte Röhre mit planparallelen Endflächen in der Richtung der Kraftlinien einbringen, einen vermittelst eines Nicol'schen Prismas polarisirten Lichtstrahl hindurchsenden und ihn nach dem Durchgang durch ein analysirendes Prisma in der einen oder anderen Weise auf die Drehung seiner Polarisationsebene bei Erregung des Magnetfeldes untersuchen.

Nach den später ausführlicher zu machenden Angaben (siehe das Capitel: Magnetische Drehung der Polarisationsebene) ist die in der Richtung der Magnetkraftlinien zwischen zwei Punkten, deren Potential-

[1]) Leduc, Journ. de Phys. [2] 6, 184, 1887; Beibl. 11, 596. — [2]) Lenard, Wied. Ann. 39, 619, 1890. — [3]) Leduc, Lum. électr. 28, 422, 1888; Beibl. 13, 33.

differenz gleich Eins ist, erzeugte Drehung für die D-Linie in Schwefelkohlenstoff gleich 0,042002 Minuten. Indess ist diese Methode mehr geeignet, die mittlere Stärke ausgedehnter Magnetfelder, als an einzelnen kleinen Stellen derselben zu bestimmen, da in zu kleinen Längen der betreffenden Substanzen die Drehung zu klein wird [1]).

519 Es sei an einem Orte die etwa durch eine Inductionsspirale gemessene Stärke des Magnetfeldes $\mathfrak{H}$ [2]), und werde an denselben ein magnetisirbarer Körper gebracht. Misst man wieder daselbst durch eine Inductionsspirale die Stärke des Feldes, so ergiebt sie sich grösser; sie sei gleich $\mathfrak{B}$. Diese Grösse bezeichnet Maxwell [3]) mit dem Namen Induction (vergl. §. 444).

Sie ist indess kein physikalisch einfacher Ausdruck, sondern zusammengesetzt aus $\mathfrak{H}$ und dem verschwindenden oder entstehenden magnetischen Moment des magnetisirbaren Körpers. Setzt man den Proportionalitätsfactor gleich $1/4\pi$, so ist die Magnetisirungsintensität oder Magnetisirung nach Maxwell

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}, \quad \text{also} \quad \mathfrak{J} = \frac{1}{4\pi}(\mathfrak{B} - \mathfrak{H}).$$

$\mathfrak{H}$ kann bis ins Unendliche steigen, $\mathfrak{J}$ nähert sich aber mit wachsender magnetisirender Kraft einem Maximum. Es ist also für wissenschaftliche Zwecke nicht angezeigt, nur die Gesetze der Aenderungen von $\mathfrak{B}$ zu bestimmen, bezw. Schlussfolgerungen aus denselben zu ziehen [4]). Nur der Verlauf von $\mathfrak{J}$ ist wirklich von physikalischem Interesse.

520 Die in §. 444 erwähnten, von den englischen Physikern, namentlich Sir W. Thomson, eingeführten Begriffe haben zu $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{J}$ eine einfache Beziehung. Es ist

---

[1]) Die Untersuchungen der Magnetfelder einzelner Elektromagnete bieten nur ein ganz specielles Interesse dar, da die Resultate je nach der Construction der Magnete sehr verschieden ausfallen können. Wir führen nur einige Daten an.

Die Durchbohrungen der Halbanker eines Faraday'schen Elektromagnets haben nach Leduc (Compt. rend. **103**, 926, 1886; Beibl. **11**, 104; Journ. de Phys. [2] **6**, 233, 1887; Beibl. **11**, 798; siehe auch Czermak und Hausmann, Wien. Ber. **98** [2] 1142, 1889; Beibl. **14**, 133) bei den üblichen Dimensionen keinen Einfluss auf das Magnetfeld zwischen ihnen; es bleibt unverändert bei Einschieben von Eisencylindern in die Durchbohrungen. Bei kleinen Abständen der Halbanker (2 cm) ist das zwischen den Polflächen und einem in der Mitte zwischen ihnen gelegenen Kreise von 3 bis 4 cm Durchmesser eingeschlossene Feld nahe gleichförmig. Bei weiterem Abstand findet dies nicht mehr statt, die Feldstärke wird gegen die Mitte hin schwächer, ebenso nimmt sie nach den Seiten langsam ab. Bis zu ziemlich hohen Kräften (6000 C.-G.-S.) ist sie nahe umgekehrt proportional dem Abstand der Polflächen. Indess nimmt die Stärke des Feldes bei sehr starker Magnetisirung viel langsamer ab, als der Abstand der Halbanker zunimmt. Je weniger dick die Halbanker sind, desto geringer ist die Aenderung des Magnetfeldes mit der Stromstärke oder Entfernung der Halbanker.

[2]) Nach englischem Vorbild werden diese Grössen mit deutschen Buchstaben bezeichnet; sie sind gerichtete „Vectorgrössen". — [3]) Maxwell, Treatise **2** [2], §. 400. — [4]) Wie in einer Reihe namentlich englischer Abhandlungen.

die Permeabilität $\mu = \mathfrak{B} / \mathfrak{H}$,
„ Susceptibilität $\varkappa = \mathfrak{J} / \mathfrak{H}$,

ausserdem wird bezeichnet als

Widerstandscoëfficient $\xi = \mathfrak{H} / \mathfrak{B}$ [1]).

Die Dimensionen der Werthe $\mathfrak{H}$ und ebenso von $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{J}$ sind

$$L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$$

(vergl. §. 442), woraus unmittelbar, wie schon früher für μ und k, folgt, dass μ, $\varkappa$, ξ reine Zahlenwerthe sind.

Die Permeabilität und der Widerstandscoëfficient sind, wie $\mathfrak{B}$, keine einfachen Begriffe, wohl aber die Susceptibilität $\varkappa$, die durch die Stärke des Magnetfeldes dividirte Magnetisirungsintensität oder in üblicher Ausdrucksform der specifische Magnetismus der Volumeneinheit, dividirt durch die gesammte auf dieselbe wirkende magnetisirende Kraft, bezw. die Magnetisirungsconstante.

521 Die einfachsten Resultate erhält man für die Magnetisirung verschiedener Körper, wenn man auf alle ihre Theile die magnetisirenden Kräfte in gleicher Richtung und Intensität wirken lässt, wenn man sie in ein gleichförmiges Magnetfeld bringt.

Wir besitzen hierzu verschiedene Mittel.

Einmal können wir die Körper dem Einflusse des Erdmagnetismus aussetzen. Die magnetisirende Kraft wirkt dann auf die einzelnen Molecüle der Körper gleich stark in der Inclinationsrichtung.

Die magnetisirende Kraft ist indess in diesem Falle nur schwach und nicht in verschiedener Intensität zu erhalten.

522 Man kann auch den Körper in etwas grösserer Entfernung vor dem einen Pole eines grossen geradlinigen Elektromagnetes, z. B. eines 5 bis 10 cm dicken und 40 bis 60 cm langen, in einer Drahtspirale liegenden Eisenstabes, aufstellen. Die vom Magnete auf den Körper ausgeübte Kraft ist, wenn letzterer klein ist, für die dem Magnete näheren und entfernteren Theile nahezu die gleiche und wirkt in der Richtung der Axe des Magnetes. Indess ist sie wegen der grösseren Entfernung des Körpers vom Magnete immer nur gering.

Besser bringt man die Körper zwischen die beiden entgegengesetzten Pole eines kräftigen Magnetes oder Elektromagnetes.

Zu diesem Zwecke kann man sich namentlich der §. 423 und 425 beschriebenen Elektromagnete bedienen. Verdet [2]) hat nachgewiesen, dass die magnetisirende Kraft, mit welcher diese Magnete bei Auflegen von prismatischen Ankern (Fig. 424) auf die zwischen ihre Pole gebrachten Körper wirken, in einem ziemlich bedeutenden Raum, nur nicht gerade

[1]) S. w. u. — [2]) Verdet, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 41, 377, 1854 (vergl. das Capitel: Drehung der Polarisationsebene).

unmittelbar an den Polflächen, constant ist (vergl. §. 518 Anm.). Auch hier ist indess das Feld nur klein, in welches die Körper gebracht werden können, so dass diese Methode für grössere Körper kaum anwendbar ist. Auch ist die Untersuchung ihres magnetischen Momentes wegen der starken magnetischen Wirkungen der Pole des Magnetes selbst nur mit einer gewissen Schwierigkeit auszuführen.

523 Besser ist es, die Körper durch galvanische Ströme zu magnetisiren. Wir haben schon §. 251 angeführt, dass die Kraft, mit welcher eine vom Strom durchflossene Spirale, deren Länge mindestens 40mal grösser ist, als ihr Durchmesser, auf ein in ihrer Axe liegendes magnetisches Theilchen in der Richtung der Axe selbst wirkt, sich nur um $^1/_{100}$ ändert, wenn das Theilchen von der Mitte der Spirale etwa um $^7/_{16}$ ihrer Länge gegen ihre Enden hin verschoben wird.

Ist die Spirale nicht sehr weit im Verhältniss zu dem Durchmesser der in ihrer Axe liegenden Stäbe, so werden nach den Betrachtungen des §. 251 Anmerk. die einzelnen magnetischen Theilchen der Körper, welche nicht in der Axe der Spirale liegen, ausser in der Richtung der Axe selbst, noch durch Kräfte beeinflusst, welche gegen die ihnen zunächst liegenden Seiten der Spirale gerichtet und um so stärker sind, je näher die Theilchen an diesen Seiten liegen. Dann ist also die Richtung der magnetisirenden Kräfte nicht mehr annähernd die gleiche.

524 Man kann indess nach F. E. Neumann diesen Zweck mit sehr grosser Annäherung erreichen, wenn man ebenso verfährt, wie bei der Construction der Helmholtz-Gaugain'schen Tangentenbussole. Wir haben §. 248 erwähnt, dass, wenn man zwei gleiche und in gleicher Richtung vom Strome durchflossene Drahtkreise parallel einander gegenüberstellt, so dass ihre Ebenen um die Länge ihres Radius von einander entfernt sind, in einem in der Mitte zwischen beiden Stromkreisen liegenden kugelförmigen Raum, dessen Radius nur ein Viertel bis ein Fünftel des Radius der Drahtkreise beträgt, die Componente der magnetischen Kraft, welche in der auf der Ebene der Kreise normalen Richtung wirkt, sich nur sehr wenig ändert, die Componente, welche parallel den Ebenen wirkt, aber nur höchstens $^1/_{400}$ der ersteren beträgt. Durch Vermehrung der Zahl der Drahtkreise nach dem §. 248 mitgetheilten Gesetze kann dies noch vollständiger erreicht werden.

Auch in einer Spirale von der Form einer Kugel oder eines Rotationsellipsoids ist die Scheidungskraft an allen Stellen die gleiche (§. 254).

525 Leider hat man sich nur bei sehr wenigen Versuchsreihen bemüht, durch das eine oder andere der oben erwähnten Hülfsmittel die magnetisirende Kraft auf alle Theile der magnetischen Körper in gleicher Intensität und Richtung wirken zu lassen. Nur in den Fällen, wo die Gestalt

der magnetisirten Körper nicht wesentlich in Betracht kommt, wo man also z. B. nur die allgemeineren, mehr qualitativen Verhältnisse der Magnetisirung oder den Einfluss der Intensität der magnetisirenden Kraft auf die Stärke des in einem Körper erregten Magnetismus bei sonst gleich bleibenden Umständen erforschen will, kann man daher allgemeiner gültige Sätze aus den experimentellen Ergebnissen der Beobachter ableiten. Wo man aber den Einfluss der Gestalt der Körper auf ihre Magnetisirung untersuchen wollte, ohne obigen Bedingungen Genüge zu leisten oder wenigstens einander ähnliche Vertheilungen der magnetischen Kräfte in den untersuchten Körpern herzustellen, konnten selbst die zahlreichsten und sorgfältigsten Beobachtungen durchaus nicht zu allgemeineren Resultaten führen. Hieraus erklären sich die Verschiedenheiten der Gesetze, welche verschiedene Physiker in diesem Gebiete gefunden haben wollen.

Die meisten der im Folgenden aufgeführten Resultate bewahren daher leider nur gerade unter den besonderen Bedingungen jedes Versuches ihre Richtigkeit und haben somit nur eine beschränkte wissenschaftliche Bedeutung, obgleich ihnen ein praktischer Werth für die Construction elektromagnetischer Maschinen u. dergl. m. nicht abzusprechen ist.

c. Nicht in sich geschlossene Magnete.

1. Experimentelle Bestimmungsmethoden.

Das magnetische Moment eines temporär oder permanent magnetischen Körpers als Ganzes, z. B. eines Stabes, dessen magnetische Hauptaxe mit seiner Längsrichtung zusammenfällt, kann hauptsächlich in folgenden verschiedenen Weisen bestimmt werden: 526

1. Ist der Körper permanent magnetisirt, so hängt man ihn so auf, dass seine magnetische Axe horizontal ist, und bestimmt seine Schwingungsdauer T und sein Trägheitsmoment K. Ist die horizontale Componente des Erdmagnetismus gleich H, so ist das Moment des Körpers (vergl. §. 266):

$$M = \frac{\pi^2 K}{T^2 H}.$$

2. Man legt den Körper, während er sich unter dem Einfluss der magnetisirenden Kraft befindet, also z. B. in einer vom Strom durchflossenen Magnetisirungsspirale, mit letzterer so hin, dass seine magnetische Axe horizontal und senkrecht gegen die Richtung des magnetischen Meridians ist. In der Verlängerung der Axe stellt man, am besten in einer grösseren Entfernung, eine auf einer Spitze oder besser an einem Coconfaden schwebende Magnetnadel oder einen kleinen, in einer dicken Kupferhülse schwebenden magnetisirten Stahlspiegel auf und beobachtet die Ablenkungen dieses Magnetes einmal unter Einfluss der magnetisirenden Kraft allein, z. B. der Magnetisirungsspirale für sich, dann unter

dem Einflusse der letzteren und des eingelegten magnetischen Körpers; endlich noch einmal nach Aufhebung der magnetisirenden Kraft, bezw. des die Spirale durchfliessenden Stromes.

Ist der Abstand des magnetisirten Stabes und der ihn umgebenden Spirale von der Magnetnadel sehr gross, dass man die Verschiedenheit der Entfernungen der an einzelnen Punkten des Stabes aufgehäuften freien Magnetismen bezw. der Enden der Spirale von der Nadel vernachlässigen und die von ihnen ausgehenden Kräfte als parallel ansehen kann, so kann man die freien Magnetismen μ des Stabes in seinen Polen, die Wirkung der Spirale auf ihre Endflächen concentrirt denken.

Ist unter dieser Annahme der Abstand der Mitte des Stabes oder der Spirale von der Nadel r, der Polabstand der letzteren $2l_1$, ist der freie Magnetismus der Nadel μ_1, und, nachdem der Stab für sich permanent magnetisirt ist, der Abstand seiner Pole gleich $2l$, der in ihnen aufgehäufte freie Magnetismus $\pm\mu$, ist H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, α die Ablenkung der Magnetnadel, so ist das permanente Moment M_p des Stabes bestimmt durch die Gleichung

$$H \operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu(r+l)}{[l_1^2 + (r+l)^2]^{3/2}} - \frac{\mu(r-l)}{[l_1^2 + (r-l)^2]^{3/2}} \quad . \quad . \quad 1)$$

Ist die Nadel kurz, also l_1 gegen $r \pm l$ zu vernachlässigen, so wird

$$H \operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu}{(r+l)^2} - \frac{\mu}{(r-l)^2} = \frac{4rl\mu}{(r^2-l^2)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

woraus folgt

$$M_p = 2l\mu = H\frac{(r^2-l^2)^2}{2r} \operatorname{tg} \alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Ist l gegen r klein, so folgt weiter

$$M_p = {}^1/_2 H r^3 \left(1 - 2\frac{l^2}{r^2}\right) \operatorname{tg} \alpha \text{ bezw. } M_p = {}^1/_2 H r^3 \operatorname{tg} \alpha \quad 4)$$

527 Hat man auf dieselbe Weise das Moment M_{t+s} des Stabes, während er in der Spirale der Wirkung des magnetisirenden Stromes unterworfen ist, und das Moment M_s der Spirale für sich bestimmt, so erhält man durch Subtraction $M_t = M_{t+s} - M_s$ das temporäre Moment des Stabes.

Oeffnet man den Strom in der Spirale, so verbleibt in dem Stabe ein gewisses permanentes Moment (s. §. 432).

Der Name permanentes Moment darf nicht, wie so häufig, mit dem Namen remanentes Moment verwechselt werden. Letzteres ist das Moment, welches nach Oeffnen des magnetisirenden Stromes in einem geschlossenen magnetischen Kreise zurückbleibt.

Die Differenz $M_v = M_t - M_p$ des temporären und permanenten Momentes, während der Strom in der Spirale auf ihn wirkt und nach dem Aufhören dieser Wirkung, nennt man das verschwindende Moment des Stabes.

528 Diese Bestimmung ist indess in sehr vielen Fällen zu ungenau, da die Länge l der Stäbe und Spiralen gegen den Abstand ihrer Mitte von der Magnetnadel nicht zu vernachlässigen ist. Man muss dann auf die genauere Formel 1 zurückgreifen. Auch dann ist nur die Bestimmung des Momentes M_s der Spirale richtig, welches man eventuell auch direct berechnen könnte. Da für die Stäbe selbst der Polabstand $2l$ nicht immer bekannt ist, so ersetzt man ihn häufig durch die Länge $2L$ des Stabes. Dann fällt in den meisten, in der Praxis vorkommenden Fällen, wo $l < L$ ist, der Werth M zu klein aus. Dieser Fehler ist um so geringer, je kleiner l, bezw. L gegen r ist.

Oft ist indess die Nadel nicht so weit von dem magnetisirten Stab entfernt, dass man die Wirkung seiner freien Magnetismen in seinen Polen concentrirt denken kann. Dann wirken die der Nadel zunächst gelegenen Theile des Stabes stärker, die von ihr abgewendeten, entgegengesetzt magnetischen schwächer, als wenn die Wirkung in den Polen concentrirt wäre. Nehmen, wie gewöhnlich, die Momente gegen die Enden des Stabes ab, liegen also die Pole innerhalb des Stabes und wachsen die freien Magnetismen gegen seine Enden hin, so liegen die Punkte, in welchen man die Wirkung der letzteren vereint denken kann, näher an den Enden des Stabes, als die Pole.

529 Für genauere Bestimmungen bringt man den Stab mit der Spirale oder den permanent magnetisirten Stab für sich in verschiedene Entfernungen r von der Nadel, misst jedesmal den Ablenkungswinkel α, berechnet nach der Formel

$$H \operatorname{tg} \alpha = M\left(\frac{x}{r} + \frac{y}{r^3} + \cdots\right)$$

aus den verschiedenen Beobachtungen die Constanten x, y ... und mit ihrer Hülfe die Momente M_{s+t} und M_p. Nachdem auch das Moment M_s der Spirale gemessen ist, kann man wiederum M_t und M_p für sich bestimmen (vergl. §. 269).

530 Statt die Körper in eine Magnetisirungsspirale zu bringen, kann man sie auch in ein beliebiges anderes Magnetfeld, z. B. zwischen die Pole eines Elektromagnetes bringen und in ganz gleicher Weise, wie vorher, zuerst die Einwirkung des letzteren für sich, dann mit dem zu magnetisirenden Körper und endlich des letzteren allein messen.

531 Bei diesen Versuchen ist ganz besonders darauf zu achten, dass man den magnetisirenden Strom nicht plötzlich schliesst und mehr noch, dass man ihn nicht plötzlich unterbricht, sondern seine Intensität beim Schliessen ganz allmählich von Null an bis zur gewünschten Stärke steigen, beim Oeffnen ebenso allmählich wieder bis auf Null fallen lässt.

Beim plötzlichen Schliessen des magnetisirenden Stromes entsteht in der Magnetisirungsspirale ein demselben entgegengerichteter Inductionsstrom, wodurch die Intensität des ersteren Stromes langsamer ansteigt. Zugleich bilden sich aber auch im Magnetstab Inductionsströme, welche dem magnetisirenden Strom ebenfalls entgegengerichtet sind und durch die eventuell die magnetischen Molecüle erst in einer der beabsichtigten entgegengesetzten Richtung gedreht werden können, wenn ihre Wirkung die des magnetisirenden Stromes in der Spirale überwiegt. Erst nachher stellen sich die Molecüle entsprechend der letzteren Einwirkung ein. Da sie aber schon hin und her gedreht und somit leichter beweglich sind, können sie in diesem Fall dem Zuge der magnetisirenden Kraft leichter folgen, als bei sehr langsamem Ansteigen des magnetisirenden Stromes. Der temporäre Magnetismus kann stärker sein.

Bedeutender wirken diese Einflüsse beim plötzlichen Oeffnen des magnetisirenden Stromes auf das permanente Moment. Hierbei entsteht zunächst im Moment des Oeffnens in der Spirale ein Inductionsstrom von grösserer Dichtigkeit, wodurch das permanente Moment des magnetischen Stabes vergrössert wird. Dann entstehen in der geöffneten Spirale und in der Masse des Stabes abwechselnd gerichtete und immer schwächer werdende Inductionsströme von um so schnellerem Verlauf, bezw. um so grösserer Dichtigkeit, je schneller das Oeffnen geschieht. Da, wie wir später sehen werden, ein schwächerer entgegengerichteter Inductionsstrom die durch einen stärkeren Strom erzeugte permanente Magnetisirung umkehren kann, was bei verschiedenen Stahl- und Eisensorten bei verschiedenen Dichtigkeiten der Ströme geschieht, so erhält man je nach der Schnelligkeit des Oeffnens sehr variable Resultate. In einzelnen Fällen kann dann sogar die permanente Magnetisirung derjenigen entgegengesetzt sein, welche bei langsamem Verschwinden des magnetisirenden Stromes zurückbleiben würde [1]).

Leider ist bei einer grösseren Anzahl fleissiger Untersuchungen über die magnetischen Momente der magnetisirende Strom in dieser Weise plötzlich erzeugt oder geöffnet worden. Die Resultate sind nach dem Vorhergehenden nicht einwurfsfrei und lassen, da man über die Schnelligkeit des Oeffnens und den Gang der Inductionsströme kein Urtheil hat, keine präcisen Schlussfolgerungen zu. Eine Aufzählung der so erhaltenen Resultate ist somit gegenstandslos.

532 Nach derselben Methode, wie bei geraden Magnetstäben, lassen sich auch die freien Magnetismen hufeisenförmiger Magnete annähernd bestimmen, wenn man sie mit der durch ihre Schenkel gelegten

---

[1]) Vergl. Versuche von Fromme, um diesen Einfluss zu zeigen, auch wenn die Eisenstäbe von geschlossenen Metallhüllen umgeben sind, in denen ebenfalls noch Inductionsströme entstehen, die die Erscheinungen noch mehr compliciren. Wied. Ann. 5, 345, 1878; 13, 323, 1881; 18, 442, 1883. Das Weitere siehe im Capitel Induction.

Ebene in der durch den Drehpunkt einer Declinationsnadel gelegten magnetischen Ostwestebene so aufstellt, dass die Enden ihrer Schenkel (die indess nicht genau den Polen entsprechen) mit der Declinationsnadel in dieselbe Horizontalebene fallen. — Ist die Ablenkung der Nadel gleich α, der Abstand der Axen der Schenkel des Hufeisens l, der Abstand ihrer Mittellinie von der Nadel r, die horizontale Componente des Erdmagnetismus H, so ist der freie Magnetismus der Schenkel annähernd

$$\mu = H \frac{(r^2 - l^2)^2}{2rl} \, tg\,\alpha$$

oder, wenn l gegen r klein ist,

$$\mu = H \frac{r^3}{2l} \, tg\,\alpha.$$

Zu allen diesen Versuchen bedient man sich des Fig 146, S. 266 schematisch abgebildeten Apparates.

3. Man kann auch das magnetische Moment eines Körpers als Ganzes bestimmen, indem man auf einen in die ostwestliche Richtung gelegten horizontalen Maassstab eine Magnetnadel stellt, auf dem Maassstab von der einen Seite den magnetischen Körper gegen die Nadel schiebt, während seine Axe in die Ostwestlinie fällt, und nun die abgelenkte Nadel durch Heranschieben eines Magnetstabes von bekanntem Moment in gleicher Lage von der anderen Seite her in den magnetischen Meridian zurückführt (vergl. §. 413). 533

Hierbei kann man den genäherten Magnetstab auch durch eine vom Strom durchflossene Drahtspirale ersetzen und diese der Magnetnadel nähern, oder auch dafür die Spirale festlegen und nur die Intensität des Stromes in ihr bis zur Einstellung der Magnetnadel ändern.

Sind die Abstände der Mitte der magnetischen Axe des Körpers und des Magnetstabes von der Magnetnadel gleich r und r_1, sind die Abstände der Pole derselben $2l$ und $2l_1$, sind die an den Polen angehäuften Magnetismen $\pm\mu$ und $\pm\mu_1$, so ist annähernd

$$\frac{4rl\mu}{(r^2 - l^2)^2} = \frac{4r_1 l_1 \mu_1}{(r_1^2 - l_1^2)^2}.$$

Setzt man die magnetischen Momente des Körpers und des Stabes $2l\mu = M$, $2l_1\mu_1 = M_1$, so findet man annähernd

$$M = \frac{r_1}{r} \left(\frac{r^2 - l^2}{r_1^2 - l_1^2}\right)^2 M_1.$$

Sind die Polabstände l und l_1 gegen die Entfernungen r und r_1 zu vernachlässigen, so ist annähernd

$$M = \frac{r^3}{r_1^3} M_1.$$

Sind die Längen l und l_1 klein, so kann man auch den Magnetstab und den zu untersuchenden Körper so auf den Maassstab legen, dass ihre Axen auf demselben senkrecht stehen und die Polabstände von der durch die Axe der Magnetnadel gezogenen magnetischen Ostwestlinie halbirt werden. Es ergiebt sich dann dieselbe Beziehung [1]).

Ist der elektromagnetische Körper durch eine magnetisirende Kraft, z. B. eine vom Strome durchflossene Spirale, temporär magnetisirt, so hat man auch hier das Moment der Spirale allein zu ermitteln und dieses von dem gemeinsamen Moment der Spirale und des magnetisirten Körpers zu subtrahiren. — Einfacher ist immer die directe Bestimmung des magnetischen Momentes aus der Ablenkung der Magnetnadel selbst. Die in den vorigen Paragraphen erwähnten Schwierigkeiten der Bestimmung treten selbstverständlich in ganz gleicher Weise auch hier ein.

534 4. Um das Moment kleiner Magnetnadeln mit einander zu vergleichen, kann man an einem verticalen, an einem Coconfaden aufgehängten Stab einen Spiegel, eine horizontale Röhre und in einiger Entfernung darunter in einer gegen die Axe der Röhre senkrechten Ebene eine horizontale, etwas stärkere und längere Magnetnadel vom Moment M befestigen [2]). Legt man in die Röhre Magnetnadeln vom Moment M_1 ein, ist die mittelst des Spiegels an einer Spirale zu beobachtende Ablenkung des Systems aus dem magnetischen Meridian φ, so ist $M_1 = M \, tg \, \varphi$. Legt man die Nadeln in der Röhre um, so kann man das Mittel der Beobachtungen nehmen und so die Abweichung der Neigung ihrer Axen gegen die der unteren Nadel von 90^0 compensiren.

535 5. Man kann auch die Körper an den einen Arm einer elektromagnetischen Wage hängen und durch Gegengewichte die Kraft bestimmen, mit der sie in eine unterhalb aufgestellte, vom Strom durchflossene conaxiale Spirale hineingezogen werden. Bei permanent magnetisirten Körpern, z. B. magnetisirten Stahlstäben, entstehen indess durch ihre von der Spirale selbst ausgehende temporäre Magnetisirung Ungenauigkeiten, und ausserdem ist bei verschieden langen und dicken Stäben die Wirkung auf beide Pole nur durch eine complicirte Rechnung zu finden. Für temporär magnetisirte Körper, z. B. Eisenstäbe, welche unter Einfluss der Spirale selbst magnetisch werden, gilt derselbe Umstand; die magnetisirende Wirkung auf ihre verschiedenen Punkte ist sehr verschieden, so dass man nur bei gleicher Stellung gegen die Spirale mit Sicherheit die Zunahme ihres magnetischen Momentes M mit der Zunahme der Intensität I des Stromes in der Spirale vergleichen kann. Die zum Festhalten der Stäbe in ihrer Lage erforderlichen Gewichte G sind dann

$$G = const \, M \, . \, I.$$

---

[1]) Vergl. auch Külp, Pogg. Ann. **133**, 317, 1868. — [2]) Bouty, Thèse de Docteur, Nr. 360, Paris 1874.

6. Man legt den Körper in eine Drahtspirale ein, deren Enden mit 536 einem Galvanometer verbunden sind. Man erregt den Magnetismus des Körpers plötzlich durch irgend eine magnetisirende Kraft, welche in der Richtung der Axe der Spirale wirkt, z. B. durch einen galvanischen Strom, welchen man durch eine der ersten Spirale conaxiale zweite Magnetisirungsspirale leitet. In der ersten Spirale entsteht ein momentaner Inductionsstrom, durch welchen die Nadel des Galvanometers abgelenkt wird. Dieser Strom, dessen Intensität I_a sei, ist aus zwei Theilen zusammengesetzt: einmal aus einem Strom von der Intensität I, welche proportional ist der Intensität i des durch die Magnetisirungsspirale geleiteten Stromes, und einem Strom von der Intensität I_I, welche proportional ist dem im magnetisirten Körper in der Richtung der Axe der Spirale erzeugten temporären magnetischen Moment M.

Wir haben demnach

$$I_a = I + I_I = const\ i + Const\ M.$$

Beobachtet man vor diesem Versuch direct die Intensität I des Inductionsstromes, wenn der magnetisirende Strom plötzlich durch die Magnetisirungsspirale geleitet wird, ohne dass der magnetisirte Körper sich in ihr befindet, so ist $I = const\ i$, also $Const\ M = I_a - I$.

Hebt man nach dem Magnetisiren des der Einwirkung der Magnetisirungsspirale unterworfenen Körpers den Strom plötzlich auf, so entsteht wiederum ein dem ersten entgegengesetzter Inductionsstrom von der Intensität I_b, der zusammengesetzt ist aus dem beim Verschwinden des Stromes der Magnetisirungsspirale inducirten Strom von der Intensität I, den man vor dem Einlegen des magnetisirten Körpers direct bestimmen kann, und aus einem Inductionsstrom, welcher durch Verschwinden eines Theiles M_v des magnetischen Momentes des Stabes inducirt ist. Man hat dann

$$Const\ M_v = I_b - I.$$

Der Werth M_v entspricht der Differenz des temporären und permanenten magnetischen Momentes des Stabes oder dem verschwindenden Moment.

Dabei ist indess wiederum zu beachten, dass bei dem plötzlichen Oeffnen des Stromes das permanente Moment ein anderes wird, als bei langsamem Oeffnen [1]).

[1]) Um die entmagnetisirende Wirkung der freien Enden magnetisirter Stäbe bei Messung ihrer Momente möglichst zu vermeiden, steckt Hopkinson den zu untersuchenden Eisenstab C durch die Ausbohrungen eines geschlossenen Eisenrahmens, eines Joches A von grossem Querschnitt, und umgiebt ihn im Inneren des Rahmens mit der Drahtspirale B, durch die man den magnetisirenden Strom leitet, während eine den Stab in der Mitte umgebende Inductionsspirale D mit einem ballistischen Galvanometer verbunden ist. Beim plötzlichen Oeffnen des magnetisirenden Stromes wird die Intensität des Inductionsstromes gemessen. Hopkinson theilt hierzu den Stab in der Mitte unter der Inductionsspirale und schleudert beim Hinausziehen der einen Hälfte die Inductionsspirale aus dem Magnetfelde. — Freilich ist hierbei der Schnitt

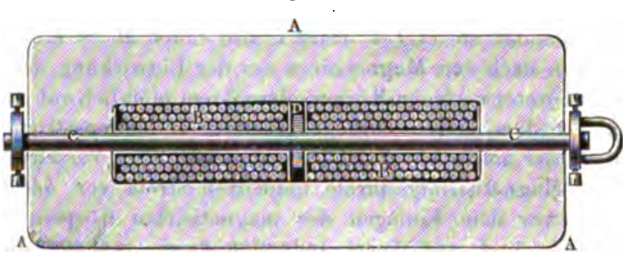
537 Zur Bestimmung des **magnetischen Momentes der einzelnen Theile eines magnetischen Körpers**[1]), z. B. der verschiedenen Querschnitte eines longitudinal magnetisirten Stabes, kann man im Wesentlichen die gleichen Methoden, wie zur Bestimmung des magnetischen Momentes des ganzen Körpers verwenden.

---

nicht ohne Einfluss, aber doch die Wirkung der Enden des Stabes selbst wesentlich beseitigt (Hopkinson, Magnetisation of Iron; Phil. Trans. 1885, 455). Da die Magnetisirungsspirale ganz im Innern des Joches liegt, übt sie auf letzteres keine magnetisirende Wirkung aus, sondern magnetisirt nur den zu untersuchenden Kern. Dieser indess magnetisirt das Joch des Ankers. Die Molecularmagnete desselben richten sich an den Enden des Kernes je nach der Weichheit des Eisens des Joches mehr oder weniger in der Richtung der Molecularmagnete des Kernes und vermehren, indem sie auf letzteren rückwirken, je nach ihrem Moment und ihrer Richtung und je nach ihrer Drehbarkeit ihre magnetische Einstellung. Je nach der Härte des Kernes können diese Verhältnisse sich sehr verschieden gestalten; die Versuche gestatten demnach keine einfache Schlussfolgerung auf die Magnetisirungsconstante der Kerne. Sie haben also wesentlich eine praktische Bedeutung.

Um gleichgestaltete Eisenstäbe für praktische Zwecke auf ihre Gleichheit zu prüfen, bedient sich Edison (Proc. Amer. Assoc. **36**, New York 1887;

Fig. 220.



Beibl. **13**, 827) einer Combination nach Art der Wheatstone'schen Brücke. Vier gleiche Stäbe werden zu einem Rhombus zusammengefügt, die spitzen Winkel desselben mit den Polen eines starken Elektromagnetes verbunden und die stumpfen mit zwei ähnlichen Eisenstäben, welche nach innen gerichtet sind und mit ihren ausgehöhlten Enden auf 1,3 cm von einander stehen. In dieser Höhlung schwebt eine dünne magnetisirte, mit Zeiger oder Spiegel versehene Stahlröhre in einem Steigbügel, der an einem Coconfaden hängt. Sind die vier seitlichen Eisenstäbe identisch, so schlägt die Nadel nicht aus.

Auch H. E. J. G. du Bois (Elektrotechn. Ztschr. **13**, 579, 1892; Beibl. **17**, 350) hat eine magnetische Wage zur praktischen Ermittelung der Magnetisirungscurve angegeben. Das Probestück, 15 cm lang und 1 qcm im Querschnitt, wird zwischen zwei horizontale Backen geklemmt. Das magnetische Feld bis zu 300 C.-G.-S.-Einheiten liefert eine Spule, welche 4π cm lang ist und 100 Windungen von 4 mm dickem Kupferdraht enthält. Ueber den Backen schwebt in sehr geringer Entfernung ein Ankerjoch, welches zugleich als Wagebalken dient. Die Schneide dieses Wagebalkens ruht excentrisch auf dem Apparate, das Gleichgewicht wird durch einen Bleiklotz hergestellt. Die magnetischen Anziehungen sind auf beiden Seiten des Probestückes aus Symmetriegründen gleich, erzeugen aber wegen der ungleichen Hebelarme verschiedene Kräftepaare. Versuche ergaben das resultirende Drehungsmoment innerhalb des benutzten Bereiches dem Quadrate der Magnetisirung in der Mitte des Probestückes proportional. Durch Laufgewichte, welche an einer getheilten Scala verschiebbar sind, wird das Gleichgewicht wieder hergestellt.

[1]) Siehe über diese ältere Methode auch Mascart, Ann. de Chim. et de Phys. [6] **18**, 5, 1889; Beibl. **14**, 134.

Einmal kann man über die verschiedenen Stellen des magnetisirten Stabes eine kurze Drahtrolle schieben, deren Enden mit dem Galvanometer verbunden sind. Ist der Stab mit einer Magnetisirungsspirale umgeben, so entspricht ganz analog, wie in §. 536, der beim Schliessen und Oeffnen des sie durchfliessenden Stromes in der kurzen Rolle inducirte Strom im ersten Falle nach Abzug der beobachteten inducirenden Wirkung der Spirale für sich dem erzeugten temporären magnetischen Moment des unter ihr befindlichen Theiles des Stabes, im letzten Falle dem verschwindenden Moment desselben.

538 Man kann auch die kurze Drahtrolle auf die verschiedenen Stellen des temporär oder auch permanent magnetisirten Stabes schieben und sie dann plötzlich ganz von dem Stabe hinunterziehen. Der Inductionsstrom bildet sich ebenso, wie wenn die unter der Drahtrolle in ihrer ersten Lage befindlichen Theile des Stabes plötzlich unmagnetisch geworden wären; er entspricht also wiederum dem magnetischen Moment derselben.

Wir setzen hierbei voraus, dass die in der Inductionsspirale erzeugten Ströme dem Moment des in ihrer Mitte befindlichen Theilchens proportional sind. Um dieser Voraussetzung möglichst zu entsprechen, muss die Spirale recht kurz sein und sich genau dem Umfange des Stabes anschliessen. Da sich indess die Momente der Theilchen im Stabe von Ort zu Ort, und zwar nicht immer in demselben Verhältniss ändern, so ist obige Voraussetzung nur annähernd richtig. Fallen, wie gewöhnlich, die Momente von der Mitte eines Stabes nach beiden Seiten ab, so ist der Inductionsstrom beim Abschieben der Spirale von seinem mittleren Theil schwächer, als dem Moment des mittelsten Theilchens entspricht. Wird die Spirale mehr nach den Enden des Stabes hingeführt, so wirken die gegen seine Mitte hin liegenden Theile stärker, als die den Enden zu liegenden Theile. Bei einem, seiner ganzen Länge nach mit einer Magnetisirungsspirale bedeckten Eisenstab lässt sich nachweisen, dass hierbei die aus den Beobachtungen abgeleiteten Momente, d. h. die Intensität der Inductionsströme gegen die wirklichen Momente der in der Mitte der Spirale befindlichen Elemente des Stabes um so kleiner ausfallen, je weiter man gegen das Ende des Stabes vorrückt [1]).

---

[1]) Ist die Länge der Molecularmagnete Δy, liegt einer derselben im Abstand y von der Mitte der um den Stab gelegten Drahtwindung, deren Entfernung von der Mitte des Stabes c, deren Radius r ist, so ist die beim Verschwinden seines magnetischen Momentes $\mu \Delta y$ inducirte elektromotorische Kraft (vergl. das Capitel Induction)

$$E = k \mu \Delta y \frac{r^2}{\sqrt{r^2 + y^2}^3},$$

wo wir die, die höheren Potenzen der sehr kleinen Grösse Δy enthaltenden Glieder vernachlässigt haben und k eine Constante ist. Nach den später zu erwähnenden Versuchen kann man annähernd das Moment der Molecular-

539 Der an den einzelnen Stellen des Stabes aufgehäufte **freie Magnetismus** ergiebt sich unmittelbar aus den Bestimmungen des Momentes der einzelnen Theile. Nach §. 433 ist er gleich dem Differentialquotienten des letzteren nach der Länge des Stabes.

Verschiebt man eine kurze über einen Stab gesteckte Inductionsspirale um eine kleine Länge, so entspricht der dabei erzeugte Inductionsstrom der Differenz der Momente in den beiden extremen Lagen der Spirale, d. h. er ist proportional dem freien Magnetismus zwischen ihnen.

Man kann auch auf die verschiedenen Stellen des Stabes von der Seite eine kleine mit einem Spiegelgalvanometer verbundene Spirale auflegen und sie plötzlich entfernen. Der Ausschlag am Galvanometer ist proportional dem Potential aller freien Magnetismen auf die Spirale, bezw. bei Vernachlässigung der Wirkung der ferner liegenden Theile dem freien Magnetismus an der betreffenden Stelle [1]).

540 Befestigt man in der kleinen Spirale ein kurzes dünnes Eisenstäbchen, welches man direct, oder etwa unter Zwischenlegung eines dünnen Blattes Papier auf die verschiedenen Stellen des magnetischen Stabes aufsetzt, so ist auch das Moment jenes Stäbchens dem freien Magnetismus daselbst, wenn auch nur sehr angenähert, proportional. Die beim Abreissen des Stäbchens mit der Spirale von dem Magnetstabe

---

magnete des betrachteten Stabes $m = \mu \Delta y = a - b(c + y)^2$ setzen, wo a und b Constante sind, $c + y$ der Abstand des Molecularmagnetes von der Mitte des Stabes ist. Das Moment eines um $-y$ von der Mitte der Inductionsspirale entfernten Molecularmagnetes ist $m_1 = a - b\,(c - y)^2$, also die durch beide zugleich in der Spirale inducirte elektromotorische Kraft

$$E_1 = 2\,k\,(a - bc^2 - by^2)\frac{r^2}{\sqrt{r^2 + y^2}^3}.$$

Wollen wir die inducirende Wirkung aller vor, hinter und in der Drahtwindung liegenden Molecularmagnete bestimmen, so haben wir in diesen Ausdruck nach einander für y bezw. $\Delta y,\ 2\Delta y \ldots s\Delta y$ bis zu so grossen Werthen von $s\Delta y$ zu setzen, dass die Inductionswirkung der ferner liegenden Molecularmagnete zu vernachlässigen ist, die Ausdrücke zu summiren und dazu die Inductionswirkung des in der Mitte der Drahtwindung liegenden Molecularmagnetes $k(a - bc^2)/r$ zu addiren. Wir erhalten

$$E_s = k\,(a - b\,c^2)\left[\left(\frac{1}{r} + 2\,r^2 \sum \frac{1}{\sqrt{r^2 + y^2}^3}\right) - \frac{2\,r^2 b}{a - b\,c^2} \sum \frac{y^2}{\sqrt{(r^2 + y^2)}^3}\right].$$

Das erste Glied in der Klammer ist in Bezug auf c, d. h. den Abstand der Spirale von der Mitte des Stabes constant, das zweite wächst mit wachsendem c, also wird die elektromotorische Kraft des Inductionsstromes gegen das Ende des Stabes relativ immer kleiner gegen den $a - bc^2$ proportionalen Werth, den sie haben müsste, wenn sie dem Moment des in der Mitte der Spirale liegenden Molecularmagnetes entspräche. Am äussersten Ende müssen die Werthe wieder zu gross ausfallen, da dort ein plötzlicher Abfall des magnetischen Momentes zu Null eintritt. G. Wiedemann, Pogg. Ann. **117**, 223, 1862. Vergl. auch Rothlauf, Pogg. Ann. **116**, 592, 1862.

[1]) Rowland, Sillim. J. [3] **10**, 14, 1875.

in letzterer erzeugten Inductionsströme sind wie bei der vorigen Methode den freien Magnetismen annähernd proportional, nur viel intensiver, aber noch weniger genau.

Statt dessen kann man auch das Eisenstäbchen oder ein Eisenkügelchen allein an der einen Seite einer Wage aufhängen, auf die einzelnen Stellen des Magnetes wie vorher aufsetzen und die Gewichte bestimmen, welche auf die andere Seite der Wage gelegt werden müssen, um das Stäbchen abzureissen. Dieselben sind dem Quadrate des freien Magnetismus an jenen Stellen, indess auch nur sehr angenähert, proportional [1]).

541 Die letzten beiden Methoden leiden an dem grossen Uebelstande, dass die Rückwirkung des magnetischen Eisenstäbchens in dem Magnetstab die Vertheilung des Magnetismus bedeutend verändert, um so mehr, als die wesentlich axial gerichteten Theilchen des Magnetes hierbei durch den Magnetismus des Stäbchens von der Seite her, also wo die Wirkung am intensivsten ist, abgelenkt werden. Diese Methoden können also kaum irgendwie zuverlässige Resultate geben [2]).

542 Man kann ferner die Vertheilung des freien Magnetismus eines Magnetstabes bestimmen [3]):

1) Indem man ihn mit seiner Axe vertical aufstellt und in der durch ihn gelegten magnetischen Nordsüdebene eine Magnetnadel dicht vor seinen verschiedenen Stellen schwingen lässt. Um dabei die Einwirkung auf den von dem Stabe abgelegenen Pol der Nadel zu neutralisiren, kann man sie an der Seite desselben durch ein Metallstäbchen mit Gegengewicht verlängern und so aufhängen, dass ihre Drehungsaxe durch jenen Pol geht. Durch ein an die Nadel unter ihrem Drehpunkt angehängtes Gewicht wird ihre seitliche Verschiebung durch die Anziehung seitens des Magnetes vermieden. Bestimmt man die Schwingungszahlen der Nadel N und N_1, erst nur unter Einfluss des Erdmagnetismus und dann bei Annäherung des verticalen Stabes, und nimmt man an, dass nur die der Nadel zunächst liegenden Theile auf sie wirken, so ergiebt sich der freie Magnetismus daselbst proportional dem Werthe $N_1^2 - N^2$.

---

1) Siehe Lamont, Magnetismus, S. 324. Leipzig, Voss, 1867. — Ganz ähnlich viel später S. P. Thompson, Chem. News 63, 160, 1891; Beibl. 16, 299. Electrician 26, 678, 1891; Beibl. 15, 589. — 2) Eine angenäherte Berechnung hierüber siehe Bouty, Compt. rend. 82, 836, 1876. Noch mehr wird die Vertheilung des Magnetismus geändert, wenn man auf den horizontal liegenden Magnet einen Quecksilbertropfen bringt, durch ihn und den Magnet einen schwachen Strom leitet und aus der Stärke der Rotation des Tropfens, die man durch Bestäuben mit Lykopodium sichtbar macht, die Stärke des freien Magnetismus schätzt. Bei Magneten mit Folgepunkten u. s. f. kann man hierdurch in qualitativer Weise die Vertheilung des Magnetismus demonstriren (Agostini, Natura 3, 547, 1879; Beibl. 4, 147). — 3) Coulomb, Mém. de l'Acad. de Paris 1789, S. 468.

2) Man kann auch den verticalen magnetischen Stab in verschiedener Höhe von Ost oder West her dem einen Pole der Nadel nähern und ihre Ablenkung α bestimmen, wo dann die Wirkungen der der Nadel zunächst liegenden Stellen des Stabes dem Werthe $tg\,\alpha$ proportional sind.

3) Ferner kann man die an einem Faden hängende horizontale Magnetnadel unten durch ein angehängtes Gewicht beschweren, und sie so den verschiedenen Stellen des horizontal hingelegten Stabes nähern. Ihr einer Pol wird zum Stabe hingezogen und die Nadel folgt mit ihrer Masse dieser Anziehung. Man bestimmt aus dem Winkel φ, um den der Aufhängungsfaden aus der Verticale abgelenkt wird, die Wirkung der dem Magnetpol gegenüberliegenden Stelle des Stabes auf letzteren. Sie ist wiederum proportional $tg\,\varphi$.

4) Endlich kann man den Stab in der magnetischen Ostwestrichtung horizontal hinlegen und neben ihm und ihm parallel eine Declinationsnadel verschieben. Ihre Ablenkung giebt ein Maass für die Wirkung des Stabes.

Alle diese Methoden liefern sehr unreine Resultate. Befindet sich der eine Pol der Nadel bei der ersten und dritten Methode so nahe an dem verticalen Magnetstabe, dass man nur die Wirkung der unmittelbar neben dem Pole der Nadel liegenden Stellen des Stabes zu berücksichtigen braucht, so vertheilt die Nadel durch ihren Magnetismus in dem Stabe von Neuem Magnetismus oder dreht die Molecularmagnete desselben, so dass die beobachtete Kraft zu gross wird.

Ist die Nadel weiter von dem Stabe entfernt, so erhält man bei allen vier Methoden die Resultante der Wirkungen aller auf dem Stabe befindlichen freien Magnetismen auf dieselbe, welche in verschiedenen Entfernungen und Richtungen auf die Pole der Nadel wirken. Die Berechnung der Vertheilung der freien Magnetismen ist selbst bei vielfachen Beobachtungen in verschiedenen Entfernungen der Nadel von dem Stabe sehr schwierig [1].

---

[1] Wir wollen nur die Wirkung auf den einen Pol der Nadel ns, Fig. 221, betrachten, dieselbe also sehr lang annehmen. Ist der Abstand dieses Poles vom Magneten $nB = r$, die Entfernung des Punktes B von der Mitte A des Magnetes $AB = c$, ist der freie Magnetismus an der um y von A entfernten Stelle E des Stabes gleich $\mu_1 = f(y)$, so ist die Wirkung desselben auf den Pol n, dessen freier Magnetismus gleich μ sei, gleich

Fig. 221.

$$\frac{\mu f(y)}{r^2 + (c - y)^2},$$

und die Componente dieser Wirkung in der Richtung Bn gleich

$$C = \mu f(y) \cdot \frac{r}{[r^2 + (c - y)^2]^{3/2}}.$$

Die Componente parallel dem Magnetstabe ist gleich

$$D = \mu f(y) \frac{c - y}{[r^2 + (c - y)^2]^{3/2}}.$$

543 Endlich kann man den freien Magnetismus eines Körpers an verschiedenen Stellen bestimmen, indem man die Kraft misst, welche erforderlich ist, um seine Theilchen an diesen Stellen von einander zu reissen. Um dabei von den die Theile zusammenhaltenden Cohäsionskräften unabhängig zu sein, bildet man den Körper von vornherein aus zwei an einer Stelle sorgfältig an einander geschliffenen und an einander gelegten Stücken und magnetisirt das so geformte System als Ganzes z. B. in einer Spirale, sei es temporär oder permanent. Die zum Abreissen des einen Stückes vom anderen erforderliche Kraft kann man durch Gewichte messen, welche man in der Richtung der Anziehung darauf wirken lässt.

Bei der praktischen Ausführung bietet diese Methode insofern grosse Ungenauigkeiten, als man die Entfernung niemals genau gleich gross machen kann, um welche die an einander gelegten Theile der Hälften von einander abstehen, und dann ihre Wechselwirkung sich ändert. Auch trennen sich die an einander gelegten Hälften nie gleichzeitig mit ihrem ganzen Querschnitt. Man erhält so bei verschiedenen Versuchen schwer vergleichbare Resultate.

Wir wollen diese Verhältnisse erst bei der Betrachtung der Tragkraft der Magnete besprechen.

544 Endlich ist noch die Lage der Pole der Magnetstäbe zu bestimmen.

Ist das Moment des mittelsten Elementes von der Länge Δx eines Stabes gleich m_1, das Moment des ganzen Stabes M, so ist nach §. 436 der Abstand der Pole

$$l = \frac{M}{m_1} \Delta x.$$

Misst man also durch eine kurze Inductionsspirale das Moment m_1 einer kurzen Strecke Δx in der Mitte des Stabes, sowie das Moment M des ganzen Stabes, so erhält man aus dieser Formel direct den Polabstand l[1]).

Wenn man nach einer der oben angegebenen Methoden die Vertheilung des freien Magnetismus in der Richtung der Axe des Stabes

---

Um die Gesammtwirkung aller Theile des Stabes auf die Nadel in beiden Richtungen zu erhalten, sind diese Ausdrücke über die ganze Länge $2L$ des Stabes von $y = -L$ bis $y = +L$ zu integriren.

Bei den Methoden 1 bis 3 wirkt im Wesentlichen nur die erste Componente C auf die Nadel. Bei der Methode 1 schwingt die Nadel unter Einfluss dieser Componente und der horizontalen Componente H des Erdmagnetismus. Steht bei der zweiten Methode der Pol n der Nadel östlich oder westlich von dem Stabe und ist sie um den Winkel α abgelenkt, so ist $C = H tg \alpha$.

Bei der vierten Methode addirt sich die gegen den Stab normale Componente C zu dem in gleicher Richtung wirkenden Erdmagnetismus. Ist die dem Stabe parallele Componente D, und ist die Ablenkung der Nadel β, so wird

$$(C + H) tg \beta = D.$$

[1]) Diese Methode rührt von van Rees v. J. 1847 (vgl. §. 434) her. Sie ist im Jahre 1887 wiederholt von Mascart (Compt. rend. 104 635, 1887; Beibl. 11, 552) besprochen worden.

durch die Einstellung einer Magnetnadel, welche vor die verschiedenen Stellen eines Magnetes gebracht wird, bestimmt hat, kann man nach Lamont[1]) die Pole als Fusspunkte der Ordinaten der Schwerpunkte der die freien Magnetismen darstellenden Flächen auf der Axe des Stabes als Abscissenaxe graphisch bestimmen.

545 Man kann zu diesen Bestimmungen auch die folgende von F. Kohlrausch[2]) ausgearbeitete Methode verwenden. Ein Längenelement dx im Abstand x von der Mitte eines geraden Magnetstabes habe den freien Magnetismus $f(x)dx$. Es sei

$$\int f(x) x^n dx = M_n.$$

Befindet sich ein Einheitspol im Abstand a von der Mitte des Magnets in seiner Verlängerung (erste Hauptlage) bezw. in der senkrechten auf dem Mittelpunkt der magnetischen Axe (zweite Hauptlage), so sind die auf den Pol wirkenden Kräfte

$$\left.\begin{aligned} K_{\rm I} &= \frac{2M}{a^3}\left(1 + \frac{2}{a^2}\frac{M_3}{M} + \frac{3}{a^4}\frac{M_5}{M}\cdots\right) \\ K_{\rm II} &= \frac{M}{a^3}\left(1 - \frac{3}{2a^2}\frac{M_3}{M} + \frac{15}{8a^4}\frac{M_5}{M}\cdots\right)^{3)} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

Ein linearer Magnet mit punktförmigen Polen im Abstand $\mathfrak{l}$ von einander an Stelle des erwähnten wirkt in beiden Fällen mit den Kräften

$$\left.\begin{aligned} K_{\rm I} &= 2\frac{M}{a^3}\left(1 - \frac{1}{4}\frac{\mathfrak{l}^2}{a^2}\right)^{-2} = 2\frac{M}{a^3}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{l}^2}{a^2} + \frac{3}{16}\frac{\mathfrak{l}^4}{a^4}\cdots\right) \\ K_{\rm II} &= \frac{M}{a^3}\left(1 + \frac{1}{4}\frac{\mathfrak{l}^2}{a^2}\right)^{-3/2} = \frac{M}{a^3}\left(1 - \frac{3}{8}\frac{\mathfrak{l}^2}{a^2} + \frac{15}{128}\frac{\mathfrak{l}^4}{a^4}\cdots\right) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad 2)$$

Soll der letztere Magnet den ersteren insoweit ersetzen, dass das Correctionsglied mit a^{-2} den richtigen Werth erhält, so muss für beide Lagen $\mathfrak{l}^2 = 4M^3/M$ sein.

Soll das zweite Correctionsglied den richtigen Werth erhalten, so muss der Polabstand $\mathfrak{l}_2^4 = 16 M_5/M$ sein.

Aus den Versuchen von van Rees folgt unter gewöhnlichen Verhältnissen für den ersten Fall $\mathfrak{l} = 0{,}83$ der Länge des Magnetes, für den zweiten Fall ist $\mathfrak{l}_2$ etwa nur $^1/_{30}$ grösser als $\mathfrak{l}$, also $\mathfrak{l}_2$ gleich zu setzen.

Danach kann man punktförmige Pole im Abstand $\mathfrak{l}$ annehmen. Dann ist in den beiden Hauptlagen die Fernewirkung

$$K_{\rm I} = 2\frac{M}{a^3}\left(1 - \frac{1}{4}\frac{\mathfrak{l}^2}{a^2}\right)^2 \qquad K_{\rm II} = \frac{M}{a^3}\left(1 + \frac{1}{4}\frac{\mathfrak{l}^2}{a^2}\right)^{-3/2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

[1]) Lamont, Erdmagnetismus, §. 260. Eine Berechnung hierüber von Börgen, Arch. der deutschen Seewarte 14, 1891; Ann. der Hydrographie 1891, Heft 1. 2, 49, 57, 93; Beibl. 15, 377, 436. — [2]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 31, 609, 1887. — [3]) Siehe Lamont, Erdmagnetismus, S. 22, Berlin 1849.

Beobachtet man bei zwei Abständen a_1 und a_2 vom Magnetometer die Ablenkungen φ_1 und φ_2, so ist das Verhältniss des Stabmagnetismus M des Stabes zum Erdmagnetismus H in der ersten (I) und zweiten (II) Hauptlage

$$\text{I. } \frac{M}{H} = \frac{1}{2}\left\{\frac{a_1^2 - a_2^2}{\sqrt{a_1/tg\,\varphi_1} - \sqrt{a_2/tg\,\varphi_2}}\right\}^2 \quad \text{II. } \frac{M}{H} = \left\{\frac{a_1^2 - a_2^2}{tg\,\varphi^{-2/3} - tg\,\varphi_2^{-2/3}}\right\}^{3/2} \quad 4)$$

546 Bei gleichförmig magnetisirten, scheibenförmigen Magneten, z. B. magnetisirten Stahlspiegeln vom Durchmesser d stellt sich die Rechnung folgendermaassen: Der freie Magnetismus befinde sich auf dem Umfang eines Kreises vom Halbmesser ϱ. Ein Element ds desselben sei vom horizontalen Durchmesser, bezw. der magnetischen Axe um y entfernt; dann ist das Moment der Scheiben durch die Formel

$$M^1 = \int_{-\varrho}^{+\varrho} 2\sqrt{\varrho^2 - y^2}\,.\,c\,dy = c^2\varrho^2\pi$$

auszudrücken. Wirkt ein Magnet im Abstand a auf die Magnetscheibe in der ersten Hauptlage und ist die Kraft auf einen Einheitspol in der Mitte der Scheibe gleich K_1, so ist die auf die Scheibenebene senkrechte Componente gleich $K_1 M'\left(1 - 3\frac{\varrho^2}{a^2}\right)$. In der zweiten Hauptlage wird dieselbe gleich $K_{II} M'\left(1 + \frac{33}{8}\frac{\varrho^2}{a^2}\right)$, wenn K_{II} wieder die Kraft des Magnetes auf einen Einheitspol in der Mitte der Scheibe ist.

Ist der Durchmesser der Scheibe d, so ergiebt sich nach Versuchen von F. Kohlrausch und Hallock[1]) an der Tangentenbussole $\varrho = 0{,}4\,d$; also ist der Correctionsfactor in den beiden Hauptlagen für das durch einen Magnet im Abstand a ausgeübte Drehungsmoment

$$\text{I. } 1 - 3\frac{\varrho^2}{a^2} = 1 - 0{,}48\frac{d^2}{a^2}$$

$$\text{II. } 1 + \frac{33}{8}\frac{\varrho^2}{a^2} = 1 + 0{,}66\frac{d^2}{a^2}.$$

Bei Berechnung von M/H nach der Formel 4), hat man also für scheibenförmige Magnete in beiden Hauptlagen als Polabstand I. $\mathfrak{l}' = 0{,}80\,d$, II. $\mathfrak{l}' = 0{,}66\,d$ zu setzen (s. w. u.).

547 Pouillet[2]) bestimmte die Lage der Pole eines Stabes und die freien Magnetismen desselben in einer etwas anderen Weise, analog dem Princip der Strommessung durch die Sinusbussole, indem er an einer Bussole durch horizontal darüber gespannte Seidenfäden die Richtungen bezeichnete, welche auf zweien Ablenkungen α und α_1 (10 und 40°) der Nadel aus ihrer Ruhelage senkrecht stehen. Der Nadel gegenüber werden

[1]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 22, 411, 1884. — [2]) Pouillet, Compt. rend. 67, 853, 1868.

die zu untersuchenden Magnetstäbe so hingelegt, dass ihre horizontale Axe in die oben bezeichneten Richtungen fällt; sie werden mit ihrer Mitte so weit, um r und r_1, von der Nadel entfernt, bis dieselbe die Ablenkungen α und α_1 zeigt, also mit ihrer Axe auf der Axe der Stäbe senkrecht steht.

Sind l und μ der Polabstand und der freie Magnetismus des Stabes, ist H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, so folgen die analogen Formeln wie §. 526, nur dass $tg\alpha$ durch $sin\,\alpha$ ersetzt ist. So wird

$$H \sin \alpha = \mu \left(\frac{l}{(r-l)^2} - \frac{l}{(r+l)^2}\right);$$

$$H \sin \alpha_1 = \mu \left(\frac{l}{(r_1-l)^2} - \frac{l}{(r_1+l)^2}\right).$$

Wird $r \sin \alpha_1 / r \sin \alpha = \varrho^2$ gesetzt, so folgt

$$l^2 = \frac{r^2 - \varrho^2 r_1^2}{1-\varrho} \quad \text{und} \quad \mu = H \sin \alpha \frac{(r^2 - l^2)^2}{4rl}.$$

548 Die Methode von Pouillet zur Bestimmung der Lage der Magnetpole ändert Benoit [1]) in der Weise ab, dass er einen Magnetstab I horizontal aufhängt, unter ihm conaxial einen zweiten Stab II hinlegt und ihn so lange dreht, bis seine Axe auf der des ersten Stabes senkrecht steht.

Ist H die horizontale Componente des Erdmagnetismus, sind $2\,l_{\mathrm{I}}$ und $2\,l_{\mathrm{II}}$ die Polabstände beider Magnete, ist d ihr Verticalabstand, μ_{II} der freie Magnetismus des Magnetes II, bildet die Axe des abgelenkten Magnetes I mit dem magnetischen Meridian den Winkel φ, also die Axe von II den Winkel $90^0 + \varphi$, so ist

$$H \sin \varphi = 2\mu_{\mathrm{II}} l_{\mathrm{II}} (d^2 + l_{\mathrm{I}}^2 + l_{\mathrm{II}}^2)^{-3/2}.$$

Stellt man die Versuche bei zwei verschiedenen Abständen d der Magnete an, so kann man aus den erhaltenen zwei Gleichungen $l_{\mathrm{I}}^2 + l_{\mathrm{II}}^2$ ableiten. Werden dieselben Versuche unter Anwendung des Stabes I und eines dritten Stabes III, sowie unter Anwendung der Stäbe II und III wiederholt, so kann man auch die Werthe $l_{\mathrm{I}}^2 + l_{\mathrm{II}}^2$ und $l_{\mathrm{II}}^2 + l_{\mathrm{III}}^2$ und somit die einzelnen Werthe von l_{I}, l_{II} und l_{III} bestimmen. Zugleich erhält man die Werthe μ.

Die früher erwähnten Fehlerquellen betreffen die Methoden von Pouillet und Benoit in gleicher Weise [2]).

---

[1]) Benoit, Compt. rend. 84, 76. 1877; Beibl. 1, 125.

[2]) Man hat geglaubt, die Lage der Pole eines Magnetstabes bestimmen zu können, indem man ihn in ostwestlicher Richtung horizontal hinlegte und neben ihm eine in seiner Horizontalebene schwingende Magnetnadel verschob, bis sie nicht mehr aus dem Meridian abgelenkt wurde. In der Verlängerung der Nadel sollte der Pol liegen. Indess ist die Einstellung der Nadel in den Meridian nur ein Beweis, dass bei der betreffenden Entfernung der Nadel vom Magnetstabe die Resultante aller von seinen einzelnen Stellen auf die Magnetnadel wirkenden Kräfte in den Meridian fällt. In verschiedenen Entfernungen r der Nadel vom Magnet tritt dies an sehr verschiedenen Stellen ein. Ist r klein, so wirken hauptsächlich die der Nadel zunächst liegenden Stellen des Stabes. Da meist gegen seine Enden hin der freie Magnetismus

549 Eine andere, weniger allgemein anwendbare und umständlichere Methode ist die, dass man einen Strom durch eine Spiegelbussole und eine gewöhnliche Tangentenbussole fliessen lässt, deren Nadel durch den zu untersuchenden Magnetstab ersetzt ist. Die Abweichungen von dem Tangentengesetz bei den Ablenkungen des Magnetstabes, in dessen Polen die Wirkung des Stromes concentrirt gedacht werden kann, geben dann auch ein indirectes Maass für die Lage jener Pole [1]).

Auch hier treten ähnliche Fehlerquellen auf, wie bei der ersten Methode. Da die am stärksten mit freiem Magnetismus versehenen Theile der Nadel am weitesten von dem Centrum entfernt liegen, also die Wirkung darauf relativ am kleinsten ist, so wirkt das resultirende Drehungsmoment des Kreisstromes an Punkten der Nadel, die der Mitte näher liegen, als die Pole, an denen der Erdmagnetismus angreift. Die Berechnung wird demnach sehr complicirt.

Das Gleiche gilt von der Methode, einen Magnetstab durch eine Spirale in etwas verschiedenen Lagen anziehen oder abstossen zu lassen und daraus die Lage der Pole zu bestimmen [2]).

550 Befindet sich eine Magnetnadel in endlicher Entfernung von einem Magnetstabe und wird sie so verschoben, dass ihr Mittelpunkt auf einem durch einen beliebigen Punkt des Stabes gezogenen Radius vector verbleibt, so kann man nach Riecke [3]) die Wirkung des Stabes für alle Entfernungen, gegen deren vierte Potenzen die vierten Potenzen der Dimensionen der Magnete zu vernachlässigen sind, durch ein System

---

stark steigt, so muss man die Nadel diesen Enden ziemlich stark nähern, damit ihre Ablenkung D aus dem Meridian Null ist. Bei weiterer Entfernung muss man die Nadel mehr gegen die Mitte des Stabes schieben, da die Wirkungen der weiter entfernten Stellen des Stabes hinzutreten. Bei noch weiterer Entfernung tritt auch die Wirkung des von der Nadel abgewendeten Poles der Nadel störend auf; man muss sie wieder dem Ende des Stabes nähern, um $D = 0$ zu erhalten (vergleiche diese Annahme von Dub, Pogg. Ann. **115**, 220, 1862, und die Entgegnung von G. Wiedemann, Pogg. Ann. **117**, 229, 1862). Ebensowenig findet man die Pole, wenn man einen Magnetstab bifilar horizontal aufhängt, so dass sein einer Pol etwa zwischen die Aufhängefäden fällt, und in der durch den Stab gelegten Horizontalebene einen kleinen zum Stabe senkrecht gerichteten Magnet dem Stabe parallel verschiebt, bis der Stab das Maximum der Ablenkung zeigt (Petruschefsky, Pogg. Ann. **152**, 42, 1874; **160**, 388, 537, 1873). Die Verlängerung des seitlichen Magnetes trifft je nach der Entfernung sehr verschiedene Stellen des Stabes. Einen ganz ähnlichen Fehler begeht man, wenn man einem auf zwei Korken schwimmenden Stabe von oben her einen unten zugespitzten verticalen Eisendraht nähert, bis seine Spitze einen Punkt der Nadel berührt (F. G. C. Müller, Pogg. Ann. **154**, 474, 1875). Dieser ist nicht der Pol der Nadel.

[1]) Vergl. Riecke, Göttinger Nachr. 22. Mai 1872; Pogg. Ann. **149**, 62, 1873. — [2]) Cazin, Compt. rend. **72**, 682, 1871; Ann. de Chim. et de Phys. [4] **28**, 145, 1873. — [3]) Riecke, Wied. Ann. **8**, 299, 1879, und gef. Originalmittheilung. — Der Versuch, die Arbeit bei der Bewegung eines weichen Eisencylinders von der Mitte eines Magnetstabes bis zu seinen freien Magnetismus enthaltenden Enden, bezw. das Product des Gewichtes des Eisencylinders mit dem durchlaufenen Wege, dividirt durch die Zeit der Bewegung als ein neues Maass des Magnetismus in sogenannten „Magnetics“ einzuführen, ist nicht zu empfehlen (vergl. Trève und Durassier, Compt. rend. **83**, 857. 1876).

zweier bezw. nord- und südpolarer „äquivalenter Punkte" ersetzen, deren Lage sich indess mit der Richtung des Radius vector ändert. Das Moment des Linearmagnetes zwischen den äquivalenten Polen ist das gleiche, wie das wirkliche Moment des ganzen Stabes.

Die Axe eines Stabes vom Moment M falle mit der x-Axe eines rechtwinkligen Coordinatensystems zusammen. Ein in demselben liegender Punkt A, B, C enthalte die in ihm vereinte magnetische Masse E, dann ist $2\,L$ der Abstand der äquivalenten Pole für die erste und zweite Hauptlage

$$L_1^2 = \frac{\Sigma EA^3 - {}^3/_2\,\Sigma EAB^2 - {}^3/_2\,\Sigma EAC^2}{M},$$

$$L_2^2 = \frac{\Sigma EA^3 - 4\,\Sigma EAB^2 + \Sigma EAC^2}{M}.$$

Beide Ausdrücke sind identisch, wenn $\Sigma EAB^2 = \Sigma EAC^2$ ist, und in diesem Falle ist die Lage der äquivalenten Pole von der Richtung des Radius vector unabhängig. Bei sehr gestreckten Stäben wird

$$L^2 = \frac{\Sigma EA^3}{M}.$$

Ganz analoge Sätze gelten für die Wirkung des Ringes einer Tangentenbussole auf die in seinen Mittelpunkt eingehängte, um den Winkel α abgelenkte Nadel. Der Abstand der äquivalenten Pole ist dann:

$$L^2 = \frac{\Sigma EA^3}{M} - \frac{4 - 15\,sin^2\alpha}{1 - 5\,sin^2\alpha}\,\frac{\Sigma EAB^2}{M} + \frac{1}{1 - 5\,sin^2\alpha}\,\frac{\Sigma EAC^2}{M}.$$

Dabei wird wieder angenommen, dass die x-Axe mit der magnetischen Axe der Nadel zusammenfalle, die z-Axe sei die verticale Drehungsaxe. Wenn $\Sigma EAB^2 = \Sigma EAC^2$ ist, so wird

$$L^2 = \frac{\Sigma EA^3 - 3\,\Sigma EAB^2}{M}.$$

Die Lage der äquivalenten Pole kann durch Beobachtung der Fernewirkungen des Magnetes gefunden und andererseits berechnet werden, wenn die äquivalente Massenvertheilung an der Oberfläche des Magnetes gegeben ist.

Die folgende Tabelle enthält die Resultate einiger Beobachtungen an zwei Magneten, I von 25 cm Länge und quadratischem Querschnitt, II von 30 cm Länge und 1 cm Durchmesser. λ bezeichnet das Verhältniss des Polabstandes zu der Länge des Magnetes, s das Verhältniss des Abstandes der magnetischen Schwerpunkte (Massenmittelpunkt der äquivalenten Oberflächenbelegung) zu der Magnetlänge. Die äquivalente Oberflächenbelegung ist durch Verschiebung einer Inductionsspirale längs der Axe des Magnetes ermittelt

	λ	s		λ	s
I.	0,82	0,72	II.	0,80	0,71

Bei einem gleichförmig in der Richtung der Rotationsaxe a magnetisirten Ellipsoid, dessen zweite Axe $b = {}^1/_2\,a$ ist, wird $\lambda = s = 0{,}67$. Ist a/b sehr gross, so wird $\lambda = 0{,}77 \,.\, s = 0{,}67$.

C. Abhängigkeit der temporären und permanenten Magnetisirung nicht in sich geschlossener Magnete von der magnetisirenden Kraft.

1. Experimentelle Resultate.

551 Die Abhängigkeit des temporären magnetischen Momentes eines Eisenstabes von der Intensität der magnetisirenden Kraft ist bei grösserer Stärke derselben zuerst genauer von Lenz und Jacobi[1]) untersucht worden. Die Magnetisirung geschah durch Einwirkung eines galvanischen Stromes.

Der magnetisirende Strom wurde zuerst durch die beiden Spiralen einer elektromagnetischen Wage nach ihrer von Lenz und Jacobi verbesserten Construction (§. 392) geleitet, und seine Intensität durch Bestimmung der zum Einstellen der Wage erforderlichen Gewichte gemessen. Er floss sodann zu einer Drahtspirale, welche aus einer beliebigen Anzahl von 1 bis 6 über einander geschobenen Spiralen von je 79 Windungen und von 2″ bis 3,7″ Durchmesser zusammengesetzt werden konnte [2]). In dieselbe wurden die zu magnetisirenden Eisencylinder gelegt, welche 8″ lang waren und bezw. $^1/_2$, 1, $1^1/_2$, $2^1/_2$ und 3″ Durchmesser hatten. Die Spirale stand 20 Fuss von der Wage ab, so dass der in ihr erregte Magnetismus keinen Einfluss auf die Magnete der Wage ausüben konnte. Um den sogenannten totalen, in den Eisencylindern entstandenen Magnetismus, also ihr temporäres Moment zu messen, wurde die sie umgebende Spirale mit einer zweiten gleichen Spirale umgeben, deren Enden durch Leitungsdrähte mit einem 15 Fuss von der Spirale entfernten Galvanometer verbunden waren, und in der beim Schliessen und Oeffnen des magnetisirenden Stromes ein Inductionsstrom entstand.

Die Intensitäten i und i_1 der Inductionsströme wurden ohne und mit Einlegen des Eisenkernes gemessen. Die Differenz $i_1 - i$ ist proportional dem beim Oeffnen der Schliessung verschwundenen Moment des Eisenkernes. Der zurückbleibende permanente Magnetismus war hierbei sehr klein. Nachdem man sich von den Fehlerquellen befreit hatte, welche in Folge der temporären Magnetisirung der an der Wage hängenden Stahlstäbe durch die unter ihnen befindlichen, vom Strom durchflossenen Spiralen entstanden, ergab sich bei den sechs Eisencylindern, dass das temporäre magnetische Moment der Intensität der magnetisirenden Ströme proportional ist.

Die Intensität der letzteren wurde im Verhältniss von 4 : 33 geändert.

---

[1]) Lenz und Jacobi, Pogg. Ann. 47, 225, 1839. — [2]) Wir behalten hier die Angaben der Dimensionen in Fussen und Zollen bei, da es sich nur um relative Zahlen handelt. (1 Fuss = 0,305 m, 1 Zoll = 0,025 m.)

552 Wurde ferner ein Eisencylinder gleichzeitig mit zwei gleich langen, verschieden dicken, übersponnenen Kupferdrähten von 0,06″ und 0,0075″ Durchmesser bewickelt, und durch beide Drähte in entgegengesetzter Richtung hinter einander der Strom geleitet, so zeigte das Eisen nicht eine Spur von Magnetismus. Auch war der beim Aufhören der Magnetisirung eines auf die eben beschriebene Weise mit Kupferdrähten umwundenen Eisencylinders in einer Inductionsspirale erzeugte Inductionsstrom gleich stark, mochte der magnetisirende Strom bei gleicher Stromintensität durch den einen oder anderen Draht geleitet worden sein. Dasselbe ergab sich, als der Draht durch einen gleich langen Streifen von Kupferblech ersetzt wurde.

Die temporäre Magnetisirung ist also von der Dicke und der Form des Querschnittes des Drahtes der magnetisirenden Spirale unabhängig.

553 Wurde der Eisenkern von $1\frac{1}{2}''$ Dicke durch die sechs verschieden weiten Spiralen unter Anwendung gleich starker magnetisirender Ströme magnetisirt, so ergab die Messung der Inductionsströme die jedesmaligen Magnetismen:

Durchmesser der Spirale	2″	2,3″	2,6″	2,9″	3,3″	3,7″
Magnetismus	133	131	129	125	121	122.

Die temporäre Magnetisirung ist also von der Weite der Windungen der magnetisirenden Spirale unabhängig.

Dieses Resultat folgt auch aus den §. 251 entwickelten Sätzen, wenn der Durchmesser der Spirale gegen ihre Länge klein ist.

Bei weiteren Spiralen ist der Magnetismus etwas kleiner, als dieses Gesetz erfordert, da die, namentlich auf die Enden der Stäbe ausgeübte Scheidungskraft ein wenig geringer ist, als die der engeren Spiralen.


Fig. 222.

Wurden die Spiralen auf die Mitte eines drei Fuss langen Eisenstabes geschoben, der auf seiner ganzen Länge von der Inductionsspirale bedeckt war, und der magnetisirende Strom durch je zwei der Spiralen in entgegengesetzter Richtung geleitet, so war die überwiegende Wirkung der engeren Spiralen nicht so bedeutend.

Das oben ausgesprochene Gesetz gilt also bei Anwendung einer Spirale mit vielfachen über einander liegenden Windungsreihen um so mehr, je mehr die äusseren Windungen auf die mittleren Theile der Eisenstäbe beschränkt bleiben, wenn also die Spirale etwa die beigezeichnete Form, Fig. 222, hat.

554 Wurden mehrere der Spiralen I bis VI gleichzeitig auf den Eisenstab geschoben, und wurde der Strom bei gleichbleibender Intensität

durch eine oder mehrere derselben hinter einander geleitet, so ergaben sich beim Oeffnen desselben die Intensitäten des Inductionsstromes:

Spiralen	Intensität
I	0,13333 α
I + II	0,26406 „
I + II + IV	0,38895 „
I + II + IV + V	0,51016 „
I + II + III + IV + V	0,63916 „
I + II + III + IV + V + VI	0,76102 „

Mit Berücksichtigung der Unterschiede der magnetisirenden Kraft weiter und enger Spiralen ergiebt sich hieraus:

Das temporäre magnetische Moment eines Eisenstabes ist der Summe der durch die einzelnen Windungen der magnetisirenden Spirale in ihm erzeugten Momente gleich oder innerhalb gewisser Grenzen auch der Anzahl der Windungen der Magnetisirungsspirale proportional.

555 Von dem Stoff des Drahtes, durch welchen der magnetisirende Strom fliesst, ist die Stärke der Magnetisirung eines ihm benachbarten Eisenstabes unabhängig.

So werden nach Davy Eisenstäbe an allen Stellen einer horizontalen Stromschliessung gleich stark magnetisirt, mögen sie sich über oder unter derselben in horizontaler oder neben derselben in verticaler Richtung befinden, und möge der Theil der Leitung, über dem die Stäbe liegen, aus einem festen, kalten oder glühenden Drahte oder einer mit geschmolzenem Newton'schen Metall oder Quecksilber gefüllten Röhre bestehen. — Wenn Röhren voll Wasser oder verdünnten Salzlösungen, geschmolzenem Kalihydrat, scheinbar keine Wirkung gaben, so lag dies nur daran, dass die Intensität des Stromes beim Durchgang durch dieselben zu stark geschwächt war [1]).

Wenn ferner v. Feilitzsch [2]) fand, dass bei Anwendung von Strömen von gleicher Intensität Spiralen von gleich viel Windungen von Eisendraht, namentlich wenn sie aus mehrfachen Lagen bestehen, einem eingelegten Eisenstab ein anderes Moment ertheilen, als gleiche Spiralen von Kupferdraht, so ist dies durch den ganz secundären Umstand bedingt, dass die einzelnen Theile des Drahtes der Eisenspiralen selbst durch den Strom magnetisch werden und nun auf den eingelegten Eisenstab zurückwirken [3]).

In Folge dieser Resultate pflegt man häufig das Product aus der Intensität des magnetisirenden Stromes mit der Anzahl der Windungen

---

[1]) Vergl. Davy, Phil. Trans. 1821, 7; Gilb. Ann. 71, 225 u. 241. — [2]) v. Feilitzsch, Galvanismus 1865, 108. — [3]) Aeltere Versuche von dal Negro, Pogg. Ann. 29, 473, 1883, konnten wegen mangelnder Messungen der Stromintensität zu keinem sicheren Resultat führen.

der Magnetisirungsspirale mit dem Namen der magnetisirenden Kraft oder des magnetischen Effectes zu bezeichnen, indem man die magnetisirende Wirkung aller einzelnen Windungen der Spirale als gleich annimmt.

556 Giebt man die Richtigkeit dieser Sätze zu, so lässt sich bestimmen, in welcher Weise man eine Kupfermasse von gegebenem Gewicht oder Volumen zu kürzerem und dickerem oder zu längerem und dünnerem Draht ziehen muss, um bei gegebener Länge der Axe und gegebenem Durchmesser der aus demselben zu bildenden Magnetisirungsspirale bei gegebener elektromotorischer Kraft das Maximum der magnetisirenden Kraft zu erhalten. Entsprechend den Betrachtungen des §. 366 muss der Widerstand der Spirale dem Widerstand der Säule und der sonstigen Leitung gleich sein. Die magnetisirende Kraft im Maximum ist dann, wenn der Einfluss der Aenderung der Weite der Windungen vernachlässigt wird, der Quadratwurzel des Drahtgewichtes proportional. Ist also z. B. die Säule aus wenig grossen Elementen gebildet, so muss zur Erreichung des Maximums der Wirkung der Widerstand der Magnetisirungsspirale, also die Windungszahl vermindert und dafür der Draht dicker gewählt werden [1]).

Eine solche Verminderung des Widerstandes kann auch eintreten, wenn zwischen den einzelnen Windungen neben einander leitende Verbindungen bestehen, so z. B. wenn, wie unzweckmässiger Weise empfohlen wurde [2]), nicht besponnener Draht zur Verfertigung der Spiralen verwendet wird, wo dann der Strom mehrere Windungen neben einander durchfliessen kann. Derartige Spiralen können also in gewissen Fällen eine stärkere magnetisirende Kraft ausüben, als Spiralen mit gut isolirten Windungen; auch kann, wenn zufällig die einzelnen Windungen durch Oxydschichten von einander isolirt sind, in den gleichen Raum eine grössere Windungszahl, als von besponnenem Draht, hineingewunden werden, so dass sich auch dadurch in gewissen Fällen die magnetisirende Wirkung vergrössern kann. Exacte und vorher berechenbare Resultate sind dabei wegen der Unbestimmbarkeit der Nebenleitungen selbstverständlich nicht zu erzielen [3]).

557 Das Gesetz, welches sich aus den bisher erwähnten Versuchen ergiebt, dass das temporäre magnetische Moment eines Eisenstabes der auf ihn wirkenden magnetisirenden Kraft direct proportional ist, gilt indess nur sehr annähernd für schwächere magnetisirende Kräfte. Indess auch schon bei diesen bemerkt man zuerst schnelleres Ansteigen der temporären Momente als der magnetisirenden Kraft.

---

[1]) Berechnungen und Versuche hierüber siehe auch du Moncel, Compt. rend. **85**, 466, 497, 652, 743, 1877. — [2]) Siehe hierüber du Moncel, Compt. rend. **60**, 49, 125, 231, 1865; Dingl. J. **176**, 164. Bradley, Dingl. J. **178**, 202, 1865. — [3]) Vgl. Dub, Kritik hierüber, Pogg. Ann. **127**, 237, 1866.

Bei stärkeren Kräften nähert sich das Moment einem Maximum.

Wir behandeln zunächst diese Annäherung an ein Maximum. Sie ist zuerst von Joule[1]) nachgewiesen worden.

Er stellte geradlinige, 35,5 cm lange Elektromagnete von 0,69 und 1,65 cm im Quadrat Querschnitt, die aus zusammengelegten Eisendrähten gebildet waren, vertical, legte darauf ein Holzbrettchen und hängte über ihnen ebenso lange und dicke Stäbe von Eisen oder Eisendraht an dem einen Ende eines Wagebalkens auf. Ein Strom wurde durch die, beide Stäbe umgebenden Spiralen und ein Galvanometer geleitet und das Gewicht bestimmt, welches zum Abreissen derselben von einander erforderlich war. In den meisten Fällen entsprach das Gewicht dem Quadrat der Intensität des magnetisirenden Stromes, was bei directer Proportionalität der Momente mit der magnetisirenden Kraft eintreten muss. Indess zeigte sich in zwei Fällen, bei denen die Elektromagnete dünn und mit doppelten und auch stellenweise dreifachen Lagen von Drahtwindungen versehen, also bei gleich bleibender Stromintensität einer stärkeren magnetisirenden Kraft ausgesetzt waren, eine Abweichung von diesem Gesetz, indem mit zunehmender Intensität I die Anziehungen A (in Grains) langsamer wuchsen. Sie waren bei den beiden Magneten I und II:

I. I	A	A/I^2	II. A	A/I^2
8	410	6,40	667	1,04
12	690	4,79	1170	0,84
16	1000	3,01	1920	0,75
24	1460	2,53	3500	0,61

558 Auf eine andere Weise hat J. Müller[2]) diese Annäherung des magnetischen Momentes an das Maximum im weichen Eisen nachgewiesen, indem er eine horizontale Magnetisirungsspirale in der magnetischen Ostwestlage einer Magnetnadel gegenüberstellte. Die Spirale bestand aus zwei über einander gelegten Spiralen von 408 und 372 Windungen, deren Längen 532 und 482 mm betrugen. Durch die Spiralen wurden Ströme geleitet, deren Intensität an der Tangentenbussole abgelesen war, und die Ablenkungen α der Nadel bestimmt. Sodann wurden in die Spirale Eisenstäbe von 560 mm Länge und 9, 12, 15, 44 mm Dicke eingeschoben, und die Ablenkungen α_1 der Magnetnadel wiederum bestimmt. Das Moment m der Stäbe folgt dann aus der Formel $m = const\ (tg\alpha_1 - tg\alpha)$.

Ist die magnetisirende Kraft, also das Product aus der Zahl der Windungen W der Spirale mit der Intensität I des Stromes, gleich p, der Durchmesser der Stäbe gleich d, das im Stab erzeugte temporäre magnetische Moment gleich m, so ergaben die Versuche u. A.:

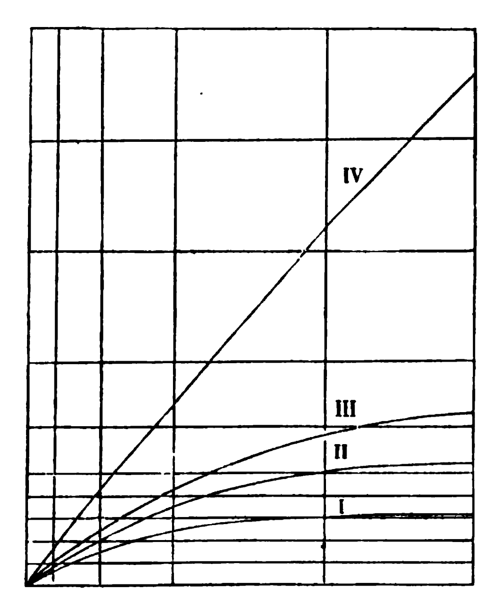
---

[1]) Joule, Annals of Electricity 4, 131, May 28, 1839; Phil. Mag. [4] 2, 310. — [2]) J. Müller, Pogg. Ann. 79, 337, 1850, 82, 181, 1851 und Müller's Fortschritte der Physik, 494.

d	W	I	p	m	$10^8 m/p$
9 mm	372	44,076	16397	0,2760	1683
		37,534	13963	0,2735	1959
		19,278	7110	0,2202	3097
		3,913	1456	0,0597	4100
15 mm	780	34,902	27223	0,7335	2694
		21,399	16691	0,6228	3731
		8,596	6705	0,3092	4611
		4,158	3243	0,1541	4748
44 mm	372	45,633	16975	0,3631	8041
		19,810	7369	0,5946	8069
		9,093	3383	0,2730	8129

In Fig. 223 sind diese Resultate dargestellt. Die magnetisirenden Kräfte p sind als Abscissen, die erzeugten Magnetismen m als Ordinaten verzeichnet. Die auf einander folgenden Curven I bis IV beziehen sich auf die Magnetisirung der Stäbe von verschiedenen Durchmessern $d = 9, 12, 15, 44$ mm.

Fig. 223.



Aus diesen Versuchen folgt also wiederum, dass das temporäre magnetische Moment der Stäbe nicht in gleichem Verhältniss mit der jedesmal angewandten magnetisirenden Kraft zunimmt, sondern sich einem Maximum, dem sogenannten „Sättigungspunkt" nähert. Dasselbe wird um so eher erreicht, je dünner der der Einwirkung unterworfene Eisenstab ist.

559 Hiernach stellt folgende empirische Formel innerhalb der Grenzen der Versuche die Beziehung zwischen der magnetisirenden Kraft (Feldstärke) und dem erzeugten temporären magnetischen Momente annähernd dar:

$$m = 0{,}0_45\, d^2 \, arc\,tg \left(\frac{p}{220\, d^{3/2}}\right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad 1)$$

oder, wenn man *arc tg* in eine Reihe entwickelt

$$m = 227 \,.\, 10^{-9} d^{1/2} p \left[1 - {}^1/_3 \left(\frac{p}{220\, d^{3/2}}\right)^2 + \cdot\right] \cdot \cdot \cdot \quad 2)$$

Bei Aufstellung dieser Formel ist indess nicht darauf Rücksicht genommen, dass bei schwächeren Kräften das temporäre Moment schneller ansteigt, als die magnetisirende Kraft (s. w. u.). Sie giebt eben nur approximativ die Annäherung an das Maximum wieder.

Wollte man der Formel eine, freilich nicht statthafte Geltung weit über die Grenzen der Versuche hinaus einräumen, so würde sich für $p = \infty$ ein Maximum ergeben, wo dann 560

$$m = 90 \,.\, 0{,}0_45\, d^2$$

wäre.

Das Maximum des in einem Eisenstab zu erzeugenden temporären Momentes ist hiernach dem Quadrat seines Durchmessers oder seinem Querschnitt direct proportional.

Um bei verschieden dicken Stäben gleiche aliquote Theile des Maximums zu erhalten, müsste $tg\,(m/0{,}0_45\, d^2)$ gleich gross sein, also

$$p = const\; 220\, d^{3/2},$$

d. h. man müsste Ströme anwenden, deren Intensitäten sich wie die $^3/_2$te Potenz der Durchmesser der Stäbe verhalten.

Diesen letzteren Resultaten ist ebenso wie der Formel, aus der sie abgeleitet sind, nur ein specieller, empirischer Werth beizulegen, wie Müller selbst sagt, da die magnetisirende Kraft, welche auf die Molecüle der Eisenstäbe wirkt, in der Mitte der letzteren viel bedeutender ist, als an ihren Enden, also auch in der Mitte der Stäbe die Molecüle das Maximum des magnetischen Momentes schon erreicht haben, während bei zunehmender Intensität die Momente der an den Enden derselben gelegenen Molecüle noch wachsen.

Die Versuche von W. Weber über die Annäherung des Magnetismus des Eisens an ein Maximum mit wachsender magnetisirender Kraft siehe weiter unten.

Bei dickeren Stäben stellt sich das Maximum des Magnetismus erst bei stärkeren magnetisirenden Kräften ein, namentlich wenn sie weit aus der Magnetisirungsspirale herausragen, weshalb es von einzelnen Beobachtern [1]) nicht aufgefunden werden konnte. — Man kann die Annäherung an das Maximum nach Koosen [2]) sehr gut nachweisen, wenn man einen schwachen Strom durch eine Spirale, welche einen Eisenkern 561

[1]) Buff und Zamminer, Ann. d. Chem. und Pharm. 75, 83, 1850. — [2]) Koosen, Pogg. Ann. 85, 159, 1852.

von etwa 2mm Durchmesser enthält, und den Draht einer Tangentenbussole hinter einander leitet, und die Spirale mit dem Eisenkern so lange verschiebt, bis ihre Einwirkung und die ablenkende Wirkung des Drahtes der Bussole auf ihre Nadel sich compensiren und sie gerade auf Null zurückgeführt ist. Wendet man Ströme von immer stärkerer Intensität an, so schlägt die Nadel durch das Ueberwiegen der Wirkung des Stromes in der Tangentenbussole aus, da der Magnetismus des Eisens langsamer als die Stromintensität zunimmt.

Ganz analoge Versuche hat Dub [1]) angestellt, indem er den horizontal liegenden geradlinigen Elektromagnet durch einen hufeisenförmigen ersetzte, dessen Schenkel vertical standen und dessen Polflächen in die Schwingungsebene der Nadel der Tangentenbussole fielen. Wurde die Stromintensität im Verhältniss von 1 : 4 gesteigert, so zeigte sich bei Anwendung eines Hufeisens mit 2,5 cm dicken und 15 cm langen Schenkeln noch keine Abweichung der Nadel der Bussole, also keine merkliche Annäherung an das Maximum, wohl aber bei einem eben solchen Hufeisen von 1,25 cm Dicke [2]).

562 v. Waltenhofen [3]) legte eine Magnetisirungsspirale von 91 mm Länge, 30 mm innerem und 73 mm äusserem Durchmesser, die aus 6 × 24 Windungen von 3 mm dickem Kupferdraht bestand, in ostwestlicher Richtung vor einer Bussole horizontal hin, leitete einen Strom hindurch und compensirte ihre Wirkung durch eine von demselben Strome durchflossene, von der anderen Seite her der Bussole genäherte Spirale. Die Intensität i des Stromes wurde an einer Tangentenbussole gemessen; als Einheit derselben gilt die Intensität, welche der Magnetisirungsspirale ein Moment von einer Million elektromagnetischer Einheiten (mm, mg, sec) ertheilt. — In die Spirale wurden (10) Eisenstäbe von 103 mm Länge und verschiedenem Durchmesser ($d = 1,13 - 28$ mm) oder Gewicht ($g = 0,773 - 503,77$ g) eingelegt und ihr Moment m durch die Ablenkung der Bussolennadel in derselben Einheit, wie das Moment der Spirale, bestimmt. Die beobachteten Momente m wurden mit den nach der mit der Müller'schen Formel wesentlich übereinstimmenden Formel

$$m_1 = \beta G . arctg \left(\frac{i}{\alpha G^{3/4}} \right)$$

berechneten verglichen, wo $\beta = 0,01865$, $\alpha = 1,853$ ist, und der Arcus in Graden, G in Grammen ausgedrückt ist. Es ergaben sich z. B. folgende Resultate:

[1]) Dub, Pogg. Ann. 90, 438, 1853; Elektromagnetismus 93. — [2]) Vergleiche auch die Versuche von v. Feilitzsch (im Capitel Einfluss der Dicke auf das Moment). — [3]) v. Waltenhofen, Wien. Ber. 52, 87, 1865.

		$i=2$	4	6	8	10	15
$d=$ 1,13 mm	m	0,732	0,915	0,960	1,038	1,121	1,167
$g=$ 0,773 g	m_1	0,759	0,997	1,092	1,142	1,173	1,214
$d=$ 2,20 mm	m	1,372	2,792	3,315	3,664	3,756	4,106
$g=$ 2,91 g	m_1	1,403	2,394	3,011	3,403	3,667	4,050
$d=$ 6,07 mm	m	2,269	4,570	6,955	9,240	11,637	17,233
$g=$ 22,49 g	m_1	2,504	4,950	7,299	9,513	11,573	15,969
$d=$ 12,10 mm	m	3,270	6,639	10,025	13,309	16,675	24,600
$g=$ 87,97 g	m_1	3,528	7,055	10,550	14,029	17,457	24,185
$d=$ 14,00 mm	m	3,821	7,645	11,378	15,126	18,970	27,863
$g=$ 127,94 g	m_1	3,866	7,755	11,621	15,439	19,226	28,636
$d=$ 20,00 mm	m	4,926	9,760	14,603	19,334	24,270	35,948
$g=$ 247,33 g	m_1	4,567	9,134	13,701	18,268	22,788	34,136

Bei sehr dicken Stäben, deren Durchmesser über zwei Drittel des inneren Durchmessers der Magnetisirungsspirale betragen, in deren Querschnitt sich also die magnetische Scheidungskraft der Spirale bedeutend ändert, ist die Uebereinstimmung von Beobachtung und Rechnung nicht mehr so genau; die berechneten Momente fallen zu klein aus.

563

Ausser der Formel von Müller sind noch mehrere andere empirische Ausdrücke für das Ansteigen des temporären magnetischen Momentes m mit der Stärke des Magnetfeldes aufgestellt worden.

O. Frölich[1]) setzt das temporäre Moment

$$m_2 = \frac{MI.k}{1+kI} \quad \text{oder} \quad = MkI(1 - {}^1/_2 kI + {}^1/_6 kI^2 \ldots) \quad . \quad 2)$$

wo M das Maximum des temporären Momentes, I die Stromstärke, k eine Constante ist.

Lamont[2]) setzt

$$m_3 = M(1 - e^{-kI}) = MkI(1 - kI + k^2 I^2 \ldots) \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Bildet man die Differentialquotienten, so ist

$$dm_2/dI = k(M - m)^2/M$$
$$dm_3/dI = k(M - m).$$

Nach Versuchen von v. Waltenhofen stimmt nach O. Frölich[3]) die Formel (2) besser mit der Erfahrung als die von Lamont[4]).

564

Die Formel von Müller stellt die allmähliche Annäherung des temporären magnetischen Momentes an das Maximum dar. Sie giebt aber nicht die schon bei schwächeren Kräften auftretenden entgegengesetzten Abweichungen desselben von der Proportionalität mit der magnetisirenden Kraft.

---

[1]) Frölich, Die dynamoelektrische Maschine. Berlin 1886. — [2]) Lamont, Lehrbuch des Magnetismus, 1867, S. 41. — [3]) O. Frölich, Elektrotechn. Ztschr. 7, 160, 1886; Beibl. 10, 434. — [4]) Siehe hierüber auch Silv. Thompson, Phil. Mag. [5] 21, 1; 22, 288, 1886; Beibl. 10, 245, 776.

Diese Abweichungen habe ich durch folgende Versuche nachgewiesen [1]:

Als Magnetstäbe dienten cylindrische Stäbe von 22 cm Länge und 13,5 mm Dicke. Sie wurden vor jeder Versuchsreihe in ost-westlicher Lage zwischen Kohlen ausgeglüht und unter Bedeckung des Feuers abgekühlt. Sie verloren hierdurch ihren etwaigen permanenten Magnetismus. — Eine 24 cm lange Spirale von Kupferdraht von 500 bis 600 Windungen wurde mit ihrer Axe senkrecht gegen den magnetischen Meridian vor einem in einer dicken Kupferhülse schwebenden magnetischen Stahlspiegel hingelegt. Die Ablenkung des Spiegels, gemessen mittelst Fernrohr und Scala, gab die Intensität der durch die Spirale geleiteten galvanischen Ströme an. In die vom Strome durchflossene Spirale wurde der zur Untersuchung bestimmte Stahlstab eingeschoben. Um alle seine Theile der stärksten Einwirkung des magnetisirenden Stromes auszusetzen, wurde er ohne Erschütterung in der Spirale einige Male hin- und hergezogen. Nach dem Hin- und Herschieben wurde der Stab in eine feste Lage in der Spirale gebracht. Die Zunahme der Ablenkung des Stahlspiegels nach Einlegen des Stabes in die Spirale entsprach seinem magnetischen Moment während der Einwirkung des Stromes. Sodann wurde der Stab aus der Spirale entfernt, der Strom unterbrochen, und der Stab in seine vorige Lage in der Spirale gebracht. Die jetzt erfolgende Ablenkung des Spiegels ergab die Grösse des im Stabe zurückgebliebenen permanenten Momentes. Der Strom wurde erst nach Entfernung des Stabes aus der Spirale geschlossen und geöffnet.

Da es sich hier nur um vergleichbare, nicht um absolute Messungen handelte, war diese Methode statthaft, bei der freilich die einzelnen Stellen der Stäbe nach einander verschiedenen magnetisirenden Kräften beim Einschieben in die Spirale ausgesetzt wurden, wohl aber Inductionsströme in den Stäben vermieden waren.

Nach dieser Magnetisirung des Stabes wurde ein dem magnetisirenden Strome entgegengesetzter Strom durch die Spirale geleitet, der Stab wieder eingelegt, und bei wiederholten Versuchen die Intensität jenes Gegenstromes so verstärkt, dass nach Aufhören seiner Wirkung der permanente Magnetismus des Stabes völlig vernichtet war. Der Stab wurde darauf durch einen dem ersten Strome gleich gerichteten Strom stärker magnetisirt und wieder durch einen Gegenstrom entmagnetisirt u. s. f.

565 Die Tabelle giebt einige der erhaltenen Resultate. Unter I sind die Intensitäten der magnetisirenden Ströme, unter T und P die temporären und permanenten magnetischen Momente der Stäbe verzeichnet. Die Columnen I, II, III enthalten die Werthe, welche erhalten wurden, als die Stäbe wiederholt durch Ströme von aufsteigender Intensität I magnetisirt, und dann durch entgegengesetzt gerichtete Ströme von der Intensität $-I$ entmagnetisirt wurden.

[1] G. Wiedemann, Verhandlungen der Baseler Naturf.-Gesellsch. **2**, 193 u. flgde.; Pogg. Ann. **100**, 235, 1857; **106**, 169, 1859; **117**, 195, 1862.

A.

I	Eisen						Weicher Stahl						Harter Stahl					
	T			P			T			P			T			P		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
7,4	21,6	23,8	22,6	1,3	3,9	4,1	14,7	18,2	18,7	1,1	5,5	6,6	9,6	10,1	13,6	2,3	3,6	7,5
13,8	37,5	45	44,3	3,1	5,9	6,5	29,3	35,7	36,6	3,7	10,6	11,6	17,6	19,9	23,5	4,4	7,2	10,9
20,8	66,2	67,8	67,5	4,5	7,0	7,4	47,4	54,6	55,0	7,2	15,4	16,3	27,1	30,5	34,9	7,4	11,3	15
29,9	97,3	98,9	99,4	5,7	8,4	8,5	73,3	81,2	82,1	12,1	20,7	21,7	42,7	45,3	49,2	12,1	17,1	20,6
52,3	173,5	175,6	—	7	9,2	9,4	140,4	147,3	149,4	23,2	30,2	31,2	84	85,2	88,7	27,5	32,3	35,5
72,8	—	—	—	8,2	9,3	9,5	206,9	212,1	213,3	31,3	35,9	36,6	128,2	128,7	132,2	44,2	49,2	52,3
99,1	—	—	—	8,7	9,4	9,6	—	—	—	37,5	40,1	40,7	183	182,6	184,6	64.9	67,2	69,3
130,0	—	—	—	10,1	9,8	9,7	—	—	—	43,9	43,9	43,9	—	—	—	88	83,2	82,6
— 15,2	42,4	42,4	—	0	1	—	— 5,3	—	—	21	—	—	—	—	—	—	—	—
— 25	—	—	—	—	—	—	— 38,2	— 38,5	—	8,7	9,6	—	—	—	—	—	—	—
— 30	—	—	—	—	—	—	— 54,9	— 55,5	—	3	4,1	—	—	—	—	—	—	—
— 32	—	—	—	—	—	—	— 61,0	— 60,6	59	0	1,2	1,4	+ 22,8	+ 21,8	—	53,9	52,8	—
— 49,7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	— 22,4	— 22,6	—	28,0	29,5	—
— 64,7	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	— 62,8	— 61,3	—	7	10	—
— 68,6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	— 75	— 71,4	— 68,8	0	3,9	6,9

566 Ferner wurde ein harter Stahlstab erst acht Mal durch einen galvanischen Strom von der Intensität I magnetisirt und durch einen entgegengesetzten Strom von der Intensität $-I_1$ entmagnetisirt. Dabei ergab sich:

B.

		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
$I = +111{,}8$	$P =$	80,9	75,4	73,8	73,4	72,5	72,6	72,6	72,5
$-I_1 = +62{,}1$	$T =$	— 80,3	— 74,4	— 72,8	— 71,5	— 70,4	— 69	— 69	— 69
	$P =$	— 2	+ 2,5	+ 4,2	+ 5	+ 5,2	+ 6,5	+ 6,5	+ 6

Sodann wurde derselbe Stab magnetisirt und entmagnetisirt durch Ströme von der Intensität I, wobei er die temporären und permanenten Momente T und P erhielt, wie folgt:

C.

I	14	26,8	37	51,8	62,7	77,5	92,1	111,3	— 12	— 26,6	— 41,5	— 63,3
T	28,5	53,2	69,9	99,2	122	155	186,1	—	+ 49	+ 16	— 19,6	— 68,5
P	13,8	22	28,5	38,6	47,5	57,1	65,7	73,6	66,5	45,1	27,8	6,5

Bei nochmaliger Magnetisirung durch stärkere Ströme erhielt er die permanenten Momente:

D.

I	111,3	125,9	140,2	154,3	168,1	182	195,2	208,5	221,6	234,4
P	73,6	81,7	90,4	100,5	108,1	115,8	122,7	128,5	133,6	138,3

Andere Versuche wurden von mir in ganz ähnlicher Weise mit wohl ausgeglühten weichen, geraden, in die ostwestlich gelegten Magnetisirungsspiralen eingeschobenen Stäben von der Länge l und dem Durchmesser d angestellt, sowie mit ebensolchen hufeisenförmigen Stäben, welche in der magnetischen Ostwestebene mit ihren Schenkeln nach unten in die vertical gestellten Magnetisirungsspiralen gesenkt wurden. Die folgenden Tabellen enthalten die Resultate. Unter I sind die temporären Momente bei der ersten Magnetisirung durch aufsteigende Ströme verzeichnet, unter II die temporären Momente nach acht bis zehnmaliger Magnetisirung und Entmagnetisirung bei wiederholter Magnetisirung. a bezeichnet den Abstand des das Moment messenden Stahlspiegels von dem ihm zugekehrten Ende der Stäbe oder, bei den Hufeisen, von der Axe des ihm zugewandten Schenkels. e ist der Abstand der Axen der Schenkel der Hufeisen von einander, w die Zahl der Drahtwindungen der die Eisenstäbe und Hufeisen umgebenden Spiralen.

Stab I.

$l = 1000$ mm, $d = 10{,}3$ mm, $a = 1000$ mm, $w = 500$.

I			II		
I	T	T/I	I	T	T/I
4,65	11,63	2,500	10,96	46,92	4,281
13,96	52,82	3,639	20,21	95,98	4,747
25,89	99,82	3,807	37,40	170,3	4,555
41,7	158,4	3,798	50,94	204,9	4,015
56,04	193,2	3,446	71,68	242,5	3,284
74,91	230,9	3,072	91,31	263,6	2,887
87,78	249,7	2,844	—	—	—
107,3	273,9	2,553	—	—	—

Stab II.

$l = 500$ mm, $d = 10{,}3$ mm, $a = 1000$ mm, $w = 248$.

I			II		
I	T	T/I	I	T	T/I
3,48	3,63	1,041	12,25	13,90	1,135
17,07	20,07	1,176	15,88	24,73	1,310
27,55	35,22	1,278	32,53	45,73	1,406
46,08	61,77	1,341	46,65	69,05	1,481
73,79	103,1	1,398	82,12	129,3	1,574
90,18	125,9	1,396	107,5	152,4	1,418
114,0	150,8	1,320	134,8	177,8	1,320
49,7	187,3	1,251	172,2	191,5	1,113

Stab III.

$l = 250$ mm, $d = 10{,}3$ mm, $a = 1000$ mm, $w = 130$.

I			II		
I	T	T/I	I	T	T/I
4,04	1,162	0,2875	12,22	4,07	0,3332
14,57	4,845	0,3324	26,63	9,42	0,3538
28,21	9,497	0,3366	41,33	15,12	0,3659
59,88	20,74	0,3463	78,70	28,67	0,3644
86,02	30,70	0,3569	98,77	37,41	0,3787
106,9	39,02	0,3652	127,4	48,65	0,3805
145,2	52,71	0,3629	156,8	60,27	0,3802
167,0	60,20	0,3604	176,8	66,85	0,3782

Stab IV.

$l = 1002$ mm, $d = 31{,}7$, $a = 1725$ mm, $w = 357$.

9,322	13,55	1,454	9,54	15,13	1,586
17,51	26,85	1,533	17,93	29,06	1,623
30,98	51,19	1,656	44,24	77,82	1,759
45,26	79,34	1,713	91,94	173,0	1,882
70,37	127,4	1,809	116,6	221,3	1,898
84,57	158,0	1,867	132,3	252,3	1,905
118,5	221,9	1,873	—	—	—
132,8	250,2	1,884	—	—	—

Stab V.

$l = 493{,}8$ mm, $d = 31{,}8$ mm, $a = 1200$ mm, $w = 179$.

11,49	12,57	1,093	10,32	10,85	1,051
17,76	19,66	1,107	29,09	32,89	1,131
37,69	42,56	1,129	53,22	59,99	1,127
62,94	72,41	1,150	80,02	93,50	1,169
89,39	104,8	1,172	110,1	129,1	1,173
113,8	134,0	1,178	134,6	159,3	1,183
132,8	157,0	1,182	—	—	—

Stab VI.

$l = 247$ mm, $d = 10,7$ mm, $a = 665$ mm, $w = 89$.

I			II		
I	*T*	*T/I*	*I*	*T*	*T/I*
12,13	14,84	1,223	9,65	12,22	1,266
39,29	50,23	1,276	29,52	37,18	1,260
68,00	87,56	1,287	60,71	77,32	1,274
88,37	115,4	1,306	88,65	115,0	1,297
123,7	163,8	1,324	115,4	151,0	1,308
159,4	212,4	1,332	160,1	210,9	1,317
173,5	231,2	1,332	169,1	224,3	1,326

VII. Hufeisen.

$l = 1002$ mm, $d = 31,7$ mm, $a = 1275$ mm, $e = 155$ mm, $w = 345$.

I	*T*	*T/I*	*I*	*T*	*T/I*
11,08	14,85	1,346	10,76	18,32	1,703
27,20	44,31	1,629	27,29	48,38	1,773
48,91	85,70	1,752	55,33	101,0	1,828
95,10	179,2	1,884	71,53	136,4	1,906
127,2	244,8	1,952	99,08	187,8	1,895
—	—	—	129,3	244,2	1,889
—	—	—	137,1	256,0	1,862

VIII. Hufeisen.

$l = 500$ mm, $d = 31,7$ mm, $a = 910,5$ mm, $e = 155$ mm, $w = 171$.

I	*T*	*T/I*	*I*	*T*	*T/I*
11,4	14,69	1,288	13,88	17,57	1,266
32,73	44,93	1,373	34,71	46,58	1,342
54,00	76,83	1,422	67,30	93,80	1,394
85,88	127,2	1,477	96,58	139,8	1,447
126,5	186,0	1,470	125,1	181,8	1,452
168,7	249,5	1,477	165,0	238,5	1,446

Am entschiedensten zeigen sich die Gesetzmässigkeiten, welche aus diesen Beobachtungen folgen, an den harten Stahlstäben (§. 567). Die bei diesen erhaltenen Zahlenwerthe sind deshalb zur leichteren Ueber- 568

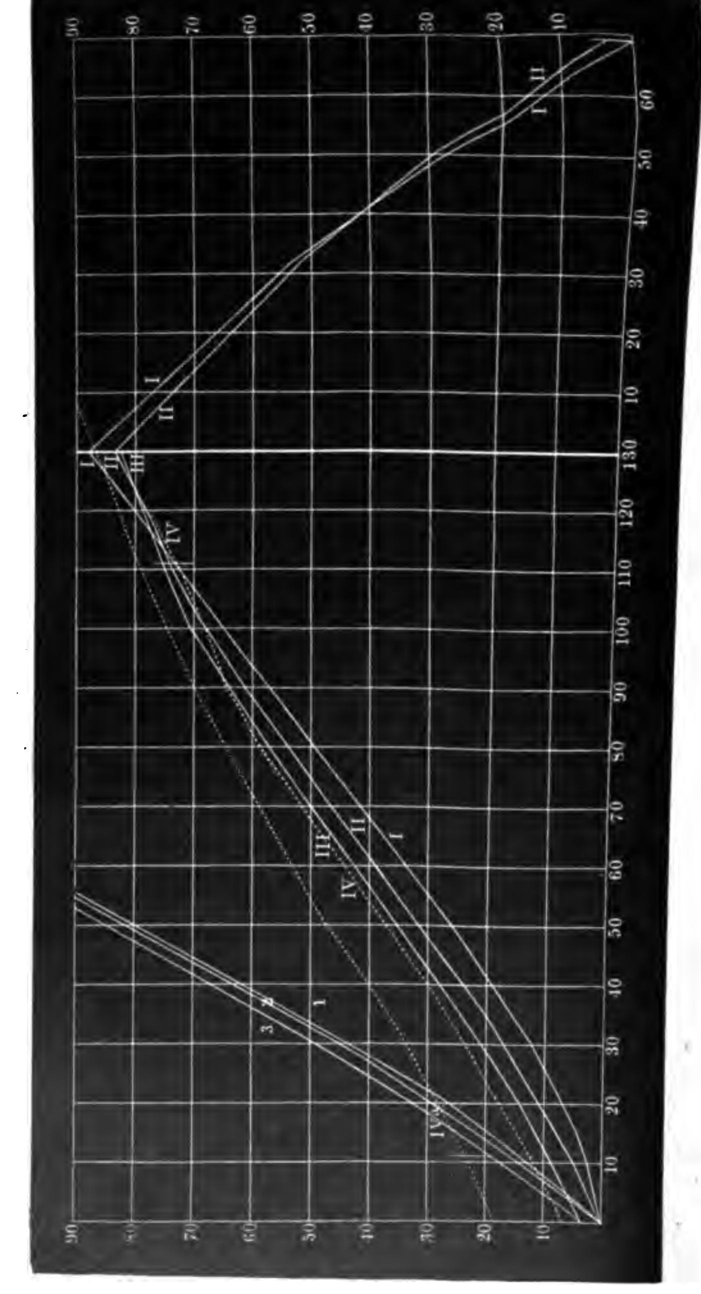

90
80
70
60
50
40
30
20
10
60
50
40
30
20
10
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
I
II
III
IV
1
2
3

Fig. 224.

sicht in Fig. 224 (a. v. S.) als Ordinaten aufgetragen, während als Abscissen die Intensitäten der magnetisirenden Ströme verzeichnet sind. Die Curven 1, 2, 3, welche die Gipfelpunkte der Ordinaten verbinden, beziehen sich auf die bei der dreimal auf einander folgenden Magnetisirung des harten Stahlstabes erhaltenen und in der Tabelle A (S. 465) verzeichneten temporären Magnetismen T des Stabes; die Curven I, II, III auf die entsprechenden permanenten Magnetismen P desselben Stabes; die Curve IV giebt die permanenten Magnetismen des Stahlstabes, welcher zu den in Tabelle C und D (S. 466) verzeichneten Beobachtungen verwendet wurde. Letztere Curve ist oben abgebrochen und in der Curve IV *a* fortgesetzt.

Aus der Betrachtung dieser Curven, sowie aus der Berechnung der Quotienten, welche sich bei Division der jedesmaligen Magnetismen der Stäbe durch die entsprechenden Intensitäten der magnetisirenden Ströme ergeben, sowie aus vielen ähnlichen Versuchen, habe ich folgende Sätze abgeleitet: 569

I. Wird ein Stahl- oder Eisenstab zum ersten Male durch galvanische Ströme magnetisirt, so wachsen die während der Einwirkung der Ströme in demselben erzeugten temporären magnetischen Momente von den schwächsten magnetisirenden Kräften an, von Null beginnend, allmählich sofort an, und zwar schneller als die Intensitäten der Ströme. Erst später nähern sie sich dem von Joule und J. Müller zuerst beobachteten Maximum. Das schnellere Anwachsen zeigt sich stärker bei längeren, als bei kürzeren Stäben. Es zeigt sich auch noch nach wiederholten Magnetisirungen und Entmagnetisirungen bei neuer Magnetisirung der Stäbe, aber immer schwächer.

Die Annäherung an das Maximum tritt, wie auch andere Versuche ergeben, bei längeren und dünneren Stäben schon bei schwächeren Strömen ein, als bei kürzeren, dickeren. Dabei findet sich indess zwischen dem Anwachsen der Quotienten T/I bis zu einem Maximum und ihrer Abnahme zu einem, dem magnetischen Maximum entsprechenden constanten Minimalwerthe kein bestimmter Uebergang, wo die magnetischen Momente innerhalb etwas weiterer Grenzen der Stromintensität proportional bleiben [1]).

Wir nennen den Punkt, von welchem an die Zunahme des Quotienten T/I in eine Abnahme übergeht, den Wendepunkt.

Diese Resultate finden in anderen Versuchsreihen ihre Bestätigung.

[1]) Der von Dub (Pogg. Ann. **133**, 56, 1868) gebrauchte Name „Sättigung" wird gewöhnlich zur Bezeichnung des Eintrittes des Maximums der Magnetisirung gebraucht.

570 Dass schon in sehr schwachen Magnetfeldern, unter $^1/_{50}$ der erdmagnetischen Horizontalintensität, Eisenkerne deutlich magnetisch werden, hat Lord Rayleigh [1]) an der Inductionswage beobachtet.

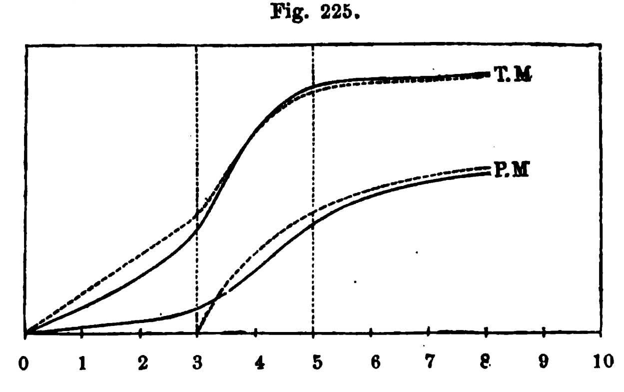
Um zu prüfen, in welchem Verhältniss hierbei das permanente Moment zu dem temporären steht, hat er Eisenkerne in einer auf eine Glasröhre gewundenen Spirale von 17 cm Länge, 0,6 cm Weite mit 32 Windungen pro Centimeter vor dem astasirten Magnetspiegel eines Galvanometers mit Luftdämpfung magnetisirt, die Ablenkung durch die Spirale allein mittelst einer anderen Spirale compensirt und ebenso die Ablenkung durch den Kern durch eine weitere grössere Spirale. Alle Spiralen waren hinter einander verbunden. Der Strom liess sich durch einen Commutator umkehren.

Wurde z. B. bei einem nicht angelassenen, 1,6 mm dicken Draht von schwedischem Eisen die Compensation bei der Kraft 0,04 C.-G.-S., also etwa $^1/_5$ der Horizontalcomponente H des Erdmagnetismus (0,18), hergestellt, so blieb sie bei schwächeren magnetisirenden Kräften bis zu $^1/_{5000}$ H bestehen, auch bei Anwendung der Multiplicationsmethode unter rechtzeitiger Umkehrung der Stromesrichtung.

Aehnlich verhielt sich ein Stahldraht. Bei angelassenem Eisen ist die Compensation nicht befriedigend auszuführen. Abgesehen davon war das Moment proportional der magnetisirenden Kraft zwischen den Grenzen $^1/_{10}$ bis $^1/_{5000}$ H.

571 Durch die weit früheren Versuche von mir wird die spätere Annahme und Theorie von Maxwell [2]) widerlegt, dass der permanente

Fig. 225.



Magnetismus erst von einer bestimmten Grösse der magnetisirenden Kraft an auftritt. Der temporäre Magnetismus sollte dem Gesetz einer geraden Linie folgen und dann sich plötzlich einem Maximum nähern, was ebenfalls unrichtig ist.

---

[1]) Lord Rayleigh, Phil. Mag. [5] 23, 225, 1887; Beibl. 11, 363. — [2]) Maxwell, Treatise, 1. Aufl., [2], S. 79, 1873, und wiederholt 2. Aufl., S. 88, 1881.

Fig. 225 stellt schematisch den Gang des temporären T und permanenten Momentes P mit wachsender Stromstärke I dar. Erstere sind als Ordinaten, letztere als Abscissen verzeichnet. Die punktirten Curven entsprechen der Annahme von Maxwell.

572 Das anfängliche schnellere Anwachsen der temporären Momente hatte schon Lenz[1]) beobachtet, es aber einer Fehlerquelle in seinem Apparate zugeschrieben. — Dub[2]) hat dasselbe nach meinen Versuchen nochmals bestätigt, indem er einen Strom hinter einander durch zwei Tangentenbussolen und die den Eisenkern enthaltende ostwestlich gerichtete Magnetisirungsspirale leitete. Durch Einstellen derselben wurde nach der Methode von Koosen (§. 561) die Ablenkung der Nadel der einen Bussole bei ganz schwachen Strömen ($1^1/_2{}^0$ Ausschlag an der Bussole) compensirt. Bei wachsender Stromintensität wurde dann der eine Pol der Nadel erst gegen den Stab in der Magnetisirungsspirale hingezogen und kehrte bei weiterer Steigerung der Intensität wieder auf Null zurück.

Bildet man bei den §. 562 angeführten Versuchen von v. Waltenhofen die Quotienten q aus den magnetischen Momenten der Stäbe und der magnetisirenden Kraft i, so wachsen sie ebenfalls, namentlich bei den dünnen Stäben, Anfangs bis zu einem Maximum, welches für einen Werth erreicht wird, der mit wachsender Dicke der Stäbe von der Hälfte des Maximums der Magnetisirung bis zu einem Drittel derselben sinkt.

573 Aehnliche Beobachtungen hat später von Quintus Icilius[3]) an Eisenstäbchen angestellt, welche durch Anfeilen möglichst in die Form von Rotationsellipsoiden gebracht waren, z. B. an Stäbchen von I. 350 mm Länge und 2,12 mm Aequatorialdurchmesser, II. von 100,5 mm Länge und 5,24 mm Aequatorialdurchmesser. Auch als bei schwächeren magnetisirenden Kräften die Magnetisirungsspirale mit einer Inductionsspirale umgeben war, und vor und nach dem Einlegen des Eisenstäbchens bei Umkehrung des Stromes die Intensität der Inductionsströme (A und B) gemessen wurde, gab die der jeweiligen Aenderung des Momentes der Stäbe entsprechende Differenz ($A - B$) dasselbe Verhältniss.

Das Verhältniss q des Momentes M zur magnetisirenden Kraft I erreicht mit wachsendem I ein Maximum, welches bei um so schwächeren Kräften I und um so entschiedener hervortritt, je gestreckter die Ellipsoide sind. Nachher nimmt dann der Werth q bis zur Erreichung des Maximums des magnetischen Momentes wieder ab[4]).

---

[1]) Lenz, Bullet. de St. Pétersbourg 14, 364, 1853. — [2]) Dub, Elektromagnetismus 145. — [3]) v. Quintus Icilius, Pogg. Ann. 121, 125, 1864. — [4]) Die §. 569 erwähnten Resultate über das Anwachsen des temporären Momentes mit der magnetisirenden Kraft hat später auch Ruths (Programm Dortmund 1876; Beibl. 2, 65) wiederholt nach der §. 564 erwähnten Methode

574 Auch an Ellipsoiden von Schmiedeisen von 50 cm Länge und 0,5 cm grösstem Durchmesser, welche in einer etwa doppelt so langen Spirale magnetisirt wurden, so dass das Magnetfeld auf etwa 1 Proc. homogen war, beobachtete Rössler[1]) den Wendepunkt. Er tritt also auch in homogenen Feldern ein. Das Maximum der Magnetisirung zeigte sich etwa bei 800 bis 950 C.-G.-S.-Einheiten der Feldstärke, wobei das temporäre Moment nur noch um $^1/_4$ Proc. stieg und für die Volumeneinheit dann 1700, für die Gewichtseinheit (1 g) etwa 227 C.-G.-S.-Einheiten betrug.

575 Denselben Gang, wie das temporäre Moment, muss die Magnetisirungsfunction $\varkappa$ der Ellipsoide nehmen, wie dies aus den beifolgenden von Stoletow[2]) für die von v. Quintus Icilius benutzten Ellipsoide I. und II. berechneten Werthen folgt. Sie betrug hiernach, wenn die magnetisirende Kraft K war:

I.

K	5,2	14,3	34,4	49,2	116,5	240,0
$\varkappa$	20,1	28,4	83,4	107,5	76,8	41,9
K	455,0	749,0	1722,0	2449,0	3464,0	4541,0
$\varkappa$	23,8	14,9	7,11	5,37	3,73	2,86

II.

K	2,4	12,0	24,1	33,9	45,6	53,3	98,4	300,7
$\varkappa$	30,5	72,5	113,4	118,7	120,4	110,9	89,3	30,7

576 Ganz ähnliche Resultate hat auch Oberbeck[3]) erhalten, indem er sechs verschiedene Eisendrähte und einen harten Stahldraht von 0,95 bis 1,12 mm Durchmesser und 98 bis 221 mm Länge, von denen der eine überdies annähernd die Form eines Ellipsoides erhalten hatte, in einer Magnetisirungsspirale von 24 mm Durchmesser und 260 mm Länge in ostwestlicher Lage magnetisirte und ihr Moment durch die Ablenkung eines davor gestellten Magnetspiegels bestimmte. Die auf die einzelnen Theile der Drähte wirkenden Kräfte waren nur im Verhältniss von 1,92 : 2 verschieden. Die Stäbe konnten als sehr gestreckte Ellipsoide angesehen werden, so dass aus ihren Momenten nach der Formel (4) oder annähernd (8) (§. 462 u. 463) die Magnetisirungsfunction $\varkappa$ berechnet werden konnte und im letzteren Falle die äussere magnetisirende Kraft gleich der auf die isolirte Volumeinheit wirkenden, direct das Moment $\varkappa$ erzeugenden Kraft K anzusehen ist. Der Werth von $\varkappa$ stieg mit wachsender magnetisirender Kraft zuerst und fiel sodann, und zwar war das

erhalten. Dabei wurden indess die magnetisirenden Ströme plötzlich geschlossen und geöffnet und die Stromintensität durch eine einen Rheostaten enthaltende Brückenleitung zur Säule verändert. In Folge dessen müssen die in §. 531 erwähnten Fehlerquellen hervorgetreten sein.

[1]) Rössler, Dissertation, Zürich 1894; Beibl. 17, 668. — [2]) Stoletow, Pogg. Ann. 146, 439, 1872. — [3]) Oberbeck, Pogg. Ann. 135, 74, 1868.

Maximum bei gleichen äusseren Kräften um so eher erreicht, je gestreckter die Ellipsoide waren, da hierbei auch die auf die einzelnen Punkte derselben wirkenden Kräfte in Folge der Wechselwirkung ihrer Theilchen grösser werden.

Der Werth von $\varkappa$ war z. B. als Mittel aus allen Beobachtungen für die auf das betreffende Molekül wirkenden Kräfte K

K	71,2	74,4	78,4	103,6	139,0	200,7	318,7	518,9	676,9
$\varkappa$	58	60,56	56,20	46,91	38,20	28,73	17,83	11,7	9,61

Die Werthe K sind auf die horizontale Componente des Erdmagnetismus als Einheit bezogen.

577 Auch eine Reihe von Versuchen von Riecke[1]) über das Moment von Rotationsellipsoiden stimmt mit diesen Resultaten.

Sieben Rotationsellipsoide aus Eisen von verschiedenem Volumen v und veränderlichem Verhältniss der Rotationsaxe $2a$ zur Axe des Aequators $2c$ wurden in einer Inductionsspirale von 547 mm Länge und 43,5 mm innerem Durchmesser befestigt, mit derselben um eine horizontale bezw. um eine verticale Axe in einer durch den magnetischen Meridian gelegten Verticalebene in Rotation versetzt und die Inductionsströme gemessen, welche den magnetischen Momenten entsprechen, die in ihnen durch die horizontale oder verticale Componente des Erdmagnetismus erzeugt wurden. Dabei wurde die Induction in der für sich rotirenden Spirale subtrahirt. Freilich können bei der Aenderung der Magnetisirung der Ellipsoide in ihnen selbst Inductionsströme inducirt werden, welche ihr Moment secundär ändern können.

Die Dimensionen und specifischen Gewichte der Ellipsoide waren:

	$2a$	$2c$	v	specif. Gew.
I	35,953	142,984	97 679	7,7806
II	36,499	180,132	126 862	7,7845
III	36,344	215,458	146 946	7,7810
IV	36,335	252,347	174 587	7,7859
V	21,050	186,559	44 090	7,7828
VI	24,446	263,795	82 855	7,7837
VII	20,762	250,009	55 215	7,7790

Für die horizontale und verticale Componente des Erdmagnetismus ergiebt sich:

---

[1]) Riecke, Pogg. Ann. 141, 453, 1870; Gött. Nachr. 1870, August; auch Pogg. Ann. 149, 433, 1873.

	$\varkappa$	K	$\varkappa$	K
I	33,3	0,057	42,3	0,104
II	24,1	0,102	32,5	0,177
III	23,1	0,135	36,7	0,201
IV	20,9	0,182	27,7	0,325
V	24,4	0,219	38,3	0,443
VI	18,5	0,358	22,2	0,710
VII	23,4	0,339	29,9	0,638

Bei demselben Ellipsoide ist somit bei diesen schwachen Kräften für eine grössere magnetisirende Kraft K auch der Werth $\varkappa$ grösser.

Für sehr kleine Werthe des in der Volumeneinheit inducirten Magnetismus m ergiebt sich an den vier gestrecktesten Ellipsoiden K gleich IV: $16 + 1{,}3\,m$, V: $21 + 0{,}55\,m$, VI: $15 + 0{,}49\,m$, VII: $18 + 0{,}63\,m$.

Aus den Beobachtungen von Baur (s. w. u.) an einem Ringe berechnet sich bei etwas grösseren Werthen von m bezw. $K = 15{,}0 + 0{,}49\,m$ und $15{,}5 + 0{,}21\,m$. Die Zahlen stimmen also für die gestrecktesten Ellipsoide nahe überein.

578 Auch Fromme[1]) hat nochmals hierüber Versuche an zehn Ellipsoiden angestellt, deren je fünf derselben Stahlsorte angehörten. Ihre specifischen Gewichte betrugen 7,8233 und 9,8348. Die Längen ihrer grossen und kleinen Halbaxen sind in Millimetern unter $2a$ und $2c$ angegeben. Unter Einwirkung der horizontalen und verticalen Componente des Erdmagnetismus wurden vermittelst der Induction die magnetischen Momente der Ellipsoide und dann aus den Formeln des §. 462, wonach, wenn $\mathfrak{H}$ die magnetisirende Kraft ist,

$$M = \varkappa v \mathfrak{H}/(1 + \varkappa C) = \varkappa v K$$

ist, die zusammengehörenden Werthe $\varkappa$ und K berechnet. So ergab sich:

	$2a$	$2c$	Verticalcomponente		Horizontalcomponente	
			$\varkappa$	K	$\varkappa$	K
I. 1	40,015	12,739	15,9974	0,2003	23,5034	0,0609
2	55,305	12,500	11,8461	0,3991	18,0285	0,1062
3	70,107	12,865	10,4328	0,5777	12,6030	0,2121
4	89,863	12,650	9,8564	0,8311	11,4105	0,3189
5	100,395	10,188	8,6826	1,3222	9,6467	0,5311
II. 1	40,600	12,441	6,1380	0,5039	11,8347	0,1198
2	55,412	12,592	6,3318	0,6790	7,7361	0,2511
3	70,295	12,395	5,9333	0,9601	6,4746	0,3879
4	90,270	12,597	6,4917	1,1539	6,9191	0,4762
5	99,940	10,178	5,8772	1,6867	5,9691	0,7228

[1]) Fromme, Pogg. Ann. 155, 305, 1875; Ergbd. 7, 390, 1876.

Die Magnetisirungsfunction nimmt also mit wachsender, auf die Volumeneinheit wirkender magnetisirender Kraft K erst schnell, dann langsam ab; sie wird um so grösser, je geringer die Excentricität des Ellipsoides ist, und nähert sich mit wachsender Kraft dabei einem Minimum, welches bei grösserer Härte des Stahles cet. par. bei einer relativ kleineren Kraft auftritt.

Die Werthe $\varkappa$ sind für gleiche Werthe K bei Einwirkung der Vertical- und Horizontalcomponente des Erdmagnetismus wesentlich einander gleich.

Bei Magnetisirung der Ellipsoide durch Spiralen, durch welche Ströme geleitet werden, tritt permanenter Magnetismus auf, die Constanz von $\varkappa$ mit gleich bleibendem K gilt nicht mehr.

579 Fromme[1]) hat auch noch die Magnetisirungsfunction p (§. 469) von Kugeln und langgestreckten ellipsoidförmigen Stäben namentlich bei starken magnetisirenden Kräften bestimmt. Die Magnetisirung wurde durch Ströme erzeugt, welche durch Spiralen von solchen Dimensionen flossen, dass die Kraft in ihrem Inneren als constant anzunehmen war. Die absolute Intensität der Ströme wurde an einer Tangentenbussole gemessen. Das erzeugte temporäre Moment wurde durch Ablenkung eines magnetisirten Stahlspiegels bestimmt, wobei die Wirkung der Magnetisirungsspirale durch eine auf der anderen Seite des Magnetspiegels aufgestellte Compensationsspirale aufgehoben und die magnetisirende Wirkung der letzteren auf die Eisenmassen berechnet wurde. Bei vier Eisenkugeln von 36157, 35344, 14478 und 13984 cmm Rauminhalt und den specifischen Gewichten 7,718, 7,739, 7,815, 7,824 ergab sich z. B. die Magnetisirungsfunction p wie folgt, wenn P die in diesem Falle dem Werthe K entsprechende magnetisirende Kraft ist:

	I	II	III	IV
P	171,7	172,5	172,7 [2])	172,6
p	0,2363	0,2355	0,2393	0,2375

Die grösseren und specifisch leichteren Kugeln zeigen im Allgemeinen eine grössere Magnetisirungsfunction p.

Andere Versuche zeigten eine Zunahme der Function p mit wachsender Stromintensität, und zwar erreicht sie ihr Maximum schneller bei Kugeln von geringerem Volumen und grösserem specifischen Gewicht.

[1]) C. Fromme, Die Magnetisirungsfunction einer Kugel aus weichem Eisen. Cassel 1874. Dissertation. Pogg. Ann. 152, 627, 1874; auch Riecke, Gött. Nachr. 1872, Nr. 13; Pogg. Ann. 149, 433, 1873. — [2]) Der Werth ist nach Fromme wahrscheinlich etwas zu hoch.

Bei Stäben von 4 und 2 mm Dicke und 78 bis 220 mm Länge zeigte sich für p ein Maximum (0,23765) für eine Kraft $P = 18000$; später tritt eine Abnahme ein. Das Maximum des temporären Momentes ist nach Fromme bei der Kraft $P = 85000$ erreicht.

580 Riecke[1]) hat die Magnetisirungsfunction p aus den Beobachtungen von v. Quintus Icilius, Oberbeck und Stotelow berechnet und findet sie zwischen magnetisirenden Kräften von 8000 bis 40000 auf 1 Proc. nahezu constant, im Mittel gleich 0,2372. Ein wenig nimmt sie anfangs bei wachsender magnetisirender Kraft zu, erreicht für Kräfte $P = 20000$ bis 30000 ein Maximum und nimmt dann wieder ab.

Wir haben schon in der Anmerkung zu §. 469 erwähnt, dass die Function p weniger geeignet ist, die Abweichungen der Magnetisirung von der Proportionalität mit den magnetisirenden Kräften zu zeigen, als die Functionen k und $\varkappa$.

581 In einer etwas anderen Art hat Stefan[2]) die Aenderungen der Magnetisirungsconstanten mit der magnetisirenden Kraft durch eine empirische Formel in Beziehung gebracht. Bezeichnet wiederum K die Resultante der äusseren magnetischen Kräfte und der aus dem Potential des magnetisirten Körpers sich ergebenden Kräfte an einem Punkt, M das durch jene Resultante K erzeugte magnetische Moment der Volumeneinheit eines Cubikmillimeters daselbst, wo m das Maximum von M ist, so setzt er

$$K = f(M) = am\left(\frac{M}{m - M}\right)^n - bM,$$

wo n, a, b Constante sind. Diese Formel ergiebt für $M = 0$ ebenfalls $f(M) = 0$ und für $M = m$, $f(M) = \infty$, was den Thatsachen entspricht. n muss kleiner sein als Eins, da $\int_0^m f(M)\,dM$, d. h. die bei der Magnetisirung bis zum Maximum gethane Arbeit, endlich sein muss.

Da $\varkappa K = M$ ist, so folgt

$$\frac{1}{\varkappa} = \frac{am}{M^{1-n}(m - M)^n} - b.$$

Wird das Maximum von $\varkappa$ für $M = pm$ erreicht, so ist, da der Ort des Maximums durch die Gleichung $(n - 1)(m - M) + nM = 0$ gegeben ist, in obigen Formeln $n = 1 - p$.

Aus den von verschiedenen Beobachtern beobachteten Werthen der Magnetisirung, theils an Ellipsoiden, theils an geschlossenen Ringen (welche wir erst später genauer betrachten), berechnet demnach Stefan:

---

[1]) Riecke, Pogg. Ann. 149, 465, 1873. — [2]) Stefan, Wien. Ber. [2] 69, 200, 1874.

I. Eisen (Burden's Best.).

M	55,9	477,9	769,3	7958	2453	4362	4602
κ	31	69	89,8	154,1	168,9	196,5	196,6
M	5293	7177	9742	10 320	12 550	12 590	13 210
κ	194,7	175,6	115,2	100,9	36,7	28,1	20,4

II. Eisen (Burden's Best.).

M	79,6	1317	3886	4734	4741	8276	9860	11 490	13 190
κ	44,5	153,4	268,0	286,0	281,5	230,3	1661	83,81	20,5

III. Eisen.

M	73,2	870,0	2733	3939	4024	4640	6181	8787	11 938
κ	30,5	82,5	113,4	119,0	118,7	120,2	119,1	89,3	39,7

IV. Eisen.

M	92,6	185,5	538,1	865,6	12 630	3644	1595	6137	8479
κ	21,5	26,4	51,1	68,7	104,5	157,0	174,2	172,3	161,6
M	9980	10 850	11 500	11 990	12 250	12 530	12 900	12 950	
κ	132,1	198,1	82,1	66,9	56,5	49,7	47,3	42,2	

V. Bessemer Stahl.

M	26,0	612,9	3180	4481	5680	9513	11 010	12 230
κ	15,2	47,4	91,7	100,3	101,1	66,1	42,2	24,9
M	12,6	499,6	2682	6189	8021	8857	9501	
κ	6,0	9,3	20,7	25,4	23,2	21,0	19,5	

VI. Stubb's Stahl.

M	12,65	499,6	2682	4321	6189	6189	8021	8857	9501
κ	5,96	9,34	20,73	25,11	25,38	25,38	23,20	21,04	19,50

VII. Nickel.

M	67,8	293,2	1089	1060	1967	2471	3394	4395
κ	3,69	6,69	12,69	13,31	13,23	11,82	7,88	3,33

I. und II. von Rowland, III. von v. Quintus Icilius, IV. von Stoletow, V. u. VII. von Rowland. v. Quintus Icilius u. Stoletow benutzten die §. 573 und 575 erwähnten Stäbe; Rowland geschlossene Ringe (s. w. u.).

Bei graphischer Darstellung der Werthe M als Abscissen, der Werthe κ als Ordinaten, steigen die Curven Anfangs schnell, fallen dann langsam ab und convergiren alle gegen einen Punkt der Abscissenaxe, welcher dem Maximum m des Momentes in einem Cubikmillimeter entspricht. Dieses Maximum ist für alle Eisen- und Stahlsorten nahe das gleiche (1400) und für die Gewichtseinheit (1 mg), da das specifische Gewicht des Eisens 7,7 ist, gleich 181,8. Die Maximalwerthe von κ sind für die verschiedenen Eisensorten sehr verschieden; sie variiren von 120 bis 370, fallen aber alle etwa bei $M = \frac{1}{3} m$. Dasselbe gilt auch für Nickel nach Versuchen von Rowland.

Nach Versuchen von Fromme werden indess die Curven nach dem Gipfelpunkt gegen die Abscissenaxe convex, so dass die Linie die Abscissenaxe später schneidet, als Stefan annimmt, und so das von ihm

gefundene Maximum des temporären Momentes für die Volumeneinheit zu klein ist.

582 Die Magnetisirung elliptischer Platten ist von la Roche[1]) berechnet worden. Dieselben wurden als dreiaxige Ellipsoide angesehen (vergl. §. 463) und in dreiaxigen ellipsoidischen Spiralen magnetisirt, deren Scheidungskraft auf alle Theile der Platten gleich stark und in gleicher Richtung wirkt. Ihr Moment wurde nach der magnetometrischen Methode bestimmt. Die elliptischen Platten hatten Axenverhältnisse von 15/2,4 bis 6/6, die rechteckigen Kantenverhältnisse von 2/14,14 bis 5,32/5,32. Ihre Oberflächen betrugen 9π qcm.

Bei Anwendung wachsender magnetisirender Kräfte ergab sich:

Die magnetisirenden Kräfte, bei denen der Wendepunkt eintritt, sind umgekehrt proportional den Längen und direct proportional den Dicken der Platten. — Mit wachsender Breite und Dicke verringert sich das Moment beim Wendepunkt.

583 Der Werth des Maximums der temporären Magnetisirung des Eisens lässt sich nach der Formel von Müller und v. Waltenhofen

$$m = \beta\, G \,.\, arc\, tg \left(\frac{i}{a\, G^{3/4}}\right)$$

ableiten.

Für die Gewichtseinheit $G = 1$ g und $i = \infty$ wird das Maximum in elektromagnetischen Einheiten (C.-G.-S.) nach den Bestimmungen von

v. Waltenhofen[2])	212,5	Riecke[5])	184,4 b)
W. Weber[3])	180,8	Fromme[6])	226
Stefan[4])	181,8 a)	Grotrian[7])	183,5
a) 1410 für 1 ccm		b) 1120 für 1 ccm.	

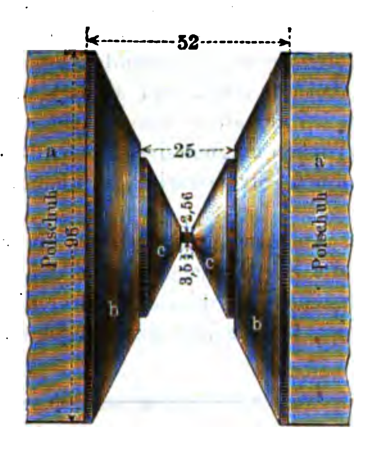
584 Bei sehr starken magnetisirenden Kräften haben Ewing und Low[8]) das Maximum bestimmt.

Zur Anwendung der stärksten Magnetkräfte wurde ein grosser, durch einen Strom bis zu 40 Amp. erregter Elektromagnet (Fig. 226) mit rechteckigen Polschuhen *a* verwendet, welche sich in abgestumpfte Kegel *b* von etwa 60° Oeffnungswinkel fortsetzten. Zwischen dieselben wurde das zu untersuchende, sich nach der Mitte verjüngende Eisenstück *c* gebracht, welches an der dünnsten Stelle 0,669 qcm Querschnitt, etwa

[1]) C. la Roche, Wied. Ann. 35, 168, 1888. — [2]) v. Waltenhofen, Pogg. Ann. 137, 129, 1869. — [3]) W. Weber, Maassbestimmungen 3, 570, 1846. — [4]) Stefan, Wien. Ber. [2] 69, 205, 1874. — [5]) Riecke, Pogg. Ann. 149, 473, 1870. — [6]) Fromme, Pogg. Ann. 152, 633, 1874. — [7]) Grotrian, Wied. Ann. 50, 705, 1893 (aus Versuchen an massiven und Hohlcylindern, siehe den Abschnitt: Einfluss der Dicke). — [8]) Ewing u. Löw, Proc. Brit. Assoc. Manchester A. 1887; auch Proc. Roy. Soc. London 180, 221, 1889; Beibl. 11, 811, 598.

$^1/_{140}$ von demjenigen der Polschuhe hatten. Es war von einer Inductionsspirale, einer einfachen Lage von dünnem Draht umgeben. Die Stärke des Magnetfeldes *S* daneben wurde durch eine äussere, um die innere in einem kleinen Abstand von derselben gewundene Inductionsspirale nach Entfernung des Prüfobjectes bestimmt. Die innere Spirale gab die magnetische Induction.

Fig. 226.



Als Endresultat vieler Versuche ergab sich, dass die magnetische Intensität bei Schmiedeisen und Nickel in Feldern unter 2000 und bei Gusseisen und Kobalt unter 4000 Einheiten wesentlich constant wird. In sehr starken Feldern wird die magnetische Induction durch die Formel $\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}$ dargestellt, wo $4\pi\mathfrak{J}$ für Schmiedeisen 21 360, Gusseisen 15 580, Nickel 5030 bis 6470, Kobalt 16 300 betrug [1]).

H. du Bois [2]), welcher die magnetische Intensität durch die Drehung der Polarisationsebene bei der Reflexion an den Oberflächen der magnetisirten Metalle maass (s. d. Capitel), fand für das Maximum der Magnetisirung bei Kobalt 1232, Magnetit 350.

585 Nach den Formeln des §. 463 erhält ein Ellipsoid bei gleichem Volumen unter der Voraussetznng der Constanz der Magnetisirungsfunction $\varkappa$ durch eine magnetisirende Kraft ein um so grösseres Moment, je gestreckter es ist. Wird analog ein gerader Stab in longitudinaler Richtung magnetisirt, so wirken seine neben einander liegenden gleichnamig magnetisirten Theile entmagnetisirend auf einander und diese Wirkung muss für das Gesammtmoment um so mehr hervortreten, je mehr Fasern sich neben einander befinden. Deshalb muss auch bei kürzeren Ellipsoiden und Stäben im Allgemeinen die Curve der temporären Magnetisirung mit wachsenden magnetisirenden Kräften langsamer verlaufen, der Inflexionspunkt eher ereicht sein und sich nachher das temporäre Moment später einem Maximum nähern [3]).

Dies bestätigen sowohl die erwähnten Versuche über die Annäherung an das Maximum, als auch die Versuche des vorigen Paragraphen über den Wendepunkt und das Aufsteigen der Magnetisirungsfunction $\varkappa$ bei verschieden gestreckten Ellipsoiden.

---

[1]) Ewing, Magnetische Induction §. 91 u. flgde., speciell S. 148. Ein besonderer Name „Isthmusmethode“ für diese naheliegende Methode dürfte wohl kaum nöthig sein. — [2]) H. du Bois, Phil. Mag. p. 301, 1890. — [3]) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 117, 20, 1862.

Daraus folgt auch unmittelbar, dass, je grösser das Verhältniss der Länge der Stäbe zu ihrer Dicke ist, desto mehr bei schwachen magnetisirenden Kräften die temporären Momente den Kräften proportional erscheinen (Ruths, s. Anm. §. 573).

586 Selbstverständlich ist, dass ganz allgemein und analog dem Satz von Sir W. Thomson (§. 471) bei weichen Eisenkernen, bei denen Länge und Dicke, Zahl und Weite der Windungen der sie umschliessenden Spirale sich einander proportional ändern, also bei ähnlichen und ähnlich umwickelten Eisenkernen, der Wendepunkt bei derselben Stromstärke eintritt, da hierbei ähnlich liegende Punkte gleichen magnetisirenden Kräften ausgesetzt sind, und sich so bei derselben Stromstärke in gleichen magnetischen Zuständen befinden.

Dies hat auch noch Dub[1]) durch Ablenkungen einer an einem Faden schwebenden Magnetnadel durch die Kerne nachgewiesen, wobei die Wirkung des Stromes in der sie umgebenden Spirale durch einige weitere, gleichfalls vom Strom durchflossene Drahtwindungen compensirt wurde. So war z. B.:

i	$l = 48''$ $d = 1''$	$24''$ $1/2''$	$24''$ $1/2$	$12''$ $1/4''$	$12''$ $3/8''$	$6''$ $3/16''$	$8''$ $1/4''$	$4''$ $1/8''$
$tg\ 3^0$	3575	1837	—	—	2025	—	1878	—
„ 5^0	3589	1822	1605	3028	2041	8243	1889	4984
„ 7^0	3579	1825	1612	3015	2030	8289	1892	5070
„ 9^0	3440	1722	1585	2893	2042	8244	1890	5047
„ 11^0	3312	1651	1523	2757	2039	8261	1770	4840
„ 13^0	3200	1620	1365	2597	1904	7735	1591	4742
„ 15^0	—	—	1253	—	1760	7338	1450	4662
„ 17^0	—	—	1126	—	1513	7102	—	—

Die Zahlen der einzelnen Doppelreihen sind unter sich nicht direct vergleichbar, da der Abstand der Kerne von der Magnetnadel verschieden war.

Werden verschieden lange Eisenkerne (von 4 bis 24 Zoll Länge) in dieselbe Spirale (von 12 Zoll Länge) eingelegt, welche sie nicht ganz erfüllen oder über die sie hinausragen, so tritt der Wendepunkt um so eher ein, je länger die Kerne sind, da wiederum die Wechselwirkung der Theilchen in den längeren Stäben namentlich die mittleren Stellen eher dem magnetischen Maximum zuführen muss[2]).

---

[1]) Dub, Pogg. Ann. **133**, 56, 1868.

[2]) Aus seinen später zu erwähnenden Sätzen über die Magnetisirung von Kernen von verschiedener Länge l und Dicke d folgert Dub ferner: Ist die gleiche Windungszahl über die ganze Länge der Kerne verbreitet und die Weite der Spirale ihrem Durchmesser proportional, so ist die Stromstärke i, bei

Bei verschiedenen Eisen- und Stahlsorten ist die Zunahme des temporären magnetischen Momentes mit wachsender Stromintensität sehr verschieden. Im Allgemeinen ist cet. par. das temporäre Moment um so kleiner, je härter das Eisen und der Stahl ist, wie auch aus meinen Versuchen hervorgeht [1]).

So zeigen diese Versuche (§. 565 u. f.) mit gleichgestalteten Stäben das zunehmend langsamere Anwachsen der temporären Momente der Reihe nach beim weichen Eisen, weichen und harten Stahl. Dem entsprechend wird der Wendepunkt in ersterem früher erreicht, als in letzterem.

Nimmt man indess bei jenen Resultaten das Verhältniss der durch gleiche Stromintensitäten im harten und weichen Stahl und Eisen erzeugten temporären Magnetismen M_h, M_w und M_e, so nimmt mit wachsender magnetisirender Kraft das Verhältniss M_w/M_h und M_e/M_h allmählich ab.

Hiernach nähert sich das temporäre magnetische Moment im weichen Eisen schneller einem Maximum, als im weichen und namentlich im harten Stahl.

Dies wird auch durch einige Versuche von Plücker [2]) dargelegt. Er hängte vor den einen Pol eines starken Elektromagnetes ein horizontal schwebendes Kreuz, gebildet aus einem dickeren Stahlstab und einem dünneren Eisenstab. In grösserer Entfernung vom Pol stellte sich der Eisenstab axial, so dass sich seine Axe gegen den Pol des

---

welcher der Wendepunkt erreicht wird, bei beliebig langen und beliebig dicken Stäben

$$i = const \frac{d\sqrt{d}}{\sqrt{l}};$$

ist die Windungszahl der Länge l proportional, so ist

$$i = const \frac{d\sqrt{d}}{l\sqrt{l}}.$$

Soll nämlich der Wendepunkt für verschieden dicke und verschieden lange Stäbe erreicht sein, so müssen jedesmal alle Theilchen in dem entsprechenden magnetischen Zustande sein. Die Momente müssen also im ersten Falle proportional dem Quadrat des Radius, im zweiten proportional der Länge sein. Da nun nach den später anzuführenden Versuchen von Dub in dem berührten Fall bei gleicher Stromstärke der Magnetismus $\sqrt{d}$ und $l\sqrt{l}$ entspricht, so müssten die Stromstärken, bei denen die obigen Momente erreicht werden, bezw. $d^2/\sqrt{d} = d\sqrt{d}$ und $l/l\sqrt{l} = 1/\sqrt{l}$ proportional sein. Ist die Windungszahl der Länge der Stäbe proportional, so muss im letzteren Fall die Stromintensität l mal kleiner sein; es wäre dann also

$$i = const \frac{d\sqrt{d}}{l\sqrt{l}}.$$

[1]) Wir werden den Einfluss der Beschaffenheit der Metalle auf ihre Magnetisirung erst später in einem besonderen Abschnitt ausführlicher behandeln und jetzt nur so weit darauf eingehen, wie es die allgemeine Darstellung des Ganges der Erscheinungen erfordert. — [2]) Plücker Pogg. Ann. 86, 11, 1852.

Magnetes hinwendete, bei grösserer Annäherung aber der Stahlstab. Dasselbe ergab sich bei gleichbleibender Entfernung bei Verstärkung der Magnetisirung des Elektromagnetes durch aufsteigend stärkere Ströme. Es kann indess das Resultat des vorliegenden Versuches auch dadurch bedingt sein, dass das Eisen wegen seiner kleineren Dimensionen schneller den Sättigungspunkt erreichte, als der dickere Stahlstab.

Directer bestätigen folgende Versuche von Plücker[1]) den oben ausgesprochenen Satz. Er riss gleich grosse Knöpfe von 8 mm Durchmesser und 14 mm Länge von Eisen und verschieden hartem Stahl von den Polen verschieden starker Magnete ab, indem er sie an den einen Arm eines Wagebalkens hängte und den anderen Arm theils durch ein verschiebbares Laufgewicht, theils durch Aufschütten von Sand auf die daran hängende Wagschale belastete. Als Magnete dienten drei gleiche, verschieden stark magnetisirte Stahlstäbe I, II, III mit abgerundeten Endflächen und ein sehr grosser Elektromagnet, auf dessen eine Endfläche ein konisch zugespitzter, oben abgerundeter Anker gesetzt wurde, der durch 1 oder 6 Grove'sche Elemente erregt wurde (Versuche IV und V). So ergaben sich unter anderen die in folgender Tabelle verzeichneten Resultate. Unter *A* sind die zum Abreissen des glasharten Stahlknopfes, unter den folgenden Rubriken die zum Abreissen der anderen Knöpfe erforderlichen Gewichte verzeichnet, wenn man sie für den glasharten Knopf gleich 1 setzt. — Unter *P* sind die Gewichte angegeben, welche erforderlich waren, um die Knöpfe nach ihrer Magnetisirung von einem oben abgerundeten weichen Eisenstab abzureissen. Sie geben also ein Maass für ihre permanenten Magnetismen.

	A	Glasharter Stahlknopf	Gelb angelaufener Stahlknopf	Blau angelaufener Stahlknopf	Weicher Eisenknopf
I	0,1225	1	2,18	2,78	3,31
II	1,1000	1	1,72	2,21	2,62
III	18,3	1	1,35	1,63	1,93
IV	233	1	1,12	1,28	1,42
V	1149	1	1,08	1,25	1,37
P		24,6	20,3	11,7	0

Diese Tabelle zeigt deutlich, wie die Anziehung des Eisens und des weicheren Stahles bei grösseren Kräften des dasselbe magnetisirenden Magnetes langsamer wächst, als die des glasharten Stahles.

Aehnliche Resultate hat auch schon früher E. Becquerel[2]) erhalten, als er gleich grosse Stäbchen von weichem Eisen und Gusseisen

[1]) Plücker, Pogg. Ann. **94**, 28, 1855. — [2]) E. Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **32**, 78, 1851.

in horizontaler Lage an einem Coconfaden aufhängte, sie zwischen den Polen eines Magnetes schwingen liess und letztere in verschiedene Abstände von den Stäbchen brachte. Waren die Pole weit von den Stäbchen entfernt, war also die magnetisirende Kraft schwach, so verhielten sich die den umgekehrten Quadraten der Schwingungsdauern proportionalen, auf das weiche Stahlstäbchen und das Stäbchen von Gusseisen wirkenden Kräfte wie 1:0,655, waren die Pole nahe an denselben, also die magnetisirende Kraft gross, wie 1:0,739.

Trotzdem indess bei weichen Stäben eher eine Annäherung an das Maximum eintritt, als bei harten, wird das Maximum selbst bei letzteren eher erreicht, als bei ersteren.

Das Maximum selbst soll nach Ruths (§. 573) für die verschieden harten Stäbe nahe gleich sein.

Hiernach überwiegt bei schwachen magnetisirenden Strömen die Magnetisirung eines weichen Stahlstabes, bei grossen die eines harten Stabes. Je kürzer die Stäbe sind, desto eher gewinnt der harte Stahl das Uebergewicht. Je härter der Stahl, desto mehr Magnetisirung nimmt er bei sehr starken Strömen an [1]).

Bei verschieden langen Stäben nähert sich nach Ruths das temporäre Moment um so schneller einem Maximum mit wachsendem Verhältniss der Länge zur Dicke, je weicher die Stäbe sind.

588 Während in den weichen Eisenstäben nach Aufhebung der magnetisirenden Kraft kaum ein permanentes Moment zurückbleibt, tritt es bei weichen und namentlich bei harten Stahlstäben deutlich hervor, wie schon lange bekannt ist, und nähert sich bei stärkeren magnetisirenden Kräften einem Maximum. Das permanente Moment ist im Allgemeinen bei gleicher temporärer Magnetisirung eines Eisen- oder Stahlstabes um so grösser, je härter derselbe ist.

589 Aus meinen §. 565 u. f. angeführten Versuchen folgt:

Die nach Aufhebung der magnetisirenden Ströme in den Stäben zurückbleibenden permanenten magnetischen Momente wachsen bei der ersten Magnetisirung durch allmählich aufsteigende Kräfte von den kleinsten Kräften beginnend ungleich schneller, als die magnetisirenden Kräfte und die temporären Momente. Erst bei stärkeren Kräften tritt ein Inflexionspunkt ein, indem dann die permanenten Magnetismen langsamer zunehmen, als jene, und sich dem Maximum nähern.

590 Das Aufsteigen des permanenten Momentes bis zum Maximum bei verschieden harten Stäben verhält sich gerade entgegengesetzt, wie das

[1]) Gaugain, Compt. rend. 82, 144, 1876.

des temporären, wie meine Versuche §. 565 u. f. zeigen. Bei harten Stahlstäben steigt zuerst das permanente Moment schneller an als bei weichen, und bei diesen schneller, als bei Eisenstäben. Dann aber nähert es sich bei harten Stäben schneller einem Maximum. Die permanenten Momente sind aber den temporären nicht proportional.

Das Verhältniss T/P des temporären zum permanenten Magnetismus nimmt in Folge dessen nach Bouty [1]) bei Versuchen nach einer der §. 534 beschriebenen ähnlichen Methode beim harten Stahl allmählich ab, und zeigt beim weichen Stahl ein Minimum, über welches hinaus es wieder zunimmt.

So war z. B. für eine weiche Nadel von 0,525 mm Durchmesser:

J	3,87	5,44	8,00	14,84	20,25	32,00	60,37
T	1,003	1,589	3,375	5,017	5,487	6,704	7,543
P	0,300	0,871	2,297	3,073	3,265	3,731	3,819
T/P	3,343	1,867	1,891	1,633	1,681	1,796	1,975

591 Wird derselbe Stab wiederholt aufsteigenden magnetisirenden Kräften ausgesetzt, so nimmt allmählich das denselben entsprechende temporäre und permanente Moment zu.

Dies hat schon Marianini [2]) gezeigt, indem er eine mit einem Quadrantelektrometer verbundene, auf gleiches Niveau geladene Leydener Flasche wiederholt durch eine Spirale entlud, in welcher ein Eisendraht lag, und seinen Magnetismus durch Ablenkung einer Galvanometernadel bestimmte. Dieselbe stieg bei wiederholten Entladungen z. B. von 7 bis 31°. Indess sind diese Versuche ziemlich unrein, da die Entladungen der Leydener Flasche meist aus mehreren abwechselnd gerichteten Strömen bestehen.

592 Durch meine Versuche, welche auch durch die späteren von Fromme, Warburg, Auerbach, Ewing bestätigt und erweitert worden sind, ist nachgewiesen, dass, wenn magnetisirende Kräfte auf einen magnetisirbaren Stab gewirkt haben, er sich gegen die Einwirkungen nachfolgender Kräfte verschieden verhält und so an die früheren magnetischen Vorgänge in ihm erinnert. Die magnetischen Molecüle behalten die durch die früheren Kräfte hervorgerufenen Drehungen auch nach Aufhebung derselben noch theilweise bei. Das analoge Verhalten hat man bei mechanischen Deformationen beobachtet (s. w. u.).

Man hat diese in beiden Gebieten auftretenden analogen Erscheinungen als Nachwirkung bezeichnet. Dieser Name wird indess auch für den zeitlichen Verlauf der Aenderungen eines Körpers nach Ein-

---

[1]) Bouty, Mémoires de l'école normale 5, 123, 1876. — Die von Ruths (vergl. §. 573) erhaltenen Resultate für das permanente Moment von Stahlstäben, welche diese Sätze bestätigen, gestatten leider keine Folgerungen, da bei den Versuchen der magnetisirende Strom plötzlich geöffnet wurde. — [2]) Marianini, Ann. d. Chim. et de Phys. [3] 16, 436, 448, 1846.

wirkung von Kräften gebraucht. Ewing hat für die ersteren Erscheinungen den Namen Hysteresis vorgeschlagen.

Schon Righi[1]) hatte beobachtet, dass das temporäre Moment eines Stahlstabes durch einen Strom von gegebener Intensität grösser ist, wenn man vorher einen stärkeren und dann allmählich abgeschwächten Strom wirken lässt, als bei directer Wirkung des letzteren schwächeren Stromes[2]). 593

Dieser Beobachtung entspricht die kurz darauf folgende von Warburg[3]), welche er auch theoretisch begründet hat. 594

Magnetisirt man einen Eisendraht durch eine Kraft K, wobei er ein permanentes Moment m erhält, und lässt wiederholt Kräfte auf ihn wirken, welche stetig von 0 bis $K_1 < K$ wachsen und von K_1 bis 0 wieder abnehmen, so ist das einer bestimmten magnetisirenden Kraft entsprechende temporäre Moment m_d bei abnehmenden Kräften grösser als bei aufsteigenden (m_a). Bei Wiederholung des Verfahrens erhält dabei der Draht für $K = 0$ und $K = K_1$ immer wieder dieselben Momente m_0 und $m_0 + m_1$.

---

1) Righi, Mem. di Bologna, 20. Mai 1880; Beibl. 5, 62; siehe auch Ewing, Phil. Trans. Roy. Soc. London 1885, [2] p. 521; 1886, [2] p. 361; Beibl. 11, 105, 365. Die Versuche von Ewing sind zum Theil in den Jahren 1881 bis 1883 in Tokio ausgeführt worden. Der Verfasser hat dabei eine Reihe ihm unbekannt gebliebener, indess bereits lange vorher gefundener Thatsachen ohne die entsprechenden Citate wiederholt publicirt. Dies gilt z. B. von einer Reihe von Versuchen über die Nachwirkung beim Magnetisiren, von den Versuchen von Warburg u. a. über die temporäre Magnetisirung durch auf- und absteigende Kräfte, von mir beobachteten Fehlen der Nachwirkung beim abwechselnden Erwärmen oder Erkalten der Magnete u. s. f.

In seinem Werke: Magnetische Induction, Cambridge 1891, übersetzt von Holborn und Lindeck, werden die verschiedenen Gebiete des Magnetismus in ähnlicher Weise, insbesondere nach der von den englischen Physikern beliebten Darstellungsweise behandelt, wobei, wie der Verfasser selbst sagt, „in vielen Fällen die Arbeiten früherer Beobachter gar nicht oder nur ganz kurz erwähnt werden, weil dieselben Fragen später Gegenstand einer ausführlicheren und abschliessenden Untersuchung waren. Der Verfasser hat die Materien nicht vom Standpunkte des wissenschaftlichen Geschichtsschreibers ins Auge genommen".

Diese durchaus nicht zu rechtfertigende Art der Behandlung widerspricht der wissenschaftlichen Gerechtigkeit. Offenbar wird dadurch der Standpunkt für die richtige Beurtheilung der späteren Leistungen verschoben. Dieselben müssen in einem günstigeren Lichte und origineller erscheinen, als sie, häufig nur Ausführungen älterer Forschungen, in der That sind.

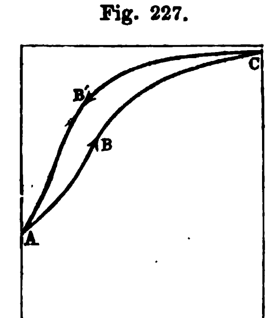
2) Dieselbe Erscheinung ist in anderer Form schon von Fromme (Wied. Ann. 4, 102, 1878; 13, 318, 1881) beobachtet worden, als er einen stark permanent magnetischen Stahlstab durch den continuirlich abnehmenden Strom zweier mit sehr schwacher Salpetersäure geladener Bunsen'scher Elemente temporär magnetisirte.

Wurde, nachdem die Kraft constant geworden, der Stab aus der Magnetisirungsspirale entfernt und wieder eingelegt, so war sein verschwindendes Moment bis zu 27 Proc. kleiner, als vorher, und fiel bei Wiederholung dieses Verfahrens noch ein wenig. Wurde dann der Stab erschüttert, so wuchs das Moment, erreichte aber nicht den früheren Werth.

3) Warburg, Freiburger Berichte 8, 1, 6. Decbr. 1880; Wied. Ann. 13, 141, 1881.

Fig. 227 stellt schematisch dieses Verhalten dar. Die Abscissen bezeichnen die magnetisirenden Kräfte, die Ordinaten die temporären Momente. Die untere Curve $A\,B\,C$ entspricht den Momenten bei aufsteigenden, die obere $A\,B'C$ denen bei absteigenden magnetisirenden Kräften.

Fig. 227.



Dies beweisen die folgenden Resultate von Warburg. m_d und m_a sind die bei derselben magnetisirenden Kraft erhaltenen Momente beim Sinken und Aufsteigen der magnetisirenden Kraft, K/H die durch die Horizontalcomponente H der erdmagnetischen Kraft dividirten magnetisirenden Kräfte. Wir fügen denselben die Werthe $A = \int y\,d\,K\,.\,H$ bei, wo $y = m_d - m_a$ ist. w ist die A entsprechende Wärmemenge. Ueberall sind die Originalzahlen in mm, mg, sec gegeben (siehe den folgenden Paragraphen).

I. Draht (180 mm lang, 7,39 mm dick):

K/H	0	10,5	21,8	31,7	46,4
$10^{-3} m_a$	10,9	23,8	40,3	56,4	79,0
$10^{-3} m_d$	10,9	27,7	45,5	61,2	79,0
$10^{-3} y$	0	3,9	5,2	4,8	0

$A = 151\,.\,10^3 H^2, \quad w = 0{,}146\,.\,10^{-6}.$

II. Draht (429 mm lang, 1,571 mm dick):

K/H	0	11,1	22,0	32,6	47,9
$10^{-3} m_a$	265	276	289	309	339
$10^{-3} m_d$	265	290	314	324	339
$10^{-3} y$	0	14	25	15	0

$A = 611\,.\,10^3 H^2, \quad w = 0{,}592\,.\,10^{-6}.$

III. Draht (429 mm lang, 0,674 mm dick):

K/H	0	33,3	61,1	92,7	128,5	155,3
$10^{-3} m_a$	281	394	538	647	702	718
$10^{-3} m_d$	281	535	647	687	715	718
$10^{-3} y$	0	141	109	40	13	0

$A = 10\,587, \quad w = 10{,}2\,.\,10^{-6}.$

Die Erwärmung w, welche die Drähte I, II und III bei verschiedenen Maximalintensitäten K_1/H der auf- und absteigenden Ströme erfahren würden, ist in Milliontel-Centigraden, wenn die specifische Wärme des Eisens gleich der des Wassers wäre:

I. K_1/H	46,4	84,5	161	II.	45,8	89,3	160	III.	155,3
w	0,146	0,472	1,22		0,310	2,23	6,05		10,2

Die Abhängigkeit von y von dem Werth K/H ist ziemlich complicirt, so dass sie sich nicht durch eine einfache Formel ausdrücken lässt. Auch giebt die gleiche Kraft K/H verschiedene Werthe von y, je

nachdem der Draht vorher stärkeren oder schwächeren Kräften ausgesetzt war. Der Werth A/m_1^2 nimmt für die dicksten Drähte mit wachsendem m_1 ab, für die dünneren Drähte aber zu; die Arbeit ist also nicht dem Quadrat des verschwindenden Magnetismus proportional. Die Arbeit A ist ferner für gleiche Werthe von m_1 z. B. bei verschiedenem Ausglühen, um so grösser, je grösser das permanente Moment m_0 ist, also je grösser die Coercitivkraft des Drahtes ist.

Bei diesen Vorgängen tritt ein Verlust an Arbeit ein, der sich etwa in folgender Weise berechnen lässt: 595

Eine magnetisirende Kraft K wirke der Länge nach auf einen magnetisirbaren Stab. Ein Molecularmagnet desselben, vom Moment m, sei um den Winkel α gegen seine Axe geneigt. Die Kraft K nehme um dK zu, wobei sich der Molecularmagnet um den Winkel $d\alpha$ der Axe weiter zu dreht. Dabei verliert er seine Bewegung. Es wird also eine Arbeit geleistet, welche gleich ist $-m \,.\, dK/d\alpha \,.\, d\alpha$.

Die gesammte Arbeit, wenn die Kraft K von einem kleineren Werth zu einem grösseren zu- und wieder zu ersterem abnimmt, ist also

$$A = -\int^0 m\,dK.$$

Da sich hierbei das frühere Moment des Stabes wieder herstellt, auch sonst keine mechanischen Veränderungen desselben zu bemerken sind, setzt sich diese Arbeit völlig in Wärme um.

Um die in einem Cubikcentimeter Eisen verlorene Arbeit zu berechnen, ist die Summe über alle in demselben enthaltenen Molecularmagnete zu nehmen und so also statt m das Moment des ersteren zu setzen. 596

Die von den Curven ABC und $AB'C$ umschlossene Fläche $ABCB'A$ entspricht dieser Arbeit. Um sie in Wärmeeinheiten umzurechnen, bezw. die Temperaturerhöhung T des Eisens zu bestimmen, ist die Arbeit mit dem mechanischen Wärmeäquivalent $42 \,.\, 10^6$ Erg gleich einer Grammcalorie, der Dichte des Eisens 7,7 und seiner specifischen Wärme 0,11 zu dividiren. Man erhält dann

$$T = \frac{\int m\,dK}{42 \,.\, 10^6 \,.\, 7{,}7 \,.\, 0{,}11} = 2{,}81 \,.\, 10^{-8} \int m\,dK.$$

Diese Versuche sind in ganz ähnlicher Weise wiederholt angestellt worden, namentlich zuerst nach Warburg von Ewing[1]), und dann von Anderen. Wesentlich neue wissenschaftliche Resultate haben sie nicht ergeben, wohl aber technisch wichtige Daten, insbesondere für verschiedene Eisensorten, wo der Arbeitsverlust verschieden ist und als Wärme auftritt. Dies kommt bei Dynamomaschinen u. s. f. ganz wesentlich in Frage. 597

[1]) Ewing, Proc. Roy. Soc. 34, 39, 1882; Beibl. 7, 42 (ohne Erwähnung der Versuche von Warburg).

Bei weichem Eisen ist der Werth $\int m\,dK$ für einen vollständigen Kreisprocess pro Cubikcentimeter etwa 10000 Erg. 4000 Kreisläufe würden die Temperatur des weichen Eisens um 1°C. erhöhen, wobei die Wärmewirkung der Inductionsströme nicht mitberechnet ist.

100 Cyclen in der Secunde würden dem Verlust von 17,6 Pferdekräften entsprechen.

Für andere Eisensorten ist nach Ewing[1]) die bei einem Kreislauf pro Cubikcentimeter verlorene Arbeit in Ergs:

sehr weiches Eisen	9 300
hart gezogener Stahldraht	60 000 bis 70 000
glasharter Stahldraht	76 000
Pianoforte-Stahldraht	116 000 (bezw. 94 000)
derselbe, glashart	117 000
in Oel gehärteter Wolframstahl	216 864 [2])

Dabei ist zu beachten, dass die Arbeitsverluste durch die Nachwirkung nicht unmittelbar mit der aus der vereinten Magnetisirung der Magnetisirungsspirale und des Eisenkernes zusammengesetzten Permeabilität zusammenhängt [3]).

598 Auf Grund der Versuchsresultate von Ewing und einer grossen Zahl eigener Versuche hat Steinmetz[4]) den Energieverlust während eines ganzen Kreisprocesses, bezw. die in Wärme dabei durch Hysteresis verwandelte Energiemenge durch die empirische Formel

$$W = \eta \left(\frac{B_1 - B_2}{n}\right)^{1,6}$$

dargestellt, wo η eine vom Material abhängige Constante, der sogenannte Coëfficient der magnetischen Hysteresis ist. B_1 und B_2 sind die Grenzwerthe der magnetischen Induction $\mathfrak{B} - \mathfrak{H}$, zwischen denen der Kreisprocess verläuft.

599 Solche cyclische Magnetisirungen sind auch von Gerosa[5]) an cylindrischen Röhren von 45,6 cm Länge und 0,156 bis 0,285 cm äusserem Durchmesser und einem Eisendraht von 0,017 mm Dicke, welcher in sie hinein passte, durch eine sie umgebende Magnetisirungsspirale vorgenommen worden. Die Fläche des cyclischen Kreises ist klein; bei Einführung eines Eisenkernes wird sie gross. Kleinere Eisendrahtspiralen (60 cm Länge, 0,148 bis 0,261 Weite in Magnetfeldern von 0 bis 26 Einheiten) geben ähnliche Cyclen, ihr Moment ist viel kleiner als die des einzulegenden Drahtes und bei der ersten Magnetisirung der

---

1) Ewing, Phil. Trans. 1885 [8]. — 2) Letzterer nach J. Hopkinson, Phil. Trans. 1885, 2, 463. — 3) Ewing und Miss Klassen, Proc. Roy. Soc. 54, 75, 1893; Beibl. 18, 594. — 4) C. Steinmetz, Elektrotechn. Ztschr. 12, 1; 13, 519, 531, 545, 563, 575, 587, 590, 1892. Elektrician 26, 261, 1891; Beibl. 15, 374, 375; 16, 299; 17, 355. — 5) Gerosa, Rend. Lincei 7, 151, 1891; Beibl. 16, 85.

Intensität derselben der magnetischen Kraft proportional. Beim ersten Cyclus ist die betreffende Fläche nahezu von zwei fast geraden, am Anfangspunkt etwas convexen Linien begrenzt.

Ist n die Zahl der Spiralwindungen, L die halbe Länge, R der Radius, d der Abstand von der Magnetnadel, sind l und r die Länge und der Radius des Drahtes, i_1, γ und β Constanten, so ergiebt sich die Magnetisirung des Eisendrahtes in der Axe der Magnetisirungsspirale

$$J = \frac{nL\left(\frac{d}{L}+1\right)^5\left(\frac{d}{L}+2\right)\left(1-\frac{d}{\sqrt{R^2+d^2}}\right)}{\frac{l}{L}\left\{2\left(\frac{d}{L}+1\right)^2+\frac{l^2}{L^2}\right\}\left(\frac{R+d}{L}+2\right)}\frac{i_1}{r^2\gamma}\beta$$

und die der Spirale, wenn die Windungen des Drahtes um den Winkel δ gegen die Axe geneigt sind,

$$J_1 = J\left\{1+\frac{l^2}{(d+l)^2}\left(1+{}^1/_2\frac{l^2}{(d+L)^2}\right)\sin^2\delta\right\}\cos^2\delta.$$

Zickzackdrähte geben in den Cyklen ähnliche Curven wie gerade Drähte. Die Fläche der Cyklen vermindert sich in demselben Maasse, als der Winkel der einzelnen Drahtstücke mit der Axe von 0 bis 180° wächst.

600 Ganz analoge Resultate ergeben sich, wenn man die magnetisirenden Kräfte zwischen zwei Grenzen, einer positiven und einer negativen, allmählich auf- und absteigen lässt. Ebenso entstehen solche Cyklen, wenn man in einen grösseren cyklischen Process einen kleineren einfügt, also z. B. die magnetisirenden Kräfte von dem Werth A zu den Werthen B und C allmählich aufsteigen, dann bis zum Werth B sinken und dann erst zu einem Werth $D > C$ steigen und wieder auf A sinken lässt. Zwischen B und C entsteht dann ein kleinerer, in den grossen Kreisprocess zwischen A und D eingeschalteter Kreisprocess [1]).

601 Derartige Cyklen entstehen nicht nur bei der ersten cyklischen Verminderung der magnetisirenden Kraft, sondern bei Wiederholung derselben [2]).

Die Versuche wurden von mir an frisch ausgeglühten, 24 cm langen, 1 cm dicken Stäben von Gussstahl ausgeführt, welche in einer vor einem Magnetometer ostwestlich liegenden Magnetisirungsspirale den wiederholt ganz allmählich auf- und absteigenden Strömen eines Regulirelementes (Bd. I, §. 433) ausgesetzt waren. Die Ablenkungen durch die Spirale allein wurden durch eine Compensationsspirale auf Null reducirt, die Potentialdifferenzen E an ihren Enden an einem Mascart'schen

[1]) Ewing, Magnet. Induction. Chap. IV u. V, 1892; auch deutsch S. 72 u. flgde. — [2]) G. Wiedemann, Wied. Ann. 27, 394, 1886.

Elektrometer abgelesen. So betragen z. B. die temporären Momente M des Eisenstabes bei dem 1., 4., 15. Kreisprocess

1.	E . .	5	13	17	23	17	12,8	9,5	6	0	
	M . .	55,5	61	157	379	323	278	231	177	99	
4.	E . .	5,8	9,9	13	18	25	17,5	13	9	5,8	0
	M . .	159,2	190	236	296	394,2	322	272	229,8	187,5	116,2
15.	E . .	5,8	9	13	17	23	16,5	13	9	5,8	0
	M . .	173	206	249,3	303	380,5	319	281,5	237,6	194,2	126,2 [1])

[1]) Aehnlich nochmals H. Tomlinson, Proc. Roy. Soc. London **47**, 13, 1889; Beibl. **14**, 396.

Mittelst der ballistischen Methode hat H. Tomlinson (Proc. Roy. Soc. London **47**, 13, 1889; Beibl. **14**, 396) folgende Resultate erhalten, die wir gleich hier zusammenstellen.

1. Wird ein Stab von Eisen, Nickel, oder Kobalt einem hinlänglich kleinen magnetischen Kreisprocess unterworfen, so können die Aenderungen der magnetischen Induction y durch die Formel $y = Ax + Bx^2$ ausgedrückt werden, wo x die Aenderung der magnetisirenden Kraft ist, während sie immer in derselben Richtung von ihrem höchsten Werth im einen Sinne bis zu ihrem höchsten Werth im entgegengesetzten Sinne übergeht.

2. Die Constanten A und B bleiben die gleichen für verschieden ausgedehnte Kreisprocesse, wenn die Grenzen nicht zu weit sind, die hierbei je nach der Natur der Metalle, ihrer thermischen oder mechanischen Behandlung wechseln.

3. A misst die magnetische Permeabilität, wenn die magnetisirende Kraft unendlich klein ist. Das Product von B mit dem Cubus der Maximalkraft in dem Kreisprocess misst die Zerstreuung der Energie in Folge der statischen Reibung der Molecüle während derselben.

4. Die innere Reibung von Eisen, Nickel, Kobalt in einem vollständigen Kreisprocess kann durch Wiederholung desselben vermindert werden, die Molecüle accommodiren sich.

5. Die Molecularaccommodation von frisch angelassenem Eisen kann durch wiederholte Temperaturerhöhung auf 100⁰ und Abkühlung befördert werden.

6. Die Accommodation der Molecüle von Eisen, Nickel, Kobalt wird durch schwache Erschütterungen, geringe Temperaturänderungen oder Magnetisirung über gewisse Grenzen hinaus gestört. Dadurch kann die innere Reibung vorübergehend oder dauernd stark geändert werden (schon bekannt, s. w. u.).

7. A und B können bei den drei Metallen durch Dehnung stark vermindert werden, ebenso bei Stahl bei plötzlicher Abkühlung. Keine Dehnung, sei es durch thermische oder mechanische Einwirkung kann aber die magnetische Permeabilität oder die Reibung unter gewisse Grössen hinabdrücken.

8. Für Eisen kann A und B durch Belastung innerhalb gewisser Grenzen vermehrt werden, über welche hinaus A und B abnehmen.

9. Für alle drei Metalle werden A und B durch Temperaturerhöhung von 0 bis 100⁰ vergrössert. Die Vergrösserung ist in frisch angelassenem Eisen grösser, als nach wiederholten Temperaturänderungen.

10. Sowohl bei Torsions- wie Magnetisirungskreisprocessen ist die Zerstreuung der Energie von der Zeitdauer unabhängig.

11. Bei beiden Processen hängt die mittlere Zerstreuung der Energie pro Cubikcentimeter nicht von den Dimensionen ab, vorausgesetzt, dass bei den magnetischen Processen die Stäbe so lang sind, dass die Wirkung der Enden zu vernachlässigen ist.

12. Nach 3. ist die Zerstreuung der Energie in einem magnetischen Kreise proportional den Cuben der grössten magnetisirenden Kraft. In einem Torsionskreise ist sie aber dem Quadrat der grössten tordirenden Kraft innerhalb gewisser Grenzen derselben proportional.

13. In Betreff der Einflüsse, welche die Accommodation fördern oder stören, scheint die Zerstreuung der Energie in einem magnetischen und Torsionskreisprocess völlig analog zu verlaufen. Indess sind die temporären und permanenten Wirkungen von mechanischer Dehnung und die temporären von Temperaturänderungen in beiden Fällen sehr verschieden.

Aus diesen Beobachtungen folgt, dass auch, nachdem ein Eisenstab nach wiederholten temporären Magnetisirungen, sei es auf ein gleiches temporäres Maximalmoment, sei es durch Ströme, welche je bis zu der gleichen Maximalintensität anwachsen, einen constanten Zustand angenommen hat, jedesmal bei absteigenden Kräften das einer bestimmten magnetisirenden Kraft entsprechende temporäre Moment grösser ist, als bei aufsteigenden Kräften.

Also auch hier herrscht eine vollkommene Analogie zu dem mechanischen Verhalten bei der Torsion durch auf- und absteigende tordirende Kräfte.

602 Knott[1]) hat hierbei noch eine transversale Magnetisirung mitwirken lassen.

Ein Eisendraht wurde in eine Glasröhre geschoben, die etwas länger war, als die zugleich als Rückleitung dienende Metallröhre, auf welche die Magnetisirungsspirale gewunden war. Die Drähte wurden unter dem Einfluss des Erdmagnetismus vertical aufgehängt und ausgeglüht. Sie verloren ihre hierbei auftretende Polarität bald bei den cyklischen Processen. Dann wurden sie ohne Drillung in die Glasröhre gebracht und sodann cyklischen Longitudinalmagnetisirungen ausgesetzt.

Die Wirkung eines durch den Draht geleiteten Stromes war nur die Verkleinerung des Umfanges der Intensitätsänderungen bei cyklischen Aenderungen des Magnetfeldes. Die Susceptibilität ist kleiner, je stärker der Strom ist. Ein Polaritätswechsel findet nicht statt.

Wird ein Eisen- oder Nickeldraht schwach gedrillt, so sind die Aenderungen der Polarität unter Einfluss einer longitudinalen Kraft, wenn ein Strom durch den Draht fliesst, von ausserordentlicher Grösse. Man kann hierdurch sonst unmerkbare Drillungen der Drähte nachweisen (s. w. u.).

603 Complicirter gestalten sich die Erscheinungen, wenn man einen Stahl- oder Eisenstab in eine bereits vom Strom durchflossene Magnetisirungsspirale wiederholt einschiebt und herauszieht. Hierbei werden die einzelnen Stellen der Stäbe nach einander verschiedenen magnetisirenden Kräften ausgesetzt, welche von der Mitte der Spirale gegen die Enden hin abnehmen. Der zuerst in die Spirale eingeschobene Theil des Stabes ist also, wenn er symmetrisch zur Spirale liegt, als er durch ihre Mitte hindurchging, einer stärkeren Kraft ausgesetzt gewesen, als in seiner endgültigen Lage, und wird ihr beim Herausziehen nochmals ausgesetzt.

Dadurch kann sich das temporäre Moment und noch mehr das permanente Moment ändern. Letzteres muss grösser erscheinen, als bei dauern-

[1]) Knott, Proc. Roy. Soc. Edinb. **18**, 124, 1891; Beibl. **16**, 88. Frühere Angaben (Phil. Mag. [5] **30**, 244, 1890; Beibl. **14**, 1154) waren Fehlerquellen unterworfen.

dem Verweilen des Stabes in der Spirale. Die Verhältnisse für das permanente Moment sind also denen ähnlich, wie wenn man den untersuchten Stab an einem Magnetstab entlang streicht. In allen Fällen, wo es sich darum handelt, Aenderungen der Magnetisirung mit auf- und absteigenden Kräften quantitativ festzustellen und nicht nur, wie z. B. bei meinen Versuchen, die allgemeinen Beziehungen zu ermitteln, sind diese Bedingungen sorgfältig zu beachten.

604 Das permanente Moment von Stahlnadeln nimmt beim wiederholten Einschieben in eine Magnetisirungsspirale, durch welche ein Strom fliesst, und Herausziehen aus derselben vor dem Oeffnen des Stromes allmählich bis zu einem Maximum zu. Ist n die Ordnungszahl der jeweiligen Magnetisirung, so ergiebt sich nach Bouty[1]) das permanente Moment P entsprechend der Formel

$$P = A - \frac{B}{n},$$

wo A und B Constante sind, die von der magnetisirenden Kraft abhängen[2]). Für $n = \infty$ wird $P = A$. — Bei diesem Verfahren ändert sich nicht nur die Stärke der Magnetisirung, sondern es ändert sich auch, wenn auch in sehr geringem Grade, die Lage der Pole.

Wächst die magnetisirende Kraft, so nähert sich der Werth $A : A - B$, das Verhältniss des Maximalmomentes zum erst erzeugten allmählich der Eins (wie zu erwarten, da bei $I = \infty$ die Nadel sofort das Maximum des permanenten Momentes erhält). Das Verhältniss I_1/I der Intensität I_1, welche gleich bei dem einmaligen Durchgang der Nadel durch die Spirale das Moment A erzeugen würde, zu der Intensiät I, welche es erst nach unendlich vielen Durchgängen erzeugt, ist nach der Curve der Magnetisirungsfunction bei verschiedenen Werthen von I nahezu constant; auch ändert sich dieses Verhältniss bei verschieden dicken Nadeln, deren Durchmesser kleiner als 1 mm ist, nur sehr wenig. (Es ist nahe 1,060 bis 1,065.)

Die Verschiebung der Pole entspricht der Zunahme der Magnetisirung, d. h. die Vertheilung des permanenten Magnetismus ist nach n maligem Durchgang durch die Spirale die gleiche, wie wenn die Nadel durch einmalige Magnetisirung dasselbe Gesammtmoment erhalten hätte[3]).

---

[1]) Bouty, Thèse de Docteur Nr. 360, 1874; Ann. de l'Éc. norm. 4, 9, 1876. — [2]) Wird der Strom 1) nach dem Einschieben geschlossen, und die Nadel dann während der Schliessung entfernt, oder 2) die Nadel während Schliessung des Stromes eingeführt und nach dem Oeffnen herausgezogen, oder 3) der Strom erst nach der Einführung der Nadel geschlossen und vor dem Herausziehen geöffnet, so ist nach Bouty wegen der Wirkung der Inductionsströme das bei dem Verfahren 1) zu erreichende Maximalmoment kleiner als bei 2). Beim dritten Verfahren sind die Resultate unregelmässig (s. im Cap. Induction). — [3]) Nach Fromme (Pogg. Ann. Ergänzungsbd. 7, 360) wächst die Zahl der zum Erreichen der Sättigung mit permanentem Magnetismus erforderlichen Impulse mit wachsendem I nur bis zum Inflexionspunkte, darauf nimmt sie ab. Das Maximum der Impulszahl fällt also zusammen mit den Minimis von P_n/P_m. Wied. Ann. 4, 85 und 86.

Fromme[1]) hat beim Einschieben und Herausziehen von Magnetstäben in und aus Spiralen, während durch dieselben ein Strom floss, ausser den Aenderungen des permanenten Momentes P auch die des temporären Momentes T und die Aenderung des verschwindenden Moments $V = T - P$ beobachtet. Ist n die Ordnungszahl der einzelnen Magnetisirungen, i die Stärke der magnetisirenden Kraft (der Stromintensität), so ergab sich z. B.: 605

I. Ausgeglühter Stahlstab.

$i = 464{,}4 - 462{,}3$.

n	1	2	3	4	10	20	30
T	729,4	713,3	707,5	706,0	705,2	702,5	703,2
P	226	238,0	243,8	247,4	253,5	255,4	256,6
V	503,4	475,3	463,7	458,6	451,7	447,1	446,6

II. Ausgeglühter Stahlstab.

148 mm lang, 2,53 mm dick, $i = 98{,}8$.

n	1	2	6	9
T	163,5	164,5	166,1	166
P	59,0	61,6	64,6	65,8
V	104,5	102,9	101,5	100,2

III. Ausgeglühter Stahlstab.

150 mm lang, 4,9 mm dick.

	$i = 363$				$i = 389$		
n	1	3	10	15	1	2	8
T	587,3	573,3	570,9	568,3	604,8	606,8	608,2
P	222,5	240,6	249,3	250,3	252,3	254,0	257,9
V	364,8	332,7	321,6	318,0	352,5	352,0	350,3

IV. Zwei gleiche Stahlstäbe, ausgeglüht.

a) vorher magnetisirenden Kräften unterworfen, dass er den permanenten Magnetismus 116 hat, b) ganz unmagnetisch; dann beide durch eine gleiche stärkere Kraft magnetisirt.

	a)			b)		
n	1	2	10	1	2	10
T	536,0	528,5	527,5	550,0	538,2	529,8
P	172,0	182,2	192,5	164,0	178,0	192,0
V	364,0	346,3	335,0	386,0	360,2	337,8

Bei wiederholten Magnetisirungen eines noch unmagnetischen Stabes durch dieselbe Kraft kann also eine Zunahme oder eine Abnahme des temporären Magnetismus eintreten. Erstere zeigt sich im Allgemeinen bei schwächeren, letztere bei stärkeren magnetisirenden Kräften [2]) (Tab. I, II). 606

Hat dagegen auf den Stab bereits eine Kraft gewirkt, so zeigt sich bei einer folgenden, nur wenig grösseren, die Zunahme (Tab. III), bei

[1]) Fromme, Wied. Ann. 4, 76, 1878; auch Pogg. Ann. Ergbd. 7, 390, 1877. — [2]) Dies hatte ich schon bei abwechselnden Magnetisirungen und Entmagnetisirungen gezeigt (s. w. u.).

einer viel grösseren die Abnahme des temporären Magnetismus (Tab. IV). Der nach vielen Impulsen erreichte temporäre Magnetismus ist jedoch von den vorhergegangenen Kräften ganz unabhängig, und das Gleiche gilt vom permanenten Magnetismus (Tab. IV).

607 Der permanente Magnetismus wächst bei wiederholten Magnetisirungen durch dieselbe Kraft bis zu einem bestimmten Maximum; die Quotienten der auf einander folgenden permanenten Momente P_1, P_2 u. s. f. nehmen allmählich bis zu Eins ab, um so schneller, je weicher die Stäbe sind. Für von Null an wachsende magnetisirende Kräfte sinken die Quotienten der einzelnen von den auf einander folgenden Magnetisirungen erzeugten Momente durch das durch viele Magnetisirungen zu erreichende Maximalmoment, P_1/P_m, P_2/P_m, P_n/P_m von Eins an auf einen kleineren Werth, welchen sie alle bei der magnetisirenden Kraft (in der folgenden Tabelle bei $i = 7{,}045$) erreichen, und wachsen dann allmählich bis zu Eins. Dividirt man die Werthe P, P_1, P_2 durch die magnetisirende Kraft, so nehmen die Quotienten erst zu, dann ab, wobei das Maximum wieder bei demselben Wendepunkt eintritt, bei dem P_n/P_m ein Minimum ist.

Dies zeigt u. A. folgende Tabelle, bei der freilich dadurch eine kleine Abweichung entsteht, dass der Stab nicht vor jeder magnetisirenden Kraft frisch ausgeglüht, sondern bereits durch vorhergehende kleinere Kräfte magnetisirt angewendet wird.

Ausgeglühter Stahlstab von ellipsoidischer Form. Länge 147,8 mm, Dicke 6,94 mm, Gewicht 33,142 g, specif. Gew. 7,826. Die Angaben in absoluten Maassen.

i	$\frac{P_1}{T \cdot 10^2}$	$\frac{P_2}{T \cdot 10^2}$	$\frac{P}{T \cdot 10^2}$	$\frac{P_1}{i \cdot 10^2}$	$\frac{P_2}{i \cdot 10^2}$	$\frac{P}{i \cdot 10^2}$	$\frac{P_1}{P}$	$\frac{P_2}{P}$
1,660	1 320	1 373	1 416	1486	1546	1595	0,932	0,970
2,567	2 869	3 005	3 170	2089	2189	2309	0,905	0,948
3,531	5 211	5 513	5 915	2757	2917	3132	0,881	0,932
4,960	9 128	9 656	10 533	3484	3685	4027	0,865	0,915
7,045	14 970	15 790	17 505	3972	4190	4646	0,855	0,902
10,08	21 450	22 350	24 210	3977	4143	4488	0,886	0,923
12,80	26 190	26 790	28 620	3825	3913	4181	0,915	0,936
16,85	30 190	30 780	32 045	3350	3410	3556	0,942	0,959
21,02	32 660	33 030	33 776	2906	2939	3005	0,967	0,978
24,56	33 910	34 190	34 256	2581	2602	2607	0,990	0,998
27,27	34 470	34 540	34 540	2364	2368	2368	0,998	1,000

608 Für das verschwindende Moment V gelten ähnliche Bedingungen. Es nimmt mit wachsendem permanenten Moment bei wiederholten Magnetisirungen bis zu einem Minimalwerth V_m ab. Bei wachsender mag-

netisirender Kraft nimmt der Quotient aus V_m und den bei den einzelnen Magnetisirungen erhaltenen Werthen V_m/V_1, V_m/V_2 ... erst von Eins an bis zu einem bei dem Wendepunkt für die Werthe P_1/P_m ... erreichten Minimum ab und dann bis Eins wieder zu.

Bei anderen Versuchen von Fromme wurde nach einmaliger Einwirkung einer grösseren Kraft I eine kleinere i wiederholt n mal verwendet und dabei die Aenderung N des verschwindenden Momentes $T - P = V_n$ beobachtet. 609

Dabei ergab sich z. B. bei drei der Reihe nach kleineren I 1. an einem Eisenstab:

n	I_1			$> I_2$			$> I_3$	
	V_n	N		V_n	N		V_n	N
1.	409,0		1.	404,6		1.	401,4	
2.	402,7	6,3	2.	400,3	4,3	2.	399,4	2,0
5.	397,0	5,7	5.	396,6	3,7	5.	396,8	2,6
8.	395,4	1,6	8.	395,1	1,5	8.	396,1	0,7
		Σ 13,6			Σ 9,5			Σ 5,3

2. An einem Stahlstab. I ist constant, i ändert sich; die Momente V_1 und V_n nach einmaliger und häufiger Wirkung der letzteren kleineren Kraft.

i	461	358	216	130
V_1	484,9	357,0	165,7	87,3
V_n	476,5	340,9	162,0	83,8
N	8,4	16,1	3,7	3,5

Hat also eine grössere Kraft magnetisirend gewirkt und folgt darauf eine kleinere in demselben Sinne, so nimmt das verschwindende Moment bis zu einem kleineren Werthe ab, obgleich das permanente Moment nicht geändert wird. Je geringer die erste grössere Kraft ist, desto geringer ist bei wiederholten Wirkungen der kleineren Kraft diese Abnahme, so dass in allen Fällen nach wiederholten Magnetisirungen durch letztere derselbe Werth von V_m erreicht wird. Bleibt die grössere Kraft unverändert, wird aber die kleinere von der Grösse der ersteren an bis auf Null vermindert, so nimmt obige Abnahme erst von Null zu bis zu einem Maximum und nimmt dann wieder ab bis zu Null.

Wird ein Stab, der ein permanentes Moment P besitzt, in demselben Sinne durch eine Kraft i magnetisirt, welche für sich nur ein kleineres permanentes Moment p erzeugen könnte, so ist der durch i erzeugte verschwindende Magnetismus gesteigert, wenn $P - p$ klein ist, er ist vermindert, wenn $P - p$ gross ist. 610

So war z. B. nach Fromme bei einem weichen Eisenstab, wenn i in allen Fällen nur zwischen 84,53 — 84,97 schwankte:

P	67	84	108	134	147
V_1	291,6	296,4	305,2	298,9	293,0
V_n	282,6	290,2	295,0	285,0	277,4
Diff.	9,0	6,2	10,2	13,9	15,6

und ebenso bei verschiedenen Werthen von P für je dasselbe i:

P	V	V	V	V	V
22	37,0	—	—	—	—
123	34,3	105,0	—	—	—
180	33,8	129,4	249,5	—	—
213	32,3	136,5	315,3	434,0	—
243	27,8	118,5	339,5	465,5	567,7
260	27,2	112,7	334,8	472,7	573,5
232	—	111,2	332,0	470,7	577,7
$i =$	31	72	129	214	357

Nach diesen Versuchen kann bei derselben Intensität i des magnetisirenden Stromes und wachsendem permanenten Magnetismus P des Stabes der durch i erzeugte verschwindende Magnetismus erst wachsen, dann abnehmen.

Der verschwindende Magnetismus V_n, welcher bei n maliger Einwirkung einer kleineren magnetisirenden Kraft i in einem durch eine grössere Kraft I auf den permanenten Magnetismus P gebrachten Magnet erzeugt wird, ist also von der Grösse des letzteren durchaus nicht unabhängig [1]).

611 Wirkt auf einen in einer Magnetisirungsspirale liegenden Stab von Eisen oder Stahl oder ein Drahtbündel wiederholt eine ganz allmählich durch Aus- und Einschaltung von Widerständen gesteigerte und verminderte Kraft J, so kann das zurückbleibende permanente Moment nicht nur durch grössere, sondern auch durch kleinere gleichgerichtete magnetisirende Kräfte je nach den Bedingungen gesteigert und vermindert werden. Bei den folgenden Versuchen wirkte vor jeder kleineren Kraft die grössere wiederholt auf den Kern. Wurde z. B. von Fromme das permanente Moment jedesmal auf den Werth $P = 802$ (gemessen in Scalentheilen bei der Ablenkung des Spiegelmagnetometers) gebracht und wirkten danach kleinere Kräfte W, so änderte sich dasselbe um δP.

[1]) Entgegen den Versuchen von Jamin (Compt. rend. 77, 1388, 1873), wonach der von einem Strome i hervorgerufene (verschwindende) Magnetismus von der Grösse des vorhandenen permanenten Magnetismus unabhängig sein sollte.

W	5	10	15	20	25	30	40	50	60
δP	+ 8,5	+ 11,0	+ 12,2	+ 12,8	+ 12,1	+ 10,9	+ 6,2	+ 1,5	— 1,5
W	80	100	130	160	200	250	300	400	550
δP	— 3,5	— 4,5	— 5,3	— 4,8	— 4,2	— 3,5	— 3,5	— 2,7	— 2,1

Nur eine Kraft ($W = 55$) änderte hiernach das permanente Moment nicht, grössere Kräfte vermehrten, kleinere verminderten es.

Das Maximum der Zunahme erzeugt eine etwa $^1/_3$ der maximalen, das Maximum der Abnahme eine Kraft, welche etwa $^1/_{20}$ derselben ist.

Kleinere Kräfte als J erweisen sich also als wirksam, wenn grössere unwirksam sind, d. h. wenn bei J die Sättigung mit permanentem Magnetismus bereits eingetreten war. Dann vermag also eine kleinere Kraft, welche in der einfach aufsteigenden Reihe magnetisirender Kräfte vielleicht unvermögend war, P bis auf seinen Sättigungswerth zu bringen, diesen Werth noch zu erhöhen [1]).

[1]) Gefällige Originalmittheilung von Herrn Fromme nach Wied. Ann. **43**, 181, 256, 1891.

So oft man auch die kleinere Kraft i einwirken lassen mag, immer befolgt die Aenderung des P durch sie das nämliche Gesetz. Doch wird das Gebiet der positiven Aenderungen, je öfter i schon eingewirkt hat, desto kleiner, das der negativen desto grösser. Die neutrale Kraft rückt also nach immer grösseren Werthen, wie die folgenden Beobachtungen zeigen, welche die Fortsetzung der vorhin angeführten bilden. $\delta_2 P$ bedeutet die Aenderung des P durch eine zweite, $\delta_{3+4} P$ diejenige durch eine dritte und vierte Anwendung der Kraft.

W	5	10	15	20	25	30	40	50	60
$\delta_2 P$	+ 1,3	+ 2,1	+ 2,1	+ 1,5	+ 1,3	+ 0,7	— 1,3	— 2,9	— 3,7
$\delta_{3+4} P$	+ 0,8	+ 0,7	+ 0,5	± 0	— 0,3	— 1,1	— 2,8	— 4,0	— 4,1
$\delta_{1+2+3+4} P$.	+ 10,6	+ 13,8	+ 14,8	+ 13,8	+ 13,1	+ 11,3	+ 2,1	— 5,4	— 9,3
W	80	100	130	160	200	250	300	400	550
$\delta_2 P$	— 3,8	— 3,7	— 3,5	— 2,5	— 2,5	— 2,0	— 1,8	— 1,2	— 0,8
$\delta_{3+4} P$	— 4,1	— 4,0	— 3,3	— 3,0	— 2,5	— 2,1	— 1,4	— 1,0	— 1,0
$\delta_{1+2+3+4} P$.	— 11,4	— 12,2	— 12,1	— 10,3	— 9,2	— 7,6	— 6,7	— 4,9	— 3,9

Bei wiederholter Wirkung einer kleinen Kraft p ändert sich aber ausser dem permanenten Moment auch das verschwindende V (Fromme, Wied. Ann. **4**, 76, 1878); dieses stets im Sinne einer Abnahme. So lange sich nun i nicht allzu weit von J entfernt, ist die Aenderung von P klein gegenüber der von V. Erst dann, wenn eine Abnahme von P durch Wirkung der kleineren Kraft eintritt, nähert sich die Abnahme von P derjenigen von V, erreicht sie

612 Wirkt auf einen permanent magnetisirten Magnetstab eine der ursprünglichen magnetisirenden Kraft entgegen wirkende Kraft, wird z. B.

---

und wird endlich erheblich grösser als diese. Die kleinsten Kräfte verursachen allein eine Abnahme von P, während V constant bleibt.

Je nachdem eine kleinere Kraft i direct auf J folgt oder erst nach Einschaltung einer anderen kleineren Kraft i', übt sie eine verschiedene Wirkung auf P aus. Diese ist selbst dann eine andere, wenn i' die neutrale Kraft war, die Grösse von P also ganz ungeändert geblieben war. Dann ist nämlich die Aenderung von P überall kleiner als ohne Einschaltung von i'.

Man kann das permanente Moment einen Kreisprocess beschreiben lassen, indem man, von der grössten Kraft J ausgehend, allmählich immer kleinere Kräfte i anwendet und ebenso allmählich wieder bis J aufsteigt. In der absteigenden Reihe der Kräfte nimmt dann P zuerst zu, dann ab und bleibt endlich constant, bei wieder aufsteigenden Kräften behält es zunächst den constanten Werth bei, um dann dem Anfangswerthe wieder zuzustreben, den es mit $i = J$ erreicht. Bei zunehmender Kraft ist P stets kleiner, als bei abnehmender.

Erschütterungen des Eisenkörpers üben theils keinen Einfluss auf die Aenderung des P durch kleinere Kräfte aus, theils lässt sich derselbe erklären, ohne dass es der Bildung neuer Hypothesen über den magnetisirten Zustand bedarf. So erzeugt eine kleinere Kraft p, welche, unmittelbar nach J wirkend, eine Abnahme von P hervorbringt, eine Zunahme, wenn vorhergehende Erschütterungen schon eine kleine Abnahme bewirkt hatten.

Erst bei wiederholter Anwendung der Kraft i tritt ihre specifische Wirkung als Abnahme von P zu Tage. Die Abnahme eines permanenten Moments durch blossen Einfluss der Zeit wird durch vorhergegangene Wirkung kleinerer Kräfte nicht beeinflusst.

Dahingegen ist der Verlust, welchen eine J entgegenwirkende (conträre) Kraft dem P zufügt, nach Zwischenschaltung der neutralen Kraft kleiner geworden. Ebenso wird dadurch das ganze inducirte Moment kleiner, während das verschwindende Moment nur eine geringe Aenderung erfährt. Lässt man statt der neutralen irgend eine beliebige kleine Kraft p, welche P in $P \pm \delta P$ ändert, vor der conträren wirken, so bringt diese auch jetzt eine geringere Abnahme des permanenten Momentes hervor.

Wenn man beim Ausschalten der Kraft P den Schliessungswiderstand nicht bis $W = \infty$ vermehrt, sondern, nachdem J bis i abgenommen hat, durch Wegnahme von Widerstand nochmals bis zu einer Kraft i_1 aufsteigt, um dann erst durch continuirliche Einschaltung von Widerstand die Kraft Null zu erreichen, so gelangt man nicht auf das J zugehörige P, sondern auf ein grösseres, vorausgesetzt, dass i der Null nicht zu nahe liegt. Im anderen Falle ändert sich P nach dem gleichen Gesetz mit der Grösse von i_1, wie wenn $i = 0$ wäre. Doch sind die negativen Aenderungen etwas kleiner und die positiven grösser. Aber das ganze von i inducirte Moment ändert sich um dieselben Beträge, wie das permanente Moment für $i = 0$, d. h. es verhält sich gerade so, als ob das verschwindende Moment von i mit zum permanenten gehörte.

Diese Wirkung kleinerer magnetisirender Kräfte nach einer grösseren lässt sich nach Fromme auf bekannte Erscheinungen nicht zurückführen. Die kleinere Kraft wird wirksam allein dadurch, dass vor ihr ein grösseres temporäres Moment inducirt war; das permanente Moment, welches durch sie geändert wird, kann der Grösse nach das gleiche sein, wie sie es (in der aufsteigenden Reihe magnetisirender Kräfte) früher selbst erzeugte. Somit muss die grössere Kraft, wenn nicht ein grösseres, so doch ein im Zustand verschiedenes P, d. h. eine neue Gruppirung der Molecularmagnete, hervorgebracht haben. Dadurch wird nun die kleinere Kraft zur Wirkung befähigt, sie sucht die Molecularmagnete wieder zu anderen Gruppen zu vereinigen, und diese Neugruppirung hat dann im Allgemeinen auch eine Aenderung in der Grösse von P zur Folge. Dass mit einer anderen Gruppirung dann auch eine Aenderung des verschwindenden Momentes Hand in Hand geht, wenn man die kleinere Kraft wiederholt wirken lässt (magnetische Nachwirkung), ist leicht zu verstehen.

der Magnet in eine vom Strom durchflossene Drahtspirale in entgegengesetzter Richtung eingeschoben, als bei der Magnetisirung, so ergeben sich bereits aus meinen §. 565 u. f. erwähnten Versuchen die folgenden Sätze [1]):

1. Wird einem magnetisirten Stabe durch entmagnetisirende Ströme der permanente Magnetismus entzogen, so kann bei einer gewissen Stromstärke der temporäre Magnetismus des Stabes umgekehrt erscheinen gegen den früheren permanenten Magnetismus des Stabes, während nach Oeffnen des Stromes der permanente Magnetismus, wenn auch schwächer, so doch noch in der früheren Polarität hervortritt. Erst bei stärkeren Strömen wird der letztere völlig vernichtet und erscheint dann auch bei Aufhebung der Ströme umgekehrt.

Der permanente Magnetismus der Stäbe nimmt hierbei schneller ab, als die Intensitäten der entmagnetisirenden Ströme zunehmen. Zur vollständigen Vernichtung des permanenten Magnetismus ist ein schwächerer Strom erforderlich, als zur Erzeugung desselben. Bei weiterem Zunehmen der entmagnetisirenden Ströme nähern sich die dem Stabe, jetzt in entgegengesetztem Sinne wie früher, ertheilten permanenten Magnetismen einem Maximum.

613 2. Hat man durch Einwirkung eines Stromes einen durch Ausglühen unmagnetisch gemachten Stab magnetisirt und ihn sodann durch einen Gegenstrom entmagnetisirt, so vermag, abgesehen von den kleinen Aenderungen, wie sie stets bei wiederholten Magnetisirungen beobachtet werden, weder dieser Gegenstrom, noch einmal angewandt, noch ein schwächerer Strom in gleichem Sinne wie derselbe, dem Stab permanenten Magnetismus in einer, der ursprünglichen Magnetisirung entgegengesetzten Richtung zu ertheilen. Wohl aber magnetisiren Ströme von gleicher Intensität wie die Gegenströme, aber in der Richtung des ursprünglich magnetisirenden Stromes angewandt, den Stab schwächer oder stärker. Es ist demnach für die Untersuchung der Einwirkung galvanischer Ströme auf einen unmagnetischen Stahlstab durchaus nicht gleichgültig, ob der Stab durch Ausglühen völlig entmagnetisirt worden ist, oder ob man ihn nur durch die Einwirkung nach einander folgender, entgegengesetzt gerichteter Ströme scheinbar unmagnetisch gemacht hat [2]).

---

[1]) Nach Jamin (l. c.) sollte die durch einen Strom $-i$ erzeugte Verringerung des permanenten Magnetismus P eines Stabes von der Grösse des letzteren unabhängig und dem absoluten Werth nach doppelt so gross sein, als der durch den Strom $+i$ in einem neutralen Stab hervorgerufene permanente Magnetismus; indess bewährt sich dieser Satz bei genauer Untersuchung nicht. Siehe Chwolson, Pogg. Ann. Ergänzungsbd. 7, 535, 1876.

[2]) Nach den Versuchen von Külp mittelst Ablenkung einer Magnetnadel sollen die abwechselnd gerichteten permanenten Magnetisirungen bei gleichen entgegengesetzten magnetisirenden Kräften gleich und entgegengesetzt, die temporären verschieden sein. Die permanenten Magnetismen sollen hierbei durch die Curven $P = \gamma \sin \alpha$ dargestellt werden, wo $tg\,\alpha = 2x/(x_w - x)$ ist, x die jeweilige magnetisirende Kraft, x_w die Kraft ist, bei der der perma-

Aehnliche Beobachtungen, wie die erwähnten, sind schon früher von Ritchie und Jacobi[1]) gemacht worden. So fand Ritchie, und Jacobi bestätigte die Beobachtung, dass ein gehärteter Stahlhufeisenmagnet durch Streichen schwer entgegengesetzt magnetisirt wird, während ein einziger Strich genügt, um ihm nach der Entmagnetisirung die frühere Polarität wiederzugeben.

Auch Abria[2]) hat schon nachgewiesen, dass zum Entmagnetisiren einer magnetisirten Stahlnadel ein schwächerer Strom erforderlich ist, als zum Magnetisiren.

Ferner hat Marianini[3]) Eisen- und Stahlstäbe durch galvanische Ströme magnetisirt, welche durch eine sie umgebende Spirale geleitet wurden, und sie nachher durch einen entgegengesetzten Strom entmagnetisirt; ebenso hat er durch Streichen nach der einen oder anderen Richtung dasselbe Resultat erzielt. Auch er fand dabei den oben ausgesprochenen Satz[4]).

614 Mittelst der Reibungselektricität hat Marianini analoge Versuche angestellt.

Zuerst wurde durch wiederholte Entladungen einer Elektricitätsmenge + 10 der Magnetismus eines in einer Spirale liegenden Eisendrahtes von + 7 auf + 31 gesteigert. Wurde er dann durch entgegengesetzte Entladungen auf 0 reducirt und wieder einer Entladung + 10 ausgesetzt, so stieg sein Magnetismus sofort auf + 15.

Wurde er aber durch die Entladung — 10 zuerst auf — 7, dann durch positive Entladungen auf + 35, dann durch negative Entladungen auf 0 gebracht, so gab die negative Entladung — 10 ihm nur die Magnetisirung — 3. Er verhielt sich also nach den entgegengesetzten Seiten verschieden. — Bei diesen Magnetisirungen durch elektrische Entladungen treten die störenden Wirkungen der Oscillationen auf.

Marianini giebt an, dass die Vernichtung des Magnetismus hier-

---

nente Magnetismus eben sein Maximum erreicht. Der negative temporäre Magnetismus y nach vorhergehender positiver Magnetisirung soll etwas schneller als die magnetisirenden Kräfte x wachsen, dann einen Wendepunkt haben und schneller einem Maximum zustreben, als der positive Magnetismus. Es soll sein $y = const\,(1 - \cos\gamma)$, wo $tg\gamma = const_1 z$ und $z = x/(x_\varrho - x)$ und x_ϱ die Kraft ist, bei der y zuerst sein Maximum erreicht. Diese Gesetze sollen auch für hohle Eisenrohre u. s. f. gelten. Exner's Rep. **24**, 1, 408, 1888; **25**, 485, 1889; Beibl. **12**, 306; **13**, 34, 964.

[1]) Ritchie, Phil. Mag. [3] **3**, 124, 1833; Pogg. Ann. **29**, 467. Jacobi, Pogg. Ann. **31**, 367, 1834. — [2]) Abria, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **1**, 429 1844. Die anderen Resultate desselben Physikers, nach denen der permanente Magnetismus der durch eine vom Strom durchflossene Spirale magnetisirten Stahlnadeln mit wachsender Länge oder abnehmender Dicke derselben erst der ersten Potenz, dann dem Quadrat der Intensität des Stromes, also immer schneller zunimmt, konnten keine einfachen Beziehungen ergeben. — [3]) Marianini, Raccolta **1**, 1; Ann. de Chim. et de Phys. **16**, 436 und 448, 1846. — [4]) Derselbe Satz ist noch wiederholt von Jamin, Compt. rend. **75**, 1796, 1872 und Rowland, Phil. Mag. **48**, 321, 1874 publicirt worden.

bei auch durch einen galvanischen Strom oder einen Magneten geschehen kann.

3. Bei einer anderen Reihe meiner Versuche wurde ein durch Ausglühen entmagnetisirter Stab durch einen Strom von einer bestimmten Intensität i magnetisirt und sodann durch einen Gegenstrom nur zum Theil entmagnetisirt. Wollte man dem auf diese Weise geschwächten Magnetstab sein früheres permanentes Moment wiedergeben, so war dazu ein Strom von der gleichen Intensität i wie vorher erforderlich. **615**

4. In einem anderen Falle wurde ein durch Ausglühen völlig entmagnetisirter Stab auf ein permanentes Moment A gebracht und durch einen Gegenstrom von der Intensität i_b auf das permanente Moment B reducirt. Durch einen dem ersten Strom gleichgerichteten, aber schwächeren Strom erhielt sodann der Stab das permanente Moment C. Um ihn nun von der Magnetisirung C auf eine Magnetisirung B zu bringen, war wieder ein Gegenstrom von der Intensität i_b erforderlich. Hierbei konnte selbstverständlich B positiv, Null oder negativ sein.

Die ad 1 bis 4 erwähnten Resultate gelten indess nur insofern, als man die durch wiederholte Einwirkungen derselben magnetisirenden Kraft bedingten Veränderungen des magnetischen Momentes vernachlässigt. Eigentlich sollten dabei die Körper jedesmal so oft der Kraft ausgesetzt werden, bis sie einen constanten Zustand angenommen haben [1]).

Ferner folgt aus meinen Versuchen: **616**

Bei wiederholten Magnetisirungen und Entmagnetisirungen durch Ströme von der gleichen Intensität werden anfangs die durch dieselbe magnetisirende Kraft erhaltenen permanenten Momente etwas grösser, als vorher; sie wachsen anfangs immer noch schneller, als die magnetisirenden Ströme, aber weniger schnell, als zuerst. Dabei tritt der Wendepunkt, von dem an die Magnetismen langsamer zunehmen, schon bei einer schwächeren Intensität als vorher ein. Endlich wird die durch den stärksten angewandten Strom erreichbare Magnetisirung allmählich ein wenig kleiner. Beim Entmagnetisiren fallen gleichfalls die Magnetismen etwas langsamer ab, als vorher. Der bei dem ersten Male zum Entmagnetisiren genügende Gegenstrom lässt dabei dem Stabe ein bei Wiederholung der Operation immer grösser werdendes Residuum. Erst nach mehrfacher Hin- und Hermagnetisirung eines Stabes erlangt er einen constanten Zustand, wo er sich bei ferneren Magnetisirungen stets gleich verhält.

Indem bei wiederholter Anwendung der entgegengesetzten Ströme von gegebener Intensität I und $-I^1$ das Maximum der Magnetisirung allmählich auf eine bestimmte Grösse sinkt, das Minimum

[1]) Vergl. auch die Versuche von Fromme, Pogg. Ann. **155**, 305, 1875, Ergänzungsbd. **7**, 390, 1876 u. l. c.

aber um ein Bestimmtes steigt, sind die durch die angewandten Ströme erreichbaren Magnetisirungen in engere Grenzen eingeschlossen, als vorher.

Ueber die Grenzen dieser Magnetisirungen hinaus durch noch stärkere Ströme magnetisirt, verhält sich der Stab wieder ähnlich, wie bei seiner ersten Magnetisirung. Die Magnetismen steigen anfangs schneller an, als die Intensitäten der Ströme, und nähern sich erst bei noch stärkeren Strömen dem Maximum [1]).

617 Sind die auf einen permanent magnetisirten Magnetstab wirkenden temporär magnetisirenden Kräfte klein, wie z. B. die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus, so sind im Allgemeinen die temporären Veränderungen des Momentes bei Vermehrung und Verminderung derselben durch gleiche Kräfte einander gleich. So hat F. Kohlrausch [2]) entweder einen in einer Spirale liegenden permanenten Magnet mit derselben aus der Ostwestlage in die Nordsüdlage im einen oder anderen Sinne übergeführt und die Inductionsströme in der Spirale gemessen, oder auch auf den in der Inductionsspirale liegenden Magnet einen durch eine besondere Windungslage in dem einen oden anderen Sinne geleiteten Strom wirken lassen, wobei die Induction durch letzteren Strom durch eine zweite Doppelspirale compensirt wurde. Der oben ausgesprochene Satz bestätigte sich.

618 Um die Grenzen zu bestimmen, innerhalb deren dieser Satz gilt, umgab Sack [3]) einen Stahlmagnet mit einer doppelten Windungslage. Der die innere durchfliessende constante Strom wurde abwechselnd schnell geschlossen und geöffnet und die Stärke des Inductionsstromes in der zweiten Windungslage an einem zweiten Spiegelgalvanometer abgelesen. Durch Commutation der Verbindungen wurden die Fehlerquellen eliminirt und zwei Beobachtungsreihen angestellt, bei denen der Schliessungsstrom das Moment des Stahlmagnetes schwächte oder verstärkte. Durch Herausziehen eines kleinen cylindrischen Stahlstabes von bekanntem Moment aus der Spirale wurden die Ausschläge an der Galvanometerscala auf die Grösse

---

[1]) Weniger deutlich, als bei den vorliegenden Versuchen, zeigen sich diese Verhältnisse bei einigen Versuchen von Joule (Phil. Trans. 1856, 1, 287), bei denen er namentlich den „magnetic set", d. h. die Aenderung des permanenten Magnetismus eines durch einen Strom magnetisirten Stabes bei Umkehrung der Stromrichtung untersuchte. Die Magnetismen der vertical gestellten Stäbe wurden durch Ablenkung einer ihrem Ende genäherten Magnetnadel bestimmt. Bei Stahlstäben sollte der „magnetic set" zuerst nahezu proportional dem Quadrate der Stromintensität, dann schneller als die dritte Potenz, dann wieder langsamer bis zur Sättigung wachsen. Bei zwei halbcylinderförmigen Magneten, bei denen die Anziehung ein Maass für die Magnetisirung gab, sollte die Aenderung des „set" bei Umkehrung des Stromes dem Quadrate der Stromintensität nahezu proportional sein.

[2]) F. Kohlrausch, Wied. Ann. 22, 411, 1884. Lamont (Erdmagnetismus 149, 1849) hatte das Verhältniss der Schwächung zur Verstärkung wie 4 : 1 gefunden. — [3]) H. Sack, Wied. Ann. 29, 53, 1886.

des vertheilten Momentes umgerechnet. — An zwei parallelepipedischen Stäben von den Dimensionen 18 × 1,71 × 0,61 und 17,88 × 1,50 × 0,50 cm und zwei cylindrischen von 17,9 cm Länge und 1,09 cm Durchmesser, bezw. 20,01 cm Länge und 1,52 cm Durchmesser waren die Momente etwa 3100 bis 3300; in Feldern von der Stärke der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus (0,2) und darüber hinaus bis etwa 1,2 ist die Verstärkungs- und Abschwächungsconstante gleich, bei stärkeren Feldern übertrifft die erste Abschwächungsconstante die folgenden, erst um wenig, dann in einem Magnetfelde von 3 bis 4 bis zu 6 Proc. Beim Stromschluss wird die erste Verstärkungsconstante grösser, wie die folgenden, erreicht indess meist nicht die Grösse der Abschwächung durch den Schliessungsstrom. Dabei änderten erst Kräfte vom 20 fachen des Erdmagnetismus das permanente Moment des Stabes.

Auch Dorn [1]) hat diese Verhältnisse bestätigt. Cylindrische Magnetstäbe von 209 bis 250 mm Länge und 20 und 15,7 mm Durchmesser, sowie hohle Stahlstäbe von 160,9 bezw. 209,97 mm Länge und 12,05 und 15,8, sowie 8,83 und 17,65 mm innerem und äusserem Durchmesser wurden zuerst in eine ostwestlich liegende, mit einen Galvanometer verbundene Spirale gebracht und der eventuell erscheinende Inductionsstrom beim Umlegen der Spirale in die entgegengesetzte Lage beobachtet. Dann wurde die Spirale vertical gestellt, der Magnet eingeschoben und mit dem Nordpol nach unten aus der Spirale herausgezogen. Das Resultat bestätigte obigen Satz.

Eine Aenderung der Momente mit der Zeit konnte Dorn nicht mit Sicherheit beobachten.

Einige Sätze, welche unmittelbar aus den früheren folgen, hat Auerbach [2]) aufgestellt: **619**

Wird ein Stab durch eine Kraft I magnetisirt und folgt darauf eine Kraft I_1, so ist der temporäre Magnetismus unabhängig von I, wenn $I < I_1$ ist, er wächst mit I, wenn $I > I_1$ war (s. meinen Satz §. 613).

Geht einer magnetisirenden Kraft I_n, welche unmittelbar das temporäre Moment m_0 erzeugen würde, eine Reihe von Kräften $I \dots I_p$ voran, so wird das Moment ein anderes $m_0 + \delta$, für welches je die grösste vor der Kraft I_n vorhergehende Kraft maassgebend ist. Liegen zwei Kräfte, I_1 und I_2, welche der Kraft I vorangehen, nach entgegengesetzten Richtungen, so ist die zweite I_2 nur dann allein maassgebend für die Anwendung des direct durch I zu erzeugenden Momentes m, wenn $I_2 - I$ grösser ist, als $I_1 - I$; in anderen Fällen bestimmen beide das Moment (vergl. meinen Satz §. 613.)

---

[1]) Dorn, Wied. Ann. 35, 275, 1888. Aehnliche Versuche auch von Lord Rayleigh, Phil. Mag. [5] 23, 225, 1887; Beibl. 11, 363. — [2]) Auerbach, Wied. Ann 14, 308, 1881. In Betreff der weiteren Ausführungen verweisen wir auf die Originalabhandlung.

Alle diese Verhältnisse werden durch die Aenderung der Beweglichkeit der Moleciile durch die Magnetisirungen beeinflusst (s. w. u.).

620 Wird ein Stahlstab bis zum Verschwinden seines Magnetismus entmagnetisirt, so ist in der von v. Waltenhofen (§. 562) für die Magnetisirung durch aufsteigende Ströme aufgestellten Formel $m = k \, . \, i^{4/3} g^{3/4}$, oder wenn g constant ist, $m = k_1 i^{4/3}$, die Magnetisirungsconstante k_1 um so mehr geändert, je stärker der vorher vernichtete Magnetismus war; sie wird kleiner, wenn man die ursprüngliche Polarität umkehren will, grösser, wenn sie wieder hergestellt wird [1]).

So war z. B., wenn derselbe Stab nach einander die Momente m erhalten hatte, dann entmagnetisirt war und nun entweder durch denselben Strom i in entgegengesetzter (I) oder in gleicher Richtung (II) magnetisirt wurde:

i	I		II	
	m	k_1	m	k_1
2	0,457	0,181	0,503	0,200
4	0,915	0,144	1,372	0,216
6	1,464	0,134	2,196	0,201
8	2,196	0,137	3,527	0,220
10	2,746	0,128	4,677	0,217
15	4,217	0,114	7,086	0,192

Im zweiten Falle ist also k_1 ziemlich constant, im ersten wird k_1 bei wachsender erster Magnetisirung immer kleiner.

621 Nach Bouty [2]) lässt sich das temporäre Moment, welches ein zur Sättigung permanent magnetisirter Stab bei Einwirkung einer neuen magnetisirenden Kraft annimmt, durch eine Formel aus zwei Gliedern darstellen, deren jedes die Gestalt der Green'schen Formel (§. 470) hat:

$$y = \alpha_1 \left(l - \frac{2}{\beta_1} \frac{e^{\frac{\beta_1 l}{2}} - e^{\frac{-\beta_1 l}{2}}}{e^{\frac{\beta_1 l}{2}} + e^{\frac{-\beta_1 l}{2}}} \right) + (A_2 - \alpha_2) \left(l - \frac{2}{\beta_2} \frac{e^{\frac{\beta_2 l}{2}} - e^{\frac{-\beta_2 l}{2}}}{e^{\frac{\beta_2 l}{2}} + e^{\frac{-\beta_2 l}{2}}} \right).$$

Die Werthe β_1 und β_2 entsprechen der temporären und der permanenten Magnetisirung bis zur Sättigung; der Werth α_1 ist der Werth der Constanten A in der Formel von Biot (§. 476) für das temporäre Moment, welches der Stab bei der ersten Magnetisirung durch die an-

[1]) v. Waltenhofen, Pogg. Ann. **121**, 452, 1894; Wien Ber. [2] **48**, 518. — [2]) Bouty, Ann. de l'école normale [2] **5**, 150, 1876; auch Compt. rend. **82**, 1050, 1876; Journ. de Phys. **5**, 346, 1876.

gewendete magnetisirende Kraft F annimmt, der Werth $A_2 - \alpha_2$ die Differenz der entsprechenden Werthe für das permanente Moment bei der Sättigung und das durch die Kraft F erzeugte permanente Moment. Wirkt ein entmagnetisirender Strom auf einen gesättigten Stab, so wird das erste Glied negativ.

622 Lässt man nach Gaugain auf einen Stahlstab nach einander abwechselnd in entgegengesetzter Richtung immer schwächere magnetisirende Kräfte wirken, so kann man ihn bei geeigneter Wahl derselben zuletzt so weit entmagnetisiren, dass er sich gegen neue magnetisirende Kräfte nach beiden Richtungen wieder fast gleich verhält [1]). Bei neuer Magnetisirung des Stabes tritt das schnellere Ansteigen im Anfange und der Wendepunkt weniger hervor [2]).

Zweckmässig wendet man hierbei nach Auerbach [2]) abwechselnd gerichtete Ströme an, deren Intensität sich durch die Formeln $-I, +(I-\varepsilon), -(I-2\varepsilon), +(I-3\varepsilon), \cdots \pm (I-n\varepsilon)$ u. s. f. darstellen lassen, wo die letzte Kraft gleich Null ist. Je kleiner ε ist, desto vollständiger erfolgt die Entmagnetisirung. I muss in entsprechender Grösse gewählt werden.

Hierbei gelangt indess der Magnetstab nicht wieder in denselben Zustand, wie vor jedem magnetischen Einflusse, da durch die wiederholte Einwirkung der abwechselnd gerichteten Kräfte seine Theilchen hin- und hergedreht und dadurch beweglicher werden [3]).

623 Ganz ähnliche Erscheinungen, wie beim Magnetisiren von Stahlstäben durch wiederholte Einwirkung von galvanischen Strömen, zeigen sich auch beim wiederholten Streichen derselben mit Magneten.

Zunächst nimmt das permanente Moment bei wiederholtem Streichen in derselben Richtung zu.

Dies ist von Quetelet [4]) gezeigt worden. Er hat parallelepipedische Nadeln durch Streichen mit zwei, gegen die Nadeln um etwa 10 Grad geneigten Magnetstäben magnetisirt, welche von der Mitte gegen ihre Enden geführt wurden. Nach jedem Strich wurde die Dauer von 100 Schwingungen gemessen.

Dann ist das magnetische Moment der Nadel $M = const\, Pl^2/T^2$, wo P das Gewicht, l die Länge, T die Schwingungsdauer der Nadel ist.

Ist L_{max} das permanente Moment der Nadel, wenn sie zum Maximum magnetisirt ist, ist x die Anzahl der Striche, welche die Nadel erhalten hat, so drückt nach diesen Versuchen die Formel

$$M_x = M_{max}(1 - \mu^{ux}),$$

[1]) Gaugain, Compt. rend. 77, 1074, 1873. — [2]) Auerbach, Wied. Ann. 16, 554, 1882. — [3]) Dass ein oft wiederholten abwechselnden Kräften ausgesetzter Stab den Wendepunkt bei neuem Aufsteigen der Magnetisirungen immer schwächer zeigt, habe ich schon früher angegeben; vergl. §. 569. — [4]) Quetelet, Ann. de Chim. et de Phys. 53, 248, 1833.

in der μ und α zwei von der Natur der Nadel und dem Magnetismus der streichenden Magnete abhängige Constante sind, das magnetische Moment M_x derselben nach x Strichen aus.

Der Magnetismus der Nadeln nimmt also bei den ersten Strichen schnell, dann immer langsamer zu.

Bei kleineren geraden Nadeln von etwa 645 mm Länge und 5445 mg Gewicht ist α etwa $^2/_3$. Nach 30 Strichen haben diese Nadeln nahezu ihren Sättigungspunkt erreicht.

Wird eine parallelepipedische Nadel zuerst auf zwei gegenüberliegenden Flächen so lange gestrichen, dass sie bei weiterem Streichen keinen Zuwachs an Magnetismus zeigt, so nimmt sie von Neuem Magnetismus an, wenn man sie auf den beiden anderen Flächen streicht.

624 Aehnliche Resultate ergeben sich, wenn man einen Stahlstab wiederholt an die freien oder mit Papier bedeckten Pole eines hufeisenförmigen Stahlmagnetes anlegt und ihn wieder entfernt.

Bei 51 verschiedenen Stäben von Gusseisen von 62 mm Länge und 11,3 mm Dicke und Rundstahlstäben von 50 bis 150 mm Länge und von verschiedener Härte beobachteten Herrmann und Scholz unter Frankenheim's Leitung[1]), dass in allen Stäben beim ersten Anlegen an die magnetisirende, mit Papier bedeckte Stahllamelle oder beim Einlegen in eine Magnetisirungsspirale etwa 0,71 bis 0,87, beim zweiten Anlegen etwa 0,79 bis 0,93 des bei häufigem Anlegen erzeugten Maximums der permanenten Magnetisirung erreicht wurden. Ob die Stäbe bei jedem Anlegen längere oder kürzere Zeit (von $^1/_8$ bis 10 Secunden) unter dem Einfluss der magnetisirenden Kräfte verbleiben, hat auf das jeweilig erreichte permanente Moment keinen wesentlichen Einfluss[2]).

625 Auch beim wiederholten Streichen einer Magnetnadel in entgegengesetzten Richtungen zeigen sich analoge Erscheinungen.

Wurde bei den §. 623 erwähnten Versuchen von Quetelet eine durch eine bestimmte Anzahl Striche magnetisirte Nadel entgegengesetzt gestrichen, so verlor sie schon beim ersten Striche, oder bei grösserer Masse nach den zwei ersten Strichen ihren ganzen Magnetismus und kehrte sogar ihre Polarität um. Indess nahm die Nadel durch eine gleiche Anzahl Striche, wie vorher, nicht ein ganz gleich grosses entgegengesetztes Moment an. So betrugen z. B. die Schwingungsdauern bei einer 15 cm langen, 15 mm breiten und 7 mm dicken Nadel bei auf einander folgenden Umkehrungen der Magnetisirung:

---

[1]) Frankenheim, Pogg. Ann. **73**, 49, 1864. Herrmann, De naturali magnetismo in chalybem inducendo quanto momento sit tempus. Vratisl. 1865. Scholz, Quanti sit momenti tempus in magnetismo inducendo certa quadam fluidi galvanici intensitate adhibita. Vratisl. 1863 (Dissertationen). — [2]) Aehnlich auch Burnham, Sillim. J. [3] **8**, 202, 1875.

Striche	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
+ 1	+ 195	+ 235,2	+ 250	+ 257,3	+ 262	+ 245,5	+ 292	+ 246	+ 176
+ 24	+ 127,5	+ 135,3	+ 141,8	+ 141,5	+ 148,5	+ 150,7	+ 153,7	+ 151,9	+ 153,0
— 1	—	—	— 261	— 407,0	— 355	— 353	— 305	— 314	—
— 24	— 145,5	—	— 148,3	— 153,5	— 156	— 156	— 157,5	— 155,3	—

Die negativen Vorzeichen bedeuten die der ursprünglichen (+) entgegengesetzte Magnetisirung der Nadel.

Das durch eine gleiche Anzahl Striche bei der Magnetisirung erzeugte magnetische Moment der Nadel ist also bei jeder Umkehrung geringer. Dabei sind zuerst diejenigen Magnetismen grösser, welche der Richtung der ersten Striche entsprechen. Nachher nähern sich aber die Magnetismen bei beiden Richtungen der Magnetisirung derselben constanten Grösse.

Die letzten Reihen, welche bei der negativen und positiven Magnetisirung der Nadel erhalten wurden, gaben magnetische Momente, welche ziemlich gut den Formeln:

$$+M = +4{,}38\left(1 - 0{,}36^{\sqrt{x - 0{,}8236}}\right) \text{ und } -M_1 = -4{,}1\left(1 - 0{,}36^{\sqrt{x - 0{,}938}}\right)$$

entsprechen.

626 Analoge Resultate folgen auch aus den Versuchen von Herrmann und Scholz.

Wurden Stahlstäbe durch wiederholtes Anlegen an eine mit Papier belegte Magnetlamelle auf ein permanentes Maximum m gebracht, welches sich nach längerem Aufbewahren der Stäbe durch Erschütterungen auf m_1 erniedrigte, und nun die Stäbe in umgekehrter Lage den magnetisirenden Kräften ausgesetzt, so kehrte sich schon bei der ersten Wirkung der permanente Magnetismus auf den Werth $-b$ um; und dieser entgegengesetzte permanente Magnetismus wuchs beim zweiten entgegengesetzten Anlegen auf den Werth $-b_2$, beim wiederholten auf das negative Maximum $-n$, welches kleiner war als m_1. Die Maxima n und m_1 zeigten kein regelmässiges Verhältniss zu einander; indess lag $(m_1 - b)/(m_1 - n)$ bei allen (39) Stäben zwischen den Grenzen 0,93 bis 0,74, $(m_1 - b_2)/(m_1 - n)$ bei 32 Stäben zwischen den Grenzen 0,98 bis 0,80 eingeschlossen, gleichviel ob die Umkehrung der Polarität durch eine Spirale oder die Magnetlamelle erfolgte. Längere Einwirkung der letzteren hatte auch hier keinen wesentlichen Einfluss. — Genauere Resultate, als die erhaltenen, sind hier nicht zu erwarten, da die angegebenen Verhältnisse sich vollständig mit der Grösse der magnetisirenden und den Magnetismus umkehrenden Kräfte ändern.

627 Der in einem Stahlmagnete durch eine der ursprünglichen entgegengesetzte magnetisirende Kraft erzeugte temporäre Magnetismus kann zu einer scheinbar anomalen, schon von älteren Physikern, wie Aepinus und Musschenbroek, beobachteten Erscheinung Veranlassung geben.

Nähert man dem einen (Nord)pol eines nicht zu stark magnetisirten Stahlstabes *A* einen gleichnamigen (Nord)pol eines zweiten stark magnetischen Stahlstabes *B*, so wird nach den bekannten Gesetzen der erste Pol *A* durch den zweiten *B* abgestossen. Bringt man aber den stärkeren Pol *B* dicht an den schwächeren Pol des ersten Magnetes, so verwandelt sich diese Abstossung in eine Anziehung. Entfernt man den Magnet *B* wieder von *A*, so tritt von Neuem bei weiterer Entfernung der Magnete eine Abstossung hervor.

Bei unmittelbarer Berührung des starken Poles *B* mit dem schwachen Pole *A* wird hier in letzterem ein seinem permanenten Magnetismus entgegengesetzter temporärer Magnetismus erregt, welcher aber beim Aufhören der wirkenden Kraft, d. i. der Entfernung des Poles *B*, wieder der früheren Polarität Platz macht. Im Inneren des Magnetstabes *A* bleibt in weiterer Entfernung von den beiden Polen die frühere Polarität bestehen, indem die die Molecüle richtende Kraft von *B* aus bis zu den dort liegenden Theilchen sich nicht mit solcher Stärke erstreckt, dass sie ihre Lage umkehrt. Entfernt man daher den Pol *B*, so wird durch die Einwirkung dieser von *A* entfernteren Molecüle die frühere Polarität wieder hergestellt.

Sind indess die Magnete sehr ungleich, so kann sich bei der Berührung die Magnetisirung des schwächeren permanent umkehren [1]).

628 Da durch magnetisirende Kräfte auch in einem bis zur Sättigung permanent magnetisirten Stahlstabe temporärer Magnetismus erzeugt werden kann, so ändert sich das magnetische Moment von Stahlmagneten, welche man in eine mehr oder weniger geneigte Stellung gegen die Inclinationsrichtung bringt, durch den Einfluss des Erdmagnetismus [2]). Man kann diese Aenderungen untersuchen, indem man in einer bestimmten Entfernung vor den Polen eines vertical gestellten Stahlmagnetes Magnetnadeln aufstellt und ihre Oscillationsdauer bestimmt. Befindet sich der Nordpol des Magnetes unten, so verstärkt der Erdmagnetismus temporär sein Moment, befindet sich der Südpol unten, so schwächt er dasselbe.

2. Theoretische Begründung der Beziehungen zwischen dem Magnetismus und der magnetisirenden Kraft.

629 In den Berechnungen des §. 453 u. f. haben wir angenommen, 1) dass die magnetische Fernewirkung nach dem Gesetze des umgekehrten

---

[1]) Vgl. auch Poggendorff, Pogg. Ann. 45, 375, 1838. — [2]) Kupfer, Pogg. Ann. 12, 121; Kastner's Archiv 13, 13, 1828.

Quadrates der Entfernung vor sich gehe, 2) dass sie, wie die allgemeine Gravitation, alle Körper durchdringe, 3) dass die in den einzelnen magnetischen Molecülen durch die gesammten magnetisirenden Kräfte erzeugten magnetischen Momente jenen Kräften direct proportional sind.

Hierbei ist dann noch die Wechselwirkung der einzelnen Molecüle, welche nach denselben Gesetzen stattfindet, zu betrachten. Ohne von diesen Anschauungen abzuweichen, kann man in Betreff des letzteren Einflusses als erste Annäherung nur die Wechselwirkung der einander benachbarten Molecüle berücksichtigen, wie bei den Berechnungen von Lamont und Jamin für den permanenten Magnetismus. Dabei ist aber noch die Entmagnetisirung durch die freien Magnetismen zu beachten.

Die Momente könnten dabei entweder durch Scheidung der magnetischen Fluida nach einer bestimmten Richtung oder durch Drehung der präformirten magnetischen Molecüle erzeugt sein.

630 Die oben erwähnte dritte Annahme genügt nicht zur Erklärung der Annäherung der Magnetisirung an ein Maximum, sowie des bei niederen magnetisirenden Kräften auftretenden Wendepunktes. Sie muss hierzu noch abgeändert werden. Bei der Hypothese der Scheidung der magnetischen Fluida kann man annehmen, dass dieselbe nicht proportional der scheidenden Kraft stattfindet, sondern ihr etwa ein gewisser Widerstand entgegensteht, welcher einer Potenz der magnetisirenden Kraft p entspricht. Dann lässt sich nach Plücker[1]) das magnetische Moment

$$m = p\lambda - \mu(p\lambda)^n = p\lambda[1 - \mu(p\lambda)^{n-1}]$$

setzen, wo λ und μ Constante sind, die man als „Coëfficienten der magnetischen Vertheilung und des Widerstandes" bezeichnen kann, und wo $n > 1$ ist. Da n nicht gleich 2 sein kann, indem sonst bei entgegengesetzter Magnetisirung, wo p in $-p$ übergeht, der Werth m nicht auch in $-m$ übergehen würde, nimmt Plücker willkürlich $n = 3$ an. Dem entspricht die Formel von Müller für das Anwachsen zum Maximum (§. 559).

$$m = cp\left(1 - \frac{1}{3}\frac{p^2}{c_1^2}\right).$$

Zur Begründung des Auftretens des permanenten Magnetismus müsste man noch die Annahme der Coercitivkraft machen, die man als einen Widerstand auffassen könnte, welcher die Rückkehr der geschiedenen Fluida zu einander verhinderte. — Die Erscheinung, dass entgegengesetzte und schwächere Kräfte, als die magnetisirenden, einem Stabe den permanenten Magnetismus entziehen, würde zu der eigenthümlichen Folgerung veranlassen, dass der Widerstand bei der Trennung der Fluida von einander grösser wäre, als bei ihrer Wiedervereinigung.

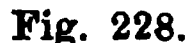
---

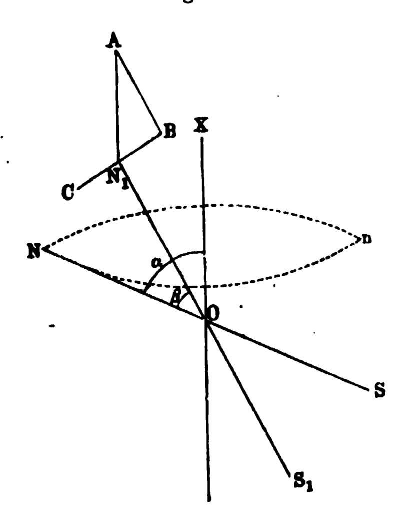
[1]) Plücker, Pogg. Ann. 91, 12, 1854.

631 Viel übereinstimmender mit dem später mitzutheilenden mechanischen Verhalten der Magnete ist die Annahme von drehbaren Molecularmagneten, welche in einem unmagnetischen Stabe in allen Richtungen durch einander liegen, im magnetischen gerichtet sind.

Von vornherein ist klar, dass man sich unendlich viele Anordnungen der Molecularmagnete in den Körpern denken kann, bei denen sie nicht nach aussen wirken. Liegen dieselben z. B. mit ihren ungleichnamigen Polen an einander in geschlossenen Curven geordnet, oder sind ihre Pole überhaupt in jedem Raumelement nach allen Richtungen gerichtet, so tritt dieses Verhältniss ein.

Bezeichnet nach W. Weber OX, Fig. 228, die Richtung der auf einen Eisen- oder Stahlstab wirkenden magnetisirenden Kraft, so ist dies auch die Richtung der magnetischen Axe des Stabes. Es sei NS einer der kleinen Molecularmagnete, welcher im unmagnetischen Zustande des Stabes mit der Axe OX den Winkel $NOX = \alpha$ bildet.[1] Durch die magnetisirende Kraft, deren Grösse $N_1A = X$ sei, wird NS der Axe OX um den Winkel β zugedreht, so dass er die neue Lage N_1S_1 einnimmt, in der er mit OX nur noch den Winkel $\alpha - \beta$ macht. Das auf NS in dieser Lage durch die magnetisirende Kraft ausgeübte Drehungsmoment ist $N_1B = X\sin(\alpha - \beta)$. Ist der Molecularmagnet im Gleichgewicht, so ist das durch die Molecularkräfte auf ihn ausgeübte Drehungsmoment N_1C, welches ihn in seine frühere Lage zurückzuführen strebt, dem magnetischen Drehungsmoment gleich. Das erstere ist im Allgemeinen eine Function des Winkels NON_1, um den NS gedreht worden ist, so dass also als Gleichgewichtsbedingung gilt:


Fig. 228.



$$X\sin(\alpha - \beta) = D \,.\, f(\beta) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

Das magnetische Moment des Molecularmagnetes für sich sei m, also das Moment, welches er in seiner magnetischen Ruhelage dem Stabe in der Richtung OX ertheilt, $m\cos\alpha$. Nach der Drehung ist letzteres Moment $m\cos(\alpha - \beta)$, also die durch die Drehung bewirkte Zunahme des Momentes des Stabes:

$$M = m[\cos(\alpha - \beta) - \cos\alpha] \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

Wir dehnen diese Betrachtung über alle Molecüle des Magnetes aus, indem wir annehmen, dass die zurücktreibende Kraft $f(\beta)$ dem

Drehungswinkel β des Molecularmagnetes proportional ist. Für kleinere Drehungen kann man mit W. Weber den Bogen seinem Sinus gleich setzen, so dass die Gleichgewichtsbedingung des gedrehten Molecularmagnetes ist:

$$X \sin(\alpha - \beta) = D \,.\, \sin\beta$$

oder

$$tg\beta = \frac{X \sin\alpha}{D + X\cos\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Aus dieser Gleichung kann man in die Gleichung 2) den Werth für β einsetzen und erhält:

$$M = m\left(\frac{X + D\cos\alpha}{\sqrt{D^2 + X^2 + 2DX\cos\alpha}} - \cos\alpha\right) \quad \ldots \quad 4)$$

Ist die Zahl sämmtlicher Molecüle, welche im unmagnetischen Zustande des Körpers in einem Raumelemente nach allen Richtungen hin liegen, gleich n, und stellen wir uns vor, dieselben wären alle durch den Mittelpunkt einer Kugel vom Radius 1 hindurchgelegt, so ist die Zahl der gegen die Flächeneinheit der Kugeloberfläche gerichteten Molecüle gleich $n/4\pi$, die Zahl der Molecüle also, welche gegen eine zu der magnetischen Axe OX concentrischen Zone Nn der Kugeloberfläche gerichtet sind, deren Winkelabstand von OX gleich α ist, $n/4\pi \,.\, 2\pi \sin\alpha d\alpha$, also das durch diese Molecüle nach ihrer Drehung dem Körper ertheilte Moment gleich $\frac{1}{2} nM \sin\alpha\, d\alpha$, und das durch die Drehung aller Molecüle des Elementes des Körpers erzeugte Moment

$$M_0 = \frac{mn}{2}\int_0^\pi M \,.\, \sin\alpha\, d\alpha.$$

Dieser Werth ist[1]) für

$$\text{I.} \quad X < D \qquad M_0 = \frac{2}{3} mn \frac{X}{D}$$

$$\text{II.} \quad X > D \qquad M_0 = mn\left(1 - \frac{1}{3}\frac{D^2}{X^2}\right)$$

Bei kleinen Werthen der magnetisirenden Kraft wäre also das Moment des magnetischen Körpers der magnetisirenden Kraft proportional, bei grösseren näherte es sich einem Maximum, welches gleich mn ist. Das erste Verhalten dauerte an bis $X = D$, also $M_0 = {}^2/_3\, mn$, also bis das magnetische Moment zwei Drittel des Maximums erreicht hätte.

Ist $\varkappa$ die Magnetisirungsfunction, so ist das durch die Kraft X in der Volumeneinheit erzeugte Moment nicht mehr proportional X, also nicht mehr gleich $\varkappa X$, sondern es ist durch eine der oben angeführten Formeln gegeben.

---

1) Arndtsen, Pogg. Ann. **104**, 610, 1858; auch Röber, Pogg. Ann. **133**, 53, 1868.

632 Die Formel II hat W. Weber[1]) geprüft, indem er einen Eisenstab von 3,6 mm Dicke, 100,2 mm Länge und 8190 mg Gewicht in eine ihn eng umschliessende, so lange Spirale einlegte, dass auf der ganzen Länge des Stabes die Scheidungskraft constant blieb. (Auf dem Querschnitte war dies nicht der Fall.) Vor die Spirale wurde ein Magnetometer gestellt, und die Enden des Spiraldrahtes noch in zwei weiteren, in umgekehrter Richtung gebogenen Windungen um die Mitte der Spirale gelegt, so dass der Strom in ihnen die Wirkung der Spirale für sich auf den Magnet des Magnetometers compensirte. Die Ablenkungen des Magnetes rühren dann nur von dem Magnetismus des Eisenkernes her. Aus denselben lässt sich das Moment des Kernes in absolutem Maasse berechnen. Das Moment wurde durch das Gewicht des Eisenstabes in Milligrammen dividirt, um das Moment einer Masseneinheit von gleicher Gestalt wie der Stab zu erhalten. Dieses Moment ist in folgender Tabelle mit M_m bezeichnet. Die Intensität I des durch die Spirale geleiteten Stromes wurde durch eine Tangentenbussole nach elektromagnetischem, absolutem Maasse gemessen. Die auf die Mitte des Eisenstabes und auch seine übrigen Punkte ausgeübte elektromagnetische Scheidungskraft X ergiebt sich ebenfalls in absolutem Maasse, wenn die Zahl und Weite der Windungen und die Länge der Spirale bekannt sind. Die für verschiedene Werthe von X beobachteten Momente M_m sind in folgender Tabelle mit den nach obiger Formel berechneten verglichen. Dabei ist die freilich nicht ganz genügende Annahme gemacht, dass die Längendimension des Eisenstabes gegen seine Querdimensionen sehr gross ist, so dass man ihn als ein sehr gestrecktes Ellipsoid betrachten kann, wodurch sich zum Theil die Abweichungen zwischen den berechneten und beobachteten Resultaten erklären sollten. In dem Ausdrucke $N_m = mn\,(1 - {}^1/_3\, D^2/X^2)$ sind dann die für die Eisensorte des untersuchten Stabes charakteristischen Constanten:

$$mn = 1808 \qquad D = 803{,}8.$$

X	M_m beob.	M_m ber.	X	M_m beob.	M_m ber.
658,9	911,1	911,1	3186,0	1787,7	1769,0
1381,5	1424,0	1595,0	2645,6	1707,9	1742,4
1792,0	1547,9	1686,9	2232,1	1654,0	1730,0
2151,0	1627,3	1721,0	1918,7	1584,1	1702,2
2432,8	1680,7	1744,0	1551,2	1488,9	1646,0
2757,0	1722,7	1757,0	1133,1	1327,9	1404,4
3090,6	1767,3	1767,3	670,3	952,0	942,6

Das Maximum des magnetischen Momentes in der Masseneinheit beträgt hiernach 180,8 absolute Einheiten (vgl. §. 583). — Diese Ver-

[1]) W. Weber, Elektrodynamische Maassbestimmungen 3, 570.

suche gelten indess nur für stärkere magnetisirende Kräfte, bei welchen nicht mehr das Verhältniss zwischen den Momenten und den magnetisirenden Kräften ansteigt [1]).

Diese Betrachtung kann indess nur als eine erste Annäherung an die richtige Theorie betrachtet werden. Einmal giebt sie keine Rechenschaft von dem anfänglichen schnelleren Ansteigen des magnetischen Momentes, als der Proportionalität mit der magnetisirenden Kraft entspricht, sodann werden bei ihr die magnetisirenden Wechselwirkungen der einzelnen Theilchen auf einander nicht berücksichtigt. Endlich kehren nach ihr, wenn die magnetisirende Kraft aufgehoben wird, alle Theilchen wieder in die unmagnetischen Gleichgewichtslagen zurück; eine Erklärung des permanenten Momentes ist also in ihr nicht enthalten. 633

Um jenes Ansteigen zu begründen, macht Stefan [2]) die freilich sehr hypothetische Annahme, dass jedes Molecül aus zwei magnetischen Partialmolecülen bestehe, die, wie zwei Magnetnadeln, sich mit den ungleichnamigen Polen berühren und durch die äusseren Kräfte gedreht werden. Ist z. B. die Länge dieser Nadeln λ, ihr freier Magnetismus $\pm m$, ist der Verticalabstand ihrer Mittelpunkte c, bilden die Nadeln in der Horizontalebene einen Winkel φ mit einander, so ist ihr gemeinsames Moment $M = 2\, m \lambda \sin {}^1/_2\, \varphi$. Wirkt auf sie eine Kraft P, die sie gegen einander zu drehen und so zu stellen strebt, dass die Halbirungslinie des Winkels φ auf ihrer Richtung senkrecht steht, so ist Gleichgewicht, wenn 634

$$P = m \lambda \sin {}^1/_2\, \varphi \left[\frac{1}{(c^2 + \lambda^2 \cos^2 {}^1/_2\, \varphi)^{3/2}} + \frac{1}{(c^2 + \lambda^2 \sin^2 {}^1/_2\, \varphi)^{3/2}}\right]$$

ist. Das Verhältniss von M zu P sei r, dann ist:

$$\frac{1}{r} = {}^1/_2 \left[\frac{1}{(c^2 + \lambda^2 \cos^2 {}^1/_2\, \varphi)^{3/2}} + \frac{1}{(c^2 + \lambda^2 \sin^2 {}^1/_2\, \varphi)^{3/2}}\right].$$

Ist λ klein gegen c, stehen die Nadeln also fern von einander, so ist r constant; ist aber λ nicht verschwindend klein gegen c, so hat r

---

[1]) Aus diesen Beobachtungen ergiebt sich nach Kirchhoff (Crelle's J. 98, 370, 1852, Ges. Abh. 221) die Magnetisirungsfunction $\varkappa$ für die in absolutem Maasse gemessenen magnetisirenden Kräfte K, wie folgt:

K	$\varkappa$	K	$\varkappa$
296	25,0	1512	8,4
612	16,9	1773	7,4
967	12,0	2080	6,4
1297	9,5	2484	5,6

[2]) Stefan, Wien. Ber. 69 [2], 165, 1874. Ganz ähnlich Werner Siemens, Wied. Ann. 14, 642, 1882.

für kleine Werthe von φ einen kleinen Werth, der zu einem Maximum ansteigt, welches erreicht wird, wenn $\varphi = \pi/2$ ist. Bei weiterem Wachsen von φ sinkt r wieder. Ist endlich $\varphi = \pi$ geworden, so erreicht das Moment M sein Maximum, und dann hat r seinen ersten Werth; eine Steigerung der Kraft P vermag die Magnete nicht weiter zu drehen. Wird aber das constant bleibende M durch die wachsende Kraft P dividirt, so sinkt der Werth r allmählich auf Null.

Dieses Verhalten ist ganz analog dem Gange der Magnetisirungszahl $\varkappa$ des weichen Eisens.

635 Die Wechselwirkung der einzeln gerichteten magnetischen Molecüle kann einen doppelten Erfolg haben. Zuerst liegen die in der Axe des magnetisirten Körpers auf einander folgenden Molecüle mit ihren ungleichnamigen Polen einander gegenüber. Dadurch drehen sie sich noch mehr in die axiale Lage; sodann wirken die neben einander liegenden Molecularreihen wie parallel liegende gleichgerichtete Magnetstäbe auf einander in einem der ursprünglichen Magnetisirung entgegengesetzten Sinne, sie vermindern ihre Magnetisirung gegenseitig. Wenn dem entsprechend schon aus den Betrachtungen über die Magnetisirung der Ellipsoide folgt, dass bei gleichem Volumen gestreckte Ellipsoide durch die gleiche Kraft ein grösseres Moment erhalten als kürzere und dickere, so tritt hier noch hinzu, dass, je mehr die Axen der Molecüle einander parallel werden, in desto stärkerem Maasse sie auch auf einander wirken. Deshalb muss, wie die Erfahrung lehrt, bei kürzeren, dickeren Stäben mit wachsender magnetisirender Kraft das temporäre Moment langsamer ansteigen, als bei dünneren, längeren; der Wendepunkt zeigt sich deutlicher.

Das Maximum des magnetischen Momentes ist erst bei einer magnetisirenden Kraft erreicht, bei welcher die Axen aller Molecularmagnete der magnetischen Axe des Körpers parallel und in gleichem Sinne gerichtet sind. Da indess die Wechselwirkung der Theilchen vorhanden ist, so kann dieses Maximum nie völlig eintreten. Dass man sich demselben bei längeren Stäben schneller nähert, als bei kürzeren von gleichem Volumen, folgt aus dem Vorhergehenden.

636 Im Anschluss an die Annahme, dass mechanische Molecularkräfte den Drehungen der magnetischen Molecüle durch magnetisirende Kräfte entgegenwirken, habe ich weiter vorausgesetzt, dass bei diesen Drehungen ganz ähnliche Verhältnisse eintreten müssen, wie bei mechanischen Gestaltsveränderungen der Körper[1]).

---

[1]) G. Wiedemann, Verhandlungen der Baseler Naturforscherges. **2**, 169. Pogg. Ann. **100**, 235, 1857; **103**, 161, 1858; **106**, 169, 1859; **117**, 195, 1862. — Diese Theorie ist 24 Jahre später als neu wiederholt reproducirt von Hughes, Proc. Roy. Soc. London **31**, 525; **32**, 25, 213, 1881; Beibl. **5**, 538, 687; auch Proc. Roy. Soc. London **35**, 19, 178, 1882; **36**, 405, 1884 und a. a. O. und auch anderweitig in England auf Hughes bezogen.

Bei der Verfolgung dieser Analogie habe ich in qualitativer Beziehung bis ins Einzelne gehende Uebereinstimmungen auf beiden Gebieten gefunden. Ebenso zeigte sich mir eine vollständige Reciprocität bei der Einwirkung mechanisch deformirender Kräfte auf Magnete und der Einwirkung magnetisirender Kräfte auf mechanisch deformirte Körper. Diese Einflüsse sind nicht auf äussere elektrodynamische und elektromagnetische Anziehungen zurückzuführen. Letztere Verhältnisse betrachten wir in dem besonderen Capitel „Beziehungen des Magnetismus zu den mechanischen Gestaltsveränderungen der Körper".

In Betreff der directen Analogien zwischen dem mechanischen und magnetischen Verhalten der Körper ist namentlich hervorzuheben, dass auch bei Einwirkung mechanisch deformirender, z. B. tordirender Kräfte, die Deformationen schneller ansteigen, als die wirkenden Kräfte. — Dasselbe zeigt sich bei der temporären und permanenten Magnetisirung. Dass bei letzteren im Gegensatz zu ersteren ein Wendepunkt eintritt, von dem an die temporären Magnetismen langsamer ansteigen, als die magnetisirenden Kräfte, ist darin begründet, dass die magnetischen Molecüle sich überhaupt nur bis zu dem Parallelismus ihrer Axen mit der magnetisirenden Kraft drehen können, der Magnetismus sich also einem Maximum nähern muss.

637 Ferner bleibt nach Aufhebung deformirender Kräfte eine permanente Gestaltsänderung der Körper zurück, welche um so grösser ist, je stärker jene Kräfte, je bedeutender die temporären Gestaltsänderungen durch dieselben waren. Durch die Deformation selbst sind also die Molecularkräfte dauernd geändert. In ganz gleicher Weise ist das in den magnetischen Körpern nach Aufhebung der magnetisirenden Kraft zurückbleibende permanente magnetische Moment durch eine dauernde Aenderung der Molecularkräfte bei der Drehung der Molecüle bedingt, wodurch sie verhindert werden, nach Aufhören der die Molecüle drehenden magnetischen Kräfte wieder vollständig ihre früheren Gleichgewichtslagen einzunehmen.

Das Gesetz der Aenderung der Molecularkräfte bei der Drehung der Molecüle kennen wir nicht. Es kann also von vornherein über das Verhältniss der temporären zu den permanenten Momenten kein Schluss gezogen werden. Wollte man annehmen, dass die permanente Drehung, welche die magnetischen Molecüle nach Aufhören der magnetisirenden Kraft behalten, proportional der durch letztere bewirkten temporären Drehung ist, so würde nach der Formel 2) des §. 631 das permanente magnetische Moment in der Richtung der Axe des Körpers für jeden Molecularmagnet

$$M_p = m\left[\cos\left(\alpha - \frac{\beta}{n}\right) - \cos\alpha\right]$$

sein, wo n eine Constante ist.

Das Maximum des permanenten magnetischen Momentes würde der Körper behalten, wenn er während der Einwirkung der magnetisirenden Kraft auch das Maximum des temporären Momentes erlangt hätte.

638 Aus Versuchen, bei welchen Stahlstäbe, die in einer Magnetisirungsspirale lagen, beim plötzlichen Oeffnen des magnetisirenden Stromes unter gewissen Bedingungen eine kleinere Magnetisirung als beim langsamen Oeffnen und selbst eine anomale Magnetisirung zeigten, welche der der Stromrichtung entsprechenden entgegengesetzt war, hat man schliessen wollen, dass die Molecüle, welche beim Aufhören der magnetisirenden Kraft in ihre permanenten Lagen zurückschwingen, weit über dieselben, zuweilen selbst bis jenseits der völlig unmagnetischen Gleichgewichtslagen hinausgehen. Ganz dieselben Erscheinungen zeigen sich beim Magnetisiren von Stahlnadeln, welche horizontal über einen Draht in verschiedenen Entfernungen oder in eine Drahtspirale gelegt sind, durch welche der Entladungsschlag einer Leydener Batterie hindurchgeht. Indess lässt sich nachweisen, dass in den Stromleitern bezw. in der Stahlmasse, oder, wenn die Stahlkerne von geschlossenen Metallhüllen umgeben sind, auch in diesen abwechselnd gerichtete, allmählich schwächer werdende Inductionsströme auftreten, von denen der spätere das durch den vorhergehenden erzeugte permanente Moment vermindern, bezw. umkehren kann (siehe im Capitel Induction).

Jedenfalls findet, wenigstens nach den bisherigen Erfahrungen, die Einstellung der magnetischen Molecüle unter Einwirkung der jeweilig wirkenden Kräfte in unmessbar kurzer Zeit statt. Bei den mechanischen temporären und permanenten Deformationen bedarf es dagegen zur Einstellung der Molecüle einer gewissen Zeit.

639 Da man gefunden hat, dass Erschütterungen die temporären Gestaltsveränderungen eines Körpers ebenso vermehren, die permanenten Gestaltsveränderungen ebenso vermindern, wie bezw. die temporären und permanenten Magnetismen (s. später), so hat man, ohne indess dadurch die wirklichen Aenderungen der Molecularkräfte näher zu definiren, wohl gesagt, durch die Erschütterungen würde die Reibung der Ruhe, durch welche die Molecüle in ihrer Bewegung gehindert würden, überwunden, so dass die Molecüle dann leichter die ihnen durch die jeweilig wirkenden mechanischen oder magnetischen Kräfte gebotenen temporären oder permanenten Gleichgewichtslagen annähmen.

Folgen wir dieser Nomenclatur, so können wir die Zunahme des temporären und permanenten Momentes bei wiederholter Einwirkung derselben magnetisirenden Kraft, ebenso wie die analoge Zunahme der temporären und permanenten Deformationen bei wiederholter Einwirkung der deformirenden Kraft daraus ableiten, dass die Theilchen bei diesen Hin- und Herbewegungen beweglicher werden, also den magnetisirenden und deformirenden Kräften weiter folgen.

Um zu erklären, dass zur Entmagnetisirung eines permanent magnetisirten Stabes eine geringere magnetische Gegenkraft erforderlich ist, als zum Magnetisiren, müssen wir annehmen, dass, wenn wir eine magnetische Kraft auf die gedrehten magnetischen Molecüle eines Magnetes wirken lassen, die sie in die Gleichgewichtslage zurückdreht, sie der Wirkung der Kraft während ihrer Dauer bis zu einer bestimmten Grenze folgen; nach Aufhebung derselben aber zum Theil wieder in ihre, durch die Aenderung der Molecularkräfte bedingte, magnetische Lage zurückspringen. Es kann hierbei geschehen, dass die Theilchen temporär über ihre unmagnetischen Gleichgewichtslagen hinaus gedreht werden, der Körper also temporär eine entgegengesetzte Magnetisirung zeigt; dass sie aber nach Aufhebung der entmagnetisirenden Kraft wieder über die Gleichgewichtslage auf die frühere Seite hinübergehen, und dann der Körper wieder die frühere Magnetisirung erhält. Hierbei würde, um die Theilchen permanent in die unmagnetische Lage überzuführen, eine kleinere Kraft als zur Drehung in die permanente magnetische Lage erforderlich sein. 640

In ganz analoger Weise verhält sich nach meinen Untersuchungen ein deformirter Körper. Sucht man einen permanent tordirten oder gebogenen Körper durch Kräfte, welche den tordirenden oder biegenden entgegenwirken, in seinen früheren Zustand zurückzuführen, so detordirt oder entbiegt er sich auch temporär unter Einwirkung derselben mehr oder weniger und kann sogar eine der ersten Gestaltsveränderung entgegengesetzte Torsion oder Biegung annehmen. Beim Aufheben der Kräfte springt er aber zum Theil in die frühere tordirte oder gebogene Form zurück, bis die temporären Gestaltsveränderungen eine bestimmte Grenze überschritten haben.

Dabei ist wiederum zur völligen Aufhebung der ersten permanenten Biegung oder Torsion eine schwächere Kraft, als zur Erzeugung derselben erforderlich.

Dass bei der ersten Magnetisirung die magnetischen Momente anfangs etwas langsamer ansteigen, als bei späteren Magnetisirungen, hat wohl darin seinen Grund, dass die Molecüle bei wiederholter Drehung an einander allmählich leichter beweglich werden. Die analoge Erscheinung kann man auch in Betreff der Biegungen und Torsionen eines Stabes beobachten. Ebenso zeigt sich bei wiederholten Magnetisirungen und Entmagnetisirungen ebensowohl eine allmähliche Abnahme des durch stärkere magnetische Kräfte erzeugten permanenten magnetischen Momentes, wie bei den wiederholten Torsionen und Detorsionen, Biegungen und Entbiegungen eines Stabes eine allmähliche Abnahme der durch eine gewisse stärkere mechanische Kraft zu erzielenden Drillung und Biegung, indem nach und nach die Theilchen dabei beweglicher werden und nach Aufhebung der von aussen wirkenden Kräfte durch die inneren Molecularkräfte immer mehr in ihre Gleichgewichtslagen vor Einwirkung derselben zurückgeführt werden.

641 Eine Zusammenstellung der in diesem Gebiet, zunächst in Betreff der Torsion, von mir erhaltenen Resultate zeigt dies recht deutlich.

Torsion.	Magnetismus.
1. Die temporären Torsionen eines zum ersten Male durch aufsteigende Gewichte tordirten Drahtes wachsen anfangs schneller, als jene Gewichte.	1. Die temporären Magnetismen eines zum ersten Male durch aufsteigende galvanische Ströme magnetisirten Stabes wachsen anfangs schneller, als die Intensitäten jener Ströme.
2. Die permanenten Torsionen des Drahtes steigen noch viel schneller an.	2. Die permanenten Magnetismen des Stabes steigen noch viel schneller an.
3. Zum Detordiren des Drahtes ist eine viel kleinere entgegengerichtete Kraft erforderlich, als zum Tordiren.	3. Zum Entmagnetisiren des Stabes ist ein viel schwächerer entgegengerichteter Strom erforderlich, als zum Magnetisiren.
4. Bei wiederholten Drillungen des Drahtes nähern sich seine Torsionen mehr und mehr der Proportionalität mit den drehenden Gewichten. Die Torsionen sind dabei grösser, als bei der ersten Drillung.	4. Bei wiederholten Magnetisirungen des Stabes nähern sich seine Magnetismen mehr und mehr der Proportionalität mit der Intensität der magnetisirenden Ströme. Die Magnetismen sind dabei grösser, als bei der ersten Magnetisirung.
5. Bei wiederholter Anwendung derselben tordirenden und detordirenden Gewichte G und $-G_1$ sinkt das bei der Drillung erreichte Maximum der permanenten Torsion und steigt das bei der Detorsion erreichte Minimum derselben bis zu einer bestimmten Grenze.	5. Bei wiederholter Anwendung derselben magnetisirenden und entmagnetisirenden Ströme I und $-I_1$ sinkt das bei der Magnetisirung erreichte Maximum des permanenten Magnetismus und steigt das bei der Entmagnetisirung erreichte Minimum desselben bis zu einer bestimmten Grenze.
6. Ueber die Grenzen der wiederholten Torsionen und Detorsionen hinaus tordirt, verhält sich der Draht wie ein zum ersten Male tordirter.	6. Ueber die Grenzen der wiederholten Magnetisirungen und Entmagnetisirungen hinaus magnetisirt, verhält sich der Stab wie ein zum ersten Male magnetisirter.
7. Ein tordirter Draht, der durch die Kraft $-G$ detordirt ist, kann durch wiederholte Wirkung der Kraft $-G$ nur noch wenig nach einer der ersten Torsion entgegengesetzten Richtung tordirt werden. Wohl	7. Ein magnetisirter Stab, der durch einen Strom von der Intensität $-I$ entmagnetisirt ist, kann durch wiederholte Einwirkung des Stromes $-I$ nur noch wenig in einem der ersten Magnetisirung ent-

Torsion.	Magnetismus.
aber tordirt ihn die Kraft $+$ G im ersten Sinne.	gegengesetzten Sinne magnetisirt werden. Wohl aber magnetisirt ihn der Strom $+ I$ im ersten Sinne.
8. Wird ein Draht, der die permanente Torsion A besitzt, durch die Kraft b auf die Torsion B und sodann weiter auf die Torsion C gebracht, welche zwischen A und B liegt, so bedarf man, um ihm wieder die Torsion B zu geben, von Neuem nahezu der Kraft b. Hierbei kann A auch Null sein, und B grösser oder kleiner als A.	8. Wird ein Stab, der den permanenten Magnetismus A hat, durch den Strom b auf den Magnetismus B und sodann weiter auf den Magnetismus C gebracht, welcher zwischen A und B liegt, so bedarf man, um ihm wieder den Magnetismus B zu geben, von Neuem nahezu des Stromes b. Hierbei kann A auch Null sein, und B grösser oder kleiner als A.

Hierbei ist noch die Zunahme der Beweglichkeit der Theilchen bei wiederholten Deformationen oder Magnetisirungen in Betracht zu ziehen.

In Betreff der Biegung lassen sich die analogen Sätze aufstellen wie für die Torsion.

Das Verhalten von Stäben, welche auf- und absteigenden magnetisirenden oder ihre Gestalt verändernden Kräften unterworfen werden, ist ebenfalls in beiden Fällen ein ganz analoges.

Bei der Entmagnetisirung eines Stabes durch abwechselnd gerichtete immer schwächere Kräfte befolgt man ebenfalls das analoge Verfahren, wie beim Geraderichten eines gekrümmten Körpers, den man abwechselnd immer schwächer nach der einen und anderen Seite biegt und klopft.

642 Dass bei Einwirkung auf- und absteigender magnetisirender Kräfte die temporären Magnetismen eines Eisen- oder Stahlstabes im letzteren Falle bei gleicher magnetisirender Kraft grösser sind, als im ersteren, dürfte darauf beruhen, dass nach stärkeren Kräften bei Abnahme derselben die Molecüle noch eine grössere Drehung aus ihren unmagnetischen Gleichgewichtslagen beibehalten und somit das temporäre Moment grösser ist. Bei wiederholten cyklischen Processen dieser Art, bei denen die Molecüle beweglicher werden, finden ähnliche Verhältnisse statt. Sie sind denen bei temporären mechanischen Deformationen, Torsionen von Drähten wiederum völlig analog.

643 Wenn die Annäherung der Magnetisirung an ein Maximum noch keinen Beweis für die Existenz drehbarer Molecularmagnete liefert, da sie ebensowohl durch die mit wachsender magnetisirender Kraft immer langsamer erfolgende Scheidung der magnetischen Fluida abzuleiten wäre, so dürfte diese vollständige Analogie doch kaum einen Zweifel gestatten, dass die Magnetisirung wirklich durch Aenderung der Lage

der einzelnen Molecüle der magnetischen Metalle bedingt ist. Diese Vermuthung wird fast zur Gewissheit durch die später zu erwähnenden Thatsachen, welche nachweisen, dass, ganz abgesehen von rein äusserlich deformirenden elektrodynamischen und elektromagnetischen Kräften, die Magnetisirung in gewissen Fällen sogar eine Gestaltsveränderung der Körper, also direct eine Verschiebung der Körper bedingen kann [1]).

644 Die Verschiedenheit, welche das weiche und harte Eisen, der weiche und harte Stahl bei der Magnetisirung zeigen, lässt sich nach dieser mechanischen Theorie viel besser und sachgemässer erklären, als nach der Theorie der scheidbaren Fluida. Nach letzterer müsste der Widerstand, welcher sich der temporären Scheidung der Fluida entgegenstellt, grösser sein beim harten Stahl, als beim weichen Stahl oder beim weichen Eisen, so dass die temporäre Magnetisirung des ersteren kleiner wäre, als die der letzteren. Ebenso würde sich auch beim Aufhören der magnetisirenden Kraft der Wiedervereinigung der Fluida im Stahl ein grösserer Widerstand darbieten, als im Eisen, und so ersterer mehr permanenten Magnetismus behalten.

Nach der Theorie der drehbaren Molecularmagnete sind diese Widerstände auf die der Drehung der Molecüle entgegenstehenden Molecularkräfte zu übertragen. Im weichen Eisen sind die Molecüle leichter beweglich; sie folgen der magnetisirenden Kraft in ihrer Drehung weiter, als die Molecüle des härteren Eisens und Stahls; das durch gleiche Kräfte erzeugte temporäre magnetische Moment ist in ersterem grösser. Dabei gelangen im Eisen die Molecüle schon bei schwächeren Kräften in die Lage, in welcher ihre magnetischen Axen der magnetischen Axe des Körpers parallel werden. Während also im Stahl noch die temporäre Magnetisirung schnell ansteigt, nähert sie sich im Eisen schon langsamer dem Maximum. — Nach Aufhebung der magnetisirenden Kraft finden wiederum die Molecüle des weichen Eisens einen geringeren Bewegungswiderstand, oder die Molecularkräfte sind weniger geändert, sie ziehen die Molecüle fast vollständig in ihre unmagnetischen Lagen zurück; im harten Eisen und Stahl dagegen werden sie durch die geänderten Molecularkräfte gehemmt, sie behalten eine stärkere permanente Drehung und der aus ihnen zusammengesetzte Körper ein bedeutenderes permanentes magnetisches Moment.

---

[1]) Versuche von Villari, die Schnelligkeit der Drehung der magnetischen Molecüle aus der Stärke der bei abwechselnd gerichteter Magnetisirung der Stahlstäbe in einer sie umgebenden Spirale erzeugten Inductionsströme abzuleiten, lassen nur die Grösse der Drehung der magnetischen Molecüle erkennen, da bei der sehr kurzen Zeit der Drehung der Molecüle die Gesammtintensität des dabei inducirten Inductionsstromes nur von dem Unterschied des Potentials der Magnetismen auf die Inductionsspirale vor und nach der Drehung, nicht aber von der Zeitdauer seiner Aenderung abhängt. Villari, Nuovo Cimento **21** und **22**; Maggio e Giugno, 1865 und 1866; Pogg. Ann. **133**, 322, 1868.

In dieser Beziehung ist das Verhalten des Eisens und Stahls gegen äussere mechanische Kräfte verschieden von dem gegen magnetisirende Kräfte, da bei der Einwirkung der ersteren auf Eisen die temporären Gestaltsveränderungen und auch die permanenten bedeutender sind als beim Stahl. Es ist indess wohl zu beachten, dass durch mechanische Kräfte nicht nur die Molecüle um ihre fest bleibenden Schwerpunkte gedreht, sondern auch an einander verschoben werden, während bei der Wirkung magnetischer Kräfte, wenigstens in gewöhnlichen, nicht gedrillten und gebogenen Körpern, nur das erstere eintritt, so dass ein wesentlicher Unterschied in der Wirkung beider Arten von Kräften besteht.

645 Der §. 603 ausgeführte Unterschied zwischen der permanenten Magnetisirung eines Stahlstabes während des dauernden Verweilens in einer Magnetisirungsspirale, in welcher der Strom langsam gesteigert und auf Null reducirt wird, und durch wiederholtes Einschieben in eine Spirale oder wiederholtes Streichen mit einem zweiten Magnetstab beruht darauf, dass im ersten Falle alle Molecularmagnete gleichzeitig durch die magnetisirende Kraft gerichtet werden und nun auch zugleich gegenseitig auf einander richtend einwirken, so dass sie durch beide Ursachen ihre mittleren temporären und (nach dem Oeffnen des Stromes) auch permanenten magnetischen Lagen einnehmen.

Bei dem Einschieben und Streichen werden aber die einzelnen Molecüle der Stäbe durch die magnetisirenden Kräfte nach einander gerichtet. Die zuerst gerichteten Theile kehren schon zum Theil durch die Molecularkräfte in ihre unmagnetischen Ruhelagen zurück, ehe die folgenden Theile gleichfalls durch die magnetisirende Kraft gerichtet werden und, rückwirkend auf die ersten Molecüle, dieselben in ihren magnetischen Lagen permanent erhalten. — Erst bei wiederholtem Streichen nähern sich dann die einzelnen Molecularmagnete den Gleichgewichtslagen, welche sie bekommen hätten, wenn sie alle gleichzeitig der magnetischen Einwirkung unterworfen worden wären.

646 Eine Bestätigung der in den vorigen Paragraphen aufgestellten Ansichten findet sich in den Versuchen von Beetz[1]) über das von dem Verhalten gewöhnlicher Eisenstäbe etwas abweichende magnetische Verhalten von Eisenmassen, welche nach der Methode von Böttger auf galvanoplastischem Wege zwischen den Polen eines Magnetes niedergeschlagen worden sind.

Ein cylindrisches Glasgefäss wurde durch eine poröse Scheidewand in zwei Abtheilungen getheilt und mit Lösung von Eisenvitriol oder Eisenchlorür und Salmiak gefüllt. In die Abtheilungen tauchte als positive Elektrode eine Stahlplatte, als negative Elektrode ein rechteckiger Blechstreifen, dessen längere Kanten horizontal lagen, und dessen kürzere,

---

[1]) Beetz, Pogg. Ann 111, 107, 1860.

verticale Kanten gegen die Wände des Glasgefässes gegenlagen. — Das Glasgefäss wurde so zwischen die Pole eines starken Magnetes gestellt, dass seine Pole es von aussen an den Stellen berührten, welchen von innen die kürzeren Kanten der negativen Elektrode gegenüberstanden. Das durch den Strom eines Daniell'schen Elementes auf der letzteren niedergeschlagene Eisen erhält dann schon während des Entstehens eine magnetische Polarität.

Diese Eisenmassen wurden in eine, vor ein Spiegelmagnetometer gelegte Spirale gebracht, so dass ihre magnetische Axe der in der Ost-Westrichtung befindlichen Axe der Spirale parallel war, und ihr temporärer und permanenter Magnetismus durch Ablenkungsversuche bestimmt. Die durch die Ströme in der Spirale allein bewirkten Ablenkungen des Spiegels des Magnetometers wurden durch die Annäherung einer zweiten vom Strom durchflossenen Spirale von der entgegengesetzten Seite her compensirt.

War die galvanoplastisch niedergeschlagene Eisenplatte sehr schmal gegen ihre Längsausdehnung in der Richtung ihrer magnetischen Axe, so wuchs während des Herumleitens eines Stromes, welcher auf sie im Sinne ihrer permanenten Magnetisirung magnetisirend einwirkte, ihr magnetisches Moment fast gar nicht. Hatten z. B. als negative Elektroden gefirnisste Silberdrähte gedient, die nur auf einer Seite auf einer schmalen Fläche von Lack entblösst waren, so betrug

	I	II
der ursprüngliche permanente Magnetismus	3,60	3,59
der temporäre Magnetismus	3,70	3,69
der permanente Magnetismus nach Unterbrechung des magnetisirenden Stromes	3,60	3,58

Da sich nämlich bei der Bildung des Eisenniederschlages die einzelnen magnetischen Molecüle so ordnen, dass ihre magnetischen Axen mit der Verbindungslinie der beiden Magnetpole zusammenfallen, so können sie bei der Einwirkung von magnetisirenden Kräften, welche im gleichen Sinne wie jene Pole wirken, nicht noch weiter der Verbindungslinie derselben, d. i. der magnetischen Axe des ganzen niedergeschlagenen Eisenstückes, zugedreht werden; dasselbe hat von vornherein das Maximum seines Magnetismus erreicht.

Sind die Stücke breiter, so liegen die Molecüle neben einander in gleicher Lage. Durch ihre Wechselwirkung wird daher in jedem Molecül eine dem zunächstliegenden entgegengesetzte Polarität erzeugt oder dasselbe aus der durch die Wirkung der Magnetpole gebotenen Stellung abgelenkt. Das permanente Moment ist dadurch vermindert und die Eisenmasse kann durch den Strom in der Magnetisirungsspirale ein stärkeres temporäres Moment annehmen und auch, wenn der Strom die Theilchen stärker gerichtet hat, als die bei ihrer Ablagerung thätigen Magnetpole, nach Aufhebung des Stromes ein stärkeres permanentes Moment behalten.

Lässt man auf die elektrolytisch niedergeschlagenen Magnete abwechselnd hin- und hergerichtete magnetisirende Ströme wirken, so verhält sich ihre temporäre Magnetisirung, wie die von gewöhnlichen Stahlstäben; die temporären Magnetisirungen nehmen auf beiden Seiten allmählich bis zu einer bestimmten Grenze ab.

Dagegen verhalten sich die permanenten Magnetismen ganz anders. Wurden z. B. um einen sehr schmalen elektrolytisch niedergeschlagenen Magnet, dessen ursprüngliches Moment $M = 3{,}95$ betrug, abwechselnd entgegengesetzt gerichtete Ströme von gleicher Intensität I herumgeleitet, so ergaben sich die permanenten Momente m_+ und m_- desselben nach dem Oeffnen der Ströme

M	m_+	m_-	m_+	m_-	m_+	m_-	m_+
+ 3,95	+ 3,97	— 1,60	+ 3,34	— 1,62	+ 3,27	— 1,70	+ 3,20

Während also bei gewöhnlich magnetisirten Stahlstäben die durch abwechselnd gerichtete magnetisirende Ströme erzeugten permanenten, positiven und negativen Magnetismen sich einem zwischen ihnen liegenden Werthe immer mehr nähern, sinkt hier allmählich die positive Magnetisirung und steigt die negative.

Der Grund hiervon ist wieder, dass bei der ursprünglichen Magnetisirung die Molecüle mit ihren magnetischen Axen der magnetischen Axe des ganzen Eisenstückes fast parallel liegen. Die magnetisirenden Kräfte der Spirale wirken also auf sie in einem spitzen Winkel. Werden nun bei wiederholten Hin- und Hermagnetisirungen die Theilchen beweglicher, so können die magnetisirenden Kräfte sie höchstens immer wieder in die der Axe parallele Lage zurückführen, die entmagnetisirenden entfernen sie dagegen allmählich immer weiter von derselben, so dass sie dann bei neuer Einwirkung der magnetisirenden Kräfte jene erste Lage nicht wieder erreichen.

Bei dickeren Eisenstücken, in welchen die Molecüle von vornherein mit ihren Axen stumpfere Winkel mit der magnetischen Axe des ganzen Stückes bilden, wirkt die entmagnetisirende Kraft gleich in einem grösseren Winkel gegen die Axe der Molecüle und dreht sie daher schon bei den ersten Entmagnetisirungen fast so weit von der Axe ab, als es überhaupt bei Einwirkung öfter abwechselnd gerichteter Magnetisirungen geschieht. Deshalb bleiben die durch letztere erhaltenen magnetischen Momente der Eisenstücke schon von Anfang an nahezu constant. Beim abwechselnden Streichen der elektrolytisch niedergeschlagenen Magnete mit einem Stahlmagnet in der einen und der anderen Richtung zeigen sich im Wesentlichen die analogen Erscheinungen.

Die Erklärungen dieser Versuche stimmen also völlig mit der oben von mir entwickelten Theorie überein.

Theorie von Ewing. Während wir entsprechend den Vorgängen bei mechanischen Deformationen neben den magnetischen Kräften noch 647

mechanische Molecularkräfte, zu denen auch die die sogenannte Reibung bedingenden gehören, annehmen, hat man sich mehrfach bemüht, letztere Kräfte als unnöthig hinzustellen, bezw. zu beseitigen.

So hat Ewing[1]) den Vorgang der Magnetisirung dadurch darzustellen versucht, dass er eine Anzahl von etwa 5 cm langen, 0,25 cm dicken, longitudinal magnetisirten und mit ihren Enden etwas nach unten gebogenen Stahldrähten auf einem Brett auf Spitzen über einer Spirale mit einer Drahtlage und verticalen Windungsfläche schweben lässt. — Auch kleine Compasse[2]), wie sie an den Uhren getragen werden, eignen sich hierzu. — Die Magnete richten sich durch ihre gegenseitige Einwirkung.

Bei quadratischen Anordnungen, analog der Krystallisation des Eisens und Nickels im regulären System, nehmen ohne ablenkende Kräfte die Nadeln meist Lagen an, die parallel mit allen Seiten des Quadrates sind. Wird eine allmählich gesteigerte magnetische Kraft angewendet, so entsteht eine stabile Ablenkung aller Magnete, ausser derer, welche der Magnetkraft gleich oder entgegengerichtet sind. Wird die Kraft entfernt, so kehren die Nadeln in ihre frühere Lage zurück. Wird aber die Kraft verstärkt, so tritt auch ohne Reibung Nachwirkung ein, die Nadeln behalten mehr oder weniger ihre Ablenkung. Die Susceptibilität (die Magnetisirungsconstante) wird gesteigert. Bei verschiedenen Gruppen wird die Instabilität bei verschiedenen magnetisirenden Kräften erreicht, indess geschieht dies bei nicht zu sehr verschiedenen magnetisirenden Kräften. Man erhält also bei aufsteigenden Strömen Curven, welche der Magnetisirungscurve mit ihrem Inflexionspunkt entspricht. Bei noch wachsenden Kräften nähern sich entsprechend dieser Curve die Magnete dem Parallelismus mit der magnetisirenden Kraft.

Die Erscheinungen der temporären und permanenten Magnetisirung wären also nach Ewing ohne Reibungskräfte möglich.

Die Wirkung von Erschütterungen soll durch Aenderungen der Entfernungen der Molecularmagnete wirken, ihre Stabilität verringern, wenn sie von einander zurückweichen und ebenso, weil sie dadurch in Schwingungen versetzt werden.

Mässige Temperaturerhöhung soll ebenso durch Entfernung der Molecüle von einander wirken, sie werden durch äussere Kräfte leichter eingestellt, die Permeabilität nimmt zu. Bei höheren Temperaturen indess sollen die Molecüle so stark hin und her schwingen, dass sie in Rotation gerathen und die Polarität aufhört. Die stärkeren Oscillationen bei höheren Temperaturen begründet der Verfasser aus den Versuchen von Hopkinson für Eisen und Nickel und von H. du Bois für Kobalt, dass unter starken magnetischen Kräften mässige Temperaturerhöhungen den Magnetismus vermindern (s. w. u.).

---

[1]) J. A. Ewing, Phil. Mag. [5] **30**, 205; Proc. Roy. Soc. London **48**, 342, 1890; Beibl. **14**, 1150. Des Zusammenhanges wegen führen wir hier gleich die Betrachtungen über den Einfluss der Dehnung u. s. f. mit an.

[2]) S. P. Thompson, Electrician **26**, 170, 1890; Beibl. **15**, 122.

Bei Dehnung soll in den Reihen von Molecularmagneten, deren Axen mehr oder weniger in der Richtung der Dehnung liegen, die Stabilität wegen der Entfernung ihrer Centren vermindert, in denen dagegen, welche senkrecht dagegen liegen, vermehrt werden. Die Wirkung hängt davon ab, welche Ursache überwiegt. In starken Feldern dürfte hiernach die Permeabilität vermindert, in schwachen vermehrt werden, wie in Eisen (s. w. u.)

Wirkt erst eine magnetisirende Kraft und dann eine Dehnung, so sollen zuerst die an der Grenze der Instabilität liegenden Molecüle umschlagen, die Wirkung ist nicht reversibel.

Aehnlich verhält es sich mit der ersten Wirkung von Dehnung auf den permanenten Magnetismus und auch mit der der Temperaturänderungen und bei Wiederholung der Einwirkungen, wo immer einzelne Molecularmagnete über die instabilen Gleichgewichtslagen hinüberschlagen. Auch das Verhalten von Eisen bei Belastung und Entlastung, bei Torsion und Detorsion oder bei beiden zugleich, soll eben darauf beruhen, ebenso die Accommodation.

648 Diese Darstellung ist zwar ein ganz hübsches, wenn auch einseitiges Bild der Erscheinungen, trifft aber doch das Wesen der Sache nicht so, dass es als eine Begründung derselben dienen könnte.

Da die Magnetnadeln durch ihre Aufstellung auf Spitzen an ihren Ort gefesselt sind, so sind von vornherein hierdurch die Molecularkräfte dargestellt, welche der Ortsveränderung der Schwerpunkte der magnetischen Molecüle in den zu magnetisirenden Körpern entgegenstehen. Auch ist in keiner Weise dargelegt, dass die reinen Anziehungserscheinungen der Magnetnadeln, welche bei ihrer Drehung verschiedene Gleichgewichtszustände derselben veranlassen können, den Reibungswiderständen der magnetischen Molecüle bei ihrer Drehung parallelisirt werden dürfen. Bei einer geringeren Anzahl von Magnetnadeln könnten sich die verschiedenen Gleichgewichtslagen derselben nur sprungweise ändern, bei sehr vielen würden dies, wie oben erwähnt, nach einander verschiedene Molecülgruppen von verschiedener Stabilität thun und so eine allmähliche Aenderung der Gleichgewichtslagen des ganzen Systems eintreten, wodurch freilich die Verhältnisse den direct beobachteten ähnlicher würden.

Indess ist noch gar nicht abzusehen, wie etwa durch Rechnung aus obiger Hypothese die Vertheilungen der Momente u. s. f. genauer verfolgt werden könnten.

649 Wir beobachten ferner, dass in nicht magnetischen und in magnetischen Metallen Deformationen durch äussere, nicht magnetische Kräfte in ganz gleicher Weise erfolgen, und sind dadurch berechtigt, zu schliessen, dass die Molecularkräfte, auch die, welche man als Reibungskräfte zu bezeichnen pflegt, in beiden Gruppen in gleicher Weise wirken. Macht man die Annahme, wie auch Ewing, dass die Molecüle der magnetischen

Metalle permanent magnetisch sind, so ist gar kein Grund vorhanden, dass sie äusseren, mechanischen, drehenden Kräften nicht in ganz gleicher Weise folgen sollten, wie unmagnetische Molecüle in anderen Metallen, und ferner, dass drehende magnetische Einwirkungen, seien es äussere, seien es die Wechselwirkungen der magnetischen Molecüle, nun mit einem Male nur für sich allein ohne Beeinflussung durch die in anderen Metällen vorhandenen mechanischen Molecularkräfte wirken sollten.

650 Um das permanente Moment zu erklären, nimmt Osmond [1]) an, dass das Eisen aus zwei verschiedenen Varietäten bestehe, deren Verhältniss sich von Stelle zu Stelle ändern kann. Die eine β sollte eine Art nicht magnetisirbares Netz darstellen, in welchem sich die magnetisirbaren Theilchen der anderen Modification α unter Reibung drehen können. Stösse und Schwingungen würden das Netzwerk erweitern und so den permanent gerichteten Theilchen gestatten, in ihre neutralen Lagen überzugehen. Bei Wirkung entgegengesetzter magnetisirender Kräfte könnten einzelne Theilchen von β festgeklemmt bleiben und so der frühere Magnetismus sich leichter wieder herstellen. Dass Eisen mit viel Kohlenstoff und Mangan nicht magnetisirbar ist, wie Spiegeleisen, soll daraus folgen, dass seine Masse der Modification β angehört.

Wenn nun auch die Abnahme verschiedener Varietäten des Eisens begründet sein kann, so ist doch obige Erklärung nicht allgemein haltbar, da z. B. chemisch reine Substanzen, chemisch reines Eisen, Eisenoxydoxydul, permanenten Magnetismus annehmen [2]).

651 Entgegen der Ansicht, dass die magnetisirenden Kräfte durch die ganze Masse der ihrer Einwirkung ausgesetzten Körper auf alle ihre Molecüle wirken, wonach bei gleicher Erregung alle Theilchen und

[1]) Osmond, Proc. Phys. Soc. London **10**, 382, 1890; Lum. électr. **36**, 241; Beibl. **14**, 648.

[2]) Vergl. auch eine Theorie unter alleiniger Annahme von magnetischen Kräften und Wechselwirkung der magnetischen Molecüle von Chwolson (Pogg. Ann. Ergänzungsbd. **7**, 53, 535, 1876). Zur Erklärung des permanenten Magnetismus des Stahles wird von ihm angenommen, dass die Kohlentheilchen darin den magnetischen Molecülen einen Drehungswiderstand darbieten, so dass die Magnetisirung erst bei einer bestimmten endlichen Kraft beginnen soll. Letzteres Resultat ist nicht richtig; erstere Annahme ebenfalls nicht festzuhalten, da auch ganz homogene Massen, z. B. von Eisenoxydoxydul u. s. f., permanenten Magnetismus zeigen (s. oben). Auch wird angenommen, dass die inneren Schichten sich im Schatten der Oberflächenschichten befinden und sich die von aussen auf einen inneren Punkt wirkende Kraft mit der Tiefe verringert; dass die Drehung der positiv gerichteten Molecüle durch negative Ströme schneller geschieht, als durch positive u. s. f. (s. §. 651).

Wenn man zuweilen von einer „Uebersättigung“ eines Magnetstabes mit Magnetismus spricht, so kann das nur so viel heissen, dass stark magnetisirte Stäbe bei mechanischen Einflüssen, z. B. Erschütterungen, eine grössere Menge ihres Magnetismus verlieren, als schwach magnetisirte, und erst mit der Zeit nach wiederholten Erschütterungen einen permanenten Zustand erhalten. Eine wirkliche Uebersättigung ist nach den vorher mitgetheilten Erfahrungen nicht anzunehmen.

vollkommener Magnetisirbarkeit im Innern der Körper kein freier Magnetismus sein kann, haben **Marianini** und nach ihm **Jamin** in Folge des Verhaltens der abwechselnd entgegengesetzt magnetisirten Körper, welche z. B. beim Erschüttern ihre früheren Magnetismen wieder erhalten, angenommen, dass die magnetisirende Wirkung, z. B. eines galvanischen Stromes, nicht direct durch Eisen und Stahl hindurchgehe [1]); vielmehr soll sie von der Oberfläche mit abnehmender Stärke in die Tiefe eindringen, und zwar um so tiefer, je grösser die magnetisirende Kraft ist. An der Oberfläche soll während ihrer Wirkung die oberste Schicht „übersättigt" sein. Beim Verschwinden der magnetisirenden Kraft soll diese „Uebersättigung" aufhören und der permanente Magnetismus übrig bleiben [2]). So soll eine starke, also tief eindringende temporäre Magnetisirung A eine ebenso tief gehende schwächere permanente Magnetisirung $a < A$ zur Folge haben können, die dann einer weniger tief gehenden temporären Magnetisirung $B < A$ gleich sein kann. Wirkt nach einem Strom I, der eine permanente Magnetisirung $+ a$ erzeugt hat, ein schwächerer Gegenstrom $- i$, so soll dessen Wirkung wiederum weniger tief in den Magnet eindringen und in der dünneren Schicht den permanenten Magnetismus $+ x$ zerstören, dafür den permanenten Magnetismus $- x$ und ausserdem einen vorübergehenden Antheil an Magnetismus $- y$ erzeugen, welcher letztere beim Oeffnen des Stromes verschwindet, so dass die permanente Magnetisirung $a - 2x$ zurückbleibt. Wegen des Verhaltens der zusammengelegten und auseinander genommenen Lamellen bei Hin- und Hermagnetisirungen soll sich die Magnetisirung erst oberflächlich entwickeln, dann beim Zusammenlegen der Lamellen durch die Abstossung ihrer Magnetismen in die Tiefe eindringen und dort andauern, sich zu einer Magnetisirung im gleichen Sinne addiren und einer Magnetisirung im entgegengesetzten Sinne entgegenwirken [3]).

In einem Magnet sollen die Molecularmagnete — welche nicht Molecularströmen ihre Eigenschaft verdanken würden, da letztere eine elektromotorische Kraft voraussetzen, die durch sie ganz in Wärme umgewandelt würde — lauter gleiche Fäden oder Ketten bilden, in denen sich die gegenüberstehenden Pole der einzelnen Molecularmagnete völlig „dissimuliren", und die deshalb in ihrer ganzen Länge inactiv sind, mit Ausnahme ihrer Enden, wo sich je ein einzelner freier Pol vorfindet. Die Fäden gehen alle durch den mittleren Querschnitt des Magnetes, den sie nicht ganz erfüllen, da sie beim Eindringen der Magnetisirung an der Oberfläche verdichtet sind, wo die Magnetisirung stärker ist als in der Tiefe.

An den Enden stossen sich die Fäden mit ihren freien Polen ab und divergiren gegen die verschiedenen Elemente der Oberfläche, woselbst auf jeder Flächeneinheit die Intensität des Magnetismus der Zahl der

[1]) **Jamin**, Compt. rend. **78**, 305, 1874. — [2]) **Jamin**, Compt. rend. **77**, 1389, 1873. — [3]) **Jamin**, Compt. rend. **75**, 1674, 1872.

Pole, die Anziehung dem Quadrat derselben proportional ist. Die Gesammtzahl der Fäden (der totale freie Magnetismus) ist also proportional der Summe aller Intensitäten auf allen einzelnen Flächenelementen der einen Hälfte des Magnetes.

Da alle Fäden durch den mittleren Schnitt hindurchgehen, so hängt der totale Magnetismus nur von dessen Ausdehnung, nicht aber von der Grösse und Gestalt der sonstigen Oberfläche der Magnete ab. Letztere regelt dagegen die Verbreitung der Pole. Bei einer Erweiterung der Oberfläche nach den Enden des Magnetes ist also die magnetische Intensität auf den einzelnen Stellen der Oberfläche klein, bei Verengung der Oberfläche (z. B. Zuspitzung des Magnetes) ist sie gross. Dabei kann indess die Vertheilung der Intensitäten auf einer gegebenen Oberfläche auch geändert werden, z. B. durch Reiben mit einem Eisenstab [1]). Wenn sich indess die Oberfläche noch mehr verkleinert, als bei einem „Normalmagnet", wo die Enden der Magnetfäden sich berühren, also nur den ihnen nöthigen Platz haben, und die Zahl der Elementarpole, welche die Oberfläche aufnehmen kann, gleich der Zahl der Fäden im centralen Querschnitte ist [2]) und das Maximum der Spannung erreicht ist, also z. B. wenn die Magnete zu kurz sind, so nimmt die Intensität auf der Oberflächeneinheit nicht bis ins Unendliche zu, der totale Magnetismus, wie er durch den mittleren Querschnitt geliefert wird, kann sich nicht mehr ausbreiten, er nimmt ab. Demnach unterscheidet Jamin megapolare, metripolare und brachypolare Magnete, je nachdem die Magnetfäden sich vom mittleren Querschnitt gegen die Enden ausbreiten, parallel werden oder keinen genügenden Platz finden. So nähert sich z. B., wenn man mehr und mehr gesättigte Stahllamellen zusammenlegt, die Magnetisirung einem Maximum, da die freie Oberfläche nicht proportional dem Querschnitte wächst. Wird aber dann an die freien Stellen des Stahlmagnetes eine Eisenmasse gelegt, so kann sich der Magnetismus entwickeln und wächst zur normalen Höhe [3]). Deshalb kann man auch bei Bewaffnung mit Eisenarmaturen von grosser Oberfläche mehr Stahllamellen zusammenlegen, ehe der Magnetismus ein Maximum erreicht; auch ist in diesem Falle der Magnetismus des mit angelegter Armatur magnetisirten Stahlmagnetes grösser, als ohne Armatur („magnetische Condensation durch den Anker"). Wird die Armatur aber abgenommen, so soll der Magnet so viel an Magnetismus verlieren, dass er nur den seiner kleineren Oberfläche entsprechenden Magnetismus behält; daher die Verminderung der Tragkraft nach dem ersten Abreissen. Bei den normalen Magneten soll sich dagegen durch Anlegen von Eisenankern an die Enden zwar die Vertheilung des freien Magnetismus auf jedem einzelnen Pol ändern, indem sich die Elementarfäden in die Armaturen fortsetzen, indess die Gesammtsumme des freien Magnetismus

[1]) Jamin, Compt. rend. 78, 1241, 1874. — [2]) „L'aimant est parfait, il est plein", Jamin, Compt. rend. 80, 357, 1875. — [3]) l. c. S. 1497.

auf dem Stahlmagnet und dem Anker zusammen soll die gleiche sein, wie vor Anlegen desselben.

Um die Tiefe des Eindringens der Fäden zu messen, bestimmt Jamin den totalen freien Magnetismus verschiedener, z. B. 1 m langer, 50 mm breiter Stahlstäbe von verschiedenen Dicken $n = 1$ bis 4 mm, durch Abreissen kleiner Eisencontacte von ihren verschiedenen Stellen. Da die Magnetismen mit der Dicke, aber langsamer als diese, steigen, so soll der Magnetismus in dicke Stahlstäbe tiefer als 3 mm eindringen und den Versuchsresultaten zufolge daselbst nach dem Gesetze einer geometrischen Reihe abnehmen, so dass der totale Magnetismus der Formel $m = M(1 - a^{-n})$ entspricht [1].

652 Wenn diese Theorie in ihrer consequenten Durchführung auch ein Bild der in ihr zusammengefasten Thatsachen liefert, so stösst ihre Annahme doch auf grosse Schwierigkeiten und sie wird kaum die oben erwähnten Theorien verdrängen können. Einmal lässt sich aus ihr das magnetische Moment verschieden gestalteter Körper nicht wie aus der Hypothese von Poisson ableiten, welche, soweit die Momente den wirkenden Kräften proportional sind, durch die Versuche bestätigt wird; dann folgt die Verminderung des Momentes von der Oberfläche in die Tiefe vollständig aus der magnetisirenden Wechselwirkung der einzelnen Schichten. Die Begründung, weshalb die auf einander folgenden Magnetisirungen immer weniger tief in die Masse der Magnete eindringen, dürfte kaum möglich sein. — Die Analogie mit dem mechanischen Verhalten der Körper erläutert zur Genüge die Wirkung entgegengesetzt wirkender magnetisirender Kräfte, wobei die einzelnen Molecüle hin und her gedreht werden. Freilich hat man bildlich auch bei auf einander folgenden Deformationen der Körper eine Art Uebereinanderlagerung der Wirkungen statuirt, indess kann man doch direct nachweisen, dass dabei dieselben Theile der Körper den successiven Eiwirkungen folgen. Wenn sich ferner auch im Allgemeinen Reihen von magnetischen Molecülen im Sinne der obigen Hypothese herstellen, so ist doch im Einzelnen kaum anzunehmen, dass bei sehr variablem Querschnitt nicht auch die zwischen ihnen liegenden Molecüle an der magnetischen Einstellung theilnehmen. Ist ein Körper in der Mitte relativ sehr dünn, besteht er z. B. aus zwei nur durch einen dünnen, in der Verbindungslinie der Mittelpunkte liegenden Eisencylinder verbundenen grösseren Kugeln, so zeigen letztere bei der Magnetisirung in der Richtung jener Linie sowohl an den einander zu-, wie an den einander abgekehrten Seiten freie Magnetismen im Sinne der magnetisirenden Kraft, so dass also nicht nur die durch den Eisencylinder hindurchgehenden Magnetfäden die Magnetisirung bedingen [2].

---

[1]) Jamin, Compt. rend. 78, 1245. — [2]) Siehe G. Wiedemann, Pogg. Ann. 157, 257, 1876.

D. Einfluss der Dimensionen von Stäben auf ihr temporäres magnetisches Moment.

1. Einfluss der Dicke.

Vertheilung im Querschnitt.

653 Die experimentellen Untersuchungen über den Einfluss der Gestalt auf die temporäre und permanente Magnetisirung verschieden gestalteter Stäbe sind fast alle unter den §. 531 erwähnten complicirten Bedingungen angestellt, so dass die Resultate sehr verwickelt sind, und die meisten der gefundenen Gesetze nur als Annäherungen und mehr oder weniger zweckmässige empirische Darstellungen der gefundenen Resultate gelten können.

654 Wir behandeln zuerst die Abhängigkeit des temporären Momentes der Magnetstäbe von ihrer Dicke.

Lenz und Jacobi[1]) haben hierüber Versuche nach der §. 536 beschriebenen Methode mit Hülfe der die magnetischen Momente messenden Inductionsströme angestellt. Sie wandten Eisencylinder an, deren Durchmesser im Verhältniss von 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 9 : 12 : 15 : 18 standen, und deren dünnster $^1/_6$ Zoll dick war. Die magnetisirende Spirale passte gerade auf den dicksten Stab von 3 Zoll Durchmesser; die Inductionsspirale umgab sie. Die Intensität des magnetisirenden Stromes blieb constant; sie wurde an der elektromagnetischen Wage gemessen. Die dem magnetischen Moment M der Stäbe proportionale Intensität des beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes erzeugten Inductionsstromes wurde an einem Galvanometer abgelesen. Auf diese Weise fanden sich die in der Tabelle unter I. angeführten Zahlen. Die Werthe M_1 sind von Dub[2]) unter der Annahme berechnet, dass die Spiralen die Kerne eng umschliessen und bei Erweiterung einer Spirale im Verhältniss von 1 : 2 die magnetisirende Kraft um $^1/_{11}$ abnimmt.

Bei den Versuchen, deren Resultate in der Tabelle unter II. erwähnt sind, umschlossen die magnetisirenden Spiralen dieselben Eisencylinder ganz eng, und die Inductionsspiralen waren unmittelbar darüber gewunden. Alle bei den verschiedenen Eisencylindern verwendeten Inductionsspiralen waren beständig in dem Schliessungskreise des Galvanometers, so dass der Gesammtwiderstand der Schliessung des Inductionsstromes

---

[1]) Lenz u. Jacobi, Pogg. Ann. **47**, 235, 1839 und **61**, 255, 1844; Bullet. de St. Pétersb. **2**, 65. Wir lassen auch hier die Dimensionen in Zollen stehen, da es sich doch nur um relative Werthe handelt; für absolute Berechnungen genügen die Daten nicht. Auch ist die Vertheilung der magnetisirenden Kräfte auf der Länge der Stäbe verschieden. — [2]) Dub, Elektromagnetismus, S. 209, 1861.

constant blieb. Die Intensität des magnetisirenden Stromes wurde durch ein Galvanometer bestimmt. Sind die Zahlen der Windungen der über dem Eisencylinder befindlichen magnetisirenden Spirale und der Inductionsspirale n und n_1, ist die Intensität des Inductionsstromes I, so ergiebt sich das magnetische Moment M des Eisencylinders für gleiche magnetisirende Kräfte:

$$M = \frac{const}{n n_1} I,$$

wie es in der Tabelle unter II. aufgeführt ist. In allen folgenden Tabellen bezeichnet d den Durchmesser, l die Länge der Stäbe.

	I.			II.			
d	M	M_1	$M_1/\sqrt{d}$	M gef.	M ber. = $8664 + 15\,880\,d$	$const\ M/d$	$M/\sqrt{d}$
1/6	3 468			6 244	—	6244	6 244
1/3	8 731	8 731	617	13 603	13 957	6801	9 596
1/2	11 166	10 658	615	16 735	15 604	5578	9 662
2/3	14 252	12 775	638	20 620	19 250	5155	10 310
5/6	15 831	14 082	627	22 841	21 897	4568	10 214
1	17 489	15 104	616	24 914	24 544	4152	9 492
1 1/2	24 569	19 544	651	31 803	32 424	3533	10 000
2	30 796	22 407	646	40 946	40 424	3412	11 820
1/2	36 743	24 157	624	49 127	48 364	3275	12 684
3	44 731	26 432	623	55 558	56 204	3087	13 092

Die Zahlen in der Tabelle sind mit 100 000 multiplicirt.

In der ersten Beobachtungsreihe sind die durch die Ströme in der Magnetisirungsspirale selbst inducirten Ströme von den beim Einlegen des Eisenkernes erhaltenen subtrahirt, bei der zweiten nicht.

655 Berechnet man die Momente in der ersten Reihe nach der Formel $M = const\, d$, so stimmen sie nicht genau mit den Beobachtungen. Es konnte dies daher rühren, dass das Verhältniss der Weite der Windungen zu den Durchmessern der Eisencylinder nicht constant blieb. Sehr viel besser stimmt die Berechnung der Beobachtungsreihe II nach der Formel $M = 8664 + 15\,880\,d$, in welcher die erste Constante die Inductionswirkung der Magnetisirungsspirale darstellt. Hieraus schliessen Lenz und Jacobi, dass der totale temporäre Magnetismus, d. h. das temporäre magnetische Moment der runden weichen Eisenstäbe dem Durchmesser proportional ist.

656 Bei anderen Beobachtungsreihen ergaben sich nicht so einfache Resultate. So folgt aus den Versuchen von v. Waltenhofen (l. c. §. 562) für die Intensität $i = 2$ bei gleich langen Eisenstäben, deren Durchmesser d aus den §. 563 angegebenen Gewichten berechnet war, u. A.:

d	M/d	$M/\sqrt{d}$	d	M/d	$M/\sqrt{d}$
1,108	0,660	0,695	5,978	0,380	0,928
2,071	0,530	0,763	11,823	0,277	0,951
2,150	0,638	0,936	14,258	0,268	1,012
3,015	0,455	0,790	19,824	0,248	1,106
4,006	0,455	0,910	28,292	0,228	1,213

Hiernach steht das Verhältniss der Momente dem der Quadratwurzeln der Durchmesser näher, als dem der Durchmesser selbst.

Dieses Resultat folgt noch annähernder aus den §. 558 mitgetheilten Versuchen von Müller, bei denen durch Ablenkung einer Magnetnadel das temporäre magnetische Moment M von Eisenstäben bestimmt wurde, deren Dicke d von 9 bis 44 mm geändert wurde. Bei schwächeren magnetisirenden Kräften p, bei denen das Maximum der Magnetisirung fern lag, ergiebt sich nach §. 559

$$M = const\, p \sqrt{d}.$$

Indess hat Müller selbst diese Formel nur als eine rein empirische betrachtet und ihr durchaus keinen weiteren theoretischen Werth beigelegt.

657 Dasselbe Verhältniss hat Dub [1]) in ganz gleicher Weise wie Müller untersucht. Von den vielen Versuchen erwähnen wir nur einige.

Die von Ost nach West horizontal gelegten weichen Eisenstäbe waren bezw. 6 und 12″ lang und $^1/_2$ bis 2″ dick und durch eine 2″ weite Spirale magnetisirt. Die Intensität der Ströme wurde durch die Ablenkung a an einer Tangentenbussole bestimmt. Den Stäben gegenüber in der Verlängerung ihrer Axe und 20″ von ihrem einen Ende war eine Magnetnadel an einem Coconfaden aufgehängt, deren Ablenkungen α vermittelst eines an ihr befestigten, 6″ langen kupfernen Zeigers auf einer Kreistheilung bestimmt wurden. Der so gemessene Magnetismus nach Abzug der Wirkung der Spirale, d. i. das temporäre Moment M der Stäbe betrug u. A.:

d	$l = 6''$, $a = 19^0$		$l = 12''$, $a = 15^0$	
	M	$const\, M/\sqrt{d}$	M	$const\, M/\sqrt{d}$
$^1/_2''$	0,096	68	0,33	24
$^3/_4$	0,114	66	0,41	24
1	0,150	72	0,49	24,5
$1^1/_2$	0,200	81	0,63	26
2	0,270	95	0,77	27

[1]) Dub, Pogg. Ann. **90**, 250, 1853; **94**, 580, 1855.

Bei anderen Versuchen hatte die Spirale 3 Fuss Länge und 6 Zoll Durchmesser. Die Länge der Eisenkerne betrug 3 Fuss. Dub erhielt

d	M	$M/\sqrt{d}$
1″	0,03404	0,03404
2	0,04388	0,03102
4	0,07420	0,03710
6	0,08900	0,03690

Als Dub [1]) Magnetkerne von 12 Zoll Länge in gleicher Weise magnetisirte und die abgelenkte Magnetnadel durch einen in einer Kupferhülle schwebenden magnetisirten Stahlspiegel ersetzte, welcher sich in weiterer Entfernung (9′) von den Magnetkernen befand, erhielt er u. A. folgende Werthe:

d	$\alpha = 12^0$ M	$\frac{M}{n\sqrt{d}}$	$\alpha = 15^0$ M	$\frac{M}{n\sqrt{d}}$	$\alpha = 8^0$ M	$\frac{M}{n\sqrt{d}}$
1/2″	29	643	21	476	12	266
1	42	644	31	470	17,5	263
1 1/2	50,25	641	37	472	20,5	262
2	60	643	44	471	25	267
3	79,25	641	59	479	33	268

Die Quotienten $M/\sqrt{d}$ mussten noch mit der veränderlichen Anzahl n der Drahtwindungen dividirt werden, um die Resultate vergleichen zu können.

Bei zwei Stäben von 12 Zoll Länge und 1 bis 2 Zoll Dicke, die in Spiralen von denselben Durchmessern eingelegt waren, ergab sich [2]):

d	M	const $M/\sqrt{d}$
1″	0,6693	473
2″	0,9535	478

658 Auch für hufeisenförmige Stäbe hat Dub [3]) das gleiche Verhältniss aufgefunden, indem er sie mit ihren Schenkeln vertical in der Ost-Westebene aufstellte und ihnen eine Magnetnadel in der Weise näherte, dass eine in der Ost-Westrichtung durch ihren Aufhängepunkt gelegte Ebene durch die Mittelpunkte der beiden Endflächen der Schenkel

[1]) Dub, Pogg. Ann. 120, 573, 1863. — [2]) Dub, Elektromagnetismus, S. 205, Berlin 1861. — [3]) Dub, Pogg. Ann. 90, 441, 1853.

der Stäbe hindurchging. Bei gleicher Intensität des magnetisirenden Stromes und bei Anwendung gleicher Spiralen schwankte bei Stäben von $^3/_4$ bis 2 Zoll Durchmesser das Verhältniss $M/\sqrt{d}$ nur zwischen den Zahlen 295 bis 308 [1]).

659 Nach den vorliegenden und manchen anderen, noch später zu erwähnenden eigenen Versuchen stellt Dub das allgemeine Gesetz auf, dass die Momente von cylindrischen Stäben, welche gleichen magnetisirenden Kräften ausgesetzt sind, den Quadratwurzeln ihrer Durchmesser proportional sind.

Freilich ergeben sich oft bedeutende Abweichungen. Sie sollten aber nach Dub [2]) verschwinden, wenn die Magnetisirungsspirale die Magnetkerne eng umschliesst, oder der Magnetkern und die Spirale so lang sind, dass die relativ schwächere Wirkung ihrer Endwindungen gegen die der anderen Windungen zu vernachlässigen ist.

Wie indess schon §. 475 ausgeführt worden ist, könnte sich eine so einfache Abhängigkeit der Momente der Stäbe von ihrer Querdimension möglicher Weise nur dann herausstellen, wenn in ihnen die magnetisirenden Kräfte in durchaus ähnlicher Weise vertheilt wären. Diese Bedingung ist aber bei den vorliegenden Versuchen nur unvollkommen erfüllt.

660 Ich habe [3]) gleichfalls Eisencylinder von 250 mm Länge und 10,5 mm, 20 mm, 30 mm, 60 mm, 90 mm Durchmesser, alle von der gleichen Eisensorte, gleichmässig ausgeglüht und nach dem Ausglühen gleichmässig langsam abgekühlt, in eng anliegenden Magnetisirungsspiralen von 127 bis 129 Windungen und gleicher Länge, wie die Cylinder, in einer Entfernung von 880 mm östlich vor einem magnetisirten, in einer dicken Kupferhülse schwebenden Stahlspiegel aufgestellt. Durch die Spiralen wurde ein Strom geleitet, dessen Intensität I an einem Spiegelgalvanometer abgelesen wurde, und die das Moment M der Eisenstäbe messende Ablenkung des Stahlspiegels nach Abzug der Wirkung der Spiralen bestimmt. Die beobachteten Tangenten der doppelten Ablenkungswinkel der Spiegel sind auf Tangenten der einfachen Winkel reducirt. So ergab sich:

[1]) Siehe auch Domalip, Abh. der Böhm. Ges. der Wiss. [6] 5, 1, 1872. Ist d der Durchmesser, l die Länge, x die magnetisirende Kraft, γ das Gewicht des Stabes, y das Moment, so ist entsprechend den Formeln von v. Waltenhofen, Müller und Dub $y = \beta\gamma\, arc\, tg\, (const\, x l^{3/4}/d^2 \gamma^{3/4})$. — [2]) Dub, Elektromagnetismus, S. 197 u. f., Berlin 1861. — [3]) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 117, 236, 1862.

I. $d = 10,5$ mm			II. $d = 20$ mm			III. $d = 30$ mm		
I	M	z	I	M	z	I	M	z
183,2	226,7	1,257	169,0	291,6	1,725	106,8	234,2	2,195
222,5	273,5	1,229	346,2	615,9	1,778	155,1	346,2	2,233
444,9	567,8	1,277	295,9	716,8	1,811	225,2	508,3	2,257
542,9	722,6	1,331	425,8	762,1	1,790	407,5	924,7	2,270
749,0	990,0	1,321	494,8	892,3	1,805	490,5	1131,0	2,306
			550,3	1007,6	1,831	683,1	1578,0	2,310

IV. $d = 60$ mm			V. $d = 90$ mm		
I	M	z	I	M	z
109,1	408,8	3,744	102,4	530,1	5,392
159,2	597,0	3,753	144,3	770,9	5,343
244,1	926,8	3,797	253,1	1367,0	5,400
314,9	1207,0	3,834	301,1	1644,0	5,461
389,9	1493,0	3,832	391,1	2141,0	5,474
451,1	1731,0	3,833	443,9	2441,0	5,498
588,8	2281,0	3,874			

Die Columnen z enthalten die Quotienten $z = M/I$. Dividirt man die Werthe z, welche etwa der Stromintensität 400 bis 500 entsprechen, bei der sie sich nicht mehr sehr schnell ändern, durch die Anzahl n der Windungen und sodann durch die Quadratwurzeln aus den Durchmessern d der Stäbe, so erhält man:

$d =$	10,5	20	30	60	90
$z =$	1,277	1,800	2,285	3,834	5,498
$const\ z/(n\sqrt{d}) =$	1000	1026	1067	1207	1339

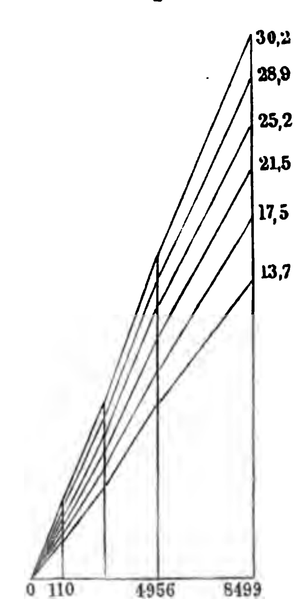
Das Verhalten der letzteren Werthe ändert sich bei anderen Stromintensitäten ein wenig, indess steigen auch dann die Werthe z bedeutend schneller an, als die Quadratwurzeln der Dicken der Stäbe. Dies findet namentlich bei dickeren Stäben statt.

Aus den Versuchen von Ruths (vergl. indess §. 573 Anm.) geht hervor, dass die Abhängigkeit der Gesammtmomente M von der Dicke d durch eine Curve dargestellt wird, welche erst schneller ansteigt, als der Proportionalität mit d entspricht, dann einen Inflexionspunkt erreicht und gegen die Abscissenaxe concav wird. Je grösser die magnetisirende Kraft ist, bei desto grösseren Dicken tritt der Wendepunkt ein.

Das empirische Gesetz von Dub bewährt sich also innerhalb etwas weiterer Grenzen durch die Versuche nicht.

661 Auch die Versuche anderer Physiker zeigen bedeutende Abweichungen von diesem Gesetz, so zunächst die Beobachtungen von v. Feilitzsch [1]), wobei zuerst die durch die Magnetisirungsspirale allein, sodann die durch dieselbe und den in ihr magnetisirten Eisenstab bewirkten Ablenkungen einer Magnetnadel durch einen von der anderen Seite derselben genäherten Stahlmagnet compensirt wurden.

Fig. 229.



Die Stäbe waren 91 mm lang; ihr Umfang betrug bezw. 94,9, 90,7, 79,2, 67,6, 54,9, 42,9 mm. Sie wurden alle in dieselbe Magnetisirungsspirale eingelegt. Die erhaltenen Resultate sind in beifolgender Zeichnung (Fig. 229) angegeben, in der die Intensitäten der Ströme als Abscissen, die magnetischen Momente der Stäbe als Ordinaten verzeichnet sind. Die geringe Abweichung der Curven von der geraden Linie würde eine Annäherung an den Sättigungspunkt andeuten, wenn die benutzten Stäbe nicht einen zu bedeutenden Querschnitt hätten. Nach der Vergleichung der bei gleichen Stromintensitäten I erhaltenen Momente sollen hiernach entgegen den Beobachtungen von Müller und Dub die Magnetismen, die temporären magnetischen Momente M der Stäbe ihren Umfängen oder Durchmessern direct proportional sein. Dieses Resultat ergeben indess die Versuche auch nicht vollständig; denn bildet man z. B. bei einigen Stäben vom Umfange c die Quotienten M/Ic, so erhält man:

c	I	M	$const \frac{M}{Ic}$	$const \frac{M}{I\sqrt{c}}$	I	M	$const \frac{M}{Ic}$	$const \frac{M}{I\sqrt{c}}$
94,9	110	0,285	273	841	4956	13,399	285	878
79,2	110	0,247	283	798	4956	11,585	295	831
54,9	110	0,182	301	706	4956	8,715	320	751
42,9	110	0,150	318	658	4956	7,429	350	724

Hiernach ist der Werth M weder der Quadratwurzel noch der ersten Potenz des Umfanges oder der Dicke der Stäbe proportional; vielmehr liegt das richtige Verhältniss in der Mitte zwischen beiden.

[1]) v. Feilitzsch, Pogg. Ann. 80, 321, 1850.

662 Prismatische Eisenstäbe zeigen bei gleichen magnetisirenden Kräften nahe dasselbe temporäre Moment, wie runde von demselben Querschnitt [im Gegensatze zu dem temporären Moment von Stahlstäben, welches bei prismatischen Stäben kleiner ist als bei runden [1])]; ebenso verhalten sich Bündel von prismatischen Stäben, welche ohne Zwischenräume zusammengefügt sind. Sind die prismatischen Stäbe durch Zwischenschichten, z. B. Messingstäbchen, von einander getrennt, oder sind sie in Röhrenform zusammengelegt, statt dicht an einander gefügt, so wächst bei niederen und namentlich mittleren Sättigungsgraden der Magnetismus schneller [2]).

663 Dünnwandige Röhren von 130 mm Länge, 6 bis 28 mm äusserem Durchmesser, 0,13 bis 0,24 mm Blechdicke zeigen bei grösserem Durchmesser bei geringen magnetisirenden Kräften, namentlich aber bei mittleren Sättigungsgraden eine grosse Ueberlegenheit über massive Stäbe von gleichem Gewicht. Bei noch stärkeren Magnetisirungen tritt eine Abnahme dieses Uebergewichtes ein und zuletzt überwiegt der Magnetismus der massiven Kerne (vgl. die Versuche über die Anziehung von massiven und hohlen Kernen durch Spiralen weiter unten).

Bei geringerem Durchmesser zeigen die Röhren etwas kleinere Magnetismen, als gleich schwere massive Stäbe.

So betrug z. B. das Moment m bei verschiedenen Stromintensitäten i:

			$i =$ 2	4	8	10	15
Durchmesser	6 mm	Stab	$m =$ 1,474	2,576	3,777	4,105	4,587
Gewicht	3,37 g	Rohr	$m =$ 0,832	1,766	3,086	3,481	4,125
Durchmesser	28 mm	Stab	$m =$ 2,324	4,569	8,621	10,360	13,890
Gewicht	16,84 g	Rohr	$m =$ 4,539	9,287	16,624	19,073	22,244

Bei letzterem Rohre ist bei halber Sättigung ($i = 8$) das Moment etwa ebenso gross, wie bei einem Stabe von 13 fachem Gewicht bei gleicher Stromintensität. Letzterer würde erst bei der Intensität ($i = 18$) seine halbe Sättigung erreichen. Bei grösseren Stromstärken überwiegt die Magnetisirung des Rohres nicht mehr in gleichem Maasse. Im Allgemeinen ist zur Darstellung der Resultate dieser Versuche die Müller'sche Formel weniger geeignet, als für massive Stäbe [3]).

664 Ueber das Verhalten hohler eiserner Röhren, welche in eine Magnetisirungsspirale eingelegt werden, hat auch v. Feilitzsch (l. c.) nach der oben erwähnten Methode eine Reihe von Versuchen angestellt. Danach nähert sich ihr Magnetismus bei wachsender Intensität der galvanischen Ströme um so langsamer einem Maximum, je dicker sie sind.

Der Magnetismus in massiven und hohlen Eisenkernen von gleichem Durchmesser ist gleich gross, wenn in letzteren genug Eisenmasse zur

[1]) v. Waltenhofen, Wien. Ber. **48** [2], 518; Pogg. Ann. **121**, 450, 1864. — [2]) v. Waltenhofen, Wien. Ber. **61** [2], 771, 1870; Carl's Rep. **6**, 320, 1874. — [3]) v. Waltenhofen, l. c.

Entwickelung des Magnetismus vorhanden ist. De Haldat[1]) hatte in gleicher Weise schon früher gezeigt, dass eine vor dem Ende eines elektromagnetisirten Flintenlaufes schwingende Magnetnadel ihre Oscillationsdauer nicht ändert, wenn man in den Flintenlauf Eisenstäbe einschiebt, oder ihn durch einen ebenso dicken Eisenstab ersetzt. Ebenso fand er, als er das Gewicht eines Eisenrohres durch Ausfeilen von 280 g auf 160 und 90 g brachte, dass beim Herumleiten eines Stromes um dasselbe die Zahl der Schwingungen der vor demselben aufgestellten Magnetnadel sich nur von 15 bis 17 in der Secunde änderte.

Werden die Eisencylinder am oberen Ende mit eisernen Deckplatten geschlossen, so ändert sich dadurch das in ihnen erzeugte Moment nicht

Bei anderen Versuchen stellte v. Feilitzsch zuerst eine, dann mehrere in einander geschobene hohle Röhren in der Magnetisirungsspirale von Ost oder West der Magnetnadel gegenüber und compensirte ihre Ablenkung durch einen von der anderen Seite genäherten Stahlmagnet.

Die Länge der Röhren betrug 110 mm, ihre Blechdicke 0,51 bis 0,54 mm, ihr Umfang:

1	2	3	4	5	6	7
97	91,4	85,9	79,5	73,9	67,8	61,2 mm

Die folgende Tabelle enthält einige Resultate. Unter I sind die Intensitäten der Ströme angegeben, unter 1 das Moment der Röhre 1 allein (nach Abzug der Wirkung der Magnetisirungsspirale); unter 2, 3 bis 7 die Zunahme des Momentes der vorher genannten Röhren 1, 1 und 2 u. s. f., wenn die betreffende Röhre 2, 3 u. s. f. in dieselben eingeschoben wurde[2]):

I	1	2	3	4	5	6	7
121	110	123	13				
187	313	35	17				
270	518	45	14				
449	968	48	28				
790	1748	126	39				
1212	2639	272	60				
1826	3592	606	131	29			
2975	4742	1962	420	175			
5150	5690	3923	2210	609	319		
6783	6059	4651	3419	1813	635	283	151
8510	6347	5066	4087	2953	1566	781	335

[1]) De Haldat, Compt. rend. 18, 843, 1844; 20, 20, 1845; Mém. de l'Acad. de Stanislas 1838, p. 152; 1844, p. 4. — [2]) Die analogen Resultate ergeben sich, wenn man das Moment der in einander geschobenen Röhren und Kerne durch die in einer conaxial zu ihnen liegenden Spirale beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes erzeugten Inductionsströme misst (vergl. Jamin, Compt. rend. 88, 1099, 1879).

665 Nach den Versuchen von v. Feilitzsch soll der Magnetismus um so tiefer in das weiche Eisen eindringen, je grösser die Intensität der magnetisirenden Ströme ist, und zwar soll die Tiefe des Eindringens der Stromintensität proportional sein. In einem gewissen Abstande von der Oberfläche des Eisenkernes ist der Magnetismus desselben gleich Null. Proportional dem Abstande von dieser unmagnetischen Schicht soll der Magnetismus nach aussen hin wachsen und an der Oberfläche des Eisens ein Maximum erreichen, welches für alle Stromstärken dieselbe Grösse hat.

Da man massive Eisenstäbe als Systeme fest in einander liegender Eisenröhren betrachten kann, so sollte sich obiges Gesetz auch auf erstere ausdehnen lassen.

Es sollte so bei der Magnetisirung der Eisenstäbe durch eine Spirale zuerst die äusserste Hülle derselben bis zum Maximum magnetisirt werden, sodann bei wachsender Stromstärke der Magnetismus immer tiefer eindringen und auch die tiefer liegenden Schichten zum Maximum magnetisiren.

666 Grotrian[1]) hat diese Versuche weiter ausgeführt. Aus einer wohlausgeglühten und langsam erkalteten Stange von Schweisseisen hergestellte Voll- und Hohlcylinder von 10,97 cm Länge und 3,31 cm äusserem Durchmesser, bezw. 0,8 bis 2,87 mm Wanddicke wurden nach der Ablenkungsmethode in der ersten Hauptlage auf das ihnen in einer Magnetisirungsspirale ertheilte Moment untersucht.

Bei der gleichen magnetisirenden Kraft, wobei die Stromstärke grösser als 10 Amp. war, erhielten die Hohlcylinder mit abnehmender Wanddicke geringere Momente. — Bei schwach magnetisirenden Kräften fallen dagegen die Curven, für welche die magnetisirenden Kräfte als Abscissen, die temporären Momente als Ordinaten dienen, nahe zusammen, selbst von nur 0,267 cm Wanddicke bis zu einem Vollcylinder, auch in Feldern von 100 bis 300 C.-G.-S.; die temporären Momente sind also nahe unabhängig von der Wanddicke. Hieraus folgt unmittelbar, dass die mittlere Magnetisirung (gesammtes Moment dividirt durch den Querschnitt der Eisenmasse) dem Querschnitt umgekehrt proportional ist.

Grotrian schliesst hieraus ebenfalls, dass bei schwachen magnetisirenden Kräften zuerst nur die äusseren Schichten magnetisirt werden.

Das Maximum des temporären Momentes ist für die Gewichtseinheit (1 Grm) gleich 183,5 C.-G.-S.

667 Indess sind diese Resultate doch nur Annäherungen an die Bestimmung der wahren Vertheilung des Magnetismus in Eisenkernen und das letzte nicht richtig, da bei den Versuchen über den Magnetismus in einander geschobener Eisenröhren nicht berücksichtigt ist, dass dabei

[1]) Grotrian, Wied. Ann. 50, 705, 1893.

jede einzelne, durch den Strom direct magnetisirte Eisenröhre in den benachbarten eine Magnetisirung im entgegengesetzten Sinne hervorruft, welche sich von der in derselben durch den Strom selbst erzeugten subtrahirt. Auf diese Weise wird bei dem Einschieben eines Eisenrohres in ein zweites der Magnetismus des ganzen Systems der Röhren nicht direct um den in jenem zweiten Rohre durch den Strom erzeugten Magnetismus vermehrt, sondern es stellt sich eine ganz andere Vertheilung des Magnetismus her [1]).

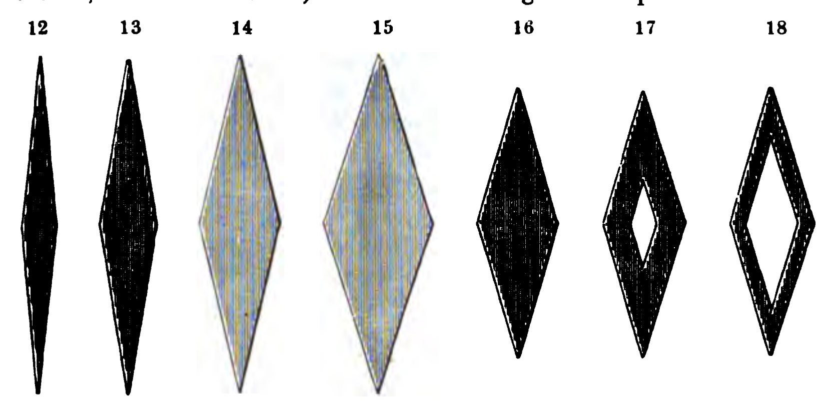
668 Das magnetische Moment eines Drahtbündels von gleichen Dimensionen wie ein massiver Eisenstab, welche beide durch dieselbe Spirale magnetisirt werden, ist kleiner als das des letzteren. Dies beobachteten Munke [2]) bei der Untersuchung der Tragkraft von massiven und aus Draht gebildeten Hufeisen, Joule [3]) bei der Benutzung der Drahtbündel in elektromagnetischen Maschinen, und auch Dub [4]) beim Hineinziehen derselben in eine vom Strome durchflossene Spirale. In letzterem Falle verwendete er einen cylindrischen Eisenkern von 1″ Dicke und 6″ Länge, und ein 1″ dickes Drahtbündel von derselben Länge, welches aus etwa 40 je 1‴ dicken Drähten gebildet war. Die Anziehungen verhielten sich etwa wie die Massen. Mit wachsender Zahl der in eine Spirale eingeführten, zu einem Bündel vereinten Drähte nimmt das Moment zu, indess in einem viel kleineren Verhältniss, als der Zahl der Drähte entspricht [5]).

669 Bei Bündeln von (z) cylindrischen Drähten von $d =$ I 1,25 mm und II 2,21 mm Durchmesser und je 103 mm Länge fand v. Waltenhofen [6]), dass die Formel $m = \beta g \, arctg \, (i / \alpha g^{3/4})$ mit Beibehaltung der Constanten (§. 562) bei schwachen Drahtbündeln mit wenigen dünnen Drähten ($z = 2$ bis 7, $d = 1{,}25$) gut mit den Beobachtungen übereinstimmt; bei stärkeren Bündeln ($d = 1{,}25$, $z = 14$ bis 90) sind bei niederen Magnetisirungen die beobachteten Werthe den berechneten fast gleich, bei mittleren Magnetisirungen (der Hälfte des Maximums) liegt der beobachtete Werth weit über dem berechneten (im Verhältniss von 10,8 : 12,6, oder 14,6 : 16,4 u. s. f.), so dass gleich schwere massive Eisenstäbe hierbei einen schwächeren Magnetismus zeigen, als Drahtbündel. Es können dann sogar innerhalb dieser Sättigungsgrade auch Drahtbündel von gleichem Querschnitt, also geringerem Gewicht als die

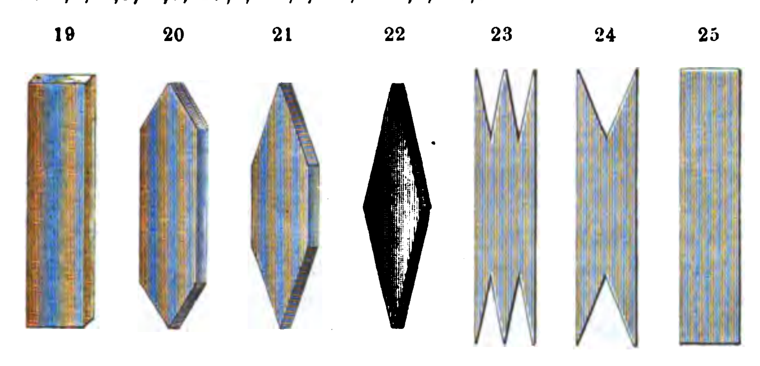
[1]) G. Wiedemann, Elektricität, 2. Aufl., 3, 494. Siehe auch H. du Bois, Wied. Ann. 51, 529, 1893, wo nachgewiesen wird, dass unter Betrachtung der Entmagnetisirungsfactoren (§. 488 ff.) das Gesetz von Grotrian in Betreff der Querschnitte erklärlich wird. — [2]) Munke, Gehler's Registerbd. S. 143, 1845. — [3]) Joule, Phil. Mag. [4] 2, 306, 1871. — [4]) Dub, Elektromagn. S. 234. — [5]) Vergl. auch Abria, Mondes 5, 224, 1664; siehe auch Tanakadate, Phil. Mag. [5] 26, 450, 1838; Beibl. 13, 185. — [6]) v. Waltenhofen, Sitzungsber. d. Wien. Akad. 61, 2. Abthl. 19. Mai 1870. Carl's Repert. 6, 323, 1870.

massiven Stäbe, wenn sie aus sehr vielen Drähten bestehen, mit letzteren einen gleich starken Magnetismus zeigen, obgleich bei stärkeren Magnetisirungen und bei grösserer Annäherung an das magnetische Maximum die massiven Kerne überwiegen. Der Grund dieser Erscheinungen liegt in der Verminderung der die ursprüngliche Magnetisirung schwächenden Wechselwirkung der einzelnen Längsfasern des Magnetkerns durch Zerlegung des Kerns in einzelne getrennte Drähte. Bei schwachen Magnetisirungen tritt diese Wechselwirkung noch nicht so hervor, als bei stärkeren, bis die magnetisirende Kraft so gross wird, dass sie diese Wechselwirkung überwindet.

670 Um den Einfluss der Gestalt auf das Moment verschieden geformter Magnetstäbe und Nadeln, namentlich für praktische Zwecke, zu untersuchen, formte Lamont[1]) aus Eisenblech folgende Körper:



1 bis 6. Sechs Parallelogramme von Eisenblech, 0,7 mm dick, und bezw. 4,5, 6,8, 9,0, 13,5, 15,3, 22,5 25,7, 30,9 mm breit.



7 bis 11. Fünf Eisenkerne, 9,74 mm lang und gleich schwer, Querschnitt von 7 ein gleichseitiges Dreieck, von 8 ein Kreis und von 9 ein

[1]) Lamont, Pogg. Ann. **113**, 239, 1861; Magnetismus, S. 121.

Quadrat, von 10 und 11 Parallelogramme von 13,5 mm und 9,2 mm bezw. 28 mm und 4,8 mm Seiten.

12 bis 15. Vier rhombische Nadeln, 133,2 mm lang. Breite in der Mitte wie 1 : 2 : 3 : 4. Breite der breitesten Nadel 44 mm (siehe die Figur).

16 bis 18. Drei rhombische Nadeln, 103,8 mm lang, in der Mitte 30 mm breit; 15 voll, bei 16 in der Mitte ein der äusseren Gestalt ähnlicher Rhombus von $1/3$, bei 17 in der Mitte ein Rhombus von $2/3$ des ganzen Flächenraumes der Figur ausgeschnitten.

19 bis 22. Flache Stahlstücke 971 mm lang, 2,26 mm dick, 22,56 mm in der Mitte breit; 19 parallelepipedisch, 20 auf $1/6$, 21 auf $1/3$, 22 auf die Hälfte der Länge zugespitzt.

23 bis 25. Drei Parallelogramme, 106 mm lang, 20,3 mm breit, 0,9 mm dick, parallelepipedisch oder mit zwei oder drei Spitzen versehen, die $1/4$ der Länge betrugen.

Diese Körper wurden in einer Magnetisirungsspirale durch gleiche Kräfte magnetisirt und ihre temporären Momente m durch Ablenkung einer Magnetnadel nach Compensation der Wirkung der Spirale bestimmt. Ihr Gewicht sei G; dann ergab sich

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m	2,69	4,05	5,04	5,77	6,25	7,12	7,255	6,806	7,300
G	2,8	5,8	9,0	11,7	14,3	16,7	1	0,99	1,14
m/G	0,961	0,699	0,560	0,493	0,454	0,425	7,255	6,875	6,404
	10	11	12	13	14	15	16	17	18
m	6,952	8,248	4,304	5,313	5,944	6,595	3,46	3,47	3,17
G	1,05	1,13	4,95	9,84	14,45	19,45	1,02	0,85	0,52
m/G	6,621	7,299	0,870	0,539	0,412	0,339	3,39	4,08	6,04
	19	20	21	22	23	24	25		
m	44,6	34,3	27,7	23,6	5,075	4,908	6,005		
G	37,2	28,8	23,6	18,0	1,00	1,10	1,41		
m/G	1,20	1,19	1,17	1,32	4,659	4,462	.4,259		

671 Legt man in einen hohlen Eisencylinder eine Magnetisirungsspirale, so zeigt das aus beiden gebildete System beim Durchleiten eines Stromes durch die Spirale einen nur sehr schwachen Magnetismus, indem jeder Punkt des Eisencylinders von den ihm zunächst liegenden und den ihm diametral gegenüberliegenden Theilen der Spirale entgegengesetzten Magnetismus erhält, und sich so die Wirkungen von einander subtrahiren. Zugleich erhält hierbei der Cylinder einen entgegengesetzten Magnetismus, wie wenn er aussen von der Magnetisirungsspirale umgeben wäre[1]). Dies zeigen auch u. A. einige Versuche von Petrina[2]), bei denen er einen Eisencylinder mit einer auf

[1]) Parrot, Bullet. de St. Pétersb. 1, 121; Dove's Repert. 1, 274. Moser u. Jacobi, ibid. Lamont, Pogg. Ann. 88, 231, 1853. — [2]) Petrina, Wien. Ber. 13, 333, 1854; vergl. auch Liais, Mém. de Cherbourg 2, 201, 1854; Fortschr. der Phys. 1854, S. 582.

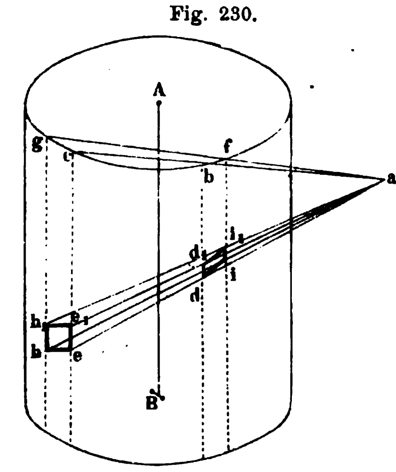
eine Pappröhre gewundenen Spirale umgab und eine zweite engere Spirale von gleicher Drahtlänge in ihn hineinschob. Als die Spiralen mit dem Eisencylinder mit ihrer Axe in einer auf dem magnetischen Meridian senkrechten Linie vor ein Magnetometer gebracht, und durch die Spiralen Ströme von gleicher Intensität geleitet wurden, waren die Ablenkungen die folgenden:

1. die innere Spirale allein	30	Minuten,
2. dieselbe mit Eisencylinder	15	"
3. die äussere Spirale allein	40	"
4. dieselbe mit Eisencylinder	320	"

Die elementare Erklärung dieser Erscheinungen ist folgende:

Wir wollen die Spirale als einen Cylinder von Metall ansehen, durch welchen in der gegen seine Axe AB, Fig. 230, senkrechten Richtung ein galvanischer Strom fliesst. a sei ein Punkt des die Spirale umgebenden Eisencylinders. Legen wir durch a zwei der Axe AB parallele, unendlich nahe an einander liegende Ebenen $abcde$ und $afghi$, sodann eine Ebene $aAgcbf$ senkrecht gegen die Axe des Cylinders und zwei um den Winkel $d\varphi$ gegen einander geneigte, auf den ersten zwei Ebenen senkrechte Ebenen $aihed$ und $ai_1h_1e_1d_1$, so sind die Wirkungen der von den Strömen durchflossenen Vierecke hh_1ee_1 und dd_1ii_1 auf den Punkt a gleich:

Fig. 230.



$$W = \left(\frac{hh_1ee_1}{ah^2} \sin cea . \sin cga - \frac{dd_1ii_1}{ai^2} \sin bda . \sin bfg\right).$$

Nun ist $\sin cea = \sin bda$, $\sin cga = \sin bfg$, ferner $hh_1ee_1 = gc . hh_1$, $dd_1ii_1 = bf . ii_1$. Da sich $hh_1 : ii_1 = ah : ai = ag : af = gc : bf = h_1e_1 : d_1i_1$ verhalten, so verhält sich auch $hh_1ee_1 : dd_1ii_1 = ah^2 : ai^2$. Setzen wir diese Verhältnisse in die Gleichung ein, so erhalten wir $W = 0$.

Wird die Spirale in lauter einzelne Vierecke wie hh_1ee_1 und dd_1ii_1 zerlegt, und ist sie so lang, dass man annehmen kann, dass die Wirkung derjenigen Punkte an ihren Enden verschwindend klein ist, in denen die von a aus gezogenen Linien ihre Oberfläche nur einmal treffen, so übt die gesammte Spirale keine magnetisirende Wirkung auf das Theilchen a des sie umgebenden Eisencylinders aus. Er bleibt unmagnetisch. — In der Praxis ist die letztere Voraussetzung nicht völlig erfüllt und der Eisencylinder zeigt eine schwache Magnetisirung.

672 Als Beleg hierfür kann ein Versuch von Sayers[1]) dienen. Ein 2,5 cm dickes Eisenstück von quadratischem Querschnitt wird # förmig durchbohrt, ein Draht um das Innere der durch die Durchbohrungen gebildeten Vierecke herumgezogen und mit einem Telephon verbunden. Beim Magnetisiren des Eisenstückes durch alternirende, herumgeleitete Ströme tönte das Telephon kaum, wohl aber, als der Draht noch weiter in gleichem Sinne, wie um das innere Viereck, auch aussen um das Eisenstück herumgewunden war.

673 Legt man in eine Spirale einen Eisenstab, bestimmt seine Magnetisirung, z. B. durch Anziehung eines Ankers, und umgiebt sodann die Spirale noch mit einer Eisenhülle, welche man auch einerseits mit dem Eisenstab verbinden kann, wie bei den Magneten von Guillemin und Romershausen (§. 429), so hat der so gebildete Magnet eine viel grössere Tragkraft und Anziehung, als der Eisenstab allein. Auch hier magnetisirt die Spirale die sie umgebende Eisenhülle ebenso wenig, wie ohne den eingelegten Eisenstab, da durch letzteren die Wirkung derselben auf die Hülle nicht geändert werden kann, ebenso wenig wie die Anziehung zweier Himmelskörper auf einander durch Dazwischentreten eines dritten gehemmt wird. Durch den im Inneren der Spirale magnetisirten Eisenstab wird aber indirect die ihm gegenüberliegende Eisenhülle magnetisch, so dass sie an dem Ende der Spirale, wo jener einen Nordpol zeigt, einen Südpol erhält. Durch die Rückwirkung auf die Theilchen des Eisenstabes werden dann auch diese stärker magnetisch, als ohne die Eisenhülle.

Dass in der That durch die Wirkung der Spirale in der äusseren Eisenhülle keine andere Magnetisirung erzeugt wird, als wenn der innere Eisenkern fehlte, kann man durch eine etwas abgeänderte Form des Versuches darthun. Man schiebt in eine Magnetisirungsspirale einen Eisenkern, der etwas länger als doppelt so lang als erstere ist, so dass sein unteres Ende mit der unteren Fläche der Spirale in einer Ebene liegt, und bestimmt die Tragkraft desselben. Schneidet man nun den über der Spirale befindlichen Theil des Eisenstabes der Länge nach auf und biegt beide Hälften auf der Aussenseite der Spirale nach unten, so dass der Stab jetzt einen Dreizackmagnet darstellt, so hat sich dabei die Tragkraft des Stabes im Inneren der Spirale allein nicht geändert.

Bei Verbindung aller drei Schenkel des Magnetes durch einen Anker ist selbstverständlich die Tragkraft grösser.

---

[1]) Sayers, Lum. électr. 48, 131, 1893; Beibl. 17, 581.

2. Einfluss der Länge.

Vertheilung der temporären Momente der Länge nach.

674 Lenz und Jacobi[1]) haben hierüber eine Reihe von Versuchen angestellt, indem sie zugleich die Vertheilung des Momentes der einzelnen Theile der Stäbe nach der §. 537 mitgetheilten Methode untersuchten. Sie schoben in eine 4 Fuss lange, zur Vermeidung von Inductionsströmen der Länge nach aufgeschlitzte und mit übersponnenem Kupferdraht bewickelte Messingröhre sieben verschiedene Eisencylinder von $1^3/_4$ Zoll Durchmesser und 1, $1^1/_2$, 2, $2^1/_2$, 3, $3^1/_2$ und 4 Fuss Länge ein. Nur durch den Theil des Drahtes auf der Messingröhre, welcher gerade über dem Eisenkern lag, wurde ein Strom geleitet, dessen Intensität an der Tangentenbussole bestimmt war. Ueber die Drahtwindungen wurde eine kleine, 1 Zoll lange Inductionsspirale von 123 Drahtwindungen geschoben, deren Enden mit einem empfindlichen Galvanometer verbunden waren. Zuerst wurde die Intensität des Inductionsstromes in letzterer bei Oeffnen des magnetisirenden Stromes gemessen, als noch kein Eisenkern in die magnetisirende Spirale eingelegt war, sodann, als der Eisenkern eingeschoben war. Dabei wurde die freilich nicht ganz richtige Annahme gemacht, dass die Differenz der beobachteten Intensitäten dem beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes verschwindenden Magnetismus des Eisenkernes, bezw. dem temporären Moment seiner Theile an der unter der Mitte der Inductionsspirale liegenden Stelle proportional ist.

Vermittelst dieser Methode haben Lenz und Jacobi die in folgender Tabelle (S. 548) verzeichneten Werthe erhalten. m bezeichnet das beobachtete Moment der einzelnen Stellen des Stabes, x den Abstand derselben von der Mitte des Stabes in 24stel Zollen, l die Länge des Stabes. Alle Zahlen in der Tabelle sind mit 100 000 multiplicirt.

675 Vertheilung der Momente in den Stäben. Entsprechend den Betrachtungen des §. 470 sind diese Beobachtungen mit der theoretischen Formel der Kettenlinie $m = a - b\,(\nu^x + \nu^{-x})$ verglichen[2]), wobei indess zu beachten ist, dass die Bedingungen der Versuche nicht genau mit den bei der Entwickelung der Formel gestellten Forderungen übereinstimmen, da die magnetisirende Kraft nicht auf den ganzen Querschnitt und die ganze Länge der Stäbe gleich stark wirkt. — Als Annäherungsformel bedienen sich Lenz und Jacobi der aus obiger Formel durch Entwickelung der Werthe ν^x und ν^{-x} in Reihen und Vertauschung der Constanten unter Vernachlässigung der die höheren Potenzen enthaltenden Glieder abzuleitenden Formel: $m = a - bx^2$, wo a und b Constante sind.

---

[1]) Lenz und Jacobi, Pogg. Ann. 61, 275, 448, 1844. Wir behalten die Zahlenangaben bei, da es sich nur um relative Werthe handelt. — [2]) v. Rees, Pogg. Ann. 70, 1, 1847.

x	m beobachtet	m berechnet nach der Formel $m = a - b x^2$	$m = a - b.(\nu^x + \nu^{-x})$	$\frac{m}{\sqrt{\frac{1}{2}l - x}}$
	Stab I. $l = 1$ Fuss			
0	7 171	7 173	7 125	2 070
3	6 867	6 868	6 860	2 343
5	6 322	6 326	6 369	2 384
7	5 528	5 512	5 556	2 472
9	4 416	4 427	4 365	2 550
11	2 530	3 071	2 676	2 530
	Stab II. $l = 1\frac{1}{2}$ Fuss			
0	13 485	13 549	13 427	—
3	13 213	13 267	13 185	—
5	12 771	12 765	13 752	—
7	12 001	12 012	12 080	—
9	11 081	11 008	11 144	—
11	9 888	9 754	9 903	—
13	8 301	8 248	8 310	—
15	6 354	6 491	6 299	—
17	3 621	4 474	3 787	—
	Stab III. $l = 2$ Fuss			
0	20 811	20 896	20 711	42 450
3	20 608	20 637	20 504	44 960
7	19 412	19 488	19 495	47 085
11	17 470	17 419	17 602	48 456
15	14 706	14 331	14 692	49 020
19	10 559	10 524	10 546	47 004
23	4 557	5 714	4 868	45 570
	Stab IV. $l = 2\frac{1}{2}$ Fuss			
0	28 736	28 918	28 652	—
5	28 150	28 286	28 094	—
9	26 836	26 869	26 864	—
13	24 813	24 642	24 863	—
17	21 899	21 606	21 956	—
21	17 909	17 761	17 996	—
25	12 798	13 105	12 706	—
29	5 524	7 741	5 843	—
	Stab V. $l = 3$ Fuss			
0	36 785	37 415	36 974	—
3	36 677	37 208	36 965	—
7	36 081	36 289	36 054	—
11	34 966	34 634	34 666	—
15	32 804	32 243	32 584	—
19	29 626	29 117	29 682	—
23	25 685	25 256	25 854	—
27	20 820	20 659	14 579	—
31	14 637	15 327	6 598	—
35	6 192	9 258	—	—
	Stab VI. $l = 3\frac{1}{2}$ Fuss			
0	43 471	43 681	43 445	67 077
5	42 999	43 191	43 051	70 690
9	42 130	42 095	42 050	73 340
13	40 620	40 372	40 514	75 930
17	38 322	38 022	38 349	76 644
21	35 375	35 045	35 511	77 195
25	31 979	31 442	30 924	77 560
29	27 480	27 213	27 514	76 216
33	22 098	22 356	22 155	73 660
37	15 730	16 874	15 672	70 347
41	6 163	10 764	7 991	61 630
	Stab VII. $l = 4$ Fuss			
0	52 690	53 033	52 602	77 595
3	52 596	52[illegible]67	52 592	78 405
7	52 051	52 130	51 851	81 292
11	50 503	50 803	50 579	83 026
15	49 014	48 886	49 074	85 322
19	46 793	46 376	46 846	86 873
23	43 968	43 281	43 987	87 939
27	40 275	39 596	40 430	87 685
31	36 108	35 320	36 088	87 575
35	30 902	30 454	30 857	85 705
39	24 756	24 998	24 706	82 518
43	17 078	18 953	17 186	76 374
47	6 888	12 317	8 556	6 888

In der Formel $m = a - b\,(\nu^x + \nu^{-x})$ ist

für Stab	a	$\log b$	$\log \mu$
I.	0,09363	8,04910	0,06940
II.	0,18675	8,41921	0,04349
III.	0,31671	8,73815	0,02916
IV.	0,40588	8,77625	0,02590
V.	0,49598	8,79986	0,02354
VI.	0,64838	9,02921	0,01730
VII.	0,72682	9,00172	0,01692

Bei der Berechnung sind die an den Enden der Stäbe erhaltenen Resultate nicht mit in Betracht gezogen, da an ihnen nicht mehr auf beiden Seiten der Inductionsspirale die Masse des Eisenstabes vertheilt ist, so dass die beobachteten Werthe zu klein ausfallen würden. — Nach obiger Formel wird also die Vertheilung der temporären magnetischen Momente in weichen Eisenstäben, welche ihrer ganzen Länge nach mit der Magnetisirungsspirale bedeckt sind, durch eine Kettenlinie oder annähernd durch einen Parabelbogen dargestellt, dessen Abscissenaxe durch die Mitte des Magnetes und senkrecht gegen denselben gezogen ist, während die Abstände der einzelnen Punkte des Magnetes von seiner Mitte als Ordinaten dienen. Die auf jeder Stelle auf dem Magnet errichteten, seinen Momenten daselbst entsprechenden Lothe stellen die dazu gehörigen Abscissen dar.

676 Die Momente m_0 der in der Mitte der verschieden langen Stäbe befindlichen Theile, während die Stäbe an allen Stellen gleichen magnetisirenden Kräften ausgesetzt sind, sind nach den Versuchen von Lenz:

Länge l	m_0	$m_0 = a - 2b$	$m_0/l\sqrt{l}$
1	7 171	7 125	7171
1,5	13 485	13 427	7340
2	20 811	20 711	7357
2,5	28 736	28 652	7267
3	36 785	36 974	7079
3,5	43 471	43 445	6639
4	52 690	52 602	6539

Aus der Formel der Kettenlinie ergeben sich diese Momente, wenn man darin $x = 0$ setzt. Dann ist $m_0 = a - 2b$, wonach die Zahlen der dritten Columne der Tabelle berechnet sind.

Am regelmässigsten gestaltet sich diese Vertheilung bei kohlenstoffarmen Stäben, in denen die Masse gleichmässiger vertheilt ist [1]).

677 Dub [2]) hat versucht, diese Beziehungen zwischen den Momenten der Theile eines Stabes durch eine Reihe von empirischen Sätzen darzustellen:

1. Der an den einzelnen Stellen der Eisenstäbe erregte Magnetismus, d. h. das temporäre magnetische Moment m daselbst, ist der Quadratwurzel der Abstände λ derselben von dem ihnen zunächst liegenden Ende der Stäbe proportional [3]). Demnach sollte $m/\sqrt{\lambda}$ eine constante Grösse

[1]) Trève u. Durassier, Compt. rend. **83**, 814, 1876. Durch Abreissen von Eisencontacten beobachtet. Dass die Methode mangelhaft ist, s. §. 540. — [2]) Dub, Elektromagn. S. 253 u. a. a. O. — [3]) Auch Jamin, Compt. rend. 77, 1388, 1873.

sein. Ist der Abstand von der Mitte des Stabes x, die Länge desselben l, so ist $\lambda = \frac{1}{2}l - x$. Dann müsste der Werth $m/\sqrt{\frac{1}{2}l - x}$ constant sein, auf diese Weise sind die Zahlen in der fünften Reihe der Tabelle (S. 548) berechnet. — Wenngleich die Quotienten von den Polen ab erst eine regelmässige Zunahme und dann wieder eine Abnahme gegen die Mitte des Stabes zeigen, sind die Abweichungen doch nicht allzu bedeutend. Die Formel $m = const \sqrt{\frac{1}{2}l - x}$ giebt aber für positive und negative Werthe von x verschiedene Werthe für das magnetische Moment, so dass sie jedenfalls nur für jede Hälfte des Stabes gelten würde. Ferner ist für $x = \frac{1}{2}l$ das Moment $m = 0$, d. i. das Moment der am Ende der Stäbe liegenden Theile Null, und die Stäbe könnten an ihren Endflächen keinen freien Magnetismus zeigen, was nicht mit der Erfahrung übereinstimmt.

Die Curve, welche nach der Formel $m = const \sqrt{\frac{1}{2}l - x}$ die Werthe von m angiebt, stellt zwei Parabeln dar, deren Abscissenaxen mit dem Magnet zusammenfallen, deren Ordinaten die magnetischen Momente an seinen einzelnen Stellen bezeichnen. Ihre Scheitelpunkte liegen an den Enden des Magnetes. In der Mitte des Stabes treffen beide Parabeln zusammen, und die ganze Curve der Magnetisirung hat daselbst einen plötzlichen Bruch. Hiernach würden sich die magnetischen Momente der Theilchen des Magnetes in seiner ganzen Länge nicht stetig ändern, was nicht richtig ist.

2. Der in der Mitte der verschieden langen Stäbe erregte Magnetismus (das temporäre Moment daselbst) ist bei gleicher Gesammtintensität der magnetisirenden Kraft der Quadratwurzel aus ihrer Länge proportional. Hiernach müssten die Werthe $m_0/l\sqrt{l}$ der Tabelle S. 549 constant sein. Sie nehmen indess langsam mit der Länge der Stäbe ab.

3. Aus den Sätzen 1 und 2 folgt, dass das Moment verschieden langer Stäbe an Stellen, die gleich weit von ihren Enden entfernt sind, constant das gleiche bleibt, vorausgesetzt, dass die auf die ganzen Stäbe wirkenden magnetisirenden Kräfte dieselben sind. Dieser Satz wird durch die folgende, von Dub aus den Versuchen von Lenz berechnete Tabelle belegt, in welcher jene Momente verzeichnet sind.

Länge der Magnete	Abstand der Punkte vom Ende jedes Magnetes					
	4,5″	6,5″	8,5″	12,5″	16,5″	20,5″
1′	3433					
1,5	3693	4404	4506			
2	3676	4368	4852			
2,5	3581	4380	4962	5630		
3	3470	4281	4771	5828	6113	
3,5	3150	3926	4568	5475	6017	6210
4	3094	3863	4513	5496	6127	6506

Ueber die theoretische Bedeutung dieser Sätze haben wir schon §. 472 das Nöthige gesagt.

678 Momente der ganzen Stäbe. Bestimmt man vermittelst der Formel $m = a - bx^2$ oder der Formel der Kettenlinie die Intensitäten aller Inductionsströme, welche man erhält, wenn die 1 Zoll lange Inductionsspirale (§. 674) je um ihre Länge auf einem Stabe von der Länge l nach allen seinen Punkten verschoben wird, so giebt die Summe dieser Werthe das gesammte magnetische Moment an, welches der Stab erhält, während alle seine Theile (mit Ausnahme der Enden) in gleicher Weise mit Drahtwindungen belegt, also gleichen magnetisirenden Kräften ausgesetzt sind. Dieselben Werthe erhält man, wenn die Stäbe ihrer ganzen Länge nach mit einer Inductionsspirale bedeckt sind, welche die l fache Windungszahl hat, als die bei den ersten Versuchen verwendete kurze Spirale.

Als Lenz und Jacobi auf die mit den Magnetisirungsspiralen umwickelten Eisenkerne so viele Inductionsrollen von je 6 Zoll Länge schoben, dass sie ganz mit ihnen bedeckt waren, und die gehörigen Reductionen der beobachteten Intensitäten der Inductionsströme auf die der Länge der Eisenkerne proportionale Windungszahl und auf gleichen Widerstand des Schliessungskreises vornahmen, so erhielten sie in der That Werthe, welche den aus obigen Formeln berechneten nahezu gleich kamen. Die (mit 100 000 multiplicirten) Gesammtmomente M der Stäbe waren nämlich

Länge	M aus obigen Versuchen berechnet nach der Formel		M direct beobachtet	Verhältniss	$c\frac{M}{l^2}$	$\frac{M}{l^2\sqrt{l}}$
	$M = \Sigma(a - bx^2)$	$M = \Sigma[a - b(\nu^x + \nu^{-x})]$				
1	66 686	65 842	63 932	100	100	100
1,5	183 074	181 716	182 234	285	127	103
2	369 168	368 690	365 812	572	143	101
2,5	640 294	635 252	620 218	970	155	98,1
3	989 836	983 456	958 518	1500	166	96,1
3,5	1 351 770	1 343 276	1 298 939	2031	165?	88,6
4	1 866 582	1 856 164	1 741 820	2724	170	85,2

Die aus den ersten Beobachtungen nach der einen oder anderen Formel berechneten und direct beobachteten Werthe stimmen mithin gut mit einander überein.

679 Versucht man die Momente der auf ihrer ganzen Länge mit der Magnetisirungsspirale bewickelten Stäbe von der Länge $2l$ und Dicke d durch die Ablenkung einer Magnetnadel zu bestimmen, welche ihnen

in der Verlängerung ihrer von Ost nach West gerichteten Axe gegenübergestellt ist, so erhält man ähnliche Resultate.

Berechnet man z. B. aus meinen §. 567 erwähnten Versuchen für die Stromintensität 40 die Momente M und M_1 der verschiedenen Magnetstäbe von der Länge $2l$, deren Polabstand 2λ ist, nach der Formel

$$M = \frac{(r^2 - l^2)^2}{2r} tg\,\alpha \quad \text{oder} \quad M_1 = \frac{(r^2 - \lambda^2)^2}{2r} tg\,\alpha$$

(§. 526), wo r die Entfernung der Mitte des Magnetes von der vor demselben schwebenden, um den Winkel α abgelenkten Magnetnadel ist, so erhält man nach §. 528 Werthe, zwischen denen das wirkliche Moment der Stäbe liegt. Bei geraden Stäben ist etwa $\lambda = 0{,}72\,l$ zu setzen (s. w. u.). Dividirt man die Werthe M und M_1 durch die Windungszahl w der Spiralen, so erhält man die Momente n und n_1, welche die Stäbe annehmen, wenn unter der Voraussetzung der Constanz der Quotienten M/I auf einen jeden derselben die gleiche magnetisirende Kraft wirkte. Dividirt man n und n_1 durch l, so erhält man Grössen, welche den freien, auf den Magneten aufgehäuften Magnetismen nahezu proportional sind. Die durch Division letzterer Werthe durch die Quadratwurzeln von l erhaltenen Quotienten sind in der Tabelle unter z und z_1 verzeichnet:

d	$2l$	M	M_1	n	n_1	z	z_1
10,3	1000 mm	10,14	11,41	20,25	22,80	640,4 × 100	72,10 × 100
	500	2,37	2,46	9,56	9,95	640,4 × 133,5	72,10 × 123,4
	250	0,48	0,49	3,69	3,74	640,4 × 145,9	72,10 × 131,0
31,7	1002	16,79	17,62	47,03	49,37	148,1 × 100	155,7 × 100
	493,8	3,22	3,32	18,01	18,56	148,1 × 110,7	155,7 × 108,4
	247	0,59	0,61	6,68	6,85	148,1 × 116,2	155,7 × 144
	1002		20,20		58,48		187 × 100
	500		3,08		18,32		187 × 90,58

Die letzten beiden Werthe beziehen sich auf hufeisenförmige Stäbe, bei denen l gleich dem halben Abstand ihrer Schenkel gesetzt ist. Während also bei den geraden Stäben die Werthe z und z_1 mit abnehmender Länge der Stäbe zunehmen, nehmen sie bei hufeisenförmigen Stäben ab.

680 Dub[1]) hat einige Stäbe der ganzen Länge nach mit Drahtwindungen umgeben und sie dann durch Ströme von einer der Zahl der Windungen umgekehrt proportionalen Intensität magnetisirt, so dass die gesammte

[1]) Dub, Elektromagnetismus, S. 266; Pogg. Ann. 102, 208, 1857.

auf die Stäbe wirkende magnetisirende Kraft constant blieb. Vor dem einen Ende der von Ost nach West gerichteten Stäbe war in 21 Zoll Entfernung eine Magnetnadel aufgestellt. Aus ihren von Dub beobachteten Ablenkungen kann man die Momente der Stäbe nach der Formel

$$M_0 = \frac{(r^2 - l^2)^2}{2r} tg\, a$$

berechnen, wo r die Entfernung der Mitte der Stäbe von der Magnetnadel, l ihre halbe Länge (oder der halbe Abstand ihrer Pole) ist. Will man angeben, welche Momente M die Stäbe erhielten, wenn die magnetisirende Kraft auf alle ihre einzelnen Theile gleich wirkte, so müssen die berechneten Werthe noch mit der Zahl der Windungen oder der Länge der Stäbe multiplicirt werden.

Auf diese Weise ergeben sich z. B. folgende Resultate:

$tg\,\alpha$	$2l$	M	cM/l^2	$cM/l^2\sqrt{l}$
0,34	6″	100 (100)	100	100 (100)
0,61	12	476,6 (490,8)	119	84 (86,7)
0,81	18	1198,1 (1279,0)	132	76,5 (86,7)
0,88	24	2091,6 (2356)	130?	65,3 (76,6)

Die in Klammern stehenden Werthe ergeben sich hier, wie in den folgenden Tabellen, wenn für l der Werth λ, d. h. der halbe Abstand der Pole gesetzt wird, welcher nach den Versuchen von Lenz und Jacobi (vergl. §. 689) etwa gleich 0,74 l ist. Da die Stäbe nicht unendlich weit von dem abgelenkten Magnet entfernt sind, so liegen die Resultate zwischen den auf die eine oder die andere Weise berechneten Werthen (vergl. §. 528).

Bei einer anderen Versuchsreihe wurden weiche Eisenstäbe von 1 Zoll Dicke, die ihrer ganzen Länge l nach mit der Magnetisirungsspirale umgeben waren, in ostwestlicher Lage vor einem magnetisirten Stahlspiegel so hingelegt, dass ihre Mitte vom Spiegel um die Entfernung $r = 9$ Fuss abstand. Bei Anwendung gleicher magnetisirender Ströme waren die Ablenkungen α und Momente M [1]):

---

[1]) Dub (Pogg. Ann. 120, 557 u. flgde., 1863) hat aus obiger Beobachtungsreihe und einer anderen, bei welcher die verschieden langen Magnetstäbe in verschiedenen, ihrer Länge proportionalen Entfernungen vor dem abgelenkten Magnetspiegel lagen, abgeleitet, dass im ersteren Fall (1) der Werth $\alpha/l^2\sqrt{l}$, im zweiten (2) $\alpha_1\sqrt{l}$ constant ist, wenn α und α_1 die Tangenten der Ablenkungswinkel des Spiegels sind. — Ist α der freie, an den Polen des Stabes angehäufte Magnetismus, und ist der Abstand der Pole 2 λ, so ist

$$\alpha = k\left(\frac{\mu}{(r+\lambda)^2} - \frac{\mu}{(r-\lambda)^2}\right) = k\,\frac{4\,\mu\, r\,\lambda}{(r^2-\lambda^2)^2},$$

l	α	M		$M/l^2\sqrt{l}$	
4″	1,1	149,6		100	(100)
6	3	40,7	(40,8)	98,7	(98,8)
9	8,25	111,8	(112,0)	98,6	(98,8)
12	16,5	223,1	(223,7)	98,1	(98,4)
18	45	603,6	(607,4)	94,0	(94,6)
24	96	1276	(1289)	96,7	(97,7)
36	276	3433	(3529)	94,4	(97,1)
48	545	6701	(6762)	92,0	(92,7)

681 Ferner hat Dub [1]) folgende Bestimmungen gemacht:

---

wo k eine Constante ist. Nach dem ersten Satz soll $\alpha/l^2\sqrt{l}$ constant sein. Da λ nahezu l proportional (etwa gleich 0,7 l) ist, so folgt hieraus

$$\mu = l\sqrt{l}\,.\,(r^2 - \lambda^2)^2\,.\,const \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 1)$$

Für die zweite Reihe ist l oder λ proportional r, also $r = n\lambda$, daher

$$\alpha_1 = k_1 \frac{4\mu n\lambda^2}{(n^2 - 1)^2\lambda^4}.$$

Da wieder $\alpha_1\sqrt{l}$ constant sein soll, so muss, da λ proportional l, n und $n^2 - 1$ constant sind, in diesem Falle

$$\mu = l\sqrt{l}\,.\,const \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

sein. Die beiden Gleichungen 1) und 2) können nur neben einander bestehen, wenn in 1) λ^2 gegen r^2 verschwindet; was wohl anzunehmen ist, wenn $r = 9'$, $l = 0{,}5'$, also λ etwa $= 0{,}36$, nicht aber, wenn $r = 2$, $\lambda = 1{,}4'$ ist. Sind im ersteren Fall die Werthe μ gleich, so müssten sie sich im zweiten wie 10 : 9,5 verhalten. — Selbstverständlich sind übrigens nicht Sätze wie die obigen, sondern allein die aus den Versuchen berechneten Momente der Stäbe für ihr magnetisches Verhalten maassgebend.

Ebenso verhält es sich mit folgenden, ebenfalls von Dub auf ähnliche Weise gefundenen empirischen Sätzen:

(3) Wird bei verschieden langen Stäben bei gleichbleibendem Abstand ihrer Mitte von dem abgelenkten Magnet die Intensität des magnetisirenden Stromes in demselben Verhältnisse geschwächt, wie die der Länge l proportionale Windungszahl zunimmt, so ist $\alpha_{11}/l\sqrt{l}$ constant; wo α_{11} die Tangente des Ablenkungswinkels der dem Stab gegenübergestellten Nadel ist.

(4) Dasselbe gilt, wenn die Spiralen bei verschieden langen Stäben gleiche Windungszahlen haben und die Stromstärke dieselbe bleibt.

Diese Sätze entsprechen direct Satz (1).

(5) Wurden die Magnetkerne durch Spiralen magnetisirt, welche nur ihre Mitte auf ein Drittel ihrer Länge bedeckten, deren Windungszahlen aber der Länge der Kerne proportional waren, so war bei gleichbleibender Intensität des magnetisirenden Stromes ebenfalls $\alpha/l^2\sqrt{l}$ constant; ebenso wenn nur die dem Magnetspiegel zugekehrte Hälfte der Stäbe mit solchen Spiralen bedeckt war; ebenso auch wenn die Spiralen in der Mitte der Stäbe doppelt, an den Enden einfach gewickelt waren, so jedoch, dass die Vertheilung der Windungen der Länge nach bei verschieden langen Kernen dieselbe blieb.

(6) Ebenso blieben die Quotienten $m/l\sqrt{l}$ constant, als in die Mitte einer 24″ langen, 3″ weiten, von einem constanten Strom durchflossenen Spirale gleich dicke Kerne von 4 bis 18″ Länge eingeschoben wurden.

[1]) Dub, Elektromagn., S. 267 und Pogg. Ann. 102, 209, 1857.

Hufeisen, bestehend aus einem Zwischenstück und geraden Schenkeln, wurden mit letzteren vertical nach unten in der Ost-Westebene einer Magnetnadel in der Art gegenübergestellt, dass sich ihre Polflächen in gleicher Höhe mit ihr befanden. Die Schenkel des Hufeisens wurden allmählich so verlängert, dass seine ganze Länge von 13 bis 53 Zoll stieg. Der Abstand der Polflächen von einander betrug 5 Zoll, der der Magnetnadel von dem ihr zunächst liegenden Schenkel 21 Zoll. Das Hufeisen war stets seiner ganzen Länge nach mit der magnetisirenden Spirale bedeckt; indess wurde die Intensität des Stromes so regulirt, dass die gesammte, auf das ganze Hufeisen wirkende magnetisirende Kraft die gleiche blieb.

Die der Tangente der Ablenkung der Nadel proportionale Wirkung W der Hufeisen wurde mit dem Quadrat ihrer Länge l multiplicirt, um ihre Momente M zu erhalten, wenn auf alle ihre Theile eine gleiche magnetisirende Kraft wirkte. — Auf diese Weise ergab sich u. A.

1. Bei einem Hufeisen von 1 Zoll Dicke:

l	13″	17″	23″	29″	53″
$M = l^2 W$ *const*	599	1180	2467	4472	20040
$W = M/l^2$ (beob.)	3541	4091	4663	5317	7134
$W/\sqrt{l} = M/l^2\sqrt{l}$ *const*	982	991	972	987	980

2. Bei einem Hufeisen von 2 Zoll Dicke:

l	17″	29″
const M	1552	6513
W	53732	77427
const $W/\sqrt{l}$	13	14,5

Bei den längeren Hufeisen dürften die beobachteten Werthe etwas zu klein ausgefallen sein, da die Pole in ihnen über die Ebene der Polflächen immer mehr hinaufrücken.

Ueberhaupt kann, auch abgesehen von der ungleichförmigen Vertheilung der magnetisirenden Kräfte, allen bisher angeführten Beobachtungsresultaten keine allzu grosse Bedeutung beigelegt werden, da die Abweichungen von der Proportionalität des magnetischen Momentes mit der magnetisirenden Kraft bei der Vergleichung der Resultate zu berücksichtigen sind, und auch die Beschaffenheit des Eisens der Stäbe von grossem Einfluss ist. Selbst wenn man aus demselben Stabe von weichem Rundeisen Stücke schneidet, zeigen sie bei gleicher Behandlung zuweilen schon ein etwas verschiedenes Verhalten.

682 Die Abhängigkeit der temporären Momente M verschieden langer und gleich dicker Eisenstäbe, welche ihrer ganzen Länge nach durch gleiche magnetisirende Kräfte erregt sind, wird am richtigsten durch die von Green gegebene Formel dargestellt:

$$M = k\left(\beta l - \frac{e^{\beta l} - e^{-\beta l}}{e^{\beta l} + e^{-\beta l}}\right) = k\left(\beta l - \frac{1 - e^{-2\beta l}}{1 + e^{-2\beta l}}\right) \quad \text{I)}$$

in welcher β und k Constante sind, l die halbe Länge der Stäbe bezeichnet. Diese Formel gilt freilich nur für Stäbe, deren Querdimensionen gegen ihre Länge klein sind.

Um aus den an den einzelnen Stellen der Stäbe beobachteten Momenten ihr gesammtes Moment durch Summation zu erhalten, muss man den der Kettenlinie entsprechenden Ausdruck für die ersteren über die ganze Länge der Stäbe integriren. Dann ist

$$M = 2\int_0^l [a - b(\nu^x + \nu^{-x})]\,dx = 2\left(al - \frac{b}{\log \nu}\right)(\nu^l - \nu^{-l}) \quad \text{II)}$$

wo x den Abstand der einzelnen Stellen der Stäbe von ihrer Mitte bezeichnet. — Diese Formel stimmt im Wesentlichen mit der von Green aufgestellten überein, wenn man $e^\beta = \nu$ setzt. Der Werth im Nenner der letzteren Formel $e^{\beta l} + e^{-\beta l}$ ist dann schon in den Constanten der Formel II) enthalten.

Die directe Summation der nach der Kettenlinie berechneten Momente der einzelnen Stellen des Stabes ist in der Tabelle §. 551, Columne 3 ausgeführt. Eine genauere Uebereinstimmung der so berechneten und beobachteten Werthe der Momente M ist nicht wohl zu erwarten, da die Stäbe meist an ihren Enden schwächeren magnetisirenden Kräften ausgesetzt waren, als in ihrer Mitte, wodurch die Beobachtungswerthe zu klein ausfallen, und auch im Querschnitt der Stäbe sich die magnetisirende Kraft ändert.

683 Dub spricht die Abhängigkeit des Momentes von der Länge der Stäbe in anderer, rein empirischer Form aus. Nach ihm ist der erregte totale Magnetismus, d. h. der freie Magnetismus, welcher in den auf ihrer ganzen Länge l mit der Magnetisirungsspirale bedeckten Stäben erzeugt wird, wenn die gesammte, auf ihre ganze Länge wirkende Kraft constant bleibt, der Quadratwurzel aus der Länge l der Stäbe proportional.

Dividirt man die in den erwähnten Versuchen erhaltenen Momente M der Stäbe durch ihre Länge, so giebt der Werth M/l das Moment an, welches die Stäbe erhielten, wenn die auf ihre ganze Länge wirkende magnetisirende Kraft bei allen constant und gleich wäre. — Dividirt man noch einmal mit l, so erhält man die Werthe M/l^2, welche unter der Voraussetzung, dass die freien Magnetismen der Stäbe nur an ihren Enden aufträten, oder doch der Abstand der Pole den Längen der Stäbe proportional wäre, den freien, in den Stäben angehäuften Magnetismen proportional sind. Diese Werthe sind in den Tabellen mit aufgeführt.

Nach dem Satz von Dub sollten nun die Werthe M/l^2 dem Werth $\sqrt{l}$ proportional, also die Werthe $M/l^2\sqrt{l}$ constant sein. Wie sich indess bei allen Versuchsreihen zeigt, nehmen sie mit wachsender Länge der Stäbe ab.

Nach Ruths (§. 573 Anm.) wachsen bei einer gegebenen magnetisirenden Kraft die Quotienten $M/l\sqrt{l}$ für gleich dicke Stäbe mit der Länge bis zu einem Maximum und nehmen dann wieder ab.

Bei den hufeisenförmigen Magneten von verschiedener Länge sind die Quotienten nach den Versuchen von Dub (§. 681) nahezu constant; nach meinen Versuchen nehmen sie sogar mit wachsender Länge der Magnete zu. Dieser Unterschied im Verhalten der geraden und hufeisenförmigen Magnete rührt von der Wechselwirkung der Pole der letzteren her, welche namentlich bei längeren Stäben eine bedeutende Steigerung des magnetischen Momentes hervorruft. Auch können sich die Pole seitlich verschieben.

684 Wir haben bereits mehrfach hervorgehoben, dass die Sätze von Dub, wonach die Momente von Stäben, welche im Ganzen gleichen magnetisirenden Kräften ausgesetzt sind, der Quadratwurzel aus ihrem Durchmesser und aus ihrer Länge proportional sind, rein empirische sind und nur innerhalb enger Grenzen gelten, da die Scheidungskraft in den verschiedenen Stäben durchaus nicht in ähnlicher Weise vertheilt ist; auch sind die bei schwachen magnetisirenden Kräften gültigen Formeln bei stärkeren, wo das Moment sich mehr und mehr dem Maximum nähert und der Masse des Stabes mehr und mehr proportional wird, abgesehen von dem Wendepunkt und von den Aenderungen der Magnetisirung bei wiederholter Einwirkung magnetisirender Kräfte, nicht mehr gültig [1]).

685 Im Allgemeinen nimmt cet. par. das mittlere magnetische Moment für die Volumeneinheit von Stäben, d. h. ihr Moment, dividirt durch ihr Volumen mit dem Abnehmen des Verhältnisses l/d ihrer Länge l zu ihrer Dicke d, also ihres Dimensionsverhältnisses, ab [2]).

686 Mit Hinzunahme der Sätze von Dub und Sir W. Thomson ändert von Waltenhofen [3]) die Formel von Müller (§. 559) folgendermaassen ab:

---

[1]) Berechnungen über die Anordnung des zu den Magnetisirungsspiralen zu verwendenden Drahtes nach der Zahl der Windungen u. s. f., um unter verschiedenen Bedingungen das Maximum der Wirkung zu erzielen, lassen sich unter Annahme der Sätze von Dub leicht ausführen. Sie haben aber nur ein specielles praktisches Interesse, da die im Text erwähnten Umstände die Bedingungen wesentlich abändern. Rechnungen dieser Art sind namentlich sehr vollständig von du Moncel ausgeführt und auch durch Versuche geprüft worden. Cfr. Sur les meilleures conditions des électroaimants 1871. Étude sur la détermination des éléments de construction des électroaimants 1874, sowie Compt. rend. **76**, 368, 1201, 1403; **77**, 347, 1017, 1873; **85**, 377, 466, 481, 497, 652, 743, 1877; siehe auch Raynaud, ibid. **76**, 1014, 1303, 1554; **85**, 480.

[2]) Siehe auch die Versuche von Tanakadate (Phil. Mag. [5] **26**, 450, 1888; Beibl. **13**, 185) an Stäben von 2 bis 33,4 cm Länge und 0,115 bis 0,156 cm Dicke, bei denen l/d zwischen 13,1 und 291 variirte. Die Momente wurden durch Ablenkung eines Magnetes gemessen. — [3]) von Waltenhofen, Wied. Ann. **27**, 630, 1886; **32**, 133, 1887.

Sind l und d die Länge und Dicke eines Eisenkerns in Centimetern, ist derselbe gleichmässig mit einer Magnetisirungsspirale von insgesammt n Windungen bedeckt, durch welche ein Strom von der Intensität i in Ampères fliesst, so ist das magnetische Moment nach der Berechnung

$$m = 14{,}41\, d^2 \, arctg \frac{\sqrt{i}\,.\,ni}{6112\, d^{3/2}} \; (C.\text{-}G.\text{-}S.) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

woraus sich für praktische Zwecke die Formel

$$m = 0{,}135 \sqrt{l^3 d}\,.\,ni \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2)$$

ableiten lässt.

Bezeichnet man mit $\overline{m}$ das Maximalmoment des Stabes, welches sich aus der Formel 1) ergiebt, wenn $arctg = 90^0$ ist, und ist $p = 100\, m/\overline{m}$ der „Sättigungsgrad" in Procenten, so folgt die zur Erzielung desselben erforderliche Stromstärke

$$i = \frac{6112\, d^{3/2}}{n\sqrt{i}}\, tg\, 0{,}9\, p.$$

Die Versuche stimmen innerhalb der Grenzen, wo noch eine Proportionalität zwischen der magnetisirenden Kraft und den temporären Momenten anzunehmen ist, ziemlich mit dieser Formel. Sie wird durch Beobachtungen mit einem sehr grossen Elektromagneten bestätigt. Die Constante in der Formel 2) schwankt bei Magneten, deren Gewicht von 56 bis 174000 g liegt, zwischen 0,12 und 0,15. Sie nähert sich letzterem Werth bei dickeren Stäben.

Ist das Maximalmoment eines Grammes Eisen vom spec. Gewicht 7,78 gleich 212,5, so ergiebt sich für das Maximalmoment eines Eisenstabes von der Länge l und dem Durchmesser d in cm

$$m = {}^1/_4\,.\,212{,}5\,.\,7{,}78\,.\,\pi l d^2 = 1298\, l d^2.$$

Der **Sättigungsgrad** in Procenten ist

$$p = 0{,}0104 \sqrt{l d^{-3}}\,.\,ni.$$

687 Die Formel gilt auch für prismatische Stäbe, nur ist für d der Werth des Durchmessers des Kreises von gleichem Flächeninhalt mit dem Querschnitt des Stabes zu setzen. Für einen rechteckigen Stab von den Querdimensionen a und b wäre $d = 2\sqrt{ab/\pi}$.

Nach von Waltenhofen[1]) wird die magnetische Sättigung (das Moment) von Eisenkernen (7 cm dick, 27 cm lang), welche in einer Spirale liegen, durch Aufschrauben von Eisenblechscheiben (14,2 cm Durchmesser, 2,8 mm dick) an beiden Enden, wodurch das Gewicht nur um $^1/_{10}$ vermehrt wird, von 351 auf 559, also um 58 Proc., bei einem Strom von 20 Ampères vermehrt. Ferner wächst bei Anwendung der Polscheibe das Moment viel langsamer zu einem Maximum an, als ohne Polscheibe.

---

[1]) von Waltenhofen, nach Krug, Elektrotechn. Zeitschr. 7, 202, 1886; Beibl. 10, 510.

688 Magnetisirt man einen Stab der Quere nach, indem z. B. die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus senkrecht auf seiner Hauptaxe steht, während er sich in einem längeren horizontalen, 5 cm tiefen Multiplicatorrahmen befindet, so ergiebt sich nach Dorn [1]) die aus dem Inductionsstrom beim Herausnehmen folgende Quermagnetisirung etwas kleiner, als aus der Berechnung der Longitudinalmagnetisirung folgt. Zur Vergleichung wurde ein Brettchen mit 5 bis 7 kleinen, etwa 18 mm langen, transversal im Abstand von etwa 30 mm darauf befestigten Stahlmagneten von bekanntem Moment aus dem Rahmen herausgezogen und das Resultat mit obigem verglichen.

689 Lage der Pole. Dividirt man die Gesammtmomente der Stäbe durch die Momente in ihrer Mitte, so erhält man nach §. 544 den Abstand ihrer Pole λ von einander.

So ergiebt sich nach den Beobachtungen von Lenz und Jacobi

Länge l	12″	18″	24″	30″	36″	42″	48″
Polabstand λ	8,9	13,6	17,6	21,7	25,9	29,9	33,1
λ/l	0,74	0,76	0,73	0,72	0,72	0,71	0,68

Der Abstand der Pole ist also etwa 0,74, demnach nahezu proportional der Länge der Stäbe; nur bei den längeren Stäben ist er ein wenig kleiner.

Nach Versuchen von Bouty [2]) ist die Lage der Pole von der Stärke der magnetisirenden Kraft unabhängig und ihr Abstand von den Enden verschieden langer Stäbe der gleiche, so dass ihr temporäres Moment durch die Formel $M_t = m_t(l - \delta)$ auszudrücken ist, wo m_t der freie Magnetismus, l die Länge der Stäbe, δ der Abstand der Pole von den nächstliegenden Enden ist. Mascart [3]) findet dagegen, dass bei stärkerer Magnetisirung die Pole den Enden näher rücken.

690 E. Einfluss der Dimensionen von Stäben auf ihr permanentes magnetisches Moment.

Dieselben Gesetze, wie für die Vertheilung der temporären Momente der an allen Stellen gleichen magnetisirenden Kräften ausgesetzten Eisenstäbe, gelten für die Vertheilung der permanenten Momente in den zur Sättigung magnetisirten permanenten Stahlmagneten. Verschwindet ihre Dicke gegen ihre Länge nicht ganz, so giebt wenigstens annähernd die Formel der Kettenlinie

$$m = a - b(\nu^x + \nu^{-x}) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 1)$$

die Vertheilung der Momente, die Formel

$$\alpha = b(\nu^x - \nu^{-x})$$

die Vertheilung der freien Magnetismen auf ihrer Oberfläche an.

[1]) Dorn, Wied. Ann. 35, 275, 1888. — [2]) Bouty, Ann. scient. de l'École norm. [2] 5, 137, 1876. — [3]) Mascart, Ann. de Chim. et de Phys. [6] 18, 5, 1889; Beibl. 14, 134.

691 Das erste Gesetz ist von van Rees[1]) bestätigt worden, indem er die magnetischen Momente eines Stahlmagnetes an verschiedenen, um die Länge x von der Mitte entfernten Stellen nach der §. 588 beschriebenen Methode durch Abschieben einer kurzen, mit einem empfindlichen calibrirten Galvanometer verbundenen Inductionsspirale von jenen Stellen bestimmte. So ergaben sich u. A. an einem 500 mm langen, 20 mm breiten und dicken Magnetstab (mittelst einer Inductionsspirale von 20 mm Länge) die magnetischen Momente m:

$x =$	0	40	80	120	160	200	230
m (gefunden) . .	0,5050	0,4942	0,4625	0,4083	0,3332	0,2343	0,1322
m (berechnet) . .	0,5055	0,4949	0,4630	0,4094	0,3335	0,2306	0,1337

Bei der Berechnung von m nach der Formel 1) wurde $a = 1,48648$, $log\, b = 9,69062$, $log\, v = 0,01590$ angenommen.

Bei einem cylindrischen, 801 mm langen, 8 mm dicken, glasharten Magnet von Gussstahl und einer Inductionsspirale von 10 mm Länge war:

$x =$	0	160	240	320	392,5
m (gefunden)	0,1897	0,1688	0,1510	0,1285	0,0346
m (berechnet)	0,1851	0,1716	0,1524	0,1216	0,0796

Bei der Berechnung wurde $a = 0,22640$, $log\, b = 8,51401$, $log\, v = 0,02150$ angenommen.

Die Resultate sind das Mittel der Stromintensitäten, welche beim Abschieben der Spirale von Punkten des Stabes erhalten wurden, welche gleich weit nach beiden Seiten von seiner Mitte entfernt waren. Eigentlich hätte man beim Abschieben der Spirale nach der einen oder anderen Seite des Stabes gleiche Werthe erhalten sollen; sie waren aber ein wenig verschieden. Theoretisch sind diese Ungleichheiten nicht begründet, wenn nur die Spirale jedesmal so weit von dem Magnete entfernt wurde, bis das Potential der freien Magnetismen auf die Rolle verschwindend klein war und in so kurzer Zeit erfolgte, dass sie gegen die Schwingungsdauer der Nadel des Galvanometers zu vernachlässigen war.

692 Die Vertheilung der magnetischen Momente in Stahlmagneten hat Rothlauf[2]) in ähnlicher Weise, wie van Rees, durch die Inductionswirkung auf eine auf ihnen befindliche Drahtrolle untersucht. Dieselbe bestand aus zwei über einander befindlichen Lagen von Kupferdraht, welche auf einer Länge von 3,3 Linien einen Messingcylinder bedeckten. Der innere Durchmesser der Windungen betrug 2, der äussere 3,6 Linien. Die Drahtrolle liess sich eben bequem auf die Magnetstäbe aufschieben.

Die Drahtrolle selbst befand sich in einer, an einem langen verticalen Hebelarm befestigten Gabel; der Hebelarm wurde durch eine starke Feder gegen ein Messingstück gedrückt. Wurde letzteres vermittelst

[1]) van Rees, Pogg. Ann. 74, 217, 1848. — [2]) Rothlauf, Ueber die Vertheilung des Magnetismus in cylindrischen Stahlstäben. München 1861; auch Pogg. Ann. 116, 592.

eines Fadens gehoben, so bewegte sich in Folge eines Federdruckes der Hebelarm mit der Drahtrolle zurück, bis er an eine Schraube anschlug. Auf diese Weise konnte die Spirale schnell über eine kleine Strecke auf der Oberfläche des Magnetes (2,286‴) fortbewegt werden. Hierdurch sollen die Fehlerquellen bei den Versuchen von **van Rees** vermieden werden. Die Versuche wurden auf beiden Hälften der Magnete angestellt und das Mittel der Resultate genommen. Aus den beobachteten Werthen wurde das magnetische Moment an jeder Stelle nach einer Formel berechnet, welche aus einer theoretischen Berechnung der Summe der Inductionswirkungen der der Inductionsspirale benachbarten Elemente der Magnete auf dieselbe bis zu je 6,858 Linien auf beiden Seiten der Mitte jeder ihrer Windungen hervorging. Die Momente wurden für diese Elemente durch eine Formel $\mu = a + by + cy^2$ dargestellt, wo y den Abstand des Elementes von der Mitte der Spirale ausdrückt.

Die an zweimal drei Stahlcylindern von 1,74‴ Dicke und 4, 8 und 10 Par. Zoll Länge angestellten Beobachtungen schliessen sich bis auf die Beobachtungswerthe an den Enden, welche viel zu klein ausfallen, recht gut der Kettenlinie an; nur nehmen die Werthe von der Mitte der Stäbe gegen das Ende hin allmählich ein wenig zu, indem hier der freie, am Ende des Stabes befindliche Magnetismus rückwärts vertheilend auf die übrigen Stellen wirkt, welche Wirkung nicht in die Berechnung gezogen ist.

So war z. B. der beobachtete (α) und nach der Formel der Kettenlinie berechnete α (ber.) Ausschlag der Galvanometernadel, und die Differenz Δ beider, als die Mitte der Inductionsspirale um 2,286 . x Linien von dem einen oder anderen Ende des Stabes entfernt war:

x	α (beob.)	α (ber.)	Δ	α (beob.	α (ber.)	Δ	α (beob.)	(α ber.)	Δ
0	74,76	32,03	− 42,73	63,36	31,51	− 31,85	48,66	25,74	− 22,92
2	27,92	28,52	+ 0,62	24,16	26,66	+ 2,50	16,09	18,37	+ 2,28
4	26,19	25,39	− 0,80	21,73	22,55	+ 0,82	12,87	13,10	+ 0,23
6	22,70	22,60	− 0,10	18,50	19,08	+ 0,58	9,33	9,33	+ 0,00
8	19,71	20,08	+ 0,37	16,13	16,13	+ 0,00	6,45	6,62	+ 0,17
10	17,89	17,88	− 0,01	13,52	13,64	+ 0,12	4,76	4,68	− 0,08
12	16,11	15,91	− 0,20	11,70	11,52	− 0,18	2,91	3,26	+ 0,35
14	14,30	14,14	− 0,16	10,55	9,72	− 0,83			
16	12,88	12,55	− 0,33	8,54	8,21	− 0,33			
18	11,56	11,13	− 0,43	7,01	6,91	− 0,10			
20	9,85	9,88	+ 0,03	5,68	5,80	+ 0,12			
22	8,68	8,74	+ 0,06	4,57	4,87	+ 0,30			
24	7,55	7,73	+ 0,18	3,38	4,05	+ 0,67			
26	6,44	6,82	+ 0,38	2,29	3,36	+ 1,07			
28	6,20	5,99	− 0,21						
30	5,35	5,25	− 0,10						
32	4,68	4,58	− 0,10						
34	3,90	3,97	+ 0,07						
36	3,09	3,42	+ 0,33						
38	2,45	2,91	+ 0,46						

Magnet I. Länge = 10 Zoll; Dicke = 1,74 Lin.

Magnet II. Länge = 8 Zoll; Dicke = 1,74 Lin.

Magnet III. Länge = 4 Zoll; Dicke = 1,74 Lin.

Am Ende der Stäbe geben die Versuche zu kleine Werthe, da sich dann nicht mehr auf beiden Seiten der Inductionsrolle inducirende Magnetelemente vorfinden; ausserdem entsprechen die Inductionsströme nicht genau dem Momente des in der Mitte der Rolle liegenden Elementes, sondern sind etwas kleiner, da die Momente gegen die Enden der Stäbe hin immer schneller abfallen (vergl. §. 536) [1])

693 Die Zunahme des magnetischen Momentes der einzelnen Theile eines permanent magnetischen Stahlstabes gegen seine Mitte hin zeigt sich schon durch einen älteren Versuch von Prechtl [2]). Er legte acht 2 bis 3 Zoll lange Stahlstäbchen in einer geraden Linie an einander und magnetisirte sie in dieser Lage, wie einen einzigen Stab. Die einzelnen Stäbchen trugen Haken, an welchen eine Schnur befestigt werden konnte, die über eine Rolle geleitet und mit Gewichten belastet wurde, bis die Stäbchen von einander rissen. Auf diese Weise erhielt er die zum Abreissen der auf einander folgenden Stäbchen erforderlichen Gewichte:

Stäbchen	1	2	3	4	5	6	7
Gewicht . . .	1/2	1	1 1/2	2	1 1/2	1	1/2

694 Die Abhängigkeit des gesammten magnetischen Momentes verschieden langer und dicker Stahlstäbe, welche zur Sättigung magnetisirt sind, von ihren Dimensionen, ergiebt sich durch Summation der §. 692 erhaltenen Werthe. Experimentell ist sie von Coulomb [3]) in folgender Weise untersucht worden.

Ein Stahldraht wurde durch den Doppelstrich magnetisirt, in der Drehwage in der Ebene des magnetischen Meridians aufgehängt, und die Drehung des ihn tragenden Fadens oder Drahtes bestimmt, welche erforderlich war, um ihn um 30° aus der Ruhelage abzulenken. Der Draht wurde dann zerschnitten und die Versuche wurden wiederholt, nachdem die Stücke bis zur Sättigung magnetisirt waren.

Es ergab sich u. A. bei Stücken von Stahldrähten I und II von verschiedener Dicke, von denen 12 Zoll (30,5 cm) 38 Gran (2 g) und 865 Gran (45,8 g) wogen, und von denen der erste einen Durchmesser von 2 Linien (4,5 mm) hatte:

---

1) Aehnliche Versuche auch von Schaper, Wied. Ann. 9, 418, 1880. — 2) Prechtl, Gilb. Ann. 68, 187, 1821. — 3) Coulomb, De la Métherie, Observations sur la physique 43, 249, 1793; Green's Neues Journ. 2, 298.

Länge	I		II	
	Torsion	berechnet	Torsion	berechnet
18″	—	—	288⁰	287,9
12″	11,5⁰	11;5	172⁰	172,1
9″	8,5⁰	8,46	115⁰	115,3
6″	5,3⁰	5,43	59⁰	56,3
4,5″	—	—	34⁰	33,9
3″	2,3⁰	2,39	13⁰	13,5
2″	1,30⁰	1,38	—	—
1″	0,35⁰	0,42	1,46⁰	—
0,5″	0,07⁰	0,084	0,32⁰	—
0,25″	0,02⁰	0,012	—	—

Nach den Beobachtungsresultaten ist mit wachsender Länge der Drähte das magnetische Moment erst nahezu dem Quadrate der Länge, dann der Länge selbst proportional, wenn dieselbe 40- bis 50 mal grösser als der Durchmesser der Drähte ist. — Die Berechnung der den Beobachtungsresultaten beigefügten Werthe ist von Green[1]) nach seiner Formel (§. 476)

$$M = \frac{3\,g f a^2}{2\,\beta(1-g)}\left(\beta l - \frac{1-e^{-2\beta l}}{1+e^{-2\beta l}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

ausgeführt, in der $2\,l$ die Länge des Drahtes, a seinen Radius bezeichnet.

Aus den in den folgenden Paragraphen mitgetheilten Versuchen über die Vertheilung des freien Magnetismus auf der Oberfläche der Drähte ergiebt sich für einen 2 Linien dicken Draht $\beta = -\log \mu = -\log 0{,}517495$, also der Werth $\alpha\beta = 0{,}548235$, welcher für alle Drähte von gleichem Stahl constant ist. Hiernach kann man den Werth β für einen Draht von beliebiger Dicke berechnen. Wird sodann der Werth $P = 3\,g f a^2/2\,\beta(1-g)$ aus einer Beobachtung entnommen, so erhält man die in die Formel 1) einzusetzenden Werthe β und P. Sie sind für den ersten Draht $\beta = 0{,}65788$, $P = 58{,}5$, für den zweiten $\beta = 3{,}13880$, $P = 0{,}6448$. — Der Werth der magnetischen Constanten g ist gleich 0,986636, also nahezu gleich Eins.

Sind die Magnetstäbe sehr lang, so ist nach obiger Formel ihr Moment ihrer Länge proportional.

695 Versuche von Bouty[2]) über das Moment von cylindrischen Stäben von $a = 6$ bis 10 mm Durchmesser, welche in einer Spirale von 1,2 m Länge und 5 cm Durchmesser magnetisirt waren, bestätigten sowohl für

[1]) Green, Essay, auch Journal für reine und angewandte Mathematik 47, 220. — [2]) Bouty, Ann. scient. de l'Éc. norm. [2] 5, 145, 1876.

die permanenten, wie die temporären Momente die Green'sche Formel. Dieselben sind:

$$y = A a^2 \left(l - \frac{2}{\beta} \frac{e^{\frac{1}{2}\beta l} - e^{-\frac{1}{2}\beta l}}{e^{\frac{1}{2}\beta l} + e^{-\frac{1}{2}\beta l}} \right).$$

Setzt man $\beta = B/a$, so ist $A = A_1$ bezw. A_2 und $B = B_1$ bezw. B_2 für die temporäre und permanente Magnetisirung:

	Temporär		Permanent	
	A_1	$1/B_1$	A_2	$1/B_2$
Stab 7 mm dick, nicht gehärtet	4,081	7,142	2,34	17,857
Stab 10 mm dick, nicht gehärtet u. nicht gesättigt	0,9966	7,142	0,723	17,857

Der Coefficient B ist also von der Stärke der Gesammtmagnetisirung bezw. der magnetisirenden Kraft, ebenso von der Dicke der Stäbe unabhängig. Für die permanente Magnetisirung ist B viel kleiner. Ferner ist A für die permanente Magnetisirung kleiner als für die temporäre, und entsprechend ändert sich die Magnetisirungsfunction. Nach analogen Versuchen sind in harten Stäben die Werthe A_1 und A_2 kleiner als für weiche Stäbe; B_1 bleibt für verschieden starke Ströme nahe constant, während B_2 mit der Stärke der magnetisirenden Kraft von $1/13{,}75$ bis $1/8$ abnimmt.

Bei verschieden dicken, aus einer dickeren Nadel durch Abätzen mit kochender Salzsäure oder Königswasser erhaltenen Nadeln (von 1,088 bis 0,762 mm Durchmesser) fand Bouty [1]) mittelst der §. 534 erwähnten Methode das Moment M dem Quadrat des Durchmessers a nahezu proportional ($M/a^2 = 0{,}1346$ bis $0{,}1125$).

696 Nach Scoresby [2]) sind die permanenten Momente P_m prismatischer Stäbe von gleicher Länge (12″), 1″ Breite und verschiedener Dicke D, welche alle in gleicher Weise gehärtet und magnetisirt sind, die folgenden:

$D =$	0,55″	0,28	0,20	0,14	0,08
P_m	0,65	0,66	0,65	0,55	0,52

697 Dünne Stahlplatten in der Weise permanent zu magnetisiren, dass ihre magnetische Axe auf ihrer Ebene senkrecht steht, gelingt nicht, wenn man sie in äquatorialer Lage zwischen die flachen Polschuhe eines kräftigen Elektromagnetes oder zwischen zwei dicke Stromspulen

1) Bouty, l. c. 131. — 2) Scoresby, Lamont Magnetismus, S. 120.

bringt und den Strom allmählich bis auf Null abschwächt, so z. B. wenn er durch eine Dynamomaschine geliefert wird, welche man allmählich bis zum Stillstand ablaufen lässt. Ebenso verhalten sich galvanoplastische Eisenplatten. Durch Bestreuen eines auf die Platten gelegten Papieres mit Eisenfeile kann man nachweisen, dass sich stets eine Magnetisirung in der Längsrichtung der Platten ausbildet.

Während der temporären Magnetisirung der Dicke nach liegen die Axen der magnetisch gedrehten Molecüle zwar mehr oder weniger senkrecht gegen die Flächen der Stahl- oder Eisenplatte. Sowie sie sich aber nach Aufhebung der magnetisirenden Kraft zurückdrehen, bedarf es nur einer kleinen Abweichung von der Symmetrie in ihrer Anordnung, um sie durch ihre magnetische Wechselwirkung zur Einstellung in der Längsrichtung der Platten zu veranlassen.

698 Aus den Betrachtungen des §. 438 folgt, dass, wenn das magnetische Moment der einzelnen Theile eines Stahlstabes gegen seine Enden hin abnimmt, die magnetische Wirkung desselben nach aussen zunimmt. In diesem Falle befindet sich neben dem nach dem Nordpole des Stabes gerichteten Nordpole jedes Molecüls ein schwächerer Südpol des benachbarten Molecüls, welcher seine Wirkung nach aussen zwar zum Theil, aber nicht ganz aufhebt. Die ganze Nordhälfte des Magnetes zeigt demnach nach aussen Nordpolarität, und am Ende derselben, wo den Nordpolen der Molecüle keine Südpole anderer Molecüle gegenüberstehen, ist diese Polarität im Maximum. In dieser Weise findet die Vertheilung der Wirkung eines auf gewöhnliche Weise magnetisirten Stahlstabes statt.

Dies ergeben auch die Versuche von Coulomb[1] (l. c.). Er bediente sich einer kleinen, 6 Linien (13,5 mm) langen, 3 Linien (6,7 mm) dicken magnetischen Stahlnadel, an welche in ihrer Mitte und unterhalb in einem rechten Winkel gegen ihre horizontale Axe ein kleiner verticaler Cylinder von Kupfer von 2 Linien Durchmesser und 1 Zoll Länge vermittelst etwas Wachs angeklebt war.

Die Nadel wurde an einem Coconfaden in einem Gehäuse aufgehängt. 8 Linien von derselben entfernt verschob sich in einem Falz in einem Brett in verticaler Richtung ein verticaler magnetischer Stahldraht von 1 bis 2 Linien Durchmesser, so dass er sich in der Verlängerung der magnetischen Axe der Nadel befand. Die Zahlen der Schwingungen der Nadel wurden sowohl für sich untersucht, als auch, während sie vor verschiedenen, je um 6 Linien von einander entfernten Stellen des magnetisirten Drahtes schwang. Bei kleineren Dimensionen der schwingenden Nadel und grösserer Annäherung an den Draht ändert sich hierbei leicht ihr Magnetismus unter dem Einflusse des letzteren.

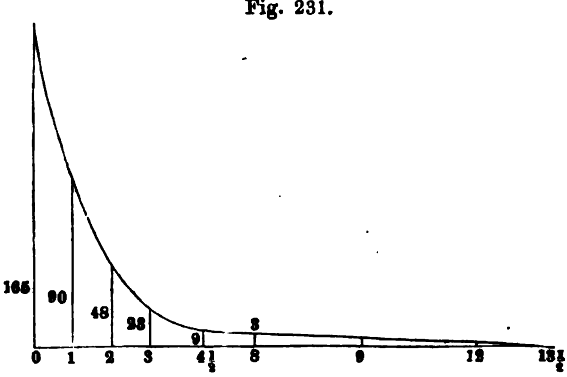
Kann man annehmen, dass nur die dicht vor und unmittelbar über

[1]) Donle, Wied. Ann. 41, 288, 1890.

und unter der Nadel befindlichen Stellen des magnetisirten Drahtes auf sie einwirken, und innerhalb dieser Wirkungssphäre die magnetische Wirkung des Drahtes nach aussen sich gleichmässig ändert, so misst die Differenz der Quadrate der Schwingungszahlen der Nadel unter Einfluss des Drahtes und ohne denselben diese Wirkung an den verschiedenen Stellen des letzteren.

Bei anderen Versuchen wurde neben dem verticalen magnetischen Stahldrahte eine horizontale Magnetnadel an einem Metalldrahte so aufgehängt, dass sie ihren einen Pol den mit gleichnamigem Magnetismus beladenen Stellen des Drahtes zukehrte. Der Draht war von dem Pole der Nadel durch ein 2 bis 3 mm dickes Brett getrennt. Durch Torsion des die Nadel tragenden Drahtes wurde sie so weit herumgedreht, bis ihr dem Drahte zunächst liegender Pol gegen das Brett gerade gegenlag. Der Torsionswinkel misst dann die Abstossungskraft der einzelnen Stellen

Fig. 231.



des Drahtes, mithin den freien Magnetismus derselben. Es wird dabei vorausgesetzt, dass die Einwirkung der Nadel die Vertheilung des Magnetismus im Drahte nicht ändert.

Die Ordinaten der Curve, Fig. 231, stellen diese Torsionswinkel für die eine Hälfte eines 27 Zoll (73 cm) langen Stahldrahtes von 2‴ Dicke vor. Die Zahl 0 der Abscisse entspricht dem Ende, die Zahl $13^1/_2$ der Mitte desselben.

Die an den letzten Enden des Drahtes erhaltenen Resultate sind etwa um die Hälfte zu klein, da hier der Magnetismus desselben nur von einer Seite auf die ihm genäherte Nadel wirkt.

Bei kürzeren Drähten ergab sich die die Vertheilung ihres freien Magnetismus von ihren Endflächen an bezeichnende Curve fast gleich der den längeren Drähten entsprechenden Curve. Nur ist in der Mitte ein kürzerer Raum, in welchem die Curve nahezu mit der Abscissenaxe zusammenfällt.

699 Die von Coulomb beobachteten Werthe der freien Magnetismen m des letzten Stabes an verschiedenen, um die Länge ξ von seinem Nord-

ende abliegenden Stellen hat Biot mit den aus seiner Formel

$$m = const\ (\mu^{\xi} - \mu^{2l-\xi})$$

berechneten Werthen verglichen, welche eigentlich nur für unendlich dünne Drähte gilt. In dieser Formel ist $2l$ die Länge des Stabes [1]). So ergab sich, wenn die Constanten

$$const = 173{,}76,\ \mu = 0{,}51795$$

gesetzt wurden:

ξ	0	1	2	3	4,5	6
m beobachtet	165	90	48	23	9	6
m berechnet	173,76	90	46,62	24,14	9	3,35

Bis auf das Ende des Stabes stimmen die berechneten und beobachteten Werthe sehr gut mit einander überein.

Durch ganz analoge Versuche hat Becquerel [2]) die Vertheilung des freien Magnetismus in einem sehr dünnen, nur $^1/_{80}$ mm dicken Stahldrahte von 126 mm Länge bestimmt, welcher mit Hülfe der Wollaston'schen Methode (Einschmelzen dickerer Drähte in die Axe eines Silbercylinders und Ziehen durch ein Zieheisen) erhalten war.

Die Resultate stimmen nach mehreren, ziemlich willkürlichen Correctionen ebenfalls mit der Formel von Biot überein. Bei so dünnen Drähten kann aber auch sehr leicht eine Rückwirkung des Magnetismus der Nadel auf den des Drahtes stattfinden.

Für kürzere Drähte (von 8" Länge) ist nach Coulomb der freie Magnetismus nahezu proportional dem Abstande von der Mitte [3]).

Wir haben schon §. 542 angeführt, dass allen diesen Resultaten kein zu grosser Werth beizulegen ist, da bei einer Entfernung der Nadel von dem magnetisirten Stabe, bei welcher der Magnetismus der ersteren nicht mehr merklich vertheilend auf den Stab wirkt, die Wirkung der Theile desselben, welche neben der der Nadel gegenüberliegenden Stelle sich befinden, nicht zu vernachlässigen ist. 700

Könnten wir als erste Annäherung annehmen, dass die Vertheilung der magnetischen Momente m in den Stäben durch die Formel

$$m = A - By^2$$

(§. 675) gegeben ist, wo y der Abstand von der Mitte des Stabes ist, so ist der freie Magnetismus an den einzelnen Stellen durch die Formel

---

[1]) Jamin (Compt. rend. 77, 1380, 1873) setzt, ähnlich wie Dub, die freien Magnetismen den Quadratwurzeln aus dem Abstande l von der Mitte ($\sqrt{l}$) proportional. — [2]) Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. 22, 117, 1823. — [3]) Auch Jamin (Compt. rend. 80, 1553, 1875) hat die Vertheilung des freien Magnetismus durch Abreissen eines Eisencontactes von den einzelnen Stellen verschiedener Lamellen von Stahl beobachtet und die obige Formel bestätigt gefunden. Wegen der Rückwirkung des Magnetismus des ersteren auf den der Lamellen sind indess die Resultate nicht zuverlässig; sie werden um so unsicherer, je weicher der Stahl ist, je leichter also seine Molecüle aus der axialen Lage in eine mehr transversale hinausgedreht werden.

$$\mu = f(y) = \frac{dm}{dy} = -2by = ky$$

gegeben, wo k eine Constante ist. Derselbe wäre also dem Abstande der Punkte des Stabes von seiner Mitte proportional. Führt man diesen Werth in die früher abgeleitete Formel für die Wirkung W eines verticalen Magnetes von der Länge $2l$ auf einen im Verticalabstande c vom Mittelpunkte des Stabes und im Horizontalabstande r von demselben entfernten Magnetpol

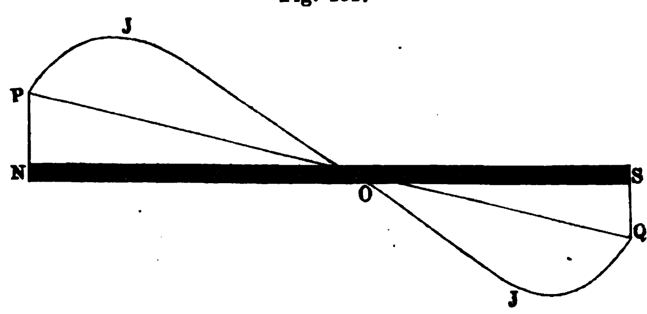
$$W = \int_{-l}^{+l} \frac{r f(y)}{[(c-x)^2 + r^2]^{3/2}} dy$$

ein, so ist

$$W = const \frac{1}{r} \left\{ \frac{c(l-c) - r^2}{[(l-c)^2 + r^2]^{1/2}} + \frac{c(l+c) + r^2}{[(l+c)^2 + r^2]^{1/2}} \right\}.$$

In Fig. 232 stellt NS den Magnet dar; die Curve $PIOQ$ entspricht den Wirkungen W an verschiedenen Stellen desselben, während die Linie

Fig. 232.



POQ die Vertheilung der freien Magnetismen μ bezeichnet; die Länge $2l$ des Magnetes ist gleich 8″ und $r = \sqrt{1/2}$ gesetzt. Es ist also W durchaus nicht μ proportional [1]).

701 Die Lage der Pole in Stahlmagneten ist durch die Abscissen der Schwerpunkte des Flächenraums der Curven, Fig. 232, gegeben, in welchen die Ordinaten den freien Magnetismus der einzelnen Punkte der Stäbe bezeichnen. Da diese Curven nach Coulomb's Beobachtungen bei kurzen und langen Stäben von gleicher Dicke ziemlich gleich sind, müssen auch die Pole ziemlich gleich weit von den Enden der Stäbe entfernt liegen.

Ist x dieser Abstand der Pole von den Enden, $2l$ die Länge des Stabes, so ist sein Moment $M = 2\mu(l-x)$, wenn μ den freien Magnetismus an jedem Ende des Stabes bezeichnet. Aus den Beobachtungen

---

[1]) Vergl. auch Bertin, Ann. de Chim. et de Phys. [4] 16, 74, 1869.

(§. 694) berechnet sich hiernach der Abstand der Pole von den Enden der Stäbe $x_1 = 0{,}36$ Zoll.

Wird dieselbe Bestimmung an dem dickeren Draht gemacht, so ergiebt sich für diesen der Abstand $x = 1{,}51$ Zoll. — Die Durchmesser dieser Drähte verhalten sich wie $\sqrt{38} : \sqrt{865} = 4{,}8 : 1{,}0$. Da sich nun $x : x_1 = 1{,}51 : 0{,}36 = 4{,}2 : 1{,}0$ verhält, so schliesst Coulomb, dass die Abstände der Pole der Drähte von ihren Enden nahezu ihrem Durchmesser proportional sind.

Zugleich ergiebt sich hieraus wiederum, dass für sehr lange Stäbe, bei welchen x gegen $2l$ sehr klein ist, das Moment $M = 2\mu l$ wird, also der Länge proportional ist.

Es ist klar, dass diese Resultate ebenso wenig exact sind, wie die im vorigen Paragraphen angeführten.

702 F. Kohlrausch und W. Hallock [1]) haben den Polabstand in verschiedener Weise bestimmt, mittelst Ablenkung einer ganz kurzen Nadel durch den zu untersuchenden Magnet, ferner durch gleichzeitige Einwirkung des Magnetes auf zwei Magnetometer, zwischen denen er aufgestellt ist, und die gleichzeitige Einwirkung von Strömen in zwei concentrischen Drahtkreisen von verschiedenem Halbmesser auf die zu untersuchende Magnetnadel. Sie fanden den Polabstand in glasharten Rundstäben von 5 cm Länge und 0,4 cm Dicke bei verschiedenen Sättigungsgraden, zweien Parallelepipeden von 44, 2,3, 10 cm Länge, einem harten, 30 Stunden ausgekochten Hohlcylinder von 16 cm Länge und 1,6 cm äusseren Halbmesser, harten Stahlstäben von 16 cm Länge und 1,48 cm Dicke, bezw. 30 oder 20 cm Länge und 1,03 cm Dicke zwischen 0,81 und 0,85 der Länge des Magnetes. Er ist also nahe der gleiche für alle Magnete. Die Pole liegen etwa $^1/_{12}$ der Länge von den Enden entfernt.

Für eine Kreisscheibe von $d = 2{,}2$ cm Durchmesser und 0,17 cm Dicke war der Polabstand gleich $0{,}8\,d$; für einen Ringmagnet von 2,3 cm äusserem, 1,9 cm innerem Durchmesser und 0,22 cm Dicke gleich 0,88 des Durchmessers.

703 Vermittelst der Ablenkung einer kleinen Nadel durch den Magnet aus verschiedenen Entfernungen und der §. 549 erwähnten Methode findet Schneebeli [2]) den Abstand der Pole in zwei Stahlstäben von quadratischem Querschnitt, dessen Seite 4,8 mm betrug, im Mittel:

Gewicht	Länge l	Polabstand
18,73 g	103	0,848 (0,854) l
19,09	102,55	0,831 l

Bei dem ersten Magnet nahm mit zunehmender Härtung, bei welcher

---

[1]) F. Kohlrausch und W. Hallock, Wied. Ann. 22, 411, 1884. — [2]) Schneebeli, Pogg. Ann. Ergänzungsbd. 6, 159.

das auf je ein Milligramm kommende Quantum des freien Magnetismus von 190 bis 230 Einheiten stieg, der Polabstand kaum merklich zu.

Mittelst der Ablenkungen an der Tangentenbussole (§. 549) beobachteten F. Kohlrausch und Schneebeli[1]) an einer auf einem Achathütchen schwebenden Magnetnadel von der Länge $l = 141$ mm den Polabstand gleich $0{,}848\,l$, an einer Nadel von der Länge $l = 40$ mm gleich $0{,}866\,l$.

In Betreff der Fehlerquellen, welche auf diese Beobachtungen Einfluss haben können, vergl. den angeführten Paragraphen.

704 Aehnliche Bestimmungen hat Bouty[2]) gemacht.

Die permanenten Momente verschieden langer, gleich magnetisirter, gleich harter Nadeln, die mindestens 50 mal länger als dick sind, ergeben sich durch die Methode der Ablenkungen (§. 526) gleich

$$y = m(l - d),$$

wo l die Länge der Nadeln ist, m und d Constante sind. m ist für die verschieden langen Nadeln gleich; es ist der freie Magnetismus derselben. Nimmt man, wie oben, an, dass die Pole in verschieden langen Stäben gleich weit vom Ende abliegen, so ist hiernach $^1/_2\, d$ dieser Abstand und $l - d$ der Abstand der Pole von einander. Da die Nadeln selten alle gleich hart sind, wird letzterer besser bestimmt, indem man eine Nadel zerbricht und ihre mittleren Theile, welche die Länge l_1 haben mögen, auf ihr Moment y untersucht. Man findet dann

$$y_1 = m(l_1 - \delta) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 2)$$

Da die den Werthen y und y_1 entsprechenden, auf die Abscissen l und l_1 bezogenen Curven parallele gerade Linien sind, ist in beiden Fällen m dasselbe. Da ferner δ in Gleichung 2) ebenfalls constant bleibt, kann man m aus Gleichung 2) erhalten und dann aus Gleichung 1) den Werth d.

Bei Nadeln von verschiedener Dicke d ist bei Magnetisirung durch verschiedene Kräfte I der doppelte Abstand des Pols vom nächstliegenden Ende für nicht zu grosse Kräfte

$$d = 2\,a\,d\left(1 - \frac{p}{I}\right),$$

wo a und p Constante sind, von denen a von der Härtung, p von der als Einheit angenommenen magnetisirenden Kraft abhängt. Für Stäbe, die in Rothgluth gehärtet sind, ist selbst bis zu Dicken von 10 mm a constant gleich 13,65 bis 13,75. Die Pole nähern sich also allmählich dem Ende des Stabes. Nahe dem Sättigungspunkte indess rücken sie

[1]) F. Kohlrausch und Schneebeli, l. c. p. 165, 1872. — [2]) Bouty, Compt. rend. **80**, 650, 1875; Ann. de l'École normale [2] **5**, 123, 1876; Thèse de Docteur, Nr. 360, 1874.

langsamer dahin vor, als die Formel angiebt, und erreichen endlich für $I = \infty$ den Abstand vom Ende den Werth

$$\frac{1}{2} d = \alpha d,$$

wo $\alpha = 4{,}973$ mm ist. So ist für Nadeln von 0,553 mm Durchmesser der doppelte Polabstand vom nächsten Ende für $I = 18{,}1$ gleich 12,37, für I = ∞ gleich 5,6 mm.

Bei härteren Nadeln ist der Abstand der Pole von den Enden kleiner [1]).

Ist die Magnetisirungsfunction des Stabes für den permanenten Magnetismus $f(I)$, so ist das durch die magnetisirende Kraft I in einer Nadel von der Länge l und dem Durchmesser d erzeugte permanente Moment

$$y = \frac{1}{4} \pi d^2 f(I) \left[l - 2 a d \left(1 - \frac{p}{I} \right) \right]$$

bis nahe zum Maximum. Letzteres selbst ist

$$y = \frac{1}{4} \pi d^2 f(I = \infty) \, (l - 2 a d).$$

Das Verhältniss des permanenten und temporären Magnetismus ist nach Bouty bei sehr harten Nadeln von $d = 0{,}5$ bis 1,5 mm Durchmesser: **705**

$$r = const + \frac{\alpha d}{(I - c)^2},$$

wo $const$, c, α Constante sind, von denen c von der Natur der Stäbe unabhängig ist, α von der Härtung abhängt. r nimmt also mit wachsendem I ab.

Der Wendepunkt der Curve der permanenten und temporären Magnetisirung entspricht so ziemlich derselben magnetisirenden Kraft.

Werden aus dem gleichen Stoff z. B. durch Abätzen verschieden dicke Stäbe geformt, so bleibt r ebenfalls constant. Bei verschieden dicken Stäben, die aber gleichartig gehärtet worden sind, ändert sich r je nach dem Durchmesser, so dass also mit demselben die Härtung zunehmen würde.

Bei weichen Stäben tritt die Inflexionsstelle der schnelleren Magnetisirung bei schwächeren magnetisirenden Kräften ein, als bei harten. Auch nähert sich bei weicheren Stäben der Werth r nicht mehr einem Minimum mit wachsender Stromintensität, sondern sinkt erst mit Zunahme der Stromintensität und steigt dann wieder, wie auch Rowland beobachtet hat.

Wird eine gesättigte Stahlnadel zerbrochen, so bleiben beide Hälften gesättigt, da die Nadel an jeder Stelle ein grösseres Moment hatte, als die kürzeren Hälften [2]). **706**

[1]) Auch Mascart, Ann. de Chim. et de Phys. [6], 18, 5, 1889; Beibl. 14, 134. — [2]) Bouty, Compt. rend. 78, 280, 1874; Thèse de Docteur, Nr. 360, p. 240, 1874.

Ist die Nadel nicht gesättigt, so ist, da die Momente der mittleren Theile grösser sind, als die der Enden, ein herausgebrochenes Stück relativ um so stärker magnetisch, je näher es in der Mitte lag und je kleiner es ist. Gleich weit von der Mitte herausgenommene Stücke haben bei regelmässiger Vertheilung selbstverständlich gleiche Momente. Erschütterungen der Nadeln nähert die Pole, Zerbrechen entfernt sie von den Enden und schwächt sie [1]).

707 Die Vertheilung der temporären und der permanenten Momente eines elektromagnetisirten Eisenstabes braucht selbstverständlich nicht die gleiche zu sein, da bei letzterer die Wechselwirkung der Theilchen viel mehr hervortritt, als bei ersterer. Dies hat auch Petruchefsky [2]) gezeigt, indem er eine Magnetnadel einem von Ost nach West gerichteten, durch eine Spirale elektromagnetisirten Eisencylinder an verschiedenen Punkten gegenüberstellte und ihre Ablenkung beobachtete. Wenn aus diesen Versuchen auch die Lage der eigentlichen Pole nicht unmittelbar abzuleiten ist, so folgt aus denselben doch der oben erwähnte Satz. Zugleich ergiebt sich, dass nur bei einer bestimmten „normalen“ Länge der Spirale die Vertheilung des freien Magnetismus, also auch die „normale“ Lage der Pole für die temporäre und permanente Magnetisirung die gleiche ist. Wird die Länge der Magnetisirungsspirale verkürzt, so nähern sich die Pole bei der temporären Magnetisirung; wird sie verlängert, so entfernen sie sich von einander. Beim Oeffnen des Stromes nehmen die Pole für die permanente Magnetisirung ihre normale Lage meist wieder an; wenn nicht, genügen einige Schläge, um sie in dieselbe überzuführen. Sonst ändern Erschütterungen die Vertheilung des permanenten Magnetismus nur wenig.

Bei Cylindern von verschiedener Länge l und gleichem Durchmesser ist der normale Abstand (a) der Pole proportional ihrer Länge; z. B. war

l	150	200	250	350	500 mm
a	118,2	154,8	194,8	272,8	391,8

708 In Betreff des Magnetismus von gesättigten Stahlstäben hat Jamin [3]) den empirischen Satz hingestellt, dass, wenn ihre Länge l eine bestimmte Grenze überschreitet, ihre Breite b, ihre Dicke c ist, unabhängig von der Länge ihr Gesammtmoment M proportional bc, also $M = mbc$ ist, wo m eine von der Natur des Stoffes abhängige Constante ist. Dieser Satz gilt nach Jamin auch beim festen Aufeinanderlegen von n gesättigten Lamellen, zunächst von gleichem Stoff. Erstere Relation hat Jamin bestätigt, indem er das Gesammtmoment M der Stäbe nach der Methode von van Rees bestimmte. So war z. B.:

---

[1]) Mascart, l. c. — [2]) Petruchefsky, Dissertation sur l'aimantation normale, St. Pétersbourg 1865. — [3]) Jamin, Compt. rend. 81, 11, 1875; siehe auch Compt. rend. 75, 1672, 1872.

Sehr harte Stäbe von Allevardstahl $b = 40$ mm.

$l =$	660,0	275,0	230,0	225,0
$c =$	0,91	1,02	0,95	0,83
$M/bc =$	0,49	0,47	0,48	0,46

Weiche Stäbe von Allevardstahl $b = 50$ mm.

$l =$	575,0	497,04	71,0	297,0	224,0	236,0
$c =$	1,1	0,82	0,98	0,80	0,98	0,90
$M/bc =$	0,63	0,62	0,69	0,63	0,58	0,31

Harte Stäbe von Allevardstahl $l = 500$ mm, $b = 40$ mm.

$c =$	1,00	0,83	0,72	0,49	0,35	0,17
$M/bc =$	0,45	0,48	0,46	0,44	0,45	0,44

Die Constanz von M/bc bewährte sich sowohl bei starker, wie bei schwacher Magnetisirung.

Beim Uebereinanderlegen von n Lamellen von der Gesammtdicke c ergab sich ebenfalls

Stahllamellen $l = 0,240$ mm, $b = 0,040$ mm.

$n =$	9	6	6	3	3	0
$c =$	2,25	16,00	12,70	11,00	0,44	0,66
$M/bc =$	0,55	0,50	0,51	0,52	0,57	0,53 [1]).

709 Auch wenn die Lamellen von verschiedenem Stahl sind, wo jeder einzelnen eine andere Constante m_n zukommt, und sie die Dicke c_n besitzt, ist $M = b \Sigma m_n c_n$; ebenso wenn einzelne Lamellen entgegengesetzt gelegt werden, für welche m negativ zu nehmen ist.

So war z. B. bei fünf Lamellen m für I = 9,7, II = 8,4, III = 8,5, IV = 10,2, V = 7,2. Wurden sie alle in gleichem Sinne zusammengelegt, so war das Moment 44,0 (ber. 43,9); wurde die letzte oder wurden die beiden letzten umgekehrt, bezw. 28,3 (ber. 29,0) und 9,1 (ber. 9,0).

710 Sind in rechteckigen Stäben von der Länge L, der Breite A und der Dicke E die durch die sehr mangelhafte Methode des Abreissens eines Contactes bestimmten freien Magnetismen auf den Flächen LA, LE und AE bezw. y, y_1, y_2, so ist der gesammte freie Magnetismus

$$M = LA\left(\sum y + \frac{E}{A}\sum y_1 + E\sum y_2\right).$$

Nach den Versuchen von Jamin ist im Allgemeinen $y_1 = \mu y$, wo μ eine Constante ist. Dann wird

$$M = LA\left\{\sum y\left(1 + \mu\frac{E}{A}\right) + E\sum y_2\right\},$$

wo eventuell das letzte Glied zu vernachlässigen ist.

Sind die freien Magnetismen auf der Fläche LA eines Bündels von n zusammengelegten Stäben entsprechend Y, so ist unter Berücksichti-

[1]) Siehe auch Jamin, Journ. de Phys. 5, 73, 1876.

gung, dass bei letzterem an Stelle der Dicke E der Werth nE tritt, und bei Vernachlässigung der freien Endfläche, nach obigen und ähnlichen Versuchen, der freie Magnetismus:

$$n \sum y\left(1 + \mu \frac{E}{A}\right) = \sum Y\left(1 + \mu \frac{nE}{A}\right).$$

Der Werth des freien Magnetismus jeder einzelnen Lamelle während des Zusammenlegens würde hiernach mit Zunahme der Zahl der Lamellen in arithmetischer Progression abnehmen. Ist n sehr gross, so verschwindet 1 gegen $n\mu E/A$ und das Moment wächst bei Zusatz neuer Lamellen kaum mehr.

711 Jamin hat ferner nach derselben Methode die Vertheilung des freien Magnetismus an Bündeln von 1 bis 50 Lamellen von 0,04 mm Dicke, 40 mm Breite und 1 mm Länge gemessen. Bei mehr als 10 bis 15 Lamellen wurde an der nicht der Beobachtung unterworfenen Seite eine lange Eisenarmatur angesetzt, was wie eine Verlängerung des Stabes wirken sollte. Soweit sich bei der Unvollkommenheit dieser Methode übersehen lässt, ergab sich der freie Magnetismus y_n an den einzelnen um x vom freien Ende entfernten Stellen:

$$y_n = A_n k_n^{-x},$$

wo k_n für jeden einzelnen Stab eines Systemes constant war und mit wachsender Zahl der Lamellen (1 bis 50) von 1,295 bis 1,028 abnahm.

Da nach Jamin der freie Magnetismus auf den einzelnen Flächen der Lamellen gleichmässig vertheilt ist, also in jedem Querschnitt proportional $2(b+c)$ ist, wo b die Breite, c die Zahl der Lamellen ist, deren Dicke gleich Eins sei, so folgt hieraus der gesammte freie Magnetismus

$$M = 2(b+c)\int_0^\infty y_n dx = \frac{2A_n(b+c)}{\log k_n}.$$

Jamin setzt nun $M = mbc$, also

$$m = 2\frac{A_n}{\log k_n}\frac{b+c}{bc}.$$

Ist dann $c = 1$, so mögen A_n und k_n die Werthe A und k haben. Dann ist der freie Magnetismus

$$m = \frac{2A}{\log k}\frac{1+b}{b},$$

woraus folgt

$$\frac{A_n}{\log k_n}\frac{b+c}{c+bc} = \frac{A}{\log k} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Nach den Versuchen wächst ferner A_n mit der Zahl der Lamellen in demselben Verhältniss, in welchem $\log k$ abnimmt, so dass

$$A_n \log k_n = A \log k \quad \ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

constant ist. Aus den Gleichungen 1) und 2) folgt also

$$A_n\sqrt{\frac{c+b}{c+bc}} = A, \qquad log\, k_n\sqrt{\frac{c+bc}{c+b}} = log\, k$$

und

$$y_n = A\sqrt{\frac{c+bc}{c+b}}\,k^{-x\sqrt{\frac{c+b}{c+bc}}}.$$

Die Versuche bestätigen diese rein empirische Formel, wenn die Lamellen sehr eng an einander liegen. Sind sie durch Papierstreifen getrennt, so nehmen A_n und k_n ab.

712 Bei endlichen Stäben von verschiedener Länge $2l$ ergiebt sich, da die Curve des freien Magnetismus sich an den Enden umwendet, für den Nordmagnetismus

$$y = A_n(k_n^{-x} + k_n^{-2l}k_n^{-(2l-x)}),$$

ebenso für den Südmagnetismus

$$y_1 = A_n(k_n^{-(2l-x)} + k_n^{-2l}k_n^{-x}),$$

also ist der freie Magnetismus an jeder Stelle gleich $y - y_1$ und die allgemeine Gleichung der Vertheilung des freien Magnetismus

$$Y = A_n(1 - k_n^{-2l})(k_n^{-x} - k_n^{-(2l-x)})$$

oder

$$Y = A\sqrt{\frac{bc+c}{b+c}}\left(1 - k^{-2l\sqrt{\frac{b+c}{bc+c}}}\right)\left[k^{-x\sqrt{\frac{b+c}{bc+c}}} - k^{-(2l+x)\sqrt{\frac{b+c}{bc+c}}}\right].$$

Diese Formel ist von Jamin[1]) einmal an Bündeln von (50) Lamellen ($l = 250$, $b = 40$, Dicke jeder Lamelle 0,04 m) geprüft worden, wobei eine Anzahl Lamellen auf einander gelegt und die freien Magnetismen durch Abreissen eines Contactes bestimmt wurden, sodann ebenso an zwei gleich breiten und dicken Stahlplatten ($b = 50$ mm, $c - 2$ mm) und von veränderlicher Länge ($2l = 120$ bis 480 mm).

713 Lässt man auf einen permanenten Magnetstab von 40 cm Länge und 1 cm Durchmesser mittelst einer herumgelegten Spirale magnetisirende Kräfte wirken, welche ihn entgegengesetzt temporär magnetisiren, und bestimmt durch eine kleine Inductionsspirale die Vertheilung des Momentes, so ergeben nach Bouty[2]) die Curven, Fig. 233 (a. f. S.), die Resultate. Bei denselben bezeichnet T den temporären, P den permanenten Magnetismus.

Die Magnete besitzen hiernach während der entgegengesetzten temporären Magnetisirung Folgepunkte.

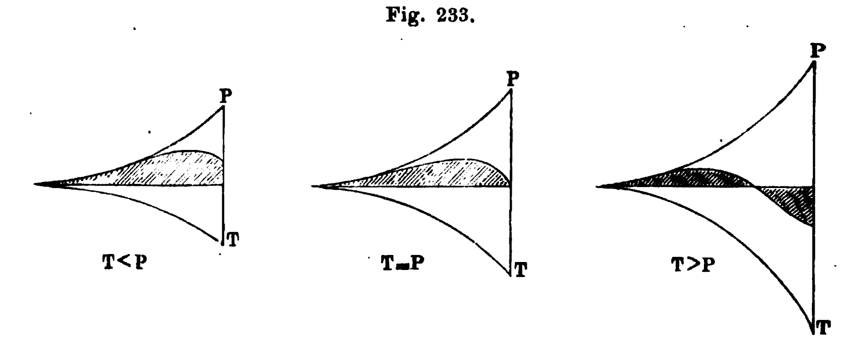
---

[1]) Jamin, Compt. rend. 81, 177, 1876. — [2]) Bouty, Ann. scient. de l'École normale [2] 5, 152, 1876.

714 Nach derselben Methode habe ich [1]) an 30 cm langen, 1 cm dicken, permanent magnetisirten Stahlstäben während und nach Einwirkung einer dem Moment des Stabes entgegenwirkenden magnetisirenden Kraft die Aenderung der Vertheilung der Momente untersucht und dabei etwas abweichende Resultate erhalten.

Während des Einflusses entgegengesetzt magnetisirender Kräfte nach einer permanenten Magnetisirung nimmt das Moment harter Stäbe an allen Stellen ab, am Ende stärker als in der Mitte, so dass bei einer gewissen Stärke der entmagnetisirenden Kraft die Mitte des Stabes noch im Sinne der ursprünglichen Magnetisirung „positiv“

Fig. 233.



magnetisirt erscheint, die dem Ende näher liegenden Theile schon entgegengesetzt, negativ magnetisch sind. Gegen das Ende des Stabes hin nimmt auch diese negative Magnetisirung ab. Ist das Moment des Stabes als Ganzes auf Null reducirt, so ist er in der Mitte noch positiv, an den Endtheilen negativ. Ist das Moment des mittleren Theiles des Stabes auf Null reducirt, so ist das Gesammtmoment des Stabes, ebenso wie die Momente der Endtheile, negativ.

Bei stärkeren entmagnetisirenden Kräften nimmt dagegen die negative temporäre Magnetisirung der mittleren Theile schneller zu, als die der Endtheile, bis sich allmählich bei noch stärkeren Kräften eine ähnliche Vertheilung der negativen Momente herstellt, wie durch einen gleich gerichteten Strom in einem frisch magnetisirten Stab.

Die permanenten Momente nach Aufheben der entmagnetisirenden Kraft nehmen in ähnlicher Weise ab. Der permanente Gesammtmagnetismus des Stabes ist Null, wenn vorher der temporäre überall negativ und bereits so ziemlich nach den Gesetzen für die temporäre Magnetisirung eines frischen Stabes vertheilt war. Bei weiterer schwacher Entmagnetisirung sind die permanenten Momente in der Mitte am kleinsten und wachsen gegen das Ende, um daselbst, wie selbstverständlich, Null zu werden. Bei stärkeren Entmagnetisirungen nähert

[1]) G. Wiedemann, Wied. Ann. 37, 610, 1889.

sich die Vertheilung der nunmehr negativen permanenten Momente ebenfalls derjenigen in frisch magnetisirten Stäben.

Bei weichen Stahlstäben erfolgen die Vertheilungen im Wesentlichen nach analogen Gesetzen.

715 Die permanenten Momente von massiven und hohlen Stahlcylindern von gleichem äusseren Durchmesser können sich, je nach dem Grade der Sättigung, der Härte des Stahles u. s. f., sehr verschieden verhalten, indem bei dem massiven Cylinder die ursprüngliche Magnetisirung wegen der grösseren Zahl der magnetisirten Theile grösser, wegen der grösseren Wechselwirkung der Schichten aber kleiner wird.

So fand Nobili [1]), als er zwei solche Cylinder von gleichem äusseren Durchmesser und von 255 g und 16 g Gewicht auf gleiche Weise bis zur Sättigung magnetisirte, dass der erste die Nadel einer Bussole bei einer bestimmten Entfernung um 19°, der zweite nur um 9,5° ablenkte. — Aehnliche Verhältnisse können nach Barlow auch bei der Magnetisirung von massiven Cylindern und Stahlröhren von gleichem Gewicht eintreten.

716 Bei der Betrachtung des permanenten Momentes verschieden dicker Stäbe und Röhren, welche z. B. in einer Magnetisirungsspirale einer magnetisirenden Kraft ausgesetzt worden sind, ist die Wechselwirkung der neben einander liegenden, in gleicher Richtung magnetisirten Fasern auf einander zu beachten, wodurch ihr temporäres Moment geschwächt wird [2]).

Die an den Rändern liegenden Längsfasern eines in eine Magnetisirungsspirale eingelegten Eisen- oder Stahlstabes haben nur von der inneren Seite des Stabes her neben sich parallele Fasern, die durch den magnetisirenden Strom in gleichem Sinne magnetisirt sind. Die von diesen ausgehende magnetische Wirkung auf die Randfasern vermag sie nicht ebenso stark entgegengesetzt zu magnetisiren, wie sie durch den Strom selbst im normalen Sinne magnetisirt werden. Sie behalten daher ihren normalen Magnetismus zum grossen Theile bei. Im Inneren des Stabes ist aber jede Faser rings von anderen, durch den Strom im gleichen Sinne magnetisirten umgeben, und diese Fasern erzeugen in der ersteren eine so starke entgegengesetzte Magnetisirung, dass sie die Stromwirkung mehr oder weniger aufhebt. Auch nach dem Oeffnen des magnetisirenden Stromes findet dasselbe in Betreff der permanenten Magnetisirung statt. Deshalb zeigt ein elektromagnetischer Eisen- und permanent magnetisirter Stahlstab in seinen inneren Schichten kaum Magnetismus, und Eisenfeile, die man auf seine Endflächen streut, haften nur an seinen Rändern.

Dieselben Erscheinungen zeigen sich auch, wenn man die Körper, statt durch galvanische Ströme, durch Streichen magnetisirt.

---

[1]) Nobili, Antologia di Firenze 34, 270, 1835. — [2]) Aehnliche Resultate hat später auch Holz (Wied. Ann. 10, 694, 1880) erhalten.

Die Wechselwirkung der Schichten tritt um so mehr gegen die Wirkung der äusseren magnetisirenden Kräfte zurück, je grösser letztere sind und je mehr sich das Moment einem Maximum nähert. Ist das Maximum bei unendlich starken Kräften erreicht, sind alle Axen der Molecularmagnete der Kraftrichtung parallel, so muss das Moment der Eisenmasse proportional sein.

Da bei Röhren die entmagnetisirende Wirkung der inneren Schichten fortfällt, kann bei schwachen Kräften ihr Moment grösser als das der massiven Kerne sein, bei starken Kräften kehrt sich das Verhältniss um. Die Dicke der Röhren, die Beschaffenheit des Eisens kann auf diese Verhältnisse einen wesentlichen Einfluss ausüben, welche nach den Angaben von Lamont (vergl. §. 486 ff.) annähernd zu berechnen sind.

717 Die relativen Grössen der Momente der verschiedenen Schichten können je nach der Grösse ihrer ursprünglichen Magnetisirung und der zwischen den einzelnen Theilen der Körper wirkenden Kräfte während und nach der temporären Magnetisirung sehr verschieden ausfallen.

So erweist sich nach Jamin[1]) bei Systemen, welche aus einer Stahlröhre und einem gut hineinpassenden Kern aus gleichem Stahl zusammengesetzt sind, bei schwacher Magnetisirung nach der Trennung nur die Röhre, bei starker auch der Kern permanent magnetisch.

Umgekehrt, ist der Kern zur Sättigung magnetisirt und wirkt der magnetisirende Strom auf das System von Kern und Röhre in einem dieser Magnetisirung entgegengesetzten Sinne, so nimmt der Kern erst bei stärkeren Kräften entgegengesetzte Magnetisirung an. Bei einer bestimmten Kraft haben Kern und Röhre zusammen scheinbar keine Magnetisirung, wohl aber jedes für sich. Dann ist der Kern noch direct, die Röhre entgegengesetzt magnetisirt.

718 Wie auch der Stoff der einzelnen Schichten von Einfluss sein kann, zeigt ein Versuch von Harris[2]). — Wird in einen hohlen Stahlcylinder ein massiver weicher Eisencylinder eingeschoben und das System durch Streichen magnetisirt, so behält der Stahlcylinder nach dem Entfernen des Eisencylinders keinen Magnetismus. Hier werden wahrscheinlich die Theile des Eisencylinders beim Streichen stärker temporär magnetisirt, als die des Stahlcylinders, und zerstören daher in letzterem durch ihre Rückwirkung den direct erzeugten permanenten Magnetismus.

Aehnliche Versuche hat Jamin angestellt.

719 Ganz ähnliche Resultate hat Gaugain[3]) an gleich gestalteten Röhren und Kernen R_w, R_a, K_w, K_a von weichem Stahl und Allevardstahl erhalten, bei denen die Kerne in die Röhren gut hineinpassten. Bei dem

---

[1]) Jamin, Compt. rend. 80, 418, 1875. — [2]) Harris, Phil. Mag. [4] 2, 493, 1851. — [3]) Gaugain, Compt. rend. 87, 649, 1878; Beibl. 3, 117.

System $K_a R_w$ war beim Magnetisiren durch einen Strom nachher sowohl der Kern wie die Röhre magnetisch. Die Magnetisirung der Röhre war grösser als die des Kernes, wenn der Strom schwach war; bei stärkeren Strömen wuchs die Magnetisirung des Kernes schneller als die der Röhre, und zuletzt war erstere grösser als letztere, um so mehr, je mehr sich letztere einem Maximum näherte.

Wurde beim entgegengesetzten Magnetisiren durch umgekehrte Ströme das zur Sättigung magnetisirte System in den scheinbar neutralen Zustand versetzt, so war die Röhre umgekehrt, der Kern noch normal magnetisirt.

Bei einem System $R_a K_w$ dagegen war bei schwachen Strömen die Magnetisirung des Kernes die stärkere, bei starken die der Röhre, und die des Kernes nahm ab.

Wird das System zur Sättigung magnetisirt und zur scheinbaren Neutralität gebracht, so erscheint die Röhre normal, der Kern entgegengesetzt magnetisirt.

Hiernach soll bei schwachen Strömen der Theil von schwacher Coërcitivkraft im vereinten System die stärkere Magnetisirung annehmen, sei er Kern oder Röhre. — Aehnliche Resultate hatten sich früher bei Vergleichung der vollen, gehärteten oder angelassenen Stäbe ergeben. Bei weichen Stäben ist die permanente Magnetisirung grösser bei schwächeren, bei harten dagegen bei stärkeren, durch eine hin- und hergeschobene Magnetisirungsspirale erzeugten magnetisirenden Kräften [1]). Bei einer gewissen Stromstärke sind die Magnetisirungen gleich; dieselben sind um so kleiner, je kürzer die Stäbe sind.

720 Diese Wechselwirkung zwischen den durch die Magnetisirungsspirale magnetisirten und gegenseitig auf einander einwirkenden Schichten eines elektromagnetischen Stabes zeigt auch recht deutlich der folgende Versuch von Poggendorff [2]).

In eine horizontal liegende, 10 cm lange, 18 mm weite Spirale von etwa 1,5 kg Kupferdraht von 2 mm Dicke wurde eine hohle Eisenröhre, und in diese ein 12 cm langer hohler Eisencylinder gelegt, in welchen ein massiver, gut hineinpassender Eisenkern eingeschoben war. Als durch die Spirale der Strom von etwa zwei Grove'schen Elementen geleitet wurde, wurde der massive Eisenkern aus dem Eisencylinder bis etwa zur Hälfte herausgestossen. In diesem Falle überwiegt also die magnetisirende Einwirkung des Stromes der äusseren Spirale auf den Eisenkern, welche ihm die gleiche Polarität, wie dem Eisencylinder, ertheilt, die magnetisirende Wirkung des letzteren auf ersteren, die ihm die entgegengesetzte Polarität ertheilen würde.

---

[1]) Gaugain, Compt. rend. 82, 144, 1876. — [2]) Poggendorff, Pogg. Ann. 74, 240, 1849.

Ist aber einmal der Magnetismus auf diese Weise erzeugt, so überwiegt die Abstossung zwischen dem Eisenkern und Cylinder über die Anziehung des ersteren durch die Spirale.

721 Um die Wechselwirkung der einander parallelen Schichten eines Magnetes auf einander zu untersuchen, legte Coulomb 1 bis 10 parallelogrammatische Stahlbleche von 6 Zoll (16 cm) Länge und $9^1/_2$ Linien (21,1 mm) Breite, die alle zur Sättigung magnetisirt waren, zu Bündeln zusammen. Sie wurden in der Torsionswage aufgehängt. Der Torsionswinkel, um welchen der sie tragende Draht gedreht werden musste, um sie um je 30 Grad aus dem magnetischen Meridian abzulenken, war:

Zahl der Bleche	1	2	4	6	8	12	16
Torsionswinkel	82	125	150	172	182	205	229

Das magnetische Moment nimmt also viel langsamer zu, als die Zahl der Bleche. Dies rührt wiederum daher, dass die Bleche gegenseitig auf einander einwirken und in einander einen temporären Magnetismus erzeugen, welcher dem ursprünglichen entgegengesetzt ist.

Nimmt man die Bleche aus einander, so erweisen sich die mittleren schwächer magnetisch, als die auf den beiden Seiten liegenden.

So war bei einem Bündel von vier Blechen der Torsionswinkel 150°, und nach dem Auseinandernehmen für das

oberste	zweite	dritte	unterste Blech
70°	44°	44°	60°

Das entsprechende Resultat ergab sich bei einem Bündel von acht Blechen.

Durch die temporäre Magnetisirung wird also hierbei das permanente magnetische Moment, namentlich der mittleren Bleche, welche auf beiden Seiten den temporär magnetisirenden Einflüssen der anderen Bleche ausgesetzt sind, dauernd geschwächt.

Bei wiederholtem Zusammenlegen wächst der Verlust an permanentem Magnetismus nicht mehr; die Lamellen zeigen nur während des Zusammenliegens eine temporäre Schwächung ihrer Momente.

722 Der temporäre Verlust der so constant gewordenen Lamellen beim unmittelbaren Zusammenlegen ($x = 0$) und beim Annähern auf verschiedene Entfernungen x lässt sich nach Lamont (vgl. §. 485) durch die Formel

$$v = \frac{m}{a + bx}$$

ausdrücken, wo a und b Constante sind, m der ursprüngliche Magnetismus der Lamellen für sich ist. — Als z. B. Lamont[1]) zwei Uhrfedern von 103,1 Pariser Linien Länge, 8,0 Linien Breite, 0,2 Linien Dicke

[1]) Lamont, Magnetismus, S. 108, 122 u. a. a. O. Leipzig 1867; auch Pogg. Ann. 113, 242, 1861.

mit einem 25 pfündigen Stabe magnetisirte und sodann ihr Moment m_1 bestimmte, war dasselbe und der Verlust v beim Zusammenlegen:

	m_1	v beob.	v berechn.
beide für sich allein 31,7 + 32,7 =	64,4	—	—
beide zusammen $x = 0$	62,1	2,30	2,30
$x = 1,27$	62,7	1,70	1,67
$x = 2,54$	63,0	1,35	1,30
$x = 3,81$	63,4	1,00	1,08

Bei der Berechnung wurde $a = 28,00$, $b = 8,27$ gesetzt.

Einen permanenten Verlust hatten die Lamellen nicht erlitten. Wurden sie von Neuem magnetisirt, direct zusammengelegt und getrennt, so hatte jede einen Verlust von etwa 1/16,7 ihres Momentes erlitten [1]).

Ein ähnliches Resultat ergab sich beim Zusammenlegen von zwei Eisenlamellen von 43,2''' Länge, 5,3''' Breite, 0,4''' Dicke, in einer langen Magnetisirungsspirale. Dieselbe wurde in der magnetischen Ostwestrichtung vor einer Spiegelbussole aufgestellt und die Ablenkung ihres Magnetes durch Annähern einer anderen, vom Strome durchflossenen Spirale von der entgegengesetzten Seite compensirt. Die aus den Ablenkungen berechneten Momente m_1 der Lamellen waren bei verschiedenen Zwischenräumen x:

	m_1	v beob.	v berechn.
beide für sich allein 37,88 + 38,1 =	75,89	—	—
beide zusammen $x = 0$	44,25	31,73	31,74
$x = 0,93$	48,15	27,83	27,85
$x = 1,86$	50,90	25,08	24,67
$x = 2,79$	53,75	22,23	22,41

Die berechneten Werthe folgen aus der obigen Formel, in der $a = 1,394$, $b = 0,360$ gesetzt wurde.

Auch beim Einbringen zweier Eisendrähte in eine Spirale ergaben sich analoge Resultate.

Bei anderen Versuchen wurden aus einer Tafel von Eisenblech von 0,385''' Dicke drei Platten von bezw. $L = 60, 40, 20'''$ Länge und $B = 8,2$, 5,25 und 2,9''' Breite geschnitten, so dass sich die Längen und die Breiten wie 3 : 2 : 1 verhielten. Die temporären Momente m beim Magnetisiren durch einen Strom und die Verluste v nach der Formel $v = m/(a + bx)$ waren bei verschiedenen Abständen x:

$L =$	1	2	3	1	2	3		2	2	2
$B =$	3	3	3	2	2	2		1	2	3
x	m	m	m	m	m	m	x	m	m	m
0	15,98	59,9	64,9	11,71	46,17	52,08	0	5,76	7,60	9,82
0,925	17,61	64,8	68,8	13,39	50,66	55,63	1,33	6,75	8,69	11,04
(einz.)	13,79	52,1	55,6	10,23	40,32	42,66	(einz.)	4,80	6,75	8,71
$a =$	1,35	1,35	1,43	1,34	1,34	1,57		1,50	1,29	1,30
$b =$	0,40	0,31	0,25	0,59	0,38	0,32		0,65	0,39	0,26

[1]) Aehnliche Resultate erhielt Külp, Pogg. Ann. 135, 151, 1868.

Mit Abnahme der Breite wachsen also allmählich die Werthe a und b, bis sie zuletzt den Breiten umgekehrt proportional sind; mit Abnahme der Länge nimmt der Werth a zu, der Werth b ab.

Bei Uhrfedern änderten sich im Allgemeinen die Werthe a und b mit den Dimensionen und der Stärke des magnetischen Momentes, wobei überhaupt die Verluste v an Magnetismus bei weniger magnetisirbaren Körpern kleiner sind. — Allgemeine Resultate sind hier nicht zu erwarten; auch fallen bei wiederholten Magnetisirungen, wo die Molecüle beweglicher werden, die Resultate namentlich bei Stahl ziemlich verschieden aus.

723 Bei einer anderen Reihe von Versuchen legte **Lamont** (l. c.) $s = 1$ bis 12 gleiche Lamellen auf einander, deren jede 43,2‴ Länge, 5,3‴ Breite und 0,4‴ Dicke besass. Dieselben wurden in einer Spirale von 212 Windungen magnetisirt. Es ergab sich

s	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
m	3,53	4,11	4,36	4,65	4,94	5,15	5,39	5,61	5,83	6,05	6,27	6,44

Wenn der Magnetismus jeder Lamelle für sich gleich Eins gesetzt wird, so folgt beim Zusammenlegen aller 12 Lamellen aus obigen Formeln:

$m_1 = m_{12}$	$m_2 = m_{11}$	$m_3 = m_{10}$	$m_4 = m_9$	$m_5 = m_8$	$m_6 = m_7$
0,323	0,172	0,116	0,095	0,087	0,082

so dass also die Lamellen an den Seiten nur etwa ein Drittel, die in der Mitte nur ein Zwölftel ihres ursprünglichen Momentes bewahren.

Die Werthe m lassen sich hier durch die schon §. 485 erwähnte Exponentialformel

$$m_n = a + b\,(c^{n-1} - c^{p-n})$$

sehr gut darstellen, wo p die Zahl der Lamellen ist. Im vorliegenden Falle ist $a = 0{,}0821$, $b = 0{,}0241$, $c = 0{,}374$, $p = 12$.

Wurden sechs verschieden breite Lamellen von 0,3‴ Dicke, 45,6‴ Länge und ein- bis sechsmal 2,3‴ Breite nach einander in eine Magnetisirungsspirale eingelegt (l. c.), so entsprach ihr Moment der §. 485 entwickelten Formel

$$M = an + \varepsilon\,(1 - \delta^n),$$

wo n die Breite der Lamelle, $a = 0{,}6930$, $\gamma = 3{,}02$, $\delta = {}^1/_3$ zu setzen ist. Dies zeigt die folgende Vergleichung der beobachteten und berechneten Resultate:

Breite	1	2	3	4	5	6
M beobachtet	2,69	4,05	5,04	5,77	6,52	7,12
M berechnet	2,70	4,07	4,99	5,75	6,48	7,18

Die für das Moment (M) hohler Blechcylinder vom Radius r aus der Wechselwirkung ihrer einzelnen Längsfasern berechnete Formel (§. 486), welche für weitere Cylinder mit Vernachlässigung des letzten Gliedes im Nenner die Form

$$(M) = \frac{2r}{p_1 + q_1 \log 2r}$$

annimmt, prüfte Lamont an sieben hohlen Eisencylindern von 1,5 mm Blechdicke, die in einer Spirale magnetisirt wurden. Es ergab sich z. B.

$2r$	38,6	34,4	29,0	25,2	21,1	17,3	13,6
(M) (beob.) . . .	64,92	59,90	53,70	47,87	43,26	35,65	32,42
(M) (berechn.) . .	65,09	59,97	53,22	48,34	42,93	37,76	32,56

wo $p_1 = -0{,}0210$, $q_1 = 0{,}3870$ gesetzt wurde.

Auch durch Abätzen der Oberflächen permanent magnetisirter Stäbe hat man die Vertheilung des Magnetismus in ihrem Inneren zu bestimmen versucht. 724

Nach Holz[1]) nimmt dabei der Quotient aus dem Moment durch das Gewicht der Stäbe zu, während die Momente selbst im Allgemeinen abnehmen. Zuweilen zeigen sich freilich Unregelmässigkeiten, wenn harte und weiche Schichten auf einander folgen.

Die Momente sehr harter Stahlstäbe von verschiedener Dicke e findet Jamin[2]) entsprechend der Formel $M = Ae + Be^3$. Die Verluste an Magnetismus nehmen beim Abätzen gleicher Dicken mit der Tiefe ab; dabei nimmt das Verhältniss des Verlustes zum Querschnitte bis zu Null ab. Sind die Stäbe sehr weit abgeätzt, so bleibt ihr Moment ihrem Querschnitt proportional.

Letzteres Resultat hatte beim Abätzen bereits Mauritius[3]) gefunden. Dasselbe Resultat ergiebt sich bei dickeren Stäben [indess nach Jamin[4]) nur, wenn man ihre mittleren Theile, nicht ihre Enden abätzt]. Bei sehr weitem Abätzen nimmt der Magnetismus sehr schnell ab[5]).

Jamin begründet diese Erscheinung durch die Annahme, dass in einem Magnetstab von der Dicke $2e$ der Magnetismus in dem Abstand x von der Mitte durch die, auch für die Vertheilung der Länge nach geltende Formel

$$y = A\,[k^{-(e-x)} + k^{-(e+x)}$$

dargestellt wird; so dass für einen Stab von der Dicke $2e$ das Moment

$$M = \frac{2A}{\log k} k^{-E} (k^e - k^{-e}) = 4Ak^{-E}\left(e + \frac{e^3}{1.2.3} l^2 k \ldots\right)$$

ist (siehe indess §. 726).

Zuweilen treten in Folge der Wechselwirkung der einzelnen Schichten abwechselnde Magnetisirungen ein. Als Mauritius[6]) Stahlmagnetstäbe allmählich in Salpetersäure auflöste und ihr Moment durch Ablenkung 725

[1]) Holz, Pogg. Ann. 151, 69, 1874. — [2]) Jamin, Compt. rend. 80, 419, 1875; 82, 19, 1876. — [3]) Mauritius, Programm des Gymnasiums in Coburg, 1864. — [4]) Jamin, l. c., S. 1124. — [5]) Trève und Durassier, Compt. rend. 81, 1123, 1875. — [6]) Mauritius, l. c.

einer Magnetnadel bestimmte, sank anfangs das Moment stark, stieg bei weiterem Abätzen der Oberflächenschichten wieder und sank endlich von Neuem.

Diese Erscheinungen zeigen sich wesentlich nur bei weichen, nicht bei harten Stäben, weniger bei starken Magnetisirungen durch Streichen und nach dem Erschüttern der Stäbe. — Wird ein weicher Stab während des Abätzens erschüttert, so wiederholt sich dieselbe Erscheinung.

726 Aus diesen Versuchen kann man indess ebenso wenig auf die Vertheilung des Momentes im Inneren der permanenten Stahlmagnete schliessen, als aus dem Verhalten von Systemen von in einander passenden Eisenröhren beim Magnetisiren auf die Vertheilung der temporären Momente.

Wenn durch die äussere magnetisirende Kraft die Molecularmagnete des Stahlstabes alle mehr oder weniger axial gerichtet sind, so werden sie nach Aufhebung derselben einmal durch die Wirkung der Molecularkräfte partiell wieder in die unmagnetischen Lagen zurückgeführt; dann geschieht letzteres noch weiter, indem der Magnetismus einer jeden Longitudinalfaser in jeder benachbarten Faser eine der ursprünglichen entgegengesetzte Magnetisirung erzeugt, welche sich von der bereits vorhandenen subtrahirt. Die Oberflächenschichten werden von dieser Wirkung weniger betroffen, als die inneren, da die ersteren nur einseitig, letztere allseitig von den auf sie magnetisirend wirkenden Endfasern umgeben sind (§. 716). Werden die Oberflächenfasern abgeätzt, so dass sie auf die nächst tiefer liegenden Fasern nicht mehr entmagnetisirend wirken, so nehmen diese ihren früheren Magnetismus theilweise wieder an u. s. f. Dabei kann es bei geeigneter Beschaffenheit des Stahles wohl kommen, dass durch die Wirkung der äusseren Schichten das Moment der inneren umgekehrt wird und selbst nach der Fortnahme der ersteren die Molecüle nicht wieder in die der ursprünglichen magnetisirenden Kraft entsprechende Lage zurückspringen können. Dann zeigt der abgeätzte Magnet diese entgegengesetzte Magnetisirung.

727 Die Vertheilung des freien permanenten Magnetismus auf kreisförmigen Stahlplatten von 20, 25 und 30 cm Durchmesser, welche in der Richtung eines Durchmessers, und von elliptischen Platten von 20 und 30 cm Axenlänge, welche in der Richtung der grössten oder kleinsten Axe magnetisirt waren, hat Duter[1]) mittelst Abreissen einer kleinen Eisenkugel bestimmt.

Im Allgemeinen ist der freie Magnetismus auf den Durchmessern der Platten um so kleiner, je weniger dieselben gegen die neutrale Linie geneigt sind. — Ausserdem ist die Gesammtmenge des auf den kreisförmigen oder elliptischen Oberflächen verbreiteten freien Magnetismus

---

[1]) Duter, Compt. rend. 81, 1099, 1875; Ann. de l'école norm. [2] 5, 217, 1876; Beibl. 1, 195.

proportional den magnetisirten Oberflächen. Dieselbe ist nach hyperbolischen Fäden vertheilt, deren (y) Axe das in dem Mittelpunkt der Platte auf der neutralen Linie des Magnetes errichtete Loth ist.

Auf jeder Hyperbel ist der freie Magnetismus durch die Formel

$$M = A\,(a \quad - a^{-h})$$

gegeben, wo A und a Constante sind, die für jeden Faden verschieden sind, h der Abstand des betrachteten Punktes längs der betreffenden Hyperbel von ihrem Durchschnittspunkt mit der neutralen Linie. Je kürzer der Faden ist, desto kleiner ist a, desto grösser A.

Die Linien gleichen Potentials sind transcendente Curven von der Gleichung

$$\frac{x^2}{a^2 + b^2} + \frac{h^2}{b^2} = 1,$$

wo a die halbe Länge der neutralen Linie, b der Abstand des Durchschnittspunktes der betrachteten isodynamischen Curve mit der Linie der stärksten Magnetisirung von dem Mittelpunkt, h die oben definirte Länge des bis zu jedem Punkt der Curve reichenden Hyperbelbogens ist.

Ist h_1 der h entsprechende Werth an den Enden der hyperbolischen Fäden, so ist der freie Magnetismus daselbst

$$A\,(a^{h_1} - a^{-h_1}) = \frac{2\,L}{\pi}\,arc\,tg\,\frac{h_1}{k},$$

wo L der frei Magnetismus am Ende eines unendlich langen Fadens, k eine nur von der Natur des Stahles abhängige Constante ist. Der gesammte freie Magnetismus M_s auf jedem Faden ist dem Quadrat des freien Magnetismus an seinen Enden proportional, also

$$M_s = const\,A^2\,(a^{h_1} - a^{-h_1})^2.$$

Auch wurde die Vertheilung des permanenten freien Magnetismus auf kreisförmigen und ringförmigen Stahlplatten, welche durch Aufsetzen auf den zugespitzten oder gerade in sie hineinpassenden Pol eines starken Elektromagnetes magnetisirt waren, in gleicher Weise bestimmt [1]). 728

Die Platten sind der Mitte zu entgegengesetzt magnetisirt, wie am Rande. Ist r der innere, R der äussere Durchmesser, so sind die freien Magnetismen im Abstand x von der Mitte

$$m = A\,sin\,\pi\,\frac{R^2 + r^2 - 2\,x^2}{2\,(R^2 - r^2)}.$$

Die neutrale Linie hat den Radius $\sqrt{1/_2\,(R^2 + r^2)}$.

Der gesammte freie Magnetismus auf der einen oder anderen Seite der neutralen Linie ist $\pm\,A\,(R^2 - r^2)$.

---

1) Duter, Compt. rend. 85, 222, 1877; Beibl. 1, 586.

In einem vollen Kreise ist $r = 0$, also der freie Magnetismus an den einzelnen Stellen $m = A \cos(\pi x^2/R^2)$ und der gesammte freie Magnetismus $\pm A R^2$. A hat für Ringe von verschiedenen Radien und volle Kreise den gleichen Werth; es stellt den Werth des freien Magnetismus an einer Stelle der freien inneren und äusseren Ränder der Ringmagnete, bezw. der Peripherie und des Centrums der vollen Kreismagnete dar.

Dass die Methode des Abreissens der Eisencontacte bedeutende Fehlerquellen besitzt, haben wir schon §. 540 erwähnt.

729 Wird eine kreisförmige Stahlscheibe in der Richtung des einen Durchmessers magnetisirt und dann einer magnetisirenden Kraft in einer anderen Richtung ausgesetzt, so verschiebt sich die Richtung der Polarität mit wachsender Intensität der zweiten Kraft immer weiter, ebenso mit wachsendem Winkel zwischen beiden Magnetisirungsrichtungen, wenn die zweite Kraft eine bestimmte Grenze überschreitet. Ist umgekehrt die zweite Kraft klein genug, so nimmt die Verschiebung mit Wachsen jenes Winkels bis 90° ab. Dabei ist die Winkelverschiebung der Polarität durch eine zweite um 90° gegen die erste Kraft geneigte Kraft um so grösser, je schneller der Strom geschlossen und je langsamer er geöffnet wird (wegen der Inductionsströme). Wird die Scheibe zwischen den magnetisirenden Spiralen gedreht, so behält sie in Folge dessen einen bestimmten Magnetismus bei, der nicht dem beim Oeffnen des Stromes in der Richtung der Kraftlinien befindlichen Durchmesser entspricht, sondern in der Drehungsrichtung verschoben ist, um so weniger, je grösser die Stromintensität ist, wobei zugleich das Moment der Scheibe grösser wird. Der temporäre Magnetismus ist dabei in der Magnetisirungsrichtung am grössten [1]).

730 Neben diesen Sätzen ist noch eine Anzahl von Sätzen über den permanenten Magnetismus, die Schwingungsdauer und die Tragkraft der zur Sättigung magnetisirten Stahlstäbe zu erwähnen, welche von Haecker [2]) auf rein empirischem Wege gefunden worden sind. Wir stellen sie hier zusammen:

Die Schwingungsdauer t verschiedener geradliniger Magnetstäbe entspricht bei Stäben von 3″ bis $22^1/_2$″ Länge und 17 bis 1648 Loth Gewicht, von $2^1/_8$‴ im Quadrat Dicke bis 16‴ Breite und 8‴ Dicke, der Formel:

$$t = c \sqrt[3]{G} \sqrt[6]{l} = k \sqrt[2]{l} \sqrt[3]{w} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{I)}$$

wo G das Gewicht der Stäbe in Lothen, l ihre Länge in französischen Zollen, w ihr Querschnitt und c und k Constante sind. Für einen Stab von 3″ Länge und 17 Loth Gewicht beträgt die Schwingungsdauer 3,26 Secunden.

---

[1]) Righi, Mem. di Bologna, 20. Mai 1880; Beibl. 5, 64. — [2]) Haecker, Pogg. Ann. 57, 321, 1842; 62, 366, 1844; 72, 63, 1847; 74, 394, 1848.

Diese Formel gilt auch für mehrere zusammengelegte Stäbe, sowie für röhrenförmige Magnete, bei denen die Schwingungsdauern kleiner sind, als die von gleich langen und dicken, massiven cylindrischen Magnetstäben.

Wird indess der Querschnitt im Verhältniss zur Länge der Stäbe zu sehr vermindert, so ändert sich ihre Schwingungsdauer bei weiterer Verminderung nicht mehr, sondern bleibt constant. Dies tritt ein bei Stäben von

Länge	16′	8′	6′	4′	2′	1′	6″	1″
bei einem Gewichte von . .	Pfd. 68	Pfd. 17	Lth. 306	Lth. 136	Lth. 34	Lth. $8^1/_2$	Lth. $2^1/_8$	Lth. $^1/_{18}$

Magnetisirt man einen Stab einmal so, dass seine magnetische Axe mit seiner Längsrichtung zusammenfällt, und dann so, dass sie auf derselben senkrecht steht, so kann man im ersten Falle die „horizontale", im zweiten die „verticale" Schwingungsdauer des Stabes bestimmen, während der Stab so aufgehängt ist, dass im ersten Falle seine Längsrichtung horizontal, im zweiten vertical ist. Dann ergiebt sich die verticale Schwingungsdauer:

$$t_1 = c\sqrt{l_1}\sqrt[6]{\Omega}\sqrt[6]{w},$$

wo Ω der grössere, w der kleinere Querschnitt, l_1 die Länge der jetzigen magnetischen Axe des Stabes ist.

Die Tragkraft T geradliniger Magnete findet Haecker der Formel

$$T = a\sqrt[3]{G^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{II)}$$

entsprechend bei neun Magnetstäben von $^1/_4$ Loth bis 81 Loth Gewicht und $2^2/_3$″ bis $17^1/_2$″ Länge. Die Tragkraft des kleinsten unter den Stäben von $^1/_4$ Loth Gewicht und $2^2/_3$ Zoll Länge betrug $7^1/_2$ Loth. Es war $a = 1{,}60$ im Mittel. Bei den Versuchen waren die Enden der Stäbe genau geebnet, und die Stäbe vertical befestigt, die Anker flach abgefeilt und ebenso dick wie die Magnete oder dicker. Sie wurden mit der Hand an den Magneten entlang geschoben, bis sie letztere nur in einer Kante berührten, und dann durch Gewichte abgerissen.

Aus den Formeln I) und II) folgt:

$$a c^2 = \frac{T t^2}{\sqrt[3]{G^4}\sqrt[3]{l}}.$$

Bei verschieden starken Magnetisirungen desselben Stahlstabes ändern sich a und c; es bleibt aber ac^2 constant, also auch Tt^2. Dann müssen sich also die Tragkräfte umgekehrt wie die Quadrate der Schwingungsdauern verhalten [1]).

[1]) Eine Reihe von Sätzen für den in Eisencylindern durch einen angenäherten Magnet erregten Magnetismus ist von E. Becquerel (Compt. rend. 20, 1708, 1845) nach Versuchen aufgestellt worden, bei denen er gleich lange Cylinder von weichem Eisen unter dem Einflusse eines Magnetes schwingen

Wir übergehen die weiteren Folgerungen aus diesen Resultaten, welchen ein gewisser praktischer Werth nicht abzusprechen ist, da sie als Mittel aus vielen Versuchen hervorgegangen sind. Von theoretischer Bedeutung können die angegebenen Formeln indess nicht sein.

731 Ueber das permanente Moment verschieden gestalteter, zur Sättigung magnetisirter Stahlstäbe und Nadeln geben die §. 670 angeführten Resultate von Lamont in Betreff des Verhaltens von Eisenkörpern in einer langen Spirale Aufschluss, da bei gleichmässiger Vertheilung der magnetisirenden Kräfte das temporäre Moment etwa dem permanenten bei der Sättigung proportional ist.

Magnetnadeln in Form einer durchbrochenen länglichen Ellipse können nach Kater[1]) nur ein schwächeres Moment erhalten, als spitz zulaufende parallelogrammatische Nadeln. Nach Kupfer[2]) steigert die Zuspitzung der Enden eines cylindrischen Stabes das Maximum der permanenten Magnetisirbarkeit, bis die Höhe der conischen Zuspitzung 0,77 des Durchmessers ihrer Basis trägt; bei weiterer Zuspitzung tritt wieder eine Abnahme ein. — Abrundung der Enden wirkt weniger stark.

Im Allgemeinen zeigen also bei gleicher Masse schmalere und dünnere Magnete die grösseren Momente Für die Praxis dürften mithin die rautenförmigen Magnete von der Form der gebräuchlichen Magnetnadeln, bei denen zugleich das Trägheitsmoment im Verhältniss von 1 : 3,75 kleiner ist, als bei prismatischen Magneten, die zweckmässigsten sein[3]). — Dass das Ausbohren der Mitte der Nadeln bis zu ziemlich weiten Oeffnungen ihr temporäres Moment kaum ändert, zeigen die Versuche 16 bis 18 (§. 670).

F. Magnetisirung bei ungleichmässiger Vertheilung der magnetisirenden Kraft.

732 Wirkt die magnetisirende Kraft nicht gleich stark auf alle einzelnen Theile eines Magnetstabes, so treten complicirte Verhältnisse auf, deren Verfolgung nur in einigen wenigen Fällen von Interesse ist.

---

liess. Es sollte hiernach die dritte Potenz der Schwingungsdauer dem Gewicht des Cylinders oder dem Quadrat seines Durchmessers, und der Magnetismus des Cylinders der Cubikwurzel aus dem Gewicht oder der Quadratwurzel aus dem Querschnitt desselben entsprechen. In dickeren Stäben würde also der in jeder Elementarfaser erregte Magnetismus um so schwächer sein, je dicker sie sind. Wird die Eisenmasse immer feiner vertheilt, so ist der in jedem Element erregte Magnetismus erst dem Quadrat, dann der ersten Potenz der Dichtigkeit der in der Volumeinheit enthaltenen magnetischen Masse proportional. Bei gleicher Dichtigkeit ist für Eisenfeile, feines Eisenpulver und massives Eisen der durch einen Magnet vertheilte Magnetismus derselbe. Ebenso gross ist er auch bei gewöhnlicher Temperatur im Nickel, so dass zwei gleich lange Stäbe von Eisen und Nickel von gleichem Gewicht gleich schnell schwingen. Der Magnetismus des natürlichen Magneteisensteins beträgt 0,48 von dem des Eisens (siehe weiter unten).

[1]) Kater, Phil. Trans. 1821, S. 104. — [2]) Kupfer, Gehler's physikal. Wörterbuch 6, 806. — [3]) Coulomb, Gehler's Wörterbuch l. c.

Umgiebt z. B. die Magnetisirungsspirale nur das eine Ende eines als unendlich lang anzusehenden Eisenstabes, so müssen, falls nur die magnetisirende Wechselwirkung der Molecüle betrachtet wird, und die magnetischen Momente den magnetisirenden Kräften proportional sind, die Momente der auf einander folgenden Molecüle in einer geometrischen Reihe abnehmen, wenn der Abstand von der Magnetisirungsspirale in einer arithmetischen Reihe zunimmt. Ist dieser Abstand x, so ist demnach das Moment daselbst

$$y = A\mu^{-x},$$

wo A das Moment des ersten Theilchens, μ eine Constante, das Verhältniss der Momente der auf einander folgenden Theilchen ist.

Die freien Magnetismen, welche dem Werthe dy/dx entsprechen, nehmen in gleicher Weise nach der Formel

$$y = A \log \mu . \mu^{-x}$$

von der Erregungsstelle an ab.

Den Werth μ bezeichnet man wohl mit dem Namen der magnetischen Leitfähigkeit.

Sind hiernach die Momente der Theilchen an drei äquidistanten Stellen a, an, an^2, so ist auch der Werth $(a + an^2)/an = (1 + n)^2/n$ auf dem ganzen Stabe constant, wenn n constant bleibt.

733 Die obige Formel für den freien Magnetismus ist von Rowland[1]) nach der Methode von van Rees durch Fortschieben einer kleinen, an die Stäbe eng anliegenden Inductionsspirale auf denselben um eine kleine Strecke und Messung der Inductionsströme bestätigt worden. Es wurden dabei Stäbe von 17,5 Zoll (44 cm) bis 9 Fuss (2,75 m) Länge verwendet, welche an einem Ende oder in der Mitte von einer Magnetisirungsspirale umgeben waren. Waren sie nicht sehr lang, so stieg der Inductionsstrom dicht an ihrem freien Ende, abweichend von obiger Formel, stark an, da dort auch der freie Magnetismus am Ende des Stabes inducirend mitwirkte.

Im Inneren der Magnetisirungsspirale fällt von der Mitte, bezw. wenn die Spirale näher an einem Ende des Stabes liegt, von einem anderen Punkte innerhalb gegen das Ende die magnetisirende Kraft ab, und entsprechend fallen die Momente, bezw. steigen die freien Magnetismen; dann fallen die Momente auf dem herausragenden Ende des Stabes erst schneller, dann langsamer ab, die freien Magnetismen vermindern sich daher allmählich wieder. Da bei starken magnetisirenden Kräften die Momente im Inneren der Spirale immer weniger nach den Enden abfallen (bei sehr starken Kräften würden sie auf einer grösseren Länge derselben nahe gleich sein), so kann dabei mit wachsender Strom-

[1]) Rowland, Phil. Mag. [4] 50, 257, 348, 1876; Sillim. J. [3] 10, 458, 1875; 11, 17, 103, 1876.

stärke der freie Magnetismus innerhalb der Spirale so klein sein, dass er kaum zu bemerken ist.

Auch diese, unmittelbar aus den Betrachtungen der Wechselwirkung der Molecüle und der Annäherung an das Maximum folgenden Resultate sind von Rowland bei verschiedener Lage der Magnetisirungsspirale bestätigt worden [1]).

734 Da ferner mit wachsender Intensität des magnetisirenden Stromes das Moment der der Magnetisirungsspirale zunächst liegenden Theile des Eisenstabes sich zuerst einem Maximum nähert und die Momente der Theile nicht proportional den magnetisirenden Kräften sind, so bleibt die relative Vertheilung der Momente dabei nicht unverändert. Schiebt man also auf zwei von der Magnetisirungsspirale verschieden weit entfernte Stellen zwei Inductionsspiralen von solchen Windungszahlen auf, dass die in ihnen beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes inducirten Ströme sich bei entgegengesetzter Verbindung mit dem Galvanometer bei schwachen magnetisirenden Strömen aufheben, so tritt dies bei stärkeren nicht mehr ein [2]).

Eine weitere Berechnung bietet wegen der wenig allgemeinen Bedingungen kein besonderes Interesse dar.

Bei permanenten Stahlmagneten ergeben sich die analogen Resultate.

Die Constante der magnetischen Leitfähigkeit ist bei weichen Stäben grösser als bei harten.

735 Die verschiedene „Leitfähigkeit" zeigt sich recht deutlich bei einem Versuche von Poggendorff [3]). Legt man nach einander einen Stahlstab und einen gleichgestalteten Eisenstab in eine Spirale ganz ein, so werden sie, wenn durch die Spirale beide Male Ströme von gleicher Intensität fliessen, beide fast gleich magnetisch; sie zeigen fast gleiche Tragkraft; ragen die Stäbe aber etwas (2,5 cm) aus der Spirale heraus, so ist die Tragkraft des Stahles schwächer. Im Stahl vertheilt also der direct in einem Theile der Stäbe erregte Magnetismus den Magnetismus der benachbarten Theile schwächer, als im Eisen.

736 Selbstverständlich ist, wenn sich die Magnetisirungsspirale am Ende des Stabes befindet, bei gleichbleibender Stromintensität die Summe der magnetischen Momente aller Theile des Stabes kleiner, als wenn sie gegen seine Mitte hineingeschoben wird, da sich in letzterem Falle zu ihren beiden Seiten Eisentheile befinden, die durch sie magnetisirt werden.

---

[1]) Die Beobachtung von Pisati (Rendic. Lincei **6**, I, 487, 1890. N. Cim. [3] **31**, 228, 1892; Beibl. **14**, 1152; **17**, 53), dass, wenn drei Beobachtungen an äquidistanten Punkten die Momente m_1, m_2, m_3 entsprachen, die Werthe $(m_1 + m_3)/m_2$ an verschiedenen Stellen der Stäbe nicht constant wären, sondern einen „undulatorischen" Gang zeigten, dürfte auf secundäre Umstände zurückzuführen sein. — [2]) Vergl. Donati und Poloni, N. Cimento [2] **13**, 91 u. f., 1875. — [3]) Poggendorff, Pogg. Ann. **85**, 154, 1852.

Stellt man dem Ende des Eisenstabes eine Magnetnadel gegenüber, so nimmt also in Folge dieser Zunahme des Momentes ihre Ablenkung beim Fortschieben der Magnetisirungsspirale von dem der Nadel zunächst liegenden Ende des Stabes gegen seine Mitte hin zu; da aber zugleich das magnetische Moment der an jenem Ende befindlichen einzelnen Theile des Stabes abnimmt, so nimmt bei weiterem Fortschieben der Spirale die Ablenkung wieder ab. So fand z. B. Dub[1]) bei Anwendung eines 12″ langen und 1″ dicken Eisenstabes, auf den eine eng anschliessende $1\frac{3}{4}$″ lange Spirale geschoben war, nach Abzug der Wirkung der Spirale für sich bei verschiedenen Abständen a vom Ende der Spirale die Ablenkung φ der Magnetnadel

a	$\frac{1}{4}$″	2″	$3\frac{3}{4}$″	7″	$10\frac{1}{4}$″
φ	29°	36° 15′	34° 15′	29° 30′	12° 45′

Denselben Grund hat folgendes Resultat:

Dub[2]) schob auf einen 12″ langen, 1′ dicken Eisenstab, welcher senkrecht gegen den Meridian aufgestellt war, sechs 2″ lange Spiralen und leitete durch sie einen Strom. Sodann wurde eine Spirale nach der anderen entfernt, die übrigbleibenden wurden gegen die Mitte des Stabes zusammengeschoben und die Intensität des Stromes so vermehrt, dass die magnetisirende Kraft (Intensität × Windungszahl) die frühere blieb. Das magnetische Moment M des Stabes ergab sich aus der Ablenkung einer in der Verlängerung seiner Axe aufgestellten Magnetnadel:

Zahl der Spiralen	6	5	4	3	2	1
M	4452	4885	5317	5658	6032	6745

737 Ebenso ist es klar, wenn man über einen Punkt eines längeren Eisenstabes eine kurze Spirale schiebt, dass das magnetische Moment der unter ihr oder dicht neben ihr befindlichen Theile des Stabes bedeutend grösser sein muss, als wenn man die Windungen der Spirale auf der jenen Theilen abgewandten Seite des Eisenstabes auf eine längere Strecke ausgebreitet hätte.

So schoben z. B. Lenz und Jacobi[3]) auf einen 3 Fuss langen und $1\frac{1}{4}$″ dicken Eisenstab sechs (n) gleiche Spiralen von je 6″ Länge. Die erste derselben, am Ende des Stabes, diente als Inductionsspirale und war mit einem Galvanometer verbunden. Es wurden nun Ströme von gleicher Intensität durch die nächst folgende oder die beiden folgenden u. s. f. geleitet, und durch den Inductionsstrom beim Oeffnen derselben die temporären Momente M des Theiles des Stabes unter der Inductionsspirale gemessen. Um die Resultate auf gleiche magnetisirende Kräfte zu reduciren, musste noch mit der Zahl n der jedesmal verwendeten Magnetisirungsspiralen dividirt werden. So war:

---

[1]) Dub, Elektromagn. S. 165. — [2]) Dub, Elektromagn. S. 173. — [3]) Lenz u. Jacobi, Pogg. Ann. 61, 462, 1844.

n	1	2	3	4	5
M	13 290	23 980	31 544	36 285	37 278
const M/n	13 290	11 990	10 514	9 071	7 456

Die Abnahme der Werthe M/n ist hier ersichtlich.

738 Von ähnlichen Versuchen, die doch keine genau zu berechnenden Resultate ergeben können, erwähnen wir nur noch die folgenden:

Lenz und Jacobi (l. c.) magnetisirten eine $13^1/_2''$ lange, $1^1/_2''$ dicke Eisenstange in der Mitte durch eine 2″ lange Spirale von 105 Windungen und bestimmten durch eine 2″ lange Inductionsspirale, welche auf verschiedene, um die Länge L von der Mitte der Stange abstehende Punkte geschoben wurde, die magnetischen Momente M daselbst. Es ergab sich

L	0	4	8	12	18	26
M	0,88417	0,70947	0,59078	0,50076	0,40753	0,28798
L	34	42	50	66	76	80
M	0,19016	0,13161	0,09170	0,03380	0,01701	0,00589

Diese Werthe lassen sich durch die Formel

$$\log M = 9{,}93844 - 0{,}01921\, L$$

darstellen.

In ähnlicher Weise hat Matteucci [1]) auf verschiedene Stellen eines 4 m langen Eisenstabes eine 11 cm lange Magnetisirungsspirale geschoben und, wie Lenz und Jacobi, die Vertheilung des Magnetismus im Stabe durch eine Inductionsspirale bestimmt. Der Magnetismus konnte noch in 1,4 m Entfernung von der Magnetisirungsspirale beobachtet werden. Er war im Maximum, wenn sich die Magnetisirungsspirale in der Mitte des Stabes befand. Bei anderen Lagen derselben war das längere Ende des Stabes stärker magnetisirt als das kürzere.

739 Schiebt man auf die beiden Enden eines Eisenstabes zwei kurze Magnetisirungsspiralen, durch welche ein Strom in gleichem oder entgegengesetztem Sinne fliesst, so addiren sich die durch beide Spiralen erzeugten magnetischen Momente, wobei durch die verstärkende oder schwächende Wechselwirkung der Molecüle im ersten Falle die Momente etwas grösser, im zweiten etwas schwächer ausfallen, als der einfachen Summation entspricht. Dieses Resultat ist von Jamin und Gaugain [2]) mittelst der Methode von van Rees bestätigt worden.

Nach Löscher [3]) kann man die Momente in diesem Falle annähernd als die Summen der durch die einzelnen Magnetisirungsspiralen

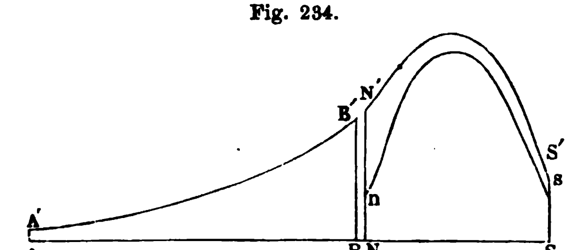
---

[1]) Matteucci, Compt. rend. 24, 301, 1847. — [2]) Jamin, Compt. rend. 78, 19, 1874. Gaugain, Ann. de Chim. et de phys. [5] 11, 5, 1877; Beibl. 1, 433. Aehnliche Versuche mit Stäben, deren Enden über Polen von Elektromagneten liegen, von Sears, Sillim. J. [3] 8, 21, 1874. — [3]) Löscher, Dissertation, Halle a. S. 1884; Beibl. 9, 537.

erzeugten Momente M darstellen, auch wenn die magnetisirenden Kräfte derselben ungleich sind.

740 Legt man an das eine Ende eines Eisenstabes AB, Fig. 234, einen Magnetstab NS mit seinem Pole N, so werden alle Theilchen des Eisenstabes in gleichem Sinne gerichtet, wie die Theilchen des Magnetes, indess mit wachsender Entfernung von dem Pole N weniger stark. In Folge dieser Abnahme der Momente der Theilchen zeigt der Eisenstab unmittelbar am Pole N eine ihm ungleichnamige Polarität, er wird deshalb von N angezogen; dagegen hat er auf seiner ganzen Oberfläche dieselbe Polarität wie N. Zugleich wird durch die Rückwirkung des magnetisch gewordenen Eisenstabes auch die magnetische Einstellung

Fig. 234.



der Theile des Magnetstabes befördert, und er zeigt temporär ein stärkeres Moment seiner Theilchen, als für sich. Die Berechnung hierüber liesse sich nach den Formeln von Lamont (§. 477 u. flgde.) durchführen. Dieses Verhalten hat van Rees durch Abschieben einer Inductionsspirale von einem Eisenstabe AB von 938 mm Länge und 20 mm im Quadrat Querschnitt und einem gegen ihn gegengelegten, 500 mm langen Magnetstab NS geprüft. Die Curve $A'B'N'S'$, Fig. 234, giebt die so gefundene Vertheilung der Momente in den beiden Stäben an; die Curve ns entspricht den Momenten im Stahlmagnete allein.

741 Aehnliche Versuche hat Weihrich [1]) angestellt, indem er zunächst abwechselnd zwei Magnetstäbe von 53,7 und 55 cm Länge, 4,7 cm Breite und 1,5 cm Dicke in eine von Ost nach West gerichtete Holzrinne legte, in dieselbe einen 2 cm breiten, mit einem empfindlichen Galvanometer verbundenen Kupferstreifen über verschiedene Stellen der Magnetstäbe brachte und den Kupferstreifen schnell bis zu einer Entfernung von 10 cm über die Stelle hinausschob, an der die Inductionswirkung des Magnetes aufhörte. Dann wurde an das eine oder andere Ende der Stahlmagnete ein Eisenstab von gleichen Dimensionen angelegt und die Vertheilung der Momente in ihm in gleicher Weise bestimmt. Sie entsprach der Formel

$$m = A\mu^x,$$

1) Weihrich, Pogg. Ann. 125, 276, 1865.

wo A und μ Constante sind, x den Abstand der Mitte der untersuchten Stelle vom Magnetpole bezeichnet. — Wurden an die beiden Pole desselben Stahlmagnetes Eisenstäbe gelegt und in dem einen derselben die Vertheilung der Momente in gleicher Weise bestimmt, oder wurde bei diesen Beobachtungen der Magnet durch einen in einer Spirale herumgeleiteten Strom noch stärker temporär magnetisirt, oder wurde einer der Eisenstäbe in eine kürzere Magnetisirungsspirale eingeschoben und das Moment an dem aus derselben hervorragenden Ende bestimmt, so wurde für alle Fälle die Vertheilung der Momente durch dieselbe Formel dargestellt, in welcher sich nur je nach der Stärke der magnetisirenden Kraft die Constante A änderte, μ aber nahezu denselben Werth (0,95 bis 0,97) behielt. Dieses Resultat entspricht den Principien, nach denen die Formel von Biot (§. 476) entwickelt ist, unter der Voraussetzung, dass die Magnetisirung jedes Theilchens der auf sie wirkenden magnetisirenden Kraft direct proportional ist [1]).

742 Die Aenderungen der Vertheilung des Magnetismus in einem magnetisirten Stahlstabe durch Annähern von Eisen und Stahl wurde auch schon von Erman [2]) beobachtet, indem er einen zangenförmigen Draht um die verschiedenen Stellen des Stabes legte und seine Enden mit dem Galvanometer verband. Die Aenderungen gaben sich durch Inductionsströme im Galvanometer zu erkennen.

Wurde z. B. der Draht um den einen Pol des Magnetstabes geschlungen, so änderte sich beim Anlegen von weichem Eisen sein Magnetismus; ebenso wenn man an ihn den ungleichnamigen Pol eines Magnetstabes legte. Legt man den Draht um die Biegung eines Hufeisenmagnetes, und bringt an den einen Pol desselben ein Stück weiches Eisen oder einen ungleichnamigen Pol eines Magnetes, so erhält man einen Inductionsstrom, der die Verschiebung des Indifferenzpunktes von der Biegung des Hufeisens nach der Seite des angelegten Eisens oder Poles angiebt und dieselbe Richtung hat, wie wenn der berührte Pol des Magnetes vorwärts geschoben würde.

Der von Erman beim Anlegen eines Magnetpoles an das Ende eines in einer Spirale liegenden Messingstabes beobachtete inducirte Strom ist nicht auf gleiche Weise in der Spirale erzeugt; auch konnte Faraday den Versuch mit Kupferstäben nicht erhalten.

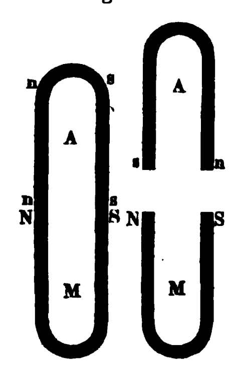
743 Legt man einen Magnetstab NS nicht unmittelbar an das Ende eines Eisenstabes AB (Fig. 235) an, sondern bleibt zwischen beiden ein

---

[1]) Aehnliche Versuche über die Vertheilung des Momentes in einem Stahlmagnetstabe mit oder ohne Anlegen eines Eisenstabes s. auch Harold Whiting, Proc. Amer. Acad. 11, 293, 1876. — [2]) P. Erman, Pogg. Ann. 27, 471, 1833; ähnlich auch Magnus, Pogg. Ann. 38, 440, 1836; und wiederholt Trève, Compt. rend. 75, 1508, 1708, 1872; und Jamin, Compt. rend 75, 1572, 1672, 1872.

Zwischenraum, so ist die Einwirkung des Magnetes auf die ungleich weit von N abliegenden Theilchen von A nicht so verschieden, wie bei unmittelbarer Berührung, und es überwiegt zugleich die gegenseitige Einwirkung der magnetischen Molecüle des Stabes A auf einander, welche, wenn die magnetisirende Kraft auf alle Theilchen gleichmässig wirkte, ein Maximum des magnetischen Momentes in der Mitte des Stabes zur Folge haben würde. Dieses Maximum rückt bei der Einwirkung des Magnetstabes NS gegen den dem Magnetpole N zunächst liegenden Punkt des Eisenstabes vor, und von dem dem Maximum entsprechenden Punkte an, welcher nach aussen keine magnetische Wirkung äussert, zeigt der Stab auf der dem Pole N zugekehrten Seite die entgegengesetzte, auf der ihm abgekehrten Seite die gleiche Polarität, wie der Pol N. Je weiter der Magnetpol vom Eisenpol entfernt ist, desto mehr rückt der Punkt des Maximums nach der Mitte des Eisenstabes hin.

Fig. 235.



Diese Vertheilung des Magnetismus hat Poggendorff[1]) an einem hufeisenförmigen Anker A (Fig. 235) bemerkt, den er entweder direct auf die Pole N und S eines vertical stehenden hufeisenförmigen Elektromagnetes M aufsetzte, wobei die Schenkel des Ankers die gleiche Polarität mit den sie tragenden Polen zeigten; oder nur annäherte, wo sie die entgegengesetzte Polarität, wie die gegenüberliegenden Magnetpole, erkennen liessen. Bei einer gewissen Entfernung vom Magnete muss hierbei der Stab an dem dem Magnete zugekehrten Ende unmagnetisch erscheinen. Die Figur zeigt die Vertheilung der Polarität in beiden Fällen. n und s bezeichnen die mit der Nord- und Südpolarität behafteten Stellen des Ankers.

Die Berechnungen dieser von den speciellen Versuchsbedingungen abhängigen Vertheilung führen auf Exponentialformeln, welche sich nach der von Lamont (§. 477 u. f.) angegebenen Methode ableiten lassen[2]).

744 Ist der Stahlmagnet sehr hart, so ändert sich die Vertheilung in ihm beim Anlegen eines Eisenstabes wenig; kann man annehmen, dass in einem Querschnitte des Stahlstabes an dem dem Eisenstabe abgekehrten Ende das Moment unverändert geblieben ist, so ist nach §. 435 von diesem Querschnitte an die Summe des freien Magnetismus des dem Eisenstabe zugekehrten Endes und des Eisenstabes gleich dem freien Magnetismus jenes Endes des Stahlmagnetes allein vor dem Anlegen.

---

[1]) Poggendorff, Pogg. Ann. **74**, 230, 1848. — [2]) Berechnungen über diese Vertheilung s. Jamin, Compt. rend. **81**, 1150, 1875.

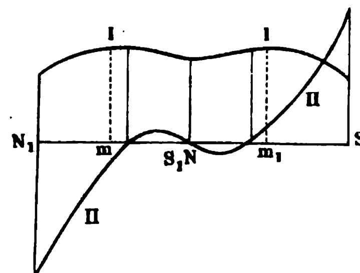
745 Da in allen Fällen der gesammte freie (positive und negative) Magnetismus zusammen gleich Null sein muss, so muss auch beim Heranbringen eines Eisenstabes an einen Stahlmagnet letzterer ebenso viel an seinem Gesammtmagnetismus verlieren, wie ersterer gewinnen.

Dieses Resultat ist von Jamin[1]) durch Abreissen von Eisencontacten von den Eisenstäben und Stahlmagneten bestätigt worden, wobei er beachtete, dass durch die Rückwirkung des Contactes der freie Magnetismus des Eisenstabes cet. par. grösser erscheint, als der des Stahlstabes[2]).

746 Legt man zwei Stahlmagnete an einander, so treten ähnliche Wechselwirkungen ihrer Magnetismen auf einander ein.

So hat van Rees[3]) die Vertheilung des Magnetismus in zwei gleichen Magnetstäben NS und $N_1 S_1$, Fig. 236, untersucht, welche mit ihren ungleichnamigen Polen einander berührten. Beim Annähern einer Magnetnadel von der Seite rücken die in der Mitte der Stäbe gelegenen neutralen Linien m und m_1, in denen sie für sich nach aussen keinen freien Magnetismus zeigen, gegen ihre Berührungsstelle ein wenig vor. Würden sich die Stäbe vereint wie ein Stab verhalten, so müssten sie bis zur Berührungsstelle selbst gelangen; dies geschieht nicht, da die Theilchen sich doch nicht einander ganz vollständig richten.

Fig. 236.



Nach dieser gegenseitigen Einwirkung gestaltet sich die Vertheilung der magnetischen Momente in den Stäben wie in Fig. 236, Curve I, die Vertheilung der freien Magnetismen wie in Curve II, in welcher die nach oben gerichteten Ordinaten südlichen, die nach unten gerichteten nördlichen Magnetismus andeuten. — Wir haben so ein System, welches mehrere Folgepunkte zeigt, indem seine Theilchen, wenn auch gleich gerichtete Polarität, so doch abwechselnd grössere, kleinere und wieder grössere magnetische Momente besitzen.

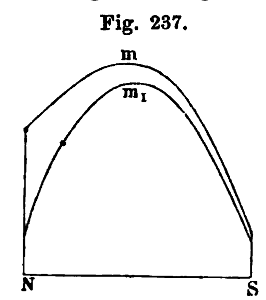
Van Rees hat dieses Verhalten genauer untersucht, indem er auf verschiedene Stellen des Magnetes NS (eines 625 mm langen, 20 mm

[1]) Jamin, Compt. rend. 80, 212, 1875. — [2]) Andere Versuche über die Vertheilung der Momente in einem geraden Magnete, wenn beide Pole frei oder Eisenstäbe an dieselben gelegt sind, ebenso in diesen Eisenstäben, auch in einem, mit seinen Enden zwischen die Schenkel eines Eisenbügels gelegten Magnetes von Pihl, siehe in seinem Werke „On Magnets", Christiania 1878, p. 149. — [3]) van Rees, Pogg. Ann. 70, 1, 1847; 74, 222, 1848; vergl. auch Versuche von J. J. Thomson und Newall, Proc. Cambridge Phil. Soc. 6, 84, 1887; Beibl. 12, 495; auch Wild, Versuche durch Ablenkungen einer Magnetnadel, Mém. de l'Acad. de St. Pétersbourg [7] 34, 32, 1886; Beibl. 11, 175.

breiten und dicken Stahlstabes) eine mit dem Galvanometer verbundene Inductionsspirale brachte und abschob, und darauf dasselbe Verfahren wiederholte, als ein gleicher Magnet $N_1 S_1$ an NS angelegt worden war. Eine Wiederholung der Versuche nach Fortnahme des Magnetes $N_1 S_1$ zeigte, dass der Magnet NS seinen Magnetismus nicht dauernd geändert hatte.

Die Curven m_1 und m, Fig. 237, stellen die so gefundene Vertheilung der magnetischen Momente im Stabe NS vor und nach dem Anlegen des Magnetes $N_1 S_1$ dar. Es ist ersichtlich, dass die Momente im Stabe NS durch das Anlegen von $N_1 S_1$ selbst bis zu dem von der Berührungsstelle entfernten Pole S hin gesteigert werden, wenn auch im weiteren Abstande von $N_1 S_1$ in immer geringerem Grade.

Fig. 237.



Bei längerem Anlegen, namentlich wenn die Stäbe dabei erschüttert werden, kann diese Veränderung der Momente im Stahlmagnet bis zu einem gewissen Grade auch noch nach dem Entfernen des angelegten Magnetes fortdauern, so dass dann sowohl der Indifferenzpunkt, als auch der dem angelegten Magnete benachbarte Pol gegen die Seite des letzteren hin permanent verschoben ist. Man kann sich hiervon auch durch Zählen der Schwingungen einer von der Seite dem Stabe genäherten Magnetnadel überzeugen.

Legt man einen Stahlstab von der Länge l an den einen Pol eines Magnetes und entfernt dann den letzteren, so liegt das Maximum der Momente der einzelnen Stellen im Stabe in um so grösserem Abstande von der Contactstelle, je grösser die Länge l und je weicher der Stab ist. In ähnlichem Verhältnisse ändert sich die Grösse a der Maxima selbst. So fand z. B. **Gaugain**[1]) an 10 mm dicken Stäben aus Sheffieldstahl: 747

l	41 mm	91	191	317
a (hart)	3,6	7,5	9,0	7,0
a (weich)	3,5	11,5	21,0	20,0

Das Maximum wächst also mit der Länge des Stabes bis zu einer gewissen Grenze und nimmt dann wieder ab.

Auch beim Aufsetzen eines Magnetstabes mit dem einen Pol (N) auf die Seitenfläche eines Eisenstabes AB ergeben sich ähnliche Vertheilungen. 748

Steht der Magnet senkrecht auf dem Eisenstabe und theilt ihn in der Mitte, so ist das temporäre Längsmoment daselbst Null und steigt bis zum Ende. Das permanente Moment nach Entfernung des Magnetes steigt auch zuerst, fällt aber dann gegen die Enden A und B in gleicher

[1]) **Gaugain**, Compt. rend. 80, 761, 1003, 1875.

Weise nach beiden Seiten ab. Ist die Contactstelle N gegen das Ende B verschoben, so liegt der Nullpunkt der temporären Magnetisirung nicht mehr an der Contactstelle N, sondern einige Millimeter gegen B hin. Wird der Magnet entfernt, so verschiebt sich der Nullpunkt in noch höherem Grade für den permanenten Magnetismus. Rückt dabei N allmählich gegen B vor, so wächst zuerst das Maximalmoment auf NB und nimmt dann wieder ab.

Der Stab, welcher von N aus sich gewissermaassen wie zwei getrennte Magnete mit vom einen Ende bis zum anderen auf- und absteigenden Momenten und Folgepunkten verhält und an beiden Enden freien Nordmagnetismus besitzt, zeigt endlich, wenn N nur noch 5 bis 6 mm von B entfernt ist, am äussersten Ende B südlichen, an allen Stellen der Oberfläche freien nördlichen permanenten Magnetismus, obgleich er während der temporären Magnetisirung immer noch aus zwei getrennt magnetisirten Theilen mit verschiedenen freien Magnetismen besteht. Der zuletzt berührte Pol ist also der stärkere [1]).

Dies rührt davon her, dass die beiden Theile des Stabes, welche während des Aufsetzens des Magnetes entgegengesetzt temporär magnetisirt waren und sich gegenseitig schwächten, nunmehr allein auf einander magnetisirend wirken, wobei der längere, stärker magnetisirte überwiegt und sich so der Nullpunkt gegen das kürzere Ende hin verschiebt.

749 Derartige Erscheinungen treten beim Magnetisiren der Stäbe durch den einfachen Strich ein. Eine gleichmässige Vertheilung der permanenten Momente ist nicht zu erreichen. — Eine regelmässigere Vertheilung wird erzielt, wenn man beide Hälften zugleich mit den entgegengesetzten Polen zweier getrennter Magnete streicht. Berührt ein Magnet den Stab in der Mitte und neigt man ihn, so ändert sich die Vertheilung nicht, wenn der Contact, wie zwischen einem cylindrischen Stabe und einem rechteckigen Magnete, dabei wesentlich unverändert bleibt [2]). Ist dies nicht der Fall, so treten Störungen ein, die ganz von den jeweiligen Versuchsbedingungen abhängen, namentlich auch davon, ob die nicht mit dem Stabe in Contact befindlichen Kanten und Flächen des Magnetes noch in die Ferne wirken. In Folge dessen ist dann der Nullpunkt der Magnetisirung nach der einen Seite des Stabes hin verschoben.

Da hier die Magnetisirung des hinter dem Magnet liegenden Theiles grösser ist, als beim geraden Aufsetzen, so ist es auch beim Magnetisiren eines Stabes durch Streichen vortheilhaft, den Magnet gegen die Seite hinzuneigen, gegen welche man hinfährt.

Die Verfolgung dieser von Versuch zu Versuch sich ändernden Einzelheiten hat kein allgemeineres Interesse.

---

1) Kupfer, Pogg. Ann. **12**, 128, 1828; Kastner's Arch. **13**, 13. — 2) Gaugain, Compt. rend. **81**, 40, 1875.

750 Verwickelter werden die Erscheinungen, wenn man zwei Magnete mit entgegengesetzten Polen N und S neben einander auf einen Stab aufsetzt, wie bei der Magnetisirung durch doppelten Strich. Zwischen denselben wird der Stab wie ein Anker stark magnetisirt, ausserhalb fallen die temporären Momente von jedem Pole nach den Enden hin ab. Der mittlere Theil wirkt dabei auf die Enden entgegengesetzt magnetisirend, so dass die Nullpunkte der Momente sich von den Contactstellen der Pole nach aussen verschieben, von wo aus die Momente gegen die Enden erst zu-, dann wieder abnehmen [1]). Um dabei das Maximum der permanenten Magnetisirung in der Mitte zwischen den Magneten zu erhalten, müssen die Magnete viel weiter zu beiden Seiten der Mitte aufgesetzt werden, als für die temporäre.

Werden die Magnete auf dem Stabe hin- und hergeschoben und an einer Stelle abgehoben, so ist das Moment der letzteren am grössten. Liegt diese Stelle in der Mitte des ganzen Magnetes, so ist auch das Moment der letzteren am stärksten; liegt sie am Ende, so ist es das Moment der Endmolecüle; indem beide Bedingungen sich gegenseitig compensiren, ist es zur Erzielung starker Pole ziemlich gleichgültig, wo die Magnete abgehoben werden.

Sind die Magnete geneigt, so treten die bereits §. 749 erwähnten Einflüsse ein.

Auch hier haben die Einzelheiten nur ein ganz individuelles Interesse.

751 Noch complicirter gestalten sich diese Verhältnisse, wenn man, wie bei der Methode von Elias, nur einen Theil eines Stahlstabes mit einer kurzen vom Strome durchflossenen Spirale streicht. So umgiebt z. B. Jamin [2]) die beiden Schenkel eines aus einem 8 mm dicken, 10 cm breiten, 75 cm langen Stahlstabe gebogenen Hufeisenmagnetes mit zwei kurzen, 8 cm langen Spiralen, durch die er einen Strom leitet, und welche er an einer Stelle etwa 10- bis 20 mal hin und her schiebt. Dann entstehen an den Enden ihrer Verschiebungen gegen die freien Enden der Schenkel zwei entgegengesetzte Pole, wie man durch Abreissen einer Eisenkugel bestimmen kann. Die freien Magnetismen wachsen allmählich bis zu dem Punkte, bis wohin die Spirale vorgeschritten ist, und nehmen dann wieder bis zu den freien Enden ab. Die Vertheilung wird durch die Ordinaten einer Curve dargestellt, welche sich bis zu den Enden des Stabes erstreckt und dort zurückbiegt, so dass der Magnetismus an jeder Stelle gleich der Summe zweier Ordinaten dieser Curve ist. Werden die Magnetisirungsspiralen bis an das Ende des Stabes geschoben, so fällt die grösste Ordinate der Curve dorthin, so dass also dann der Magnetismus an jeder Stelle der doppelten Ordinate gleich wäre (was ganz der Berechnungsart von Lamont, §. 477 u. flgde. entspricht) [3]).

---

[1]) Vgl. Gaugain, Compt. rend. 81, 337, 613, 1875. — [2]) Jamin, Compt. rend. 75, 1572, 1672, 1872; siehe auch Gaugain, Compt. rend. 81, 1091, 1875. — [3]) Einige weitere Versuche über Veränderung des Momentes von Magnet-

G. Magnetismus pulverförmiger Körper.

752 Sind die Theilchen des Eisens und Stahles so weit von einander entfernt, dass ihre Wechselwirkung auf einander zu vernachlässigen ist, so sind bei gleicher magnetisirender Kraft die temporären und permanenten Momente, unabhängig von der Gestalt der Körper, ihrer Masse proportional.

Töpler[2]) fand z. B. das Verhältniss der temporären Momente von Gemengen von Fett und feinem, aus Eisenoxyd durch Wasserstoff reducirten Eisenpulver, welche auf 35 g Fett bezw. 0,5644 und 0,9200 g Eisen enthielten, gleich 0,571 : 1. Die Pulver waren in beiden Fällen wohl schon so vertheilt, dass die Wechselwirkung fast zu vernachlässigen war.

753 Presst man lose geschichtetes Eisenpulver zusammen, so tritt die Wechselwirkung mehr und mehr hervor. Wird in einen bestimmten Raum eine kleinere oder grössere Anzahl Eisentheilchen gebracht, etwa gemischt mit einem indifferenten Pulver, z. B. Kupfer, Zink, so nimmt in Folge dieser Wechselwirkung bei gleicher magnetisirender Kraft nach den Betrachtungen des §. 468 ihr Moment nicht proportional ihrer Zahl, sondern langsamer zu, und zwar um so langsamer, je weniger gestreckt die aus dem Pulvergemisch gebildeten Körper in der Richtung der magnetisirenden Kraft sind.

So wachsen auch nach Ablenkungsversuchen von Auerbach[3]) die temporären Momente von Eisenpulver, welches mit Kohlenpulver gemischt ist, bei Aenderung der Dichtigkeit δ des Eisens von $^1/_{46}$ bis $^1/_{2,2}$ von der des cohärenten Eisens, nur im Verhältniss von 1 : 4. Der Magnetismus des consistenten Eisens ist etwa 8 bis 12 mal so gross, wie der des äusserst verdünnten Eisens. Aehnlich verhält sich Nickelpulver.

Das Verhältniss des Momentes des Nickelpulvers zu dem des Eisenpulvers von gleicher Dichte ist also bei geringer Dichte mehr als $^1/_2$; es nähert sich dem letzteren Werth bei grösserer Dichte; mit wachsender Dichtigkeit sinkt es bei der halben natürlichen Dichtigkeit bis auf $^1/_4$, steigt aber nachher wieder, so dass es z. B. in cohärentem Metall nach Versuchen anderer Physiker (siehe den folgenden Abschnitt) wieder die Hälfte von der des Eisens ist.

Die Momente dieser Pulver lassen sich bei verschiedener Dichte δ des magnetischen Metalles, Eisen, Nickel nach Auerbach durch die Formeln

$$m_{fe} = 211\,(1 + 1{,}5\,\delta - 1{,}0\,\delta^{5/3} + 0{,}3\,\delta^{7/3})$$
$$m_{ni} = 100\,(1 + 1{,}5\,\delta - 1{,}4\,\delta^{5/3} + 0{,}4\,\delta^{7/3})$$

darstellen.

stäben durch Anlegen anderer gesättigter Magnetstäbe und weicher Eisenstäbe, siehe Külp, Pogg. Ann. 135, 395, 410, 1868. — [2]) Töpler, Pogg. Ann. 160, 27, 1877 (das Nähere über die Methode im Capitel Diamagnetismus). — [3]) Auerbach, Wied. Ann. 11, 353, 1880.

754 Durch Anziehung einer mit Eisen- und Schwerspathpulver gefüllten, an einer Drehwage aufgehängten Kugel durch eine ostwestlich liegende Magnetisirungsspirale findet Haubner [1]), dass man bei sehr geringen Dichten die Magnetisirungszahl K des Pulvers durch die Formel

$$K = \delta/s \,.\, k/[1 + {}^4/_3\,\pi k(1 - \delta/s)]$$

darstellen kann, wo s die Dichte des consistenten Eisens, δ die Eisenmasse in der Volumeneinheit des Pulvers, k die Magnetisirungszahl des consistenten Eisens ist. Bei dichteren Pulvern wird K grösser, als der Formel entspricht. K zeigt bei wachsender magnetisirender Kraft, wie das massive Eisen, einen Wendepunkt.

Dasselbe finden Kobylin und Tereschin [2]) durch Ablenkungsversuche. Mit wachsendem Kohlegehalt eines aus Kohle und Eisen gemischten Pulvers nimmt nach denselben das Verhältniss P/T des permanenten Momentes zum temporären T zu.

755 Man sollte danach auch annehmen, dass die magnetischen Momente von Pulvern, in welchen die Eisentheilchen dichter an einander liegen, in Folge dieser schwächenden Wechselwirkung der Theilchen bei wachsenden magnetisirenden Kräften langsamer zu dem Wendepunkt und zum Maximum ansteigen, als die Momente von Pulvern mit geringerem Eisengehalt [3]).

Dem entsprechend muss sich auch das Moment um so schneller dem Wendepunkt [4]) und dem Maximum nähern, je geringer die Magnetisirbarkeit des verwendeten Metalles ist, so also bei Pulvern von Nickel, Kobalt schneller als beim Eisen, welche z. B. alle drei aus ihren mit Thonerde gemengten Oxyden durch Wasserstoff reducirt sind. Wird das Eisen in der indifferenten Masse sparsamer vertheilt, so nähert sich sein Verhalten dem der schwächer magnetischen Metalle.

756 Vergleicht man die Momente von Pulvern und massiven Stäben, so sind dabei die Bedingungen sehr complicirt [5]). Zunächst ist jedes Pulvertheilchen ein Conglomerat von vielen Molecularmagneten und sein Moment hängt von seiner Gestalt ab. Können sich die Pulver-

---

[1]) Haubner, Exner's Rep. d. Phys. **22**, 71, 1886; Beibl. **10**, 510. — [2]) Kobylin und Tereschin, J. d. russ. phys.-chem. Ges. [4] **18**, 107, 1886; Beibl. **11**, 57. — [3]) Siehe v. Waltenhofen, Wied. Ann. **7**, 415, 1870. Vergl. auch Jamin, Compt. rend. **81**, 205, 1875 und Auerbach, Wied. Ann. **11**, 351, 1880. Abweichungen hiervon können durch die grössere Härte des Eisenpulvers (Eisenfeile) bedingt sein (siehe weiter unten). So fanden Kobylin und Tereschin (l. c.) das Maximum der Magnetisirungsfunction für die temporäre Magnetisirung immer bei derselben Stromstärke, während es sich nach Auerbach je nach der Dichte des Gemisches ändert. — [4]) Börnstein, Pogg. Ann. **154**, 336, 1875. — [5]) Versuche, bei denen Pulver und massive Stäbe in eine Spirale eingelegt werden, in welcher der magnetisirende Strom geschlossen und geöffnet wird, können wegen des sehr verschiedenen Verlaufes der Inductionsströme in ihnen keine vergleichbaren Resultate liefern, namentlich nicht für die permanenten Momente.

theilchen in der Masse drehen, in welche sie eingebettet sind, so hängt es auch von den Widerständen ab, die sich ihrer Drehung entgegenstellen. Liegen die magnetisirbaren Theile nahe an einander, so können sie in der Richtung der Axe einzelne zusammenhängende Fäden bilden, und ihr Moment kann im Verhältniss zu dem eines massiven Stabes von gleicher Länge und gleichem Gewicht grösser sein u. s. f. Sind die etwa in eine Glasröhre eingeschlossenen Pulvertheilchen an ihren Stellen fixirt und nur um ihren Schwerpunkt drehbar, so kann im Gegentheil sehr wohl ihr Gesammtmoment viel kleiner sein, als das eines gleich langen und gleich schweren, also viel dünneren Eisenstabes, in welchem ohnehin die schwächende Wechselwirkung der neben einander liegenden Theilchen durch das grössere Verhältniss der Länge zur Dicke compensirt werden kann. So betrug z. B. bei Versuchen von v. Waltenhofen (l. c.) der temporäre Magnetismus von Eisenfeilen höchstens $^1/_5$ von dem der massiven gleich schweren und gleich langen Eisenstäbe. — Die Verhältnisse sind also sehr unbestimmt.

757 Durch diese veränderlichen Verhältnisse kann es auch kommen, dass das temporäre Moment der Feilspäne von weichem Eisen, welche ohnehin durch das Feilen auf ihrer Oberfläche gehärtet sind, ähnlich wie das harter Stahlstäbe, langsamer wächst, das Maximum der Magnetisirungsfunction später erreicht wird, als in Eisenstäben, und zugleich die Abweichung von der Proportionalität mit der magnetisirenden Kraft geringer ist, als bei massiven Stahlstäben, die das schnellere Ansteigen in so hohem Grade zeigen [1]).

Die Anordnung der einzelnen Eisentheile zu Fäden beim Magnetisiren kann auch bewirken, dass Eisenfeilconglomerate bedeutenden permanenten Magnetismus annehmen, dagegen Eisenfeile, welche durch indifferente Stoffe getrennt oder an ihrer Bewegung gehemmt sind, z. B. indem man sie mit Eisenchlorid zu einem dicken festen Brei anrührt, kaum permanent magnetisirt werden.

H. Abhängigkeit der temporären und permanenten Momente von dem Stoff und den Cohäsionsverhältnissen der Magnete.

758 Es kann hier nicht die Aufgabe sein, die vielen Untersuchungen über die Magnetisirbarkeit verschiedener Sorten von Eisen u. s. f. ausführlicher zu behandeln. Die Resultate sind zu sehr abhängig von der Zusammensetzung, der Structur, bezw. Härte, welche durch kleine Beimengungen ebensowohl, wie durch verschiedene Bearbeitung, Ablöschen u. s. f. geändert werden können. Physikalisch wohl definirte Angaben über letztere Verhältnisse sind nicht vorhanden und auch

---

[1]) v. Waltenhofen, Wien. Ber. [2] 61, 771, 1870; vergleiche Baur, Wied. Ann. 11, 394, 1880, siehe §. 760.

nicht wohl möglich, um so mehr, als wir ein bestimmtes Maass für die Structurverschiedenheiten nicht haben und sich letztere sehr oft in demselben untersuchten Stück von Ort zu Ort ändern. Die meisten Beobachtungen haben deshalb weit überwiegend praktische Bedeutung für ganz bestimmte Fälle. Wir begnügen uns mit Resultaten von mehr historischem und allgemeinerem Interesse.

759 Schon wiederholt ist auf den Unterschied des harten und weichen Stahles und weichen Eisens in Bezug auf die Magnetisirbarkeit hingewiesen und erwähnt worden, dass bei schwächeren magnetisirenden Kräften cet. par. der Reihe nach jene Körper immer stärkere temporäre Momente und immer schwächere permanente Momente erhalten.

Diese Verschiedenheit der temporären Momente hat schon Barlow [1]) gezeigt, indem er Eisen- und Stahlstäbe in der Richtung der Inclinationsnadel einer Magnetnadel näherte. Der Magnetismus der Stäbe wurde der Tangente des Ablenkungswinkels der Nadel proportional gesetzt.

So waren die relativen Werthe der temporären Momente bei

Schmiedeeisen	100	Gewöhnlichem Stahl (weich)	66
Gusseisen	48	„ „ (hart)	53
Brennstahl (weich)	67	Gussstahl (weich)	74
„ (hart)	53	„ (hart)	49

760 J. Müller [2]) hat neben dem temporären Moment T auch das permanente magnetische Moment P bestimmt. Er stellte von Westen her einer Magnetnadel eine Spirale gegenüber, durch welche ein Strom von drei Bunsen'schen Elementen floss, und schob in dieselbe verschiedene Eisen- und Stahlstäbe von 16,7 cm Länge und 6 mm Durchmesser ein. Aus der Ablenkung der Nadel ergab sich:

	T	P		T	P
Schmiedeeisen	0,490	0	Angelassener Stahl	0,393	7^0
Gewalztes Eisen	0,474	0	Harter Stahl	0,259	9^0 [1])
Geglühter Stahl	0,404	$3{,}5^0$	Gusseisen	0,220	1^0

[1]) etwa 55 Proc. von T.

761 Auch v. Waltenhofen [3]) hat mit dem §. 562 beschriebenen Apparat Stahlstäbe von 3 bis 5 mm Durchmesser und 103 mm Länge auf ihr temporäres Moment geprüft. Dasselbe entsprach bei schwächeren Intensitäten i der magnetisirenden Kraft der empirischen Formel

$$m = c\, i^{4/3} d^{3/2} = c_1\, i^{4/3} g^{3/2},$$

wo d der Durchmesser, g das Gewicht der Stäbe, c und c_1 Constanten sind, welche von der Natur der Stäbe abhängen. Diese Formeln gelten

---

[1]) Barlow, Phil. Trans. 1822, p. 117; Gilb. Ann. 73, 229. — [2]) J. Müller, Pogg. Ann. 85, 157, 1852. — [3]) v. Waltenhofen, Dingl. J. 170, 201 u. 346, 1863; Pogg. Ann. 121, 431, 1864.

annähernd, bis der Stab etwa ein Viertel des Maximums des temporären Magnetismus erreicht hat. Die Magnetisirungsconstante $\varkappa$ war für:

	glashart	gelb	blau angelassen	nicht hart
Wolframstahl	1000	—	—	—
Mayr's Gussstahl	1078	2116	3963	—
Huntsman's Stahl	1306	—	—	—
Mayr's Manganstahl	1445	—	—	—
Englischer Rundstahl	1425	3128	—	—
Englischer Stahldraht	—	—	—	5291

Hugo Meyer[1] hat bei temporärer Magnetisirung cylindrischer Stäbe von englischem Gussstahl, eines polirten Stahlstabes und weichem Stahl durch den Erdmagnetismus nach der §. 377 erwähnten Methode eine Abnahme der Magnetisirungsfunction $\varkappa$ mit wachsender Härte beobachtet, welche um so bedeutender ist, je dünner der Stab ist. Zuweilen kann indess, wenn etwa die Stäbe aussen sehr hart, innen weich sind, in Folge der Wechselwirkung der Schichten, $\varkappa$ mit der durch Bestimmung des galvanischen Leitungswiderstandes gemessenen Härte abnehmen.

Hängt man gleich lange (100 mm) und gleich (25 bis 27 g) schwere Stäbchen vertical an einer Wage über einer verticalen Spirale (z. B. von 9 cm Länge und 3 cm innerer Weite, von 180 Windungen von 3 mm dickem Draht) auf, durch die man einen Strom eines Daniell'schen Elementes leitet, so kann man durch die schwächere oder stärkere Anziehung die Härte der Stäbchen bestimmen[2]).

762 Je nach der Härte des Eisens steigt auch der temporäre Magnetismus verschieden schnell an.

Nach Baur[3]) ist z. B. der relative Werth der durch Inductionsströme beim Magnetisiren in Magnetisirungsspiralen gemessenen Magnetisirungsfunction $= M/I$, wo M das Moment ist, für Stäbe aus elektrolytischem Eisen (EE) von 270 mm Länge, 4,0 mm Durchmesser, 7,70 g Gewicht und 5,00 specif. Gewicht, für einen dünnen, sehr weichen Eisendraht (ED) von 87 mm Länge, 0,6 mm Durchmesser, 0,22 g Gewicht und ein mit Eisenfeilen gefülltes Glasrohr (EP) von 260 mm Länge, 7 mm Durchmesser und 31,3 g Gewicht bei verschiedenen magnetisirenden Kräften I in relativem Maass:

---

[1]) H. Meyer, Wied. Ann. 18, 233, 849, 1883. — [2]) v. Waltenhofen, Dingl. J. 217, 357, 1876; 232, 141, 1879; Beibl. 3, 642. Siehe auch v. Waltenhofen, Wied. Ann. 20, 835, 1883 und H. Meyer, Wied. Ann. 22, 286, 1884. — [3]) Baur, Wied. Ann. 11, 411, 1880.

I	7,29	14,00	20,48	34,82	64,87	124,75	336,76	442,90
EE . . .	1,164	1,215	1,243	1,293	1,479	1,724	0,979	0,824
ED . . .	0,545	1,357	1,756	1,900	1,279	0,700	0,267	0,198
EP . . .	2,466	2,500	2,683	2,914	3,092	3,000	1,498	1,489

Das Maximum der Magnetisirungsfunction (der Wendepunkt) wird also in gewöhnlichem Eisen sehr schnell, in Eisenfeilen später, in elektrolytischem Eisen sehr viel später erreicht.

Indess ist hierbei auch die verschiedene Gestalt der magnetisirten Körper zu berücksichtigen [1].

Das Maximum des permanenten Momentes ist, wie schon von Coulomb [2]) beobachtet worden ist, um so grösser, je härter der angewandte Stahl ist. 763

Er benutzte dabei weiche Stahlstäbe, welche bis zu verschiedenen Temperaturen erhitzt und in Wasser von 15° C. gehärtet, und dann harte Stäbe, die bei verschiedenen Temperaturen angelassen waren, und magnetisirte sie durch Streichen bis zum Maximum. Er fand die Zeit t für zehn Schwingungen bei einem weichen Stahlstab von 162 mm Länge und 14 mm Breite, der bei 15° zum Maximum magnetisirt war:

Temperatur vor der Härtung . . .	15°	875	975	1075	1187
t	93″	93	78	64	63
Moment	1	1	1,42	2,11	2,18

Bis 875° bleibt die Magnetisirbarkeit des Stahles also nahezu constant; auch erscheint der Stab bei Behandeln mit der Feile nicht wesentlich gehärtet (s. w. u.). Beim Ablöschen bei höheren Temperaturen nimmt die Magnetisirbarkeit schnell bis zum Doppelten zu.

[1] Nach weiteren Bestimmungen von Negbaur (Elektrotechn. Ztschr. **10**, 348, 1889; Beibl. **14**, 62) sind die temporären Magnetisirungen von Gusseisen, Stahl, weichem Eisen, Flusseisen cet. par. der Reihe nach grösser; ebenso von Sensenstahl, Bessemer- und Löwenstahl. Die Unterschiede zeigen sich bis zu den höchsten magnetisirenden Kräften, was auch Ewing and Low (Proc. Roy. Soc. London **45**, 40, 1888; Beibl. **13**, 186) nach der §. 584 erwähnten Methode fanden. Die magnetische Induction 𝔅 und Intensität ℑ (§. 444) war bei

	𝔅	ℑ
Schmiedeeisen	45,350	1700
Gusseisen	31,760	1240
Bessemerstahl	39,880	—
Vicker's Stahl	35,820	—
Manganstahl	14 790	—
Nickel (mit 0,75 Proc. Fe)	21 070	575—400
Kobalt (mit 1,66 Proc. Fe)	30 210	1300

Siehe auch Zickler, Centralbl. f. Elektrotechn. **4**, 522, 1886; Beibl. **11**, 174; s. auch J. Hopkinson, Versuche mit 20 verschiedenen Eisensorten mittelst der §. 536 Anm. beschriebenen Methode. Dieselben haben wesentlich technisches Interesse; sie bestätigen die älteren Versuche, auch für auf- und absteigende Magnetisirungen. Phil. Trans. Roy. Soc. London 1885, **2**, 455; Beibl. **10**, 637.

[2] Coulomb, Biot, Traité de physique **3**, 108, 1816.

Wurde der bei 1187° gehärtete Stab bei verschiedenen Temperaturen angelassen und wieder zur Sättigung magnetisirt, so ergab sich

Temperatur des Anlassens	15°	267	512	1250
t	63	64,5	70	93
Moment	2,18	2,07	1,77	1,00

Die Magnetisirbarkeit des gehärteten Stahles nimmt also schon bei dem Anlassen bei 200 bis 300° ab; bei 1200° ist er ganz in den früheren Zustand vor dem Härten zurückgekehrt.

764 Namentlich eine eigenthümliche Sorte von nicht sehr hartem Stahl vermag eine sehr bedeutende Menge von permanentem Magnetismus beizubehalten, auf welche Weise er auch magnetisirt sein mag, so namentlich der Stahl, aus welchem die nach der Elias'schen Methode magnetisirten Logeman'schen Magnete verfertigt sind. Sie zeichnen sich durch eine grosse Tragkraft aus (ein 0,5125 kg schweres Hufeisen aus einer Lamelle trug z. B. 14,75 kg), und zeigen auch nach Umkehrung ihrer Polarität durch entgegengesetzte Magnetisirung dasselbe Verhalten [1]).

Auch der Wolframstahl nimmt sehr bedeutenden permanenten Magnetismus an.

765 Nach Lamont nimmt ein 81,2''' langes, 1,3''' breites und dickes viereckiges Stahlstäbchen beim Magnetisiren mit zwei 25pfündigen Stäben folgende permanente Momente in absoluten Einheiten (mgr, mm, sec) an, je nachdem es in dem einen oder anderen Zustande magnetisirt wird:

1. roh	2. ganz hart	3. blau angelassen	4. ausgeglüht
$12,29 . 10^6$	$9,45 . 10^6$	$12,68 . 10^6$	$10,49 . 10^6$

Hiernach erhält also ein angelassener Stahlstab das stärkste permanente Moment. Dieselbe Stahlsorte behält auch den Magnetismus kräftiger bei, als ganz harter Stahl.

Verschiedene Stahlsorten nehmen nach Lamont ziemlich gleich viel permanenten Magnetismus an; englischer Gussstahl, schwedischer Stahl, dürften die geeignetsten sein [2]).

Das analoge Resultat folgt für verschiedene Eisen- und Stahlsorten auch aus den Versuchen von J. Müller (§. 760).

766 Jamin [3]) hat eine Anzahl von 300 mm langen, 12 mm dicken, 30 mm breiten Stahlstäben auf ihren temporären und permanenten Magnetismus untersucht, indem er von ihrem Ende einen Eisendraht von 1 mm Querschnitt und von solcher Länge abriss, dass sie als unendlich anzusehen war. Die zum Abreissen erforderlichen Kräfte sind der Länge l der Stäbe proportional, so dass sich durch Division der-

[1]) Poggendorff, Pogg. Ann. 80, 175, 1850. — [2]) Lamont, Magnetismus, S. 253. — [3]) Jamin, Compt. rend. 77, 89, 1873.

selben mit l die „Polaritätscoëfficienten" T und P für die temporäre und permanente Magnetisirung für gleich lange Stäbe ergaben, wie folgt:

	Kohlenarmer u. mittlerer Stahl		Kohlenreicher Stahl							
			Gussstahl		Dgl. ausgezogen		Dgl. gehämmert		Wolframstahl	
	T	P	T	P	T	P	T	P	T	P
Bei Rothgluth gehärtet .	0,66	0,22	0,63	0,12	0,70	0,12	0,08	0,01	0,20	0,13
Gelb angelassen	—	—	0,86	0,25	1,12	0,24	0,17	0,07	0,64	0,30
Erstes Blau	1,92	0,20	—	—	—	—	0,33	0,12	—	—
Hellblau	—	—	1,11	0,16	1,27	1,17	0,83	0,16	1,16	0,32
Zweites Blau	—	—	—	—	—	—	1,23	0,28	—	—
Im Ofen erhitzt	1,52	0,01	—	0,14	0,50	0,10	1,49	0,13	1,55	0,19

Mittlere und kohlenstoffarme Stahlsorten muss man also härten, ohne sie nachher anzulassen, kohlenstoffreiche Stahlsorten und gehämmerte, die sehr hart werden, muss man anlassen, je nach der Härte weniger oder stärker, um ihnen eine möglichst grosse permanente Magnetisirung ertheilen zu können.

Auch Fromme[1]) hat acht Stahlstäbe, 100 mm lang, und I bis IV 7 mm, V bis VIII 2 mm dick, erhitzt und in Wasser gehärtet. Durch die Erwärmung des Wassers wurde ihre Temperatur vor der Abkühlung annähernd berechnet. 767

I und V blieben hart, II und VI waren gelb, III und VII blau, IV und VIII bis zum Verschwinden angelassen. Diese Stäbe wurden alle durch Streichen bis zur Sättigung magnetisirt und ihr Moment aus der Schwingungsdauer v und ihrem Gewicht g zu g/v^2 berechnet. Es ergab sich:

	Roh	Gehärtet	t		Roh	Gehärtet	t
I.	660	1982	1202°	V.	232	413	1125
II.	630	1508	1242°	VI.	234	448	1467
III.	624	1118	1174°	VII.	263	440	947
IV.	606	1051	1205°	VIII.	227	475	1190

Bei den dickeren Stäben nimmt also das permanente Maximalmoment mit der Härte zu, bei den dünneren aber, ähnlich wie Ruths (s. d. folgenden Paragraphen) gefunden, wenn auch nicht bedeutend, ab.

Ruths[2]) schliesst aus seinen Versuchen, bei denen freilich der magnetisirende Strom geschlossen und unterbrochen wurde, während die zu magnetisirenden Stäbe in der Magnetisirungsspirale lagen: 768

[1]) Fromme, Göttinger Nachr. 1876, 15. März, S. 157. — [2]) Ruths, Magnetismus weicher Eisencylinder und verschieden harter Stahlsorten, Dortmund 1876; Beibl. 1, 72; siehe auch Gaugain, Compt. rend. 76, 86, 1873.

I. 1. Der temporäre Magnetismus nähert sich in weichen Stäben mit wachsendem Dimensionsverhältniss α der Länge zur Dicke schneller einem Maximum; 2. in weichem Stahl wird ein grösseres Moment erzeugt, als in hartem; 3. in ersterem kommt das temporäre Moment zuerst eher dem Maximum nahe, als in letzterem; 4. später aber nähert es sich im harten Stahl schneller dem Maximum, welches für beide Stahlsorten gleich und annähernd im Verhältnisse der Volumina der Stäbe zu stehen scheint.

II. 1. Der permanente Magnetismus erreicht in weichen Stäben eher ein Maximum, als in harten; 2. erstere besitzen bei geringeren magnetisirenden Kräften ein grösseres permanentes Moment, als letztere; 3. bei Stäben, für die $\alpha < 30$ bis 40 ist, überholt bei grösseren magnetisirenden Kräften das permanente Moment der harten Stäbe dasjenige der weichen, so dass für $\alpha < 30$ bis 40 das permanente Moment der harten, für $\alpha > 30$ bis 40 das der weichen Stäbe einen grösseren Maximalwerth erreicht.

4. Für dünne harte (gleich lange) Stäbe ist das Maximalmoment annähernd dem Volumen proportional, nicht für weiche und dicke, bei denen das Maximum mit der zunehmenden Dicke abnimmt.

769 Nach Trève und Durassier [1] nehmen Stahlstäbe von verschiedenem Kohlegehalt nach Erhitzen auf 767°, 800°, 776° und Ablöschen in Wasser von I. 10°, II. 100° und III. in Oel von 100° die folgenden Maxima von permanentem Magnetismus an:

Kohlegehalt	0,95	0,55	0,50	0,45	0,25 Proc.
I.	47	45	42,5	33,5	13
II.	44	30	30	22	10
III.	43	37	37	29	12

Mit wachsendem Kohlegehalt steigt also bei gleicher Behandlung das permanente Maximalmoment, indess bei einem Gehalt über 0,5 Proc. nur noch wenig. Die Art der Härtung hat nicht viel Einfluss, nur erscheint meist das permanente Moment beim Härten in heissem Wasser etwas geringer, als beim Ablöschen in kaltem Wasser oder Oel.

770 In ähnlicher Weise findet Th. Gray [2] durch Ablenkung eines Magnetspiegels, dass das permanente Moment bei 5 cm langen, in einer Spirale magnetisirten Stäben von 2,27 g Gewicht, als der Stab glashart war, pro Gramm in absoluten Einheiten gleich 20,22, gelb angelassen 17,18, blau 11,29, roh 12,09 ist. Dem entsprechend nehmen die Stäbe bei schneller Ablöschung in kaltem Oel mehr permanenten Magnetismus an, als bei Ablöschung in heissem Oel und Erkalten in demselben.

---

[1] Trève et Durassier, Mordes 28, 587, 667, 1875. — [2] Gray, Phil. Mag. [5] 6, 321, 1878; Beibl. 3, 37.

Die durch Eintauchen in kaltes Wasser plötzlich gehärteten Stäbe nehmen bei der ersten Magnetisirung kaum so viel Magnetismus an, wie die bei 310° in Oel angelassenen.

Bei wiederholter Magnetisirung wird das Moment der Gewichtseinheit bei harten und weichen Stäben mehr einander gleich.

Stäbe, welche nach der Rothgluth in heissem Oel abgelöscht sind, nehmen kleinere Momente an, als bei schneller Abkühlung in kaltem Oel.

Weitere Versuche über den Einfluss der Art der Härtung und des Anlassens sind von Strouhal und Barus[1]) angestellt. 771

Drähte von englischem Sheffield-Silberstahl wurden in Glasröhren eingelegt und darin in einer Magnetisirungsspirale von 22,3 cm Länge und 2,1 cm innerem, 5,3 cm äusserem Radius mit zehn Lagen von je etwa 55 Windungen magnetisirt. Da der längste Draht 10 cm lang war, änderte sich die auf ihn wirkende Scheidungskraft nur um 3 bis 4 Proc.

Das allmähliche Anwachsen und Verschwinden der Ströme in der Magnetisirungsspirale wurde durch Anlassen und Ausrücken des Motors einer dynamoelektrischen Maschine bewirkt. Indess ist dabei zu bedenken, dass die Ströme dieser Maschine beständig ihre Intensität wechseln und so auch die Molecüle des Eisens in gewissen Bahnen bei ihrer Einwirkung immerwährend hin und her gedreht werden.

Bei den grossen angewandten Kräften war das Maximum der Magnetisirung erreicht. Das Moment der Drähte wurde durch Ablenkung eines Magnetspiegels in erster und zweiter Hauptlage gemessen.

Die Härte y der Drähte wurde ihrem mittelst der Wheatstone'schen Drahtcombination bestimmten Leitungswiderstande bei 20° C. proportional gesetzt. Durch Vergleichung der Widerstände verschiedener Theile derselben konnte ihre Homogenität untersucht werden.

Die glasharten Drähte wurden frisch magnetisirt und ihr specifischer Magnetismus bestimmt; dann wurden sie 1, 2, 3, 4 bis 10 Stunden in Wasserdampf, darauf 20, 49 Minuten, 1, 3, 7 Stunden in Anilindampf bei 185° (etwa dem Gelbanlassen entsprechend), dann noch eine Minute bis eine Stunde in schmelzendem Blei bis 330° (etwa dem Blauanlassen entsprechend) erhitzt und endlich in einem mit Lehm umhüllten Glasrohr voll Eisenhammerschlag ausgeglüht. Nach den 11 verschiedenen Arten des Anlassens wurden sie jedesmal wieder auf ihre Härte (ihren Widerstand) untersucht.

Aus den zahlreichen Versuchen ergiebt sich u. a., wenn y der mittlere absolute Härtegrad, α das mittlere Dimensionsverhältniss ist, der specifische Magnetismus der Magnete für die Gewichtseinheit:

[1]) Strouhal und Barus, Ueber den Einfluss der Härte des Stahles auf dessen Magnetisirbarkeit etc. Stahel, Würzburg 1882. Wied. Ann. **20**, 621, 1883. Siehe auch das Werk: „Die elektrischen und magnetischen Eigenschaften des Kohleeisens". Bull. of the United States Geological Survey, Nr. 14, 1885, 238 pg.

	α	20	37	57	68	120	145
	γ	5	6	7	8	9	10
Glashart	16,8		43,9			53,5	55,1
1 Stunde bei 100°	15,7		43,1			52,8	54,1
3 Stunden bei 100°	14,9		42,5			51,8	53,2
6 Stunden bei 100°	14,5		42,0			50,8	52,2
10 Stunden bei 100°	14,3	29,6	41,1	46,4	47,8	51,0	
20 Minuten bei 185°	12,5	29,1	43,6	48,9	51,3	55,0	
1 Stunde bei 185°	12,0	30,0	45,6	51,5	53,7	58,0	
3 Stunden bei 185°	11,4	31,8	49,3	55,9	58,2	63,1	
7 Stunden bei 185°	10,8	34,7	53,0	61,0	64,1	69,0	
13 Stunden bei 185°	10,5	35,2	56,2	65,1	69,1	73,1	
1 Minute bei 330°	8,7	31,5	60,9	78,5	84,0	94,0	
1 Stunde bei 330°	8,1	29,8	61,1	82,5	89,8	102,6	
Ausgeglüht	6,8	3,7	23,7	45,7	54,7	80,7	

Bei gestreckten, gesättigten Magneten nimmt also das specifische permanente Moment beim ersten Anlassen bei höherer Temperatur erst stetig bis zu einem Minimum ab, dann bei fortgesetztem Anlassen stetig bis zu einem Maximum zu und fällt wieder beim Ausglühen.

Das Minimum tritt bei allen Magneten unabhängig von dem Dimensionsverhältniss nahezu bei demselben, durch die Siedetemperatur des Wassers hervorgerufenen Grad des Anlassens ein. Die Lage des Maximums rückt dagegen gegen immer geringere Härtegrade vor und ist um so grösser, je gestreckter die Magnete sind. Bei sehr gestreckten Magneten kann es mehr als doppelt so gross werden, wie das permanente Moment der glasharten Stäbe. Bei Anwendung verschiedener Drähte ergeben sich etwas abweichende Resultate.

Kurze und dicke Magnete, für welche das Dimensionsverhältniss $\alpha < 20$ ist, zeigen ein ähnliches Verhalten, indess verflacht sich bei kleinerem α das Maximum und tritt bei grösseren Härtegraden ein. Stahldrähte sind bei geringem α im glasharten, bei grossem α im weichen Zustand am stärksten magnetisirbar.

772 Auch Holborn[1]) hat dahin einschlagende Versuche angestellt, wobei die Temperatur, bei welcher die Stäbe gehärtet wurden, durch die Einwirkung eines Weinhold'schen Calorimeters bestimmt wurde. Die Stäbe waren 100 mm lang, 9 bis 10 mm dick und von acht verschiedenen Stahlsorten.

Nach der Härtung wurde jeder Stab bei einer Feldstärke von 130 bis 170 C.-G.-S.-Einheiten in einer Magnetisirungsspirale bis zur Sättigung

[1]) Holborn, Ber. d. Verh. d. Elektrotechnikercongresses zu Frankfurt a. M. 1891, 2, 81, 1892; Beibl. 17, 957.

magnetisirt. Die Härte des Stahles wurde durch Messung des elektrischen Widerstandes controlirt. Der Stabmagnetismus wurde nach der magnetometrischen Methode bestimmt.

So lange die Härtungstemperatur unter 750° C. liegt, behalten die Stäbe sowohl in mechanischer wie in magnetischer Beziehung vollständig die Eigenschaften des weichen Stahles. Die Härtung tritt erst ein, wenn die Härtungstemperatur über 750° steigt; dabei steigt der permanente Magnetismus etwa bis auf das Vierfache, während der temporäre abnimmt. Uebersteigt die Härtungstemperatur 850°, so nimmt sowohl der permanente, als auch der temporäre Magnetismus ab; ersterer beträgt bei 1000° C. schon weniger als $^2/_3$ seines Maximalwerthes. Diese Resultate ergaben sich bei zwei Stahlsorten mit 1,05 Proc. Kohlenstoff und 2,8 Proc. Wolfram, und mit 1,45 Proc. Kohlenstoff und keinem Wolfram; beide Sorten verhalten sich ziemlich gleich.

Andere Stahlsorten gehen ebenfalls bei Härtung bei zu hoher Temperatur in einen weniger magnetisirbaren Zustand über, eignen sich also auch weniger zur Herstellung von Magneten. Auch behalten die bei höherer Temperatur gehärteten Magnete, welche eine grössere mechanische Härte und Sprödigkeit besitzen, im Laufe der Zeit den permanenten Magnetismus keineswegs besser bei.

Nach weiteren Versuchen [1]) nimmt mit dem Kohlenstoffgehalt der Unterschied in den Magnetismen von Stäben, die bei verschiedenen Temperaturen gehärtet sind, zu. — Das Maximum der permanenten Magnetisirbarkeit wird bei einer bestimmten mittleren Temperatur erreicht, die für jeden Stahlstab verschieden liegt, so z. B. bei Silberstahl unter 900°, Wolframstahl 920°, bei einer anderen Sorte 850° u. s. f. Sind die Stäbe bei einer solchen Temperatur gehärtet, dass sie das Maximum von permanentem Magnetismus annehmen, so stehen sie den bei hoher Temperatur gehärteten Stäben in Betreff des Andauerns ihrer Magnetismen bei Erschütterungen und Temperaturänderungen nicht nach.

Der permanente Magnetismus verschiedener Stahlsorten im Zustand der höchsten Magnetisirbarkeit steigt für Stäbe von 10 cm Länge und 0,9 cm Durchmesser von 1185 bis 1790 (Wolframstahl).

Lässt man geschmolzenes Gusseisen in eine Form fliessen, die in einer vom Strom durchflossenen Spirale steht, so zeigt es sogleich einen starken temporären Magnetismus; nach dem Erstarren bleibt es schwach temporär magnetisch [2]). 773

Mechanische Härtung vermehrt die Coërcitivkraft des Stahls. So fand Coulomb [3]), dass ein 6 Zoll langer, 57 Gran schwerer, durch den Doppelstrich bis zur Sättigung magnetisirter eiserner Draht in 774

[1]) Holborn, Ztschr. f. Instrumentenkunde 11, 113, 1891; Beibl. 15, 591. — [2]) Trève, Compt. rend. 68, 258, 1869. — [3]) Coulomb, Mém. de l'Acad. roy. des sciences 1784, p. 266.

18 Secunden eine Oscillation machte, als er frei aufgehängt wurde. Wurde er bis zum Zerreissen gedrillt und wieder zur Sättigung magnetisirt, so machte er eine Oscillation in 6 Secunden, hatte also einen neunmal stärkeren permanten Magnetismus erhalten, als vorher.

Kalt gewalztes Schmiedeeisen nimmt nach Airy [1]) beim Schlagen unter Einfluss des Erdmagnetismus etwa im Verhältniss von 6:5 mehr Magnetismus an, als heiss gewalztes, letzteres verliert dagegen beim Liegen in derselben Zeit mehr Magnetismus. Der Verlust in den ersten Tagen betrug etwa $^1/_5$ des Gesammtmagnetismus.

Cheesman [2]) hat etwa 100 mm lange ausgeglühte Drähte mittelst Ziehen durch verschieden feine Löcher oder Klopfen gehärtet und magnetisirt. Ihr temporäres Moment, welches durch die Ablenkung eines Magnetspiegels beim Magnetisiren nach Schliessen des Stromes in einer Spirale bestimmt wurde (wobei also Inductionsströme auftraten), war bei gleicher magnetisirender Kraft bei weichen Eisendrähten grösser, als bei den mechanisch durch Zug gehärteten. Das permanente Moment eines harten Eisendrahtes ist nur bei sehr kleinen Kräften kleiner, als das eines weichen. Bei Stahlstäben mit grösserem Dimensionsverhältniss ist bei schwachen und starken Kräften das permanente Moment weicher Stäbe grösser, als das harter, bei kleinem Axenverhältniss ist dagegen das permanente Moment härterer Stäbe grösser, ausser bei sehr schwachen Kräften.

Analoge Resultate ergeben sich beim permanenten Magnetisiren der Drähte durch einen Magnet. Dieselben wurden wiederholt auf die Pole eines vertical stehenden Hufeisenmagnetes gelegt, einige Male um ihre Axe gedreht, vertical nach oben abgerissen und bis ausserhalb der Wirkungssphäre des Magnetes entfernt. Das permanente Moment wurde durch Ablenkung eines Magnetspiegels bestimmt.

So nimmt ein 100 mm langer Eisendraht nach wiederholtem Ziehen immer mehr permanenten Magnetismus für die Gewichtseinheit an (nach achtfachem Ziehen etwa 1,6 mal mehr); nach wiederholtem Klopfen steigt das Moment z. B. auf das 1,5 fache, nach wiederholtem Biegen auf das 1,7 fache.

Stahldrähte verhalten sich anders. Durch Gewichte belastete und zerrissene oder gehämmerte Drähte nehmen um so weniger permanenten Magnetismus an, je härter sie sind, vorausgesetzt, dass das Axenverhältniss grösser ist; sie nehmen beim Härten mehr Magnetismus an, wenn das Axenverhältniss kleiner ist, als ein bestimmter Uebergangswerth. So wuchs das specifische Moment eines Drahtes von 21 cm Länge (Axenverhältniss 1:13,7 bis 14,3) beim Härten durch Zug mittelst 70 kg von 80 bis 102; bei der Länge von 120 mm (Axenverhältniss 1:78 bis 80,0) nahm es dabei von 742 auf 522 ab u. s. f.

---

[1]) Airy, Phil. Mag. [4] 25, 151, 1863. — [2]) Cheesman, Wied. Ann. 15, 204, 1882.

775 Durch Ziehen gehärtete Eisendrähte, welche von einer Magnetisirungsspirale und einer Inductionsspirale umgeben waren, zeigen nach Ascoli[1]) eine nach der ersten plötzlichen Einwirkung allmählich noch längere Zeit steigende Zunahme der Intensität des temporären wie permanenten Magnetismus. Bei sehr sprödem (oft gezogenem) Eisen ist das Maximum der Permeabilität kleiner als beim weichen; für weniger spröde Drähte vermehrt sich aber für schwach magnetisirende Kräfte die Anfangspermeabilität. Erst wenn die Maximalpermeabilität durch wiederholtes Ziehen unter die Hälfte ihres Werthes beim weichen Eisen gesunken ist, ist auch die anfängliche Permeabilität kleiner, als bei letzterem. — Das Maximum des temporären Momentes ist von dem Grade der Härtung durch Ziehen unabhängig, das des permanenten Momentes sinkt mit demselben.

776 Durch Ausglühen werden die mechanisch gehärteten Drähte auf ihren früheren Zustand vor dem Härten gebracht, so dass der Unterschied zwischen Eisendrähten einerseits und Stahldrähten von verschiedenem Dimensionsverhältniss andererseits im entgegengesetzten Sinne hervortritt, wie beim mechanischen Härten.

Diese Erscheinungen sind also ganz ähnlich wie die beim Härten und Anlassen von Drähten durch Temperaturänderungen. Sie sind indess in beiden Fällen sehr complicirt, da man nicht annehmen kann, dass dabei die Drähte und Stäbe im Inneren denselben Aggregationszustand erhalten, wie aussen. Deshalb braucht auch die Aenderung der galvanischen Leitfähigkeit der Drähte durch Härtung nicht mit der Aenderung der Magnetisirbarkeit parallel zu gehen, indem im ersten Fall die Wechselwirkung der inneren und äusseren Theile in ganz anderer Weise zu Tage tritt, wie im letzteren.

777 Elektrolytisch niedergeschlagenes Eisen nimmt beim Magnetisiren durch äussere Kräfte starken permanenten Magnetismus an, wie wir schon §. 646 erwähnt haben. Selbst nach dem Ausglühen kann es bei dem Magnetisiren denselben zum Theil (etwa die Hälfte) wieder erhalten, wenn es ihn auch beim Erschüttern leicht verliert[2]).

Um die Coërcitivkraft von derartigen Magneten noch weiter zu untersuchen, welche schon während ihrer Bildung magnetisirt wurden, stellte Beetz[3]) einen starken Haarlemer Magnet mit seinen Polen vertical über einander auf, und brachte an beide Pole als Halbanker horizontale Platten, zwischen welche zwei Bechergläser gestellt waren. In denselben standen auf gefirnissten Eisenklötzen überkupferte Wachskerzen, welche oberhalb durch ähnliche, am oberen Halbanker befestigte Eisenklötze in verticaler Lage erhalten wurden. Um jede Wachskerze wurde im zu-

[1]) Ascoli, Rendic. R. Accad. dei Lincei [5] 2, II, 30, 1893; Beibl. 18, 132. — [2]) Holz, Pogg. Ann. 154, 67, 472, 1875; vergl. dagegen Beetz, Pogg. Ann. 155, 472, 1875. — [3]) Beetz, Pogg. Ann. 152, 484, 1874.

gehörigen Glase eine Eisendrahtspirale gelegt. Nach Füllung der Gläser mit Eisenlösungen wurde der Strom eines Leclanché-Elementes durch die Eisendrahtspiralen und die Kupferhüllen der Wachskerzen geleitet, so dass letztere als negative Elektroden dienten und sich elektrolytisches Eisen auf ihnen abschied. Dasselbe wurde sofort durch die Wirkung des Magnetes polar. Das Eisen wurde (I) aus einer Lösung von schwefelsaurem Eisenoxydul und Salmiak nach Böttger[1]) (sehr hart), (II) aus Lösung von Eisenvitriol und schwefelsaurer Magnesia[2]), welche durch kohlensaure Magnesia neutralisirt war, specif. Gew. 1,270, schwarz, mit rauhen Aesten niedergeschlagen.

Bei einem folgenden Versuch wurde reine Lösung von Eisenchlorür (IV) gleichzeitig mit der salmiakhaltigen Lösung (III) elektrolysirt. Die so erhaltenen Stäbe ergaben die durch Ablenkung eines Magnetes gemessenen specifischen (für die Gewichtseinheit berechneten) permanenten Magnetismen P und nach dem Magnetisiren in einer Spirale die permanenten Magnetismen P_1 bei nahezu gleichen Gewichten G wie folgt:

	I.	II.	III.	IV.
G	7,47	6,46	0,716	0,660
P	214,5	59,0	931,4	215
P_1	256,0	65,5	1466	267

Die aus salmiakhaltigen Lösungen gewonnenen Eisenmassen nehmen also viel stärkeren permanenten Magnetismus an. Die aus salmiakfreien Lösungen erhaltenen Massen sind nie regelmässig; aus der Eisenchlorürlösung scheiden sich auf dem ersten schwach magnetischen Absatz einzelne kürzere oder längere Längsblättchen von Eisen ab, welche für sich einen sehr hohen specifischen permanenten Magnetismus (374,7) besitzen, während derselbe für die besten langgestreckten permanenten Magnete etwa 1000 ist und für sich einzelne Magnete darstellen, so dass der ganze Magnet Folgepunkte zeigt. Diese Unregelmässigkeiten sind wahrscheinlich durch eine Veränderung der salmiakfreien Lösungen bedingt, die bei der Elektrolyse trübe werden, Schlamm abscheiden u. s. f.

778 Die folgende Tabelle nach Claus[3]) giebt einen Ueberblick über die durch verschiedene Stromintensitäten I erhaltenen temporären (T) und permanenten (P) Momente nahe gleich gestalteter, ausgeglühter und gleichmässig abgekühlter Magnete aus galvanoplastisch niedergeschlagenem Eisen:

[1]) Böttger, Pogg. Ann. 67, 117, 1846. — [2]) Klein, Bullet. de St Pétersb. 13, 48, 1868. — [3]) Claus, Dissertation, München 1882, Beibl. 6, 696.

	Blankes russ. Eisen	Blanes russ. Eisen	Eisen aus Eisenchlorür	Eisen aus ammoniak. Lösungen	Eisen aus Eisenalaun	Eisen aus Eisenvitriol (ungeglüht)	Eisen aus Eisenvitriol
				$I = 114,66$			
T	601,44	494,55	196,59	497,60	663,70	388,74	37,26
P	407,53	81,21	79,94	124,46	353,87	243,54	13,60
				$I = 176,79$			
T	889,06	779,24	313,40	807,87	860,54	633,50	66,17
P	530,46	93,29	127,63	162,73	414,35	358,94	30,21
				Entmagnetisirung			
I	— 62,62	— 32,82	— 43,38	— 30,83	— 36,27	— 71,77	— 68,73
P	34,77	52,27	45,98	59,83	80,43	12,51	21,09

Manganstahl von Hadfield mit einem Gehalt von 12 Proc. Mangan ist fast völlig unmagnetisch. Der temporäre Magnetismus desselben pro Gramm ist $^3/_{1000}$, der permanente $^2/_{10000}$ von dem des gewöhnlichen Stahls [1]). 779

In einem Magnetfelde von 300 bis 400 bis zu 10 000 C.-G.-S.-Einheiten haben Ewing und Low [2]) die Permeabilität des Manganstahls nahezu constant gleich $\mu = 1,46$ gefunden.

Bottomley [3]) findet das Moment von Hadfieldstahl mit 15 Proc. Mangan pro Gramm gleich 0,013 C.-G.-S., während das von anderen Stahlsorten 40 bis 100 C.-G.-S. ist.

Stäbe von 15 cm Länge und a) 1 cm Durchmesser, b) 0,47 cm Durchmesser, magnetisirt in zwei den Stäben sich genau anschliessenden, auf Glasröhren gewundenen Spiralen von 374 bezw. 534 Windungen in zwei bis drei Lagen gaben folgende, auf die Gewichtseinheit berechnete, durch Ablenkungsversuche bestimmte temporäre (T) und permanente (P) Momente: 780

	Manganstahl dick	Manganstahl dünn	Silberstahl dick	Silberstahl dünn	Eisen dick	Eisen dünn
T	0,006784	0,023397	23,672	73,497	29,815	83,522
P	0,002746	0,009522	1,883	18,230	0,316	9,713
T/P	2,476	2,457	12,57	4,03	94,28	8,60

Der Manganstahl nimmt also sehr viel weniger temporären, aber relativ mehr permanenten Magnetismus an, als Silberstahl und Eisen [4]).

1) Barrett, Proc. Roy. Dublin Soc. Dec. 15, Nat. **35**, 311, 1887; Beibl. **11**, 471; siehe auch Chem. News **55**, 158, 169, 1887; Beibl. **11**, 731. — 2) Ewing und Low, Rep. Brit. Assoc. Manchester, p. 18; Lum. électr. **26**, 188, 1887; Beibl. **12**, 66. — 3) Bottomley, Rep. Brit. Assoc. Aberdeen 1885; Beibl. **10**, 194. — 4) Börgen, Versuche in Wilhelmshaven. Annalen der Hydrographie **17**, 177, 1889; Beibl. **13**, 714.

781 Legirungen von 10,8 Proc. Eisen, 54,46 Proc. Mangan, 25,34 Proc. Aluminium und 2,32 Proc. Kohlenstoff, sowie von 14,8 Proc. Eisen, 75,4 Proc. Mangan, 3,05 Proc. Aluminium und 5,55 Proc. Kohlenstoff sind fast ebenso stark magnetisch, wie reines Eisen [1]).

782 Werden 12 bis 15 Proc. Mangan enthaltende Manganstahlfeile roth geglüht und dadurch mit schwarzem Oxyd bedeckt, so werden sie nach dem Erkalten vom Magnet stark angezogen, ebenso beim Glühen in Kohlenpulver und Wasserstoff. Eine Eisenlegirung mit 36 Proc. Mangan, 3 Proc. Kohlenstoff, 60 Proc. Eisen zeigte dies noch stärker.

Massive, an den Polen eines Magnetes aufgehängte Stücke oder fest in einen Platintiegel eingepackte Feilspäne besitzen beim Glühen diese Eigenschaft nicht. Bis zu 200 bis 250° zeigt sich die Aenderung nicht [2]).

Oxydirt man Manganstahlfeile [3]), so werden sie in Folge der Oxydation des Mangans magnetisch, wie Eisenoxyd. Bei nachheriger Reduction derselben wird nur das Eisen, nicht das Mangan reducirt. Das Product ist stark magnetisch.

783 Stahl mit 25,4 Proc. Nickel und 0,85 Proc. Mangan ist nicht magnetisirbar, auch nicht beim Abkühlen von hoher Temperatur [4]).

784 Ausser dem Eisen lassen sich, wie bereits erwähnt, auch Nickel und Kobalt temporär und permanent magnetisiren.

Das Verhältniss der magnetischen Momente des Nickels, Kobalts und Eisens ist mehrfach, jedoch selten mit reinen Materialien bestimmt worden. So liess Gay-Lussac [5]) eine Magnetnadel für sich und über gleich grossen Eisen- und Nickelplatten schwingen. Die Zeitdauern von je 10 Schwingungen betrugen 131, 60 bis 65 und 77 bis 78 Secunden, wonach sich die im Eisen und Nickel inducirten Momente etwa wie 3 : 1 verhielten.

Lampadius [6]) fand das Verhältniss der Anziehungen dreier gleich schwerer, an einer Wage aufgehängter Stücke von Frischeisen, Nickel und (unreinem) Kobalt durch einen Magnet wie 55 : 35 : 25. Legirungen von Nickel mit Platin und Gold zeigten nahezu denselben Magnetismus wie Nickel.

Nach Biot [7]) würde eine Nickelnadel von möglichst reinem Metall, mit demselben Magnet bis zur Sättigung gestrichen, wie eine gleich

---

[1]) Auch das specifische Leitvermögen pro Cubikcentimeter ist nur 77 gegen das des Eisens gleich 9800 (C.-G.-S.). — [2]) O'Shea, Rep. Brit. Assoc. Leeds 1890, p. 753; Beibl. 16, 299. — [3]) Hogg, Chem. Centralbl. 63, II, 734, 1892; Beibl. 17, 224. — [4]) J. Hopkinson, Elektrotechn. Ztschr. 10, 434, 1889; Beibl. 13, 965. — [5]) Gay-Lussac, Ann. de Chim. et de Phys. 25, 119, 1824. — [6]) Lampadius, Schweigg. Journ. 10, 174, 1814. — [7]) Biot in Hauy, Traité de Phys. 2, 126, 1806.

grosse Stahlnadel, ein Drittel des permanenten Magnetismus der letzteren behalten.

Nach E. Becquerel[1]) soll bei gleicher Dichtigkeit, d. i. wenn in einem gleichen Volumen gleiche Gewichtsmengen der verschiedenen Stoffe, z. B. als Feilspäne, enthalten sind, der in dem weichen Nickel erzeugte specifische Magnetismus dem des weichen Eisens gleich sein und sich Kobalt wahrscheinlich ebenso verhalten.

785 Aus einigen Versuchen, die Arndtsen[2]) mittelst des Diamagnetometers (vergl. d. Cap. Diamagnetismus) angestellt hat, würde folgen, dass die temporären und permanenten Momente M und P eines Streifchens Nickelblech mit wachsender Intensität des magnetisirenden Stromes sich sehr bald einem Maximum nähern. Sie sind bei Anwendung der in absolutem Maass gemessenen Intensitäten I der magnetisirenden Kräfte:

I	38,05	195,91	325,92	420,88	573,62
M	148,84	197,12	202,17	202,14	205,45
P	37,31	85,59	90,64	92,61	93,62

Bei Vergleichung dieser Momente mit denen eines gleich gestalteten Eisenstabes lässt sich aus den Versuchen von W. Weber (§. 632 u. f.) berechnen, dass bei sehr schwachen magnetisirenden Kräften das Moment des Nickelstabes etwa fünfmal grösser, bei stärkeren Kräften aber kleiner ist, als das des Eisens. — Es müssten also die Theilchen des Nickels stärker der durch die magnetisirenden Kräfte bewirkten Drehung in die magnetische Lage folgen, aber an und für sich ein schwächeres magnetisches Moment besitzen, als die des Eisen. — Aehnliche Resultate hat Plücker[3]) beim Kobalt erhalten (vgl. das Capitel Diamagnetismus).

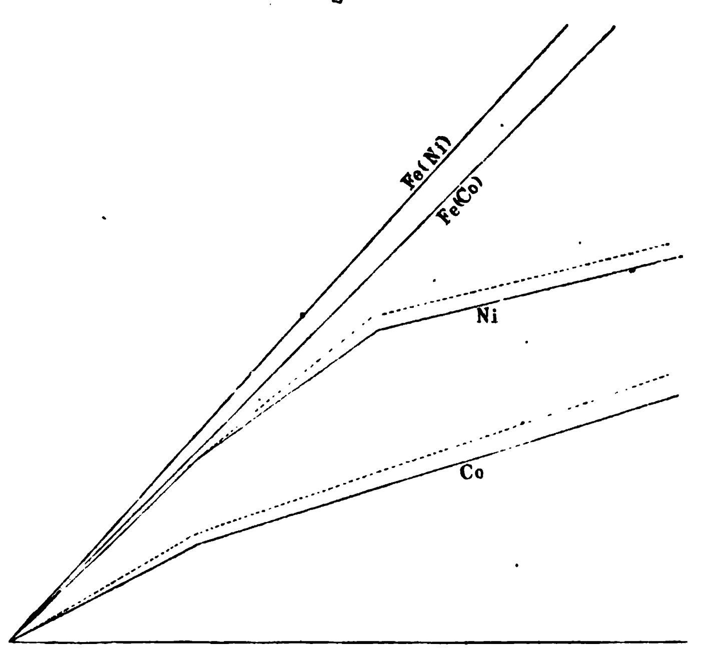
786 Genauere Bestimmungen mit möglichst reinen Metallen haben Hankel und H. Becquerel ausgeführt.

Hankel[4]) verglich die Momente eines Nickelstabes von 168 mm Länge, 40,6 mm Breite, 13,3 mm Dicke und eines Kobaltstabes von derselben Länge und Breite und 11 bis 12 mm Dicke mit denen sehr nahe gleichgestalteter Eisenstäbe Fe (Ni) und Fe (Co) beim Einschieben in Magnetisirungsspiralen durch die Ablenkung eines Magnetspiegels. Entsprechen in beifolgender Zeichnung Fig. 238 (a. f. S.) die Abscissen den Intensitäten des magnetisirenden Stromes, so geben die ausgezogenen Curven die direct beobachteten Werthe der temporären Magnetismen; die punktirten die auf gleiche Volumina reducirten Magnetismen der zwei untersuchten Metalle, welche unter der Voraussetzung berechnet wurden, dass die Magnetismen den Cubikwurzeln aus dem Volumen proportional sind.

[1]) E. Becquerel, Compt. rend. 20, 1708, 1845. — [2]) Arndtsen, Pogg. Ann. 104, 606, 1858. — [3]) Plücker, Pogg. Ann. 91, 1, 1854. — [4]) Hankel, Ber. d. k. sächs. Ges., Math.-phys. Classe 27, 189, 1875; Wied. Ann. 1, 285, 1877.

Beim Kobalt steigt, wie beim Eisen, der temporäre Magnetismus zuerst etwas schneller an, als der Proportionalität mit der Stromstärke entspricht; dagegen nähert sich die Curve für das Nickel dem Parallelismus mit der Abscissenaxe früher als die für das Kobalt, so dass bei

Fig. 238.



höheren magnetisirenden Kräften vielleicht letzteres ein stärkeres temporäres Moment annimmt. Der permanente Magnetismus des Nickels ist sehr klein, der des Kobalts ist merklicher. Bei Einwirkung abwechselnd gerichteter magnetisirender Kräfte zeigen sich ähnliche Erscheinungen wie beim Eisen [1]).

787 Nach einer Versuchsreihe von Abt (l. c.), bei der Nickel- und Stahlstäbe, ein glasharter und ein strohgelb angelassener, von etwa 10 cm Länge, 0,9 cm Breite und 0,1 cm Dicke in einer etwa doppelt so langen Magnetisirungsspirale magnetisirt wurden, überwiegt bei schwachen magnetisirenden Kräften der permanente Magnetismus des Nickels den des Stahls, er ist dabei bis zu 4,8 mal grösser als der des glasharten und 4,26 mal grösser als der des gelb angelassenen Stahls. Bei stärkeren

---

[1]) Den Wendepunkt und das Verhalten bei abwechselnd gerichteten Magnetisirungen hat auch Abt beobachtet. Centralz. f. Opt. und Mech. 11, 229, 1890; Beibl. 16, 687.

magnetisirenden Kräften kehrt sich die Reihenfolge um. Nach einander bei einem stärkeren Strome erreichen Nickel, gelber und glasharter Stahl die Maxima ihrer permanenten Magnetismen, bezw. 51,9, 151,4, 198,1.

H. Becquerel[1]) hat theils durch Schwingungen gleich gestalteter Stäbchen zwischen Magnetpolen, theils mittelst der elektromagnetischen Wage die Momente bestimmt. Bei anderen Versuchen wurden die zu vergleichenden Stäbchen horizontal in 7 bis 8 cm Entfernung über einander in einen Rahmen in einem Winkel von etwa 10° gegen einander eingefügt und ihre Einstellung vor einem Magnet theils einzeln, theils vereint bestimmt. Sind ψ und φ die Winkel zwischen den letzteren und den ersteren Einstellungen, sind M und F die freien Magnetismen, so ist $M \sin \psi = F \sin \varphi$. 788

So wurden sieben, theils viereckige, theils runde, verschieden harte Nickelstäbe von etwa 46,9 bis 80,6 mm Länge (zwei Sorten), zwei Kobaltstäbe (66,2 mm lang, 9 mm dick und 92,5 mm lang, 0,8 mm dick) und ein englischer Stahlstab (66,5 mm lang) mit gleich langen und ähnlich gestalteten, gleich schweren Eisenstäben, auch auf gleiche Gestalt gebrachte Conglomerate von Nickel- uud Eisenfeilen, theils rein, theils mit 90 Proc. Zinkfeilen gemischt, mit einander verglichen. Aus den Versuchen folgt:

Bei gewöhnlicher Temperatur nimmt das Verhältniss des Magnetismus des Nickels zu dem des Eisens mit wachsender Stromintensität bis zu einem Minimum ab, wächst dann zu einem Maximum und nimmt wieder bis zu einer unteren Grenze ab. Die Aenderungen des Verhältnisses erscheinen für um so kleinere Aenderungen der Stromintensität, je dünner die Stäbe relativ zu ihrer Länge sind.

Kohlenhaltige und geschmiedete Stücke von Nickel, welche eine starke Coërcitivkraft haben, zeigen diese Aenderungen stärker als reine Nickelstücke. Bei ersteren sinkt das erwähnte Verhältniss bis etwa 0,4, steigt auf etwa 0,75 und fällt dann wieder auf etwa 0,2. Der Grund hiervon ist, dass die Nickelstäbe sich schneller sättigen als das Eisen, was auch aus Hankel's Versuchen folgt; während also der temporäre Magnetismus des letzteren noch steigt, der des ersteren sehr nahe constant ist. Bei sehr langen Stäben (Drähten) tritt dies schon bei schwächeren Intensitäten ein.

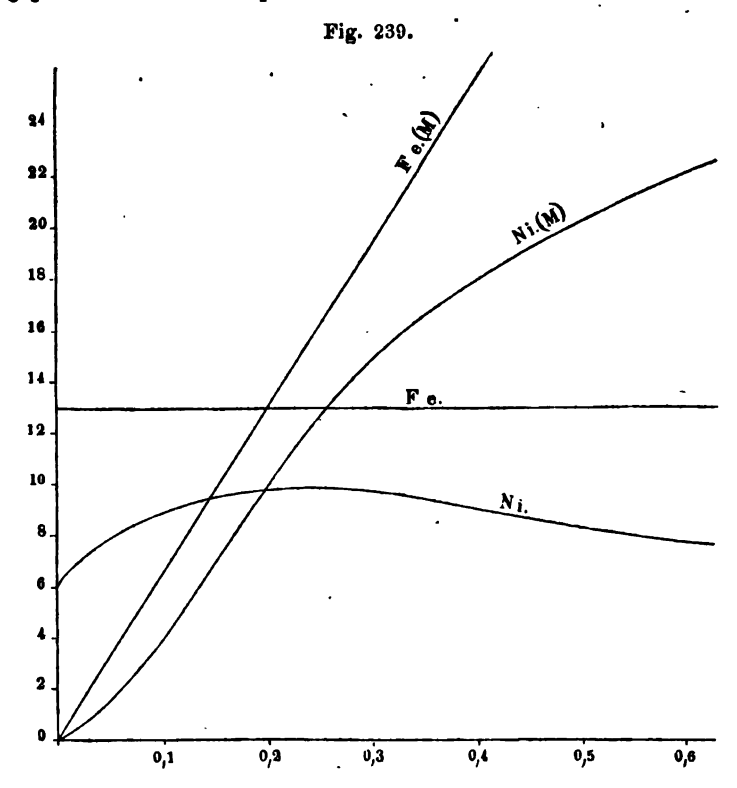
Das Verhältniss des Magnetismus der Stäbe zur magnetisirenden Kraft erreicht beim Eisen bei viel schwächeren Kräften ein Maximum (den Wendepunkt), als beim Nickel der ersten Sorte; und zwar liegen die Intensitäten hierbei für den Wendepunkt beim Eisen, bezw. beim Nickel nahe bei denen, die oben das Maximum und Minimum des Verhältnisses der in beiden Stäben erzeugten Magnetismen ergaben.

---

[1]) H. Becquerel, Compt. rend. **88**, 111; Ann. de Chim. et de Phys. [5] **16**, 227, 1879; Beibl. **3**, 369.

Beim Ausglühen nähern sich die Eigenschaften des Nickels und Eisens einander. Weiche Nickelstäbe der zweiten Sorte verhalten sich sehr nahe wie Eisen. — Die Unterschiede zwischen den Magnetismen des Eisens und Nickels sind um so grösser, je näher beide dem Sättigungspunkt sind. — Feilspäne verhalten sich bei sehr schwachen mag-

Fig. 239.



netisirenden Kräften nahe gleich. Bei höheren Temperaturen weichen sie wesentlich von einander ab.

Auch Gusseisen und Stahl sättigen sich schneller als weiches Eisen, entgegen den Resultaten des Verfassers.

Kobalt verhält sich ähnlich wie Nickel, nur scheint es bei der Sättigung mehr Magnetismus anzunehmen als das letztere.

Die Curven *Ni(M)* und *Fe(M)*, Fig. 239, geben die Zunahme der Momente des Nickels und Eisens mit wachsender magnetisirender Kraft, die Curven *Ni* und *Fe* die durch die Kräfte dividirten Momente nach Versuchen an der Drehwage mit einer viereckigen Nickelstange und einer gleich gestalteten Stange von schwedischem Eisen. Als Abscissen dienen die magnetisirenden Kräfte (die an einer Sinusbussole abgelesenen Intensitäten).

789 Sorgfältige Versuche über die Magnetisirung von Nickeldrähten haben Ewing und Cowan[1]) angestellt. Die 300 bis 400 cm langen, 0,068 cm dicken, harten und angelassenen Drähte wurden vertical mit ihrem oberen Ende östlich vor einem Spiegelgalvanometer aufgehängt und mit zwei Spiralen umgeben, durch deren eine ein den Erdmagnetismus neutralisirender Strom geleitet wurde. Der an einem Spiegelgalvanometer gemessene magnetisirende Strom wurde durch einen Zinkvitriolrheostaten langsam verändert. Die Drähte wurden dazwischen durch abwechselnd gerichtete, immer schwächere Ströme unmagnetisch gemacht. Dabei wurden die cyklischen Processe bei auf- und absteigender Magnetisirung nach beiden Richtungen untersucht und die Intensität $\mathfrak{J}$ der Magnetisirung und die magnetisirende Kraft $\mathfrak{H}$ in absoluten C-G.-S.-Einheiten bestimmt. Die Curven entsprechen denen bei Eisen, erst langsameres, dann schnelleres Aufsteigen von $\mathfrak{J}$, darauf Annäherung an ein Maximum und ebenso bei Abnahme der magnetisirenden Kraft und Umkehrung derselben, wobei bei der Abnahme die Momente wiederum stets grösser sind. Bei einem Draht von hartem Nickel vom Dimensionsverhältniss Länge / Durchmesser gleich 374 war die grösste Susceptibilität $(k) = 11,2$ bei $\mathfrak{H} = 24$ und $\mathfrak{J} = 270$ erreicht, wonach die Maximalpermeabilität $(\mu) = 142$ ist. Die in einem ganzen cyklischen Process durch doppelte Umkehrung der magnetisirenden Kraft von 100 C.-G.-S. erzeugte Energie E war 25400 Ergs. Das Maximum der magnetischen Induction $(\mathfrak{B}) = (4\pi\mathfrak{J} + \mathfrak{H})$ war 5380. Für $\mathfrak{H} = 104$ und $\mathfrak{J} = 420$ war der permanente Magnetismus $\mathfrak{J}_r = 299 = 0,70\,\mathfrak{J}$. Um denselben zu vernichten, war die Gegenkraft γ (nach Hopkinson die „Coërcitivkraft") $\gamma = 18,5$ erforderlich. Bei demselben Draht nach Anlassen in der hellen Rothgluth war $(k) = 23,5$ für $\mathfrak{H} = 9,5$, $(\mu) = 302$, $\mathfrak{J}_r = 284 = 0,71\,\mathfrak{J}$, $\gamma = 7,5$, also nur die Hälfte der früheren, $E = 11\,200$ Ergs. Dabei sinkt $\mathfrak{J}$ und noch mehr $\mathfrak{J}_r$. Es ist z. B.:

ohne Belastung			2 kg			12 kg		
$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{J}_r/\mathfrak{J}$	$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{J}_r/\mathfrak{J}$	$\mathfrak{H}$	$\mathfrak{J}$	$\mathfrak{J}_r/\mathfrak{J}$
5,7	15	0	5,5	14	0	7,7	8	0
11,1	41	0,34	10,6	34	0,23	12	13	0
25,6	276	0,78	25,2	169	0,63	29	30	0,07
59,8	386	0,73	71,8	353	0,60	115	135	0,18

Bei angelassenem Nickeldraht zeigt sich ein analoges Verhältniss.

790 Gaiffe[2]) hat nahe gleich gestaltete Platten von verschiedenen elektrolytisch abgeschiedenen Metallen, theils hart, theils geglüht, auch geschmiedet, gleichartig magnetisirt und darauf sogleich durch die Ablenkung α einer Magnetometernadel auf ihren permanenten Magnetismus geprüft, und dann nochmals nach den Zeiten $t = 36$ und 72 Stunden. So ergab sich α:

[1]) Ewing u. Cowan, Phil. Trans. Roy. Soc. London 179, 325, 333, 1888; Beibl. 13, 186. — [2]) Gaiffe, Compt. rend. 93, 461, 1881; Beibl. 5, 896.

	$t = 0$		$t = 36$		$t = 72$	
	Ni	Co	Ni	Co	Ni	Co
Harte Platte	2,15	5,30	1,45	5,00	1,30	4,45
Weiche Platte	5,20	11,00	3,30	9,30	3,05	9,00
Weiche und gehämmerte Platte .	7,00	14,45	6,00	14,00	5,30	13,30
Weich, magnetisirt, nochmals weich gemacht	—	—	—	—	0,05	1,55
Weich, magnetisirt u. gehämmert	—	—	—	—	0,25	6,00

Einige Stücke Kobalt nahmen mit der Zeit ohne weitere Behandlung eine stärkere Magnetisirung an. Vielleicht könnte der in den Metallen unmittelbar nach der elektrolytischen Darstellung enthaltene Wasserstoff die schwächere anfängliche Magnetisirkarkeit bedingen.

791 Die durch Ablenkung einer Magnetnadel gemessenen Momente M eines parallelepipedischen Stahlmagnetes und eines gleich gestalteten Nickelmagnetes, sowie die auf die Gewichtseinheit bezogenen Momente M_g derselben betragen nach Wild[1]) nach dem Magnetisiren mit einem sehr starken Elektromagnet:

Nickel	$M = 471 \cdot 10^4$	$M_g = 188\,000$
Stahl	$1104 \cdot 10^4$	$368\,000$

Für Wolframstahl ist M_g etwa 447 000 bis 594 000.

Nach zweitägigem Liegen hat der Nickelmagnet nur noch das Moment $M_g = 170\,000$, der Stahlstab 366 000, so dass der Nickelstab 10 Proc. an Kraft verlor, letzterer nur sehr wenig. Nach $2\frac{1}{2}$ Monaten hatte sich das Moment des Nickelstabes M_g um über 30 Proc. vermindert, das des Stahlmagnetes nur um etwa 3 Proc.

Bei der Magnetisirung durch eine Spirale beträgt der temporäre Magnetismus des Nickels etwa das Doppelte des permanenten, die Hälfte des temporären Magnetismus des harten Stahls und ein Viertel des temporären Magnetismus des weichen Eisens. Das Verhältniss des permanenten und temporären Magnetismus im Nickel ist etwa das gleiche, wie im harten Stahl.

792 Stäbe aus Nickel und Wolframlegirungen, welche einzeln in einer Spirale durch den Strom einer Dynamomaschine magnetisirt waren, hatten nach Untersuchung am Magnetometer die specifischen Magnetismen S (Moment dividirt durch die Masse):

[1]) Wild, Bullet. de St. Petersb. **10**, 439, 1877; Beibl. **1**, 418.

	Durchschnitt	S
Nickel	18 × 2,7 × 0,65 cm	1,23
Ni + 3 Proc. W	"	10,60
Ni + 4 Proc. W	"	10,40
Weicher Stahl	15 × 2,5 × 0,5 cm	7,46
Ni + 8 Proc. W	13 × 1,5 cm (achteckig)	5,25
Nickel	18 × 1,8 × 1,6 cm	1,05
Ni + 1 Proc. W	"	1,92
Ni + 2 Proc. W	"	1,70
Ni + 3 Proc. W	"	1,75
Ni + 6 Proc. W	"	1,15

Neue Magnetisirungen nach der Entmagnetisirung ergaben das gleiche Resultat. Wahrscheinlich ist der Unterschied der Nickellegirungen in beiden Reihen verschiedenen Härtegraden zuzuschreiben [1]).

Ein eigenthümliches Verhalten zeigt das natürlich vorkommende Nickeleisen von St. Catarina (Brasilien) [2]). Es wird sehr schwach vom Magnet angezogen; wird es aber zur Rothgluth erhitzt und abgekühlt, so ist es stark magnetisirbar. Mittelst der elektromagnetischen Wage ergiebt sich, dass es dabei etwa 20 mal mehr temporären Magnetismus annimmt als vorher und einem weichen Eisenstab von gleicher Gestalt fast gleich kommt. Auch nach wiederholtem Rothglühen und Ablöschen in Wasser bleibt es stark magnetisirbar. 793

Kleine, elektrolytisch auf einem Platindraht niedergeschlagene krystallinische Cylinder von Nickel zeigen ein ähnliches Verhalten, wenn man die schnelle Annäherung ihres temporären Magnetismus an das Maximum berücksichtigt; ähnliche Eisencylinder bleiben dabei unverändert.

Die Eigenschaften des Nickeleisens dürften dem Gehalt an Nickel zuzuschreiben sein, welches bei feiner Vertheilung ein grösseres temporäres Moment annehmen kann, als das Eisen. Die krystallinische Structur hindert vor dem Ausglühen die Magnetisirung. (Siehe auch Einfluss der Wärme auf die Magnetisirbarkeit.)

Beim Magneteisenstein ist nach E. Becquerel [3]) der durch eine gleiche magnetische Kraft erzeugte Magnetismus nur 0,48 von dem des Eisens. 794

Holz [4]) hat Stücke von Magneteisenstein und möglichst ähnliche Stücke von glasbartem Stahl in einer Magnetisirungsspirale der Einwirkung eines oft (100 mal in 50 bis 55 Secunden) unterbrochenen Stromes ausgesetzt und sowohl ihre temporären, als auch ihre permanenten

[1]) Trowbridge und Sheldon, Sill. Journ. [3] 38, 462, 1889; Beibl. 14, 194. — [2]) H. Becquerel, Compt. rend. 93, 794, 1881; Beibl. 6, 254. — [3]) E. Becquerel, Compt. rend. 20, 1708, 1845. — [4]) Holz, Wied. Ann. 5, 169, 1878.

Momente untersucht. Das permanente Moment des Magnetismus ist bei mittleren Kräften etwa 1,5 mal grösser als das des glasharten Stahls. Bei grossen Kräften ist das Verhältniss kleiner, der Magneteisenstein erreicht schneller sein Maximalmoment. Ein entgegengerichteter Strom hebt beim Magneteisen mehr permanenten Magnetismus auf als beim Stahl, so dass bei ersterem eine kleinere Kraft die Polarität umkehrt, als bei letzterem. — Dabei können indess die in den verschieden gut leitenden Massen des Stahls und Magneteisens inducirten Ströme wesentlich störend eingewirkt haben.

Nach Pacinotti[1]) sollen regelmässige Magnetitkrystalle nur temporäres, kein permanentes Moment annehmen können.

Nach den Versuchen von Abt[2]) nimmt der specifische Magnetismus des Moraviczaer Magnetes in Stabform mit der Länge der Stäbe zu, wie bei Stahl; indess ist die Zunahme kleiner. Bei kürzeren Stäben ist der des Magnetits daher grösser, bei längeren der des Stahls. — Bei kürzeren Stäben überwiegt der permanente Magnetismus des Magnetits bis zu sehr starken magnetisirenden Kräften den des Stahls, selbst bis zur Sättigung, wo er 1,87- bis 2,75 mal grösser ist. — Dieses Verhältniss nimmt mit wachsender magnetisirender Kraft erst bis zu einem Maximum zu, dann bis zum Sättigungspunkt des Stahls zu, dann bis zu dem des Magnetits ab und wird dann constant[3]). Zur Entmagnetisirung des Magnetits sind schwächere magnetische Gegenkräfte erforderlich, als zu der des Stahls.

795 Künstliches, nach Wöhler durch Fällen gemischter Eisenoxyd- und Eisenoxydullösungen dargestelltes Eisenoxydoxydulhydrat ist sehr stark magnetisirbar. In der Flüssigkeit suspendirt, aus der es gefällt ist, ballt es sich um einen hineingesenkten Magnetpol. Ebenso ist das durch Calciniren desselben oder durch schwaches Erhitzen von Eisenoxyd im Wasserstoffstrom auf 300° oder Erhitzen von kohlensaurem oder pyrophorsaurem Eisenoxydul erhaltene Eisenoxydoxydul stark magnetisirbar[4]).

Auch Magnetkies und künstliches Schwefeleisen können permanent magnetisirt werden[5]).

J. Anziehung von Eisen- und Stahlstäben durch Magnetisirungsspiralen und Magnetfelder.

796 Hängt man einen permanent magnetisirten Stab an einem Wagebalken über einer, mit ihrer Axe vertical gestellten Spirale vertical auf und leitet durch die Spirale einen Strom, so sind seine Wirkungen auf beide Pole des Magnetstabes entgegengesetzt und subtrahiren sich

[1]) Pacinotti, N. Cim. [3] 16, 275, 1845; Beibl. 9, 461. — [2]) Abt, Wied. Ann. 45, 80, 1892; 52, 749, 1894. — [3]) Entgegen Nolte. — [4]) Moissan, Compt. rend. 86, 600, 1878; Beibl. 2, 684. — [5]) Hatchett, Phil. Trans. 1804; Gilb. Ann. 25, 58.

von einander. Der Strom in der Spirale möge das permanente Moment des Stabes nicht ändern. Fliesst durch die Spirale der Strom (von oben gesehen) in der Richtung des Uhrzeigers, ist der untere, der Spirale nähere Pol des Magnetes ein Nordpol, so überwiegt die Wirkung der Spirale auf diesen Pol die auf den anderen Pol, der Magnet wird in die Spirale hineingezogen. Die Kraft hierbei kann bestimmt werden, indem man die Spirale in verschiedenen Höhen unter dem Magnet anbringt und den Wagebalken durch Gegengewichte bis zur horizontalen Einstellung belastet. Zuerst nimmt die Wirkung der Spirale bei Annäherung des Magnetes an dieselbe zu, dann aber, wenn der Magnet in ihr Inneres eintritt, nimmt sie ab, bis der Mittelpunkt des Magnetes auf halber Höhe der Spirale liegt. In dieser Lage sind die Kräfte, durch welche die beiden Pole des Magnetes nach den beiden Enden der Spirale gezogen werden, gleich gross. Wird der Magnet noch weiter gesenkt, so wird er im Gegentheil in die Höhe gezogen, so dass er die eben bezeichnete Stellung einzunehmen strebt, indem nun sein oberer Pol stärker nach oben, als sein unterer nach unten gezogen wird.

Diese Resultate ergeben sich aus den Betrachtungen des §. 250. Auch durch einige Versuche sind sie von v. Feilitzsch[1]) bestätigt worden. Er hängte einen kleinen, 23,678 g schweren Magnetstab von 101 mm Länge und 20,3 mm Durchmesser über einer Spirale von 126 Windungen Kupferdraht von 295 mm Länge und 129 mm innerem Umfang auf. In der folgenden Tabelle bezeichnet a den Abstand der Mitte des Magnetes von der Mitte der Spirale in Millimetern, g das bei der Anziehung des Magnetes durch die Spirale zum Aequilibriren des Wagebalkens erforderliche Gegengewicht in Milligrammen:

a	187	167	147	127	107	87	67	47	27	0,7	—1,3
g	190	382	493	474	313	115	32	16	11	2	—1

Befindet sich der Magnet in der Axe der Spirale, so ist er in labilem Gleichgewicht; sowie er ein wenig nach einer Seite ausweicht, so begiebt er sich an die ihm zunächst gelegene Stelle der Wand der Spirale, da die Windungen dann auch eine in dieser Richtung wirkende Componente der Kraft liefern[2]).

Ein bemerkenswerther Unterschied besteht hierbei zwischen einer Drahtspirale und einem hohlen Stahlmagnet. Stellt man die Spirale so auf, dass z. B. ihr Südpol nach oben gewendet ist, und senkt eine Magnetnadel von oben so hinein, dass sich ihr Südpol gleichfalls oberhalb befindet, so wird nach dem Vorigen die Nadel in die Spirale hinein- 797

[1]) v. Feilitzsch, Fernewirkungen des Stromes, S. 81. — [2]) Dass sich die Anziehung der Stahlmagnete bei gleicher Stromintensität nicht durch Erglühen der Spiralen ändert, ist von vornherein klar. Nur bei Eisendrahtspiralen zeigt sich ein derartiger Einfluss, da sich durch die Erhitzung die Magnetisirbarkeit der Spiralen selbst ändert. (Gore, Phil. Mag. [4] 90, 264, 1870; Carl's Repert. 6, 277, 1870.)

gezogen. Wird aber die Magnetnadel in ganz gleicher Weise in einen hohlen magnetisirten Stahlcylinder von etwa 1 dcm Länge und 6 bis 8 mm innerem Durchmesser, dessen Südpol gleichfalls nach oben liegt, eingeschoben, so wird sie im Gegentheil aus dem Magnet hinausgestossen [1]). Der Grund dieses verschiedenen Verhaltens ist, dass der hohle Magnet sich wie ein System von neben einander im Kreise herum liegenden Solenoiden verhält, also durchaus nicht mit einem geschlossenen Kreisstrom parallelisirt werden kann.

798 Stellt man eine von einem galvanischen Strom durchflossene Spirale mit ihrer Axe vertical auf und senkt in sie einen an dem einen Arm eines Wagebalkens hängenden Eisenstab, so wird er in der Richtung der Axe der Spirale temporär magnetisch. In Folge dessen wird er in die Spirale hineingezogen.

Ist die Intensität des Stromes sehr gross, so kann diese Anziehung selbst den Zug der Schwerkraft auf den Stab überwinden. Der Stab vermag ohne Unterstützung in der Spirale frei zu schweben. Er bleibt dabei nicht in ihrer Mitte, wie man früher glaubte, sondern legt sich, wie ein Stahlmagnet, gegen die Seitenwand der Spirale (vergl. §. 796) [2]).

799 Die Messung der Anziehung von Eisenstäben durch eine ihrer Axe concentrische, vom Strom durchflossene Spirale bestätigt im Allgemeinen die Sätze, welche wir in Betreff des temporären magnetischen Momentes aufgestellt haben. Solche Versuche sind namentlich von Hankel [3]) in folgender Weise ausgeführt worden:

An den einen Arm eines Wagebalkens wurde eine Spirale von 91,2 mm Länge, 55,8 mm innerem und 91,2 mm äusserem Durchmesser, welche aus zwei gleichen und parallelen, übersponnenen Kupferdrähten gewickelt war, so aufgehängt, dass ihre Axe vertical war. Die Enden der Drähte der Spiralen tauchten in Quecksilbernäpfe, vermittelst welcher der Strom einer Grove'schen Säule hindurchgeleitet wurde. Die Intensität I desselben wurde durch eine Sinusbussole gemessen. Unter der Spirale wurden verschieden lange und dicke Eisenstäbe vertical aufgestellt, gegen welche sie hingezogen wurde. Die zum Einstellen der Wage erforderlichen Gewichte geben ein Maass für die Anziehung.

Die Richtung des Stromes in der Spirale wurde gewechselt, so dass die halbe Summe S beider Versuche in Folge der Magnetisirung die durch den Strom bewirkte Anziehung allein, die halbe Differenz D die Wir-

---

[1]) Poggendorff, Pogg. Ann. 74, 230, 1848. — [2]) Barlow, Elektromagnetismus in Encyklop. Metrop. S. 30. Dove, Rep. 1, 263. Alle diese Resultate sind ziemlich complicirt und kaum zu berechnen, da sich die Eisenstäbe in einem ungleichartigen Magnetfelde befinden. Wir geben deshalb nur einige empirische Resultate, welche für die Construction elektromagnetischer Wagen, Bogenlampen u. s. f. einen gewissen Werth haben. — [3]) Hankel, Ber. d. k. sächs. Gesellsch. 1850, S. 78.

kung der Spirale auf die im Stabe durch den Erdmagnetismus erzeugte Magnetisirung ergab.

Der durch den Strom in der Spirale hervorgerufene Magnetismus M des Stabes wächst innerhalb gewisser Grenzen nahezu proportional der Intensität des ersteren, der durch die Wirkung der Erde darin erzeugte Magnetismus m ist davon unabhängig. Da nun die Anziehung oder Abstossung der Stäbe dem Producte ihrer Magnetismen mit der Intensität der die Spirale durchfliessenden Ströme proportional ist, so muss der dem Magnetismus M entsprechende Werth der Anziehung S dem Quadrat der Stromintensität I, die durch den Magnetismus m erzeugte Anziehung oder Abstossung D der Intensität I direct proportional sein.

Dies zeigt u. a. folgende Tabelle, in welcher die der Intensität $I = 1$ entsprechenden Werthe von S und D gleich 1 gesetzt worden sind:

I	1	0,540	0,081
$\sqrt{S}$	1	0,542	0,087
D	1	0,621	0,083

Auch als unter den Eisenstab noch eine feste Spirale gestellt wurde, welche der an der Wage hängenden Spirale gleich war und in gleichem Sinne, wie jene, von demselben Strom durchflossen war, war die Anziehung dem Quadrat der Stromintensität proportional.

Wurde der Strom, statt durch den einen der die Spirale bildenden Drähte, durch beide hinter einander geleitet, so war die Anziehung bei gleicher Stromstärke viermal so stark.

1. Die Anziehung eines Eisenstabes durch eine vom Strom durchflossene Magnetisirungsspirale ist also dem Quadrat der Intensität des Stromes und dem Quadrat der Windungszahl der Spirale nahezu proportional, so lange der Magnetismus des Stabes sich noch nicht dem Maximum nähert. — Dieses Resultat ergaben auch analoge Versuche von Dub[1]).

800

Wurde die Spirale an der Wage in verschiedenen Höhen über einem Eisenstab von 815 mm Länge und 29,7 mm Dicke aufgehängt, so war die Anziehung ein Maximum, als etwa der obere Rand der Spirale mit dem oberen Rand des Eisenstabes zusammenfiel oder sich ein wenig über dem letzteren befand. Indess ist hierauf sowohl die Länge des Stabes, wie die der Spirale von Einfluss.

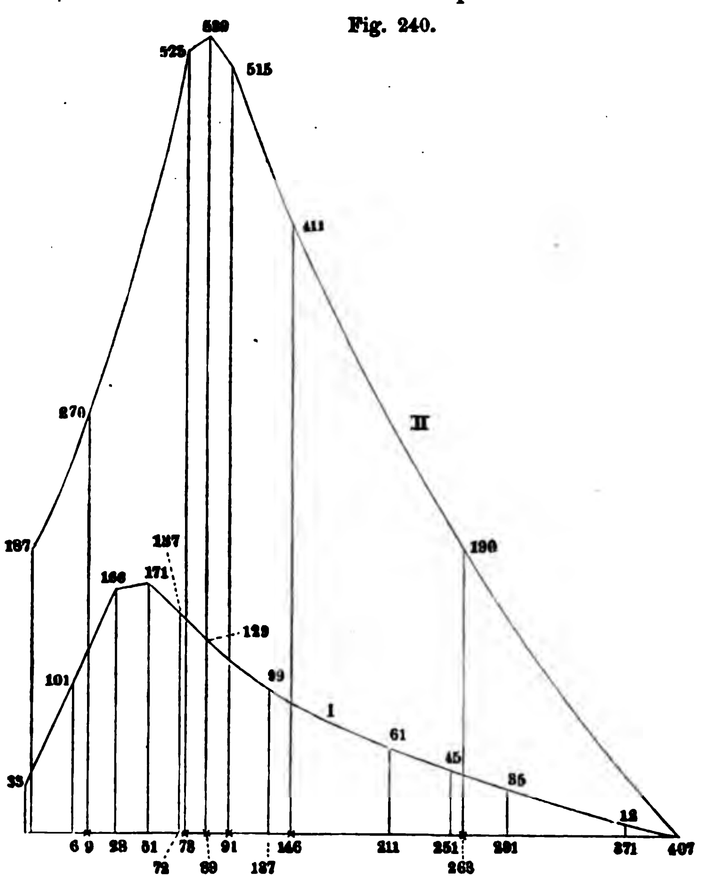
Die Fig. 240 (a. f. S.) zeigt dieses Verhalten bei der beschriebenen Spirale (I) und einer zweiten (II) doppelt so langen. Als Abscissen sind die Abstände des oberen Endes des Eisenstabes von der Mitte der darüber hängenden Spirale verzeichnet, wobei sie für die zweite Spirale auf die Hälfte reducirt sind; als Ordinaten sind die Anziehungen der Spiralen durch den Eisenkern verzeichnet.

---

[1]) Dub, Pogg. Ann. 90, 255, 1853.

Im Allgemeinen senkt sich der Eisenstab bei dem Maximum der Anziehung um so weiter in die Spirale ein, je länger er im Verhältniss zu ihr ist. Wurde auch bei diesen Versuchen eine feste, der ersten gleiche Spirale ebenso weit unter dem Eisenstabe befestigt, wie die an der Wage hängende sich darüber befand, so war die Anziehung im Maximum, als sich die äusseren Ränder der Spiralen mit den Enden des

Fig. 240.



Stabes in gleicher Höhe befanden; wurden die Spiralen gegen die Mitte des Stabes geschoben, so nahm die Anziehung erst ab, und dann wieder bis zu einem Maximum zu.

801 Bei zwei Eisenstäben von gleicher Länge (815 mm) und verschiedenen Durchmessern (29,7 mm und 14,8 mm), unter denen noch eine feste Spirale aufgestellt war, ergaben sich die Anziehungen der an der Wage hängenden Spirale bei drei verschiedenen Stellungen *A*, *B*, *C* der Spiralen, bei denen sie immer weiter entfernt wurden (die in Klammern befindlichen Zahlen geben das Verhältniss der betreffenden Werthe):

d	const. $\sqrt{d}$	A	B	C
29,7	(1)	199 (1)	149 (1)	154 (1)
14,8	(0,7)	133 (0,66)	107 (0,72)	114 (0,78)

Aehnliche Resultate folgen aus anderen Versuchen.

2. Die Anziehung ist also nahezu proportional der Quadratwurzel aus dem Durchmesser der Stäbe. Dies hat Dub aus Hankel's Versuchen berechnet.

Dub[1]) hat gleichfalls Eisenstäbe von verschiedener Länge l und Dicke d vertical über der Mitte einer $1^3/_4{}''$ weiten und ebenso hohen Spirale von 192 Drahtwindungen an einer Wage so aufgehängt, dass die untere Fläche der ersteren mit dem unteren Rande der letzteren zusammenfiel. Beim Aequilibriren durch Gewichte G, nachdem Ströme durch die Spirale geleitet worden waren, deren Intensität I aus dem Ausschlage der Nadel der Tangentenbussole berechnet wurde, ergab sich: 802

d	$l = 6''$ $I = 404$		$l = 6''$ $I = 624$		$l = 12''$ $I = 624$	
	g	$g/\sqrt{d}$	g	$g/\sqrt{d}$	g	$g/\sqrt{d}$
$^1/_2{}''$	3 g	2,12	9	6,3	11,5	8,013
$^3/_4{}''$	4,4	2,54	11,9	6,8	14	8,092
$1''$	5	2,5	13	6,5	16	8
$1^1/_2{}''$	7	2,85	18	7,3	21,5	8,7

Auch hier bestätigt sich das oben ausgesprochene empirische Gesetz unter gewissen Beschränkungen.

Als Hankel an das eine Ende des Wagebalkens hufeisenförmige Eisenstäbe von etwa 800 mm Länge und 28,4 oder 15,8 mm Dicke hängte und ihre beiden Schenkel in zwei gleiche, von demselben Strom durchflossene Drahtspiralen einsenkte, fand er viel stärkere Anziehungen, als wenn beide Spiralen nur in gleicher Weise über die Enden eines geraden Stabes von denselben Dimensionen geschoben waren, und zwar war die Differenz in beiden Fällen um so grösser, je weiter die Spiralen von den Enden der Stäbe entfernt waren. Bei gleicher Stellung der Rollen für die beiden Hufeisen ergaben sich die Anziehungen g: 803

[1]) Dub, Pogg. Ann. 90, 255, 1853.

d	g	$g/\sqrt{d}$
28,4	206	12,2
15,8	141	11,2

also wiederum ein nahezu den Wurzeln der Durchmesser entsprechendes Verhältniss der Anziehungen.

Dass alle diese Resultate mit Ausnahme des ad 1 angeführten in Folge der ungleich starken magnetisirenden Einwirkung der Spiralen auf die Eisenstäbe u. s. w. nur eine specielle, innerhalb enger Grenzen gültige Bedeutung haben, folgt aus den an anderen Orten gemachten Bemerkungen.

804 Einige weitere empirische Resultate sind von St. Loup [1]) beobachtet worden. Cylindrische Eisenkerne wurden mit ihren Axen vertical in conaxiale Spiralen eingehängt, welche höher und nieder gestellt werden konnten. Der Verticalabstand der Mitten der Kerne und Spiralen sei gleich c. Die Kerne waren an einem Hebel aufgehängt und durch Gegengewichte äquilibrirt. Ihre Anziehung durch die Spiralen wurde durch die Gewichte bestimmt, welche sie im Gleichgewicht hielten. Die Stromintensität war überall die gleiche. Bei kurzen Spiralen (von 14 mm Höhe, 37 bis 177 mm Durchmesser) nimmt hiernach die Anziehung gegen die Eisenkerne bei gleicher Stromintensität mit wachsendem Durchmesser der Spiralen ab, und zwar in einem, je nach dem Abstande c variablen Verhältnisse. Der Abstand c, für den die Wirkung des Kernes ein Maximum ist, ist um so grösser, je kleiner der Durchmesser ist. Mit wachsendem Abstande c wächst unter sonst gleichen Verhältnissen die Anziehung zuerst proportional c fast bis zu ihrem Maximum; dann nimmt sie erst sehr schnell und allmählich immer langsamer ab. Auch die Dicke der Kerne ist hierauf von Einfluss.

Mit wachsender Länge der Kerne nähert sich die Maximalanziehung einer Constanten. Sie wird bei allen Kernen erreicht, wenn etwa $c = 1$ cm ist. Die gesammte Arbeit bei der Bewegung des Kernes (gemessen durch den Flächenraum der Curve, deren Abscissen die Werthe c, deren Ordinaten die Anziehungen sind) wächst bei gleichem inneren (17 mm) und verschiedenem äusseren (37 bis 177 mm) Durchmesser der Spiralen und gleichem Kerne nahezu proportional der Länge des Drahtes; sie nimmt mit wachsender Länge der Kerne schnell zu und nähert sich dabei einer Constanten.

Mit wachsender Länge der Kerne muss man, um das Maximum der Arbeit zu erhalten, auch die Höhe der Spiralen vergrössern.

Bei Spiralen, welche die Kerne gerade umschliessen, wächst bei gleicher Höhe und Drahtlänge (wo also die Windungszahl mit wachsendem Durchmesser abnimmt) die Arbeit mit dem Durchmesser des Stabes bis zu einem Maximum und nimmt dann wieder ab.

---

[1]) St. Loup, Ann. de l'école normale 7, 181, 1870.

Bei gleichbleibender Spirale und verschiedenen Kernen nimmt die Anziehung zu, bis der Durchmesser des Kernes dem inneren Durchmesser der Spirale gleich ist.

Nach Böttcher[1]) ist bei gleicher Länge der Spirale und des Eisenkernes das Maximum der Anziehung erreicht, wenn der Kern mit $^3/_4$ seiner Länge, bei doppelter Länge des Kernes, wenn er mit $^1/_2$, bei dreifacher Länge, wenn er mit $^1/_3$ seiner Länge in die Spirale hineinragt. 805

Nach Křizik liegt das untere Ende cylindrischer Eisenkerne, welche kürzer als die Hälfte der Spirale sind, beim Maximum der Anziehung oberhalb des Halbirungspunktes der Spirale, bei längeren Kernen rückt das untere Ende immer mehr gegen den unteren Rand der Spirale vor.

Bei conischen Eisenkernen geschieht dies schneller und der Maximalpunkt der Anziehung liegt viel tiefer als bei cylindrischen Kernen. 806

Bei beiderseits conischen Kernen ist die Curve der relativen Anziehungen die gleiche, wie für einen cylindrischen Kern, auch bei verschiedener Länge derselben; die Anziehung bleibt, wie Křizik[2]) angab, fast auf seiner halben Länge constant[1]), was Bruger[3]) widerlegt.

Bei einfach conischen Kernen steigt die Anziehung nach Křizik[2]) bei weiterem Einsenken des Kernes erst schnell und nimmt dann langsam ab, während cylindrische Kerne sich umgekehrt verhalten wie conische.

Bei conischen, am Ende verdickten Kernen kann die Curve zwei Maxima haben; ist der Kern unten cylindrisch, so kann die Anziehung sich statt des zweiten Maximums auf einer ganzen Strecke gleich bleiben. Der Nullwerth der Anziehung ist nach Bruger[3]) erst erreicht, wenn die Mitte der Spirale mit einem gegen das dickere Ende des Conus liegenden Querschnitt desselben zusammenfällt.

Kerne aus einem Cylinder und zwei Kegeln haben zwei Anziehungsmaxima; die Anziehungscurve ändert sich nach Bruger mit der Stromstärke[2]). Kerne, welche sich gegen das eine Ende verdicken und mit zwei Wülsten versehen sind, deren einer am dünnen Rande des Kernes, deren anderer um die Länge der Spirale davon entfernt ist; nach Bruger zeigen bei Verschiebungen um $^1/_3$ bis $^1/_2$ ihrer Länge nur etwa um 5 Proc. verschiedene Anziehungen, namentlich je bei einer bestimmten Stromstärke.

Diese Resultate haben bei der Construction elektrischer Lampen eine gewisse technische Bedeutung.

Die Stromstärke, welche erforderlich ist, um einen Eisenkern in einer Magnetisirungsspirale schwebend zu erhalten, ist von 807

---

1) Böttcher, Centralbl. f. Elektrotechnik 6, 324, 1884; Beibl. 8, 599. — 2) Křizik, Centralbl. f. Elektrotechnik 8, 136, 162; Beibl. 9, 539. — 3) Bruger, Elektrotechn. Ztschr. 7, 199, 245, 1886; Beibl. 10, 516.

v. Waltenhofen [1]) bestimmt worden, indem er den mit einer Glasröhre umgebenen Eisenkern erst durch einen stärkeren Strom zum Schweben brachte und letzteren dann so lange schwächte, bis der Kern hinabglitt. Die Intensität des Stromes wurde an einer entfernten Tangentenbussole abgelesen. Die Versuche wurden bei entgegengesetzter Stromrichtung wiederholt. Die durch verschiedene Stromintensitäten erzeugten Momente der Spirale x für sich, sowie der in ihrer Mitte befestigten Eisenkerne m wurden durch Ablenkung einer ihnen in ostwestlicher Richtung gegenübergestellten Nadel gemessen. Bezeichnen in beifolgender Fig. 241 die Abscissen die Momente der Spirale (von 182 mm Länge, 30 mm Weite und 30 Drahtlagen von je 48 Windungen), die Ordinaten der drei Curven A, G, H die entsprechenden Momente dreier Eisenstäbe in ihnen, deren Gewichte sich wie 1 : 4 : 9 verhalten (von 190 mm Länge und 130,70, 67,78, 9,66 g Gewicht), so sind die Momente, bei denen sich die Stäbe in der Spirale schwebend erhalten, durch die Ordinaten der Punkte α, γ, η bezeichnet, welche nahezu in einer geraden Linie liegen. Je enger und länger die Magnetisirungsspirale ist, desto mehr steigen die zum Schweben der Stäbe erforderlichen Momente mit wachsendem Gewichte derselben an, desto stärker ist also jene gerade Linie gegen die Abscissenaxe geneigt. Je weicher die Stäbe sind, desto mehr verschiebt sie sich sich selbst parallel gegen den Coordinatenanfangspunkt; ebenso wenn die Stäbe sich stärker in den Spiralen reiben.

Fig. 241.

Im Allgemeinen ist, wenn G das Gewicht des Eisenkernes ist, das zum Schweben desselben erforderliche Moment der Spirale x und des Stabes m durch die Gleichung

$$G = k \,.\, xm$$

gegeben, wo k eine von der Form der Spirale und des Kernes abhängige Constante ist. Bei Stahl- und Eisenstäben von gleicher Dicke und gleichem Gewichte ist also unter sonst gleichen Verhältnissen der Werth der zum Schweben erforderlichen Stromstärke x ein Maass für die Härtegrade der Stäbe, da mit dieser sich ihr von x abhängiges Moment m ändert.

808 Hängt man nach v. Waltenhofen [2]) an die Enden eines Wagebalkens einen massiven Eisencylinder von etwa 14 mm Durchmesser,

[1]) v. Waltenhofen, Pogg. Ann. 141, 407, 1870; Sitzungsber. d. Wien. Akad. [2] 62, 438, 1870. — [2]) Ebendas. Sitzungsber. d. Wien. Akad. 62 [2], 438, 1870; Carl's Repert. 6, 305, 1870.

103 mm Länge und 128 g Gewicht und ein gleich langes, hohles Eisenrohr von etwa 17 mm Durchmesser und 24 g Gewicht, äquilibrirt beide durch Gegengewichte und senkt sie etwa zur Hälfte in zwei daruntergestellte, ganz gleiche Magnetisirungsspiralen von etwa 91 mm Höhe, 30 mm Breite und 144 Windungen von 3 mm dickem Kupferdraht, durch welche man denselben Strom hinter einander leitet, so sinkt bei stärkeren Strömen (von zwei Bunsen'schen Elementen) der massive Stab, bei schwächeren aber das Rohr in die untergestellte Magnetisirungsspirale, da im letzteren Falle das Moment des Rohres grösser ist, im ersten Falle aber, wo schon in dem Rohre die Annäherung an das Maximum erfolgt ist, das Moment des Stabes noch ansteigt. Es ist hierbei durch besondere Versuche festzustellen, wie tief der massive und hohle Cylinder in die untergestellten Spiralen hineinragen müssen.

809 Einige weitere Versuche hat Cazin[1]) angestellt. Cylindrische Eisenröhren werden unter einem kreisförmigen, an der elektrodynamischen Wage (§. 64) horizontal aufgehängten Leiter conaxial in verticaler Lage aufgestellt und derselbe Strom wird nach einander durch den Leiter und die die Cylinder umgebenden Spiralen geleitet. Zuerst wird die Abstossung ohne Anwendung der Spirale beobachtet und die Wirkung des Kernes auf den aufgehängten Leiter durch einen zweiten, über dem Elektromagnet aufgestellten kreisförmigen Leiter compensirt. Darauf wird die Spirale in den Schliessungskreis eingefügt. Dann entspricht bei gleicher Stromintensität die Differenz der Abstossungen der Spirale allein und der Spirale mit dem Kerne dem Magnetismus des Kernes.

Bei 42 cm langen Röhren von 40, 35, 30, 25, 20 mm Durchmesser, von 0,45, 0,75, 0,80, 4,7, 9,0, 40,0 mm Dicke und Stromintensitäten, die sich innerhalb der Grenzen 7530 : 22063 änderten, wurde der Magnetismus der Eisenkerne durch die empirische Formel

$$m = AiS(1 - B^r)e^{e/s} \, arctg \, Cie^{-e/s}$$

ausgedrückt, wo r den Radius, e die Dicke der Röhrenwandungen in Decimetern, i die Stromintensität bezeichnet. Ist die Spirale von 480 Windungen 16 cm hoch, und befindet sie sich in der Mitte der Kerne, so sind $log\, A = 5,92229$, $log\, B = 2,83950$, $log\, C = 1,50114$; sind zwei solche Spiralen über einander gestellt, so ist $log\, A = 5,80368$. Der nicht ganz exact als Polabstand bezeichnete Werth ist im ersten Falle $a = 1,6$, im zweiten 1,7 dcm. Bei einer Röhre von 304 mm Länge, 5 cm Durchmesser und 4,7 mm Dicke wird bei der ersten Spirale $log\, A = 5,78964$ und $a = 1,2$ dcm.

Als Einheit der Kraft ist das Decigramm, als Einheit der Länge das Decimeter, als Einheit des Magnetismus die Menge, welche im Abstande eines Decimeters auf eine gleiche Menge mit der Kraft eines

[1]) Cazin, Compt. rend. 74, 733, 1872; 75, 261, 1872.

Decigramms wirkt, als Einheit der Stromintensität ein Strom genommen, der in einer Secunde 1 mg Wasserstoff entwickelt.

Für $r = 1$, $e = 1$ und $i = 1$ wird

$$m_0 = A(1 - B)\, arctg\, C = 3{,}75.$$

Diesen Werth nennt Cazin den specifischen Magnetismus des Eisens.

200 Eisendrähte von 42 cm Länge und 3 mm Durchmesser, vereint zu einem 8 cm dicken, röhrenförmigen Bündel, gaben einen Magnetismus, welcher $^{16}/_{19}$ von dem einer gleich weiten und gleich schweren Eisenröhre war.

Wurden 16 cg Eisen galvanoplastisch auf die äussere Oberfläche eines 42 cm langen und 8 cm dicken Kupfercylinders niedergeschlagen, so war der Magnetismus nahezu derselbe, wie der berechnete Werth (0,16 statt 0,167). Ein auf ähnliche Weise erhaltener 0,748 mm dicker Niederschlag von Nickel zeigte nur einen $^1/_8$ so starken Magnetismus, wie eine entsprechende Eisenschicht.

810 Dub[1]) hat die Anziehung geprüft, welche ein nach Art der Guillemin-Romershausen'schen Elektromagnete geformtes Eisenstück durch eine Spirale erfährt. Aus einem $^1/_8''$ dicken Eisenblech wurde ein 4″ weiter und 6″ hoher Cylinder geformt und derselbe an dem einen Ende durch einen Boden von gleichem Blech geschlossen. In die Mitte des Bodens konnte ein 1″ dicker und 6″ langer Eisenstab eingeschraubt werden, welcher seiner ganzen Länge nach mit einer Drahtspirale umgeben wurde. In diese Glocke mit dem Kerne wurde eine Spirale von 160 Windungen Kupferdraht von $1^3/_4''$ innerem und $3^1/_2''$ äusserem Durchmesser hineingezogen, durch welche der gleiche Strom floss, wie durch die Spirale um den Eisenstab. Die Anziehung durch den Cylinder mit dem Stabe war etwa dreimal so gross, als die durch den Cylinder allein. Ist das Blech des Cylinders zu schwach, so vermindert sich die Anziehung.

Ersetzt man den Apparat durch ein einfaches Hufeisen, auf dessen einen Schenkel, oder durch ein ⊓⊓förmiges Stück Eisen, auf dessen mittleres Stück die Spirale hinaufgezogen wird, so ist die Anziehung zwar stärker wie bei einem einfachen Eisenkerne, aber nicht so stark wie bei dem Glockenmagnete.

Mit der Dicke des Eisenstabes in der Glocke nimmt die Anziehung zu; ebenso ist sie um so grösser, je enger die Glocke die Spirale umgiebt. So ergab sich u. a. die Anziehung *a* bei 3′ langen Stäben von verschiedenen Dicken *d* mit einer ebenso langen Glocke und einer Spirale von 900 Windungen:

d	4	6	8″
a	65	98	125 Pfd.

1) Dub, Pogg. Ann. **94**, 573, 1855.

Ebenso war die Anziehung einer Spirale gegen verschiedene Stäbe mit und ohne Glocke:

	Ohne Glocke		Mit Glocke	
	6″ Länge	12″ Länge	6″ Länge	12″ Länge
Eisenstab $^3/_4$″ dick	16 g	20 g	35 g	40 g
Eisenstab 1″ dick	20	24	48	53
Eisenstab $1^1/_2$″ dick	29	34	69	79
Hufeisen mit 1″ dicken, $2^1/_3$″ von einander abstehenden Schenkeln	33	50	—	—
Dreizack	33	57	—	—

Die Anziehung ist also annähernd den Durchmessern der Stäbe proportional und wächst mit der Länge derselben.

Wurde der Eisenstab hierbei mit einer fest mit ihm verbundenen Spirale umgeben, und der Strom hinter einander durch letztere und die den Stab anziehende Spirale geleitet, so ergab sich keine Vermehrung der Anziehung.

In etwas anderer Weise hat Marianini Sohn[1]) diese Versuche ausgeführt, indem er einen Eisenstab in eine Spirale hineinziehen liess, welche er mit einer Eisenhülle umgeben hatte. Die Anziehungen betrugen bei zwei verschiedenen Stromintensitäten:

ohne Hülle	10,8 g	mit Hülle	36,0 g
„ „	114,5 g	„ „	253,1 g

Anders wie längere Eisencylinder verhalten sich nach v. Feilitzsch[2]) dünne Eisenplatten. 811

Hängte er eine solche Eisenplatte von 62 mm Durchmesser und 16,6 g Gewicht horizontal an dem einen Ende eines Wagebalkens in einer nur 20 mm hohen, mit ihrer Axe vertical gestellten Spirale von 80 mm innerem und 110 bis 155 mm äusserem Durchmesser frei auf, so stellte sie sich nicht, wie ein längerer Eisenstab, in der Mitte derselben in eine stabile Gleichgewichtslage ein, sondern diese Gleichgewichtslage war labil; die Platte hob sich über oder senkte sich unter die Spirale, bis sie etwa 12 bis 13 mm über oder unter ihrer Mitte eine stabile Gleichgewichtslage angenommen hatte.

War die Eisenplatte nicht genau centrirt und konnte sich nach der Seite bewegen, so lehnte sie sich an die innere Wand der Spirale an. Wurde der Platte in ihrer unteren Gleichgewichtslage eine gleiche Eisenplatte conaxial und parallel genähert, so wich sie von derselben zurück

[1]) Marianini Sohn, Cosmos 1, 213; Dingl. J. 125, 465, 1852. — [2]) v. Feilitzsch, Pogg. Ann. 92, 538, 1854; Fernewirkungen S. 141.

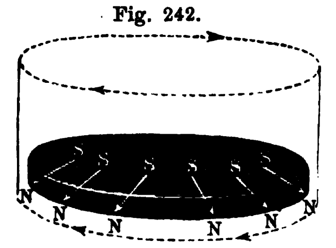
und ging durch die Spirale in die obere Gleichgewichtslage über. Es findet also scheinbar eine Abstossung der gleich magnetisirten Platten statt.

Die abstossende Wirkung der Eisenplatten war selbst bei Anwendung eines Stromes von zwei Grove'schen Elementen äusserst gering (kaum $^1/_{140}$ Loth [1]).

812 Der Grund dieses abnormen Verhaltens ist nach meinen Versuchen der folgende [2]):

Befindet sich die Eisenplatte in der Mitte der Spirale, so ist wegen ihrer grossen Kürze das Moment ihrer mittleren Theile verhältnissmässig gering gegen das der Theile an ihrem Rande. In der Mitte der Spirale werden alle Molecüle der Platte so magnetisirt, dass ihre Axen der Axe der Spirale parallel sind. Die Platte verharrt in Folge dieser Polarität der Theilchen wie ein in der Axe befindlicher Magnet in der Mitte der Spirale und strebt nur in Folge der seitlichen Anziehung der Spiralwindungen, sich gegen ihre innere Fläche zu legen. Wird aber die Platte ein wenig nach dem einen Ende der Spirale gerückt, so wirkt die elektromagnetische Scheidungskraft auf die in der Nähe des Randes der Platte gelegenen, also am stärksten magnetisirten Theile nicht mehr parallel der Axe der Spirale. Die magnetischen Axen der Theile nehmen daselbst eine gegen die Axe der Spirale geneigte Stellung an. Indem die unmittelbar am Rande und nahe demselben befindlichen, in dieser Weise magnetisirten Theile gegenseitig auf einander wirken, wird die Neigung ihrer Axe gegen die Axe der Spirale noch grösser, als durch den Einfluss der Spirale allein.

Fig. 242.



Die Polarität der Platte stellt sich hierdurch wie in Fig. 242 her, wie sich auch direct durch die Anziehung und Abstossung derselben beim Annähern eines Magnetpoles an die Ränder und die Mitte zeigen lässt. In Folge der elektromagnetischen Wirkung der Spirale auf die durch ihre Wechselwirkung mit ihren Axen stark geneigten magnetischen Theile am Rande der Platte bewegt sich dieselbe gegen das Ende der Spirale hin. Dabei nehmen die Axen der magnetischen Theile an den Rändern immer mehr die radiale Richtung an und wächst die elektromagnetische Wirkung, bis die Platte so weit vorgeschritten ist, dass die Wirkungen der Spirale auf die in der Richtung ihrer Axe schwach magnetisirten mittleren Theile und auf die Randtheile der Platte einander gleich sind.

---

[1]) Dub, Pogg. Ann. **105**, 54, 1858; Elektromagnetismus S. 223. — [2]) G. Wiedemann, Galv. 2. Aufl. **2** [1], §. 424, 1874. Wiederholter Nachweis der Polarität von Jabloschkoff und Du Moncel, Compt. rend. **84**, 1434, 1877; Beibl. **1**, 425.

Nähert man der Platte von unten eine zweite, so wird sie durch die Spirale ebenso magnetisirt; die Platten haben an den Rändern gleiche Polarität, sie stossen sich ab, indem wiederum die Wirkung ihrer schwach magnetisirten mittleren Theile gegen die Wirkung ihrer Ränder zurücktritt; zugleich wird durch die Wechselwirkung der Platten auf einander die radiale Richtung der magnetischen Axen ihrer Randtheile ein wenig vermindert, und die bewegliche Platte wird nicht mehr mit der früheren Stärke von der Spirale abgestossen; sie bewegt sich durch diese doppelte Ursache in dieselbe hinein und geht durch das Beharrungsvermögen in ihre zweite, obere Gleichgewichtslage über.

Bei längeren Stäben kann dieses Verhalten nicht hervortreten, da ihre in der Richtung der Axe der Spirale auf einander folgenden Molecüle, selbst wenn ihre Axen durch die magnetisirende Kraft allein nicht parallel der Spiralaxe gestellt werden, doch durch ihre gegenseitige Einwirkung diese Lage nahezu annehmen. Dann tritt die gewöhnliche Anziehung der Spirale gegen die Stäbe ein.

Nicht begründet ist es, wenn v. Feilitzsch aus diesen rein secundären Resultaten schliesst, dass ein eisenmagnetischer Querschnitt von einem Magnete oder einem anderen, ihm gleichen Querschnitte zurückweichen muss, wenn beide einander die befreundeten Pole zukehren.

In der That hat Dub beobachtet, dass eine in einer Spirale befindliche dünne Eisenplatte in allen Fällen durch einen 2'' dicken, 6'' langen Eisenkern angezogen wird, wenn die Polfläche des letzteren der Eisenplatte genähert wird, und zwar mit einer Kraft, welche etwa 200 mal so gross ist, als die bei obigen Versuchen beobachtete Abstossung.

Ebenso wie Eisenstäbe in Spiralen hineingezogen werden können, kann dies auch in Magnetfelder von Magneten geschehen. Es kann dies einmal stattfinden, indem die Stäbe in axialer Richtung mit dem einen Ende dem einen Pole eines Magnetes genähert werden, oder bei einem Magnet mit zwei Halbankern mit dem einen Ende durch die axiale Durchbohrung des einen Halbankers in das Magnetfeld zwischen den Halbankern geschoben werden. Sodann können sie auch in äquatorialer Richtung mit dem einen Ende in das letztere hineingebracht werden. Im ersten Falle werden die Stäbe longitudinal, im zweiten bei ganz symmetrischer Lage zu den Polen transversal magnetisirt. Beide Male werden die magnetischen Stellen der Stäbe von den Orten geringerer Feldstärke zu denen grösserer Feldstärke hingezogen. Nur in einem ganz gleichartigen Magnetfelde wären sie im Gleichgewicht. 813

Quincke[1]) hat auf diese Weise horizontale cylindrische Eisenstäbe von 400 bis 700 cm Länge an zwei verticalen Fäden aufgehängt, so dass

[1]) Quincke, Tageblatt der 62. Naturf. Vers. Heidelberg, S. 209, 1889; Beibl. 15, 780. Ganz ähnlich Sir W. Thomson, Rep. Brit. Assoc. 1890, S. 745; O. Meyer, Dissert. Heidelberg 1889; Elektrotechn. Ztschr. 1889, S. 582; Beibl. 14, 92.

das eine Ende in ein durch einen Elektromagnet hergestelltes Feld von 1000 bis 15000 C.-G.-S.-Einheiten in äquatorialer Richtung ragte, das andere sich ausserhalb der magnetischen Einwirkung befand. In axialer Richtung wurden Drähte durch die Durchbohrung des einen Halbankers gesteckt.

Die Zugkräfte sind dabei parallel den Kraftlinien grösser als die Druckkräfte senkrecht dazu. Das Verhältniss beider wächst mit dem Abnehmen der Feldstärke und der Zunahme des Magnetismus der Substanz.

Analog verhalten sich Stäbe aus Nickel, Kobalt, Manganstahl, Eisenoxyd. Nichtmagnetische Stäbe (s. w. u.), z. B. wie Wismuth, verhalten sich gerade entgegengesetzt.

Verschiedene Stäbe, je nach der Structur, verhalten sich verschieden. Auch ist das Phänomen dadurch complicirt, dass die Lage der Kraftlinien durch das Einbringen der Stäbe in das Magnetfeld geändert wird.

814 Ist H_1 die Intensität eines homogenen Magnetfeldes, M_1 das Moment der Substanz darin, k die Magnetisirungszahl, so ist nach Adler [1]), wenn der Stab den Magnetkraftlinien parallel liegt, und nur mit dem einen Ende in das Magnetfeld hineinragt, die Zugkraft auf 1 qcm der Endfläche

$$p_{II} = M_1 H_1 - \int_0^{J_1} \frac{M_1 \, dM_1}{k}.$$

Die Zugkraft senkrecht gegen die Magnetkraftlinien ist

$$p_I = p_{II}/(1 + 2\pi k).$$

Diese Daten stimmen im Allgemeinen mit den Beobachtungen von Quincke.

K. Anziehung und Tragkraft der nicht in sich geschlossenen Elektromagnete.

815 Wir haben jetzt die Anziehung der nicht in sich geschlossenen Elektromagnete gegen Anker von weichem Eisen, sowie gegen andere Elektromagnete zu bestimmen.

Man pflegt diese Anziehung, wenn sie sich bei unmittelbarer Berührung der Elektromagnete und Anker zeigt, mit dem Namen der Tragkraft, wenn sie sich in gewissen Entfernungen äussert, mit dem Worte Anziehung zu bezeichnen.

Am einfachsten gestalten sich die Gesetze dieser Erscheinungen bei geradlinigen cylindrischen Elektromagneten und Ankern.

816 In elementarer, annähernder Weise lässt sich die Tragkraft folgendermaassen berechnen.

---

[1]) Adler, Wien. Ber. 100, 897, 1891; Beibl. 16, 553.

Nimmt man an, dass die Molecüle der magnetischen Körper selbst gegen ihre Molecularabstände kleine Dimensionen haben, befinden sich in einem linearen magnetisirten Stabe zwei Molecüle NS und $N_1 S_1$, Fig. 243, deren Mittelpunkte den Abstand r besitzen, deren Länge $2a$, deren magnetische Fluida $\pm \mu$ sind, so ist die Anziehung derselben:

$$\frac{\mu^2}{(r-2a)^2} + \frac{\mu^2}{(r+2a)^2} - \frac{2\mu^2}{(r)^2},$$

oder mit Vernachlässigung der höhere Potenzen von a enthaltenden Glieder:

$$24\,\frac{\mu^2 a^2}{r^4}.$$

Das magnetische Moment jedes Molecüls ist aber $M = 2\mu a$, so dass die Anziehung wird:

$$A = 6\,\frac{M^2}{r^4}.$$

Sind also die beiden, an den Molecülen NS und $N_1 S_1$ endigenden Hälften des Stabes nicht durch Cohäsionskräfte verbunden, sondern nur an einander gelegt, so entspricht die zur Trennung derselben erforderliche Kraft, d. i. die Tragkraft beider Hälften gegen einander, dem Quadrate des magnetischen Momentes der Theile des Stabes an der Trennungsstelle. Hierbei ist die Einwirkung der von der Trennungsstelle entfernter liegenden Molecüle auf einander vernachlässigt. Bei Körpern, welche eine grössere Querausdehnung haben und an irgend einer Stelle durchschnitten sind, ist die zum Trennen beider Theile erforderliche Tragkraft gleich der Summe der Quadrate der magnetischen Momente aller einander berührender Theilchen an der betreffenden Stelle.

Fig. 243.

Vollständiger lässt sich diese Beziehung folgendermaassen entwickeln. 817

Nach §. 508 ist die potentielle Energie in einem der magnetischen Einwirkung unterworfenen Körper von der Magnetisirungsconstante Eins (Luft) bezw. μ (Eisen), für die Volumeneinheit bezw.

$$\frac{1}{8\pi}\cdot \mathfrak{B}^2 d\,V \quad \text{und} \quad \frac{\mu}{8\pi}\cdot \mathfrak{B}^2 d\,V,$$

wo $\mathfrak{B}$ die Resultante der gesammten magnetischen Kräfte an der Stelle des Volumenelementes $d\,V$ ist.

Ein Magnetstab vom Querschnitt F sei senkrecht gegen seine Axe durchschnitten und die beiden Theile seien in axialer Richtung um den Abstand h von einander gezogen. Die dazu erforderliche Arbeit für das Flächenelement dF sei $K dF\,.\,dh = K d\,V$. Dieselbe muss gleich sein der Aenderung der potentiellen Energie für $d\,V$, wenn an Stelle des Eisens die Luft tritt, also

$$K d V = \frac{\mu - 1}{8 \pi} \mathfrak{B}^2 d V,$$

d. h.

$$K = \frac{\mu - 1}{8 \pi} \mathfrak{B}^2 \text{ [1])}.$$

818 Danach müsste die Anziehung und Tragkraft unter den verschiedenen Bedingungen dem Quadrate der magnetischen Momente der Stäbe an ihrer Berührungsstelle proportional sein. Dieses Resultat bewährt sich indess nur bei der Beobachtung der Anziehung von Anker und Magnet, nicht bei der Messung der Tragkraft bei unmittelbarer Berührung. Der Grund hiervon ist ein secundärer, dass der Anker sich vom Magnete nie gleichzeitig mit der ganzen Berührungsfläche abtrennt, also auch die zum Abreissen erforderliche Kraft nicht der Summe der Producte der magnetischen Momente sämmtlicher, einander gegenüberstehender Molecüle der Berührungsflächen proportional ist. Der Anker neigt sich vor dem Abreissen nach einer Seite. Dabei ändert sich die Vertheilung des Magnetismus in dem magnetischen Systeme. Je grösser die Neigung des Ankers vor dem Abreissen ist, desto mehr wächst das magnetische Moment an der Berührungsstelle und nimmt die Tragkraft zu, da sich hierbei immer mehr die richtende Wirkung der der Berührungsstelle benachbarten magnetischen Theile des Ankers und Magnetes auf die an dem Berührungspunkte selbst gelegenen Theile concentrirt. Zugleich erreicht aber daselbst der Magnetismus schon bei viel geringerer Stromintensität ein Maximum, als beim Contacte grösserer Flächen; daher nimmt die Tragkraft mit wachsender Stromintensität in einem relativ langsamen Verhältniss zu. Verwendet man abgerundete oder zugespitzte Anker, z. B. Eisenkugeln, so ändert sich die Berührungsstelle beim Abreissen weniger; die Tragkraft folgt dann mehr den theoretisch abgeleiteten Gesetzen.

Man hat also nicht nöthig, um die Abweichungen der beobachteten Tragkräfte von diesen Gesetzen näher zu begründen, die von v. Feilitzsch (§. 812) vermuthete Abstossung zweier Querschnitte eines magnetischen Systems anzunehmen, welche sich von der sonstigen Anziehung subtrahiren und bei Verkleinerung der Berührungsflächen vermindern würde. Diese Abstossung würde auch sehr bedeutend sein müssen.

Wird zwischen Anker und Magnet ein Zwischenraum gelassen, beobachtet man also die Anziehung, so treten die bei Beobachtung der Tragkraft wirkenden störenden Umstände nicht in gleichem Maasse auf, da hierbei eine Aenderung des Abstandes von Anker und Magnet durch kleine Neigungen beim Abreissen gegen ihren Abstand selbst ver-

[1]) Dieser Satz ist experimentell für einen in der Mitte durchschnittenen, überall gleich dicken Eisenstab, selbstverständlich bei voller gleichmässiger Umwindung mit der Magnetisirungsspirale, auch über den Schnitt hinweg, auch noch von Taylor Jones bewiesen worden. (Wied. Ann. 54, 641, 1895; während des Druckes erschienen.)

schwindet. Die Gesetze der Anziehung entsprechen also mehr den Voraussetzungen.

Wir haben demnächst experimentell zu bestimmen: 819

α) Die Abhängigkeit der Tragkraft und Anziehung geradliniger Magnete und Anker von der magnetisirenden Kraft, bezw. von der Intensität des magnetisirenden Stromes und der Anzahl und Lage der Windungen der Magnetisirungsspirale, sowie auch von der Entfernung von Anker und Magnet.

β) Die Abhängigkeit derselben Grössen von den Dimensionen des Magnetes und Ankers.

Bei der grossen Complicirtheit der Bedingungen bei diesen Versuchen sind im Allgemeinen, namentlich bei wechselnder Gestalt von Magnet und Anker, keine einfachen Resultate zu erwarten. Die gefundenen Daten haben gerade nur für die Versuchsbedingungen Gültigkeit. Es hat deshalb keinen wissenschaftlichen Zweck, speciell auf alle einzelnen Beobachtungen einzugehen. Die folgenden Daten sollen nur einen Ueberblick über die Resultate geben.

1. Einfluss der magnetisirenden Kraft und der Entfernung auf die Tragkraft und Anziehung.

Die ersten sicheren Versuche hierüber sind von Lenz und Jacobi[1]) angestellt. 820

Sie stellten einen geraden Eisenstab vertical auf, umgaben ihn mit einer Spirale, legten auf seine obere Endfläche eine Holzscheibe von etwa $^1/_{10}''$ Dicke und stellten darauf als Anker einen Eisencylinder. Der Anker wurde an den einen Arm eines Wagebalkens gehängt und durch Gewichte G abgerissen, welche auf die am anderen Ende des Balkens hängende Schale gelegt wurden.

Bei anderen Versuchen war sowohl der Anker wie der Magnet mit Magnetisirungsspiralen umgeben, durch welche beide der Strom in gleicher Richtung floss. Ihre Intensität I wurde an einer Nervander'schen Tangentenbussole gemessen.

So ergaben sich z. B. die zum Abreissen erforderlichen Gewichte G (als Einheit der Gewichte ist $^1/_{96}$ russisches Pfund angenommen).

Aus diesen Versuchen (siehe umstehende Tabelle) folgt:

Die Anziehung eines Ankers und Elektromagnetes oder zweier Elektromagnete, welche durch Ströme von gleicher Intensität magnetisirt werden, ist dem Quadrate der Intensität dieser Ströme proportional, so lange sich das in ihnen erregte Moment noch nicht einem Maximum nähert. (Die in letzterer Beziehung von Joule angestellten Versuche vergleiche §. 557).

---

[1]) Lenz u. Jacobi, Pogg. Ann. 47, 401, 1839.

Magnet und Anker $5^1/_2''$ lang, $^1/_2''$ dick.

a. Nur der Magnet mit der Magnetisirungsspirale umgeben			b. Anker und Magnet mit gleichen Magnetisirungsspiralen umgeben		
I	G	G/I^2	I	G	G/I^2
1455	4297	0,185	1203	12156	0,840
1055	2132	0,191	961	7830	0,847
771	1132	0,191	651	3508	0,828
549	565	0,187	488	1916	0,803
284	146	0,181	252	481	0,755

821 Würden zwei an einander gelegte gleich dicke Eisenstäbe, welche beide durch herumgeleitete Ströme magnetisirt werden, nicht gegenseitig magnetisirend auf einander einwirken, so würde ihre Anziehung gegen einander dem Producte der in jedem von ihnen für sich erregten Momente an der Berührungsstelle, d. i. dem Producte der magnetisirenden Kräfte proportional sein. Dem ist indess nicht so, da man die an einander gelegten Stäbe als ein einziges fest verbundenes System betrachten kann, dessen Theile alle durch die wirkenden Kräfte gerichtet werden und auch gegenseitig einander richten. Sind daher die, beide Magnete magnetisirenden Ströme nicht gleich stark, so ist die Tragkraft T und die Anziehung A dem Quadrate der Summe oder des mittleren Werthes der beiden Ströme proportional.

So fand Dub[1]), als er zwei 12″ und 6″ lange und 1″ dicke Stäbe an einander legte, welche durch Ströme von den (an der Tangentenbussole gemessenen) Intensitäten I und I_1 magnetisirt waren, folgende Resultate:

I	I_1	$I+I_1$	T	$\frac{T}{(I+I_1)^2}$	A	$\frac{A}{(I+I_1)^2}$
0,0875	0,2125	0,3000	2,0 Pfd.	22,0	0,7 Pfd.	7,7
0,1406	0,2309	0,3715	2,9	21,2	1,0	7,3
0,1989	0,3057	0,5046	5,4	21,2	1,9	7,4
0,2680	0,3346	0,6026	7,6	20,9	2,9	7,9

822 Diese Gesetze gelten indess nur so weit annähernd, als man die temporären Momente der magnetisirenden Kraft proportional setzen kann. Namentlich bei dünneren und längeren Ankern weichen deshalb schon bei etwas stärkeren Strömen die Versuche davon ab.

Dub[2]) beobachtete z. B. bei dünneren Ankern, die von einem Elektromagnete von 12″ Länge und 1″ Dicke angezogen wurden, das Verhältniss der Anziehungen A und A_1 bei den Stromintensitäten I und I_1:

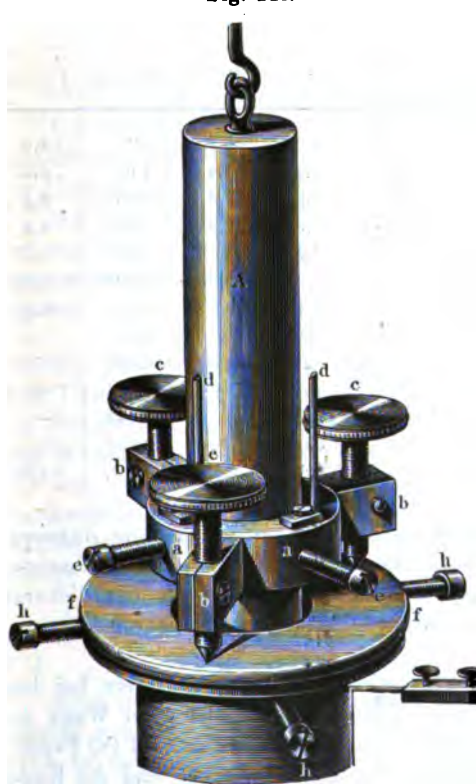
[1]) Dub, Elektromagnetismus S. 123. Aehnliche Versuche von Bosanquet, Phil. Mag. [5] 22, 535, 1886; Beibl. 11, 173. — [2]) Dub, Pogg. Ann. 74, 478, 1848.

Länge des Ankers	Dicke des Ankers	$I^2 : I_1^2$	$A : A_1$
4″	1″	36 : 100	4,83 : 11,04
9″	1″	36 : 100	56,15 : 100,00
4″	$^3/_8$″	36 : 100	37,00 : 64,00
9″	$^3/_8$″	36 : 100	65,00 : 100,00

823 Mit wachsender Entfernung des Ankers und Magnetes von einander nimmt die Anziehung sehr schnell ab. — Um dieses Verhalten näher zu studiren, hat Dub[1]) folgenden Apparat construirt: Stäbe von möglichst weichem, feinem, ausgeglühtem und langsam erkaltetem Eisen wurden mit Drahtspiralen umgeben, welche auf aufgeschlitzte Messinghülsen aufgewickelt waren, und sodann vertical auf einem Brette aufgestellt. Darauf wurden sorgfältig abgeschliffene cylindrische Anker von verschiedener Länge (1 bis 24″) und Dicke (2″ bis $^1/_{16}$″) gesetzt. — Dieselben hingen an dem längeren Arm eines an einem Stabe hoch und niedrig zu stellenden und dadurch zu horizontirenden ungleicharmigen Wagebalkens und wurden durch ein Laufgewicht äquilibrirt. Nach dem Magnetisiren des Magnetes wurde durch ein auf dem längeren Arm verstellbares Laufgewicht der Anker vom Magnete abgerissen.



Fig. 244.



Zur Bestimmung der Anziehung des Magnetes in verschiedenen Entfernungen wurde an dem oberen Rande des in der Magnetisirungsspirale befindlichen Magnetes eine Messingplatte, Fig. 244, vermittelst der Schrauben *h* befestigt, auf welche eine in der Mitte durchbohrte Spiegelglasplatte *f* gekittet war. An den Anker *A*

[1]) Dub, l. c. u. Pogg. Ann. 80, 498, 1850.

wurde eine Messinghülse *a* geschraubt, welche die Stellschrauben *ccc* trug, die sich auf die Glasplatte aufsetzten. Durch Verstellen derselben konnte die untere Fläche des Ankers in beliebige Entfernungen von der oberen Fläche des Magnetes gebracht werden. Getheilte Leisten *d* auf der Hülse *a* gestatteten, die Einstellung der Schrauben *c* zu bestimmen.

824 Dub [1]) magnetisirte z. B. einen 12″ langen, 1″ dicken Magnetstab durch Ströme, deren Intensitäten I im Verhältniss von 36 zu 70 standen, und riss von demselben vier je 6″ lange Anker von 1″, $^3/_4$″, $^1/_2$″, $^3/_8$″ Durchmesser ab. Er fand die Anziehung in Pfunden:

Abstand der Polflächen	Dicke des Ankers							
	1″		$^3/_4$″		$^1/_2$″		$^3/_8$″	
	$I=36$	$I=70$	$I=36$	$I=70$	$I=36$	$I=70$	$I=36$	$I=70$
0	3,27	9	4,1	10,5	4,76	16,2	5,1	14,9
$^1/_{180}$″	1,1	4,6	1,25	4,6	1,4	6,4	1,6	6,2
$^1/_{90}$	0,9	3,5	0,9	3,1	0,92	3,8	0,95	3,4
$^1/_{60}$	0,71	2,9	0,77	2,6	0,65	2,85	0,65	2,4
$^1/_{45}$	0,6	2,6	0,65	2,15	0,48	2	0,45	1,7
$^2/_{45}$	0,38	1,65	0,36	1,3	0,23	0,95	0,194	0,78
$^3/_{45}$	0,27	1,05	0,23	0,92	0,15	0,65	0,11	0,5
$^4/_{45}$	0,19	—	0,16	—	0,11	—	0,08	—
$^5/_{45}$	0,15	0,6	0,12	0,52	0,084	0,46	0,062	0,28
$^6/_{45}$	0,11	—	0,10	—	0,07	—	0,05	—
$^7/_{45}$	0,095	—	0,08	—	0,062	—	0,044	—
$^8/_{45}$	0,08	—	0,06	—	0,05	—	0,032	—
$^9/_{45}$	0,07	0,27	0,055	0,26	0,04	0,174	—	0,136

Nach diesen und anderen Resultaten ist die Anziehung dünnerer Anker in grosser Nähe grösser als die dickerer Anker; bei wachsender Entfernung nimmt die erstere aber schneller ab als die der dickeren Anker, so dass sich dabei das Gesetz der Anziehung umkehren kann.

825 Tyndall [2]) hat scheinbar ein anderes, einfacheres Gesetz bei dem Abreissen von Eisenkugeln vom Magnete vermittelst einer Wage gefunden. Bei diesen Versuchen wurde eine bestimmte Anzahl (n) Papierblätter von je $^1/_{1000}$″ Dicke zwischen den Elektromagnet und die Kugel gelegt, und das Gewicht (g) auf der Wagschale so lange geändert, bis die Kugel bei derselben Stromintensität i abriss. So fand sich

[1]) Dub, l. c. — Wir geben im Folgenden einige numerische Data, um damit den Gang der Erscheinungen anzudeuten, welche sich doch meist nicht auf einfache Gesetze zurückführen lassen. — [2]) Tyndall, Pogg. Ann. **83**, 1, 1851.

n	2	5	10	15	20	25	30
g	150	75	40	27	$20^1/_4$	$16^1/_4$	$13^1/_2$
gn	300	375	400	405	405	406	405

Hiernach sollte die anziehende Kraft proportional mit der Entfernung der Kugel vom Magnete abnehmen, wenn sie mehr als $^1/_{125}''$ betrug. Die Verschiedenheit dieses Resultates von den Beobachtungen von Dub mag wohl in den engeren Grenzen liegen, in denen diese Versuche angestellt waren, bei denen sich die Abweichung von der Proportionalität noch nicht deutlich zeigte.

Als Tyndall bei anderen Versuchen nach dem Zwischenlegen mehrerer (n) Papierblättchen von $^1/_{1000}''$ Dicke zwischen den Magnetstab und die Kugel stets dasselbe Gewicht (g) auf die Wage legte, und die Intensität i änderte, bis die Kugel abriss, fand er u. a.

n	11	13	15	17	19	21	23
i	440	472	513	545	573	601	635
$const\, i/\sqrt{n}$	132	131	132	132	131	133	132

Um die Kugel bei verschiedenen Entfernungen mit gleicher Kraft festzuhalten, soll also der Magnetismus des Magnetes der Quadratwurzel der Entfernung proportional zunehmen.

Aus den beiden Sätzen von Tyndall würde folgen, dass die Anziehung in der Entfernung dem Quadrate der magnetisirenden Kraft proportional zunimmt, wie dies auch die oben mitgetheilten Versuche ergaben.

Bei unmittelbarer Berührung zwischen Kugel und Elektromagnet fand Tyndall dagegen die Tragkraft T der Intensität des magnetisirenden Stromes, oder, da das Maximum der Magnetisirung noch fern lag, dem Momente des Magnetes direct proportional. 826

Als Tyndall z. B. die Wagschale mit 300 bis 420 g belastete und die Stromintensität I änderte, bis die an der anderen Seite des Wagebalkens hängende Kugel vom Magnete abriss, fand er die jenen Gewichten gleiche Tragkraft T:

T.	300	320	340	360	380	400	420
I.	8,5	9,12	9,62	10,25	10,75	11,25	11,62
T/I	35,3	35,3	35,3	35,1	35,3	35,5	35,8

Dub hat indess mit Recht darauf aufmerksam gemacht, dass diese Gesetze von Tyndall nicht allgemeinere Gültigkeit haben können; denn wenn bei der Berührung die Anziehung der magnetisirenden Kraft direct, bei einiger Entfernung dem Quadrate derselben proportional ist, so müsste bei wachsender Magnetisirung endlich die Anziehung in der Entfernung grösser sein als bei der Berührung.

In einiger Entfernung von den Magnetpolen ist nach den Versuchen von Dub[1]) die Anziehung zweier Kugeln von $^3/_4''$ und $1^1/_2''$ Durchmesser

[1]) Dub, Pogg. Ann. 85, 239, 1852.

in der That dem Quadrat der Intensität des magnetisirenden Stromes proportional. Bei der Berührung findet indess Dub, dass die Tragkraft mit wachsender Stromstärke zuerst langsam wächst und dann schneller, so dass sie immer mehr dem Quadrate der magnetisirenden Kraft proportional wird und sich so immer mehr die Gesetze der Anziehung in der Entfernung und bei der Berührung einander annähern.

So ist z. B. bei der Intensität I des magnetisirenden Stromes die Anziehung zweier Kugeln von $1^1/_2''$ und $^3/_4''$ Durchmesser durch einen 12″ langen, 1″ dicken Elektromagnetstab bei der Berührung (T) und in der Entfernung einer Papierdicke (A):

I	Kugel $1^1/_2''$				Kugel $^3/_4''$			
	T	T/I^2	A	A/I^2	T	T/I^2	A	A/I^2
1	0,3 Pfd.	0,3	0,04	0,04	0,09	0,09	—	—
3	1,25	0,14	0,36	0,04	0,45	0,05	0,098	0,011
6	2,8	0,078	1,5	0,042	0,95	0,026	0,4	0,011
9	5,2	0,064	3,6	0,044	1,85	0,023	1	0,012
12	7,4	0,051	6	0,042	2,6	0,018	1,8	0,012

Dasselbe Resultat erhielt Dub auch bei anderen Ankern, welche auf Magnetstäbe aufgesetzt waren. So war z. B. die Anziehung eines $^1/_2''$ dicken, 4″ langen, cylindrischen Ankers durch obigen Magnetstab:

I	Bei Berührung		Im Abstande einer Papierdicke	
	T	T/I^2	A	A/I^2
2	0,75 Pfd.	0,187	0,3 Pfd.	0,075
5	4,2	0,168	2	0,080
8	8,6	0,134	5	0,078
12	16	0,111	12	0,083

Die Versuche von Dub und Tyndall und ähnliche Versuche von Pihl[1]) lassen sich übrigens durch eine empirische Formel von der Form

$$T = a[(d + \delta) + b(d + \delta)^2]^{-1}$$

darstellen, wo d der Abstand zwischen Anker und Magnet, a, b und δ Constanten sind.

827 Steigert man die magnetisirende Kraft, statt durch Vergrösserung der Stromintensität, durch Vermehrung der Anzahl der Windungen der

[1]) Pihl, On Magnets, Christiania 1878.

Magnetisirungsspirale, so ergeben sich selbstverständlich, abgesehen von den durch die verschiedene Lage der Windungen bedingten Abweichungen, dieselben Gesetze [1]).

Wird sowohl die Intensität I des Stromes, als auch die Zahl der Windungen W geändert, so entspricht die Anziehung dem Quadrate des Productes IW, also dem Quadrate der magnetisirenden Kraft. Auch diesen Satz fand Dub [2]) bestätigt.

Die Anziehung zwischen Magnet und Anker bei einer gewissen Entfernung derselben von einander ist also dem Quadrate der magnetisirenden Kräfte proportional.

Hierbei wird vorausgesetzt, dass die temporären Momente den magnetisirenden Kräften proportional sind.

828 Da das magnetische Moment der Theile eines Eisenstabes an der Stelle, wo die magnetisirende Kraft wirkt, im Allgemeinen am grössten ist, so ist auch seine Tragkraft und Anziehung gegen einen Anker am bedeutendsten, wenn die Spiralwindungen der Magnetisirungsspirale möglichst dicht an der Berührungsstelle angehäuft sind.

Vermehrt man die Zahl der Windungen, indem man nicht nur das dem Anker zunächst liegende Ende des Eisenstabes, sondern auch seine anderen Theile mit Draht umwickelt, so nimmt das Moment der Theilchen an der Berührungsstelle nicht mehr proportional der Zahl der Windungen, sondern in schwächerem Verhältniss zu; die Anziehung ist dann auch nicht mehr proportional dem Quadrate derselben.

So erhielt z. B. Dub [3]), als er einen 12 Zoll langen, $^3/_4$ Zoll dicken Stab durch $n = 1$ bis 6 Spiralen von je 56 Windungen und $1^3/_4$ Zoll Länge magnetisirte, deren erste an der Berührungsstelle mit dem Anker lag, bei Anwendung gleich starker Ströme folgende Anziehungen A. Der Abstand zwischen Anker und Magnet betrug $^1/_{180}$ Zoll.

Zahl n der Spiralen . . .	1	2	3	4	6
A	10	32	67	100	130
$\sqrt{A}/n$	3,162	2,828	2,728	2,5	1,9

Die Einheit der Werthe A ist ein hundertstel Pfund. Die Werthe $\sqrt{A}/n$, welche annähernd den Momenten der Theilchen des Stabes an der Berührungsstelle mit dem Anker für gleiche magnetisirende Kräfte entsprechen, nehmen also hier mit der Zahl der Magnetisirungsspiralen ab.

Dasselbe Resultat ergiebt sich auch durch andere Versuche von Dub [4]), bei denen er in ähnlicher Weise verfuhr, nur dass durch Verminderung der Stromintensität das Product derselben mit der Zahl der Spiralwindungen, d. h. die magnetisirende Kraft, constant erhalten wurde. Dabei fand eine Abnahme der Tragkraft und Anziehung statt, je weiter

[1]) Dub, Pogg. Ann. **80**, 517, 1850; Elektromagnetismus, S. 158. — [2]) Ibid. **85**, 245, 1852; Elektromagnetismus, S. 160. — [3]) Dub, Elektromagnetismus, S. 163, 1861. — [4]) Dub, Pogg. Ann. **81**, 46, 1850.

sich die Magnetisirungsspirale von der Berührungsstelle des Ankers und Magnetes aus über letzteren ausbreitete.

Allgemeine Gesetze lassen sich über dieses Verhalten nicht aufstellen; die Bedingungen der Versuche sind zu complicirt.

2. Einfluss der Dimensionen der Anker und Magnete auf ihre Tragkraft und Anziehung.

829 Die Gesetze der Anziehung von Anker und Magnet lassen sich aus den Gesetzen über die Vertheilung des magnetischen Momentes in geraden Stäben ableiten, wenn Anker und Magnet gleich dick sind und sich mit ihrem ganzen Querschnitt berühren.

Ist ein Eisenstab seiner ganzen Länge nach mit einer Magnetisirungsspirale bedeckt und an irgend einer Stelle zerschnitten, so ist, um die beiden Theile des Stabes von einander zu reissen, eine Kraft erforderlich, welche dem Quadrat des magnetischen Momentes seiner einzelnen Stellen an der Berührungsstelle proportional ist. Ist die Vertheilung durch die Formel der Kettenlinie gegeben, so entspricht das Quadrat der Ordinate derselben an jeder Stelle dieser Anziehungskraft. — Man kann daher aus den §. 675 u. flgde. abgeleiteten Sätzen über die Vertheilung des magnetischen Momentes auch diese Anziehungskraft für jedes System zweier gleich dicker, mit ihren ganzen Endflächen an einander gelegter Stäbe berechnen. Bei der experimentellen Untersuchung der Tragkraft verhindern indess die §. 818 angeführten Fehlerquellen, dass die Resultate genau den Voraussetzungen entsprechen; bei Bestimmung der Anziehung in einiger Entfernung, z. B. bei Zwischenlegung eines Papierblattes, sind die Momente der Theilchen der beiden Stäbe an den gegenüberliegenden Stellen etwas kleiner, als wenn sie unmittelbar auf einander liegen, da die gegenseitige Einwirkung der Theilchen geringer wird.

830 Die Tragkraft eines kugelförmigen Magnetsystems hat Stefan [1]) berechnet. Dabei ist nicht nur die Wirkung der auf der Trennungsfläche, sondern auch der auf der Oberfläche verbreiteten Magnetismen zu berücksichtigen. Wenn Anker und Magnet zwei Halbkugeln vom Radius a sind, auf deren Trennungsfläche die magnetische Axe senkrecht steht, so ist die absolute, sowie die relative Tragkraft für die Einheit der Fläche ein Maximum. Dasselbe ist gleich $\pi^2 m^2 a^2$, wo m das Moment der Volumeneinheit ist. Sie ist doppelt so gross, als wenn die auf der Oberfläche verbreiteten freien Magnetismen nicht vorhanden wären.

Sind Anker und Magnet durch einen Schnitt getrennt, dessen mit der magnetischen Axe zusammenfallende, zum Kugelmittelpunkt führende Normale mit einem von letzterem zu seinem Rande gezogenen Radius

[1]) Stefan, Wien. Ber. 81, 107, 1880; Beibl. 4, 797.

den Winkel α bildet, so ist, wenn m das Moment der Volumeneinheit ist, die ganze Tragkraft

$$A = \pi^2 m^2 a^2 \sin^4 \alpha.$$

Das Volumen des Kugelsegmentes ist $v = {}^1/_4\, \pi a^3 \sin^4 \alpha$, also

$$A = \frac{4\pi m^2 v}{a}.$$

Eine kleine Kugel vom Volumen v und dem Moment m der Volumeneinheit würde von einer Kugel vom Radius a, und dem gleichen Moment der Volumeneinheit in der Mittelpunktsentfernung x mit der Kraft 831

$$A' = \frac{4\pi a^3 m}{3} v m \frac{6}{x^4},$$

also beim Contact, wenn der Durchmesser der kleineren Kugel gegen a vernachlässigt wird, mit der Kraft

$$A'_c = \frac{8\pi m^2 v}{a}$$

angezogen, d. h. doppelt so stark, wie das Kugelsegment.

Zwei gleich grosse Kugeln vom Radius a ziehen sich nach obiger Formel beim Contact mit der Kraft ${}^2/_3\, \pi^2 a^2 m^2$ an; die Kraft ist also ${}^2/_3$ so gross, als die der beiden Hälften einer diametral zerschnittenen Kugel.

Dub[1]) hat aus seinen empirischen Sätzen, welche er an die Stelle der weniger elementaren, theoretisch abgeleiteten Sätze stellt, eine Reihe eben solcher Sätze für die Tragkraft und Anziehung der geraden Stäbe entwickelt und durch Versuche zu bestätigen versucht. Er findet im Wesentlichen Folgendes: 832

1. Die Tragkraft und Anziehung zwischen zwei gleichen Stäben ist die gleiche, mag die Magnetisirungsspirale nur über den einen oder über beide Stäbe ihrer ganzen Länge nach ausgebreitet sein. — Dieser Satz, der nur innerhalb gewisser Grenzen annähernd richtig sein kann, wurde an drei Systemen von gleichen, 6, 9 und 12 Zoll langen Stäben geprüft. Die Tragkräfte und Anziehungen nach Zwischenlegung eines Papierblattes ergaben sich in beiden Fällen gleich, wie folgt:

---

[1]) Dub, Pogg. Ann. 102, 213 u. 217, 1857; Elektromagn., S. 282.

Länge der beiden Stäbe	Bei gleicher magnetisirender Kraft			
	beide Stäbe mit Spiralen umgeben		nur der eine Stab mit einer Spirale umgeben	
	Tragkraft	Anziehung	Tragkraft	Anziehung
6 Zoll	4,2 Pfd.	1,2 Pfd.	4,2 Pfd.	1,25 Pfd.
9	6	1,8	6	1,8
12	8	2,5	8,2	2,55
18	—	—	11,6	3,7
24	—	—	15,5	5,6

2. Die Tragkraft und Anziehung zweier Stäbe ist bei gleicher magnetisirender Kraft der Länge des kürzeren von ihnen proportional, welche Länge auch das System hat, wenn nur der eine der beiden oder beide Stäbe ganz mit der Magnetisirungsspirale bedeckt sind. So ergab sich z. B., wenn L_m und L_a die Länge des Magnetes und des Ankers in Zollen, T die Tragkraft, A die Anziehung in Pfunden ist:

L_m . .	12	15	18	21	23	18	24	30	33	35	24	30	36	42
L_a . .	12	9	6	3	1	18	12	6	3	1	24	18	12	6
T . . .	7,8	5,4	4,1	2	0,7	11,6	8,2	4,3	2	0,6	16	10,9	8	4
A . . .	2,5	2	1,2	0,6	0,2	3,7	2,6	1,3	0,8	0,2	5,6	4,2	2,5	1,2

Es ist gleichgültig, welcher der beiden Stäbe als Magnet benutzt wird; nur wenn der kürzere Theil als Magnet dient, nimmt die Anziehung mit seiner Verkürzung etwas weniger schnell ab.

Hiernach ist die Tragkraft und Anziehung verschieden langer Magnetstäbe gegen denselben Anker constant, wenn letzterer kürzer ist als erstere. Dies zeigte sich auch, als Dub (l. c.) eine Eisenkugel von 1 Zoll Durchmesser durch Magnetstäbe von 6 bis zu 24 Zoll Länge und 1 Zoll Durchmesser anziehen liess. Die Tragkraft schwankte nur zwischen 1,9 bis 1,8 Pfund, die Anziehung zwischen 0,95 bis 0,8 Pfund.

3. Es folgt ferner aus den Zahlenwerthen, dass die Anziehung und Tragkraft gleich langer Systeme im Maximum ist, wenn Anker und Magnet gleich lang sind.

4. Die Tragkraft und Anziehung verschieden langer Systeme, welche alle in gleichem Verhältniss getheilt sind, ist unter sonst gleichen Umständen ihrer Länge proportional. Die Beweise dieses Satzes sind in den schon angeführten Tabellen enthalten.

5. Die Tragkraft von Elektromagnetstäben gegen Eisenkugeln von gleichem Durchmesser sowohl bei unmittelbarer Berührung (wenigstens wenn die Magnetisirungsspirale die Magnetstäbe eng umschliesst), als auch die Anziehung in grösseren Entfernungen ist direct proportional dem

Durchmesser der Stäbe, oder, da ihr Moment nach §. 659 der Wurzel des Durchmessers entspricht, proportional dem Quadrat ihres Magnetismus [1]). So war z. B. bei 12 Zoll langen Magnetstäben, die auf ihrer ganzen Länge mit 312 Drahtwindungen bedeckt waren:

Dicke des Magnetes	$^3/_4$ Zoll	1 Zoll	$1^1/_2$ Zoll	2 Zoll
Tragkraft	1,48 Pfd.	2,2	2,98	4,2
Anziehung bei Zwischenschaltung eines Papierblattes	0,3 Pfd.	0,48	0,67	0,97

Ein ähnliches Resultat hat schon früher Botto [2]) erhalten. Er umgab drei Eisencylinder, deren Dimensionen im Verhältniss von 1 : 2 : 3 standen, mit Spiralen von gleich viel Drahtwindungen und von Durchmessern, die sich gleichfalls wie 1 : 2 : 3 verhielten. Auf die Cylinder wurden halb so lange Cylinder von gleichem Durchmesser gesetzt und nach Magnetisirung der ersteren mittelst Strömen von gleicher Intensität durch eine Wage abgerissen. Die Tragkräfte verhielten sich wie die Durchmesser der Cylinder. — Waren die Zahlen der Windungen der Spiralen proportional den einander entsprechenden Dimensionen der Cylinder, so verhielten sich die Tragkräfte proportional den Quadraten der letzteren.

833 Die Tragkraft hohler und massiver Elektromagnete ist bei gleichen äusseren Dimensionen wesentlich verschieden, je nachdem sich die Intensität der erregenden Ströme ändert. Bei schwächeren Strömen müssen beide Arten von Elektromagneten nahezu gleiche Tragkräfte zeigen; bei stärkeren besitzen aber die hohlen Magnete mit dickeren Wänden und die massiven Magnete eine grössere Tragkraft, da in ihnen das Maximum der Magnetisirung nicht so bald erreicht ist, als in den hohlen Magneten mit dünneren Wänden, und auch die inneren Theile stärker durch die Einwirkung des magnetisirenden Stromes erregt werden. — Dieses Ueberwiegen der Tragkraft der massiven Magnete hat Pfaff [3]) nachgewiesen. Bei gleicher Umwindung mit Draht und gleicher Intensität des durch denselben geleiteten Stromes verhielten sich die Tragkräfte gleich weiter Eisenröhren von $^{17}/_{18}$ und $4^1/_2$ Linien Wanddicke und 57 bezw. 249 Loth Gewicht wie 1 : 15, die eines hohlen Rohres und massiven Eisenstabes, welche (mit der Kupferdrahtumwicklung) 24 und $46^1/_2$ Unzen wogen, wie 1 : 2.

Nach du Moncel [4]) wird die Tragkraft eines hohlen Magnetes (z. B. von 70 mm Länge und 14 mm Dicke) nicht gesteigert, wenn man ihn zum grössten Theil seiner Länge bis auf etwa 5 mm von seinem, dem Anker zugekehrten Ende mit einem massiven Eisencylinder erfüllt.

Werden die hohlen Magnete mittelst einer nur 5 mm dicken Eisen-

---

[1]) Dub, Pogg. Ann. 90, 261, 1853; Elektromagn., S. 228. — [2]) Botto, Raccolta 1, 481; Fortschritte der Physik 1847, S. 473. — [3]) Pfaff, Pogg. Ann. 50, 636, 1840; 53, 309, 1841. — [4]) du Moncel, Compt. rend. 54, 1231, 1862.

platte an ihrem Ende geschlossen, so ist die Anziehung die gleiche, wie bei massiven Stäben. Dasselbe gilt von Hufeisenmagneten.

834 Ausser obigen Sätzen hat Dub [1]) noch eine Reihe anderer Beziehungen aufgefunden. Dieselben betreffen namentlich den Einfluss der Berührungsfläche auf die Tragkraft und Anziehung. Wir erwähnen nur die wesentlichsten und beispielsweise einzelne numerische Resultate, da sie doch nur ein specielles Interesse haben.

1. Die Tragkraft zwischen cylindrischen, an ihren Enden gerade abgeschnittenen Magneten und Ankern nimmt bis zu einem gewissen Grade mit Verkleinerung ihrer Berührungsfläche zu. — Diese Zunahme ist beim Anlegen von Ankern an hufeisenförmige Elektromagnete schon früher beobachtet worden, so von dal Negro [2]) und Pfaff [3]), als sie die an die Magnetpole anliegende Fläche der Anker abrundeten. — Die Anziehung von einer gewissen Entfernung an nimmt aber mit Verkleinerung der Berührungsfläche ab, und zwar in geringerem Maasse, als die Durchmesser der Anker abnehmen.

2. Bei verschiedenen Stromintensitäten I wird das Maximum der Tragkraft bei um so grösserem Durchmesser des Ankers erreicht, je länger derselbe ist und je grösser die Stromintensität I ist [4]).

3. Zugespitzte Anker haben bei gleicher Berührungsfläche eine grössere Anziehung und Tragkraft, als nicht zugespitzte Anker von derselben Länge. — Bei grösserer Entfernung des Ankers vom Magnete tritt der Einfluss der Verkleinerung der Berührungsfläche immer mehr zurück. So war z. B.:

Magnet 12 Zoll lang, 1 Zoll dick. Anker 6 Zoll lang.

Abstand von der Polfläche	Anker 1 Zoll dick	Anker 1 Zoll dick, conisch zugespitzt [5])	Anker $^1/_2$ Zoll dick
0	3,3 Pfd.	7	4,76
$^1/_{180}$	1,1	2	1,4
$^1/_{90}$	0,9	1,35	0,92
$^1/_{60}$	0,7	0,93	0,65
$^1/_{45}$	0,6	0,7	0,48
$^1/_{15}$	0,27	0,2	0,15
$^1/_{9}$	0,15	0,1	0,084

[1]) Dub, Pogg. Ann. 80, 494; 81, 46, 1850; Elektromagn. S. 339. Die Anführung der einzelnen Zahlenwerthe ist kaum erforderlich, da die Einzelbedingungen nicht genügend angegeben sind. — [2]) dal Negro, Pogg. Ann. 29, 490, 1833. — [3]) Pfaff, Pogg. Ann. 52, 303, 1841. — [4]) Dub, Elektromagnetismus, S. 345. — [5]) Der conische Anker war auf 1 Zoll von seinem Ende zugespitzt, so dass seine Berührungsfläche mit dem Magnet $^1/_2$ Zoll Durchmesser hatte. Elektromagnetismus, S. 341; auch Pogg. Ann. 105, 49, 1858.

In ähnlicher Weise beobachtete Nicklès[1]), als er zugleich und getrennt von einander an die beiden Pole eines Hufeisenelektromagnetes, deren einer eben, deren anderer convex war, je zwei gerade Ankerstäbe hängte, deren Enden eben, cylindrisch oder convex gefeilt waren, folgende Tragkräfte:

	Convexer Pol	Ebener Pol
Convexer Anker	300 g	600 g
Cylindrisch gefeilter Anker	300 „	540 „
Ebener Anker	610 „	450 „

Die Tragkraft ist also bei der Berührung einer ebenen und convexen Fläche am grössten.

4. Die Anziehung wächst mit der Masse des Ankers und ist im Maximum, wenn die Berührungsflächen des Ankers und Magnetes eben und gleich gross sind, vorausgesetzt, dass der Anker nicht länger ist als der Magnet.

5. In einiger Entfernung ist die Anziehung annäherungsweise dieselbe bei Ankern von gleichem Gewicht. Diese Gleichheit tritt deutlicher hervor, wenn die Grösse der Berührungsfläche dieselbe ist[2]).

835 Die Anziehung verschieden grosser Kugeln von Eisen durch denselben Magnetstab hat Tyndall bei seinen §. 825 beschriebenen Versuchen bestimmt. Bei drei Kugeln von 0,95 Zoll, 0,48 Zoll, 0,287 Zoll Durchmesser und 65,25 g, 9 g, 1,7 g Gewicht verhielten sich die Intensitäten der Ströme, bei denen sie bei gleicher Belastung der sie tragenden Wage abrissen: erstens als sie unmittelbar auf den Magnet gesetzt wurden, wie $1 : 2,4 : (2,4)^2$; sodann, als ein Glimmerblatt zwischen den Magnet und die Kugeln geschoben wurde, wie $1 : 2,25 : (2,25)^2$.

836 Die Einwirkung der Verkleinerung der Berührungsfläche auf die Anziehung und Tragkraft ist durch die Aenderung der Vertheilung des Magnetismus bedingt. Wird auf das Ende eines magnetischen Stabes ein dünner Anker aufgesetzt, so wird ihm freilich durch die Wirkung des Magnetes ein geringeres magnetisches Moment ertheilt, als wenn er die gleiche Dicke mit dem Magnet hätte; zugleich ist die Zahl der einander anziehenden Punkte geringer, und deshalb ist die Anziehung in einiger Entfernung kleiner. Wenn der dünnere Anker dagegen bei unmittelbarer Berührung von dem Magnet abgehoben wird und sich dabei ebenso stark neigt wie der dickere Anker, so entfernen sich seine verhältnissmässig stark magnetisirten Randtheile weniger weit von der Magnetfläche, als bei dem dickeren Anker. Zugleich ist bei grösseren Flächen die Berührung verhältnissmässig weniger innig, als bei kleinen. Daher kann die Tragkraft grösser sein bei dünneren Ankern, bis die Verminderung des Momentes durch die Verkleinerung des Durchmessers,

[1]) Nicklès, Électro-aimants, 1860, S. 27. — [2]) Dub, Elektromagnetismus, S. 342.

auch wohl die dabei leichter eintretende Sättigung wiederum eine Abnahme der Tragkraft hervorruft. Wird die Berührungsfläche ohne wesentliche Verminderung der Masse des Ankers verkleinert, z. B. durch Zuspitzung, so zeigt sich die dadurch bedingte Zunahme der Tragkraft deutlicher, da dann die Rückwirkung der grösseren Zahl der von der Berührungsfläche entfernteren magnetisirten Theilchen des Ankers auf die an jener Fläche liegenden bedeutender ist. Da bei grösserer Entfernung des Ankers vom Magnet die Ungleichheiten der Form gegen den Abstand mehr und mehr zurücktreten, so ist dabei die Anziehung verschieden geformter Anker von gleichem Gewicht nahezu gleich.

Eine Verminderung der Anziehung durch die vermeintliche Abstossung der einander berührenden Querschnitte von Anker und Magnet, welche sich von ihrer Massenanziehung subtrahiren und bei der Verkleinerung der Berührungsflächen gleichfalls kleiner werden sollte (vergleiche §. 812), brauchen wir zur Erklärung der betrachteten Erscheinungen nicht anzunehmen.

837 Legt man an das eine Ende eines linearen, mit einer Magnetisirungsspirale umgebenen Eisenstabes eine Eisenmasse, so nimmt seine Tragkraft am anderen Ende zu [1]). Man kann dies nachweisen, indem man einen Eisenstab vertical in einer Spirale befestigt, oben auf ihn ein Stück Eisen legt und unten einen mit Gewichten belasteten Anker anhängt, der gerade noch getragen wird. Sobald man die obere Eisenmasse entfernt, fällt der Anker ab.

Auf ähnliche Weise beobachtete Nicklès [2]), als er an den einen Pol eines hufeisenförmigen Elektromagnetes entweder keine Armatur von Eisen oder eine solche von 320 und von 590 g Gewicht legte, dass die Tragkraft des anderen Poles von 250 g bis 435 und 575 g anstieg.

Bei anderen Versuchen wurde ein gerader, 0,15 m langer Eisenstab. dessen untere Fläche abgerundet war, als Magnet in einer 0,1 m langen Magnetisirungsspirale vertical aufgestellt. Auf sein oberes Ende wurden Eisencylinder I bis VII von gleicher Dicke, wie der Magnet, und von 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35 cm Länge gestellt, und nun die Tragkraft am unteren Ende bestimmt, einmal, indem ein unterhalb mit Gewichten belasteter cylindrischer Anker mit seiner Cylinderfläche gegen den Magnetpol gelegt und die Belastung untersucht wurde, bei welcher er bei dem Anlegen gerade noch festgehalten wurde, dann, indem nach dem Anlegen die zum Abreissen vom Magnetpole erforderlichen Gewichte bestimmt wurden. Auf diese Weise ergaben sich u. a. in beiden Fällen die Tragkräfte A und B:

---

[1]) Magnus, Pogg. Ann. **38**, 439, 1836. — [2]) Nicklès, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **37**, 400, 1853; Électro-aimants, p. 61; auch vom Kolke, Pogg. Ann. **81**, 337, 1850.

Eisenstäbe auf den Magnet aufgesetzt:

	0	I	II	III	IV	V	VI
A	720	845	1000	1050	1150	1050	1050
B	800	1000	1050	1109	1180	1200	1150

	VI + I	VI + II	VI + IV	VI + VII
A	1000	950	930	890
B	1150	1000	999	940

Werden die an den Magnet gelegten Stäbe sehr lang, so nimmt also die Tragkraft wieder ab.

Der Grund dieser Erscheinung liegt darin, dass die an den Magnet gelegten Eisenmassen durch ihn magnetisirt werden, und die in ihnen gerichteten Theilchen auf den Elektromagnet selbst rückwirken und auch seine Theilchen stärker richten als vorher. Dadurch nimmt die Tragkraft bis zu einer Grenze zu. Da sich aber zugleich die Vertheilung der magnetischen Momente in der ganzen, vereinten Eisenmasse beim Anlegen längerer Eisenstäbe an das obere Ende des Magnetes ändert, und der Punkt, wo das Maximum jener Momente liegt, immer mehr von dem unteren Ende des Magnetes in die Höhe rückt, so nimmt hierdurch im Gegentheil die Tragkraft ab. Diese Erscheinung zeigt sich indess erst deutlich, wenn die Zunahme der Magnetisirung des Magnetes bei weiterer Vermehrung der angelegten Eisenmassen nur noch gering ist.

838 Die Wechselwirkung zwischen den verschiedenen Theilen eines magnetisirten Systems von Eisenmassen zeigt sich auch bei einigen Versuchen von vom Kolke[1]), bei denen er ein Eisenstäbchen von den Polen eines hufeisenförmigen Elektromagnetes abriss.

Wurden die beiden Schenkel des Magnetes durch Ströme von verschiedener Intensität entweder in gleichem oder in entgegengesetztem Sinne erregt, so war die Tragkraft T an einander entsprechenden Punkten der Polflächen:

Intensität	I	176	364	577	700
Pole gleichnamig	T	9,1	27,3	42,5	53
Pole ungleichnamig	T	35,5	57,5	83,3	101,2

Die durch den Magnetismus des einen Schenkels auf den anderen Schenkel ausgeübte magnetisirende Wirkung ist also bei schwächeren Magnetisirungen viel grösser, als bei stärkeren.

Bei Stahlmagneten ist die Zunahme der Tragkraft des einen Poles durch Anlegen von Eisenmassen an den anderen Null oder nur sehr klein, da sich hier die Rückwirkung der magnetisirten Eisenmassen auf den Stahlmagnet, wenn auch merklich, doch nur in sehr geringer Stärke bis zum anderen Pole erstreckt.

839 Die Tragkraft verschiedener Stellen des Querschnittes eines Elektromagnetes gegen einen Eisenanker ist von

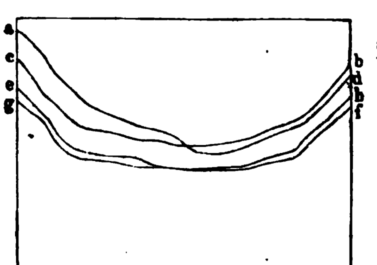
---

[1]) vom Kolke, Pogg. Ann. 81, 321, 1850.

vom Kolke (l. c.) bestimmt worden. Er bediente sich dazu eines hufeisenförmigen Elektromagnetes von 84 kg Gewicht, dessen Schenkel 102 mm Durchmesser hatten. Der Abstand beider Pole betrug 284 mm. Jeder Schenkel war mit 4 Lagen von je 92 Windungen von 4,36 mm dickem Kupferdraht umwunden. Auf die Polfläche des Magnetes wurde ein 1,7 g schweres, 26 mm langes, 4,5 mm dickes, am Ende zugespitztes Eisenstäbchen aufgesetzt, welches an dem einen Ende eines Wagebalkens hing. Dasselbe wurde durch Bleischrot abgerissen, welches auf die am anderen Ende des Wagebalkens hängende Schale geschüttet wurde.

Hätte der Magnet nur einen Schenkel, so müsste die Anziehung des Stäbchens in der Mitte seiner Polfläche am schwächsten, am Rande am bedeutendsten und rings um die Mitte gleich gross sein. Bei dem hufeisenförmigen Magnet wird aber der Punkt des Maximums der Anziehung nach der dem zweiten Pol zugekehrten Seite verschoben, wenn beide Pole ungleichnamig, dagegen nach der entgegengesetzten Seite, wenn beide gleichnamig magnetisirt sind. Auch besitzt im ersten Falle der Magnetpol am Rande das Maximum der Anziehung zunächst dem benachbarten Pol, im zweiten an dem diametral gegenüberliegenden Punkte. Die in beiden Fällen an verschiedenen Stellen der axialen, die Mittelpunkte beider Pole verbindenden Linie stattfindenden Anziehungen auf dem Magnetpol sind durch die Ordinaten der Curven *ab* und *ef*, Fig. 245, die in der darauf senkrechten, durch den Mittelpunkt der Polfläche gehenden Linie durch die Ordinaten der Curve *cd* und *gh* angegeben. — Wird nur ein Schenkel des Magnetes durch einen herumgeleiteten Strom erregt, so ist der Magnetismus auf dem Pol dieses Schenkels, sowie auf dem des nicht erregten nahe in gleicher Weise vertheilt; nur ist er auf dem letzteren schwächer. — Im Allgemeinen flachen sich die die Vertheilung bezeichnenden Curven ab, je schwächer die Magnetisirung ist, so dass das Verhältniss des Maximums und Minimums des Magnetismus auf der Polfläche kleiner wird.

Fig. 245.



Wurden auf den Magnet zwei parallelepipedische, 189 mm lange, 67,5 mm breite, 27 mm hohe Halbanker aufgelegt und die Tragkraft des einen derselben in der Mitte und an einer dem gegenüberliegenden Halbanker zunächst liegenden Ecke bestimmt, so wuchs sie mit Annäherung der Halbanker an einander sehr schnell. Sie muss aber endlich ein Maximum erreichen, da sich bei unmittelbarer Berührung der Halbanker oder bei Ersetzung derselben durch einen ununterbrochenen, parallelepipedischen, beide Pole verbindenden Anker in der Mitte zwischen den Polen eine Indifferenzstelle bildet, von der aus nach beiden Polen die Tragkraft erst schnell, dann langsamer zunimmt. Indess selbst

wenn die Halbanker bis auf 2 mm einander genähert wurden, war jenes Maximum noch nicht erreicht.

Sind beide Pole mittelst eines parallepipedischen Ankers verbunden und die Pole gleichnamig erregt, so ist mit Ausnahme der stärker polaren Kanten die Tragkraft auf der ganzen Länge des Ankers nahezu gleich. Wird nur ein Pol erregt, so nimmt die Tragkraft des Ankers von diesem Pol bis zur Kante des zweiten, nicht erregten Poles ab. Ueber demselben selbst wird das Eisenstäbchen nicht angezogen.

Diese Versuche sind geeignet, ein Bild von der Vertheilung der magnetischen Momente in dem Magnet und Anker zu geben. Da indess beim Aufsetzen des Eisenstäbchens auf die verschiedenen Stellen des Magnetes und Ankers die magnetische Vertheilung geändert wird, indem das Eisenstäbchen als ein Theil des ganzen magnetisirten Systemes zu betrachten ist, so sind die erhaltenen Zahlen kaum zu einer genauen Berechnung geeignet, um so weniger, als der Magnetismus des Stäbchens an den verschieden stark magnetischen Stellen des Magnetes sich mehr oder weniger einem Maximum nähert.

Aehnliche Versuche hat auch Grotrian [1]) angestellt. 840

Um die magnetische Vertheilung im Innern eines Magnetkernes zu untersuchen, schob er in zwei conaxiale, dicht nebeneinander liegende Spiralen zwei gleiche, 80 mm dicke und 348 mm lange, an ihren einander zugekehrten Enden ebene, an den abgekehrten abgerundete Eisenkerne bis auf 5 mm aneinander, leitete einen Strom in gleicher Richtung durch die Spiralen und brachte in verschiedene Stellen des Zwischenraumes eine kleine, mit einem Galvanometer verbundene Inductionsspirale von 4,5 mm Höhe und 1,05 cm Durchmesser. Beim Herausschieben aus dem Magnetfelde ergab sich wieder eine Zunahme der Feldintensität von der Mitte bis zum Rande um etwa 9 Proc., wobei noch nicht berücksichtigt ist, dass am Rande die Inductionsspirale nur einseitig von Magnetfasern getroffen wird.

In dem Innern des Eisenkernes ist also auch hiernach die Magnetisirung nur schwach.

Danach haften auch im Innern eines elektromagnetisirten Eisenrohres Eisenfeile nur schwach. Dass bei einem kurzen Eisenrohre bezw. einem Eisenringe dies nicht geschieht, ist sehr erklärlich, da dann die Abstände der an den Enden des Rohres gelegenen Pole der äusseren Längsfasern nicht sehr verschieden sind von den durch den äusseren Strom magnetisirten Innenfasern, besonders aber der Mitte des Ringes entfernt sind, weshalb sie die ursprüngliche Magnetisirungswirkung weniger in letzteren und am wenigsten in der Mitte des Ringes aufheben können. Eine besondere Schirmwirkung der äusseren Eisenmasse gegen das Innere, ein 841

[1]) Grotrian, Wied. Ann. 52, 735, 1894.

Hinderniss dadurch für das Eindringen der Magnetkraftlinien von der Magnetisirungsspirale ins Innere[1]), braucht darum noch nicht angenommen zu werden.

842 Bringt man statt eines längeren Eisenstäbchens eine runde Platte von Eisenblech vor die Mitte der Polfläche eines Magnetes, so wird sie nicht angezogen, wenn die Polfläche verhältnissmässig gross gegen sie ist[2]). Selbst in der Entfernung von 1 mm zeigt sich kaum eine Anziehung. — Durch die Annäherung eines längeren Eisenstäbchens ändert sich die Vertheilung der magnetischen Momente im Magnet. Dann erhalten auch die mittleren Theile eine merkliche Polarität; die dünne Eisenplatte dagegen ruft eine solche Aenderung nicht hervor, da sie, wenn sie durch die schwache Polarität in der Mitte des Magnetes eine geringe Magnetisirung in der Richtung ihrer Dickendimensionen erhält, doch wegen des geringen Abstandes ihrer beiden entgegengesetzt polaren Flächen kaum eine Anziehung und verstärkende Rückwirkung auf den Magnetismus des Magnetes selbst ausüben kann (vergl. §. 812).

843 Die Anziehung A und Tragkraft T, welche die der magnetischen Axe eines elektromagnetischen Eisenstabes parallelen Seitenflächen besitzen, ist von Dub[3]) untersucht worden.

Die Eisenstäbe waren so mit Spiralwindungen umgeben, dass sich zwischen je zweien derselben ein kleiner Zwischenraum befand. An den Stäben war der Länge nach eine 4 Linien breite, ebene Fläche angeschliffen, auf welche ein 2 Zoll langes, $^1/_2$ Zoll dickes Eisenstäbchen gesetzt wurde, das sich unten zu einer sphärischen Endfläche von $^1/_4$ Zoll im Durchmesser zuspitzte. Dieses Stäbchen wurde entweder direct oder nach Aufkleben eines Blättchens Papier von der Seitenfläche des Eisenstabes abgerissen. Der den Stab magnetisirende Strom war so schwach, dass noch keine Sättigung des aufgesetzten Stäbchens eintreten konnte. Auf diese Weise fand Dub, wenn die Intensität des magnetisirenden Stromes $= I$, der Abstand der Stelle, auf die das Stäbchen aufgesetzt wird, vom Ende des Magnetes $= E$, die Tragkraft $= T$, die Anziehung $= A$ ist, bei einem 2 Fuss langen, 1 Zoll dicken Stab:

[1]) S. auch Föppl, Elektrotechnische Zeitschr. 15, 209, 1894; Beibl. 18, 1894. — [2]) de la Rive, Compt. rend. 20, 1290, 1845. — [3]) Dub, Elektrom., S. 270.

$I = 12$		$const\,\sqrt{E}+\sqrt{T}$	$I = 7$		$I = 20$	
E	T		A	$const\,\sqrt{E}+\sqrt{A}$	A	$const\,\sqrt{E}+\sqrt{A}$
0,125	64 Lth.	10,3144	160,0	14,06	86,0	10,335
2,25	34	11,6568	64,0	14,00	34,0	10,331
4,5	22	13,1751	30,0	13,75	16,0	10,364
6,75	9,5	13,1746	11,0	13,7	7,5	10,533
9,000	2,625	13,6202	3,0	13,7	2,06	10,435
11,125	0,188	13,4819	0,3	13,89	0,25	10,5
12,000	0	12,7564	0	13,89	0	10,4

Aehnliche Resultate ergaben sich an einem anderen Stabe.

Auch an der breiten Seite eines permanent magnetisirten Stahlmagnetes von 21 Zoll Länge, $1^1/_2$ Zoll Breite und $^3/_8$ Zoll Dicke hat Dub dieses Verhältniss geprüft. Er erhielt u. A.:

E	$^1/_8$''	1''	2''	3''	4''	5''	6''	7''	10,5''
T	3,3	1,8	1,1	0,65	0,45	0,25	0,16	0,06	0
$C\sqrt{E}+\sqrt{T}$ . .	1,89	1,8	1,9	1,84	1,87	1,84	1,87	1,83	1,94

Indem nun Dub nach seinen §. 677 angeführten Sätzen den an jeder Stelle der Stäbe „erregten“ Magnetismus (der also dem Moment der Theilchen daselbst proportional wäre) proportional setzt der Quadratwurzel des Abstandes dieser Stelle vom Ende des Stabes, die Anziehung und, unter Berücksichtigung der störenden Umstände, auch die Tragkraft proportional annimmt dem Quadrat des an derselben Stelle vorhandenen freien Magnetismus, kommt er zu dem Satz:

Die Summe des „erregten“ und „freien“ Magnetismus ist an jeder Stelle der Stäbe constant. — Da der freie Magnetismus in der Mitte des Stabes Null ist, wo der „erregte“ Magnetismus im Maximum ist, so wäre hiernach auch der freie Magnetismus an jeder Stelle proportional der Differenz des in der Mitte des Stabes und an der untersuchten Stelle erregten Magnetismus.

Ist aber das Moment eines um x von der Mitte des Stabes entfernten Theilchens gleich m, so ist der freie Magnetismus an seiner Berührungsstelle mit dem folgenden Theilchen gleich dm/dx. Nach dem Satz von Dub müsste also

$$m + a\frac{dm}{dx} = k \quad \text{oder} \quad m = e^{-\frac{x}{a}} + k$$

sein, wo a und k Constante sind.

Die magnetischen Momente müssten dann einer logarithmischen Linie, nicht einer Parabel entsprechen, wie aus den Sätzen von Dub hervorgeht.

Ueberdies ist bei den vorliegenden Versuchen nach den §. 541 ge-

gebenen Ausführungen die Anziehung nicht völlig proportional dem Quadrat des freien Magnetismus an den einzelnen Stellen des Stabes.

844 Aehnliche Versuche sind auch von Lamont[1]) angestellt. Er hängte an einem Coconfaden von der Länge l kleine Eisenstückchen vom Gewicht e auf und knüpfte an dieselben einen zweiten, unterhalb mit einem Gewicht p belasteten Faden. Der ganze Apparat wurde den verschiedenen Stellen eines senkrecht gegen den magnetischen Meridian liegenden Stahlmagnetes genähert, so dass das Eisenstückchen von ihm angezogen wurde. Sodann wurde durch eine Schraube der Aufhängepunkt des Fadens vom Magnet entfernt, bis das Eisenstückchen abriss. Ist nach dem Abreissen, wo die Fäden vertical hängen, der Abstand des Eisenstückchens vom Magnet gleich s, so ist das zum Losreissen erforderliche Gewicht P:

$$P = (p + e + f)\frac{s}{l},$$

wo f das Gewicht des unteren Fadens bezeichnet.

Nach mehrfachen Correctionen, welche darauf Bezug haben, dass die Anziehung etwas kleiner ist, als dem Quadrat der magnetisirenden Kraft entsprechen würde, berechnet Lamont aus den Anziehungen bei drei Stahlstäben an je sechs, zwischen der Mitte und den Enden liegenden, gleich weit von einander entfernten Punkten die daselbst vorhandenen freien Magnetismen m. Die Stäbe waren aus ungehärtetem Stahl und cylindrisch, Die Stäbe I und II waren 507,6 mm lang und 24,2 mm dick, Stab III 341,5 mm lang und 14,66 mm dick.

Abstand von der Mitte A	I. m	II. m	III. m	Abstand von der Mitte A	I. m	II. m	III. m
+ 6	39,0	24,1	49,0	— 1	— 4,8	— 2,0	— 3,0
+ 5	25,8	13,5	33,7	— 2	— 10,3	— 4,0	— 11,9
+ 4	20,1	8,7	25,9	— 3	— 14,1	— 6,0	— 20,9
+ 3	14,7	5,3	19,2	— 4	— 19,3	— 9,1	— 29,2
+ 2	10,8	3,8	13,2	— 5	— 25,8	— 13,8	— 35,8
+ 1	5,3	2,2	8,0	— 6	— 38,3	— 24,8	— 25,5
+ 0	0,7	0,7	2,6				

Berechnet man die Vertheilung von M nach der Formel von Biot, $M = A\mu^x - B\mu^{-x}$, in welcher die Constante B eingesetzt ist, da die Stahlstäbe an beiden Polen nicht ganz gleich starke Polarität zeigen, so findet man bis auf die Enden der Stäbe eine gute Uebereinstimmung. Nur an letzteren sind die berechneten Werthe etwa um $^1/_6$ zu klein.

[1]) Lamont, Pogg. Ann. 83, 354 u. 364, 1851.

845 Auch vom Kolke (l. c. §. 838) hat die Anziehung durch die Seitenflächen eines Stahlmagnetes untersucht. Er riss ein an einer Wage hängendes Eisenstäbchen von den verschiedenen Punkten eines 9 mm dicken, 38 mm breiten und 610 mm langen Magnetstabes ab, welcher in horizontaler Lage senkrecht gegen den magnetischen Meridian befestigt war. Er fand folgende Tragkräfte:

Abstand von dem einen Ende	Auf der Mittellinie		Auf der Kante	
	der breiten Seitenfläche	der schmalen Seitenfläche	während der Stab flach auflag	während die Kante um 45° gehoben war
305 mm	0 g	0	0	0
203,4	6,1	8	8,7	5,5
101,7	12,1	17	17,5	10
45,2	19,6	26,5	27,5	15
0	35,3	39,8	46,5	27,9

Die Tragkraft des Magnetstabes ist also an den Kanten und den schmalen Flächen grösser, als auf den breiten Flächen.

Indess findet bei allen diesen Versuchen die schon §. 839 hervorgehobene Rückwirkung des temporären Magnetismus des Eisenstückchens auf den permanenten Magnetismus der Stahlstäbe statt.

III. Verhalten der Magnete, deren Axe eine in sich geschlossene Curve bildet.

A. Allgemeine Beziehungen.

846 Bildet die Axe eines überall gleich dicken Magnetstabes eine in sich geschlossene Curve, so kann er nach aussen hin keine Wirkung äussern, wenn die magnetischen Momente aller auf einander folgenden Theilchen gleich sind, also alle gleichen magnetisirenden Kräften unterworfen sind. So äussert ein in sich geschlossener und mit Kupferdraht umwickelter Eisenring beim Hindurchleiten des Stromes durch die Drahtwindungen weder elektromagnetische noch magnetische Wirkungen.

Solche Magnete nennt man Circularmagnete.

In ganz ähnlicher Weise übt nach Dove[1]) ein System, bestehend aus einem hohlen Eisencylinder, z. B. einem Flintenlauf, in welchen man einen gut hineinpassenden, magnetisirten Stahlstab einschiebt, nach aussen fast gar keine magnetischen Wirkungen aus. Es zieht beide Pole der

[1]) Dove, Pogg. Ann. 43, 517, 1838.

Magnetnadel an beiden Enden gleichmässig an, stellt sich, frei aufgehängt, nicht von Nord nach Süd u. s. f. Hier dient der Eisencylinder als Anker des Stahlmagnetes, und daher wird in ihm eine fast gleich starke, aber entgegengesetzt gerichtete Magnetisirung, wie die des Stahlstabes, erzeugt.

Legt man in den hohlen Eisencylinder einen mit einem Kupferdraht umwundenen geradlinigen, elektromagnetischen, weichen Eisenstab ein, so ist die Wirkung des letzteren nicht völlig aufgehoben, da bei der weiteren Entfernung der Ränder des Eisenstabes und des Cylinders von einander die entgegengesetzte Polarität des letzteren nicht so stark auftreten kann.

Auch wenn man durch die Mitte eines Stahlringes oder einer in der Mitte durchbohrten Stahlplatte einen Kupferdraht führt, durch diesen einen galvanischen Strom leitet und sodann den Kupferdraht entfernt, zeigt der Ring oder die Platte nach aussen keinen Magnetismus. Zerbricht man sie in zwei Hälften, so haben ihre Enden die magnetische Polarität, welche sie erhalten hätten, wenn sie einzeln in gleicher Lage der Wirkung des Stromes im Kupferdraht ausgesetzt gewesen wären. Solche Magnete bezeichnet man mit dem Namen der Transversalmagnete [1]).

Auch ein gewöhnlicher Eisen- und Stahldraht, durch welchen man direct einen Strom leitet, magnetisirt sich in ähnlicher Weise temporär und permanent circular.

Sind die Momente der einzelnen Theile eines in sich geschlossenen, circular magnetisirten Ringes nicht gleich, so zeigt sich an den Stellen, wo eine Aenderung der Momente stattfindet, freier Magnetismus. Dies geschieht z. B. mehr oder weniger, wenn man die Pole eines hufeisenförmigen Elektromagnetes mittelst eines Ankers verbindet.

847 Zunächst lässt sich nach Kirchhoff [2]) der Magnetismus eines ringförmigen Rotationskörpers von Eisen berechnen, dessen Masse von seiner Rotationsaxe nicht getroffen wird, welcher von Drahtwindungen umgeben ist, die ebenfalls einen, den Eisenkörper eng umschliessenden hohlen, mit dem Eisen conaxialen Ring bilden. Die magnetische Axe des Ringes steht dann auf der durch die Rotationsaxe gelegten Ebene senkrecht, und seine auf die Volumeneinheit bezogene magnetische Intensität ist an jeder Stelle gleich $2 n \varkappa i / \varrho$, wo $\varkappa$ die Magnetisirungsfunction, i die Intensität des magnetisirenden Stromes, n die Zahl sämmtlicher Windungen, ϱ der Abstand des betrachteten Elementes des Körpers von der Rotationsaxe ist.

---

[1]) Vergl. Gay-Lussac et Welter, Démonferrand, Lehrbuch, deutsch von Fechner 1823, S. 179; Erman, Denkschr. der Berl. Akad. 1820 bis 1821, S. 338; van Beek, Gilb. Ann. 92, 24, 1822; siehe auch Janet, Compt. rend. 105, 938, 1887; Beibl. 12, 279. — [2]) Kirchhoff, Pogg. Ann. Ergbd. 5, 1, 1870.

Nach aussen wirkt solcher Ring nicht; in einer ihn umgebenden Spirale von n_1 Windungen inducirt er aber beim Verschwinden seines Magnetismus und des Stromes in der Magnetisirungsspirale einen Inductionsstrom von der elektromotorischen Kraft

$$E = \frac{n n_1}{\pi} i (1 + 4\pi\varkappa) \int \frac{dv}{\varrho^2},$$

wo dv ein Volumenelement des Eisenringes ist. Ist der Querschnitt des Eisenringes ein Kreis vom Radius g, ist R der Radius des die Mittelpunkte der Querschnitte verbindenden Kreises, so ist

$$E = 4\pi n n_1 i (1 + 4\pi\varkappa) (R - \sqrt[2]{R^2 - g^2}).$$

Der mit $\varkappa$ multiplicirte Antheil dieses Werthes entspricht der Wirkung des Eisenringes für sich. Ist $\varkappa$ variabel, so gelten die obigen Gleichungen, wenn der Eisenring so dünn ist, dass für alle seine Stellen $\varkappa$ als constant anzusehen ist.

Hat die Masse des Ringes einen rechteckigen Querschnitt S, ist die Höhe desselben h, seine Breite in radialer Richtung r, so wird 848

$$E = 2 n n_1 i (1 + 4\pi k) h \,.\, \log nat \frac{2R + \varrho}{2R - \varrho}$$

oder, wenn ϱ gegen R sehr klein ist, annähernd

$$E = \frac{2 n n_1 i (1 + 4\pi k) h \varrho}{R} = \frac{2 n n_1 i (1 + 4\pi k) . S}{R}\ ^{1)}$$

Das Moment eines Eisenringes, in welchem also alle auf einander folgenden Theilchen gegenseitig richtend wirken, ist gleich dem eines unendlich langen Eisenstabes von gleichem Querschnitt, der ebenso, wie der erstere, an allen Stellen den gleichen magnetisirenden Kräften ausgesetzt ist. Dies gilt schon, wenn die Stäbe mindestens 500 mal so lang sind, als ihr Durchmesser [2]).

Die Intensität der inducirten Ströme, welche in einer einen Eisenring an einer Stelle umgebenden Drahtwindung inducirt werden, wenn derselbe an einer anderen Stelle durch eine vom Strom durchflossene Windung magnetisirt wird, ist von Boltzmann [3]) berechnet worden. 849

Es sei der Radius der Mittellinie eines Eisenringes gleich R, g der Radius seines kreisförmigen Querschnittes; auf den Ring seien im Winkelabstand ϑ zwei einzelne Drahtwindungen, eine inducirende vom Radius s, eine inducirte vom Radius r gelegt. Wird durch erstere plötzlich ein Strom von der Intensität i geleitet, so sei in der inducirten

1) Vgl. auch du Bois, Magnetische Kreise, S. 113. — 2) Siehe Mascart, Compt. rend. 102, 992, 1886; Beibl. 10, 724. — 3) Boltzmann, Wiener Anz. 1878, Nr. 22, S. 203; Beilbl. 3, 372.

Windung, deren Stromkreis den Widerstand w habe, die Gesammtintensität des Stromes $p = \int i dt$. Ist q das Mittel der für verschiedene Werthe von ϑ erhaltenen Werthe p, so ergiebt sich aus der Kirchhoff'schen Formel für p/q:

$$1 + 2\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\left[1+(a+l\sigma-1)\sigma+\left(a+l\sigma-\frac{5}{2}\right)\frac{\sigma^2}{2}+\cdots\right]\left[1+(a+l\varrho-1)\varrho+\left(a+l\varrho-\frac{5}{2}\right)\frac{\varrho^2}{2}\right]\left[1+\frac{3\gamma}{2}+\frac{5\gamma^2}{6}\cdots\right]}{1+\frac{wn^2q}{8\pi iR}\cdot\left[-a-l\gamma+\left(2+\frac{3a}{2}-\frac{3l\gamma}{2}\right)\gamma+\left(\frac{7}{4}-\frac{5a}{6}-\frac{5l\gamma}{6}\right)\gamma^2+\cdots\right.} \cos n\vartheta$$

wo $\gamma = (ng/2R)^2$; $\varrho = (nr/2R)^2$; $a = 1{,}1544314$. Ist R etwas gross gegen g, r, s, so genügen die Glieder, in denen $n = 1$ und $n = 2$ ist.

Bei mehreren Windungen muss man im Nenner annähernd $wn^2q/8\pi iR$ durch das Product der Zahlen der inducirenden und inducirten Windungen dividiren. — Versuche von v. Ettingshausen[1]) stimmen mit der Formel von Boltzmann wegen der Coërcitivkraft, Annäherung an das Maximum u. s. f. nicht völlig überein, wie zu erwarten.

850 Besteht ein Theil einer unendlich langen Stromleitung aus einem cylindrischen Stück Eisen vom Radius a und der Länge l, und ist die Rückleitung so weit von dem Eisen entfernt, dass sie keinen wesentlichen Einfluss auf dasselbe ausübt, so ist die magnetische Axe jedes Molecüls des Cylinders senkrecht auf seiner Axe und dem zu demselben gezogenen Radius ϱ.

Verlegt man die Wirkungen in einen Querschnitt, in welchen sich alle Kräfte concentriren lassen, so wird ein im Abstand r von der Axe des Drahtes gelegener Molecularmagnet vom freien Magnetismus μ nur von dem durch die innere Kreisfläche vom Radius r fliessenden Stromantheil beeinflusst, und zwar mit der Kraft $\varkappa\mu ir/a^2$, so dass also bei gleicher Stromintensität in Drähten von verschiedenen Durchmessern die auf gleich weit von der Axe gelegene Molecularmagnete wirkenden Kräfte sich umgekehrt wie die Quadrate der Radien der Drähte verhalten.

Die Summe der magnetisirenden Kräfte, welche auf die gleichnamigen Pole aller in einem Drahtstück von der Länge l liegenden Molecularmagnete wirkt, ist demnach

$$R = \int_0^r \int_0^l \int_2^\pi \varkappa \frac{\mu ir}{a^2} nr\,dr\,dl\,d\varphi = {}^2/_3 \pi \varkappa n \mu i l a.$$

Die Kraft ist also bei gleicher Stromintensität dem Durchmesser proportional. Ihr entspricht auch innerhalb gewisser Grenzen das Moment der im Kreise polarisirten Molecüle.

Nach aussen wirkt die Masse nicht magnetisch; in ihr selbst wird aber beim Oeffnen und Schliessen ein Strom inducirt, indem das Potential der Leitung auf sich selbst eine Veränderung um $2\pi\varkappa l$ erfährt.

---

[1]) v. Ettingshausen, Wied. Ann. 8, 554, 1879.

851 In einem longitudinal durchströmten Eisenstab von elliptischem Querschnitt, bezw. einer Röhre mit einem von zwei confocalen Ellipsen begrenzten Querschnitt und constanten Magnetisirungscoëfficienten hat Janet[1]) die Lage der Magnetisirungslinien berechnet. Sie bilden ähnliche Ellipsen von gleicher Axenrichtung, welche weniger abgeplattet sind, als die Umfangslinien. Die vier Quadranten des Leiters haben in Folge dessen auf der Oberfläche freie und abwechselnd nord- und südpolare magnetische Belegungen, welche auch direct experimentell nachzuweisen sind.

Die Dichte derselben ist an einem Punkt der Oberfläche des Cylinders die gleiche, wie die Dichte einer Schicht negativer, auf den elliptischen Cylinder gebrachten Elektricität multiplicirt mit dem Product der Coordinaten des Punktes.

852 Da in einem geschlossenen und magnetischen Kräften unterworfenen System von Magnet und Anker jedes Theilchen auf beiden Seiten andere Theilchen findet, die seinen Polen mehr oder weniger stark ihre ungleichnamigen Pole zuwenden, so kommt durch ihre Wechselwirkung die Einstellung ihrer Axen in der Richtung der Axe des Systems viel vollständiger zu Stande, als wenn das System an irgend einer Stelle unterbrochen ist; die zum Zerreissen desselben erforderliche Kraft ist grösser im ersten Falle als im zweiten.

Dieser Satz wird sehr deutlich durch Versuche von Magnus[2]) bewiesen. Zwei verticale weiche Eisenstäbe, welche parallel neben einander gestellt und von Spiralen umgeben waren, durch die der Strom so geleitet wurde, dass der eine Stab am unteren Ende einen Nordpol, der andere einen Südpol erhielt, trugen an ihren unteren Enden zusammen kaum einen drei Pfund schweren, sie verbindenden Anker. Wurden aber die oberen Enden der Stäbe durch einen zweiten Anker verbunden, so konnte der untere Anker mit etwa 40 Pfund belastet werden, ehe er abriss. Selbst als die Endflächen eines sechs Fuss langen Hufeisens von weichem Eisen an die oberen Enden der Stäbe gelegt wurden, vermehrte sich noch ihre Tragkraft.

Schon das Anlegen grösserer getrennter Eisenmassen an dieselben bewirkt das Gleiche in geringerem Grade (vergl. §. 838).

853 Diese Zunahme der gemeinsamen Tragkraft T_2 beider Pole eines Elektromagnetes gegenüber der eines Poles T_1 allein zeigen auch einige Versuche von Nicklès[3]), bei denen er cylindrische Anker mit ihrer Cylinderfläche gegen den einen oder gegen die beiden Pole eines elektro-

[1]) Janet, l. c. und auch schon Compt. rend. 110, 453, 1890; Beibl. 14, 919. — [2]) Magnus, Pogg. Ann. 38, 437, 1836. — [3]) Nicklès, Électro-aimants, p. 86, 1860; vergl. auch ältere Versuche von Henry und Ten Eyk, Gehler's phys. Wörterb. 9, 706; ganz ähnliche Versuche auch von Müller, Pogg. Ann. 105, 547, 1858.

magnetisirten Hufeisens legte und sie abriss. So war u. a. bei verschiedenen Stromintensitäten I:

I	T_1	T_2	T_2/T_1
76	600 g	5 100	8,3
135	2500	7 500	3
219	2600	10 700	4,1

Dass der grösste Unterschied zwischen der Tragkraft eines und beider Pole sich namentlich bei Magnetisirung durch schwache Ströme zeigt, ist durch das schnelle Eintreten der Sättigung bei stärkeren Strömen zu erklären.

854 Bei einem Dreizackmagnet, dessen äussere beide Schenkel eine entgegengesetzte Polarität hatten, wie der mittlere, ergab sich nach Nicklès[1]) die Tragkraft T_m des mittleren Poles, die Tragkraft T_{ma} des mittleren und eines äusseren Poles, endlich die Tragkraft T_{ama} aller drei, durch einen parallelepipedischen Anker verbundenen Pole bei verschiedenen Intensitäten I der magnetisirenden Ströme:

I	T_m	T_{ma}	T_{ama}
1188	3 kg	80	130
1041	2	68	120
263	—	6	15
203	—	3	4

Mit der Gestalt der Anker ändert sich das Verhältniss der drei verschiedenen Tragkräfte.

855 Der folgende Versuch zeigt gleichfalls die Rückwirkung des Magnetismus des Ankers auf den des Magnetes: Verbindet man die Pole einer galvanischen Säule mit der Magnetisirungsspirale eines hufeisenförmigen Elektromagnetes und schaltet in den Schliessungskreis ein Galvanometer ein, so weicht die Nadel um einen bestimmten Winkel ab. Sobald man den Anker auflegt, geht die Nadel für einige Augenblicke zurück, indem die Vermehrung des Magnetismus des Elektromagnetes an jeder Stelle einen einige Zeit dauernden, inducirten Strom im Drahte der Magnetisirungsspirale hervorruft, welcher dem ursprünglichen Strom entgegengerichtet ist.

---

[1]) Nicklès, Électro-aimants, p. 108.

Ganz dem entsprechend nehmen beim Auflegen des Ankers auf einen Hufeisenmagnet die beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes in einer auf den Magnet geschobenen Inductionsspirale inducirten Ströme an allen Stellen des Magnetes zu [1]).

856 Bei permanent magnetisirten, hufeisenförmigen Magneten von Stahl ist diese wechselseitige Richtung der Theilchen viel schwächer. So hielt nach Magnus [2]) ein solcher Stahlmagnet seinen, beide Pole berührenden Anker mit einer Tragkraft von 10 Pfund fest, ein Elektromagnet mit einer Tragkraft von 140 Pfund. Dennoch besass jeder einzelne Pol des ersteren für sich eine grössere Tragkraft, als jeder einzelne Pol des letzteren.

Sehr deutlich zeigt sich dies auch bei dem Verfahren von Sinsteden [3]), durch welches er die Tragkraft seiner Magnete zu vermehren sucht. Er legt hierzu ein kleines Eisenstäbchen in einiger Entfernung von den Polen quer über die Schenkel eines Stahlmagnetes, wobei durch das Eisen hindurch die an den Polen stark gerichteten Stahltheilchen auf einander viel stärker richtend wirken, als durch die Stahlmasse des Magnetes.

Dass indess auch bei den Stahlmagneten die magnetischen Theilchen des Ankers, wenn auch schwächer, auf die des Magnetes zurückwirken, ergiebt sich sehr gut aus einem anderen Versuch von Sinsteden [4]). Legt man an einen hufeisenförmigen Stahlmagnet einen flachen Anker von einer Seite, und dann von der anderen Seite gleichfalls einen solchen, so haftet dieser viel weniger stark am Magnet, als der erste, da die durch die Wirkung des ersten Ankers seitlich gerichteten Theilchen durch die Reibungswiderstände gehindert werden, ihre Lage zu verlassen und der Anziehung der durch den Magnet magnetisirten Theile des zweiten Ankers zu folgen. Erst wenn man den zweiten Anker wiederholt auf die scharfe Kante gebogen und wieder mit seiner Fläche angelegt hat, ist die Anziehung gegen diesen Anker ebenso stark oder sogar stärker, als gegen den ersten, indem einmal hierbei Erschütterungen eintreten, durch welche die Theilchen des Stahlmagnetes beweglicher werden, dann auch die Richtung der Theilchen an der Kante des zweiten Ankers bedeutender ist, als auf der Fläche des ersten, und so die Theilchen des Magnetes gleichfalls durch jenen stärker gerichtet werden.

Sind die beiden Schenkel eines Hufeisenmagnetes in entgegengesetztem Sinne durch die herumgeleiteten Ströme magnetisirt, so dass ihre Enden gleichnamige Pole zeigen, so verhalten sie sich im Wesentlichen wie zwei getrennte geradlinige Magnetstäbe.

857 Wird ein in sich geschlossener elektromagnetischer Ring in der Richtung der Leitlinie überall gleich stark magnetisirt und mit einem

---

[1]) Gaugain, Compt. rend. 76, 1582, 1873. — [2]) Magnus, l. c. — [3]) Sinsteden, Pogg. Ann. 76, 207, 1849. — [4]) Ibid. 76, 196, 1849.

radialen Schlitz versehen, so treten, wie vorauszusehen, an den beiden Seiten des Schlitzes freie Magnetismen auf, und das durch eine Inductionsspirale gemessene Moment der einzelnen Stellen des Ringes wird kleiner, indem nunmehr an der Unterbrechungsstelle die magnetischen Molecüle nicht mehr direct aneinander liegen und nicht mehr, wie bei unmittelbarer Berührung, aufeinander magnetisirend wirken. Im Gegentheil veranlasst die Rückwirkung der an den Seiten des Schlitzes aufgehäuften freien Magnetismen eine partielle Entmagnetisirung.

Eine solche Wirkung von Zwischenschichten ist schon vor langen Zeiten beim Magnetisiren durch Streichen beobachtet, wo ein dünner Oelüberzug des gestrichenen Magnetes die Magnetisirung wesentlich beeinträchtigt (vergl. §. 119).

Derartige Versuche haben z. B. Ewing und Low[1]) angestellt. Eine 0,79 mm dicke, 12,7 cm lange Eisenstange wird, ähnlich wie bei Versuchen von J. Hopkinson (§. 536, Anm.), zwischen zwei starke [-förmige Klammern von Eisen geklemmt und von oben durch einen Bolzen, auf dem das kürzere Ende eines am längeren Ende belasteten einarmigen Hebels drückt, gegen eine unterhalb befindliche Schraube gedrückt. Der Querschnitt der Klammern ist über 100 mal grösser, als der Querschnitt der Stange. Letztere war auf ihrer ganzen Länge mit einer Magnetisirungsspirale umwunden, durch welche Ströme von Accumulatoren geleitet wurden. Eine kurze, durch einen Erdinductor calibrirte Inductionsspirale über derselben gestattete, die Momente des Stabes bei Umkehrung der Richtung des Stromes zu messen. Die Stange wurde quer durchschnitten, wodurch sich die Momente wesentlich verringerten; beim starken Zusammenpressen wuchsen sie wieder, zuletzt bis zur früheren Grösse, wenn die auf einander liegenden Flächen völlig eben sind.

Wird ein Goldblatt zwischen solche Flächen gebracht, so wächst die Magnetisirbarkeit nicht ganz bis auf dieselbe Höhe.

858 Um diese Verhältnisse eingehender zu betrachten, kann man folgende Berechnung anstellen[2]).

Wir bezeichnen die magnetische Induction und die magnetische Intensität, so weit sie von ausserhalb des betrachteten Systems liegenden Ursachen ausgehen, mit dem Index e (extern), so weit sie von inneren Ursachen ausgehen, z. B. von den magnetisirten Körpern selbst, mit i (intern), die Summe beider mit t (total).

Will man die Vorstellung eines magnetischen Kraftflusses (§. 505) beibehalten, so kann man bei einem Eisenstück mit möglichst glatter Fuge die Wirkung der Luftschicht derselben einem gewissen magnetischen Leitungswiderstand parallel setzen.

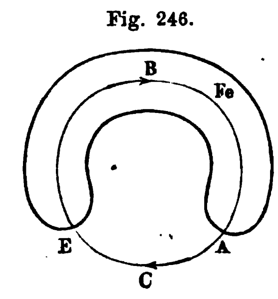
---

[1]) Ewing und Low, Phil. Mag. [5] 26, 274, 1888; Beibl 13, 719. — [2]) Vergl. hierzu und für das Folgende H. du Bois, Wied. Ann. 46, 459, 494, 1892. Magnetische Kreise, 82 114 u. flgde.

Bei verschieden starken Magnetisirungen bleibt der Werth desselben nach Ewing[1]) constant.

In einem ferromagnetischen Körper EBA (Fig. 246) muss durch die freien Magnetismen an den Stellen, wo die Kraftlinien von ihm zu dem umgebenden Interferricum übergehen, im Interferricum eine selbsterzeugte magnetische Intensität $\mathfrak{H}_i$ im Sinne der ursprünglichen Magnetisirung, im ferromagnetischen Körper eine selbsterzeugte entmagnetisirende Intensität $\mathfrak{H}'_i$ auftreten. Von letzterer haben wir nur die Componente $\mathfrak{H}'_{iL} = \mathfrak{H}'_i . \cos(\mathfrak{H}'_i, L)$ in der Richtung der Tangente zur Curve ABE zu betrachten. Das Linienintegral nach dL, dem Längenelement der geschlossenen Curve $ABECA$, muss gleich Null sein, also

Fig. 246.



$$\int_A^E \mathfrak{H}_{iL}\, dL + \int_E^A \mathfrak{H}'_{iL}\, dL = 0.$$

Ist Y_i das selbsterzeugte Potential, so wird demnach

$$-{}_A^E Y_i = {}_E^A Y_i = \int_E^A \mathfrak{H}'_{iL}\, dL.$$

Zwischen zwei Punkten A und E der Grenzfläche ist also die selbsterzeugte Potentialzunahme im Interferricum numerisch gleich dem Linienintegrale der selbstentmagnetisirenden Intensität im Ferromagneticum[2]).

Dasselbe gilt für die Summe der geschlossenen Bahnen, wenn mehrere die Grenzflächen zwischen dem Ferromagneticum und Interferricum kreuzen.

Diese Betrachtungen finden Anwendung auf die geschlitzten Toroide. 859

Der Querschnitt der Masse eines Toroids sei kreisförmig und seine Dimensionen seien klein gegen den Radius r_1 des alle Mittelpunkte der Axenschnitte verbindenden Leitkreises desselben. Dasselbe sei durch einen radialen Schnitt von der Weite d an einer Stelle durchschnitten. Das Toroid sei gleichmässig mit n Drahtwindungen umgeben, durch welche ein Strom J geleitet werde. Derselbe erzeugt ein Feld von der gleichmässigen Stärke $\mathfrak{H}_e = 2nJ/r_1$, worauf der Schnitt keinen Einfluss habe. Die selbsterzeugte Zunahme des magnetischen Potentials von der einen bis zur anderen Seite des Schnittes ist dann nach §. 858:

---

[1]) Ewing und Low, Phil. Mag. [5] 34, 320, 1892; Beibl. 17, 225. Ewing und Low, ibid. — [2]) Siehe auch H. du Bois, l. c.

$$ {}_E^A Y_i = \int_E^A \mathfrak{H}'_{iL} dL \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 1) $$

Wir können annehmen, dass der Werth der Magnetisirung $\mathfrak{J}$ an jeder Stelle des Leitkreises des Toroids zu demselben tangential ist und sowohl auf seiner ganzen Länge, wie in seinem Querschnitt nur sehr wenig variirt, also etwa constant gleich $\overline{\mathfrak{J}}$ ist. Dasselbe gilt für $\mathfrak{H}'_i$, welches constant gleich $\overline{\mathfrak{H}'_i}$ sei. Danach ist

$$ \int_E^A \mathfrak{H}'_{iL} dL = \overline{\mathfrak{H}'_i}(2\pi r_1 - d) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 2) $$

Ist $\overline{N}$ der mittlere Entmagnetisirungsfactor, so ist

$$ \overline{\mathfrak{H}'_i} = -\overline{N}\,\overline{\mathfrak{J}}, $$

also die selbsterzeugte magnetische Potentialdifferenz zwischen den Grenzflächen des Interferricums

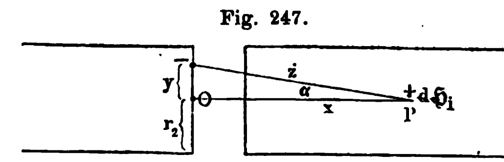
$$ {}_A^E Y_i = -\,{}_E^A Y_i = \overline{N}\,\overline{\mathfrak{J}}\,(2\pi r_1 - d) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 3) $$

Dieser Werth entspricht annähernd dem Product der an den Grenzflächen selbst erzeugten mittleren Intensität $\overline{\mathfrak{H}_i}$ mit der Schlitzweite (Gl.. 2).

Gleichung 3) ist die von H. du Bois[1]) entwickelte „Fundamentalgleichung" für die Betrachtung der geschlitzten Toroide.

860 Es bedarf noch einer specielleren Berechnung der einzelnen Werthe in dieser Gleichung. Es sei der Vereinfachung halber die Magnetisirung in dem ganzen Toroid gleichmässig vertheilt und im ganzen Querschnitt seiner Masse constant. Dann ist kein freier Magnetismus auf der Mantelfläche des Toroids und auch die allein von den Stromflächen des Schlitzes ausgehende selbstmagnetisirende Intensität $\mathfrak{H}^i$ relativ klein gegen die magnetische Feldintensität $\mathfrak{H}_e$.

Fig. 247.



Werden die Abscissen x (Fig. 247) von der Mitte O der Stirnfläche in der Richtung des Ringes, die Ordinaten y von O senkrecht dagegen gezählt, ist die Verbindungslinie z eines Punktes P, dessen Abscisse für den Punkt y gleich x sei, ist $\angle\,(z, x) = \alpha$, so wird durch das Ringstück $2\pi y\,dy$ auf den Punkt x eine Wirkung ausgeübt:

$$ d\mathfrak{H}_i = \frac{2\pi\mathfrak{J}y\,dy}{z^2}\cos\alpha = \frac{2\pi\mathfrak{J}y\,dy}{z^2}\,\frac{x}{z} = \frac{2\pi\mathfrak{J}yx\,dy}{z^3} = \frac{2\pi\mathfrak{J}x\,dz}{z^2}, $$

da $z^2 = x^2 + y^2$, also für einen constanten Werth von x auch $z\,dz = y\,dy$ ist.

---

1) H. du Bois, Wied. Ann. 46, 494, 1892.

Ist r_2 der Radius des Querschnittes, so folgt bei Integration von $d\mathfrak{H}_i$ zwischen dem Mittelpunkt und dem Umfang der Stirnfläche:

$$\mathfrak{H}_i = 2\pi\mathfrak{J}\left\{1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + r_2^2}}\right\}.$$

Integrirt man nochmals von $x = 0$ bis zum Schlitz, führt dasselbe Verfahren für die zweite Stirnfläche des Schlitzes durch und addirt, so erhält man, da d die Weite des Schlitzes ist:

$$4\pi\mathfrak{J}\left(d + r_2 - \sqrt{d^2 + r_2^2}\right) = \overline{N}_\infty \mathfrak{J}(2\pi r_1 - d).$$

$\overline{N}_\infty$ bezeichnet, dass der mittlere Entmagnetisirungsfactor eigentlich für unendlich starke magnetische Felder gilt [1]).

861 Meist kann man die Magnetisirung als solenoidal ansehen, so dass die freien Magnetismen nur an den Stirnflächen, bezw. auf den Oberflächen auftreten; auch kann man bei nicht zu grosser Krümmung annehmen, dass die Vertheilung an den Stirnflächen nahezu der auf den einander zugekehrten Stirnflächen zweier einerseits unendlich langen geraden Magnetstäbe vom Radius r_2 ist.

862 Da die Entmagnetisirung fast ausschliesslich von den Stirnflächen des Schlitzes ausgeht und mit der Entfernung von denselben abnimmt, so ist die Magnetisirung und Totalinduction in ihrer Nähe kleiner, als ferner davon. Die Kraft- oder Inductionslinien verbinden die Stirnflächen nicht allein direct, sondern bilden auch nach aussen divergirende, gekrümmte, sie verbindende Curven. Dies ist die schon §. 492 erwähnte Streuung der Kraftlinien. Der Inductionsfluss $\mathfrak{G}_t'$ im Toroid ändert sich nur wenig bis zum Schlitz, in welchem er seinen geringsten Werth $\mathfrak{G}_t$ erreicht. Das Verhältniss $\overline{\mathfrak{G}_t'}/\mathfrak{G}_t$ wird als Streuungscoëfficient bezeichnet. Derselbe ist meist grösser, mindestens gleich Eins.

863 Diese Formeln hat H. Lehmann [2]) an einem geschlossenen Toroid geprüft, dessen Leitkreis den Radius $r_1 = 7{,}96$ cm, dessen Querschnitt den Radius $r_2 = 0{,}895$ cm und den Inhalt $S = 2{,}52$ qcm hatte. Es war mit 695 Windungen in drei Windungslagen von 0,15 cm starkem Kupferdraht vom Widerstand 0,51 Ohm gleichmässig bewickelt und zur Messung des Inductionsflusses von einer verschiebbaren secundären Spirale von 613 Windungen umgeben (Widerstand 4,97 Ohm). Danach war die mittlere Intensität $\mathfrak{H}_e = 2n_1 J/r_1 = 174{,}6\,J$. $\mathfrak{H}_t$ wurde über den Querschnitt als gleich angenommen. Es wurden Ströme von 20 Amp. von einem Accumulator angewandt, so dass die Felder etwa 350 C.-G.-S.-Einheiten hatten. Das Toroid lag in auf 0° gekühltem Petroleum. Vor

[1]) In Betreff weiterer Annäherungen, sowie des Verhaltens mehrfach radial geschlitzter Toroide siehe H. du Bois, Magnetische Kreise, S. 110 u. flgde. —
[2]) H. Lehmann, Wied. Ann. 48, 406, 1893.

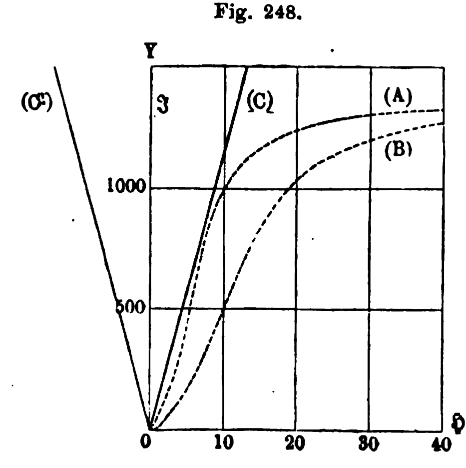
jedem Versuch wurde es durch abwechselnd gerichtete, immer schwächere Ströme unmagnetisch gemacht und sodann wurden stufenweise stärkere Ströme, zuweilen mit Commutirungen, durch die Magnetisirungsspirale geleitet und die inducirten Ströme in der Inductionsspirale an einem calibrirten Galvanometer bei 25 Stromstärken abgelesen (hierbei können die Inductionsströme im Eisenkern und der Magnetisirungsspirale mitwirken).

Darauf wurde das Toroid mit einem Schlitz von 0,2 bis 0,35 cm Länge versehen, ein genau passendes Messingscheibchen hineingelegt und eventuell das Toroid zusammengebogen, bis der Schlitz gerade von dem Scheibchen erfüllt wurde. Neben dasselbe wurden einige Windungen sehr feinen Kupferdrahtes gelegt, deren mittlerer Durchmesser dem der Stirnflächen gleich war. Durch die ersterwähnte Inductionsspirale wurde der totale Inductionsfluss $\overline{\mathfrak{G}}_t'$ in ihr, durch eine kleine, um den Schlitz gelegte Inductionsspirale der Inductionsfluss $\mathfrak{G}_t$ durch letzteren gemessen. Das Verhältniss $\overline{\mathfrak{G}}_t'/\mathfrak{G}_t$ giebt den Streuungscoëfficienten.

Nach Construction der Magnetisirungscurve $\mathfrak{J} = f(\mathfrak{H}_e)$ für fünf Schlitze von 0,040, 0,063, 0,103, 0,202, 0,357 cm Weite wurden durch Rückscheerung [1]) derselben die entsprechenden Entmagnetisirungslinien gezeichnet. Der mittlere Entmagnetisirungsfactor bleibt danach bis etwa zur halben Sättigung constant; er ist für das ungeschlitzte Toroid und dasselbe mit den fünf Schlitzen innerhalb dieser Grenzen

[1]) Verzeichnen wir als Abscissen (Fig. 248) die magnetisirenden Kräfte $\mathfrak{H}$, als Ordinaten der Curven (*A*) und (*B*) der durch eine Inductionsspirale gemessenen Momente $\mathfrak{J}$ eines überall gleichen magnetisirenden Kräften $\mathfrak{H}$ ausgesetzten, ganz geschlossenen oder eines mit einem Schnitt versehenen Eisenringes (Toroids) und suchen die Abscissen, welche gleichen Ordinaten der beiden Curven entsprechen, so geben die Differenzen $\Delta\mathfrak{H}$ dieser Abscissen, als Function der betreffenden Ordinaten, eine Linie (*C*), welche annähernd bei engen Schnitten einer geraden Linie entspricht und deren Gleichung $\Delta\mathfrak{H} = N\mathfrak{J}$ ist, wo *N* eine mit der Schnittweite wachsende Constante ist. Zieht man links von der Ordinatenaxe eine Linie (*C'*), welche mit derselben den gleichen Winkel bildet, wie *C*, und denkt alle einzelnen Punkte der Figur entsprechend der Richtung der Abscissen so verschoben, dass die Linie *OC'* mit der Coordinatenaxe *OY* zusammenfällt (macht eine den Abscissen parallele Scheerung nach Ewing), so ergiebt sich die Curve (*B*) aus der Curve (*A*).

Fig. 248.



	1	2	3	4	5
ber. $\overline{N}_\infty$	0,0098	0,0151	0,0242	0,0451	0,0726
ber. $\overline{N}$	0,0077	0,0105	0,0145	0,0205	0,0236
beob. $\overline{N}$	0,0079	0,0102	0,0140	0,0203	0,0246

Mit der Theorie stimmen die Beobachtungen, so weit es zu erwarten ist.

Die Streuungscoëfficienten sind innerhalb derselben Grenzen:

1 1,52 1,79 2,48 3,81

Sie wachsen also mit der Weite der Schlitze bedeutend. Bei stärkeren Magnetisirungen nähern sie sich dem Werth Eins.

864 Haben sich in einem geschlossenen Kreise von Eisen die magnetischen Molecüle nach der Einwirkung eines an allen Stellen im gleichen Sinne die Molecüle richtenden Stromes durch ihre gegenseitige Anziehung stark in ihre magnetischen Lagen geordnet, so kann man den magnetisirenden Strom öffnen, ohne dass die Molecüle ihre Stellung völlig verlassen. Es bleibt in dem geschlossenen Kreise ein Residuum von remanentem Magnetismus übrig.

Legt man daher an einen hufeisenförmigen Elektromagnet einen nicht zu schweren Anker und öffnet den magnetisirenden Strom, so bleibt der Anker noch am Magnet hängen. So beobachtete zuerst Sturgeon[1]), dass ein hufeisenförmiger Elektromagnet, welcher einen mit den daran hängenden Gewichten 75 Pfd. schweren Anker während der Dauer des magnetisirenden Stromes trug, nach Oeffnen desselben noch 20 Pfd. mit dem Anker tragen konnte.

Dies findet sogar, wenn auch in geringerem Grade, statt, wenn Anker und Magnet durch einen Papierstreifen[2]) oder ein Glimmerblatt von einander getrennt sind. Man kann dabei einen Magnet von weichem Eisen nach dem Vorlegen des Ankers, statt durch den herumgeleiteten Strom, auch durch Streichen mit einem Stahlmagnet magnetisiren[3]).

Wenn man daher einen Elektromagnet erst durch einen starken Strom I erregt und dann die Intensität des letzteren allmählich bis auf einen kleineren Werth I_1 vermindert, so vermag der Magnet bei dieser Intensität in Folge des remanenten Magnetismus einen viel stärker belasteten Anker zu tragen, als wenn man ihn nur von vornherein durch den Strom von der Intensität I_1 erregt hätte[4]).

Unterbricht man aber die Continuität des in sich geschlossenen, magnetisirten Eisenkreises, so hört die gegenseitige Einwirkung der magnetischen Molecüle auf einander an der Unterbrechungsstelle auf; sie kehren mehr oder weniger in ihre unmagnetischen Gleichgewichts-

[1]) Sturgeon, Pogg. Ann. 24, 637, 1832; Ann. of Phil. 12, 217, 1826. — [2]) Dove, Pogg. Ann. 29, 462, 1833. — [3]) Watkins, Phil. Trans. 2, 333, 1833; Pogg. Ann. 35, 208. — [4]) Vergl. u. A. Joule, Sturgeon Ann. of Electr. 5, 187 u. 471.

lagen zurück, der Elektromagnet behält nur noch mehr oder weniger permanenten Magnetismus.

Hat man daher nach Unterbrechung des magnetisirenden Stromes den an einem hufeisenförmigen Elektromagnet haftenden Anker einmal abgerissen, so vermag der Magnet den Anker bei wiederholtem Anlegen meist nicht mehr zu tragen; man bemerkt höchstens eine schwache Anziehung desselben, welche bei wiederholtem Anlegen und Entfernen des Ankers auch noch bis zu einem gewissen Grade durch die dabei erfolgenden Erschütterungen verschwindet.

Der nach Oeffnen des magnetisirenden Stromes in einem geschlossenen Magnet zurückbleibende remanente Magnetismus und der nach Oeffnen des Stromes und nach Oeffnen des Magnetkreises z. B. durch Abreissen des Ankers permanente Magnetismus sind demnach sorgfältig von einander zu unterscheiden. Die beiden Namen werden leider oft mit einander verwechselt.

865 Bei in sich geschlossenen Magneten (Hufeisen, die mit Ankern versehen sind) wenden wir im Allgemeinen dieselben Methoden zur Bestimmung ihres Magnetismus an, wie bei ungeschlossenen. Wir reissen den Anker durch Gewichte von ihnen ab und bestimmen die Tragkraft, welche, wie oben, indirect das Moment der Theilchen an der Trennungsstelle ergiebt. Wir messen auch wohl die Anziehung des Ankers in grösserer Entfernung. — Wir umgeben die Magnete mit Inductionsspiralen an einer Stelle oder an allen Orten und bestimmen 1) durch den beim Schliessen des magnetisirenden Stromes entstehenden Inductionsstrom das temporäre Moment der Magnete während der Schliessung durch den Anker. Wir beobachten 2) durch den bei Oeffnen des magnetisirenden Stromes entstehenden Inductionsstrom die hierbei stattfindende Aenderung des magnetischen Momentes; die Differenz beider Beobachtungen giebt uns das nach Oeffnen des Stromes zurückbleibende remanente magnetische Moment. Reissen wir dann 3) den Anker ab, so erhalten wir einen neuen, der hierbei stattfindenden Verminderung des Momentes entsprechenden Inductionsstrom. Die Differenz zwischen der Beobachtung 1) und der Summe der Beobachtungen 2) und 3) giebt das nach Abreissen des Ankers im Magnet zurückbleibende permanente Moment. — Durch Schwingungen einer benachbarten Magnetnadel können wir endlich einen annähernden Schluss auf den etwaigen freien Magnetismus im geschlossenen Kreise ziehen.

866 Dabei ist zu beachten, dass bei der gleichen, auf die einzelnen Theile eines geschlossenen Systems wirkenden magnetisirenden Kraft in Folge der grösseren Wechselwirkung der Theilchen das temporäre Moment der Volumeneinheit grösser ist, als in ungeschlossenen Magneten.

Bestimmt man daher die Magnetisirungsfunction ($\varkappa$) eines geschlossenen Magnetes, so ist sie bei kleinen Kräften grösser, als die

Magnetisirungsfunction $\varkappa$ eines offenen, und wächst in ersterem schneller zu einem Maximum an.

Wenn man die Magnetisirungsfunction $(\varkappa)$ eines geschlossenen Magnetes durch Inductionsströme bestimmen will, indem man um denselben an einer kleineren oder grösseren Stelle eine Inductionsspirale windet und den den Magnet magnetisirenden Strom schliesst oder öffnet oder umkehrt, so sind diese Unterschiede von den analogen Bestimmungen an offenen Systemen zu beachten.

Wird 1a) ein ungeschlossener Stab durch einen Strom zum ersten Male temporär magnetisirt, so ist der in der umgebenden Inductionsspirale erzeugte Inductionsstrom proportional seinem temporären Moment M; wird 1b) der magnetisirende Strom umgekehrt, so nimmt der Stab nahezu einen gleich starken entgegengesetzten Magnetismus an, wie vorher; der Inductionsstrom entspricht dabei nahezu dem doppelten temporären Moment $2M$. Wird 1c) der den Stab magnetisirende Strom geöffnet, oder nach dem Oeffnen wieder geschlossen, so ist der erzeugte Inductionsstrom proportional der Differenz des (bei wiederholtem Schliessen etwas veränderlichen) temporären und je nach der Eisensorte verschieden grossen permanenten Momentes $(M - P)$.

Wird dagegen 2a) ein geschlossener Eisenkern von gleicher Länge und Dicke zum ersten Male magnetisirt, so ist der in der umgebenden Inductionsspirale erzeugte Inductionsstrom ceteris paribus proportional seinem temporären Moment M_1, welches nicht gleich M ist. Wird 2b) der magnetisirende Strom umgekehrt, so erhält man einen Inductionsstrom, der nahezu $2M_1$ proportional ist. Wird 2c) der magnetisirende Strom geöffnet, oder nach dem Oeffnen wieder geschlossen, so ist der Inductionsstrom proportional der Differenz $M_1 - R$ des (bei wiederholtem Schliessen etwas veränderlichen) temporären Momentes M_1 und des remanenten Momentes R, also schwächer als bei 2a. Wird 3) der Eisenkreis an einer Stelle durchbrochen, so entsteht ein Inductionsstrom, der dem Werth $R - P_1$ entspricht, wo P_1 das dem temporären Moment $M_1 > M$ entsprechende permanente Moment ist. Nur wenn die geschlossenen Stäbe als unendlich lang anzunehmen sind, werden die Werthe $M = M_1$ und $R = P$. Die Functionen $\varkappa$ und $(\varkappa)$ dürfen mithin nicht ohne Weiteres mit einander verwechselt werden.

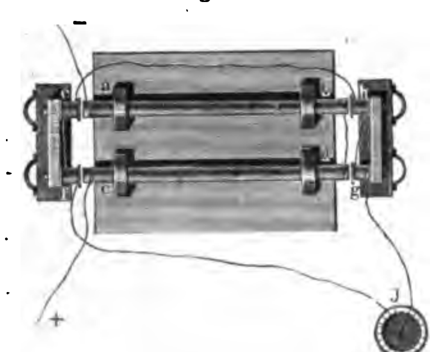
Bei allen diesen Versuchen wirken die Inductionsströme, welche bei der Aenderung der Stromintensität, beim Schliessen und namentlich beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes, ebenso beim Abreissen des Ankers sowohl in der magnetisirenden Spirale, als auch in der Masse des magnetischen Metalles entstehen, im höchsten Grade störend ein, indem sie den Magnetismus des Kerns ändern. Sie lassen sich hier nicht vermeiden, wenn man die Momente des letzteren durch Inductionsströme bestimmen will. — Die Versuche geben also nur relative und wenig maassgebende Resultate.

B. Einfluss der Grösse der magnetisirenden Kraft.

867 Mit wachsenden magnetisirenden Kräften treten in einem geschlossenen Elektromagnet ganz ähnliche Verhältnisse ein, wie bei einem offenen; so also zuerst das im Verhältniss zur magnetisirenden Kraft schnellere Anwachsen des Moments seiner einzelnen Theile, sodann die Annäherung an das Maximum. Da indess die einen geschlossenen Kreis bildenden Molecüle sich unter einander viel stärker gegenseitig richten als in einem offenen Kreise, so nähert sich das Moment eines geschlossenen Magnetes viel schneller dem Wendepunkt und dem Maximum, als das eines offenen.

868 Zunächst haben **Lenz** und **Jacobi**[1]) die mit wachsender magnetisirender Kraft erfolgende Zunahme des gesammten temporären Momentes in einem geschlossenen Kreise von weichem Eisen auf folgende Weise bestimmt.

Fig. 249.



Gegen zwei weiche Eisenstäbe *ab* und *cd*, Fig. 249, welche der Länge nach mit Spiralen umgeben waren, wurden zwei Anker *ef* und *gh* gelegt, welche aus zwei, an einem eisernen Querstück befestigten Eisencylindern bestanden, die mit Inductionsspiralen umwickelt waren. Letztere standen mit dem Galvanometer in Verbindung. Nach der Messung der Intensität des um die Stäbe *ab* und *cd* herumgeleiteten Stromes an einer elektromagnetischen Wage wurden beide Anker *ef* und *gh* gleichzeitig von den Stäben *ab* und *cd* abgerissen und der Inductionsstrom gemessen, dessen Intensität I dem im Anker verschwundenen temporären magnetischen Moment M proportional ist. So ergab sich:

Länge der Stäbe	Anzahl der Windungen n	M	1000 M/n
3′	946	0,90333	0,955
2½	789	0,71823	0,910
2	634	0,61106	0,964
1½	474	0,48633	1,026
1	315	0,32185	1,022
½	163	0,16476	1,011

[1]) Lenz u. Jacobi, Pogg. Ann. 61, 266, 1844.

Ebenso fand sich, als nur auf die Enden der Stäbe zwei Zoll lange Kupferhülsen geschoben waren, die mit je. 250 Windungen umgeben waren:

Länge der Stäbe	3'	$2^1/_2$	2	$1^1/_2$	1	$^1/_2$
M	0,75594	0,72637	0,72417	0,74915	0,75737	0,76911

Bei gleich dicken Stäben ist also das auf diese Weise gemessene temporäre magnetische Moment des Ankers proportional der Anzahl der Windungen der Magnetisirungsspiralen und proportional der Intensität der Ströme, also proportional der magnetisirenden Kraft, und wenn die Stäbe ihrer ganzen Länge nach mit den Drahtspiralen umgeben waren, unabhängig von der Länge der Eisenstäbe. — Umgiebt man nur die Enden der Stäbe mit Drahtspiralen, so wächst auch dann noch das magnetische Moment der Anker proportional der Intensität der magnetisirenden Ströme.

Bei diesen Versuchen waren die magnetisirenden Kräfte jedenfalls nur gering.

Rowland[1]) hat den Magnetismus geschlossener Eisen-, Nickel- und Stahlringe von kreisförmigem Querschnitt bestimmt, welche mit einer Spirale umgeben waren. Der magnetisirende Strom wurde durch einen Commutator, eine Tangentenbussole, sodann durch einen zweiten Commutator, verschiedene Widerstandsrollen und die Spirale geleitet. Auf den Eisenring war ausserdem eine kleine, mit einem Galvanometer verbundene Spirale von n_1 Windungen geschoben, in der beim Umkehren der Richtung des magnetisirenden Stromes ein Strom inducirt wurde, dessen Intensität i_1 gemessen wurde. Jeder Ring darf nur einmal bei aufsteigender Magnetisirung untersucht werden. **869**

Zur absoluten Messung war in den Kreis des inducirten Stromes noch ein Erdinductor, ein Drahtring von n Windungen und dem Radius R eingeschaltet, welcher auf einer horizontalen Ebene lag und um 180° gedreht wurde.

Erst wurde der magnetisirende Strom geöffnet. Der Inductionsstrom ergab die Differenz des temporären und remanenten Magnetismus. Sodann wurde der Strom umgekehrt. Auf diese Weise erhielt man die temporäre Magnetisirung allein. Die Differenz giebt den remanenten Magnetismus. Indess ist hier vorausgesetzt, dass bei Umkehrung der Stromrichtung der Magnetring die gleiche, aber entgegengesetzte Magnetisirung annimmt, wie vorher, was nicht ganz richtig ist. Die Versuche ergaben das schon früher beobachtete, erst schnellere, dann langsamere Ansteigen der Magnetisirung mit Wachsen der magnetisirenden Kraft. Werden die temporären Magnetismen als Abcissen, die Werthe

[1]) Rowland, Phil. Mag [4] 46, 140, 1873; Sillim. Journ. [3] 6, 416, 1873; Phil. Mag. [4] 48, 321, 1874.

μ als Ordinaten verzeichnet, so erhält man die Curven, Fig. 250, bei der alle Halbirungspunkte der der Abscissenaxe parallelen, die Curve schneidenden Linien (die Wendepunkte) wesentlich auf einer geraden Linie liegen.

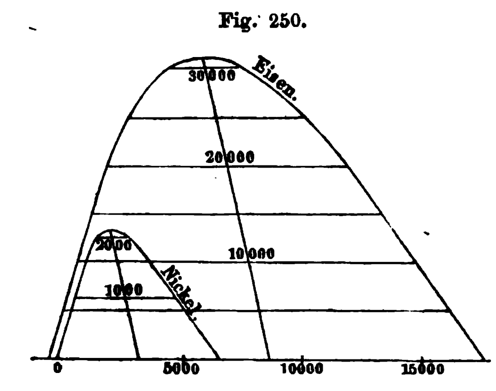
Nach Rowland lassen sich die Magnetisirungsfunctionen k und μ durch Formeln von der Form

$$k = \alpha \sin \left(\frac{M + \beta k + \gamma}{\delta}\right) \qquad \mu = \alpha' \sin \left(\frac{R + \beta' \mu + \gamma'}{\delta'}\right)$$

darstellen, wo α, β, γ, δ, α', β', γ', δ' Constante sind.

Die für die einzelnen Ringe erhaltenen Resultate haben nur allein für die untersuchte Metallsorte Bedeutung, um so mehr, als alle Ringe bis auf einen zusammengelöthet waren. Wir begnügen uns deshalb mit den allgemeinen Angaben. Nach Rowland zeigt sich ein allmähliches Anwachsen von μ (bezw. k) mit der magnetisirenden Kraft, bis etwa 0,24 bis 0,38 des Maximums der Magnetisirung erreicht sind, und darauf eine Abnahme. Ist das Metall permanent magnetisirt, so ändert sich nach wiederholter Hin- und Hermagnetisirung bei schwachen, den Magnetismus ändernden Kräften sein Magnetismus weniger, bei gröseren um ebenso viel.

Fig. 250.



Das Maximum des Momentes der Volumeneinheit scheint in absolutem Maasse (C.-G.-S.) für Eisen gleich 13 900, für Nickel gleich 4940, für Kobalt gleich 8000 (etwa) zu sein.

Nimmt man mit Maxwell an, dass in Folge der Magnetisirung die Spannung in dem Ringe für die Flächeneinheit $M^2/4\pi$ ist, so würden Magnete von gutem Eisen im Maximum der Magnetisirung 354 Pfund, von Nickel 46 Pund auf den Quadratzoll tragen.

Die Magnetisirungsfunction k berechnet sich hieraus nach Hugo Meyer[1]) bei Nickel für Kräfte f von 18 bis 44,3 zu 3,69 bis 6,69, bei einer anderen Sorte für Kräfte von 23,25 bis 47,7 zu 4,18 bis 12,91. — Mittelst der §. 577 erwähnten Methode findet H. Meyer in einem 560,94 mm langen und 0,504 mm dicken Draht für $f = 3{,}096$, $k = 2{,}24$, während für Stahl k etwa 8 bis 11, für weiches Eisen gleich 32 ist.

870 Die Annäherung des Momentes der geschlossenen Systeme an ein Maximum und die Aenderung der Magnetisirungsfunction ($\varkappa$) ist von

1) Hugo Meyer, Wied. Ann. 18, 251, 1883.

Stoletow[1]) untersucht worden. Ein eiserner Ring von 200,025 mm äusserem, 180,37 mm innerem Durchmesser, dessen Querschnitt ein Rechteck von 14,75 mm Höhe bildete, war mit zwei, aussen kreisförmig abgerundeten Holzrinnen bedeckt, auf welche 800 Windungen von (ohne Ueberspinnung 0,45 mm, mit derselben 0,67 mm dickem) Kupferdraht gewickelt waren, deren Querschnitt nahezu die Form zweier, durch Halbkreise verbundener paralleler Linien hatte. Durch diese Drahtlage wurde der magnetisirende Strom geleitet. Darüber war noch eine zweite Drahtlage von 750 Windungen in fünf Abtheilungen von 50 bis 250 Windungen gelegt, von denen die eine oder andere oder mehrere zugleich mit einem Multiplicator verbunden wurden. Die Enden der Drähte waren so gelegt, dass sie die Componenten des Stromes in den Windungen in der Richtung der Centrallinie des Drahtringes compensirten. Vermittelst zweier Cummutatoren wurde der Strom einer Säule durch eine Drahtrolle, welche östlich vor einem Magnetometer aufgestellt war, dessen Ablenkungen die Stromintensität bestimmten, und durch die erste Windungsreihe des Eisenringes geleitet. Bei wiederholtem Umkehren der Stromrichtung in letzterer wurden in der darübergewickelten Rolle Inductionsstösse erzeugt, deren Intensität man je aus dem ersten Ausschlag bezw. mittelst der Multiplicationsmethode berechnete. Auf diese Weise konnte die Aenderung des Momentes des Eisenringes bei Umkehrung der Stromrichtung bei verschiedenen Intensitäten I der magnetisirenden Ströme und der dieser Aenderung entsprechende Werth der Magnetisirungsfunction $(\varkappa)$ für die Volumeneinheit bestimmt werden. Es wird u. A.

I	$(\varkappa)$	I	$(\varkappa)$
4,30	21,54	100,3	108,10
9,22	40,95	132,6	87,70
12,60	68,70	179,3	66,87
15,60	104,48	217,0	56,47
32,12	174,20	252,2	49,68
40,38	168,90	288,2	44,04
71,83	136,20	307,3	42,13

Bei zunehmenden magnetisirenden Kräften steigt also auch die Function $(\varkappa)$ anfangs und nimmt erst nachher wieder ab.

Die Function $(\varkappa)$ ist dabei, wie schon erwähnt, im Allgemeinen grösser, als die Magnetisirungsfunction $\varkappa$ bei der Magnetisirung eines nicht geschlossenen Systemes.

Die Zunahme der Differenz des temporären und remanenten Momentes von Eisenringen mit wachsender magnetisirender Kraft ergiebt sich auch aus folgenden Versuchen von Baur[2]). 871

[1]) Stoletow, Pogg. Ann. 146, 439, 1872. — [2]) Baur, Wied. Ann. 11, 394, 1880.

Ein Eisenring von 94,32 mm Ringradius und 10,13 mm Radius der Eisenmasse war mit Windungsreihen belegt. Sein Moment wurde durch Beobachtung der Inductionsströme in einer derselben beim Oeffnen oder Schliessen des Stromes in der anderen bestimmt. Ist i die magnetisirende Kraft, $(\varkappa)$ die Magnetisirungsfunction, $M = (\varkappa) i$ das Moment, so ist für schwache Kräfte

$$(\varkappa) = 15{,}0 + 10{,}0\, i, \qquad M = 15{,}0\, i + 10{,}0\, i^2.$$

Die Magnetisirungsfunction hätte also für $i = 0$ einen positiven Werth, das Moment beginnt mit einem Parabelbogen.

872 Aus den Formeln von Lamont (§. 447 u. flgde.) folgt das Moment m eines Molecüls, welches von der Mitte eines an allen Stellen durch gleiche Kräfte magnetisirten, linearen Stabes von der Länge $2l$ um x entfernt ist:

$$m = \frac{\mu}{1 - 2\alpha}\left\{1 - \alpha e^{-bl}\left(e^{+bx} + e^{-bx}\right)\right\},$$

wo μ das direct durch die äussere Kraft Eins in jedem Molecül erzeugte Moment ist.

Das mittlere Moment aller Molecüle der Reihe ist gleich:

$$(m) = \frac{\mu}{1 - 2\alpha}\left(1 - \alpha\,\frac{1 - e^{-bl}}{bl}\right).$$

Für einen unendlich langen oder in sich geschlossenen Stab wird dasselbe:

$$(m_\infty) = \frac{\mu}{1 - 2\alpha}.$$

Werden aus (m) und (m_∞) die correspondirenden Werthe X und $\varkappa$ in der Gleichung $M = X/(1 + \varkappa C)$ bestimmt, wo X die magnetisirende Kraft, C eine vom Axenverhältniss eines ellipsoidischen Stabes abhängige Constante ist (vgl. §. 462), so ergiebt eine Vergleichung der betreffenden Werthe für einen 200 mm langen und 0,95 mm dicken Stab nach Oberbeck und einen Eisenring (nach Stoletow) u. A. [1]):

Stab		Ring		Stab		Ring	
M	$\varkappa$	M	$(\varkappa)$	M	$\varkappa$	M	$(\varkappa)$
23,7	60,5	23,2	157	92,2	82,8	91,4	112,2
35,0	106,6	35,6	172,0	113,2	75,8	111.2	97,1
40,9	114,7	40,4	168,9	141,8	62,1	140,1	82,1
51,4	115,8	52,5	161,6	211,8	44,0	217,0	56,5
75,2	99,1	75,5	132,1	231,1	41,9	235,8	52,9
				361,2	28,7	307,3	42,1

[1]) Oberbeck, Fortpflanzung der Induction in weichem Eisen, Halle a. S. 1878; Beibl. 2, 290.

Die Constante ($\varkappa$) ist also wiederum für den Ring grösser als die Constante $\varkappa$ für den Stab.

873 Wie bei offenen Magneten, wächst bei wiederholter Magnetisirung das temporäre Moment geschlossener Magnete und auch ihr remanenter Magnetismus, indem die Molecüle dabei beweglicher werden und stärker dem Zuge der auf sie wirkenden magnetischen Kräfte folgen. Wird daher ein mit einem Anker versehener Magnet durch einen herumgeleiteten Strom magnetisirt, der Strom unterbrochen, der Anker wiederholt abgerissen, der Magnet von Neuem mit aufgelegtem Anker magnetisirt u. s. f., so wächst bei etwa 50 maliger Wiederholung der Operation und Messung des Inductionsstromes beim Abreissen des Ankers in einer um den Magnet gelegten Inductionsspirale das remanente (weniger permanente) Moment bis um $^1/_5$ [1]).

Aus demselben Grunde wächst bei abwechselnder Magnetisirung eines mit einem Anker versehenen Hufeisenmagnetes durch einen Strom I und einen schwächeren Gegenstrom $-i$ zuletzt das durch den ersteren Strom erzeugte, wie oben gemessene remanente Moment [2]).

Schiebt man den Anker nur ab, so vermehren die schwächeren Ströme das remanente Moment nicht mehr.

Auch durch abwechselnde Wirkung von Strömen I und $-i < I$ kann bei demselben Verfahren das durch I erzeugte remanente Moment der Hufeisen gesteigert werden, offenbar, indem die Theilchen dadurch beweglicher werden. (Aehnlich wirken Erschütterungen durch Schläge.)

874 Auch die übrigen Verhältnisse, welche wir an offenen Magneten kennen gelernt haben, wiederholen sich an geschlossenen, nur dass sie wiederum durch die grössere Wechselwirkung der Theilchen modificirt werden. Danach ist z. B. zum Vernichten des remanenten Momentes eine kleinere entgegengesetzt wirkende magnetisirende Kraft oder ein schwächerer, dem ursprünglichen Strom I entgegengesetzter Strom in der Magnetisirungsspirale erforderlich, als zum Magnetisiren; ein im ursprünglichen Sinne nach dem entgegengesetzten Strom $-i$ wirkender Strom $+I$ stellt das frühere Moment wieder her, ein entgegengerichteter ihm folgender Strom $-i$ vermehrt das entgegengesetzte remanente Moment nur noch wenig u. s. f. Diese Erscheinungen kann man wie oben durch Inductionsströme in einer die Schenkel eines Elektromagnetes umgebenden Spirale beim Abreissen des Ankers beobachten [3]).

---

1) Gaugain, Compt. rend. 77, 1054, 1873. — 2) Gaugain, Compt. rend. 78, 246, 1874. Die Annahme, dass hierbei immer mehr Molecüle gerichtet werden, ist nicht haltbar, ebenso wenig, dass die abwechselnden Magnetisirungen verschieden tief in die Eisenmassen eindringen. — 3) Gaugain, Compt. rend. 77, 1074, 1873; auch Ann. de Chim. et de Phys. [5] 11, 5, 1877; Beibl. 1, 433, 1877. Weitere Versuche von Gaugain, wo ein durch einen Strom I magnetisirter Elektromagnet entweder nur einem schwächeren Strom $-i$, oder den Strömen $-i$ und $+i$ ausgesetzt wird, und sich nach jedem

Dass man bei Hufeisen-, sowohl Stahl- wie Elektromagneten, ebenso wie bei geraden Stäben, durch abwechselnd gerichtete, immer schwächere Ströme den Magnetismus vernichten kann, versteht sich von selbst.

875 Auch die bei auf- und absteigenden magnetisirenden Strömen in geraden Stäben beobachteten cyklischen Processe wiederholen sich in geschlossenen Elektromagneten.

Bei Stromwechsel (bis zu 125 in der Secunde, wie sie durch Transformatoren erzeugt werden können) sind die Magnetisirungscurven von Ringen bei kleineren magetisirenden Kräften bei gleicher Stärke der auf- und absteigenden Ströme gleich, es tritt keine Viscosität auf [1]).

876 Die permanenten Momente der Stahlmagnete vermindern sich bei wiederholtem Anlegen und Abreissen des Ankers von den Polen auf ihren ganzen Längen ein wenig.

Noch mehr geschieht dies bei einem Elektromagnet, von dem man nach dem Magnetisiren unter Auflegen des Ankers den letzteren wiederholt nach dem Oeffnen des magnetisirenden Stromes abreisst.

877 Legt man auf einen Magnet verschieden harte Anker, so werden ihre Molecularmagnete um so stärker gerichtet, je weicher sie sind. Der Magnet zeigt daher auch um so weniger Magnetismus nach aussen. Man kann dies nachweisen, wenn man auf eine in ostwestlicher Richtung vor einem Magnetspiegel aufgestellte magnetisirte Stahllamelle verschieden harte magnetische Eisen- und Stahllamellen legt und die Verminderung der Ablenkung des Spiegels beobachtet. Umgekehrt wird bei den entsprechenden Versuchen aus analogen Gründen die Wirkung von magnetischen Lamellen nach aussen durch Auflegen desselben Ankers um so mehr vermindert, je weicher erstere sind, und endlich der freie Magnetismus durch Auflegen weicher Anker auf weiche Stahlmagnete viel mehr geschwächt, als beim Auflegen harter Anker auf harte Magnete [2]).

878 Eine Eisenröhre, durch deren Axe mittelst eines isolirten Kupferdrahtes ein Strom geleitet wird, ist circular magnetisirt und stellt einen geschlossenen Magnet dar. Ihre Magnetisirungen müssen dasselbe Verhalten zeigen, wie ein auf gewöhnliche Weise magnetisirter geschlossener Eisenring. Man kann die Aenderungen ihres Momentes bestimmen, indem man sie z. B. mit einer isolirten Metallröhre umgiebt, deren Enden mit einem Spiegelgalvanometer verbindet, bezw. mit longitudinalen, iso-

---

Strom der remanente Magnetismus ändern sollte, wie wenn er allein vorhanden wäre, lassen bei den höchst complicirten mechanischen Bedingungen beim Hin- und Herdrehen der Molecüle und ihrer dabei erfolgenden Wechselwirkung, sowie in Folge der dabei stets in den Eisenmassen auftretenden Inductionsströme keine einfache Deutung zu. — [1]) J. B. Hopkinson, Lum. électr. **45**, 38, 1892; Beibl. **17**, 56. — [2]) Külp, Pogg. Ann. **153**, 315, 1874.

lirten, ihre Masse umgebenden Drahtwindungen umwindet und die Inductionsströme darin bei Veränderungen der Stromintensität in dem Kupferdraht im Eisenrohr beobachtet. Selbstverständlich ist auch hier der beim ersten Stromschluss erzeugte Inductionsstrom etwa die Hälfte von dem bei Umkehrung des Stromes erzeugten; er ist bei wiederholter Stromwirkung kleiner als bei der ersten, da das remanente Moment hierdurch schon gebildet ist, welches 76 bis 83 Procent des temporären betragen kann; ebenso ist, abgesehen von dem remanenten Moment, die Inductionswirkung stärkerer Ströme nach schwächeren fast die gleiche, wie bei directer Anwendung derselben.

Nach einem starken Strome in entgegengesetzter Richtung angewandte schwächere Ströme veranlassen, da sie das remanente Moment (gerade wie bei offenen Magneten das permanente) leichter aufheben, viel stärkere Inductionsströme, als gleich gerichtete. Werden wiederholt abwechselnd gerichtete Ströme angewandt, so nehmen die abwechselnd gerichteten remanenten Momente (wie die permanenten bei offenen Magneten) ab; die Inductionsströme werden immer schwächer.

Dass ferner die remanenten Momente der geschlossenen Röhren viel schneller anwachsen, als die permanenten in offenen Magneten im Verhältniss zu den temporären Momenten in beiden Fällen, folgt ebenso unmittelbar aus der starken Wechselwirkung der Theilchen; auch ist klar, da beim Aufschlitzen der Röhren der Länge nach der Kreis der transversal gestellten Molecularmagnete durchbrochen ist, dass die circulare Magnetisirung abnimmt [1]). Weitere Röhren erhalten etwas schwächere circulare Magnetisirungen, obgleich die einzelnen Theilchen durch einen unendlich langen axialen Strom ebenso stark magnetisirt werden sollten, als bei engen.

In einem an allen Stellen gleich dicken Eisenring, welcher überall gleich starken in der Richtung der Axe seiner Masse wirkenden magnetisirenden Kräften ausgesetzt ist, kann kein freier, nach aussen wirkender Magnetismus vorhanden sein. — Ist die magnetisirende Kraft nicht gleichmässig vertheilt, so dass die Momente der auf einander folgenden Molecüle verschieden sind, so entspricht er der Differenz jener Momente. Dies findet fast immer bei den durch einen Anker geschlossenen Hufeisenmagneten statt, welche in Folge dessen eine ihnen genäherte Magnetnadel polar ablenken [2]). 879

Umgiebt die Magnetisirungsspirale einen Eisenring nicht an allen Stellen, so fallen von der von ihr bedeckten Stelle die Momente gegen die unbedeckten Stellen ab, indess weniger stark, als in einem offenen Magnet, wiederum wegen der grösseren Wechselwirkung der Theilchen. 880

---

[1]) Vergl. Herwig, Pogg. Ann. 156, 430, 1875. — [2]) Vergl. auch Jamin, Compt. rend. 81, 1227, 1875.

Eben deshalb ist auch bei Durchschneidung des Ringes die Tragkraft der beiden Theile gegen einander, bezw. die Tragkraft eines Elektromagnetes, von der Lage der Magnetisirungsspirale nicht sehr abhängig (s. w. u.).

Derartige Versuche sind von Oberbeck[1]) angestellt worden.

Ein Eisenring von 18 cm innerem, 20 cm äusserem Durchmesser und 2 cm Metalldicke war auf 4 cm Länge mit einer Magnetisirungsspirale von 145 Windungen bedeckt. Ueber dieselbe war eine aus wenig (1 bis 2) Windungen bestehende verschiebbare Inductionsspirale gewunden. Wurde letztere dicht neben die magnetisirende Spirale und nachher 90 und 180^0 entfernt davon angebracht und der magnetisirende Strom durch einen Commutator umgekehrt, so nahmen die den Aenderungen des magnetischen Momentes an den betreffenden Stellen entsprechenden Inductionsströme von der einen zur anderen Stelle um etwa 7 und 2,2 Proc. ab. Auch als die Magnetisirungsspirale aus zwei je 3 cm breiten, diametral gegenüberstehenden Rollen gebildet war, betrug die Intensität der Inductionsströme an dem um 90^0 von den Magnetisirungsspiralen entfernten Stellen etwa nur 2 Proc. weniger, als dicht neben denselben, und zwar innerhalb gewisser Grenzen ziemlich unabhängig von der Intensität der magnetisirenden Ströme (deren Inductionswirkung selbst zu vernachlässigen ist), da das Maximum der Magnetisirung im ganzen Ringe noch nicht erreicht war.

Ganz entsprechend wirken beim Durchleiten gleicher entgegengesetzter Ströme durch die beiden Magnetisirungsrollen die Magnetisirungen gegen einander und werden die Momente dicht an den Rollen etwa 13 mal kleiner, als bei gleich gerichteten Strömen. An den um 90^0 von beiden Rollen entfernten Punkten sind die Momente gleich Null. Ist die magnetisirende Kraft einer der beiden Rollen, z. B. ihre Windungszahl, grösser, so schieben sich, wie zu erwarten, die Nullpunkte gegen die schwächer wirkende Rolle hin, und zwar um so mehr, je grösser auch bei unverändertem Verhältniss der magnetisirenden Kräfte, also bei gleich bleibenden Rollen, ihr absoluter Werth, d. h. die Stromintensität, ist, bis schliesslich der ganze Ring der stärkeren Kraft entsprechend magnetisirt erscheint.

Werden die Inductionsspiralen nahe an die Nullpunkte gestellt, so zeigen die nach einer Umkehrung des magnetisirenden Stromes erfolgenden Schwingungen der Nadel des Galvanometers nach dem ersten Ausschlage eine Zunahme und dann Ungleichmässigkeiten, welche den zeitlichen Verlauf der Magnetisirung an den einzelnen Stellen des Ringes andeuten. Liegt die Inductionsspirale näher an der schwächer wirkenden Spirale, so nimmt danach die zuletzt erfolgte Vertheilung im Sinne des Stromes in letzterer bedeutend ab, um dann wieder langsam

[1]) A. Oberbeck, Ueber die Fortpflanzung der magnetischen Induction im weichen Eisen. Habilitationsschrift, Halle a. S. 1878, S. 305; Beibl. 2, 288.

zuzunehmen; liegt sie näher an der stärker wirkenden Spirale, so nimmt der im Sinne des Stromes darin zuerst erzeugte Magnetismus längere Zeit hindurch ab.

881 Aehnliche Erscheinungen treten ein, wenn der Eisenring durch zwei gleiche, diametral einander gegenüberliegende und einander entgegenwirkende Spiralen (S, S') (von je 50 Windungen) magnetisirt, die Inductionsspirale auf den um 90° von denselben entfernten Nullpunkt gebracht und nun durch Einfügung einer Nebenschliessung in der einen Spirale ihr Strom wesentlich auf Null reducirt (a) oder umgekehrt durch Fortnehmen derselben in die Spirale eingeführt wird (e) (wobei die Gesammtintensität des Stromes sich nicht merklich ändert).

So ergaben sich z. B. die aus den Inductionsströmen I berechneten magnetischen Momente M, nachdem zuerst der Strom beide Spiralen durchlief:

	S_a	S'_a	S_e	S'_e	S_a	S'_a	S_e	S'_e
I	− 45,4	+ 9	+ 50,8	7	+ 6	− 5	− 44,6	+ 11
M	− 45,4	− 36,4	+ 24,4	+ 17,4	+ 23,4	+ 18,4	− 26,2	− 15,2

	S_a	S'_a	S'_e	S_e	S'_a
I	− 5	+ 5	− 10	+ 2	+ 50,8
M	− 20,2	− 15,2	− 25,2	− 23,2	+ 27,6

Nach dem Oeffnen des Stromes in der einen Spirale (S) magnetisirt sich also der ganze Ring im Sinne der anderen; wird auch die zweite (S') geöffnet, so bleibt ein bedeutender remanenter Magnetismus zurück, der beim Schliessen der ersten Spirale (S) ganz umgekehrt wird. Wird dann auch die zweite Spirale geschlossen, so ist die Magnetisirung in den früheren Nullpunkten nicht wieder Null.

882 Das Verhältniss der verschiedenen Theile des in einem System von Hufeisenmagnet und Anker erzeugten Magnetismus hat Poggendorff[1]) bestimmt. Die Schenkel des Magnetes waren mit Drahtrollen umgeben, welche aus je zwei isolirten Drähten bestanden. Die einen dieser Drähte wurden mit den Polen der Säule verbunden und die Intensität I des Stromes durch eine Tangentenbussole bestimmt. Die beiden anderen Drähte wurden mit dem Galvanometer verbunden, durch welches die Intensität des Inductionsstromes in ihnen gemessen wurde:

1. Als kein Anker auf dem Magnet auflag und der Kreis des magnetisirenden Stromes geöffnet wurde. Diese Intensität sei a.

2. Als auf den Magnet ein flacher Anker gelegt war und der magnetisirende Strom zum ersten Male geschlossen wurde. Die jetzt beobachtete Intensität b des inducirten Stromes entsprach dem totalen, im Magnet erzeugten temporären magnetischen Moment.

---

[1]) Poggendorff, Pogg. Ann. 85, 147, 1852.

3. Als der Stromkreis geöffnet und wieder geschlossen wurde. Die Intensität *c* entsprach dem totalen Magnetismus weniger dem in Magnet und Anker zurückbleibenden remanenten Magnetismus.

4. Als der Anker nach dem Oeffnen des magnetisirenden Stromes vom Magnet abgerissen wurde. Die jetzt gemessene Intensität *d* des Inductionsstromes gab den Werth des remanenten (nach Abzug des permanenten) Magnetismus an.

Nach diesen Versuchen war u. a.:

I	1	1,25	2,33
a	4,36	10,23	16,06
b	32,10	49,66	58,87
c	10,45	17,66	24,15
d	— 25,01	— 34,75	— 39,37

1. Das totale magnetische Moment *b* des durch den Anker geschlossenen Magnetes wächst hiernach in schwächerem Verhältniss, als die Intensität der magnetisirenden Ströme.

2. Die Summe der Werthe *c* und *d* müsste dem Werthe *b* gleich sein; sie ist aber etwas grösser, da der Magnet nach dem Oeffnen des Schliessungskreises bei den Versuchen ad 3 vor dem Schliessen ein wenig von seinem remanenten Magnetismus verliert, und dadurch der Werth *c* etwas zu gross ausfällt.

Statt eines mit einem Anker versehenen Hufeisens kann man auch einen in sich geschlossenen und mit Draht umwickelten Eisenring für diese Versuche verwenden. Die Resultate sind die analogen.

Kehrt man die Richtung des Stromes um, welcher einen mit seinem Anker versehenen Elektromagnet magnetisirt, so ist die Intensität der Inductionsströme in einer ihn umgebenden Spirale fast doppelt so stark, als wenn man den Magnet zum ersten Male durch einen Strom von gleicher Intensität magnetisirt (Poggendorff, l. c.) Also auch hier ist zur Vernichtung des im Magnet nach Oeffnen des magnetisirenden Stromes zurückbleibenden remanenten Magnetismus nur eine sehr geringe Kraft erforderlich.

Selbstverständlich vermehren sich die Wirkungen in einem Hufeisen, wenn die Ströme durch beide Spiralen in gleichem Sinne fliessen, sie subtrahiren sich, wenn sie entgegen laufen. Dem entsprechend ist die Tragkraft im ersten Falle bedeutend, im letzteren äusserst schwach.

883 Das Verhältniss der Momente der verschiedenen Stellen ist in offenen und geschlossenen, permaneneten Stahlhufeisen und elektromagnetischen Hufeisen von weichem Eisen sehr verschieden [1]).

[1]) Gaugain, Compt. rend. 77, 587, 702, 1873.

In einem offenen Stahlhufeisenmagnet fallen bei gleichmässiger Magnetisirung die Momente von der Biegung nach beiden Polen ab, wie in einem geraden Stahlmagnet.

Wird der Stahlmagnet durch einen Anker von weichem Eisen geschlossen, und werden die Inductionsströme in einer auf verschiedene Stellen des Magnetes geschobenen Spirale beim Abreissen des Ankers gemessen, so nimmt ihre Intensität, d. h. das Moment der Theilchen, im Verhältniss zu dem Moment im offenen Magnet in der Nähe der Pole bis auf das Fünf- bis Sechsfache zu; von wo aus das Moment gegen den Bug hin sehr schnell bis auf Null abfällt.

In einem offenen hufeisenförmigen Elektromagnet, dessen Schenkel mit nicht zu langen Magnetisirungsspiralen umwunden sind, steigen dagegen die durch Inductionsströme beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes gemessenen Momente von den Polen an bis zu einem Punkte im Inneren der Spiralen und sinken dann bis zu einem im Bug des Elektromagnetes gelegenen Minimum. Entsprechend ist der freie Magnetismus am Nordpol bis in die Spirale nördlich, von da bis zum Bug südlich; dort ist er Null, wird dann nördlich bis zur zweiten Spirale und bis zum Südpol wieder südlich.

Legt man einen Eisenstab mit seinem einen Ende senkrecht gegen die Seite eines Schenkels eines Hufeisenmagnetes, so erhält er am Magnet einen Pol, welcher mit dem ihm zugekehrten Pol des dem Magnetpol zuliegenden Moleculs daselbst ungleichnamig, des dem Bug zuliegenden gleichnamig ist. Dadurch werden die Molecüle zwischen der betreffenden Stelle und dem Bug stärker, die gegen den Pol hin schwächer in die axiale Lage gestellt; auf ersterer Seite nehmen die Momente zu, auf letzterer aber ab. 884

Aus diesem Grunde wird auch der Magnetismus eines Hufeisenmagnetes von Stahl verstärkt, wenn man seine Schenkel mit einem weichen Eisenstab vom Bug zu den Polen streicht, er wird bei umgekehrtem Streichen vermindert. Je schwächer der ursprüngliche Magnetismus ist, desto mehr wird er durch Streichen mit dem Eisenstab verstärkt.

Selbstverständlich verändert sich bei beiden Verfahren die Vertheilung der Momente und freien Magnetismen.

Bei sehr starken Magnetisirungen wird auch durch das Streichen vom Bug zu den Polen der Magnetismus geschwächt; da dann durch den seitlichen Eisenstab die Molecularmagnete aus der axialen Lage zu sehr seitlich abgelenkt werden und diese Wirkung die der Richtung nach der Axe überwiegt.

Ebenso wie ein an jeden einzelnen Schenkel gelegter Eisenstab wirkt ein über beide Schenkel transversal gelegter und zu den Polen oder gegen den Bug hingeführter Eisenstab. In ähnlicher Weise kann man, wenn der Magnetismus eines hufeisenförmigen Stahlmagnetes durch

öfteres Abreissen des Ankers auf ein gewisses Minimum reducirt ist, ihn noch weiter schwächen, wenn man den Anker näher an dem Bug über seine Schenkel legt und ihn wiederholt abreisst[1]).

885 Mit der Zeit nimmt die Tragkraft der mit ihren Ankern versehenen Stahlmagnete zu, so dass man sie allmählich immer stärker belasten kann. Hier wirken wohl kleine Erschütterungen, in Folge deren sich die Molecüle immer mehr in die Richtung der magnetischen Axe einstellen.

C. Tragkraft und Anziehung mit Ankern geschlossener Elektromagnete.

886 Die Tragkraft geschlossener Elektromagnete ist wegen ihrer complicirten Form nur in wenigen Fällen zu berechnen. Indess hat Stefan[2]) unter gewissen Annahmen eine Berechnung der Tragkraft eines aus zwei halbkreisförmigen Eisenstücken bestehenden Elektromagnetes ausgeführt.

Auf dem mit den Magnetisirungsspiralen eng umwundenen Magnet befindet sich kein freier Magnetismus, so dass nur die Wechselwirkungen an den Trennungsflächen zu berechnen sind. Da eine gleichförmig mit magnetischen Massen belegte Fläche auf einen ausserhalb liegenden Punkt mit einer Kraft wirkt, die der Dichtigkeit σ auf der Fläche und der Oeffnung des vom Punkt zu der Fläche gezogenen Kegels proportional ist, so ist die Anziehung auf einen dicht an der Fläche liegenden Punkt gleich $2\pi\sigma$. Ist q der Inhalt der Berührungsfläche, so ist demnach die Anziehung der Anker- und Magnetfläche gleich

$$A = 2\pi\sigma . q\sigma = 2\pi q\sigma^2.$$

An den Rändern ist die Anziehung eigentlich geringer, indess ist sie gegen die gesammte Anziehung zu vernachlässigen.

Ist normal zu einem Element dw der Trennungsfläche ein kleines, einen Elementarmagnet darstellendes Prisma von der Länge λ errichtet, so ist sein Moment $dw . \sigma\lambda$, ist ferner das Moment der Volumeneinheit des Ringmagnetes gleich m, so ist auch jenes Moment gleich $m . \lambda dw$, daher $\sigma = m$ und $A = 4\pi m^2 q$.

Die Tragkraft A ist also dem Quadrat der Intensität m der Magnetisirung und der Grösse der Berührungsfläche proportional. Für die Einheit der Berührungsfläche ist $A_1 = 2\pi m^2$.

Dieselbe Formel gilt für geschlossene Magnete von anderer Gestalt, vorausgesetzt, dass sie überall gleichen Querschnitt haben, z. B. bei Hufeisenmagneten, die mit einem gleich dicken Anker geschlossen und

---

1) Besondere Theorien hierüber siehe Gaugain, l. c. — 2) Stefan, Wien. Ber. 81, 89, 1880; Beibl. 4, 797.

überall gleich stark magnetisirt sind, also keine freien Magnetismen besitzen, was beim Maximum der Magnetisirung immer eintrifft.

887 Aus den Versuchen von Rowland (§. 572) lässt sich ableiten, dass, wenn der Maximalwerth der durch die magnetisirenden Kräfte K erhaltenen temporären Momente der Volumeneinheit m_1, das jeweilige Moment m ist, die Magnetisirungsfunction $\varkappa = 0{,}0266\,(m_1 - m)$ und annähernd $m_1 = 14053$ (C.-G.-S.) ist. Dieser Werth gilt für die verschiedenen Eisen- und Stahlsorten.

Dann wird die maximale Tragkraft $A_{max} = 12\,208\,800$ absoluten Krafteinheiten, oder bei Division mit $g = 980{,}5$ cm gleich 12 450 g pro Quadratcentimeter. v. Waltenhofen (l. c. §. 583) erhielt als Maximum der Tragkraft eines Magnetes von kreisförmigem Querschnitt und 1 cm Durchmesser 18 kg, während dieselbe nach obigen Angaben 19,546 kg hätte sein müssen.

Ist $\varkappa$ proportional $m_1 - m$ zu setzen, so gilt die Gleichung:

$$\frac{m}{m_1 - m} = \alpha K \quad \text{oder} \quad \frac{m}{m_1} = \frac{\alpha K}{1 + \alpha K},$$

wo $\alpha = const$, etwa von $m = 0{,}7$ m an gilt. Dann ist die Tragkraft A innerhalb derselben Grenzen:

$$\frac{A}{A^{max}} = \left(\frac{\alpha K}{1 + \alpha K}\right)^2,$$

wo für $m = 0{,}7\,m_1$, $A = 0{,}49\,A_{max}$ ist, und die Formel für Tragkräfte oberhalb der Hälfte ihres Maximums gilt. α hängt von der Natur des Eisens ab. Die Formel stimmt mit Versuchen von v. Waltenhofen gut überein, nach denen z. B. ist ($\alpha = 0{,}0578$):

K	37,4	45,55	91,05	236,28
A gef.	8,96	10,27	13,87	16,24
A ber.	9,14	10,27	13,01	16,97

Da $\varkappa = m/K$ ist, so ist $\varkappa m = m^2/K$ das Verhältniss der Tragkraft zur magnetisirenden Kraft. Dieser Werth steigt nach den Versuchen von Rowland sehr schnell, dann langsamer bis zu einem Maximum (für $m = 7177$, also etwa für die Hälfte des Maximalmomentes, wo die Tragkraft etwas über $^1/_4$ der Maximaltragkraft ist) und fällt dann wieder langsam bis Null ab, entsprechend dem Umstand, dass $\varkappa$ mit wachsendem m erst steigt und dann wieder abnimmt, wobei $\varkappa$ fast bei allen Eisen- und Stahlsorten zwischen $m = {}^1/_3\, m_1$ und $m = {}^3/_5\, m_1$ ein Maximum erreicht.

Schneidet die den Magnetring in Anker und Magnet zerlegende Ebene ihn nicht im Durchmesser, sondern in einer anderen Sehne, so dass die Richtung der Magnetisirung gegen die Schnittfläche um den Winkel $\varepsilon = 90 - \vartheta$ geneigt ist, so ist die Dichte des Magnetismus an der Contactfläche $\sigma = m \cos\vartheta = m \sin\varepsilon$, also die Anziehung auf der ganzen

Berührungsfläche q' gleich $A = 2\pi q' m^2 \sin^2 \varepsilon$. Da aber $q = q' \sin \varepsilon$ ist, so folgt:

$$A = 2\pi m^2 q \sin \varepsilon.$$

Die Tragkraft ist also im Verhältniss von $1 : \sin \varepsilon$ kleiner, als bei diametralem Durchschnitt.

Ist der Werth σ auf der ganzen Durchschnittsfläche nicht gleich, sondern nimmt er nach der einen Richtung zu, nach der anderen ebenso ab, so kann man die ganze Fläche erst mit der Dichtigkeit der Mitte belegt, dann auf der einen Seite Schichten von gleichnamigen, auf der anderen von ungleichnamigem Magnetismus zugefügt denken. Letztere zusammen liefern keine auf der Fläche senkrechte, sondern nur eine ihr parallele Kraft. Die Tragkraft wird dann

$$A = 2\pi \int \sigma^2 d w$$

oder, wenn m für alle Ringfäden gleich ist,

$$A = 2\pi m^2 \int \sin^2 \varepsilon \, d w.$$

Ist der Querschnitt des Ringes ein Rechteck, so dass er von zwei concentrischen Ringflächen begrenzt ist, die Grösse seines Diametralschnittes q, sein innerer und äusserer Radius r_0 und r_1, a der Abstand der Schnittebene von der Axe des Ringes, so wird

$$A = 2\pi m^2 q \frac{r_1 (\sin \varepsilon_1 - \cos \varepsilon_1) - r_0 (\sin \varepsilon_0 - \cos \varepsilon_0)}{r_1 - r_0},$$

wo die Winkel ε_0 und ε_1 durch die Gleichungen $a = r_0 \cos \varepsilon_0 = r_1 \cos \varepsilon_1$ bestimmt sind. $2\pi m^2 q$ ist kleiner als Eins und wird ein Minimum, wenn $\varepsilon_0 = 0$, d. h. $a = r_0$ wird.

888 In anderen Fällen muss man die Tragkräfte und Anziehungen experimentell bestimmen.

Die Versuche über die Tragkraft geschlossener Magnete sind noch weniger sicher, als über die Tragkraft nicht geschlossener, da man die Trennung, wie bei einem von einem Hufeisenmagnet abgerissenen Anker, an ihren beiden Berührungsstellen vornehmen muss, was gleichzeitig kaum möglich ist, und ausserdem der Anker sich nach einer Seite neigt, ehe er abreisst. Man erhält so meist zu kleine Werthe.

Die Anziehung der Magnete in weitere Entfernung lässt sich mit grösserer Sicherheit beobachten, obgleich die Fehlerquellen auch hier bedeutender sind, als bei geradlinigen Magneten und Ankern.

Wir betrachten wiederum nach einander den Einfluss der magnetisirenden Kraft, der Dicke und der Länge der Hufeisen-Elektromagnete, und zwar bei unmittelbarer Berührung (Tragkraft) oder bei Zwischenlegen indifferenter Substanzen (Anziehung).

Wir begnügen uns, von den in Betreff dieser Punkte angestellten Untersuchungen nur diejenigen anzuführen, welche ein historisches Interesse besitzen oder wenigstens etwas allgemeinere Resultate geliefert

haben; lassen dagegen viele specielle Angaben über die Abhängigkeit der Tragkraft von dem Gewicht des Ankers und Magnetes u. s. w. fort, die doch keine irgendwie allgemeineren Beziehungen ergeben können.

1. Einfluss der magnetisirenden Kraft.

889 Einige frühere Versuche von dal Negro[1]) hatten schon gezeigt, dass die Tragkraft hufeisenförmiger Elektromagnete nicht dem Quadrat der magnetisirenden Kraft proportional ist. Er veränderte die Intensität des magnetisirenden Stromes durch Aenderung der Oberfläche o der Erregerplatten der Säule, und wollte eine Proportionalität zwischen dem Umfang u derselben und den Tragkräften T der Elektromagnete gefunden haben. — Berechnet man indess nach Jacobi die Versuche mittelst der Ohm'schen Formel, indem man die Intensität I des Stromes dem Werth $I = 41{,}55\, q/(q + 14{,}4)$ gleich setzt, wo q die Oberfläche der Platten der Säule ist, so erhält man das Resultat, dass die Tragkräfte der Intensität des magnetisirenden Stromes direct proportional sind. So ergiebt sich u. a.

q . . .	6 □″	12	18	24	30	36	42	48	54	60
u . . .	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32
T(ber.) .	12,22	18,89	23,08	25,97	28,07	29,68	30,94	32,00	32,80	33,51
T . . .	13,85	18,25	22,80	24,60	25,80	30,30	29,60	32,80	33,00	35,60

In ähnlicher Weise hat Jacobi[2]) selbst bei verschieden grossen Elementen mit quadratischen Kupfertrögen und Zinkplatten und einem Hufeisenelektromagnet von $14^1/_2$ Pfd. Gewicht dasselbe Resultat erhalten. Die Intensität wurde nach der Formel $I = 283{,}9\, q/(q + 20)$ berechnet:

q	4 □″	16	36	64	100	144
T (ber.)	47,3	126	182,3	216,1	236,3	249
T	47,75	126,45	185	200,62	236,05	255,34

890 Aehnliche Resultate erhielt auch Fechner[3]). Sein Hufeisenelektromagnet war nur 2 Linien dick, hatte 14 Linien Länge, und die Pole standen 6 Linien von einander ab. Er wurde durch eine Spirale von zwei Lagen sehr dünnen Kupferdrahtes magnetisirt. Der Anker wog $80^1/_4$ Gran und lag mit einer stumpfen Kante an die Polflächen des Magnetes an. Die Intensität I des magnetisirenden Stromes wurde durch die Oscillationsdauer der Doppelnadel eines Multiplicators gemessen in welchem häufig die Drahtwindungen durch ein einfaches ⊃förmiges Blech ersetzt waren und der neben dem Elektromagnete in den Stromkreis eingeschaltet wurde. Durch Temperaturänderungen des dünnen Drahtes des Elektromagnetes können sich bei dieser Methode manche

---

1) dal Negro, Dove's Repert. 1, 268; auch Pogg. Ann. 29, 470; 31, 261, 1834; Bibl. univers. 54, 1. — 2) Jacobi, Dove's Rep. 1, 268, 1851. — 3) Fechner, Schweigg. J. 69, 277, 316, 1833.

Unregelmässigkeiten ergeben. Es sei n die Zahl, v die Dauer der n Schwingungen, I die Stromstärke, T die beobachtete, $T = nI$ die berechnete Tragkraft.

n	v	I	T	$T = n.I$
6	96	0	0	0
	80,5	422	1448	1492
	77,5	535	1806	1892
	65	1 181	4097	4176
	63	1 324	4812	4680
16	162	9 462	709	1527?
	157,5	12 254	1139	1973?
	126	22 172	3716	3579
	117	27 312	4465	4408
	122	24 317	3986	3925
	136	17 615	2856	2843
	159	10 203	1439	1647
	183	5 252	929	848
	198	3 208	627	489
	209,3	1 656	544	297

Bei diesen Versuchen nehmen die Tragkräfte nicht ganz, wie Fechner meinte, den Stromintensitäten proportional zu. Vielmehr nähern sie sich allmählich einem Maximum, welches um so eher eintreten musste, als die Masse des benutzten Hufeisens sehr klein war, das Maximum der Magnetisirung also sehr bald erreicht wurde. Der Grund, warum bei der Anwendung aufsteigend stärkerer Ströme die Tragkräfte bei den geringeren Stromintensitäten zu klein, bei der Anwendung absteigend schwächerer Ströme zu gross ausfallen, könnte darin liegen, dass bei ersteren die §. 569 erwähnten Verhältnisse eintreten, bei letzteren auch der Magnet noch ein ziemlich bedeutendes Residuum an permanentem Magnetismus behalten hatte. Auch können die §. 594 erwähnten Bedingungen mitwirken.

891 Bei genaueren Versuchen über diesen Gegenstand ergeben sich grosse Abweichungen von dem von Fechner ausgesprochenen Gesetze. Dies ist zuerst von Lenz und Jacobi nachgewiesen worden.

Lenz und Jacobi [1]) rissen von den Polen eines hufeisenförmigen Elektromagnetes vermittelst eines einarmigen Hebels, auf welchem sich ein Laufgewicht verschob, gerade oder hufeisenförmige Anker ab. Bei der einen Versuchsreihe wurde auch der Magnet mit seinen Schenkeln nach oben befestigt und zwischen den Abreissapparat und den Anker ein Regnier'sches Dynamometer eingeschaltet.

[1]) Lenz u. Jacobi, Pogg. Ann. **47**, 415, 1839.

Flache Anker gaben sehr unregelmässige Resultate. Beim Abreissen eines abgerundeten Ankers war das Verhältniss i/i_1 der Stromintensitäten und T/T_1 der Tragkräfte:

i/i_1	$= 1 : 1{,}39$	1,27	1,49	1,94	5,13
T/T_1	$= 1 : 1{,}27$	1,46	1,55	2,31	6,75

Als Lenz und Jacobi ein Hufeisen von einem anderen, festen abrissen und die Tragkräfte ohne Zwischenschaltung des Dynamometers durch Ablesung der Einstellung des Laufgewichtes auf dem einarmigen Hebel direct beobachteten, fanden sie das Verhältniss der Tragkräfte T und T_1 und der Intensitäten I und I_1 der die Hufeisen magnetisirenden Ströme:

1. Beide Hufeisen magnetisirt:

$$I : I_1 = 1 : 2{,}6. \qquad T : T_1 = 1 : 1{,}4.$$

2. Nur das feste Hufeisen magnetisirt:

$$I : I_1 = 1 : 2{,}4. \qquad T : T_1 = 1 : 1{,}5.$$

Mittelst eines Hufeisens von 1″ dicken und 6″ langen Schenkeln und eines flachen Ankers fand Dub[1]) analog die Tragkräfte T bei den Intensitäten I: 892

I	52,4	70	105	140,6	176,3	212,6
T	11,4	14,5	24	34,3	53,6	68 Pfd.
T/I *const*	217	207	228	244	304	320

Die Tragkräfte nehmen etwas schneller zu, als die Intensitäten der magnetisirenden Ströme, indess doch nicht proportional dem Quadrate der Intensitäteu. Bei Anwendung stärkerer Ströme nähert sich die Tragkraft sehr bald einem Maximum.

Auch Poggendorff[2]) fand das gleiche Resultat. So betrugen u. a. die relativen Tragkräfte T bei den Intensitäten I:

$I = 1$	2,375	5,07	7,378	10,350
$T = 1$	2,000	2,61	2,851	3,149

Bei geringeren Stromstärken ist also auch hier die Zunahme der Tragkräfte bedeutender, als bei grösseren.

Dasselbe Resultat fand auch J. Müller[3]), indem er von einem mit seinen Schenkeln nach unten gekehrten Hufeisenelektromagnet einen Anker durch Gewichte abriss, welche auf eine an denselben gehängte Wagschale gelegt wurden. Bei Anwendung verschiedener Spiralen und Hufeisen I, II, III von 10 mm und IV, V, VI von 6,5 mm Durchmesser, und Schenkeln I und IV, II und V, III und VI von 16,5, 8,5 und 5 cm Länge und Magnetisirung der Schenkel durch Spiralen von verschiedener

[1]) Dub, Pogg. Ann. **86**, 553, 1852; Elektromagn., S. 141. — [2]) Poggendorff, Pogg. Ann. **85**, 148, 1852. — [3]) J. Müller, Fortschr. S. 528. Vergl. auch Oersted, Pogg. Ann. **75**, 447, Anm. 1848.

Windungszahl ergab sich u. a. die Tragkraft T bei den magnetisirenden Kräften K (Product aus der Anzahl der Windungen mit der Stromintensität):

Hufeisen I	$K =$ 22	53	87	117
	$T =$ 71	85	98	104
Hufeisen V	$K =$ 30	60	80	109
	$T =$ 32	47	51	540

893 Aehnliche Versùche hat v. Waltenhofen [1]) angestellt.

In einem Gestell steht aufrecht ein Elektromagnet, bestehend aus einem fast halbkreisförmig gebogenen runden Eisenstab von 181 mm Länge, 10 mm Durchmesser und 116,39 g Gewicht, welchen 52 Windungen eines 2 mm dicken übersponnenen Kupferdrahtes umgeben. Ueber demselben schwebt an einer Federwage ein ganz gleicher Elektromagnet. Die Federwage selbst hängt an einer Saite, welche über eine Rolle läuft und mittelst einer Kurbel mit Sperrhaken in die Höhe gewunden werden kann. Der Strom wurde zugleich durch die Spirale des einen oder beider Elektromagnete und auch durch die Windungen eines dritten geraden Elektromagnetes von genau denselben Dimensionen, wie die oben erwähnten Elektromagnete geleitet, welcher in ostwestlicher Lage westlich vor einer Bussole (mit Stahlnadel auf Achathütchen) hingelegt war. Die Wirkung der Spirale wurde durch eine von der Ostseite der Nadel genäherte Compensationsspirale ausgeglichen. So wurde die Tragkraft T des stehenden Elektromagnetes mit dem Momente des liegenden verglichen. Es wurden Versuche gemacht: A. indem der Strom nur durch die Windungen des stehenden Elektromagnetes geleitet wurde; B. indem er auch den aufgehängten Elektromagnet in gleichem Sinne umfloss; C. indem letzterer durch ein parallelepipedisches, auf der unteren Seite halbcylindrisch abgerundetes weiches Eisenstück von 133 mm Länge, 44 mm Breite, 10 mm Dicke und 500,4 g Gewicht ersetzt war. Die Tragkräfte erreichten in allen drei Fällen ein Maximum schon bei Stromintensitäten, bei denen der offene gerade Elektromagnet nur ungefähr die halbe Sättigung erhalten hatte. Ein etwas schnelleres Anwachsen der Tragkraft, als der Stromintensität, konnte nur bei sehr schwachen Intensitäten, die etwa 3 bis 5 Proc. des Maximalmagnetismus im offenen Elektromagnet erzeugten, bei den Versuchen A. beobachtet werden. Die Tragkraft betrug dann etwa das 2,6 fache des Gewichtes des Magnetes. Annähernd lassen sich die Tragkräfte T der geschlossenen Magnete durch die Formel $T = b \operatorname{arctg} a I$ darstellen, wo I die Stromintensität, b, a Constante sind; wie wohl auch durch jede andere, etwa einer Hyperbel sich anschliessende Formel (vergl. §. 458 und 460).

[1]) v. Waltenhofen, Sitzungsber. d. Wien. Akad. 61 [2], 12. Mai 1870; Pogg. Ann. 142, 252, 1871; Carl's Rep. 6, 308, 1870.

894 Nach Robinson[1]) soll sich entsprechend die Tragkraft T durch die Formel

$$T = \frac{ax}{b + x}$$

ausdrücken lassen, wo x die magnetisirende Kraft (Product aus Stromintensität und Zahl der Spiralwindungen), a und b Constante sind.

Der Grund dieser schnellen Annäherung der Tragkräfte an ein Maximum mit wachsender magnetisirender Kraft ist wiederum dadurch begründet, dass sich der Magnetismus des Eisens in einem in sich geschlossenen Systeme viel schneller einem Maximum nähert, als in einem nicht geschlossenen, wie z. B. in zwei mit den Enden an einander gelegten Stäben. Das Maximum der Tragkraft wird daher bei wachsender magnetisirender Kraft bei hufeisenförmigen Elektromagneten viel schneller erreicht, als bei geraden.

895 Ueber die Tragkraft von Ringmagneten hat auch Waszmuth[2]) Versuche angestellt.

Eisenringe wurden diametral durchschnitten und mit Drahtwindungen bis dicht an die Enden bedeckt, so dass beim Aneinanderlegen die Momente in dem ganzen Kreise möglichst gleichmässig vertheilt waren. Die beiden Hälften wurden möglichst gleichförmig mittelst einer Federwage von einander abgerissen. Durch einige um den Anker gelegte, mit einem Spiegelgalvanometer verbundene Drahtwindungen wurde der beim Umkehren des Magnetismus erzeugte Inductionsstrom und somit das Moment m des Magnetes für die Volumeneinheit bestimmt.

Ist q die Summe beider Berührungsflächen, so ist nach Stefan (§. 886) die Tragkraft $T = 2\pi q m^2/g$, wo g die Beschleunigung der Schwerkraft ist, vorausgesetzt, dass, wie bei den Versuchen, der radiale Durchmesser des Ringes gegen den Querschnitt seiner Masse klein ist.

Wurden für einen Ringmagnet von 58,4 mm Ringradius und 6 mm Radius seines kreisförmigen Durchschnittes für verschiedene magnetisirende Kräfte X die Momente m als Abscissen, die Werthe der Magnetisirungsfunction $\varkappa = m/X$ als Ordinaten aufgetragen, so stieg die Curve erst schnell und nahm dann die Gestalt einer geraden Linie an, welche die Abscissenaxe in einem Punkte $m = m_{max} = 14000$ trifft (wie bei Stefan).

Der Quotient T/m nimmt mit wachsendem m erst bis zu einem Minimum ab, welches sich vor Eintritt des Wendepunktes (des grössten $\varkappa$) zeigt, und dann zu ($m = 352 - 959 - 13075$; $10^6\, T/m = 188 - 136 - 363$). Der Werth T/m^2 nimmt mit steigender Magnetisirung schnell ab; bei sehr grossen m findet dann eine kleine Steigerung statt.

---

[1]) T. Romney Robinson, Trans. Irish Acad. 22, 1, 1855; 23 [2], 501, 1859; Inst. 1855, 344. — [2]) Waszmuth, Wien. Ber. 85 [2], 327, 1882; Beibl. 6, 597.

Das Minimum von T/m zeigt sich noch deutlicher an einem Magnet von rechteckigem Querschnitte (innerer Radius 54,1, der Querschnitt hat 19,65 mm Breite und 5,5 mm Höhe). — Mit diesen Resultaten stimmen die Versuche von Siemens überein (siehe den folgenden Paragraphen).

Bei Trennung der Flächen von Anker und Magnet durch eine Glasplatte nimmt die Tragkraft, wie bekannt, ab, bei Trennung durch ein sehr dünnes Glimmerblättchen aber zu, was Waszmuth auf eine dichtere Anhäufung von freiem Magnetismus an den Endflächen schieben will.

Waszmuth stellt eine Theorie der Erscheinung auf, dass der Quotient T/m^2 vom Wendepunkte an kleiner als $2\pi q/g$ ausfällt, indem er annimmt, dass der Ringmagnet aus magnetischen Platten von der endlichen Dicke D besteht, wo D mit wachsender Magnetisirung wachsen, der Abstand d der Platten aber in gleichem Maasse abnehmen soll.

Dies soll geschehen, indem die drehbaren Molecüle bei der Magnetisirung mehr und mehr ihre Axen der Richtung der magnetisirenden Kraft zuwenden.

896 Nach Versuchen von Werner Siemens[1]) ist die Tragkraft von Hufeisenmagneten dem Momente an der Contactstelle proportional. Er schnitt drei Eisenröhren von 100 mm Länge, bezw. I 10,8, II 11,0 und III 17,5 innerer Weite und I 2,3, II 4,5 und III 4,5 mm Wandstärke der Länge nach an zwei diametral gelegenen Stellen auf, umwickelte sie mit zwei Spiralen von 90 und 30 Windungen und bestimmte sowohl die Stärke i des Inductionsstromes in der zweiten beim Umkehren des Stromes in der ersten, als auch die zum Trennen der beiden Röhrenhälften erforderlichen Gewichte G. Die Intensität der Inductionsströme ist der Wandstärke ziemlich proportional. Das Verhältniss i/G schwankte unregelmässig bei dem Magnete I, wenn die Intensität I des magnetisirenden Stromes von 23 bis 343 auf- und abstieg, zwischen 2,36 bis 3,24, bei II für I von 7 bis 69 zwischen 3,85 und 1,66, bei III für I von 24 bis 140 von 3,70 bis 1,95. — Bei einer ringförmigen Röhre von 62 mm innerem und 81 mm äusserem Durchmesser, welche nach dem grössten Kreise des Ringes in zwei Hälften getheilt, mit einer Magnetisirungsspirale von 360 und einer Inductionsspirale von 50 Windungen umwickelt und aus einander gerissen wurde, schwankte für $I = 20,5$ bis 183 der Werth i/G nur zwischen 1,6 und 1,2. Die grösste beobachtete Tragkraft betrug 65,2 kg. Auf 1 g Eisengewicht kam also eine Tragkraft von 323 g. Das Maximum der Tragkraft ist hiernach 75 kg, also für 1 g Eisen 390 g.

897 Ist der Magnet von dem Anker durch einen Zwischenraum getrennt, so tritt die Sättigung nicht so schnell ein, der Magnetismus wächst

[1]) Werner Siemens, Berl. Monatsber. 14, 23, Juni 1881; Wied. Ann. 14, 640, 1881.

länger mit den magnetisirenden Kräften und die Anziehung ist innerhalb gewisser Grenzen proportional deren Quadrate, namentlich bei Anwendung von dickeren Hufeisen. Nur bei stärkeren magnetisirenden Kräften beobachtet man eine Annäherung an das Maximum.

So waren bei den Intensitäten I die Anziehungen A der von Lenz und Jacobi benutzten Hufeisen (§. 891), als $^1/_{10}''$ dicke Holzscheiben dazwischen gelegt wurden:

Nur das feste Hufeisen magnetisirt.

I	1,507	2,717	3,554	3,711	4,258
A	6,0	18,9	32,2	33,0	42,3
A/I^2	2.64	2,56	2,48	2,40	2,33

Bei stärkeren Strömen zeigt sich auch hier schon eine Annäherung an das Maximum.

898 Dub[1]) hat bei Anwendung von dickeren Hufeisen das oben ausgesprochene Gesetz innerhalb ziemlich weiter Grenzen bestätigt gefunden.

Die Magnete bestanden aus einem horizontalen, viereckigen Eisenstab, auf welchen in einer Entfernung von $^1/_2''$ Eisenstäbe vertical aufgeschraubt werden konnten. Der Anker, ein wohl abgedrehter, runder Eisenstab, trug genau in der Mitte zwischen den beiden Polen des Magnetes einen Haken, vermittelst dessen er an den §. 823 beschriebenen Abreissapparat angehängt wurde. Hierdurch wurde bewirkt, dass die beiden Seiten des Ankers sich von beiden Polen wenigstens einigermaassen gleichzeitig trennten. Zwischen den Anker und die Magnetpole wurde ein Stück sehr starkes und glattes Bristolpapier gelegt.

Es ergab sich u. a. die Anziehung A:

1. Bei gleich bleibender Windungszahl der magnetisirenden Spiralen:

Verhältniss der Stromintensitäten	Länge der Schenkel des Magnetes 6″			
	Dicke 2″ A	Dicke $1^1/_2''$ A	Dicke 1″ A	Dicke $^1/_2''$ A
1	0,8 Pfd.	0,72 Pfd.	0,4 Pfd.	0,18 Pfd.
2	3,4	2,8	1,4	0,75
3	8	6,4	3,7	1,7
4	13,2	11,3	6,8	3
5	20	17	10,4	4,3
6	31	24	15	5,8
7	41	34	20	6,4
8	53	45	26	7,6

Analoge Resultate gaben andere Beobachtungsreihen.

1) Dub, Pogg. Ann. 86, 542, 1852.

2. Bei verschiedener Anzahl der Windungen W. Schenkel des Hufeisens 8″ lang, 1″ dick. Die Anker waren Cylinder von gleichem Durchmesser wie die Schenkel des Magnetes:

	$I =$ 3	4	6	8	12
$W = 312$	$A =$ 1	2	4,4	8,4	18 Pfund
$W = 156$	$A =$ 0,24	0,5	1,1	2,2	4,6

Ganz dasselbe Verhalten zeigte ein aus einem Stück Eisen gebogener Hufeisenelektromagnet.

Die Anziehungen verhalten sich also wie die Quadrate der Stromintensitäten, multiplicirt mit den Quadraten der Windungszahlen.

899 Wenn sich in einem mit seinem Anker geschlossenen hufeisenförmigen Elektromagnete mit wachsender magnetisirender Kraft das magnetische Moment der einzelnen Theilchen in der Richtung der magnetisirenden Kraft schneller einem Maximum nähert, als in einem nicht geschlossenen Magnet, so muss, falls nicht alle Theilchen gleiches Moment besitzen, und daher das Hufeisen freien Magnetismus nach aussen zeigt, auch dieser sich in dem geschlossenen Magnete schneller dem Maximum nähern, als in dem nicht geschlossenen. — Dies zeigt auch u. a. ein Versuch von Dub[1]), bei welchem er nach der Methode von Koosen (§. 561) einen Strom durch eine Tangentenbussole und die Spirale eines $^1/_2$″ starken Hufeisenelektromagnetes leitete, und den letzteren in der Ostwestebene der Bussole näherte, bis ihre Nadel auf Null stand. Wurde die Intensität des Stromes auf das Vierfache gesteigert, so wich die Nadel, als das Hufeisen ohne Anker verwendet wurde, um 3°, als es mit dem Anker geschlossen benutzt wurde, um 10° aus. — Ein Hufeisen von 1″ Dicke zeigte diese Annäherung an das Maximum nicht.

Wegen dieser schnelleren Annäherung des Magnetismus der geschlossenen Magnete an das Maximum muss man bei der Untersuchung des Einflusses ihrer Gestalt auf ihr Verhalten nur schwache magnetisirende Kräfte oder dickere Magnete verwenden.

2. Einfluss der Lage der Magnetisirungsspiralen.

900 Da in einem geschlossenen Eisenkreise die Molecüle sich gegenseitig viel vollständiger richten, als in einem an einer Stelle unterbrochenen, so gestaltet sich die Vertheilung des Magnetismus in ersterem bei verschiedener Lage der magnetisirenden Spiralen an allen Stellen ziemlich gleich und die zum Zerreissen des geschlossenen Kreises an der einen oder anderen Stelle erforderlichen Kräfte variiren weniger[2]). So haben schon dal Negro und auch Müller (l. c.) gefunden, dass

[1]) Dub, Pogg. Ann. 90, 440, 1853. — [2]) Vergl. auch die Versuche von Oberbeck §. 880.

die Lage der Magnetisirungsspiralen auf den Schenkeln des Elektromagnetes auf seine Anziehung und Tragkraft gegen den Anker nahezu ohne Einfluss ist [1]).

Dasselbe zeigt auch indirect der folgende Versuch von Dove [2]). Umwindet man die beiden Schenkel eines geöffneten Elektromagnetes mit gleich viel Windungen von dickem Draht, durch welche man einen Strom leitet, und schiebt auf dieselben zwei gleiche Inductionsspiralen, welche entgegengesetzt mit einander verbunden sind, so hebt sich beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes die Wirkung der in ihnen inducirten Ströme auf ein Galvanometer auf, wenn sie beide auf zwei einander entsprechenden Stellen der beiden Schenkel des Hufeisens liegen. Sobald aber die eine mehr nach der Biegung hingeschoben wird, überwiegt ihre Wirkung, da nun das magnetische Moment der unter ihr liegenden Molecüle des Hufeisens grösser ist. Wird aber der Magnet als Anker auf einen zweiten starken Elektromagnet gesetzt und der letzteren erregende Strom geöffnet, so ist die Lage der Spiralen ohne Einfluss auf die Intensität des Inductionsstromes.

901 Indess nimmt doch die Tragkraft und Anziehung der Hufeisenmagnete ein wenig zu, wenn die Magnetisirungsspiralen den Polflächen genähert werden.

So wurde von Dub [3]) die Anziehung A bei Zwischenlegen eines Blattes Papier und die Tragkraft T gegen einen Anker an vier Hufeisen geprüft, als auf ihre Schenkel eine Anzahl kurzer, $1^3/_4''$ langer Spiralen von je 56 Windungen geschoben, und der Strom durch die den Polflächen zunächst liegenden Spiralen oder auch zugleich durch sie und die ihnen benachbarten Spiralen in solcher Intensität geleitet wurde, dass das Product der Intensität I mit der jedesmaligen Zahl der Windungen W constant blieb. So fand sich:

	Schenkel des Magnetes				
	6″ lang, 1″ dick	6″ lang, 2″ dick	12″ lang, 1″ dick	12″ lang, 2″ dick	12″ lang, 1″ dick
$W =$ 672	$A =$ — Pfd.	$A =$ — Pfd.	$A =$ 1,8 Pfd.	$A =$ 6,2 Pfd.	$T =$ 7 Pfd.
336	2	6,2	2,2	6,4	8,8
224	2,3	7,1	2,4	7,2	10,2
112	2,7	7,8	2,7	8	14

Aehnliche Resultate ergaben sich, als auf die Schenkel von Hufeisenmagneten kurze Spiralen geschoben und auf immer kleinere Ent-

[1]) Auch Ritchie, Phil. Mag. [3] 10, 57, 1837. — [2]) Dove, Pogg. Ann. 43, 516, 1838. — [3]) Dub, Pogg. Ann. 90, 446, 1853; Elektromagnetismus 168, 302.

fernungen e den Polen genähert wurden. So waren u. a. die Tragkräfte T und die Anziehungen A:

1. Bei einem Hufeisen mit 12″ langen, 2″ dicken Schenkeln. Spiralen $3^3/_4$″ lang mit je 56 Windungen:

e	10″	8	6	4	5	$^1/_2$
T	13	13	14	14,5	15	16 Pfd.

2. Bei einem Hufeisen mit 12″ langen, 1″ dicken Schenkeln. Spiralen $3^3/_4$″ lang. Abstand des Ankers vom Magnet $^1/_{16}$″.

e	$6^1/_2$	$4^3/_4$	3	$1^1/_4$	$^1/_2$
A	0,84	0,87	1	1,08	1,12 Pfd.

902 Hammerl [1]) findet, dass, wenn die einen Eisenring umgebenden Drahtwindungen an zwei Stellen zusammengedrängt sind, bei gleicher Stromstärke das temporäre Moment grösser ist, als bei gleichmässiger Umwickelung.

Nach Pisati [2]) sollen sich die durch Inductionsströme an verschiedenen Stellen gemessenen Momente eines an einer Stelle durch einen Strom in einer Magnetisirungsspirale magnetisirten Eisenringes durch die für die Wärmeleitung geltende Formel $(M_1 + M_3)/M_2 = const$ darstellen lassen, wo M_1, M_2, M_3 die Momente dreier äquidistanter Stellen sind. — Die Abweichungen der Momente von der Proportionalität mit der magnetisirenden Kraft dürften dabei störend einwirken.

Nach Muess [3]) entspricht die Fernewirkung eines um eine feste Verticalaxe drehbaren Ringes, der zwei diametral gegenüberliegende gleichwirkende Magnetisirungsspiralen trägt und bei gleicher Entfernung in verschiedene Lagen zu einer Magnetnadel gebracht wird, der Formel $\sin 2\varphi$, wenn φ den Winkel der Verbindungslinie der Mitte der Spirale und der Nadel mit dem Ringcentrum bezeichnet. Aus dem Potential des Ringes auf eine Magnetnadel, indem für die Vertheilung seines Magnetismus ein Gesetz $\sin 2\alpha$ angenommen wird (α = Winkelabstand eines Ringquerschnittes von der Mitte einer Spirale) wird das Vertheilungsgesetz berechnet, welches der obigen Fernewirkung entspricht, die überdies der vierten Potenz der Entfernung umgekehrt proportional ist.

3. Einfluss der Härte des Eisens und Stahls.

903 Die Tragkraft und Anziehung des Stoffes der Hufeisenmagnete von Stahl und von weichem Eisen ist in manchen Beziehungen verschieden. So bestimmte Poggendorff [4]) die Tragkraft zweier Hufeisen von Eisen

[1]) Hammerl, Elektrotechn. Ztschr. 6, 378, 474, 1885; Beibl. 10, 127, 195. — [2]) Pisati, N. Cim. [3] 31, 58, 1892; Beibl. 16, 445. — [3]) Muess, Dissert. Greifswald 1893; Beibl. 18, 592. — [4]) Poggendorff, Pogg. Ann. 85, 153, 1852. Auch hier können wir aus den §. 758 angegebenen Gründen nur einzelne Data geben. Die Natur der magnetischen Eisen-, Stahl- und Nickelsorten ist ohnehin nicht genau definirt.

und Stahl von gleichen Dimensionen für einen Anker von weichem Eisen, sowohl während der magnetisirende Strom *I* wirkte (totale Tragkraft *T*), als auch nach Oeffnen desselben (remanente Tragkraft *R*), als auch nach Abreissen des Ankers und beim Wiederanlegen desselben (die dem permanenten Magnetismus entsprechende permanente Tragkraft *P*) in Unzen:

I	Ungehärteter Stahl			Weiches Eisen		
	T	*R*	*P*	*T*	*R*	*P*
1	60¼	37½	35½	100½	57½	8
3	129	83	39½	213	93¾	8
6	233	127½	45½	326	102¼	8
8	277	133	48	353	110¼	8
9	301	133	48	357	107⅓	8

Die totale Tragkraft des weichen Eisens ist also bei gleicher Stromintensität bedeutender als die des Stahls.

Analog verhalten sich weiches unkrystallinisches und hartes brüchiges Eisen [1]).

Dagegen ist die remanente Tragkraft nach Aufhebung des magnetisirenden Stromes beim ungehärteten Stahl bei kleineren Kräften kleiner, bei grösseren Kräften grösser, als beim weichen Eisen. Sie wächst langsamer, als die totale Tragkraft.

Dieses Resultat ist daraus erklärlich, dass bei der Einwirkung des magnetisirenden Stromes die leichter beweglichen Theile des Eisens viel stärker in ihre magnetischen Lagen gerichtet werden, als die des Stahls. Beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes und auch beim Abreissen des Ankers kehren dagegen die magnetisch gerichteten Molecüle beim Stahl viel weniger in ihre ursprüngliche Gleichgewichtslage zurück als beim Eisen; daher muss bei ersterem bei stärkeren Strömen die remanente Tragkraft grösser sein als bei letzterem.

Die remanente Tragkraft nach Abzug der permanenten $(R - P)$ ist beim Stahl kleiner als beim Eisen, da die gegenseitige Wechselwirkung die magnetischen Theilchen des Stahls aus ihrer durch die ursprüngliche Magnetisirung ihnen ertheilten permanenten Lage viel weniger entfernen kann, als die leichter beweglichen Theilchen des Eisens [2]).

Pictet [3]) strich hufeisenförmige, mit einem Eisenanker versehene Lamellen an einem guten Elektromagnet. Bei einem Gehalt von 1½, 1⅓, ⅞ Proc. Kohle sind die durch Abreissen der Anker bestimmten

[1]) Ritchie, Phil. Trans. 2, 318, 1833. — [2]) Weitere Versuche mit schmiedbarem Gusseisen s. A. v. Obermayer, Centralbl. f. Elektrotechn. 8, 272, 1886; Beibl. 10, 511. — [3]) R. Pictet, Arch. de Genève [3] 6, 113, 1881; Beibl. 6, 253.

Maxima der Magnetisirung ca. 1960, 2750, 3650. Steyerischer Stahl mit Mangan nimmt die Magnetisirung 2500, feiner französischer Stahl 2834, deutscher Uhrfederstahl (Cementstahl und Eisen mit wenig Kohle) 3750 an.

Eine mittlere Kohlenmenge scheint also für die Magnetisirung am günstigsten zu sein.

In Frankreich wird der Allevardstahl als der für Herstellung von Magneten geeignetste angesehen.

Nach Bosanquet[1]) steigen an Ringen von verschiedenem Material mit wachsenden Kräften die Permeabilitäten μ und fallen dann. Sie sind für die magnetischen Inductionen $\mathfrak{B}$:

	$\mathfrak{B}$ klein		$\mathfrak{B}$ 10 000	$\mathfrak{B}$ 14 000
	μ	Maxim. μ	μ	μ
Gusseisen . . . . . . μ =	50—80	170—250	30—80	
Schmiedbares Gusseisen .	160—240	700—800	400—500	20—100
Schmiedeeisen	200—450	1800—2500	1200—2000	500—1000
Holzkohleneisen	450—470	2900—3000	2000	600—860
Harter Gussstahl	40—50	145—155	100—130	70—86
Weicher "	90—120	420—460	350—450	200

Fast bei allen Ringen ist das Maximum von $\mathfrak{B}$ kleiner als 18000, nur an hartem Gussstahl wird $\mathfrak{B} = 19000$. $\mathfrak{B}$ steigt mit der Dicke des Ringes. — Bei weichem Stahl ist die Initialpermeabilität nur $^1/_3$, die Maximalpermeabilität $^1/_5$ von der des Eisens; in hartem Stahl sind dieselben weniger als die Hälfte, bezw. $^1/_3$ von der im weichen Stahl.

Nickelringe zeigen ähnliche Verhältnisse.

Ein Ring von unreinem (95,15 Proc. haltigem) Nickel von 51 cm innerem und 64 cm äusserem Durchmesser, der mit einer Magnetisirungsspirale und einer Inductionsspirale umwunden war, in welcher die beim Umkehren des magnetisirenden Stromes erzeugten Inductionsströme bestimmt wurden, bedarf nach Hopkinson[2]) viel stärkerer magnetisirender Kräfte, um die gleiche Magnetisirung zu erzielen, als reines Nickel. Bei ersterem ist der erste concave Theil der Magnetisirungscurve kürzer als bei letzterem.

Eine weitere Ausführung dieses Gegenstandes bietet mehr technisches Interesse.

4. Einfluss der Entfernung des Ankers vom Magnet.

904 Mit wachsender Entfernung des Ankers vom Magnet nimmt die Anziehung A sowohl der hufeisenförmigen Elektromagnete wie der Stahlmagnete sehr schnell ab. Nach Barral[3]) sollte diese Abnahme bei der Anziehung der Anker durch Elektromagnete nach dem Gesetze einer

---

[1]) Bosanquet, Phil. Mag. [5] 19, 73; 20, 318, 885; Beibl. 9, 459, 801. — [2]) Hopkinson, Proc. Roy. Soc. London 44, 317, 1888; Beibl. 13, 36. — [3]) Barral, Compt. rend. 25, 757, 1847.

logarithmischen Curve stattfinden, so dass $A = B/(C + D^x)$ wäre, wo B, C, D Constante, x der Abstand von Anker und Magnet. Dieses Gesetz hat keine allgemeine Gültigkeit.

Bei Stahlmagneten hat Cramer[1]) die Abnahme der Anziehung mit der Entfernung bestimmt. Er riss je zwei Stahlmagnete I und II von 104 und 224 Loth Tragkraft von einander, sowie einen Anker von zwei Stahlmagneten III und IV von 668 und 80 Loth Tragkraft vermittelst einer Brückenwage ab, indem er verschiedene Zahlen von Papierblättern von $^1/_{46}$ engl. Linie Dicke zwischenschaltete. Er fand u. A.:

Entfernung in Papierdicken	I	II	III	IV
1	44 Loth	148 Loth	475 Loth	32 Loth
5	$8^1/_2$	54	184	$8^1/_2$
9	4	31	103	$3^1/_4$
15	2	$18^1/_8$	60	$1^1/_8$
21	—	$13^3/_8$	$39^1/_4$	—
46	—	$6^1/_2$	$13^1/_2$	—

905 Dabei ergiebt sich ein bemerkenswerther Unterschied zwischen dem Verhalten von hufeisenförmigen Elektromagneten von Eisen und permanenten Stahlmagneten. Wenn dieselben so stark magnetisirt sind, dass sie ihren Anker in einiger Entfernung gleich stark anziehen, so ist doch bei unmittelbarem Anlegen die Tragkraft des Eisens viel bedeutender[2]).

Einige Versuche von Dub[3]) beweisen dieses Verhalten. Ein hufeisenförmiger Elektromagnet, 17″ lang, 1″ dick, dessen Schenkel 5″ von einander standen, wurde so stark erregt, dass seine Tragkraft gleich der eines hufeisenförmigen Stahlmagnetes war, und dann die Anziehung in verschiedenen Entfernungen geprüft. Bei Vergleichung des Elektromagnetes mit zwei Stahlmagneten I und II, die aus je einer Lamelle bezw. von 11″ Länge, $^7/_8$″ Breite, $^1/_2$″ Dicke (Abstand der Schenkel 3″), und von 20″ Länge, $1^1/_2$″ Breite, $^5/_8$″ Dicke (Abstand der Schenkel 5″) bestanden, war:

---

1) Cramer, Pogg. Ann. 52, 298, 1841. — 2) Ritchie, Phil. Trans. 2, 318, 1833; auch Joule, Phil. Mag. [4] 2,308, 1851. — 3) Dub, Elektromagnetismus 362; vergl. auch Rainey, Phil. Mag. 9, 72.

	Stahlmagnet I	Elektromagnet	Stahlmagnet II	Elektromagnet
Tragkraft	3,7	3,7	18	18
Anziehung bei Entfernung von einer Papierdicke	1	0,75	—	—
„ zwei Papierdicken	0,44	0,36	3,55	3,23
„ vier Papierdicken	—	—	1,95	1,3
„ $^1/_8$ Zoll	—	—	0,25	0,088

Der Grund dieser Erscheinungen liegt wiederum darin, dass durch die magnetische Rückwirkung des Ankers die Theilchen des Eisens viel stärker in die magnetischen Lagen gezogen werden, als die schwerer beweglichen Theilchen des Stahles, und so die Anziehung bei ersterem mit der Annäherung des Ankers viel stärker zunimmt als bei letzterem.

5. Einfluss der Dicke der Hufeisenelektromagnete und Anker.

906 Dub [1]) hat hierüber Versuche mit Elektromagneten angestellt, die aus einem parallelepipedischen Eisenstücke bestanden, auf welches verschieden lange und dicke Eisenstäbe als Schenkel in verschiedenen Entfernungen von einander aufgesetzt wurden. Hierbei müssen die Bodenplatte und der Anker den gleichen Querschnitt besitzen, wie die Schenkel, da sich sonst die Vertheilung des Magnetismus für die verschiedenen Versuche ganz verschieden gestaltet.

Bei Anwendung von Strömen von gleicher Intensität bei Hufeisen mit 6″ langen Schenkeln war u. a. die Anziehung A in einem Abstande von etwa $^1/_{16}$″:

Dicke der Schenkel:		$^1/_2$″	1″	$1^1/_2$″	2″
Intensität = 176	A =	0,45	0,7	1,1	1,6 Pfd.
„ = 249	A =	0,9	1,4	2	3

Wurden an einen cylindrischen Eisenstab beiderseits Eisenkugeln geschraubt, und wurde das so vorgerichtete System als Anker für zwei Hufeisenelektromagnete von 12″ Länge und von verschiedenem Durchmesser gebraucht, so war bei gleicher Stromintensität ohne zwischen gelegtes Papier:

Durchmesser		2″	1″
Tragkraft	T	8,4	4,6 Pfd.

Bei Beseitigung störender Einflüsse ist also **die Tragkraft und Anziehung der Hufeisenelektromagnete innerhalb gewisser Grenzen ihrem Durchmesser proportional** [2]).

[1]) Dub, Pogg. Ann. 90, 442, 1853; Elektromagnetismus, S. 232. — [2]) Auch Robinson, Trans. Irish Acad. 23 [2], 501, 1859.

Dieses Gesetz folgt auch aus dem §. 659 u. flgde. ausgesprochenen Resultate, dass das magnetische Moment offener Magnete innerhalb gewisser Grenzen der Quadratwurzel ihres Durchmessers entspricht. Die Tragkraft und Anziehung muss nach Abzug der störenden Einflüsse dem Quadrate dieses Werthes, d. i. dem Durchmesser selbst proportional sein.

Bei gleicher Zahl der Drahtwindungen soll ein Hufeisen von rechtwinkligem Querschnitte viel (18 mal) weniger Tragkraft durch denselben Strom erhalten, als ein gleich langes und schweres, gleich gebogenes Hufeisen von kreisförmigem Querschnitte [1]).

6. Einfluss der Länge der Schenkel des Hufeisens.

907 Schon aus den §. 891 mitgetheilten Resultaten von Lenz und Jacobi folgt, dass die Länge der Schenkel eines hufeisenförmigen Elektromagnetes auf seinen Magnetismus, also auch auf seine Anziehung und Tragkraft ohne bedeutenden Einfluss ist, wenn die Magnetisirungsspiralen bei gleicher magnetisirender Kraft die Schenkel auf ihrer ganzen Länge bedecken.

Dieser Satz wird durch Versuche von J. Müller, Nicklès und Dub bestätigt.

So fand u. A. Müller bei seinen §. 892 citirten Versuchen:

Länge der Schenkel	16,5 cm	8,5 cm	5 cm
Länge der Magnetisirungsspirale . . .	14	6,8	3,4
Tragkraft bei gleicher magnetisirender Kraft	7100	7200	7400

Nicklès [2]) hat ähnliche Resultate erhalten. Zwei hufeisenförmige Elektromagnete I und II von 40 und 80 cm Länge wurden mit denselben Magnetisirungsspiralen umgeben. Bei drei Intensitäten I der magnetisirenden Ströme war ihre Tragkraft T im Mittel:

	I =	4,33	7,67	12,33
I	T =	5200	7550	10760 g
II	T =	5150	7500	10795

Ebenso fand Dub [3]), als er verschieden lange Eisenstäbe als Schenkel auf ein Querstück von Eisen setzte und die Magnetisirungsspirale über ihre ganze Länge ausbreitete, die Stromintensität aber so regulirte, dass die gesammte magnetisirende Kraft die gleiche blieb, die Anziehung A bei $^1/_{10}''$ Entfernung gegen einen Anker:

Länge der Schenkel	4″	6″	9″	12″
Schenkel 1″ dick . . . . A =	2,2	2,1	2,2	2,1 Pfd.
Schenkel 2″ dick . . . . A =	—	5,8	—	5,6

[1]) dal Negro, Pogg. Ann. 29, 471, 1833. — [2]) Nicklès, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 37, 402, 1853. — [3]) Dub, Pogg. Ann. 90, 453, 1853.

Da indess, wenn die Magnetisirungsspirale bei gleicher magnetisirender Kraft die kürzeren Schenkel eines Hufeisenmagnetes bedeckt, die gerade unter ihr befindlichen Theile des Eisens einer stärkeren Einwirkung unterliegen, als wenn dieselbe Spirale längere Schenkel bedeckt, so erreicht in ersterem Falle der Magnetismus des Eisens in den Schenkeln schneller ein Maximum, und deshalb kann bei stärkeren magnetisirenden Kräften die Tragkraft und Anziehung der Elektromagnete mit längeren Schenkeln unter sonst gleichen Verhältnissen grösser sein als die der kürzeren.

908 Der nach dem Oeffnen des magnetisirenden Stromes zurückbleibende remanente Magnetismus der Hufeisenelektromagnete nimmt nach Ritchie[1]) mit ihrer Länge zu. Während der Anker eines Hufeisens von $^1/_2$ Fuss Länge beim Oeffnen des Stromes sogleich abfiel, blieben die Anker von Hufeisen von 1 und 4 Fuss Länge, welche während der Stromeswirkung etwa die gleiche Tragkraft besassen, wie jenes, an denselben haften.

Aeltere Versuche von dal Negro (§. 889) gaben kein einfaches Resultat, wohl wegen Mangel an einer gehörigen Beobachtungsmethode. — Ebenso sind die Resultate von Ritchie[2]) nicht ganz zuverlässig, nach denen die Tragkraft zweier gleich dicker Hufeisen, deren Länge mit aufgelegtem Anker 1 und 4 Fuss betrug, bei gleicher Drahtumwickelung und Anwendung gleicher magnetisirender Ströme bei schwachen Strömen sich verhalten soll wie 2 : 1, also umgekehrt wie die Quadratwurzeln der Längen. Bei stärkeren Strömen sollte sich die Tragkraft des längeren Hufeisens der des kürzeren nähern.

Auch andere Versuche von Joule[3]), angestellt mit seinen §. 426 beschriebenen Elektromagneten, mit Hufeisenelektromagneten aus kürzeren oder längeren, dickeren oder dünneren Eisenstäben und Drähten, nach denen das Maximum der Tragkraft dem Quadratinhalt des kleinsten Querschnittes der Magnete entsprach, dürften dieses Resultat wohl nicht genügend beweisen.

7. Einfluss des Abstandes der Schenkel oder Pole der Hufeisen.

909 Als Dub (l. c.) zwei verticale Eisenstäbe auf verschieden langen Querstücken von Eisen (von $2^1/_2''$ bis $5^1/_4''$ Länge) befestigte, und von ihnen den Anker sowohl bei unmittelbarer Berührung als bei Zwischenlegung eines $^1/_8''$ dicken Brettchens abriss, blieb die Anziehung, wie die Tragkraft bei gleicher Länge der Schenkel bei jeder Entfernung unverändert.

---

[1]) Ritchie, l. c. Pogg. Ann. **29**, 464, 1833. — [2]) Ritchie, Phil. Trans. 1833, 2; Pogg. Ann. **29**, 464 und **32**, 534. — [3]) Joule, Sturgeon's Annals of Electr. **5**, 187 u. 471.

Indess gilt dieser Satz erst von einer gewissen Entfernung der Schenkel an. Schon dal Negro[1]) beobachtete, dass, wenn die Schenkel seiner Magnete weiter als einen Pariser Zoll von einander entfernt wurden, die Tragkraft etwa um $^1/_{10}$ zunahm. Dasselbe zeigen einige Versuche von Nicklès[2]). Als er auf eine Eisenstange zwei mit Kupferdraht umwundene Schenkel stellte, welche so gebogen waren, dass ihre Pole einander berühren konnten, und von denen der eine fest stand, der andere diesem festen Schenkel genähert wurde, war die Tragkraft bei vier verschiedenen Intensitäten I des magnetisirenden Stromes:

Abstand der Pole	$I_1 = 5$	$I_2 = 10$	$I_3 = 17$	$I_4 = 45$
0,05 mm	5	10	22	52
0,25	8	14,5	23	55
0,45	10	16	25,5	58,5
1,20	9	18	27	65
2,20	7	18	27	66
2,80	5	18	27	66

Bei sehr grosser Nähe der Schenkel wird die Vertheilung des Magnetismus in ihnen geändert, die freien Magnetismen an den Polflächen wenden sich mehr nach den einander gegenüberstehenden Seiten der Schenkel hin, und so wird die Anziehung der Polflächen selbst gegen den aufgelegten Anker geringer. Bei etwas weiterer Entfernung der Schenkel nimmt die Tragkraft zu, bei noch weiterer, namentlich bei schwachen Strömen, aber wieder ab, da die von dem einen Pol auf die magnetischen Molecüle des Ankers ausgehende Wirkung sich dann weniger intensiv zum anderen Pol erstreckt, also beide Pole ihre Wirkung an den Berührungsstellen des Magnetes und Ankers nicht mehr bedeutend verstärken können.

8. Einfluss der Berührungsfläche.

910 Die gleichen Wirkungen, wie auf die Tragkraft und Anziehung geradliniger Elektromagnete, übt auch die Veränderung der Berührungsfläche auf dieselben Verhältnisse bei hufeisenförmigen Elektromagneten und Stahlmagneten aus. Genauere Untersuchungen sind indess hierüber nicht angestellt. Sie würden auch kaum zu allgemeineren Resultaten führen, da sich die Aenderung der Vertheilung der magnetischen Momente nicht vollständig übersehen lässt. — Dass die Tragkraft mit Verkleinerung der Berührungsfläche bis zu einem gewissen Grade zunimmt, ist eine alte Erfahrung. Deshalb schärft man auch gewöhnlich die Fläche der

[1]) dal Negro, l. c. §. 889. — [2]) Nicklès, Compt. rend. 39, 635, 1854; Électro-aimants, p. 95 u. flgde.; auch Ann. de Chim. et Phys. [4] 2, 230, 1864.

an die Polflächen von Stahlmagneten gelegten Anker zu einer Kante zu oder rundet sie ab (vergleiche auch die Anmerkung zu §. 742).

9. Fernere empirische Sätze über die Tragkraft.

911 Die übrigen in Betreff der Tragkräfte der Elektromagnete aufgestellten Sätze dürften kaum eine allgemeinere Gültigkeit haben, wenn einzelne auch einen gewissen praktischen Werth besitzen. Wir stellen einige derselben hier zusammen.

Nach Barral [1]) wächst mit dem Gewicht des Ankers die Tragkraft bis zu einem Maximum, welches erreicht wird, wenn Anker und Magnet gleich schwer sind. Eben dasselbe Verhältniss sollte sich ergeben, wenn bei gleichbleibendem Anker das Gewicht des Magnetes geändert wird.

912 Dass die permanente Tragkraft p hufeisenförmiger Stahlmagnete ihrer Oberfläche oder der Cubikwurzel der Quadrate ihrer Gewichte proportional ist, hatte schon Daniel Bernoulli [2]) gesagt.

Denselben Satz findet auch Häcker [3]) wie bei geradlinigen Magneten, so auch bei hufeisenförmigen Stahlmagneten von $^1/_{120}$ Loth bis zu 40 Pfund Gewicht bestätigt, so dass deren Tragkraft

$$p = a\sqrt[3]{P^2}$$

ist, wenn P ihr Gewicht, a eine Constante ist [4]).

Hier ist, wie bei den geradlinigen Magneten, im Mittel $\log a = 1{,}60$.

Der Werth a ändert sich nach der Stahlsorte der Magnete. Die Form soll nicht viel Einfluss haben. — Beim Zusammenlegen von fünf Lamellen zu einem Magnet ergab sich gleichfalls die Tragkraft des letzteren nach der obigen Formel, so dass sie nicht der Summe der Tragkräfte der einzelnen Lamellen entspricht.

913 Nach van der Willigen [5]) ist, wenn l die Länge, L die reducirte Länge (der Polabstand), q der Umfang der Magnete, s die Oberfläche der Polflächen, A und B Constante sind, die Tragkraft bei der temporären T_s und permanenten T_p Magnetisirung

$$T_s = A q \sqrt{s} \sqrt[4]{\frac{l}{\sqrt{s}}}, \qquad T_p = B q \sqrt{s} \sqrt[4]{\frac{L}{\sqrt{s}}} \cdot \frac{L}{l}.$$

---

1) Barral, Compt. rend. 25, 757, 1847. — 2) Daniel Bernoulli, Acta Helvetica 3, 233, 1758; vergl. Fr. Burckhardt, Pogg. Ann. 136, 634, 1869. — 3) Häcker, Pogg. Ann. 57, 321, 1842. — 4) S. auch Sylv. P. Thompson, Phil. Mag. [5] 26, 70, 1888; Beibl. 12, 706. Hier kann man $a = \mathfrak{B}^2 d^{3/2} c/8\pi$ setzen, wo d die Dichtigkeit des Stahls, c das Verhältniss der Polfläche zu der Oberfläche einer Seite eines Würfels von gleichem Volumen, wie der Magnet ist. Nach der rationellen Formel ist übrigens bei gleicher magnetischer Induction $\mathfrak{B}$ die Tragkraft proportional der Oberfläche und nicht dem Gewicht, so dass kleinere Magnete relativ zu letzterem grössere Tragkräfte haben können. Häcker's Formel giebt ebenfalls das letztere an. — 5) van der Willigen, Compt. rend. 83, 1017, 1878.

Da bei Magneten aus einer Lamelle $B = A$ wird, so ist in diesem Fall:

$$T_p = T_s \left(\frac{L}{l}\right)^{3/4}.$$

914 Durch Annähern je zweier Stahlmagnete von gleicher Schenkelweite von 0,28 und 0,185 Pfund, sowie von 1,35 und 0,67 Pfund an eine Bussole von entgegengesetzten Seiten, bis die Nadel derselben keine Ablenkung zeigte, fand Külp[1]), dass auch die freien Magnetismen der Magnete dem gleichen Verhältniss, wie die Tragkräfte entsprechen. Indess dürfte dieses Resultat doch kaum allgemein gültig sein.

IV. Tragkraft der Glockenmagnete.

915 Bei den Glockenmagneten von Romershausen, Camacho u. s. f. werden, wie wir schon §. 673 erwähnt haben, die ausserhalb der einzelnen Spiralen liegenden Hüllen nicht wesentlich durch letztere, sondern nur durch die Vertheilung von Seiten der inneren Eisenmassen magnetisch. Bei einem Magnet mit mehr Röhren zeigen in Folge dessen die inneren Hüllen die gleiche, die äusseren entgegengesetzte Polarität, wie die umgebenden Spiralen.

Die Anziehung eines derartigen Magnetes von Camacho (drei 6,5 cm lange Röhren aus 2 mm dickem Eisenblech, welche im Abstand von je 2 mm von einander um einen 6 cm dicken Eisenkern auf eine Eisenplatte gestellt sind, und zwischen welche Windungen von 0,8 mm dickem Kupferdraht gewunden sind, ist im Abstand von 1 mm auf einen weichen Eisenanker (von 8 cm Länge und 3,5 cm Dicke) etwa doppelt so gross, wie die Anziehung der einzelnen Theile des Magnetes zusammen[2]).

Es ist klar, wenn man zwei derartige Magnete auf eine Eisenplatte stellt und so zu einem Hufeisenmagnet vereint, dass das Auflegen von Halbankern auf dieselben nicht vortheilhaft ist[3]), da dadurch die entgegengesetzt magnetisirten Röhren und Theile jedes Systems in sich geschlossen werden. Dasselbe tritt bei Auflegen einer Eisenplatte über beide ein.

916 Romershausen'sche Magnete, bestehend aus einem inneren, mit einer Magnetisirungs- und Inductionsspirale umgebenen Kerne, zweien

---

[1]) L. Külp, Pogg. Ann. 135, 148, 1868. Nach einigen weiteren empirischen Sätzen von Külp (Grunert's Archiv 52, 448; 53, 66, 1871) soll u. A. die Maximaltragkraft von hufeisenförmigen Stahlmagneten am grössten sein, wenn die Flächenbreite der Anker $1/4$ und $1/5$ der Breite der Polflächen beträgt; bei den Breiten 1 und $3/4$ soll sie halb so gross, bei der Breite $1/2$ und beim Anlegen der Kante etwa $2/3$ sein. — Ist ferner das Gewicht der Anker kleiner als $2/3$ von dem der Lamelle, so nehmen die Tragkräfte mit dem Gewicht des Ankers zu. Ein Minimum der Tragkraft findet bei den Gewichten $1/4$ und 1, ein Maximum bei $3/4$ statt u. s. f. Alle diese und ähnliche Sätze haben keine allgemeinere Bedeutung. (Vergleiche auch du Moncel, Compt. rend. 69, 886, 1869). — [2]) du Moncel, Compt. rend. 80, 1572, 1875. — [3]) Ibid. 81, 17, 1875.

Eisenscheiben an seinen Enden und einer umhüllenden Eisenröhre, ergaben bei gleichen magnetisirenden Strömen beim Schliessen und Oeffnen derselben folgende Resultate [1]).

Es sei D_1 der äussere Durchmesser des Mantels, D_2 der innere, d der Durchmesser des Kerns, h_1 die Dicke des Bodens, h_2 die des Deckels, H die Gesammthöhe des Magnetes in Centimetern, G sein Gesammtgewicht in Grammen. Dann betrug für die fünf benutzten Magnete:

	D_1	D_2	d	h_1	h_2	H	G
I	10,07	8,1	3	1,04	1,31	4,55	2100
II u. III	8,1	6,05	3	1,02	1,14	5,47	1622,5
IV	5,9	5	2,75	0,5	1,14	11,75	1498,5
V	5,95	5	1,5	0,45	0,45	20,92	1661

Bei Magnet I und II umgab die inducirte Spirale die inducirende, bei III lag umgekehrt die inducirte näher am Kern. Bei III war ausserdem der mittlere Theil des Kerns auf eine Länge von 1 cm auf die Dicke von 0,7 cm reducirt worden. Bei Magnet IV war der Kern von einer cylindrischen Höhlung von 1,5 cm Durchmesser durchsetzt, welcher zwei 0,92 und 2,2 cm grosse Durchbohrungen des Bodens und Deckels entsprachen. Bei Magnet V waren Deckel und Boden an Kern und Mantel angeschraubt, bei den übrigen Magneten waren sie nur aufgeschliffen.

Am günstigsten wirkt der Romershausen'sche Magnet für die Induction, wenn Höhe und äusserer Durchmesser nahe gleich sind. Der Durchmesser des axialen Theiles wird nach den Regeln für gewöhnliche Elektromagnete bemessen.

Der remanente Magnetismus des Romershausen'schen Magnetes ist, wie zu erwarten, nicht unbedeutend; er ist um so stärker, je grösser die Länge gegenüber dem Durchmesser ist. Bei Untersuchung des Magnetfeldes im Romershausen'schen Magnet wurde eine Inductionsspirale von wenigen Windungen über verschiedene Stellen des Kerns gebracht und die Induction in ihr mittelst nach aussen geführter Drähte an einem Galvanometer beim Oeffnen und Schliessen des Stromes bestimmt. Sie änderte sich auf der Länge des Kerns kaum um 1 Proc. Eine Spirale aus einem kleinen Drahtstück, welche bei Magnet I die magnetisirende Spirale direct umgab, oder in der Mitte zwischen Kern und Mantel, bezw. dicht am Mantel angebracht war, gab Inductionsströme von der relativen Stärke 248,4, 190,0, 166,5, so dass die Stärke des Magnetfeldes im Inneren des Hohlraumes des Magnetes etwa nach diesem Verhältniss abnimmt.

Der Einfluss der Hülle auf die inducirte Elektricitätsmenge nimmt ab, je grösser die Länge des Magnetsystems im Verhältniss zum Durchmesser ist. Waren Deckel und Mantel entfernt oder auch nur der Deckel, so war der Inductionsstrom um 90 Proc. und mehr reducirt.

---

[1]) N. Livschitz, Dissertation Zürich 1886; Beibl. 11, 557.

V. Verhalten der Radmagnete.

Die paracirculären Magnete fallen ganz in die Kategorie der geradlinigen Magnete, oder, wenn sie aus mehreren auf dieselbe Axe geschobenen Scheiben bestehen, in die der Hufeisenmagnete. 917

Legt man an die verschiedenen Punkte der Ränder der Scheiben von circulären Magneten Eisenmassen, so zeigen sich einige leicht erklärliche Abweichungen. Besteht ein solcher Magnet aus zwei Eisenscheiben, die durch einen mit einer Spirale umgebenen Eisenstab verbunden sind, und legt man parallel dem Eisenstab seitlich an die Peripherie beider Scheiben einen Stab als Anker an, so wird nicht nur dieser getragen, sondern auch an anderen Stellen der Peripherie kann man andere Stäbe als Anker anlegen, welche gleichfalls noch gehalten werden. Indess nimmt die gesammte Tragkraft nicht proportional der Zahl der Anker zu, sondern ist bei zwei Ankern etwa nur $1^1/_2$ mal so gross, wie bei einem, weil dabei die Magnetismen anders vertheilt werden. Annähernd ist die Summe sämmtlicher einzeln gemessener Anziehungen an dem Rande der Scheibe gleich der in ihrer Mitte [1]).

Bei einem Radmagnet mit drei Scheiben erhält man eine grössere Tragkraft, wenn der Strom die beiden, zwischen den Scheiben befindlichen Magnetisirungsspiralen im gleichen Sinne durchfliesst. Bei gleicher Eisenmasse und derselben magnetisirenden Kraft ist die Tragkraft indess bei Anwendung von nur zwei Scheiben grösser.

Bei einem solchen Magnet, dessen Scheiben:

a.	0,09 m Durchmesser,	0,009 m	Dicke	und	450 g Gewicht
b.	0,06 „ „	0,009 „	„	„	195 „ „
c.	0,09 „ „	0,018 „	„	„	900 „ „

hatten, betrugen nach Nicklès [2]) die Tragkräfte gegen einen cylindrischen Stab bei vier verschiedenen Stromintensitäten I:

	I_1	I_2	I_3	I_4
a.	6 kg	$8^1/_2$	9	9
b.	9	9	11	12 bis 13
c.	9 bis 10	13 bis 14	14	14 bis 15

Die Tragkraft wächst also einmal mit der wachsenden Masse der Scheiben, sodann mit Verminderung ihres Durchmessers; im ersten Falle, weil die schwereren Magnete dem Anker eine grössere Berührungsfläche darbieten, im zweiten, weil sich die Magnetisirung auf wenigere Punkte

[1]) du Moncel, Compt. rend. **84**, 1434, 1877. — [2]) Nicklès, Électro-aimants, p. 169; Ann. de Chim. et de Phys. [4] **2**, 235, 1864.

des Umfanges der Scheiben verbreitet, welche überdies dem magnetisirten Kerne näher liegen, so dass jedes einzelne Theilchen an der Peripherie der kleineren Scheiben stärker in die magnetische Lage gerichtet wird. — Werden die Scheiben in der Nähe des Kerns bei unverändertem Rande dünner gemacht, so vermindert sich dadurch ihre Tragkraft nicht.

Steckt man auf denselben Kern zwei verschiedene Scheiben, so hat die kleinere und dünnere Scheibe für sich die grössere Tragkraft.

Sind die Scheiben verschieden weit von einander auf den jedesmal mit derselben Magnetisirungsspirale umgebenen Eisenkern aufgeschoben, so nimmt die Tragkraft mit ihrer Entfernung von einander erst zu, dann ab, wie bei den gewöhnlichen Hufeisenmagneten. So war die Tragkraft bei zwei Scheiben von 9 cm Durchmesser und 2 cm Dicke, die in der Mitte auf 8 mm Dicke ausgehöhlt und auf eine 35 mm dicke Axe aufgeschoben waren, bei zwei Intensitäten I_1 und I_2 des die Spirale durchfliessenden Stromes:

Abstand der Ränder der Scheiben	I	I_1
0	1	$1^1/_2$
Papierdicke	3	5
1 mm	5	10
2	9	12 bis 13
10	9	15
14	7	15

VI. Magnetische Reibung.

918 In Folge der Anziehung eines Magnetes oder Elektromagnetes gegen seinen Anker ist, wenn man den Anker von dem Magnet seitlich abschieben will, die dazu erforderliche Kraft grösser, als ohne die Magnetisirung des Magnetes.

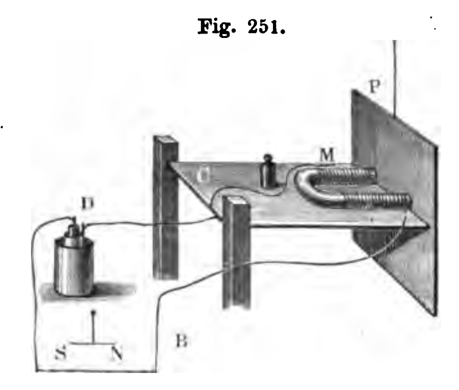
W. Weber[1]) hat diese „magnetische Reibung" untersucht, indem er auf dem einen Ende eines um eine horizontale Axe drehbaren Brettes C einen hufeisenförmigen Elektromagnet M von 1170 g Gewicht befestigte, der mit einem 8 m langen, 2,9 mm dicken Kupferdraht umwunden war, und vor den Polen desselben eine Eisenplatte P als Anker an einem Faden aufhängte (Fig. 251). Der Strom eines Daniell'schen Elementes D wurde durch einen horizontalen, in der Richtung des magnetischen Meridians liegenden Draht AB geleitet, über welchem eine Magnetnadel NS stand, und dann durch die Drahtwindungen des Elektromagnetes. Derselbe zog die Platte P an. Das Brett C wurde mit Ge-

[1]) W. Weber, Resultate des magnet. Vereins 1840, S. 46.

wichten belastet, bis es niedersank. Sodann wurde an das Brett nahe bei dem Hufeisen ein Faden angeknüpft, dieser vertical zum einen Ende eines oberhalb befindlichen Wagebalkens geführt, und auf die am anderen Ende desselben hängende Schale ein Gewicht gelegt, welches das Brett mit dem Hufeisen und der auf ihm stehenden Last äquilibrirte. Dieses Gewicht ist ein Maass für die magnetische Reibung.

Bei einem Strom von solcher Stärke, dass ein 14,7 mm langes Stück desselben als ein in der Verticalebene liegender Kreisbogen von 14,7 mm Halbmesser auf eine in seinem Mittelpunkt befindliche Nadel dasselbe Drehungsmoment ausübt, wie die horizontale Componente des Erdmagnetismus, betrug die durch die magnetische Reibung bedingte Tragkraft im Mittel 7240 g.

Fig. 251.



Die Grösse dieser magnetischen Reibung ist dadurch bedingt, dass die magnetische Anziehung auf den Anker und Magnet so wirkt, wie wenn der eine gegen den anderen durch ein grösseres Gewicht gegengedrückt würde. Die zum Abschieben erforderliche Kraft müsste der Tragkraft proportional sein, wenn nicht zugleich der Reibungscoëfficient geändert würde.

Barral[1]) glaubte dieses Letztere durch Versuche bewiesen zu haben, bei denen er den Anker eines 7,86 kg schweren Elektromagnetes, dessen Polflächen horizontal standen, erst in verticaler (I), dann in einer gegen die Verticale um 41° 59′ (II) und 63° 12′ (III) geneigten, endlich in horizontaler Richtung (IV) abriss. Es bedurfte dazu folgender Gewichte:

Gewicht des Ankers	I	II	III	IV
0,20	33 kg	16	14	—
2,82	183	110	79	61
6,78	267	144	113	103
9,25	295	—	—	131
15,00	235	138	138	80

Das Verhältniss der ad I und IV gefundenen Werthe beträgt etwa 1 : 0,3. Da der Reibungscoëfficient zwischen dem Elektromagnet und Anker vor der Magnetisirung 0,23 war, so sollte die Magnetisirung nicht allein wie ein stärkerer Druck wirken, mit welchem Anker und Magnet

[1]) Barral, Compt. rend. 25, 757, 1847.

gegen einander gepresst würden. Man müsste dann also noch die Arbeit der Umlegung der magnetischen Molecüle des Ankers und Magnetes bei ihrem Gleiten an einander in Betracht ziehen.

919 Von besonderem Interesse ist die magnetische Reibung der Radmagnete, wie sie zuerst von W. Weber (l. c.) untersucht wurde. Seine Radmagnete, Fig. 252, bestanden aus einer Eisenscheibe von 147 mm Durchmesser und 58 mm Dicke mit aufgeworfenen Rändern.

Fig. 252.

Um die zwischen diesen Rändern befindliche, 22 mm breite und 50 mm tiefe Rinne war übersponnener Kupferdraht gewickelt. Seitlich war die eiserne Scheibe mit hölzernen, rinnenförmigen Fassungen versehen, in welche gleichfalls Drahtwindungen eingelegt waren. Das so gebildete Rad konnte sich um zwei metallene Zapfen drehen, welche mit den Enden der Drahtwindungen und den Polen der Säule verbunden wurden. Die Drähte auf der Peripherie des Rades waren so verbunden, dass der Strom die beiden äusseren in gleicher, den in der mittleren Rinne in der entgegengesetzten Richtung durchfloss. Die beiden aufgeworfenen Ränder des Rades sind dann auf ihrer ganzen Peripherie, der eine nord-, der andere südpolar. — Als W. Weber einen solchen Radmagnet statt des Hufeisenmagnetes auf dem Brett Fig. 252 befestigte, so dass seine beiden Ränder auf der vertical aufgehängten Eisenplatte P glitten, und bei der Bewegung des Brettes die Drehung des Rades verhindert wurde, betrug die magnetische Reibung im Mittel 14000 g bei Anwendung eines Stromes, der in einem in der Verticalebene liegenden Kreisbogen von 30,76 mm Länge und 30,76 mm Radius auf eine Nadel im Centrum wie die horizontale Componente des Erdmagnetismus wirkt. — Lag nur der eine Rand des Rades auf der Ankerplatte auf, so betrug die magnetische Reibung 2163 g. — Die magnetische Reibung nimmt bei schwächeren Magnetisirungen mit dem Quadrat der Stromstärke zu.

Lässt man einen solchen Radmagnet auf einer eisernen Schiene ruhen und bestimmt die Neigung der letzteren, bei welcher er hinunter zu rollen beginnt, so kann man auch seine rollende Reibung bestimmen. Bei den Versuchen von Weber betrug der hemmende Einfluss der Magnetisirung nicht mehr, als durch die Vermehrung des Druckes bedingt sein konnte, welche der Radmagnet gegen die Unterlage in Folge der magnetischen Anziehung erfuhr.

920 Die Abhängigkeit dieser magnetischen Reibung von der Geschwindigkeit der Drehung hat Nicklès[1]) bestimmt, welcher sie namentlich zu technischen Zwecken verwendet hat, wie dies auch schon von W. Weber vorgeschlagen wurde. Nicklès liess einen aus drei, auf einen Eisenstab aufgesetzten Eisenrädern bestehenden Radmagnet vermittelst eines Trieb-

[1]) Nicklès, Brevet d'invention 9 août, 1850; Électro-aimants 200 et 248.

werkes durch Menschenkraft mit einer bestimmten Geschwindigkeit drehen. Zwischen den Scheiben des Radmagnetes befanden sich getrennt von demselben die Magnetisirungsspiralen. Gegen die Ränder des Radmagnetes lag eine eiserne, auf Lagern laufende Eisenwalze, welche bei der Drehung des Magnetes mit um ihre Axe gedreht wurde. Durch einen mit verschiedenen Gewichten G belasteten Prony'schen Zaum wurde ihre Rotationsgeschwindigkeit auf ein Bestimmtes reducirt. Auf diese Weise fanden sich in zwei Versuchsreihen die folgenden Gewichte G bei verschiedenen Anzahlen n der Umdrehungen des Radmagnetes pro Minute:

I		II	
n	G	n	G
60	7 kg	96	10
615	7	203	9
1810	5,5	810	8
1992	6	1600	7,1

Hiernach wird die magnetische Reibung mit Zunahme der Drehungsgeschwindigkeit nur wenig kleiner; ein Beweis, dass sich die magnetische Vertheilung bei Berührung der verschiedenen Theile des Randes des Radmagnetes mit der als Anker dienenden Walze in sehr kurzer Zeit vollständig herstellt.

Dasselbe zeigen einige andere Versuche, bei denen eine Eisenstange, deren eines Ende an einer horizontalen Axe befestigt war, in einem Abstand von 2 mm von oben her den Rändern der Scheiben des Radmagnetes parallel seiner Axe gegenübergestellt wurde. Eine am anderen Ende der Stange befestigte Schnur wurde über Rollen geleitet und am anderen Ende mittelst einer Wagschale mit Gewichten belastet, bis sie die Stange von dem in verschieden schnelle Rotation versetzten Radmagnet abrissen.

Wendet man statt der Radmagnete paracirculäre Magnete an, so nimmt die Anziehung mit der Drehungsgeschwindigkeit viel schneller ab, da hier eine längere Zeit vergeht, bis sich die neue Polarität herstellt.

VII. Verhalten von Stäben und Drähten aus magnetisirbaren Metallen gegen hindurchgeleitete galvanische Ströme.

921 Leitet man einen galvanischen Strom durch einen Draht oder Stab von magnetischem Metall, z. B. Eisen, in axialer Richtung, so stellen sich die einzelnen Molecularmagnete mehr oder weniger transversal. Sie bilden in sich geschlossene Kreise und wirken nicht nach aussen. Eine Berechnung hierüber haben wir schon §. 850 angeführt.

922 Ueber die Aenderungen des temporären und permanenten Magnetismus von Eisendrähten durch Ströme, welche durch dieselben hindurchgeleitet wurden, habe ich eine Reihe von Versuchen angestellt [1]).

Sie wurden in ganz ähnlicher Weise ausgeführt, wie die §. 564 beschriebenen. Eisen- und Stahldrähte von etwa 58 cm Länge und 2 mm Dicke wurden in der Axe einer etwa 55 cm langen, 1 cm weiten Spirale von Kupferdraht in horizontaler Lage in der Richtung von Ost nach West vor einem in einer dicken Kupferhülse schwebenden Stahlspiegel ausgespannt. Nach ihrer Magnetisirung durch den herumgeleiteten Strom wurde ein Strom durch sie hindurchgeleitet. Hierzu waren an den Enden der Drähte Klemmschrauben befestigt, deren Durchbohrung der Richtung der Drähte entsprach. Von denselben aus wurden die kupfernen Leitungsdrähte etwa auf je 50 bis 60 cm Länge in der Richtung der Verlängerung des Drahtes fortgeführt, sodann vertical nach unten bis auf den 1 m entfernten Fussboden und dort wieder parallel der oberen Leitung zur Säule geleitet. Ein Gyrotrop gestattete die Umkehrung des Stromes. Bei anderen Versuchen wurden Eisen- und Stahlstäbe von 238 mm Länge und 11,2 mm Durchmesser in der Axe einer ostwestlich vor dem Stahlspiegel liegenden Drähtspirale von 250 mm Länge, 34 mm innerem und 54 mm äusserem Durchmesser und sechsmal 122 Windungen von Kupferdraht befestigt. Auf ihre Enden waren Messingkappen geschoben, von denen aus in der Richtung der Axe der Stäbe erst dickere, dann dünnere Leitungsdrähte fortgeführt waren.

Bei Ersatz der Drähte und Stäbe durch einen Messingdraht oder Zinkstab konnte man sich überzeugen, dass der hindurchgeleitete Strom selbst den Magnetspiegel nicht ablenkte.

923 In den folgenden Tabellen sind einige Resultate verzeichnet, während die Stäbe und Drähte beständig der magnetisirenden Kraft unterworfen waren. Unter I_0 sind die Ablenkungen des Spiegels des Magnetometers angegeben, wenn jene Kraft allein wirkte, unter I_{ns} und I_{sn} die Ablenkungen, wenn der Strom durch die Stäbe in der Richtung vom Nordpol zum Südpol oder umgekehrt floss.

Die eingeklammerten Zahlen bezeichnen die nach oftmalig unterbrochenem Durchleiten des Stromes in derselben Richtung erhaltenen Werthe.

---

[1]) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 117, 213, 1862 und neuere Versuche; und später ganz ähnlich Buff, Ann. d. Chem. u. Pharm. Supplementbd. 3, 147, 1864 u. 1865.

I. Harter (H), weicher (W) Stahlstab und Eisenstab (E).

	H	W	E		H	W	E
I_0	315,3	283,1	342,7	I_0	273,3	293,0	375,5
I_{ns}	318,5	291,8	354	I_{sn}	276,8	302,3	389
I_0	318,7	293,1	354,5	I_0	277,3	303	390
I_{ns}	319,5	293,8	355	I_{sn}	277,5	303,8	390
I_0	319,2	294,3	355,5	I_0	277,8	303,8	391
(I_{ns})	319	294,8	357	(I_{sn})	277,7	304,3	390,7
(I_0)	319,2	294,3	356,7	(I_0)	278,5	304	391,8
I_{sn}	321,5	299,8	361	I_{ns}	279,6	308,6	397,3
I_0	321,2	299,5	361	I_0	279,5	308,8	397,2
(I_{sn})	(321,7)	299,8	362	(I_{ns})	279,8	309,3	397,7
(I_0)	(321,5)	299,8	362,5	I_0	279,8	309,0	398

und nach oftmaliger Umkehrung der Stromrichtung:

	H	W	E		H	W	E
I_{sn}	322	304,5	365	I_{ns}	280,8	311,8	400,5
I_0	322	304,3	365	I_0	280,3	311,6	401
I_{ns}	322	304,6	365	I_{sn}	280,8	311,8	400,5
I_0	322	304,3	365	I_0	280,5	311,6	401

II. Harter (H) Stahldraht und weicher Eisendraht (E).

	H	E	H	E
I_0	116,5	116,5	I_0	111
I_{ns}	112	112	I_{sn}	106,5
I_0	117,5	117,5	I_0	113
I_{ns}	112	112	I_{sn}	106,7
I_0	117,5	117,5	I_0	113
(I_{ns})	112	112	(I_{sn})	106,7
(I_0)	117,5	117,7	(I_0)	113
I_{sn}	111	111	I_{ns}	117,3
I_0	118	118	I_0	114
(I_{sn})	111	111	(I_{ns})	117,3
(I_0)	118	118	I_0	114

Die folgende Tabelle giebt das Verhalten permanent magnetisirter Stäbe und Drähte nach dem Oeffnen des Stromes in der Magnetisirungsspirale. Die Bezeichnungen I_0, I_{ns}, I_{sn} beziehen sich wiederum auf die Ablenkungen des Magnetspiegels vor oder nach und während der Einwirkung des durch die Drähte geleiteten Stromes. 924

Harter (*H*), weicher (*W*) Stahlstab und Eisenstab (*E*)

	H	*W*	*E*		*H*	*W*	*E*
I_0	124,5	80,5	39	I_0	119	93	41
I_{ns}	122,5	75	31,5	I_{sn}	117,7	82,7	30,5
I_0	122	75	31,5	I_0	117,5	82,2	30,5
I_{ns}	122	74,5	30,7	I_{sn}	117,4	81,7	30,3
I_0	122	74,5	30,5	I_0	117,2	82	30
(I_{ns})	122,5	74,3	30	(I_{ns})	117,4	81,5	29,5
(I_0)	122	74,2	30	(I_0)	117,2	81,5	29,8
I_{sn}	121	71	26,5	I_{ns}	116,3	78	26,5
I_0	121	70,7	26,2	I_0	116	78	26,2
(I_{sn})	121,5	70,5	25,5	(I_{ns})	116	77,5	26,3
(I_0)	121,5	70,5	25,2	(I_0)	116	78	26

und nach oftmaliger Umkehrung der Stromrichtung:

I_{sn}	121,5	68,5	23	I_{ns}	115,5	74,5	23
I_0	121	68,5	23	I_0	115,5	74,7	22,6
I_{ns}	121,2	68,2	23,1	I_{sn}	115,5	74,7	22,5
I_0	121	68,2	23	I_0	115,7	74,7	22,4

Bei einem harten (*h*), weichen (*w*) Stahldraht und Eisendraht (*e*) ergaben sich nach oftmals wiederholtem Hin- und Herleiten eines Stromes durch dieselben die permanenten Momente I_0 nach dem Oeffnen des in der einen und anderen Richtung hindurchgeleiteten Stromes nach einander, wenn das zuerst ertheilte permanente Moment *I* ist,

h)	$I = 92$	$I_0 = 90$	90	90	—	—
w)	$I = 186$	$I_0 = 150$	149	149,8	149	149
e)	$I = 179$	$I_0 = 13$	13,5	14	14	14

925 Aus diesen und anderen Versuchen ergiebt sich:

1. Leitet man durch einen Eisendraht, welcher in der Axe einer Magnetisirungsspirale liegt und in derselben temporär magnetisirt wird, während der magnetisirende Strom geschlossen bleibt, einen Strom, so vermindert sich sein temporärer Magnetismus bei dünnen Drähten; er vermehrt[1] sich bei dickeren Stäben. Nach dem Oeffnen des hindurchgeleiteten Stromes tritt er stärker auf als vorher. Bei wiederholtem Schliessen des hindurchgeleiteten Stromes, gleichviel welches seine Richtung ist, vermindert sich darauf stets der temporäre

[1]) Letzteres hat zuerst Villari (Pogg. Ann. 126, 103, 1865) gefunden.

Magnetismus und tritt nach dem Oeffnen des Stromes in gleicher Stärke wie vorher auf.

2. Leitet man durch den Eisendraht, nachdem der magnetisirende Strom geöffnet worden ist, einen Strom, so vermindert sich sein permanenter Magnetismus. Beim Oeffnen des hindurchgeleiteten Stromes wächst derselbe ein wenig, aber nicht bis zur früheren Stärke. — Wiederholtes Schliessen und Oeffnen des hindurchgeleiteten Stromes vermindert den permanenten Magnetismus des Drahtes nur noch sehr wenig. Wird aber ein Strom in entgegengesetzter Richtung durch den Draht geleitet, so vermindert sich sein Magnetismus wieder sehr stark. Nach oft wiederholtem Hindurchleiten des Stromes in der einen und anderen Richtung erreicht der Stab einen constanten Zustand, bei dem der Magnetismus je während des Hindurchleitens des Stromes und nach dem Oeffnen desselben immer wieder dieselben beiden Werthe, einen kleineren und einen grösseren, annimmt.

In ähnlicher Weise hat man schon vor langer Zeit, u. a. auch Marianini[1]), beobachtet, dass der Schlag einer Leydener Flasche, welchen man durch die Axe eines Magnetstabes leitet, seinen Magnetismus vermindern kann.

926 Bei diesen mehr qualitativen Versuchen wurden die longitudinal und transversal magnetisirenden Ströme ziemlich plötzlich geschlossen. Für genauere quantitative Versuche bedürfte es eines langsamen Auf- und Absteigens derselben, um Inductionsströme zu vermeiden, sowohl in den Stromleitungen, wie in der Eisenmasse. Durch letztere können sich die Verhältnisse wesentlich ändern [2]).

927 Es versteht sich von selbst, dass man die eben beschriebenen Veränderungen des Momentes auch beobachten kann, wenn man die Drähte ausser mit der Magnetisirungsspirale, noch mit einer Inductionsspirale umgiebt, die mit einem Galvanometer verbunden ist. Werden die Molecularmagnete durch einen um den Eisenstab herumgeleiteten Strom in die axiale und dann durch einen hindurchgeleiteten Strom in die transversale Lage gedreht, so werden in den Windungen der Inductionsspirale abwechselnd Ströme inducirt, welche den Molecularströmen der magnetischen Molecüle bezw. entgegen und gleich gerichtet sind [3]).

Selbstverständlich kann man auch durch einen Eisendraht einen Strom leiten, denselben sodann öffnen und den Draht mit einem Galvanometer verbinden. Magnetisirt man den Draht durch einen herumgeleiteten Strom, so zeigt das Galvanometer einen Inductionsstrom an, der dem hindurchgeleiteten gleich gerichtet ist [4]).

---

[1]) Marianini, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 16, 436, 1846. — [2]) Vergl. Janet, Compt. rend. 108, 398, 1889; Beibl. 13, 553. — [3]) Aehnlich auch Buff, Ann. d. Chem. u. Pharm. Supplbd. 3, 1864 u. 1865. — [4]) S. P. Thompson, Proc. Roy. Soc, 49, 439, 1891.

Diese Methode hat vor der vorher erwähnten den Nachtheil, dass sie nur Aenderungen der Momente zu bestimmen gestattet [1]).

---

[1]) Vermittelst dieser Methode hat Villari (Pogg. Ann. 126, 103, 1865) zu zeigen versucht, dass Eisen- und Stahlstäbe sich verschieden verhalten. Dieselben waren in eine Magnetisirungsspirale von 585 mm Länge, 225 mm äusserem, 110 mm innerem Durchmesser eingelegt, welche von dem Stabe durch eine mit einem entfernten Spiegelgalvanometer verbundene, aus 1 mm dickem Kupferdraht gewundene Inductionsspirale von 600 mm Länge, 30 mm äusserem und 19 mm innerem Durchmesser getrennt war.

Unter Beibehaltung der Bezeichnungen des Textes ergab sich z. B.

Harter Stahlstab (370 mm lang, 7 mm dick).

a) Magnetisirungsspirale geschlossen:

I_{ns_1}	+ 180	I_{ns_4}	− 6	I_{sn_1}	+ 150	I_{sn_4}	+ 10
I_0	+ 25	I_0	+ 6	I_0	+ 12	I_0	− 4
I_{ns_2}	+ 7	I_{ns_5}	− 6	I_{sn_2}	+ 20	I_{sn_5}	+ 7
I_0	+ 9	I_0	+ 6	I_0	0	I_0	− 4
I_{ns_3}	− 3	I_{ns_6}	− 6	I_{sn_3}	+ 9	I_{sn_6}	+ 5
I_0	+ 7	I_0	+ 6	I_0	− 4	I_0	− 5

b) Magnetisirungsspirale geöffnet:

I_{ns}	− 170	I_{ns_4}	− 12	I_{sn}	− 130	I_{sn_4}	0
I_0	− 15	I_0	+ 6	I_0	− 25	I_0	− 6
I_{ns_2}	− 50	I_{ns_6}	− 8	I_{sn_2}	− 25	I_{sn_6}	+ 4
I_0	− 2	I_0	+ 8	I_0	− 12	I_0	− 5
I_{ns_3}	− 15	$I_{ns_{10}}$	− 7	I_{sn_3}	− 2	$I_{sn_{10}}$	+ 5
I_0	+ 5	I_0	+ 7	I_0	− 8	I_0	− 5

Weicher Eisenstab (370 mm lang, 7 mm dick).

a) Magnetisirungsspirale geschlossen:

I_{ns_1}	+ 310	I	+ 100	I_{sn_1}	+ 500	I_0	+ 70
I_0	+ 140	I_{ns_4}	− 95	I_0	+ 120	I_{sn_4}	− 80
I_{ns_2}	− 90	I_0	+ 95	I_{sn_2}	− 80	I_0	+ 65
I_0	+ 100	I_{ns_4}	− 95	I_0	+ 70	I_{sn_5}	− 70
I_{ns_3}	− 95	I_0	+ 95	I_{sn_3}	− 85	I_0	+ 65

b) Magnetisirungsspirale geöffnet:

I_{ns_1}	− 700	I_0	− 47	I_{sn_1}	− 600	I_0	− 80
I_0	− 60	I_{ns_5}	+ 45	I_0	− 100	I_{sn_5}	+ 75
I_{ns_2}	+ 25	I_0	− 46	I_{sn_2}	+ 50	I_0	− 80
I_0	− 50	I_{ns_6}	+ 45	I_0	− 100	I_{sn_6}	+ 75
I_{ns_3}	+ 35	I_0	− 45	I_{sn_3}	+ 65	I_0	− 80
I_0	− 50	I_{ns_7}	+ 50	I_0	− 90	I_{sn_7}	+ 80
I_{ns_4}	+ 40	I_0	− 45	I_{sn_4}	+ 72	I_0	− 80

Hiernach würde also bei allen temporär magnetisirten Stäben zuerst beim Hindurchleiten eines Stromes eine Zunahme des temporären Momentes stattfinden (die indess nur bei schwächeren Strömen zu beobachten ist). Diese Zunahme erreicht, wie ich bereits gezeigt, bei wiederholtem Hindurchleiten ein Maximum. Nachher verhalten sich Eisen- und Stahlstäbe verschieden. Bei Eisenstäben vermindert sich, wie oben, das temporäre Moment jedesmal

Aehnliche Versuche hat später auch Gore [1]) angestellt; nur wurde die longitudinale Magnetisirung des in der Inductionsspirale liegenden Drahtes nicht durch einen herumgeleiteten Strom, sondern durch einen unterhalb, ihm parallel gelegten Magnetstab bewirkt. Ist der Draht durch den hindurchgeleiteten Strom zur hellen Rothgluth erhitzt und wartet man ab, bis die Nadel des mit der Inductionsspirale verbundenen Galvanometers auf Null steht, so bleibt sie beim Oeffnen des hindurchgeleiteten Stromes einige Zeit auf Null, schlägt dann aber plötzlich aus.

---

beim Hindurchleiten des Stromes und vermehrt sich beim Oeffnen; bei Stahlstäben soll dies nur geschehen, wenn der Strom im Magnete vom Südpol zum Nordpol fliesst; fliesst er umgekehrt, so vermehrt sich das Moment beim Schliessen und vermindert sich beim Oeffnen des hindurchgeleiteten Stromes. Dieselben irrthümlichen Resultate siehe auch bei Gerosa u. Finzi (Rend. Lomb. [2] 24, 677, 951, 1891; Beibl. 18, 375).

Bei permanent magnetisirten Stäben wird zuerst beim Hindurchleiten des Stromes das permanente Moment dauernd, wie auch ich gefunden, bis zu einer Grenze vermindert. Ist diese nach wiederholtem Hindurchleiten erreicht, so bringt wiederum in Eisenstäben das Hindurchleiten des Stromes, gleichviel in welcher Richtung er fliesst, eine Vermehrung des Momentes hervor, und beim Oeffnen vermindert sich das Moment. Bei Stahlstäben soll dasselbe stattfinden, wenn der Strom vom Südpol zum Nordpol fliesst. Bei umgekehrter Richtung soll sich das Moment beim Schliessen vermindern und beim Oeffnen des hindurchgeleiteten Stromes vermehren.

Wendet man bei diesen Versuchen zu dünne Stäbe an, welche durch den hindurchgeleiteten Strom stark erwärmt werden, so wird jedesmal das Moment vermindert.

Wie ein durch den Stab direct hindurchgeleiteter Strom wirkt ein Strom, der in seiner Axe (z. B. bei Anwendung eines Eisenrohres) in einem isolirten Kupferdraht fliesst. Selbstverständlich übt aber ein Strom, der in einem den Eisenstab umgebenden geschlossenen Rohre, z. B. in einem Stanniolblatte, fliesst, keine Wirkung aus, da seine Scheidungskraft auf die Molecüle des Stabes gleich Null ist.

Verhalten sich die Molecüle des Stahlstabes wie kleine, um ihren Schwerpunkt drehbare Molecularmagnete, so ist bei gleichartiger Constitution des Stahles nicht abzusehen, wenn dieselben durch einen magnetisirenden Strom mehr oder weniger axial gerichtet sind, weshalb sie durch einen von dem Süd- zum Nordpol durch den Stab geleiteten Strom in anderer Weise nach der einen Seite aus ihrer Lage abgelenkt werden sollten, wie durch einen vom Nord- zum Südpol geleiteten Strom nach der entgegengesetzten Seite. Ein solcher Unterschied der Ablenkungen müsste aber nach den Versuchen von Villari stattfinden, um die verschiedene Aenderung des Momentes zu begründen. Es wäre dadurch eine ganz neue Eigenschaft der magnetischen Molecüle nachgewiesen, falls die Resultate von Villari nicht auf secundären Ursachen beruhen. Diese könnten einmal darin bestehen, dass bei den verschiedenen Versuchen die Richtung des ersten, durch den magnetisirten Stahlstab hindurchgeleiteten Stromes verschieden wäre, wodurch gleich von Anfang an die Molecüle eine einseitige Richtung bekämen, um welche sie bei den darauf folgenden Einwirkungen abwechselnd gerichteter Ströme hin und her oscillirten, um sich entweder mehr in die axiale oder die transversale Lage zu begeben, und so das Moment des Stabes zu steigern oder zu verringern. Dann könnten aber auch die Wirkungen der nicht symmetrisch liegenden Theile der Stromleitung je nach der Richtung des Stromes Fehlerquellen einführen. Bei den im Texte angeführten und ähnlichen Versuchen des Verfassers haben sich die Resultate von Villari nicht bestätigt. Wurde die Leitung abgeändert, dass der Magnetspiegel keine Ablenkung beim Durchleiten des Stromes zeigte, so ergaben sich obige Anomalien bei den Versuchen mit Eisenstäben nicht.

[1]) Gore, Proc. Roy. Soc. Nr. 108, 1869, 260, Phil. Mag. [4] 38, 64.

Dies ist ein Zeichen, dass der Magnetismus bei dem Abkühlen ziemlich plötzlich hervortritt (vergl. das Capitel „Beziehungen des Magnetismus zur Wärme").

928 Ganz ähnliche Versuche über den Einfluss transversaler Magnetisirung auf das Moment longitudinal magnetisirter Eisenröhren sind von Werner Siemens [1]) ausgeführt worden, indem er ein Eisenrohr von 15 mm innerem Durchmesser, 150 mm Länge und 1 mm Wandstärke mit zwei Spiralen umgab, deren Windungsebenen bezw. senkrecht auf der Axe der Röhren lagen oder durch sie hindurchgingen.

Wiederum wurde bei transversaler Magnetisirung das durch die longitudinale Magnetisirung erzeugte, aus der Ablenkung eines Magnetes berechnete longitudinale Moment des Rohres vermindert, unabhängig von der Stromrichtung in der transversal magnetisirenden Spirale. In Folge der stärkeren Wechselwirkung der ringförmig geordneten Theilchen bei letzterer Magnetisirung ist die Schwächung der longitudinalen Magnetisirung schon bei schwachen, transversal magnetisirenden Kräften bedeutend. Dasselbe Resultat wurde mit einer ringförmigen, in der Richtung ihres grössten Ringdurchmessers in zwei Hälften getheilten Röhre gefunden, um welche in der Richtung ihrer Ringaxe und senkrecht gegen dieselbe Spiralen gewunden waren. Wurde hierbei nach der Schliessung der inneren oder der äusseren Spiralen des Ringes die Stromrichtung umgekehrt, so war im ersten Falle die Induction aus dem eben erwähnten Grunde viel stärker.

929 Versuche an etwa 15 cm langen Röhren von gewalztem, weichem, gehärtetem Eisen- und Stahlblech von etwa 1,6 bis 1,9 mm innerem Durchmesser und 0,05 bis 0,28 mm Wanddicke ergaben wiederum die Verminderung der longitudinalen Magnetisirung durch die transversale bis zu einem Minimum, welche um so kleiner ist, je stärker die longitudinale ist. Bei dünneren Röhren ist die Verminderung grösser, bei gewalztem Eisen und hartem Stahl kleiner als bei weichem Eisen [2]).

930 Diese Transversalmagnetisirung hat auch Janet [3]) an einem Eisenrohr untersucht, welches der Länge nach von innen und aussen mit isolirten Drahtwindungen umgeben war. An das Rohr wurden wegen möglichst centrischer Stromzuführung beiderseits mehrere Meter lange conaxiale und gleich weite Messingröhren angesetzt, durch welche der transversal magnetisirende Strom geleitet wurde, bei dessen Schliessen und Oeffnen der Inductionsstrom in den longitudinalen Drahtwindungen mittelst eines ballistischen Galvanometers bestimmt wurde. Dabei ergab

---

[1]) Werner Siemens, Berl. Monatsber. 23. Juni 1881; Wied. Ann. **14**, 635, 1881. — [2]) W. H. Schultze, Wied. Ann. **24**, 643, 1895; siehe auch W. Siemens, Wied. Ann. **24**, 93, 1885. — [3]) Janet, Ann. de l'Enseignement sup. de Grenoble **2**, 1, 1890; Beibl. **15**, 225.

sich die magnetische Permeabilität μ nicht constant, sondern entsprach einer Formel $\mu = a + bf$, wo f die magnetisirende Kraft ist, und a und b Constante sind. Es war z. B. bei einem 343 cm langen Eisenrohr von 0,75 cm äusserem und 0,33 cm innerem Radius $a = 171,2$, $b = 66,2$. a war bei verschiedenen Röhren nahe constant, b hatte je nach dem Ausglühen verschiedene Werthe.

Selbstverständlich entsteht auch in einem durch eine Eisenröhre gezogenen Draht beim Durchleiten eines Stromes durch die Röhre ein Inductionsstrom [1]).

Aehnliche Versuche an gleich langen, aussen gleich weiten Röhren, innen von einfachem und doppeltem Durchmesser, ergaben den Circularmagnetismus grösser beim Durchleiten eines Stromes durch einen axialen isolirten Draht, als beim Durchleiten durch die Röhre selbst. Das Verhältniss ist ziemlich unabhängig von der absoluten Permeabilität der Eisensorte. Die Annahme, dass im ersteren Fall die auf das Eisen vertheilend wirkende Kraft umgekehrt proportional dem Abstand von dem Draht und die Permeabilität für das Rohrinnere constant ist, bestätigte sich nicht [2]).

931 In dieser Weise hat Villari [3]) ganz analoge Resultate wie die obigen an Stäben und an etwa 80 cm langen, 2 bis 3 cm weiten Röhren von Eisen und Stahl erhalten, welche mit einigen longitudinalen Drahtwindungen behufs der Transversalmagnetisirung umwunden waren und in einer von einer Inductionsspirale umgebenen Magnetisirungsspirale lagen. Die Röhren wurden durch einen longitudinal herumgeleiteten Strom transversal magnetisirt. Die Resultate waren im Wesentlichen die oben erwähnten; die beiden Perioden bis zum Constantwerden und die nachherigen regelmässigen Aenderungen der Momente. Bei stärkeren transversal magnetisirenden Strömen soll sich indess während der constanten Periode das permanente longitudinale Moment je nach der Richtung des ersteren Stromes verstärken oder schwächen können (siehe indess die Anmerkung zu §. 927).

932 Andere Untersuchungen, die Umkehrungen der vorigen, über die Wirkung longitudinaler Magnetisirungen auf die Transversalmagnetisirung sind von Villari [4]) in folgender Weise angestellt worden. Zur Untersuchung für die permanente Transversalmagnetisirung werden Eisenrohre von 80 bis 90 cm Länge und 2 oder mehr cm Durchmesser in dem Inneren einer 80 cm langen Magnetisirungspirale liegend unter häufigen Stromunterbrechungen möglichst stark permanent transversal magnetisirt. Die Aenderungen der Transversalmagnetisirung bei wiederholten

---

[1]) Siehe auch Janet, Compt. rend. **106**, 200, 1888; Beibl. **12**, 388. — [2]) Knott, Trans. Roy. Soc. Edinb. **37**, I [2], 7, 1892; Beibl. **17**, 672. — [3]) Villari, Mem. di Bologna [5] **3**, 153, 1893; N. Cim. **33**, 152, 193, 268; Beibl. **17**, 1095. — [4]) Villari, Mem. di Bologna [5] **2**, 443, 1892; Beibl. **17**, 670.

Längsmagnetisirungen werden an einer der Länge nach um die Rohrwandungen gewundenen Inductionsspirale gemessen.

Zum Messen der temporären Transversalmagnetisirung werden Eisenrohre von 85 cm Länge und 3,5 cm Durchmesser mit zwei Längsspulen von 1 bezw. 15, andere Rohre mit solchen von 12 bezw. 12 Längswindungen umwickelt; die eine dieser Spulen dient zur Transversalmagnetisirung, die andere, mit dem Galvanometer verbundene zur Messung der Aenderung der temporären Transversalmagnetisirung bei wiederholten Längsmagnetisirungen.

Die Resultate sind im Wesentlichen die folgenden:

1. Bei permanenter Transversalmagnetisirung wirken die ersten longitudinalen Magnetisirungen wie eine Erschütterung, die erstere nimmt bis zu einem constanten Minimum ab. Bei wiederholten Längsmagnetisirungen verkleinert sich das constant gewordene Minimum beim Schliessen und steigert sich beim Oeffnen des längsmagnetisirenden Stromes.

2. Bei temporärer Transversalmagnetisirung wirken die ersten Longitudinalmagnetisirungen wie eine Erschütterung, die ersteren nehmen zu; bei wiederholten Längsmagnetisirungen tritt bei Schluss des longitudinal magnetisirenden Stromes eine Verminderung, beim Oeffnen eine Vermehrung desselben ein.

Diese Resultate entsprechen ganz vollständig denen, welche ich umgekehrt für den Einfluss von hindurchgeleiteten Strömen auf die temporäre und permanente Longitudinalmagnetisirung gefunden habe.

933 Hieraus folgende und von vornherein zu erwartende Erscheinungen hat Herwig [1]) beobachtet, als er Widerstandsbestimmungen von Eisendrähten mittelst der Svanberg-Wheatstone'schen Drahtcombination machte. Die Drähte waren mit weichem Loth an Kupferklemmen gelöthet und wurden mit sehr (5,5 mm) dicken Kupfer- oder Messingdrähten verglichen. Wird die Compensation hergestellt und sodann der Strom zur Säule geöffnet, so zeigt sich im Galvanometer ein Strom, wie wenn der Widerstand des Eisendrahtes vermindert worden wäre, da sich die durch den Strom transversal gerichteten Molecüle des Eisendrahtes wieder axial stellen und somit in demselben ein Inductionsstrom entsteht, der dem hindurchgeleiteten gleich gerichtet ist. Dickere Eisenstäbe zeigen stärkere, bei wiederholten Versuchen wachsende Ströme, offenbar da die Molecüle beweglicher werden; Stahlstäbe bei der geringeren Beweglichkeit ihrer Molecüle schwächere Ströme, welche nicht bei wiederholtem Schliessen wachsen.

Ueber die anomalen Magnetisirungen von Stahlstäben beim plötzlichen Oeffnen des magnetisirenden Stromes, welche den dabei entstehenden abwechselnd gerichteten Inductionsströmen zuzuschreiben sind, siehe im Capitel „Induction“.

---

[1]) Herwig, Pogg. Ann. 153, 115, 1874.

934 Eine Erklärung dieser Erscheinungen schliesst sich unmittelbar an die von mir gegebene Ableitung der Erscheinungen bei der temporären und permanenten Magnetisirung von Eisen- und Stahlstäben an[1]). In einem temporär magnetisirten Drahte sind die Molecularmagnete mit ihren Axen der Axe des Drahtes zugeneigt, so dass sie ihre Nordpole alle nach dem einen Ende wenden. Wird ein Strom durch den Draht geleitet, so wird dadurch zunächst die Stellung der unmittelbar in seiner Axe gelegenen Molecüle nicht geändert, da rings um sie der Strom im Draht in gleicher Intensität fliesst. Neben den mehr gegen die Oberfläche des Drahtes liegenden Molecülen fliesst aber zur Seite der Axe des Drahtes der Strom durch einen grösseren Querschnitt, als zur Seite der ihnen benachbarten Theile der Oberfläche; die Molecüle streben sich daher unter dem Einfluss des ersteren Antheiles des Stromes in eine gegen die Axe des Drahtes transversale Richtung zu stellen, und zwar um so mehr, je näher sie an der Oberfläche liegen. Für einen in der Axe des Drahtes befindlichen Beobachter wenden sie dabei ihre Nordpole alle nach derselben Seite. Hierdurch wird das temporäre magnetische Moment des Drahtes in der Richtung seiner Axe vermindert. Zugleich werden aber die Molecüle bei der Hin- und Herdrehung leichter beweglich, und eine neue Wirkung der magnetisirenden Kraft allein vermag sie stärker der Axe des Drahtes zuzuwenden als vorher. Deshalb ist die temporäre Magnetisirung des Drahtes nach dem Oeffnen des hindurchgeleiteten Stromes grösser als vorher. Ist der durch den Draht geleitete Strom schwach, so kann der Anstoss, den die Molecularmagnete durch ihn erhalten, sie so viel beweglicher machen, dass sie nun dem Zuge der relativ starken magnetisirenden Kraft mehr folgen als vorher. Der hindurchgeleitete schwache Strom selbst vermag dann durch seine dauernde elektromagnetische Wirkung auf die Molecularmagnete diese letztere Wirkung nicht zu compensiren; der Draht zeigt schon während des Hindurchleitens der Stromes ein grösseres Moment in der Richtung seiner Axe.

935 Bei der Einwirkung des hindurchgeleiteten Stromes auf einen permanent magnetisirten Draht findet zunächst dasselbe statt. Die Molecüle werden transversal gestellt, das magnetische Moment des Drahtes nimmt temporär ab. Nach Aufhören des Stromes kehren die Molecüle zum Theil, aber nicht völlig, in ihre magnetischen Lagen zurück; daher ist der Magnetismus des Drahtes auch permanent verkleinert. Dabei nähern sich aber die Molecüle, da sie leichter beweglich geworden sind, ihren unmagnetischen, durch die Molecularkräfte gebotenen Gleichgewichtslagen. Wird der Strom in gleicher Richtung noch einmal durch den Draht geleitet, so erfahren die Molecüle fast nur noch einmal dieselbe Drehung wie vorher, ihre Beweglichkeit wird kaum vermehrt, und

[1]) G. Wiedemann, l. c. §. 636 u. flgde.

der permanente Magnetismus nimmt bei dem Oeffnen des Stromes nur wenig ab. Wird der Strom aber in entgegengesetzter Richtung durch den Draht geleitet, so suchen die Molecüle sich in entgegengesetzter Richtung transversal zur Axe des Drahtes zu stellen. Der Magnetismus des Drahtes nimmt wiederum ab und kehrt nach dem Oeffnen des Stromes wieder ein wenig zurück. Er ist aber schwächer, als nach dem ersten Durchleiten des Stromes, da die Molecüle bei ihrer neuen Drehung nach der entgegengesetzten Seite sich in neuen Bahnen bewegt haben, also wiederum beweglicher geworden sind und sich mehr und mehr ihren unmagnetischen Lagen zuwenden.

Auf diese Weise vermindert sich allmählich bei abwechselnder Richtung des durch den permanenten Magnet geleiteten Stromes sein Moment. Dass dasselbe endlich während des Hindurchleitens der Ströme und nach dem Oeffnen nahezu constant bleibt, hat wohl darin seinen Grund, dass die jetzt ziemlich transversal gerichteten Molecüle der Stäbe hierbei von allen Seiten von dem hindurchgeleiteten Strom umflossen sind und so wenig von demselben bewegt werden; nur die an der Peripherie des Stabes befindlichen Molecüle können stärker abgelenkt werden.

Dass bei diesen Versuchen nicht etwa nur der den Magnetstab durchlaufende Strom durch die longitudinale Magnetisirung aus seiner axialen Richtung abgelenkt wird und einen Spiralweg um die Axe beschreibt, wodurch die Wirkung des Stabes auf eine ihm gegenübergestellte Magnetnadel geändert wird, sondern in der That die Molecularmagnete gedreht werden, folgt mit Gewissheit aus der von mir nachgewiesenen, dabei erfolgenden Torsion desselben[1]).

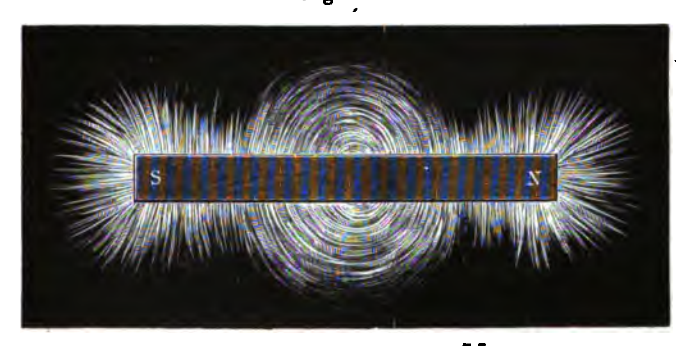
VIII. Magnetische Figuren.

936 Befindet sich ein längliches Eisentheilchen unter dem Einfluss eines oder mehrerer Magnetpole, so wird es magnetisch, indem seine Längsrichtung zugleich mit seiner magnetischen Axe zusammenfällt. Ist das Theilchen im Raume frei beweglich, so bewegt es sich zu dem Pol, durch welchen es stärker angezogen wird. Ist es nur um seinen Mittelpunkt drehbar, so stellt es sich in einer bestimmten Lage ins Gleichgewicht. Eine solche Einstellung von Eisentheilchen nimmt man wahr, wenn man den einen oder die beiden Pole eines hufeisenförmigen Stahlmagnetes oder Elektromagnetes, oder auch die eine Seitenfläche eines geraden Stahlmagnetes oder eines natürlichen Magnetsteines mit einem Papier oder einer etwas rauhen, matten Glastafel bedeckt und Eisenfeile darauf streut. Dieselben ordnen sich in magnetische Curven; über einem einzelnen Pol in radial divergirende Linien, über zwei Polen in

[1]) Siehe auch das Capitel Beziehungen zwischen Magnetismus und Torsion und die Wiederholung hiervon von Ewing, Phil. Mag. [5] **43**, 423, 1882; Beibl. **6**, 809.

Curven, welche z. B. in Fig. 253 und 254 für einen geradlinigen Stahlmagnet und einen Hufeisenelektromagnet mit kreisförmigen Polflächen abgebildet sind. Zunächst lagern sich die Eisenfeile nicht in der Mitte der Polflächen an, da daselbst der freie Magnetismus sehr gering ist, sondern hauptsächlich an den Rändern. Daselbst richten sich die Feilspäne in divergirenden Strahlen nach oben, da ihre oberen Enden eine gleiche und dem Pol des Magnetes gleichnamige Polarität erhalten. Jenseits der Ränder bleibt bei Anwendung stärkerer Magnete ein von den

Fig. 253.



Feilspänen entblösster Raum, da in der Nähe der Pole die Anziehung gegen die Feilspäne die Reibung der letzteren an der Unterlage überwindet, und sie so zu den Polen hingezogen werden. Weiter entfernt von den Polen laufen die von den Feilspänen gebildeten magnetischen Cur-

Fig. 254.



Fig. 255.



ven zusammen, indem sich die in gleichem Sinne durch beide Pole magnetisirten Eisentheilchen anziehen.

Sind dagegen die Pole des Magnetes gleichartig erregt, so stossen sich in der Mitte zwischen beiden die im entgegengesetzten Sinne magnetisirten Eisentheilchen ab, und die magnetischen Curven divergiren, wie in Fig. 255.

Wie bei Anwendung zweier getrennter Pole, kann man auch bei Anwendung von Dreizackmagneten und vielschenkligen Magneten mit gleichnamigen und ungleichnamigen Polflächen und von Guillemin-Romershausen'schen Magneten diese magnetischen Figuren darstellen.

Ihre Gestalt ergiebt sich ohne Weiteres [1]). Man kann dieselben auch darstellen, wenn man ferrum reductum über den Magnetpolen auf eine Wasserfläche stäubt [2]).

937 Will man die magnetischen Curven fixiren, so drückt man auf die Eisenfeile, welche sich auf einer auf die Magnetpole gelegten Glasplatte geordnet haben, ein mit Stärkekleister bestrichenes Papier. Dabei werden indess die an den Polen aufgerichteten Eisenfeile hinabgedrückt [3]). — Besser stellt man nach Nicklès [4]) die magnetischen Figuren auf Wachspapier oder nach Alf. M. Mayer auf einer mit Schellack überzogenen Glasplatte [5]) dar und erhitzt dieselben von oben durch einen darüber gehaltenen heissen Deckel eines Schmelztiegels. Das Wachs oder der Schellack ziehen sich hierbei zwischen die Eisenfeile und befestigt sie nach dem Erkalten in ihrer Lage. Oder man stellt die Figuren auf einem Zinkpapierbogen her, der mit hellem Silberlack bestrichen ist, stäubt Harzlösung mittelst eines Zerstäubers darüber und lässt trocknen [6]).

938 Die magnetischen Curven waren schon dem Lucrez bekannt. Später untersuchten sie la Hire, Musschenbroek, Bazin [7]) und namentlich Lambert [8]). Mit Ausnahme von Musschenbroek, welcher schon die Eisenfeile als kleine, von den Magnetpolen gerichtete Magnetnadeln betrachtete, nahm man in früheren Zeiten meist an, dass die magnetischen Curven ein Bild von der Verbreitung der magnetischen Wirkung der Pole des Magnetes nach aussen gäben, indem man sie gewissermaassen als eine Emanation der magnetischen Kraft von den Polen aus betrachtete.

Nachdem es Lambert nicht gelungen war, bei der mangelnden Kenntniss des Gesetzes der Abnahme der Anziehung mit der Entfernung

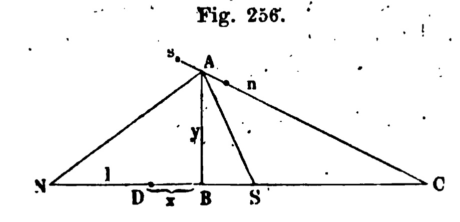
---

[1]) Weitere Herstellungen aller möglichen Figuren über verschiedenen Magneten, Decharme, Lum. électr. 20, 440, 487, 589; 21, 18; 22, 164, 207, 494, 556, 1886; 23, 149, 260, 564, 1887; Beibl. 10, 513, 606, 725; 11, 164, 278, 471. — [2]) Frankenbach, Wied. Ann. 18, 703, 1883. — [3]) de Haldat, Mém. de l'Acad. de Nancy 1839, p. 43. — [4]) Kohn, Dingl. Journ. 124, 466, 1852. Nicklès, Électro-aimants, p. 46. — [5]) Alf. M. Mayer, Phil. Mag. [4] 41, 476, 1871. — [6]) Lindeck, Ztschr. f. Instrumentenk. 9, 352, 1889; Beibl. 14, 303. Man kann auch Eisenfeile oder ferrum limatum mit alkoholischer Anilinfarbe verreiben, trocknen lassen, damit die magnetischen Figuren auf einem glatten Carton herstellen, Alkoholdämpfe hinaufleiten und nach einer Minute die Eisenfeile abklopfen. Bläst man alkoholische Lösung von Anilinfarbe auf die wie gewöhnlich hergestellten magnetischen Figuren, so sind sie entgegengesetzt gefärbt. Auch kann man sie auf Bromgelatinepapier herstellen, dann einige Secunden beleuchten und das Bild fixiren; siehe Mach u. Kowalki, Ztschr. f. phys.-chem. Unterr. 3, 160, 1890; Beibl. 14, 396. Nach Baille (La Nature 12, 331, 1884; Beibl. 9, 273) werden die Figuren auf Berlinerblaupapier hergestellt und einige Zeit beleuchtet. Meunier (La Nature 12, 350; Beibl. 9, 138), welcher Magneteisensteinpulver statt der Eisenfeile verwendet, lässt es auf Ferrocyankaliumpulver fallen, leitet Salzsäuredämpfe hinauf und wäscht mit Wasser ab. — [7]) Vergl. Gehler's Wörterbuch 6, 817. — [8]) Lambert. Mém. de l'Acad. de Berlin 1767, p. 49.

die Gesetze der magnetischen Curven vollständig zu begründen, ist dies von Robinson, Playfair, Leslie [1]) und namentlich Roget [2]) geschehen.

Die Eigenschaften der magnetischen Curven entwickeln sich aus der Betrachtung, dass sie aus einzelnen, linearen, zunächst von einander unabhängigen Eisentheilchen bestehen, welche durch die Einwirkung der Magnetpole magnetisirt werden und sich durch die Anziehung derselben um ihren fest bleibenden Schwerpunkt drehen und einstellen. Seien N und S, Fig. 256, die beiden Pole des Magnetes von der Länge $2l$, welche wir als Punkte annehmen wollen; A sei der Mittelpunkt eines der kleinen magnetisirten Eisentheilchen ns, dessen Länge 2λ sei. Ist das letztere sehr klein, so können wir uns seine Pole mit seinem Mittelpunkt A zusammenfallend denken. Durch die Wirkung beider Pole drehe sich das Theilchen so, dass seine Axe ns mit seiner Verbindungslinie AS mit dem Magnetpol S den Winkel ACS mache. Die an den Polen von NS und ns angehäuften freien magnetischen Fluida seien m und μ. Die Kräfte, welche von den Polen N und S z. B. auf den Nordpol des Theilchens wirken, sind dann

Fig. 256.



$$\frac{m\mu}{AN^2} \text{ und } -\frac{m\mu}{AS^2}.$$

Soll das Theilchen ns in Ruhe sein, so müssen die durch diese Kräfte auf dasselbe ausgeübten Drehungsmomente gleich sein, d. i.

$$\frac{\sin NAC}{AN^2} = \frac{\sin SAC}{AS^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Nun ist

$$\sin NAC = \frac{NC.\sin NCA}{AN}, \qquad \sin SAC = \frac{SC \sin SCA}{AS},$$

also, da $\angle\, SCA = NCA$,

$$\frac{NC}{AN^3} = \frac{SC}{AS^3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Eine Reihe von Theilchen ns, welche mit ihren Enden an einander liegen und alle unabhängig von einander durch die Wirkung der Magnetpole gerichtet werden, bildet eine magnetische Curve, und jedes Theilchen ns hat die Richtung ihrer Tangente. Es folgt also aus der Gleichung 2):

[1]) Vergl. Gehler's Wörterbuch, l. c. — [2]) Roget, Journ. of the Royal Institution 1831, Nr. 2, p. 311. Vergl. auch A. H. Mechanics Magazine 45, 206; Fortschritte der Physik 1846, S. 576. Dienger, Gruner's Archiv 12, 307, 1849.

Legt man an irgend einen Punkt A einer magnetischen Curve eine Tangente, so schneidet sie die Verbindungslinie der Magnetpole in einem Punkt C, dessen Abstände NC und SC von denselben sich wie die dritten Potenzen des Abstandes der Pole von dem Punkt der magnetischen Curve verhalten.

Nehmen wir den Halbirungspunkt D von NS als Coordinatenanfangspunkt, bezeichnen die von A auf NS gefällte Ordinate der magnetischen Curve $AB = f(x)$ mit y und DB mit x, so ist

$$BC . tg\, ACB = y, \quad \text{also } BC = -y \Big/ \frac{dy}{dx},$$

daher

$$NC = (l + x) - \frac{y}{\frac{dy}{dx}}, \qquad SC = -\frac{y}{\frac{dy}{dx}} - (l - x),$$

$$AN = \sqrt{(l + x)^2 + y^2}, \quad AS = \sqrt{(l - x)^2 + y^2}.$$

Beim Einsetzen dieser Werthe in Gleichung 2) erhalten wir die Bedingungsgleichung für die magnetische Curve

$$\frac{y - (l + x)\frac{dy}{dx}}{\sqrt{(l + x)^2 + y^2}^3} - \frac{y + (l - x)\frac{dy}{dx}}{\sqrt{(l - x)^2 + y^2}^3} = 0,$$

deren Integral ist:

$$\frac{l + x}{\sqrt{(l + x)^2 + y^2}} + \frac{l - x}{\sqrt{(l - x)^2 + y^2}} = Const. \quad . \quad . \quad . \quad 3)$$

Die beiden Summanden auf der linken Seite sind die Cosinus der Winkel ANS und ASN. Werden diese Winkel mit α und α_1 bezeichnet, so ist

$$\cos \alpha + \cos \alpha_1 = Const.$$

die Gleichung der magnetischen Curve.

Mithin ist die Summe der Cosinus der Winkel, welche die Verbindungslinien der Pole des Magnetes und der Punkte der magnetischen Curve mit der Axe des Magnetes machen, eine constante Grösse.

Derselben Bedingung entsprechen die Strömungscurven der Elektricität zwischen kleinen kugelförmigen Elektroden im unendlichen Raume, welche Curven auf den Linien gleichen Potentials senkrecht stehen [1]).

Nach diesem Satz lässt sich die magnetische Curve in folgender Weise construiren: Beschreibt man um die Magnetpole N und S je zwei Kreise mit gleichem Radius und errichtet auf der Magnetaxe NS Lothe, welche die Peripherien beider Kreise in je zwei Punkten schneiden, so sind die Durchschnittspunkte der zu diesen Punkten führenden Radien beider Kreise Punkte der magnetischen Curve, da die Summe der Cosinus

---

[1]) Siehe Bd. I., §. 365. Vergl. auch Zech, Zeitschr. f. Math. 1867, S. 277.

der Winkel, welche die betreffenden Radien mit der Magnetaxe *NS* machen, constant dem Werthe *NS* gleich ist.

Sind die Pole *N* und *S* gleichnamig, so ändert sich die mathematische Betrachtung nicht. Der Punkt *C* rückt dann zwischen die Pole *N* und *S*, und die Curven divergiren von den Polen aus.

Bei diesen Betrachtungen ist die Wechselwirkung der einzelnen kleinen, auf einander folgenden magnetischen Eisentheilchen auf einander nicht berücksichtigt, welche die Gestalt der magnetischen Curve ein wenig ändert.

Ein Instrument, vermittelst dessen man diese Curven zeichnen kann, ist von Roget[1]) angegeben worden.

939 Die nach obiger Rechnung bestimmte Einstellung eines magnetischen Eisentheilchens oder einer kleinen Magnetnadel unter Einfluss zweier Magnetpole ist von Munke[2]) nach einem Verfahren geprüft worden, welches im Princip zuerst von Lambert (l. c.) angegeben worden ist. Auf der Mitte eines auf einem horizontalen Brett verzeichneten Kreises *KK*, Fig. 257, befand sich eine an einem Coconfaden in der Ebene des Meridians schwebende Magnetnadel *ns*. Um eine in der Verlängerung des Aufhängefadens derselben liegende Axe bewegte sich unterhalb der Nadel auf dem Brett ein Lineal von Holz *AB*, dessen Stellung auf der Kreistheilung *KK* abgelesen wurde. Auf dem Lineal liess sich eine Kreisscheibe *C* verschieben, auf welcher ein Magnetstab *NS* in je um 10⁰ gegen einander geneigten Lagen aufgelegt wurde. Das Lineal wurde so lange gedreht, bis die Nadel *ns* in der Ebene des Meridians verblieb. Die Winkel zwischen der Magnetnadel *ns* und der Axe des Magnetes *NS* ergaben sich aus der Stellung des Lineals auf der Kreistheilung und des Magnetes *NS* auf der Scheibe *C*. Nach Berechnung der Abstände der Pole *S* und *N* von der Mitte der Nadel *ns* entsprach die Stellung von *NS* nahezu der oben entwickelten Formel.

Fig. 257.



Wirkt ausser einem Magnet noch der Erdmagnetismus auf eine kleine Magnetnadel, so kann man ebenfalls magnetische Curven construiren, deren Tangenten jeweilen der Richtung der Axe jener Nadel entsprechen.

Sehr sorgfältige Zeichnungen dieser Curven hat Herger[3]) geliefert.

940 Die Einstellung einer oder mehrerer Magnetnadeln unter Einfluss eines Magnetstabes ist bei bekannter Vertheilung der freien Magnetismen

---

[1]) S. Gehler's Wörterb. 6, 2, 855. — [2]) Munke, Gehler's Wörterb. 6, 2, 829. — [3]) Herger, Die Systeme magnetischer Curven. Leipzig 1844, Folio.

Gegenstand der mathematischen Berechnung, welche sich durch das Experiment bestätigen lässt, und bietet keine wesentlich neuen Gesichtspunkte dar [1]).

Lässt man z. B. eine Anzahl vertical durch Korkscheiben gesteckter magnetisirter Nadeln, aus denen ihre oberen Enden gerade herausragen, mit ihren gleichnamigen (Nord-) Polen nach unten auf Wasser schwimmen und nähert ihnen von oben einen stärkeren Magnet mit seinem ihren oberen Polen ungleichnamigen Pol, so ordnen sie sich in Folge ihrer gegenseitigen Abstossung und der Anziehung durch den oberen Pol in regelmässige Figuren, in die Ecken gleichseitiger Dreiecke oder Vierecke, in deren Mitte eine weitere Nadel schwimmt u. s. f. [2]). Sie können dabei erst weniger stabile Lagen annehmen, welche sie bei Erschütterungen mit stabileren vertauschen. — Noch complicirter werden die Erscheinungen, wenn man um das die Nadeln enthaltende Glas ausserdem noch eine vom Strom durchflossene Spirale legt [3]). Die Erscheinungen folgen direct aus den Gesetzen der elektromagnetischen und magnetischen Wechselwirkungen der Magnete und der Spirale.

941 Versetzt man eine mit Eisenfeile bestreute Platte in Schwingungen, und bringt über sie einen Magnetpol, so hindert derselbe die Zerstreuung der Eisenfeile nach aussen; unter der Platte hindert er sie nicht. Da sich die Eisenfeile in der Richtung der Kraftlinien ordnen, wenden sie sich in letzterem Fall nach aussen und können durch die Anstösse bei den Schwingungen dorthin geführt werden [4]).

---

[1]) Vergl. z. B. Airy, Phil. Mag. [4] **46**, 221, 1873. Stuart, ibid. p. 231. Thalén, Oefversight af k. Vetensk. Acad. Forhandl. 1874, Nr. 6; Pogg. Ann. **155**, 117, 1875. Daug, ibid. Nr. 6; Pogg. Ann. **155**, 132, 1875. Blondlot, Compt. rend. **82**, 454, 1876. — [2]) Vergl. Alfred M. Mayer, Sillim. J. [3] **15**, 276; **16**, 217, 1878; Beibl. **2**, 356; **3**, 39. C. S. Pierce, Nature **18**, 381, 1878; Beibl. **2**, 661; auch Sir W. Thomson, Nature [3] **18**, 13, 1878; Beibl. **2**, 356. — [3]) Warder und Shipley, Sillim. J. [3] **20**, 285, 1880; Beibl. **5**, 66. Siehe auch die Versuche von Decharme über die Linien gleicher Ablenkung einer Bussolennadel vor einem Magnet unter verschiedenen Bedingungen. Compt. rend. **104**, 1163; **105**, 667; Lum. électr. **24**, 366; Beibl. **11**, 599, 731; **12**, 66. — [4]) Tait, Ztschr. f. phys. u. chem. Unterr. **6**, 88, 1892; Beibl. **18**, 375.

Viertes Capitel.

Wechselbeziehungen zwischen dem Magnetismus und dem mechanischen Verhalten der Körper.

I. Einfluss von Erschütterungen auf den Magnetismus.

942 Zwischen dem magnetischen und dem mechanischen Verhalten der Körper bestehen die innigsten Beziehungen. So haben wir wiederholt erwähnt, dass die durch gleiche Kräfte erzeugte temporäre und permanente Magnetisirung des Eisens und Stahles von der Härte derselben abhängig ist. Durch die in §. 636 u. flgde. gegebene Theorie habe ich diese Abhängigkeit auf mechanische Bewegungen der magnetischen Molecüle des Eisens und Stahles unter Einfluss von Molecularkräften, wie sie die Reibung bedingen, zurückzuführen gesucht. Diese Anschauung wird noch viel wahrscheinlicher durch die Beobachtung, dass mechanische Einflüsse, welche die Gestalt oder Molecularanordnung eines Körpers ändern, auch seinen Magnetismus verändern können, umgekehrt aber auch die Magnetisirung für sich allein schon sichtbare Gestaltsveränderungen desselben hervorbringen kann. Diese letzteren Wirkungen sind sorgfältig von äusseren elektromagnetischen und magnetischen Anziehungs- und Abstossungserscheinungen zu sondern, durch welche gleichfalls Gestaltsveränderungen der magnetisirten Körper hervorgerufen werden, die zuweilen secundär zur Entstehung von Schwingungen und Tönen (siehe dieses Capitel) Veranlassung geben.

943 Zuerst wirken Erschütterungen in unbestimmter Richtung sowohl auf den Magnetismus eines unter dem Einflusse einer Magnetisirungsspirale oder anderer magnetisirender Kräfte temporär magnetisirten, als auch eines nach Aufhebung derselben permanent magnetisirten Stabes.

Wird ein Eisen- oder Stahlstab erschüttert, während die magnetisirende Kraft auf ihn wirkt, z. B. während er sich in einer Magneti-

sirungsspirale befindet, so wächst dabei sein temporärer Magnetismus und auch der nach Aufhebung derselben zurückbleibende permanente Magnetismus.

So legte Gilbert[1]) Eisenstangen horizontal in die Richtung des magnetischen Meridians oder zog sie in dieser Richtung durch ein Zieheisen oder schlug sie in der nordsüdlichen Lage. Scoresby[2]) schlug Eisenstäbe, welche er in der Richtung der Inclinationslage aufgestellt hatte. — Mit der Zahl der Schläge nahm die Magnetisirung, gemessen durch die Tragkraft gegen verschieden schwere Eisennägel oder die Ablenkung einer Magnetnadel, zu. Wendet man die auf diese Weise magnetisirten Stangen um, dass ihr oberes, durch das Schlagen südpolar gewordenes Ende nach unten gekehrt ist, so kehrt sich bei wiederholtem Schlagen auch die Magnetisirung um.

944 Diese Veränderungen des temporären Momentes kann man nach Warburg[3]) auch bei Longitudinalschwingungen der Magnetstäbe beobachten. Ein 1890 mm langer Eisendraht wurde in der Mitte fest eingeklemmt und durch Reibung mit einem harzigen Lederlappen in Longitudinalschwingungen (etwa 1300 in der Secunde) versetzt. Der Draht war auf der einen Hälfte ganz mit einer vom Strome durchflossenen Magnetisirungsspirale bedeckt, auf der anderen befand sich am Knotenpunkt eine kurze Inductionsspirale, welche mit einem Dynamometer verbunden war. Wurde der Stab gerieben, so zeigte das Dynamometer einen Ausschlag. Wurde die Inductionsspirale auf das freie Ende des Drahtes zur Seite der Magnetisirungsspirale geschoben, so erhielt man dagegen keinen Ausschlag, so dass also nicht das Hin- und Hergleiten der Theilchen unter der Inductionsspirale, sondern die vorübergehende Aenderung ihrer magnetischen Einstellung die Inductionsströme bedingt. Ein Galvanometer an Stelle des Dynamometers giebt keinen Ausschlag, da die Theilchen bei den Erschütterungen abwechselnd entgegengesetzte Drehungen erfahren.

Glüht man die Drähte an der Knotenstelle aus, so zeigen sie die Erscheinungen noch deutlicher, da nach Matteucci (s. w. u.) der Zug das Moment weicher Drähte stärker ändert, als das Moment härterer.

945 Erschüttert man einen Magnetstab, nachdem die magnetisirende Kraft aufgehört hat zu wirken, so vermindert sich sein permanenter Magnetismus. — Bei längerem Liegen vermindert sich ebenfalls das Moment permanent magnetisirter Stäbe, wahrscheinlich in Folge der dabei eintretenden Erschütterungen.

So erwähnt schon Abû Mûsa Gâbir ben Ḥajjan (Geber) in dem Buch der Barmherzigkeit, dass ein Magneteisenstein, der 100 Dirhem

---

[1]) Gilbert, De magnete, p. 1600. — [2]) Scoresby, Phil. Trans. 1822, 2, 241. — [3]) Warburg, Pogg. Ann. 139, 499, 1870.

Eisen aufhob, nach dem Liegen während einiger Zeit ein Eisenstück von 80 Dirhem nicht mehr trug [1]).

Werden die Stäbe zuerst auf das Maximum der permanenten Magnetisirung gebracht, sodann längere Zeit hingelegt und von Neuem magnetisirt, so wächst das nun zu erreichende Moment über das frühere Maximum hinaus [2]). Diese Erscheinungen sind schon seit langer Zeit bekannt.

946 Mit wachsender permanenter Magnetisirung eines harten Stahlstabes nimmt im Allgemeinen der relative Verlust bei der Erschütterung ab. Eisen verhält sich gerade entgegengesetzt [3]).

Wird ein Stab erschüttert, während er nach einander eine bestimmte Anzahl (n) mal einer magnetisirenden Kraft ausgesetzt wird, so steigt nach Fromme [4]) das totale und weniger auch das permanente Moment, also auch das verschwindende Moment. Letzterer Zuwachs ist der gleiche, bei der wievielten Magnetisirung die Erschütterung auch erfolgt, also auch derselbe, wenn nach sehr vielen Magnetisirungen der verschwindende Magnetismus seinen Endwerth erreicht hat und nun durch Erschütterung der letztere vermehrt wird.

Folgen nach einer Erschütterung mehrere neue Magnetisirungen, so sinkt der verschwindende Magnetismus allmählich auf den früheren Werth. Die Erschütterung wirkt also wie eine einmal angewendete grössere Kraft, welche eine Zeit lang nachwirkt, wobei ebenfalls die durch sie versuchte Steigerung des verschwindenden Magnetismus durch schwächere wiederholte Magnetisirungen vermindert wird.

Nimmt die magnetisirende Kraft, etwa durch allmählichen Verbrauch der Säule, ab, so sinkt der verschwindende Magnetismus, aber langsamer als die Kraft. Nimmt man den Stab aus der Magnetisirungsspirale und führt ihn nach kürzerer oder längerer Zeit wieder ein und erschüttert ihn, so kann, je nachdem dann der Strom am Anfang schneller oder später langsamer bis zu einem constanten Werthe abnimmt, der verschwindende Magnetismus zunehmen, constant bleiben oder abnehmen, indem die Wirkung des schwächeren Stromes nach dem stärkeren je nach ihrer Differenz die analogen Aenderungen hervorruft (vergleiche §. 494 und folgende).

947 Hat man einen Magnetstab durch einen galvanischen Strom magnetisirt und ihm sodann durch einen dem magnetisirenden Strome entgegengerichteten Strom seinen permanenten Magnetismus zum Theil oder völlig entzogen oder denselben sogar umgekehrt, so nimmt er nach meinen Versuchen beim Erschüttern einen Theil seines früheren Mag-

---

[1]) Siehe E. Wiedemann, Wied. Ann. **4**, 320, 1878. — [2]) Frankenheim, Pogg. Ann. **123**, 77, 1864. — [3]) Vergl. Külp, Carl's Rep. **16**, 45, 461, 1880; Beibl. **4**, 289, 691. — [4]) Fromme, Wied. Ann. **4**, 98, 1878.

netismus wieder an. Es ist also auf diese Weise möglich, einen ganz unmagnetischen Stab herzustellen, welcher durch Erschütterungen magnetisch wird. Hierbei kann der Stab senkrecht gegen den magnetischen Meridian gestellt und so dem Einflusse des Erdmagnetismus entzogen werden [1]).

948 Nehmen wir an, dass die magnetischen Körper aus Molecularmagneten bestehen, welche durch die magnetisirenden Kräfte gerichtet werden, nach Aufhebung derselben aber wieder in ihre frühere Lage zurückzukehren streben, wobei sie indess jedesmal durch eine Aenderung der Molecularkräfte, etwa wie durch eine Reibung an einander, gehindert werden, völlig den auf sie wirkenden Kräften zu folgen, so werden durch die Erschütterungen die Theilchen in Bewegung gesetzt; die Reibung der Ruhe zwischen ihnen wird gewissermaassen in eine Reibung der Bewegung verwandelt. Daher können in allen Fällen die Theilchen den gerade auf sie wirkenden Kräften mehr folgen. Wirken während der Erschütterung die magnetisirenden Kräfte, so nimmt der temporäre Magnetismus zu; wirken nur die die Molecüle in die stabilere Gleichgewichtslage zurückführenden Molecularkräfte, so vermindert sich der permanente Magnetismus.

Zuweilen bemerkt man hierbei Unregelmässigkeiten. Schlägt man z. B. einen Stahlstab, während er sich in einer Magnetisirungsspirale in einer ganz festen Lage befindet, so nimmt freilich sein Magnetismus allmählich bis zu einem Maximum zu. Ist dieses aber erreicht, so bewirkt oft ein Schlag eine geringe Abnahme des Magnetismus, ein anderer wieder eine Zunahme desselben, je nachdem die Molecüle durch die Erschütterungen in diese oder jene Lage gebracht werden und darin verharren.

In diesen Beziehungen verhält sich der Magnetismus eines Magnetstabes wie die Gestaltsveränderung eines Körpers, z. B. seine Torsion oder Biegung, wenn er während oder nach Aufhebung der wirkenden Kräfte erschüttert wird. Im ersten Falle nimmt seine temporäre Gestaltsveränderung zu, im zweiten wird der Körper mehr oder weniger in den Zustand zurückgeführt, den er vor dem Einflusse der Kräfte besass, welche seine Gestalt temporär und auch permanent geändert haben [2]).

949 Die Vermehrung des temporären und die Verminderung des permanenten Magnetismus durch Erschütterungen beobachtet man auch an Röhren, welche durch einen in ihrer Axe in einem isolirten Draht verlaufenden Strom circular magnetisirt sind. Es entsteht dann in der Röhre, deren Enden mit dem Galvanometer verbunden sind, bei dem Schlagen ein Inductionsstrom, welcher anzeigt, dass die Molecularmagnete

[1]) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 100, 241, 1857. — [2]) Ibid. 106, 199, 1859.

während des Durchleitens des Stromes durch die Erschütterungen noch mehr als vorher in ihre gegen die Axe der Röhre transversalen Lagen übergeführt werden und nach dem Oeffnen des Stromes wiederum in ihre früheren, der Axe mehr zugeneigten unmagnetischen Lagen zurückkehren.

Um in diesen, auf ziemlich complicirten Verhältnissen beruhenden Wirkungen eine gewisse Regelmässigkeit zu erkennen, lässt Berson [1]) gegen das Ende magnetisirter, 25 cm langer, 0,9 mm dicker, ostwestlich gerichteter Stahlstäbe ein 2400 g schweres Gewicht wiederholt fallen. Die Momente werden nach der Ablenkungsmethode von Gauss bestimmt. Bei n mal wiederholten gleichartigen Erschütterungen nehmen die permanenten Momente nach der Formel einer gleichseitigen Hyperbel $m = a + b/(x + c)$ ab. Die Abnahme wächst mit wachsendem Anfangsmoment, mit grösserer Weichheit des Stahls und grösserer Stärke der Stösse. 950

Wird ein ausgeglühter Stahlstab in verticaler Lage unter Einfluss des Erdmagnetismus durch das Gewicht bei verschiedener Fallhöhe h einmal erschüttert, so nimmt er ein permanentes Moment an, welches durch die Formel $m = ah/(h + b)$ darzustellen ist.

Bei Umkehrung des Stabes genügt ein einziger Stoss, um ihm den grössten Theil des Magnetismus zu rauben.

Wird hierbei der Stab nach schwachen mit stärkeren Stössen behandelt, so nähert sich das endliche permanente Moment einer neuen Grenze. Schwächere Stösse nach stärkeren haben keinen Einfluss.

Liegt ein magnetisirter Stab in einem gleichartigen Magnetfelde, und wirkt die der Axe des Magnetes parallele Componente des letzteren entgegen der ursprünglichen Magnetisirung in gleichem Sinne mit den entmagnetisirenden Molecularkräften, so vermindert sich bei den Stössen das Moment und kann sich sogar umkehren. Die mittlere Magnetisirung wird durch eine einer gleichseitigen Hyperbel ähnliche Curve dargestellt. Wirkt die wirksame Componente des Magnetfeldes und die entmagnetisirende Kraft im entgegengesetzten Sinne, so kann für starke Magnete letztere Kraft grösser sein als erstere; das Moment nimmt langsam ab, wenn auch nicht bis auf Null. Bei schwachen Magneten tritt das Umgekehrte ein, das Moment wächst, und zwar um so schneller, je schwächer die ursprüngliche Magnetisirung ist.

Aehnliche Versuche hat auch W. Brown [2]) angestellt, indem er Magnetstäbe durch eine verticale Glasröhre auf eine Glasplatte fallen liess. Die Verluste an Magnetismus, cet. par. 1,37, 2,85, 5,25, scheinen hierbei mit dem Mangangehalt (1 : 1,23 : 3,25) der Stäbe zu wachsen. 951

---

[1]) Berson, Compt. rend. 106, 592, 1888; Beibl. 12, 386. — [2]) Brown, Phil. Mag. [5] 420, 1887; Beibl. 12, 66.

Die Resultate an Stäben, die bezw. bei 100° oder 236° angelassen und nachher neu magnetisirt waren, waren ziemlich verschieden, theils grösser, theils kleiner als bei den ersten Versuchen.

952 Ganz ähnlich verhält sich ein Nickelstab[1]). Wird demselben bei wiederholtem Herumleiten des magnetisirenden Stromes bei jeder Stromwirkung ein Stoss gegeben, so wächst das Moment schneller, als ohne Stösse, und erreicht einen zuweilen zehnmal so grossen Endwerth. Auch hier stellt eine hyperbolische Curve den Gang des Momentes dar. Das Maximum wird um so grösser und wird um so schneller erreicht, je höher das Fallgewicht fällt.

Wird ein durch Stösse auf den Grenzwerth magnetisirter Nickelstab einer entmagnetisirenden Kraft in einer Spirale ausgesetzt, so nimmt das permanente Moment bis zu einer positiven oder negativen Grenze ab, je nach der Stärke des entmagnetisirenden Feldes und der der Stösse. Ist die neu wirkende Kraft der magnetisirenden gleich gerichtet und 1) stärker als letztere, so wächst das Moment, wenn a) die neuen Stösse gleich oder stärker als die ersten sind, bis zu derselben Grenze, wie wenn das Moment von Null angestiegen wäre. Sind b) die Stösse schwächer als die ersten, so wächst oder nimmt das Moment je nach den Bedingungen ab. Bei einer bestimmten Fallhöhe des Rammklotzes bleibt es unverändert. Ist 2) die neu wirkende gleich gerichtete magnetisirende Kraft gleich der erst wirkenden, so haben gleiche oder schwächere Stösse wie die ersten, keinen Einfluss; stärkere steigern das Moment zu einer Höhe, wie wenn der Stab der ersten magnetisirenden Kraft gar nicht ausgesetzt gewesen wäre. Ist 3) die neu wirkende Kraft kleiner als die erst wirkende, so nimmt die Magnetisirung ab, wenn die neuen Stösse gleich oder schwächer als die ersten sind, und zwar bis zu demselben Werth, wie wenn der Stab von der Magnetisirung Null ausgegangen wäre. Sind die Stösse stärker als die ersten, so kann je nach den Umständen das Moment zu- und abnehmen. Das Verhalten ist dem des Stahls ganz analog. Man kann also dem Nickel und Stahl auch in einem schwachen Magnetfelde durch Stösse einen relativ starken permanenten Magnetismus ertheilen.

953 Ganz analoge Erscheinungen zeigen sich an transversalmagnetisirten Eisenstäben, durch welche man einen galvanischen Strom geleitet hat[2]).

Hierüber sind von H. und F. Streintz[3]) Versuche angestellt worden. Nach dem Durchleiten des Stromes durch die in ostwestlicher Richtung liegenden Stäbe wurden ihre Enden mit einem entfernten, sehr

---

[1]) Berson, Compt. rend. 108, 94, 1889; Beibl. 13, 238. — [2]) Villari, Nuovo Cimento 27, Maggio-Giugno 1868; Pogg. Ann. 137, 569, 1869. — [3]) H. und F. Streintz, Wien. Ber. 76 [2], 1877; Beibl. 2, 285.

empfindlichen Spiegelgalvanometer verbunden. Um die Stäbe möglichst gleichförmig zu erschüttern, wurde ein 14 cm langer, 2,4 kg schwerer Kupfercylinder conaxial zum Eisenstab in einer messbaren Entfernung, etwa 1 bis 2 mm vor seinem Ende, an zweimal zwei 42 cm langen Schnüren mittelst zweier Haken aufgehängt. Der Cylinder wurde gehoben und gegen den Stab fallen gelassen. Die lebendigen Kräfte verhielten sich bei den Stössen dabei wie 1 : 2 : 3 : 4. Aus den Ausschlägen des Galvanometers kann man die jeweiligen Verluste an remanentem Transversalmagnetismus berechnen.

Bei einem Stab von 7,2 mm Durchmesser und 2 m Länge, welcher an seinem westlichen Ende so oft geschlagen wurde, dass der Galvanometerausschlag unter 1 mm gesunken war, waren die Summen der auf diese Weise erhaltenen Ausschläge bei zwei Versuchen einander sehr nahe gleich (79,0 und 78,9), ebenso als nachher der Stab jedesmal auch noch am östlichen Ende ebenso oft geschlagen wurde (insgesammt 104,7 und 102,5).

Da bei wiederholtem Durchleiten des Stromes der remanente Magnetismus der transversal magnetisirten Drähte kleiner ist, als bei einmaligem Durchleiten, so sind es auch die Verluste beim Erschüttern. So betrug der Gesammtverlust nach 1, 50, 100, 1000 Schliessungen bezw. 58, 42,3, 38,8, 37,3. Nach einmaliger Umkehrung des Stromes treten aber die früheren Werthe wieder ein.

Die auf einander folgenden Ausschläge bei 1 bis x Schlägen lassen sich recht gut durch die auch für die elastische Nachwirkung geltende Formel $y = ax^{-b}$ darstellen. Je grösser der Galvanometerausschlag beim ersten Stoss ist, desto kleiner muss er bei dem späteren sein, da die Summe aller Ausschläge dem Verluste an dem gesammten, stets gleichen Magnetismus entspricht.

Bei verschiedener Intensität der magnetisirenden Ströme ergeben sich keine einfachen Verhältnisse. — Bei Stäben von verschiedenem Durchmesser d waren bei gleicher Stromintensität und gleichen Stössen die Galvanometerablenkungen:

d	7,2	6,6	5,55 mm
Stoss 1	51,5	64,0	72,0
„ 2	16,5	14,0	11,5

so dass beim ersten Stoss der Magnetismus des dünnen Stabes mehr verändert wird. Bei Stäben von 1 m Länge waren die Ausschläge etwas kleiner, als die Hälfte der Ausschläge bei doppelt so langen Stäben.

954 Die Dauer und Schnelligkeit der Schliessung des magnetisirenden Stromes hat auf die Erscheinungen keinen Einfluss, wenn dabei nicht entgegengesetzt magnetisirende Inductionsströme entstehen.

955 Auch wenn man einen Hufeisenmagnet mittelst eines magnetischen Magazins magnetisirt und ihn aus zwei seinen Schenkel umgebenden,

mit einem Galvanometer verbundenen Spiralen sogleich nach dem Magnetisiren oder erst nach mehreren Tagen herauszieht, zeigt sich kein Unterschied der entstehenden Inductionsströme; ebensowenig, als ein Anker vom Magnet abgerissen wurde, als derselbe drei bis vier Tage von demselben wiederholt bis zum Abreissen allmählich belastet wurde [1]).

956 Legt man auf einen permanenten Hufeisenmagnet einen Anker, reisst ihn plötzlich ab und wiederholt dieses Verfahren, so werden die Axen der Molecularmagnete beim Auflegen des Ankers jedesmal der in sich geschlossenen Axe des Magnetes und Ankers zugewendet und kehren nach Abreissen desselben wieder mehr in ihre unmagnetischen Gleichgewichtslagen zurück. Die hierbei erfolgenden Erschütterungen bedingen ebenfalls eine allmähliche Abnahme des permanenten Momentes und der Tragkraft des Magnetes bis zu einem Minimum.

Dieselbe Erscheinung zeigt sich auch an geraden Magneten.

Umgekehrt bemerkt man häufig an Stahlmagneten, welche durch einen mit Gewichten belasteten Anker geschlossen sind, eine Zunahme der Tragkraft mit der Zeit, so dass man die Gewichte ganz allmählich vergrössern kann. Auch hier dürften die kleinen unvermeidlichen Erschütterungen die Molecularkräfte derart ändern, dass die Molecüle mehr und mehr in ihre axialen Lagen übergehen, gerade wie temporär durch Gewichte tordirte Drähte sich bei Erschütterungen stärker tordiren.

II. Beziehungen zwischen den Gestaltsveränderungen der Körper und dem Magnetismus.

1. Aenderungen der Gestalt magnetisirbarer Körper durch äussere magnetisirende Kräfte.

957 Wirken auf einen magnetisirbaren Körper magnetisirende Kräfte, sowohl äussere wie innere, so können sie zunächst durch ihre mechanische Einwirkung auf die polarisirten Molecularmagnete Deformationen des Körpers bedingen, welche sich auf Grundlage der Poisson'schen Theorie berechnen lassen und theils Spannungen im Inneren der Körper, theils auf ihrer Oberfläche zur Folge haben und Formveränderungen hervorrufen können [2]).

---

[1]) Fossati, Nuovo Cimento [3] 15, 158, 232, 1884; Beibl. 9, 196.

[2]) Siehe H. v. Helmholtz, Wied. Ann. 13, 385, 1881. Die auf das Innere magnetisch oder dielektrisch polarisirter Körper wirkenden Kräfte. Nachweis mittelst der Poisson'schen Theorie in ihrer Anwendung auf die Bewegung starrer Körper, dass mit Hülfe des Gesetzes der Constanz der Energie ohne weitere Hypothesen über die Constitution die ponderomotorischen, im Inneren der Körper wirkenden, bei Formveränderungen auftretenden Kräfte gefunden werden können, welche Spannungen längs und Drucken senkrecht zu den Kraftlinien entsprechen.

In einem concreten Fall, für Ellipsoide, hat Cantone[1]) aus der Theorie von Kirchhoff die Gestaltsveränderung in einem Magnetfelde für ein Ellipsoid vom Volumen v und dem Magnetisirungscoëfficienten k abgeleitet, welches in der Richtung seiner grösseren Hauptaxe magnetisirt wird, deren Länge l ist. Ist der Elasticitätscoëfficient E, so ist der Magnetisirungscoëfficient 958

$$m = \frac{k i V}{1 + k L}, \quad \text{wo } L = 4\pi\left(\frac{1}{e^2} - 1\right)\left(\tfrac{1}{2} e \log nat \frac{1+e}{1-e} - 1\right).$$

Ist die cubische Ausdehnung σ, die lineare Ausdehnung in der Richtung der Kraftlinien λ und $k' = -\Delta_\sigma k/\sigma$, $k'' = -\Delta_\lambda k/\lambda$, so folgt:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{m^2}{v^2 E}\left(\pi + \frac{k - k'}{4 k^2} - \frac{k''}{2 k^2}\right)$$

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{m^2}{v^2 E}\left(\pi + 3\frac{k - k'}{4 k^2} - \frac{k''}{2 k^2}\right).$$

Für ein Ellipsoid von weichem, ausgeglühtem Eisen, dessen grösste Halbaxe 7,5 cm, dessen Radius des grössten Querschnittes 0,45 cm, dessen Excentricität also 0,9982 betrug, wurde das magnetische Moment m nach der Methode der Ablenkungen bestimmt, indem es in einer 29 cm langen, auf Glas gewundenen, ostwestlich in verschiedenen Abständen vor einem Magnetometer mit Spiegelablesung liegenden, etwa 5 cm weiten Spirale von 170 Windungen magnetisirt wurde. Der Strom wurde an einem Ampèremeter gemessen. Aus den Werthen m wurden die Werthe k bei verschiedenen magnetisirenden Kräften J, oder wenn n die Zahl der Windungen der Spirale, i die Stromstärke ist, wo dann $J = 4\pi n i$ ist, bei verschiedenen i bestimmt. So war für $i = 0{,}3$, 0,4, 0,5, 0,6, 0,7: $k = 56{,}0$, 57,1, 58,2, 60,2, 61,7.

Bei ferneren Versuchen wurde das Ellipsoid mit seiner Längsaxe vertical aufgehängt und die Magnetisirungsspirale an der Aufhängestelle conaxial zu demselben befestigt. Das Ellipsoid trug unten an einem Zinkstäbchen mittelst einer Fassung eine horizontale Glasplatte. Oben an der Fassung des Ellipsoids hing eine Messingröhre, die eine zweite, der ersten parallele Glasplatte trug. Zwischen beiden erschienen Interferenzstreifen, welche sich bei der Magnetisirung des Ellipsoids ver-

---

G. Kirchhoff, Wied. Ann. 24, 52, 1875. Formveränderung fester elastischer Körper bei magnetischer oder dielektrischer Polarisation.

Adler, Ueber die in Eisenkörpern im Magnetfelde wirksamen Oberflächenspannungen. (Wien. Anz. 21, 216, 1892; Beibl. 17, 1094). Ist die Magnetisirungszahl k für einen magnetischen Körper constant, so können nach v. Helmholtz und Kirchhoff die ihn im Magnetfelde bewegenden mechanischen Kräfte durch Zugkräfte an seiner Oberfläche ersetzt werden. — Ist k nicht constant, so wirken ausserdem Kräfte auf das Innere des Körpers. Bei Eisen, Nickel, Kobalt u. s. f., wo die Magnetisirungszahl nur Function der von Ort zu Ort sich ändernden Magnetkraft ist, gilt indess der erste Satz.

[1]) Cantone, Mem. della R. Accad. dei Lincei 6, 487, 1891; ibid. p. 252, Beibl. 15, 49.

schoben. Sie wurden im Natriumlicht beobachtet, wodurch die Längenänderung des Ellipsoids zu bestimmen war. Die Längen des Ellipsoids, des Zinkcylinders und der Messingröhre wurden so gewählt, dass ihre Ausdehnungen durch die Wärme sich compensirten. Zugleich war das ganze System in einen Holzkasten mit Glasfenster eingeschlossen, um die Temperatureinflüsse möglichst zu beseitigen. Der magnetisirende Strom von sechs Bunsen'schen Elementen wurde nur kurze Zeit geschlossen.

Die Magnetisirung bewirkte stets eine Vergrösserung der Länge; sie trat plötzlich beim Stromschluss ein und verschwand nach dem Oeffnen fast ganz. Ein dem ersten entgegengesetzter Strom brachte die gleiche Verlängerung wie der erste hervor. Nur war nach wiederholter Anwendung des Stromes in gleicher Richtung bei der Umkehrung die Verschiebung der Franzen nicht ganz so deutlich, wie wenn jedesmal auf einen Strom ein entgegen gerichteter folgte. Bei Aufeinanderfolge einer Reihe gleich gerichteter Ströme wurden die Ausdehnungen weniger gross. Bei wachsenden Werthen von i, z. B. von 0,303 bis 0,832, waren die Verlängerungen den Quadraten der magnetischen Kraft proportional.

Ferner wurde das Ellipsoid in ein auf 0^0 erhaltenes Dilatometer voll im Vacuum ausgekochtem destillirten Wasser eingeschlossen, und so in die Mitte der Magnetisirungsspirale gebracht. An einem in dasselbe eingesetzten Glasrohr von 0,224 qmm Querschnitt konnte die Volumenveränderung beim Magnetisiren beobachtet werden. Sie war indess auch bei einem Strom von 12 Ampère nicht merkbar, also jedenfalls kleiner, als $0{,}0_7 5$ des Volumens des Ellipsoids. Bei Einsetzen der Resultate in die Formeln ergab sich für:

$i =$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$\Delta l/l$	$0{,}0_6 216$	$0{,}0_6 393$	$0{,}0_6 587$	$0{,}0_6 707$	$0{,}0_6 825$
k'	44000	46000	46000	42000	39000
k''	—92000	—97000	—97000	—82000	—70000

Danach ist annähernd

$$k'' = -2k'.$$

Für einen Eisendraht, der einem Zuge von 1 kg pro Quadratmillimeter ausgesetzt ist, ist $\lambda = 0{,}0_3 28$ und $\sigma = 0{,}0_3 14$. Wird $k' = 44500$ und $k'' = -92000$ gesetzt, so ist $\Delta k = 19{,}5$. Mit wachsendem Zuge nimmt also k zu.

959 Weitere Versuche wurden in gleicher Weise angestellt an einem Ellipsoid von Nickel (mit 1,51 Proc. Eisen und 1,54 Proc. Kobalt) vom spec. Gew. 8,845 und dem Elasticitätscoëfficienten 22480, dessen grosse Axe 15 cm, dessen Aequatorialdurchmesser 0,9 cm betrug.

Die Verschiebung der Streifen zeigte an, dass sich das Nickelellipsoid verkürzte.

Wie beim Eisen trat die Deformation bei Einwirkung der magnetisirenden Kraft fast plötzlich ein und hörte bei Entfernung derselben

ebenso plötzlich wieder auf. Ströme in gleichem Sinne nach dem ersten bewirkten geringere Verkürzungen, indess waren die Unterschiede relativ viel kleiner als beim Eisen. Auf jeden Strom liess man einen entgegengesetzten folgen, um die Wirkung des permanenten Magnetismus aufzuheben.

Das Volumen nahm wie beim Eisen sehr wenig ab.

Bei der Berechnung wurden die Resultate bei Strömen von $i = 3$, 5 und 7 Ampère benuzt. So war z. B.:

$i =$	0,3	0,5	0,7
$\Delta l/l =$	$0{,}0_5318$	$0{,}0_5825$	$0{,}0_41506$
$\Delta v/v =$	$0{,}0_75$	$0{,}0_611$	$0{,}0_616$
$m =$	980	1582	2071
$k =$	33,2	28,8	22,2
$10^{-3}k' =$	—265	—155	—125
$10^{-3}k'' =$	790	467	375

Nach Sir W. Thomson vermindert sich an einem belasteten Nickeldraht die Constante k mit der Dehnung bei schwachen und steigt bei starken magnetisirenden Kräften. Da nach Kirchhoff:

$$\Delta k = -k'\sigma - k''\lambda$$

ist, so erhält man für schwache magnetisirende Kräfte einen negativen Werth von Δk, der mit wachsender magnetisirender Kraft abnimmt. Indess ergeben die quantitativen Resultate unwahrscheinliche Werthe.

2. Beziehungen zwischen dem magnetischen Moment und den mechanischen Veränderungen der Länge der magnetischen Stäbe.

a) Einfluss der Dehnung und Compression auf den Magnetismus.

Matteucci[1]) hat gefunden, und Wertheim[2]) hat die Beobachtung bestätigt, dass die Längsdehnung eines harten Eisenstabes, während er sich in einer Magnetisirungsspirale befindet, sein temporäres magnetisches Moment vermehrt. Hört die dehnende Kraft auf zu wirken, so nimmt das Moment wieder ab. Weiche Eisenstäbe sollen sich nach Matteucci gerade umgekehrt verhalten. Nach dem Oeffnen des magnetisirenden Stromes soll in beiden Fällen die Verlängerung eine Zunahme, die Verkürzung eine Abnahme des permanenten Magnetismus ergeben. 960

Die Versuche wurden in der Weise angestellt, dass die Eisenstäbe in einer Magnetisirungsspirale gedehnt wurden, welche eine mit einem Galvanometer verbundene Inductionsspirale umgab. Der bei der Deh-

[1]) Matteucci, Ann. de Chim. et de Phys. 53, 416, 1858. — [2]) Wertheim, Compt. rend. 35, 702, 1852; Ann. de Chim. et de Phys. [3] 50, 385, 1857.

nung entstehende Inductionsstrom gab die Aenderung der Magnetisirung an.

961 Ganz ähnliche Versuche wie Matteucci hat auch Villari[1]) angestellt. Auf eine mit einem entfernten Spiegelgalvanometer verbundene Inductionsspirale von 1 mm dickem Kupferdraht von 600 mm Länge, 30 mm äusserem und 19 mm innerem Durchmesser war eine zweite Magnetisirungsspirale von 585 mm Länge, 225 mm äusserem und 110 mm innerem Durchmesser geschoben. In der inneren Spirale befand sich der dem Zuge unterworfene Eisendraht, der einerseits durch ein Holzstück hindurchging und hinter demselben durch eine Schraube festgehalten war, andererseits ebenfalls durch ein Loch in einem Holzstück hindurchgeführt war und daselbst durch ein an ihm befestigtes, über eine Rolle geführtes Seil, welches direct oder durch einen Hebelapparat mit Gewichten belastet wurde, mit einer Kraft von 240 Pfund gespannt werden konnte. Die Ablenkungen des Galvanometerspiegels bestimmten die Intensitäten der bei dem Anspannen und Loslassen des Drahtes inducirten Ströme, welche der Zu- und Abnahme seines magnetischen Momentes entsprachen.

Ist die magnetisirende Spirale geschlossen, so vermehren die ersten Dehnungen[2]) und Detractionen das temporäre Moment sowohl bei Eisen- wie auch bei Stahlstäben. Bei dünnen und stark, über einen gewissen kritischen Werth hinaus, magnetisirten Stäben vermindern nach diesen ersten Wirkungen die ferneren Dehnungen das Moment; bei dicken und schwach magnetisirten vermehren sie es. Die Detractionen wirken der Dehnung entgegengesetzt. So waren z. B. bei einem 495 mm langen, 6,6 mm dicken Stahlstab die die Zunahme (+) und Abnahme (—) des Momentes angebenden Inductionsströme bei auf einander folgenden Dehnungen (*T*) und Detractionen (*D*)

Stahlstab schwach magnetisirt		sehr stark magnetisirt	
Ite $T + 140$	Ite $D + 7$	Ite $T + 200$	Ite $D + 16$
IIte $T + 14$	IIte $D - 5$	IIte $T - 15$	IIte $D + 25$
*n*te $T + 7$	*n*te $D - 6$	*n*te $T - 25$	*n*te $D + 25$

Ebenso ergab sich bei einem weichen Eisenstab von 495 mm Länge und 5,6 mm Dicke

Eisenstab schwach magnetisirt		sehr stark magnetisirt	
Ite $T + 1000$	Ite $D - 120$	Ite $T - 45$	Ite $D + 140$
IIte $T + 200$	IIte $D - 125$	IIte $T - 140$	IIte $D + 140$
*n*te $T + 115$	*n*te $D - 120$	*n*te $T - 145$	*n*te $D + 150$

962 Von dem verschiedenen Verhalten stark und schwach temporär magnetisirter Eisenkerne bietet nach Villari das Verhalten einer in die

[1]) Villari, Pogg. Ann. **126**, 67, 1868. — [2]) Vergl. auch Gore, Phil. Mag. [4] **36**, 446, 1868.

Magnetisirungsspirale eingelegten Eisenröhre, in welcher sich ein Eisenstab befindet, ein gutes Beispiel. Bei schwachen magnetisirenden Strömen verursacht die Dehnung sowohl der Röhre, wie des Stabes in den späteren Perioden einen Inductionsstrom, welcher eine Vermehrung des Momentes ergiebt; bei etwas stärkeren, wo die Röhre dem Maximum der Magnetisirung nahe ist, vermehrt sich nur bei Dehnung des Stabes das Moment, bei Dehnung der Röhre aber vermindert es sich. Ist der Strom sehr stark, dass Röhre und Stab dem Maximum der Magnetisirung nahe sind, so vermindert sich bei der Dehnung beider das Moment.

Ist die magnetisirende Spirale geöffnet, so wird umgekehrt durch die ersten Tractionen und Detractionen bei Eisen- und Stahlstäben das permanente magnetische Moment vermindert. Nachher verhalten sich Stahl und Eisen verschieden. Durch die späteren Dehnungen vermindert sich bei Stahlstäben das permanente Moment, es vermehrt sich durch die Detraction; bei weichen Eisenstäben vergrössern die Dehnungen das permanente Moment und vermindern es die Detractionen um ebenso viel. — So ergab z. B.:

Harter Stahlstab 495 mm lang, 4,4 mm dick		Weicher Eisenstab 490 mm lang, 4 mm dick	
Ite T — 155	Ite D — 15	Ite T — 1300	Ite D — 400
IIte T — 30	IIte D + 7	IIte T — 30	IIte D — 135
*n*te T — 17	*n*te D + 15	IIIte T + 50	IIIte D — 95
		*n*te T + 70	*n*te D — 75

Wird dem Stahlstab durch einen umgekehrten Strom eine schwache Magnetisirung im entgegengesetzten Sinne ertheilt, so verhält er sich nach Villari wie ein Eisenstab. So betrug die Wirkung der Dehnung und Detraction bei einem solchen Stabe 963

Ite T — 35	Ite D — 22
IIte T — 0	IIte D — 15
*n*te T + 7	*n*te D — 8

Wird aber der Stahlstab durch den umgekehrten Strom hierbei stärker entmagnetisirt oder entgegengesetzt magnetisirt, so kann auch die Wirkung der ersten Traction und Detraction in einer Vermehrung des Momentes bestehen.

Eine Reihe von Versuchen hat hiernach auch Sir W. Thomson[1]) angestellt. 964

Ein 5 m langer, 0,7644 mm dicker Stahldraht war vertical aufgehängt und unten mit einer mit Gewichten zu belastenden Schale versehen. Ueber eine 28,7 cm lange Strecke desselben war ein dünnes Kupferblech gelegt und ausserhalb mit zwei Lagen von 326 und 321 Windungen

[1]) Sir W. Thomson, Phil. Trans. **166** [2], 693, 1877; Beibl. **2**, 362; auch Proceed. Roy. Soc. **23**, 445, 473, 1875.

von Kupferdraht umwunden, deren Enden durch einen Commutator mit drei Daniell'schen Elementen verbunden waren. Der Widerstand der Drahtwindungen war 0,511, der der Batterie 0,18 Ohm. Ueber die Spirale war eine zweite 9,8 cm lange, ebenfalls in zwei Lagen zu 147 und 146 Windungen gewundene Spirale von 1,432 Ohm Widerstand gelegt, welche mit einem Spiegelgalvanometer mit astatischem System von leichten Nadeln und objectiver Projection eines Flammenbildes auf eine Scala verbunden war. Bei der Belastung bezw. Entlastung des Drahtes wurde der Ausschlag der Nadeln beobachtet. Wie bei den Versuchen von Matteucci und Villari verminderte eine Belastung die temporäre Magnetisirung und vermehrte sie das Aufheben derselben und ebenso die permanente Magnetisirung. Im letzteren Fall war die absolute Differenz der Magnetismen bei der Belastung und Entlastung stärker, als für den temporären Magnetismus. Der benutzte Stahldraht war nahezu zum Maximum magnetisirt. Bei Umkehrung der Magnetisirungsrichtung zeigte sich kein wesentlicher Unterschied, so dass der Erdmagnetismus ohne bedeutenden Einfluss ist.

Wurde der magnetisirende Strom nur in einem Sinne wiederholt geschlossen oder nur geöffnet, so war die Aenderung der Magnetisirung grösser, wenn der Draht belastet war, als unbelastet.

Wurde der Draht darauf durch einen Gegenstrom umgekehrt magnetisirt, so war im Gegentheil die Wirkung kleiner, wenn der Draht belastet war, als umgekehrt; dabei war der Unterschied viel bedeutender, als im vorigen Fall. Wurde der magnetisirende Strom plötzlich umgekehrt, so war die ganze magnetische Wirkung bei dem belasteten Drahte kleiner, als bei dem schwächer belasteten. — Eisendrähte gaben ähnliche Resultate, auch schon bei Belastung und Entlastung ohne herumgeleiteten Strom, nur in Folge ihrer etwa 300 mal schwächeren Magnetisirung durch die Erde.

965 Bei weiteren Versuchen hierüber benutzte Sir W. Thomson [1]) Eisendrähte, von denen eine nautische Meile 14 Pfd. wog, unter Anwendung von magnetisirenden Kräften, deren Intensität von 0 bis 900 C.-G.-S. wechselte. Die Drähte wurden bei constant bleibender magnetisirender Kraft mit Gewichten von 7, 14, 21 Pfund belastet oder die Belastungen entfernt. Ist die magnetisirende Kraft kleiner, als ein bestimmter Werth, so vermehrt die Belastung, wie schon Villari gefunden (vergl. §. 962), die temporäre Magnetisirung, vermindert sie die Entlastung. Ist jener „kritische" Werth überschritten, so vermindert die Belastung und vermehrt die Entlastung die temporäre Magnetisirung. Keine Wirkung der Dehnung ergab sich bei folgenden magnetisirenden Kräften:

Belastung	7 Pfd.	14	21
Magnet. Kraft 15° C.	266	281	288
„ „ 100° C.	280	286	310

[1]) Sir W. Thomson, Proceed. Roy. Soc. 27, 439, 1878; Beibl. 2, 607.

Das Maximum der Wirkung trat bei der Kraft 50 bis 60 ein, die momentanen Galvanometerausschläge stiegen langsamer, als die Belastungen. Sie waren in Scalentheilen:

Belastung	7 Pfd.	14	21
Temperatur 15°	31 Sc.	35	54
„ 100°	25	32,4	50,3

Bei wachsenden magnetisirenden Kräften nähern sich die durch die Dehnung erzeugten Ausschläge einem constanten Werthe, nämlich:

Belastung	7 Pfd.	14	21
Temperatur 15°	6 Sc.	13,5	21
„ 100°	3	9,2	15,2

Bei Nickel- und Kobaltstäben zeigt sich bei longitudinalem Zuge die entgegengesetzte Wirkung, wie beim Eisen, d. h. unterhalb der hier sehr bedeutenden kritischen magnetisirenden Kraft, welche bei einem dünnen Nickelstab etwa 7500 sein würde, nimmt die Magnetisirung beim Zuge ab. **966**

Wird ein Eisendraht unter Einfluss des Erdmagnetismus vertical aufgehängt, der Magnetismus seines unteren Endes durch einen in der Ebene desselben stehenden Spiegelmagnetometer beobachtet und der Draht ohne Erschütterung wiederholt cyklisch be- und entlastet [1]), so nimmt, wenn dabei die Elasticitätsgrenze nicht überschritten wird, bei der Belastung die Magnetisirung ab und steigt bei der Entlastung. Die Curven der Spannung und des Magnetismus sind in beiden Fällen sehr verschieden. — Wird der Draht über die Elasticitätsgrenze hinaus gedehnt, so nimmt die Magnetisirung ab, so lange, bis er zerreisst. Bei der Entlastung zeigt sich eine grosse Abnahme des Magnetismus. Bei neuer Belastung wächst die Magnetisirung bis zu einem Maximum und nimmt dann ein wenig ab bis zu der früheren Belastung. Wird die Belastung allmählich entfernt, so wächst erst die Magnetisirung bis zu einem Maximum und nimmt dann schnell bis zu ihrem früheren Werth ohne Belastung ab. **967**

Die Maxima während der Belastung und Entlastung erscheinen erst nach einer permanenten Veränderung und verschieben sich nach der Seite der stärkeren Belastung mit wachsender permanenter Veränderung. Auch hier ist dM/dp, wo M die Magnetisirung, p die Belastung ist, anfangs Null, wenn man von der Belastung zur Entlastung oder umgekehrt übergeht. Findet der Uebergang mit einer geringen Erschütterung statt, so setzt sich nach demselben die frühere Curve noch ein wenig fort, wie bei ähnlichen Versuchen über Thermoströme.

Wird der Draht während der Belastung und Entlastung wiederholt geschlagen, so fallen die Curven der Magnetisirung in beiden Fällen zusammen.

---

[1]) Ewing, Proc. Roy. Soc. **34**, 39, 1882; Beibl. **7**, 42.

968 Ausser dem einen kritischen Punkt hat H. Tomlinson[1]) nach der Gauss'schen Ablenkungsmethode bei der allmählichen Dehnung schwach magnetisirter Eisendrähte einen zweiten gefunden. Das Moment nimmt bei Anwachsen eines schwachen longitudinalen Zuges erst bis zu einem Maximum zu, dann nimmt es bis zu einem Minimum ab und steigt darauf wieder. Mit wachsender Magnetisirung sinkt der erste kritische Werth der Belastung, so dass die Belastung gleich eine Abnahme bedingt; der zweite wächst.

---

[1]) H. Tomlinson, Proc. Roy. Soc. London **42**, 224, 1887; Beibl. **11**, 659. Weitere Versuche von H. Tomlinson (l. c.) sind die folgenden: Wirkt eine kleine Belastung dauernd auf den Draht, so ändert sich bei schwachen magnetischen Kräften die temporäre Permeabilität nicht, wenn die Belastung eine gewisse Grenze nicht überschreitet, über die hinaus die Permeabilität plötzlich wächst. — Für alle magnetisirenden Kräfte verschwindet dann der erste kritische Werth der Belastung, der zweite wächst mit der magnetisirenden Kraft, ist aber für eine gegebene magnetisirende Kraft viel kleiner, als wenn keine permanente Belastung wirkt. — Das Minimum der temporären Permeabilität wächst mit der magnetisirenden Kraft bis zu einer bestimmten Grenze der letzteren und nimmt über dieselbe hinaus wieder ab. — Die permanente magnetische Permeabilität wächst mit der Zunahme der Belastung; die procentische Zunahme ist für kleine Kräfte und mässige Belastungen sehr gross, sinkt aber bei wachsender magnetisirender Kraft. Diese Zunahme wächst schneller als die Belastung bis zu einer Grenze, über die hinaus die Zunahme langsamer wächst, bezw. Null wird. Die Belastung hierbei sinkt mit wachsender magnetisirender Kraft. — In weitem Umfang der Belastung ist der Einfluss der Dehnung auf die permanente Permeabilität in der Richtung entgegengesetzt dem auf die temporäre Permeabilität. Der temporäre Magnetismus von nicht angelassenem Claviersaitendraht ändert sich selbst bei starken Belastungen nur sehr wenig, wenn er dadurch nicht dauernd gedehnt wird. Der permanente Magnetismus von angelassenem Eisen ändert sich bedeutend mit der vorhergehenden Dehnung. Bei grossen magnetisirenden Kräften und kleinen Belastungen verursacht eine durch frühere Belastung bedingte Ausdehnung eine bedeutende Steigerung der durch Belastung bewirkten Verminderung der temporären Permeabilität; ebenso der maximalen Verminderung, welche temporär erzeugt werden kann. Ueberschreitet die temporäre Belastung eine gewisse Grenze, so verkleinert sich dagegen die Verminderung der temporären Permeabilität durch permanente Ausdehnung in Folge von stärkerer Belastung, und das zur Erzeugung der maximalen Verminderung derselben erforderliche Gewicht kann dadurch wesentlich verkleinert werden. Bei kleinen magnetisirenden Kräften kann permanente Dehnung die durch nicht zu grosse Belastung erzeugte Steigerung der temporären Permeabilität in eine Verminderung überführen. Bei grösseren Belastungen kehrt sich die Wirkung um. — Die bisher erwähnten Wirkungen können durch starke Erschütterungen der Drähte fast völlig beseitigt werden. Die permanente moleculare Spannung nach der Entfernung irgend einer Belastung verursacht für schwache und starke magnetisirende Kräfte eine dauernde Verminderung der Permeabilität, welche mit der Stärke der Spannung bis zu einer gewissen Grenze der letzteren wächst. Ist indess durch die Spannung eine permanente Dehnung erzeugt, so wächst die temporäre und vermindert sich die permanente Permeabilität bis zu einer zweiten Grenze der permanenten Deformation, worauf wieder die temporäre Permeabilität abnimmt. Das erste Maximum der Abnahme der Permeabilität nimmt hierbei mit wachsender magnetisirender Kraft erst nahe bis zu Null ab, wächst aber dann wieder. Dagegen steigt erst das Maximum der Zunahme der temporären Permeabilität mit der magnetisirenden Kraft bis über das Doppelte und nimmt dann ab. Blosse Ruhe nach permanenter Dehnung hat fast keine Wirkung auf die Aenderung der temporären Permeabilität bei der Belastung; während sie die longitudinale Elasticität des Eisens merklich steigert. —

Bei anderen Versuchen [1]) wurde ein Nickeldraht (98 Proc. Ni, 0,7 Proc. Fe), sowie ein Draht von möglichst reinem Eisen von 1 mm Durchmesser zuerst mit 12 kg belastet, durch eine magnetisirende Kraft von 15,5 C.-G.-S. magnetisirt und die Kraft beseitigt, bis die Ablenkungen des ballistischen Galvanometers constant wurden. Dann wurde die Belastung entfernt und dieselbe magnetisirende Kraft wie vorher angewandt. Darauf wurde eine Last von 2 kg angehängt und dieselben Operationen damit und mit stärkeren Belastungen wiederholt. Nach Entfernung der Belastung wurde die gleiche Beobachtungsreihe mit magnetisirenden Kräften von 15,5 bis 2,8 C.-G.-S. wiederholt, ebenso bei aufsteigenden Kräften bis zu 15,5 C.-G.-S., wobei sich nicht wesentlich andere Resultate ergaben. Jede Aenderung der Belastung brachte eine Aenderung des permanenten Magnetismus hervor, welche indess hier nicht in Betracht kommt. Aus den für die Aenderungen der temporären Magnetisirung als Ordinaten und die Belastung als Abscissen construirten Curven folgt, dass beim Eisen bei starker Magnetisirung die Curven der Aenderung der temporären Magnetisirung sofort abfallen,

Für magnetisirende Kräfte unter einer bestimmten Grenze hat die Belastung zwischen 0 und 300° zwei kritische Werthe, bei der sie die temporäre Permeabilität nicht ändert. Der Werth der Belastung für den ersten kritischen Punkt vermindert sich und der für den zweiten steigt bei ansteigender Temperatur zwischen 0 und 100°. Bei höherer Temperatur wird die erste kritische Belastung grösser, die zweite kleiner, bis bei etwa 250 bis 300° beide kritische Punkte zusammenfallen. Für magnetisirende Kräfte unter der erwähnten Grenze nähern sich die beiden kritischen Punkte einander erst schnell und dann langsamer bei Temperaturerhöhungen von 0 bis 300°. Beide kritische Belastungen vermindern sich mit der Temperaturerhöhung, die zweite indess schneller. Die Wirkung der Belastung auf die permanente Magnetisirung nimmt von 0 bis 300° C. ab. — Mit wachsender magnetisirender Kraft steigt die totale Permeabilität noch nicht vorher magnetisirten, weich gemachten Eisens bis zu einem Maximum und nimmt dann ab. Die maximale Permeabilität scheint für verschiedene gut angelassene und gut magnetisirbare Eisensorten bei derselben magnetischen Intensität, aber nicht bei derselben magnetisirenden Kraft einzutreten. Vorher magnetisirtes Eisen zeigt die maximale Permeabilität bei höheren magnetisirenden Kräften, indem dabei die vorherige permanente Magnetisirung steigt. Das Maximum der Permeabilität tritt auch bei einem höheren Grade der magnetischen Intensität ein, wenn der Draht vorher einer starken magnetisirenden Kraft unterworfen worden ist. — Ausser dem Punkt des Maximums der totalen Permeabilität giebt es einen solchen für die temporäre, welcher etwas vor dem ersteren liegt. Durch vorherige permanente Magnetisirung wird in gleicher Richtung die temporäre Permeabilität vermindert, namentlich wenn die magnetisirende Kraft innerhalb gewisser Grenzen liegt. Wird der Draht nach vorheriger Magnetisirung durch eine starke Kraft erschüttert, so wird dadurch die temporäre Permeabilität bedeutend wieder hergestellt und viel constanter für verschiedene Werthe der magnetisirenden Kraft, als vor dem Erschüttern oder permanenten Magnetisiren. Bei einem mässigen Werth der magnetisirenden Kraft können mehr als 90 Proc. der ganzen Magnetisirung des weichen Eisens durch eine gegebene Kraft permanent oder „subpermanent" sein. Bei grösseren Kräften nimmt die procentische Menge der permanenten Magnetisirung bedeutend ab. — Ist Eisendraht bis zu einer bestimmten Grenze belastet, so hat die longitudinale Magnetisirung keinen Einfluss auf das thermoelektrische Verhalten desselben.

[1]) H. Tomlinson, Phil. Mag. [5] **29**, 394, 1890; Beibl. **14**, 651.

mit wachsender Belastung bei schwächerer Magnetisirung aber erst ansteigen und dann abfallen. Der kritische Wendepunkt liegt dabei bei um so grösserer Belastung, je kleiner die magnetisirende Kraft ist. Nachher wenden sich die Curven wieder nach oben, bei um so kleinerer Belastung, je grösser die magnetisirende Kraft ist, schneiden häufig die Nulllinie, welche keiner Zu- oder Abnahme der Magnetisirung entspricht und steigen noch weiter an. Sie liegen um so höher, je kleiner die magnetisirende Kraft ist.

970 Bei Nickel zeigt sich dasselbe Ansteigen der Curven wie beim Eisen, aber der darauf folgende abfallende Zweig wendet sich nicht wieder nach oben und schneidet somit auch nicht die Nulllinie. Bei zunehmender Belastung und Entlastung liegt die Curve der temporären Magnetisirung für die erstere unter der für die zweite, und zwar bei verschiedenen magnetisirenden Kräften. Bei Nickel fallen beide Curven zusammen und die Curve ist eine nahezu vom Nullpunkt der Belastung abfallende gerade Linie. Die Curven für die Beziehungen zwischen der temporären Permeabilität und der Belastung sind im Allgemeinen dieselben für Nickel wie für Eisen. — Bei zwei kritischen Werthen hat die Belastung keinen Einfluss auf die temporäre Permeabilität des Nickels. Die Belastung für den ersten kritischen Punkt nimmt mit der Abnahme der magnetisirenden Kraft ab und verschwindet zuletzt. Die Belastung für den zweiten kritischen Punkt wächst dabei. Die Wirkungen sind also in der Richtung entgegengesetzt wie beim Eisen. — Temperaturerhöhung von 0 bis 300° steigert den Maximalzuwachs der temporären Permeabilität, welcher durch Belastung von Nickeldraht erhalten werden kann, und vermindert die maximale Abnahme.

An drei Eisennickellegirungen mit 22, 25, 30 Proc. Nickel und Manganstahl hat H. Tomlinson ebenfalls die Einwirkung von Zug und Magnetisirung auf die physikalischen Eigenschaften von hart gezogenen und gekühlten Drähten studirt. Die Legirungen verhalten sich oft ganz anders, wie die reinen Metalle. Die in einer Tabelle zusammengestellten Data haben mehr individuelles Interesse [1]).

971 Heydweiller [2]) hat ebenfalls gezeigt, dass auch Nickel eine Umkehr, einen kritischen Punkt besitzt, und zwar bei viel kleineren magnetisirenden Kräften, als Eisen.

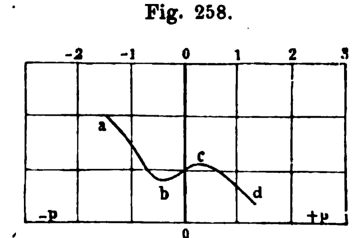
Ein verticaler Nickeldraht von 0,15 cm Dicke in Stücken von 46 cm Länge war unten mit einer feststehenden Klemmschraube verbunden. Er war von einer Glasröhre umgeben, über welche eine zweite 50 cm lange, weitere Glasröhre geschoben war. Auf dieselbe war eine Magnetisirungsspirale von 400 Windungen gewunden. Oben war der etwas über die

---

[1]) H. Tomlinson, Proc. Roy. Soc. 56, 103, 1894; Beibl. 18, 952. —
[2]) Heydweiller, Wied. Ann. 52, 462, 1894.

letztere hinausragende Draht mit einem Messinghebel mit leicht verschiebbaren Bleigewichten verbunden, wodurch er mit 0 bis 3,9 kg ohne Erschütterung belastet werden konnte. Das untere Ende des Drahtes war dem oberen Ringmagnet eines astatischen Nadelsystems, welches von dem unteren 11 cm entfernt war, gegenübergestellt. Der Draht wurde erst durch den Erdmagnetismus unter Erschüttern magnetisirt, der Ausschlag am Magnetometer gemessen, letzteres entfernt und durch ein Magnetometer mit einfacher, 30 cm von dem Draht entfernter Nadel ersetzt. Hierdurch konnte die Stärke der Magnetisirung des Drahtes bestimmt werden. Die Drähte wurden sorgfältig entmagnetisirt, indem sie erst in der Spirale befindlich durch den Einfluss der Erde magnetisirt, dann durch einen Gegenstrom unter Erschüttern entmagnetisirt und endlich durch ein Feld, welches schwächer war, als das erdmagnetische, magnetisirt wurden, mittelst von 0,1 Amp. aufsteigenden Strömen. Dann wurden die Belastungen cyklisch geändert. Als Resultat ergiebt sich, dass bei schwacher Magnetisirung die die Stärke der longitudinalen Magnetisirung bei wachsender Belastung darstellende Curve erst bis zu einem Minimum abfällt, dann bis zu einem Maximum steigt und darauf wieder sinkt. Bei stärkerer Magnetisirung rücken das Minimum und Maximum immer mehr zusammen, die Curve wird flacher, und sie verschwinden zuletzt ganz. Die Lage des der Belastung Null entsprechenden Punktes hängt von der früheren Magnetisirung des Drahtes ab. Fig. 258 stellt diese Curve bei Zug- und Druckkräften + und — dar.

Fig. 258.



Der Unterschied zwischen dem Verhalten von Eisen und Nickel ist also nur ein quantitativer, nicht ein qualitativer. Bei geringer Belastung zeigt auch der Magnetismus des Nickels bei Zugkräften Hysteresis, bei stärkeren nicht, wie schon Ewing und Cowan fanden.

972 Die Maximalsusceptibilität (Magnetisirungsconstante k) von 0,068 cm dicken, 300 bis 400 cm langen verticalen, mit ihren oberen Enden vor einem Spiegelmagnetometer aufgehängten Nickeldrähten wird nach Ewing und Cowan[1]) durch die Dehnung vermindert. So ist für denselben weichen Draht bei den Belastungen 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12 kg $(k) = 15$, 9,1, 4,5, 2,6, 1,9, 1,5, 0,9. Dabei steigt der Werth von $\mathfrak{H}$ (siehe §. 444), welcher der Maximalsusceptibilität entspricht, mit der Belastung. Bei wiederholten Belastungen und Entlastungen nimmt das temporäre

[1]) Ewing u. Cowan, Phil. Trans. Roy. Soc. London **179**, 325, 333, 1888; Beibl. **13**, 186; siehe auch die Versuche von Nagaoka über die Susceptibilität gedrillter und gedehnter Eisendrähte w. u.

und permanente Moment ab. — Bei cyklischen Processen zeigt sich sehr geringe Nachwirkung der Dehnung auf den Magnetismus. Die Curven der Abnahme liegen unter denen für die Zunahme der Belastung. Die Nachwirkung ist viel geringer, als bei Eisen durch Ziehen. Harte Drähte verhalten sich ähnlich.

Eine Kreuzung der Magnetisirungscurven bei aufsteigender schwacher Magnetisirung wurde nicht beobachtet, wie sie Villari beim Eisen für verschiedene Belastungen gefunden hatte.

973 Compression in longitudinaler Richtung hat die entgegengesetzte Wirkung auf die temporäre Permeabilität von Eisen, Nickel, Kobalt wie die der Dehnung, falls die mechanische und magnetische Spannung einen bestimmten Werth nicht überschreiten [1]).

974 Ewing [2]) hat den Einfluss der Pressung auf die Magnetisirung bei Nickel untersucht. Er steckt eine 10 cm lange, 0,656 cm dicke Nickelstange vertical durch die Mitten zweier ┌──┐ förmiger, weicher Eisenstücke von 67 qcm Querschnitt, welche mit ihren Enden gegen einander liegen, hindurch und presst sie durch einen Hebelapparat zusammen. Zwischen den Eisenstücken, welche als Anker zu der Nickelstange dienen, liegt ein 5 cm langes Stück der Stange, welches mit 250 Drahtwindungen und innerhalb derselben mit einer kleinen Inductionsspirale zur Messung der Veränderung der Momente beim Pressen umgeben ist.

Die Pressung (bis zu 19,8 kg pro Quadratmillimeter) einer harten Nickelstange steigert die Susceptibilität, namentlich in der Nähe des Wendepunktes. Ihr Maximum wächst von $(k) = 5,6$ bis 29. Der restirende permanente Magnetismus J_p wächst dabei noch mehr als der temporäre J_t steigt.

Bei einer weichen Nickelstange wächst die Permeabilität anfangs und nimmt später ab, so dass die Maximalmagnetisirung sinkt. Das Verhältniss J_p/J_t erreicht etwa beim Wendepunkt ein Maximum, welches für die Belastungen 0, 3,5 und 6,8 kg gleich 0,84, 0,88, 0,91 ist. Bei sehr schwachen magnetisirenden Kräften und einer Pressung von 5 kg ist die Magnetisirungscurve anfangs eine gerade Linie. Die Susceptibilität ist dabei anfangs 2 bis 2,5, die Permeabilität 25 bis 30, der permanente Magnetismus fast Null.

975 Bei Kobaltstäben hat Chree [3]) ähnliche Versuche auch bei cyklischen Veränderungen des Druckes mittelst der magnetometrischen Methode angestellt. In schwachen Feldern vermehrte der erste Druck auf den in der Magnetisirungsspirale liegenden Kobaltstab den temporären Magnetismus bedeutend. Bei wachsender Feldstärke erreichte diese Zunahme

[1]) Vgl. H. Tomlinson, l. c. Joule (§. 979) konnte diesen Einfluss noch nicht beobachten. — [2]) Ewing, Phil. Trans. Roy. Soc. London 179, 333, 1888; Beibl. 13, 186. — [3]) Chree, Proc. Roy. Soc. London 47, 41, 1889; Beibl. 14, 398.

ein Maximum und nahm dann ab. In stärkeren Feldern verminderte der Druck den temporären Magnetismus.

Die Felder, in welchen die cyklische Wirkung des Druckes und die Wirkung des ersten Druckes absolut am grössten war, lagen in der Nähe des Wendepunktes. Beide Wirkungen nahmen aber in Bezug auf die präexistirende Magnetisirung continuirlich ab, als die Feldstärke von Null an gesteigert wurde. In den schwächsten Feldern wuchs der temporäre Magnetismus bei dem ersten Druck über 50 Proc. und volle 4 Proc. der Magnetisirung nahmen an der cyklischen Druckänderung theil.

Druck vor oder während der Einführung des Stabes in die Spirale wirkte ähnlich, nur nicht so stark, wie wenn der Stab druckfrei eingeführt wurde.

Wurde der Strom während der cyklischen Druckänderung geöffnet, so zeigte der Stab Polarität. Wurde er noch einmal ohne Entmagnetisirung der Stromwirkung ausgesetzt, so war die Magnetisirung grösser, wenn der magnetisirende Strom in der einen, als wenn er in der anderen Richtung floss. Beide Erscheinungen hatten kritische Felder, wo sie verschwanden und die Richtung änderten. Die Felder waren nahe die gleichen, in denen der Einfluss des ersten Druckes verschwand. Unter dem kritischen Punkt war die Magnetisirung des Stabes bei der zweiten Einwirkung des magnetisirenden Stromes ohne inzwischen erfolgende Entmagnetisirung am grössten, wenn die Stromrichtung die frühere war; über dem kritischen Punkt umgekehrt.

Die Versuche über die permanente Magnetisirung nach Unterbrechung des Stromes wurden in Feldern von 0 bis 400 C.-G.-S.-Einheiten angestellt. Die Grösse und auch die Richtung der Wirkung war wesentlich von der Natur des Stabes während der Unterbrechung abhängig. Stand der Stab dabei unter Druck, so war die permanente Magnetisirung während des cyklischen Processes ein Maximum unter Druck, welches auch die Stärke des Feldes war. Geschah die Unterbrechung ohne Anwesenheit von Druck, so entsprach nur in den schwächsten Feldern das Maximum des zurückbleibenden Magnetismus dem Drucke. Wurde die Feldstärke gesteigert, so ging die Wirkung durch Null in die entgegengesetzte über. 976

Ohne jeden Druck war der residuelle Magnetismus nach dem Oeffnen in schwachen Feldern sehr klein, in den schwächsten Feldern konnte er durch Druckkreise während des Stromes auf das Vier- bis Fünffache gesteigert werden.

In Feldern über 30 C.-G.-S. hatte der Druck sehr geringen Einfluss.

Der erste Druck nach dem Oeffnen des magnetisirenden Stromes und das Verschwinden des während des Oeffnens stattfindenden Druckes vermindert den permanenten Magnetismus sehr bedeutend. Der erste Druck war wirksamer in starken Feldern, als die Entfernung eines vor-

handenen Druckes. In schwachen Feldern trat das Umgekehrte ein, wenn Druckkreise während der Stromwirkung wirkten.

Alle Versuche wurden an demselben Stück Kobalt angestellt.

Auch hier ist die Erschütterungswirkung bei den ersten Drucken und Aufhebung des Druckes von den späteren regelmässigen Wirkungen zu unterscheiden. Erstere können je nach der Stärke der Erschütterung bei plötzlich und langsam erfolgenden Druckänderungen sehr verschieden sein und ebenso die Veränderung der Momente.

Auf diese Punkte dürfte überhaupt bei den angeführten Versuchen nicht genügend geachtet sein, ebenso auch darauf, ob die magnetisirende Kraft plötzlich auf die Drähte wirkte und plötzlich entfernt oder langsam gesteigert und geschwächt wurde. In Folge der dabei auftretenden Inductionsströme kann die Magnetisirung nicht nur in Betreff ihrer Stärke sehr verschieden ausfallen.

977 Die temporäre Wirkung eines Zuges senkrecht zu der Richtung der Magnetisirung auf die magnetische Permeabilität des Eisens ist in seiner Richtung entgegengesetzt der Wirkung des Zuges in der Richtung der Magnetisirung.

Wird ein Flintenlauf durch eingepresstes Wasser einem transversalen Druck ausgesetzt und derselbe entfernt, so treten nach Sir W. Thomson (s. u.) die entgegengesetzten[1]) Wirkungen, wie bei der Dehnung ein. Der kritische Werth der magnetisirenden Kraft ist aber grösser. Ist die magnetisirende Kraft etwas kleiner als 750, so ist die Magnetisirung bei dem Druck von etwa 600 g auf 1 qmm kleiner; ist die magnetisirende Kraft grösser, so ist die Magnetisirung bei dem Druck grösser, als ohne denselben.

Der permanente Magnetismus war nach wiederholter Wirkung des Druckes und Aufhebung desselben stets kleiner mit dem Druck, als ohne denselben.

Zwischen den beiden kritischen Werthen der magnetisirenden Kraft (10 und 25 C.-G.-S.) muss jeder transversale oder longitudinale Zug, also auch ein gleicher Zug nach allen Richtungen, die Magnetisirung vermindern, ein gleicher Druck nach allen Richtungen vermehren.

978 Augenscheinlich ist die Wirkung der ersten Traction und Detraction dieselbe, welche ich auch bei der Torsion und Detorsion der magnetisirten Drähte beobachtet und mit dem Namen Erschütterungswirkung bezeichnet habe (s. w. u.); die Molecüle werden beweglicher und folgen dem Zuge der jedesmal wirkenden Kräfte, sei es bei Einwirkung des Stromes in der Spirale den magnetisirenden, sei es nach Aufhebung des Stromes den Molecularkräften, welche die Molecüle in ihre unmagnetischen

---

[1]) Ebenso nach H. Tomlinson, l. c.

Lagen zurückführen. Bei einem stark entmagnetisirten Stabe würden sie hierdurch in ihre frühere magnetische Lage zurückzukehren streben. Um diese erste Erschütterungswirkung zu erzielen und bei den Dehnungen sogleich die besonderen Wirkungen hervortreten zu lassen, kann man auch die Stäbe anderweitig erschüttern, schlagen u. s. f.

Die späteren Wirkungen der Dehnungen lassen sich vorläufig noch nicht gut übersehen.

Wertheim [1]) macht mit Recht darauf aufmerksam, dass bei derartigen Versuchen mehrere Fehlerquellen einfliessen können. Einmal verschiebt sich beim Dehnen das freie Ende des Eisenstabes gegen die Magnetnadel des den Inductionsstrom messenden Galvanometers und kann so eine Ablenkung derselben bewirken. Dieselbe würde sich aber umkehren, wenn man die dehnende Kraft abwechselnd an dem einen oder anderen Ende des Stabes wirken liesse. — Dann wird auch der Stab, der meist ein wenig gebogen ist, durch die dehnende Kraft gerade gerichtet, und die hierbei erfolgende Biegung ändert gleichfalls das magnetische Moment des Stabes. — Ferner tritt, selbst wenn das Moment des Stabes sich nicht ändert, bei seiner Dehnung sein Ende mehr als vorher aus der Inductionsspirale heraus und giebt dadurch zur Bildung von Inductionsströmen Veranlassung. — Endlich sind fast alle Stäbe ein wenig tordirt und bei dem Zuge kann sich ihre Torsion ändern. Da die beobachteten Aenderungen des Magnetismus bei der Verlängerung ausserdem nur klein sind im Verhältniss zu den durch die Torsion bewirkten, so dass Matteucci sie wenigstens bei harten Eisenstäben nicht direct an einem mit einem Spiegel versehenen astatischen Nadelsystem mittelst der Spiegelablesung, sondern nur vermittelst der Inductionsströme auffinden konnte, so sind die Versuche hierüber mit grosser Vorsicht anzustellen.

b) Wirkung der Magnetisirung auf die Länge.

979 Dass umgekehrt die Länge eines Eisenstabes bei der Magnetisirung geändert wird, ist von Joule [2]) nachgewiesen worden. In ein unten geschlossenes, verticales, mit Wasser gefülltes Glasrohr wurde ein 60 cm langer Eisenstab gestellt, dessen anderes Ende gegen einen aus zwei Hebeln zusammengesetzten Fühlhebel drückte. Die Ablenkungen dieses letzteren wurden durch ein mit einem Mikrometer versehenes Mikroskop beobachtet. Die Verschiebung des Hebels um einen Theilstrich des Mikrometers entsprach der Verlängerung der Stange um $^{1}/_{55\,311}$ cm. Das Glasrohr wurde mit einer so langen Drahtspirale umgeben, dass sich die Enden des Eisenstabes 3 cm weit innerhalb der Enden derselben befanden, und durch sie ein Strom geleitet, dessen Intensität an einer Tangentenbussole abgelesen wurde. Der Magnetismus

[1]) Wertheim, l. c. §. 999. — [2]) Joule, Phil. Mag. 30, 76, 225, 1874.

des Eisenstabes wurde vermittelst einer freilich nur annähernden Methode gemessen, indem ein horizontal der Mitte desselben gegenüber nach Art eines Wagebalkens aufgehängter und an beiden Enden mit Wagschalen versehener Magnetstab durch Gewichte in horizontaler Lage erhalten wurde, wenn die Anziehung des Eisenstabes ihn aus dieser Lage abzulenken strebte. Von den erhaltenen Werthen mussten die aus der Ablenkung der Nadel der Tangentenbussole berechneten Gewichte subtrahirt werden, welche erforderlich waren, um den Magnetstab unter der Einwirkung der vom Strome durchflossenen Spirale allein im Gleichgewicht zu erhalten. Die Versuche ergaben eine Verlängerung des Stabes um $^1/_{720000}$ seiner Länge, als der Stab das Maximum des temporären Magnetismus erhalten hatte. Beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes blieb mit dem Verbleiben von permanentem Magnetismus in dem Stab auch ein Theil dieser Verlängerung zurück.

Die folgende Tabelle, in welcher l die Verlängerungen von weichen Eisenstäben bei ihrer temporären und permanenten Magnetisirung M und m bezeichnet, giebt ein Beispiel der erhaltenen Resultate:

I.

M	l	M^2/l	m	l	m^2/l
0,49	1	240	0,42	0,7	252
0,93	3,6	240	0,74	2,4	228
1,42	8,3	243	1,00	4,5	222
1,87	14,8	236	1,26	7,2	220
2,21	24,2	202	1,35	10,9	168

II.

M	l	M^2/l	m	l	m^2/l
0,21	0,4	110	0,08	0,3	21
0,32	1,0	102	0,12	0,8	18
0,72	2,8	185	0,16	1,8	14
1,95	13,8	275	0,21	5,4	8
2,38	19,2	295	0,21	7,2	6

Die Verlängerung der Stäbe soll nach diesen Versuchen dem Quadrat des jedesmaligen temporären oder permanenten Magnetismus proportional sein. Sie ist grösser bei weichen als bei harten Stäben.

980 Bei ferneren Versuchen untersuchte Joule das Verhalten stark gespannter und auch der Länge nach zusammengepresster Stäbe oder Drähte. — Wird der Eisenstab stark gespannt, so kann bei der Magnetisirung an Stelle der Verlängerung eine Verkürzung eintreten. Dies zeigte sich namentlich bei Anwendung dünnerer Drähte, welche an ihrem oberen Ende a, Fig. 259, vertical in

der Axe der magnetisirenden Spirale S aufgehängt waren. Unten waren sie an einem vermittelst einer Stahlschneide auf einer Stahlplatte aufliegenden Hebel H befestigt, welcher durch Gewichte G belastet wurde. Der Hebel übertrug seine Bewegungen bei Veränderung der Länge des Drahtes auf einen zweiten Hebel, dessen Ablenkungen durch ein mit Mikrometer versehenes Mikroskop abgelesen wurden. Eine magnetische Wage, deren Wagebalken ns aus einem Magnet bestand, diente zur Messung des Magnetismus des Drahtes. Wurde an Stelle des Drahtes ein mit der magnetisirenden Spirale umgebener Eisenstab unter dem

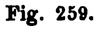
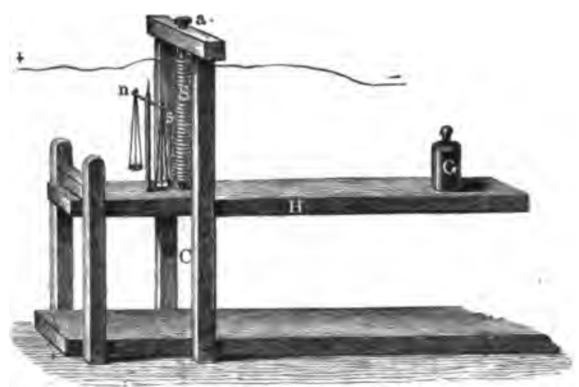


Fig. 259.



Hebel bei C aufgestellt, so konnte man auch durch Auflegen der Gewichte G den Stab der Länge nach zusammenpressen und dann die Wirkung der Magnetisirung untersuchen.

Wurden die Stäbe stark gespannt, so verminderte sich die Verlängerung durch die Magnetisirung. Bei dünneren Stäben, z. B. Drähten, und bei starker Spannung ging sie sogar in eine Verkürzung über. So erhielt Joule unter Anderem bei Anwendung von Strömen von der Intensität i folgende Verkürzungen v eines Eisenstabes von 2,5 cm Länge und 0,6 cm Durchmesser, welcher durch ein Gewicht von etwa 700 kg gespannt erhalten wurde, während der gleichzeitig in demselben erregte temporäre Magnetismus gleich M war:

$i =$	379	696	1003	1299	283
$M =$	2,7	3,8	4,3	4,4	4,7
$v =$	0,5	1,5	2,4	3,3	4,5
$Mi/v =$	205	176	180	173	190

Nach diesen und anderen Resultaten ist die Verkürzung eines stark gespannten Drahtes dem Product aus der Intensität des magnetisirenden Stromes und dem im Draht erzeugten Magnetismus direct proportional.

Drähte aus weichem und hartem Stahl zeigen dasselbe Verhalten. Nach der Unterbrechung des Stromes kehren sie auf ihre frühere Länge

zurück, obgleich sie noch einen gewissen permanenten Magnetismus behalten.

Kupferstäbe und Drähte zeigen die Erscheinungen nicht.

981 Alfred M. Mayer[1]) verwendete 152,4 cm lange, 1,27 cm dicke, ihrer ganzen Länge nach mit einer Magnetisirungsspirale von 2 cm innerem und 4,4 cm äusserem Durchmesser umgebene horizontale Eisenstäbe. Sie wurden an zwei Stellen durch zwei Spiralfedern unterstützt, um ihre Biegung zu verhüten, und vor dem Gebrauch auf ihren Magnetismus untersucht. Waren sie magnetisch, so wurden sie mit ihrem Südpol nach unten gerichtet geschlagen, bis sie keine Anzeichen von Magnetismus mehr gaben. (Dass sie sich dabei nicht mehr wie ganz frische, unmagnetische Stäbe verhalten, wäre zu beachten.) Die Magnetisirungsspirale mit den Eisenstäben wurde in der Richtung des magnetischen Meridians aufgestellt, und der Strom in der Richtung hindurchgeleitet, dass die Stäbe dadurch in gleichem Sinne magnetisirt wurden, wie durch den Erdmagnetismus. Nach diesen Versuchen dehnt sich ein Eisenstab beim Schliessen des ersten herumgeleiteten Stromes aus; bei dem Oeffnen zieht er sich nicht ganz so weit zusammen, wie er sich ausgedehnt hat. Also bewirkt der permanente Magnetismus eine Verlängerung. Wird der Strom wieder geschlossen, so dehnt sich der Stab weniger als das erste Mal aus; dann bleibt er constant. Bei wiederholten Einwirkungen zeigt sich indess in Folge der Erwärmung eine dauernde Verlängerung.

Mit wachsender Stromintensität nimmt die Verlängerung der Stäbe zu, und zwar unabhängig, ob dieselbe schnell oder langsam anwächst; bei der Abnahme der Stromintensität ziehen sie sich wiederum weniger zusammen, als sie sich ausgedehnt haben.

Verschiedene Eisensorten geben verschiedene Resultate.

Stahlstäbe verhalten sich anders. Weichere Stahlstäbe dehnen sich beim Magnetisiren aus (z. B. um 0,8 Theilstriche der Scala), und dehnen sich beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes nochmals aus (um 0,6 Theile). Bei wiederholtem Schliessen ziehen sie sich (um 0,25) zusammen und dehnen sich beim Oeffnen (um 0,25) aus. Ein harter Stahlstab zieht sich bei der ersten Magnetisirung zusammen (um 0,4) und dehnt sich beim Oeffnen des Stromes (um 0,25) aus. Beim zweiten Schliessen zieht sich der Stab (um 0,2) zusammen und dehnt sich beim Oeffnen um ebensoviel aus u. s. f.

Durch Reflexion des vom Spiegel am Ende der Stäbe reflectirten Lichtes auf eine rotirende, mit empfindlichem Collodium überzogene Glasplatte, so dass sich das Bild bei der Längenveränderung der Stäbe in radialer Richtung verschiebt, kann an der verzeichneten Curve nachgewiesen werden, dass die Verlängerung bei starken Kräften schneller

---

[1]) Alfred M. Mayer, Phil. Mag. [4] 46, 177, 1873.

geschieht, als bei schwächeren, und die Contraction langsamer vor sich geht. Die Zeiten betragen etwa $^1/_{20}$ bis $^1/_{10}$ Secunde.

982 Dasselbe hat später Righi[1]) beobachtet, indem er Eisenstäbe von 1,4 m Länge und 3 bis 16 mm Dicke unten an einen um eine horizontale Axe drehbaren Spiegel angreifen liess, dessen mit Scala und Fernrohr beobachtete Drehungen die Längsänderungen der Stäbe angaben. Oben wurden die Stäbe in eine feste Messingklemme eingeschraubt. Die Magnetisirungsspirale war an dem unteren Ende der Stäbe selbst befestigt, so dass sie sich mit ihnen bewegte, und der Einfluss der gegenseitigen Verschiebungen beseitigt war. Auch hier fanden sich die Verlängerungen nahe den Quadraten der Intensitäten i der Ströme in der Spirale proportional, so dass das Maximum des Momentes noch nicht erreicht war.

Wird um eine magnetisirte Stange ein schwächerer Strom in gleicher Richtung wie der magnetisirende geleitet, so ist die Verlängerung nur klein; wird er in entgegengesetzter Richtung herumgeleitet, so tritt eine Verkürzung ein, durch welche die permanente Verlängerung zum Theil, aber nie ganz vernichtet wird.

983 In einer etwas abgeänderten Weise hat Berget[2]) die Längenänderungen beobachtet. Ein 5,2 cm langer, 1,98 cm dicker verticaler Eisenstab, der oben und unten durch einen gleich dicken Kupferstab verlängert ist, ist auf einem Bronzelager mit drei Stellschrauben inmitten einer Spirale an der Stelle des gleichförmigen Magnetfeldes in derselben aufgestellt. Auf dem oberen Ende ist eine schwarze ebene Glasplatte befestigt, über der sich auf einem Dreifuss mit Stellschrauben eine planconvexe Linse mit der convexen Seite nach oben befindet. Dazwischen entstehen bei Beleuchtung mit einer mit Bromnatrium gefärbten Bunsen'schen Flamme Fransen. Die Stärke des Magnetfeldes wurde durch eine hineingebrachte Inductionsspirale gemessen.

Beim Durchleiten des Stromes durch die Spirale verschieben sich die Fransen, woraus man die Verlängerung des Stabes berechnen kann. Sie beträgt in Magnetfeldern von 49 bis 540 C.-G.-S. bezw. $0{,}0_3255$ bis $0{,}0_3562$ mm und lässt sich in ihrer Abhängigkeit von der magnetisirenden Kraft durch eine Formel $y = A(1 - e^{-\alpha x})$ darstellen.

984 Analoge Versuche sind für verschiedene Stoffe von Shelford Bidwell[3]) nach einer der von Righi ähnlichen Methode angestellt worden. Die 106 cm langen verticalen Stäbe befanden sich in einer 1,5 cm längeren Magnetisirungsspirale, um den mechanischen Zug derselben auf erstere zu vermeiden. Sie hatten oben und unten starke Messing-

[1]) Righi, Mem. di Bologna 4 [1], 1879; Beibl. 4, 802. — [2]) Berget, Compt. rend. 115, 722, 1892; Beibl. 17, 478. — [3]) Shelford Bidwell, Proc. Roy. Soc. London 38, 265, 1885; 40, 109; 46, 1886; 47, 469; Beibl. 9, 689; 10, 423, 726; 14, 1154.

fortsätze, von denen der untere auf einer conisch ausgehöhlten Messingplatte ruhte, der obere an einem um eine Schneide drehbaren einarmigen Hebel angriff, welcher mittelst einer Schneide auf einen an der Hinterseite eines verticalen, auf einer Schneide ruhenden Spiegels befestigten Arm drückt. Seine Drehungen wurden mittelst Scala und Fernrohr abgelesen. Um Wärmewirkungen zu vermeiden, wurde der an einer Tangentenbussole gemessene Strom nur 1 bis 2 Secunden geschlossen. Der Stab war, um seitliche Abweichungen zu vermeiden, durch Korke möglichst in der Mitte der Spirale befestigt.

Bei verschiedenen Versuchen ergab sich für die temporären Verlängerungen:

Die Länge eines Eisenstabes wächst bei steigenden temporären Magnetisirungen bis zu einem bestimmten kritischen Punkt; darüber hinaus nimmt die Verlängerung ab und geht in eine Verkürzung über. Unmittelbar jenseits des kritischen Punktes ist die Verminderung der Verlängerung proportional der Zunahme der magnetisirenden Kraft. Die grösste bisher beobachtete Verkürzung war etwa halb so gross, wie die grösste Verlängerung. Der Werth der der Maximalverlängerung entsprechenden magnetisirenden Kraft ist etwa doppelt so gross, als bei dem Wendepunkt; er ist grösser bei dicken als bei dünnen Stäben, und ändert sich umgekehrt proportional mit der Quadratwurzel des Durchmessers der Stäbe (2,65, 3,65 und 6,25 mm).

985 Nach Lochner [1]) soll im Gegentheil die Ausdehnung dickerer Stäbe grösser, und der Quadratwurzel aus dem Verhältniss des Durchmessers zur Länge proportional sein (während sie nach Bidwell den Quadratwurzeln der Durchmesser proportional ist). Auch soll sie sich direct wie die Permeabilität ändern.

Wird der einen Eisenstab magnetisirende Strom langsam bis zur Erzeugung des Maximums der Verlängerung gesteigert und dann wieder langsam geschwächt, so nimmt nach Lochner [1]) bei Messungen mit dem Interferentialrefractometer die Verlängerung noch weiter zu, etwa um 0,05 bis 0,2 der ganzen erreichbaren Verlängerung.

Der Wendepunkt und wahrscheinlich auch der Punkt der Maximalverlängerung tritt bei gespannten Drähten bei einer geringeren magnetisirenden Kraft auf, als bei nicht gespannten.

986 Stahl verhält sich nach Bidwell (l. c.) ähnlich; die Maximalelongation ist kleiner, als bei Eisen und ebenso das Verhältniss der Verminderung jenseits des Maximums. Der kritische Werth der Magnetisirung vermindert sich mit wachsender Härte bis zum gelben Anlassen; darauf wächst er wieder und wird bei sehr hartem Stahl sehr gross. In weichem Stahl bewirkt eine durch Abnehmen einer gewissen magneti-

---

[1]) S. J. Lochner, Electrician 32, 143, 1893; Beibl. 18, 231.

sirenden Kraft erzeugte kleinere Kraft eine grössere temporäre Dehnung, als bei directer Wirkung. Ist einmal im weichen Stahl eine temporäre Verlängerung erzeugt, so kann sie durch eine magnetisirende Kraft erhalten werden, welche für sich zu klein ist, um eine merkbare Verlängerung zu erzeugen.

Nickel zieht sich nach Bidwell (l. c.) bei Einwirkung magnetisirender Kräfte zusammen, selbst noch, wenn sie die zur Maximalelongation des Eisens erforderliche Stärke weit überschreiten. Die grösste bisher beobachtete Maximalzusammenziehung beim Nickel ist grösser als das Dreifache der Maximalelongation des Eisens, und die Grenze ist noch nicht erreicht. Durch Spannung wird die magnetische Contraction in schwachen Feldern vermindert, in Feldern von mehr als 140 bis 150 Einheiten bis zu einem gewissen kritischen Werth gesteigert und durch grössere Spannung vermindert. 987

Vor jedem Versuch wurden die Stäbe mittelst eines viel stärkeren Stromes, als die später benutzten, durch die Magnetisirungsspirale permanent magnetisirt. In Eisen war die grösste Elongation in Folge der permanenten Magnetisirung etwa $^1/_3$, bei Nickel die grösste Verkürzung etwa $^1/_{25}$ der ganzen Verlängerung.

Mittelst eines mit einem Spiegel versehenen Hebels nebst Scala und Fernrohr beobachtete Barrett[1]) an 24 cm langen und 2,5 cm dicken Kobaltstäben, dass die Ausdehnung nach der Einwirkung des ersten Stromes beim wiederholten Magnetisiren wesentlich die gleiche, etwa $^1/_{260000}$ der Länge, also ungefähr $^2/_3$ von der des Eisens ist. Beim Nickel ist die plötzlich eintretende Verkürzung etwa $^1/_{130000}$, also doppelt so gross als die Verlängerung des Eisens. Umkehrung des Stromes ändert die Resultate nicht. Die Spirale umgab die Stäbe auf ihrer ganzen Länge. Eine Temperaturerhöhung bis auf 50° hat auf die Verlängerung des Kobalts und Eisens beim Magnetisiren kaum einen Einfluss; beim Nickel wird die Verkürzung auf $^3/_4$ ihres früheren Werthes reducirt. 988

Nach Shelford Bidwell ändert ein Kobaltstab seine Länge in einem schwachen Felde kaum. Bei 50 C.-G.-S.-Einheiten zieht er sich zusammen, erhält bei 200 bis 400 Einheiten das Minimum der Länge, dehnt sich bei einer Feldstärke von 750 bis zu seiner ursprünglichen Länge aus und dann weiter bis zu den höchsten Stärken[2]). 989

Versuche über Veränderungen der Länge eines Stabes bei cyklischen Veränderungen der Magnetisirung wurden von Nagaoka[3]) in ähnlicher Weise wie die von Righi angestellt. Sie ergaben die be- 990

[1]) Barrett, Phil. Mag. [4] **47**, 51, 1874; Nature **26**, 515, 586, 1882; Beibl. **7**, 201. — [2]) Shelford Bidwell, Nature **38**, 224, 1888; Beibl. **14**, 64. — [3]) Nagaoka, Phil. Mag. [5] **37**, 131, 1894; Beibl. **18**, 595. Wied. Ann. **53**, 487, 1894.

kannten Hysteresiscurven, und zwar nahezu vollkommen symmetrisch zu der Magnetisirung Null, wenn die Magnetisirung zwischen gleich grossen positiven und negativen Werthen continuirlich geändert wurde. Die absoluten Werthe der Verkürzungen entsprechen den Messungen Bidwell's. Ebenso verhält es sich mit den absoluten Werthen der Verlängerungen der Eisendrähte. Wegen des „Wendepunktes", welchen Eisen bei der durch Magnetisirung hervorgerufenen Verlängerung zeigt, fallen indess die Hysteresiscurven bei Eisen weit complicirter aus als bei Nickel, indem bei genügend starken Magnetisirungen die beiden Curvenäste im Allgemeinen zwei Maxima besitzen.

Auch fand Nagaoka an drei Ovoiden von der Länge der Rotationsaxe $2a = 18$ cm, des darauf senkrechten Durchmessers 0,6 cm, also mehr stabförmigen Ovoiden von weichem, schwedischem Eisen, Nickel (99 proc.-haltig) und Kobalt (93 Proc. Co, 5,8 Ni, 0,8 Fe u. s. f.), dass bei allen dreien die Längenänderung nahezu proportional dem Quadrat der magnetisirenden Kraft ist. Beim Eisen verlängerte die Axe sich mit zunehmender magnetisirender Kraft erst bis zu einem Wendepunkt, von dem an sie nur langsam bis zu einem Maximum anstieg, um dann sich allmählich immer weiter zusammenzuziehen.

Nickel verhält sich einfacher wie Eisen. Es zeigt eine mit wachsender Magnetisirung einem Grenzwerth zustrebende Verkürzung. Bei cyklischen Magnetisirungen ist die Curve symmetrisch zur Feldstärke Null, auch zeigt sich eine Hysteresis.

Kobalt verhält sich zuerst wie Nickel, indess von einer maximalen Contraction an nähert es sich wieder seiner ursprünglichen Länge, also gerade entgegengesetzt wie Eisen, nur tritt die maximale Contraction in einem viel intensiveren Felde auf.

In quantitativer Beziehung stimmen beim Nickel die absoluten Werthe der Verlängerungen beim Eisen und der Verkürzungen beim Nickel mit den Messungen von Bidwell.

991 Messungen der Durchmesser von Eisen- Nickel- und Kobaltringen[1]), welche mit einer Magnetisirungsspirale umgeben waren, geben bei geeigneten Vorsichtsmassregeln gegen den Einfluss der Erwärmung Resultate, die denen von geraden Stäben im Allgemeinen entsprechen. Bei magnetisirenden Kräften bis zu 840 C.-G.-S.-Einheiten zog sich Eisen bis um $45 . 10^{-7}$ seiner Länge zusammen, wo eine Annäherung an ein Maximum bemerkbar wurde. Nickel erreichte eine Verkürzung von $113 . 10^{-7}$, die ebenfalls einem Maximum nahe war. Kobalt ändert seine Länge bis zu einer Kraft von 30 bis 40 C.-G.-S.-Einheiten nicht, dann nahm die Länge bis zur Kraft 400 bis um $50 . 10^{-7}$ ab. Nachher bis zu 800 Einheiten nahm die Länge wieder zu, so dass die Zusam-

[1]) Shelford Bidwell, Proc. Roy. Soc. London 43, 406, 1888; Beibl. 12, 600.

menziehung nur $^3/_5$ ihres Maximums betrug. Letzteres Maximum fiel nicht mit dem Maximum der Magnetisirung zusammen.

992 Nach Beatson[1]) bewirkt auch ein hindurchgeleiteter Strom eine Verlängerung eines Eisenstabes, unabhängig von seiner Erwärmung.

Leitet man indess einen Strom durch einen Eisenstab, an dessen Ende ein Ocularmikrometer befestigt ist, welches man durch ein Mikroskop betrachtet, so bemerkt man erst allmählich eine zunehmende Verlängerung, die jedenfalls der Erwärmung des Stabes zuzuschreiben ist. — Ist der Stab vorher magnetisirt worden, so tritt im ersten Moment eine äusserst geringe Verkürzung ein, welcher dann die Dehnung folgt.

993 Auch Righi[2]) hat dasselbe nach der §. 982 erwähnten Methode beobachtet. Er fand, dass noch nach dem Oeffnen des Stromes eine kleine permanente Verkürzung zurückbleibt. Bei wiederholtem Oeffnen und Schliessen gelangt der Draht in einen constanten Zustand, in dem er in beiden Fällen immer wieder die gleiche temporäre und permanente Verkürzung erleidet. Wird ein Strom in entgegengesetzter Richtung wie der erste durch den Stab geleitet, so tritt eine Schwingungsbewegung des Spiegels ein, indem erst der Magnetismus des Stabes aufgehoben und dann im entgegengesetzten Sinne wieder hergestellt wird. Dabei hört man im Draht einen Ton.

994 Leitet man erst durch einen Draht einen ihn permanent transversal magnetisirenden Strom und dann nach dem Oeffnen desselben einen Strom herum, so verlängert sich nach Righi der Draht temporär und behält eine permanente Verlängerung über seinen natürlichen Zustand hinaus bei. Ist der Draht auf diese Weise permanent magnetisirt und wird ein Strom hindurchgeleitet, so verkürzt er sich wieder sehr merklich.

Wird der Draht permanent longitudinal magnetisirt und dann ein Strom erst im einen, dann im entgegengesetzten Sinne hindurchgeleitet, so tritt im letzten Falle eine neue Verkürzung ein, wobei wiederum eine longitudinale Schwingung zu beobachten ist.

Zeigt ein longitudinal magnetisirter Stab beim Durchleiten eines Stromes im einen oder im anderen Sinne das eine Mal eine Verkürzung, das andere Mal eine Verlängerung, so kann dies nur von Unregelmässigkeiten in der Structur (Torsionen) herrühren.

Andere Versuche[3]) von Bidwell betrafen die Längsänderungen von Ringen senkrecht zu den Kraftlinien. Gehärtete und gekühlte Eisenringe verhalten sich gleich; beide werden bei schwachen Magnetisirungen erst schmaler, bei stärkeren breiter.

---

[1]) Beatson, Archives des sc. phys. et nat. 2, 113, 1846. — [2]) Righi, Mem. di Bologna 4, I, 1879; Beibl. 4, 802. — [3]) Sh. Bidwell, Proc. Roy. Soc. 56, 94, 1894; Beibl. 18, 952.

Aus beiden Versuchsreihen lässt sich die Volumenänderung der Ringe berechnen, die annähernd der Summe der drei zu einander senkrechten Längenänderungen gleich ist. Das Volumen des gekühlten Ringes nimmt bei allen Magnetisirungen ab; im Maximum bei einer magnetisirenden Kraft von 50 C.-G.-S., das Volumen des gehärteten Ringes nimmt erst ab, dann wieder zu, erreicht bei der Kraft 90 C.-G.-S. seinen ersten Werth und dehnt sich dann weiter aus.

995 Nach den Versuchen von Shelford Bidwell[1]) ist die magnetische Verlängerung beim Durchleiten eines Stromes durch einen longitudinal magnetisirten Stab grösser als die eines stromlosen Drahtes. So waren bei Versuchen nach der oben angegebenen Methode an einem 0,75 mm dicken Draht die Verlängerungen in Zehnmillionteln der ganzen Drahtlänge

Stromstärke im Drahte, Ampères	Grösste Verlängerung in einem Felde von ca. 40 C.-G.-S.-Einheiten	Verkürzung in einem Felde von ca. 315 C.-G.-S.-Einheiten	Feld, in welchem die Länge unverändert bleibt
0	11,5	22,5	130
1	14,5	17,5	170
2	20	12	200

Hierbei tordirt sich indess nach meinen Versuchen der Draht (siehe weiter unten).

In Nickel beeinflusste ein hindurchgeleiteter Strom die Längenänderung bei longitudinaler Magnetisirung nicht merklich, obgleich Längsspannungen die Verkürzung des Nickels durch Magnetisirung stark beeinflussen.

In Kobalt ändern sich die Längsänderungen beim Magnetisiren weder durch Längsspannungen noch durch hindurchgeleitete Ströme in merklicher Weise.

996 Bei Beurtheilung dieser Versuche muss man berücksichtigen, dass die Wirkung der Magnetisirung eine doppelte ist.

Die erste Wirkung ist eine rein äussere elektromagnetische. Ist der magnetisirte Stab in der Axe der Spirale ausgespannt, so werden seine an ihren Enden befindlichen Stellen in sie hineingezogen. Ragt also der Stab an beiden Enden aus ihr hervor, so verkürzt er sich dadurch; ist er an einem Ende befestigt und die Spirale über sein freies Ende geschoben, so überwiegt ihr Zug auf die nach der Seite des Befestigungspunktes überwiegend befindliche Masse des Stabes; er verlängert sich; wird die Spirale zum befestigten Ende hingeschoben, so

---

[1]) Shelford Bidwell, Proc. Roy. Soc. London 51, 495, 1892; Beibl. 17, 582.

vermindert sich die Verlängerung und kann einer Verkürzung Platz machen.

Ferner kann der Stab, wenn er nicht in der Axe der Spirale befestigt ist, sich nach der Seite biegen und dadurch scheinbar verkürzen.

Die zweite Wirkung kann in einer Aenderung der Länge der Stäbe durch die Drehung ihrer Molecüle um ihren Schwerpunkt bei der Magnetisirung bestehen.

In Folge davon können sich bei der Magnetisirung die axial in gleicher Lage gerichteten Molecularmagnete mit ihren einander zugekehrten, entgegengesetzten Polen einander anziehen und so eine Verkürzung des Stabes bedingen.

Es könnte aber auch hierdurch der Stab verlängert werden, wenn man die vorläufig durchaus nicht bewiesene Hypothese machen wollte, dass die magnetischen Molecüle in der Richtung ihrer magnetischen Axe eine grössere Längsausdehnung besässen, als nach den anderen Richtungen [1]).

Endlich kann in Folge der Umlagerung der Molecüle secundär eine Torsion oder Detorsion des Drahtes eintreten, wenn er etwa schon vorher als Stromleiter gedient hatte oder tordirt war. Durch die Aenderung der Torsion könnte die Länge des Stabes verändert werden.

Auch kann der Stab oder Draht, wenn er gebogen ist, also bei horizontaler Einklemmung mit seinem freien Ende nach unten geneigt ist, gerade gerichtet werden. Wird also in diesem Falle sein freies Ende von oben beobachtet, so scheint er sich zu verlängern.

Wie bedeutend die rein äussere elektromagnetische Längenveränderung der Stäbe ist, zeigen folgende Versuche von Wertheim und Beetz: 997

Als Wertheim [2]) einen weichen Eisenstab von 1 m Länge in horizontaler Lage mit seiner Mitte in einen Schraubstock einspannte und auf sein eines Ende eine Drahtspirale von 25 cm Länge und 18 cm innerem Durchmesser schob, so dass die Axen des Stabes und der Spirale zusammenfielen, wurde das Ende des Stabes in die Spirale hineingezogen. Wurde über dem Ende des Stabes ein Mikroskop mit Fadenkreuz aufgestellt, so konnte seine Verlängerung gemessen werden. Sie betrug bei Wertheim's Versuchen selten mehr als 0,002 mm.

Wurde die Spirale gegen den Einklemmungspunkt des Stabes verschoben, so verminderte sich die Verlängerung. Sie müsste sich, wenn die Spirale dicht an demselben stände, mit einer Verkürzung vertauschen. Indess ist diese letztere unmessbar klein.

---

[1]) Vergl. Tyndall, Mondes 6, 622; Cosmos 24, 748, 1864. — [2]) Wertheim, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 23, 302, 1848; Pogg. Ann. 77, 43; ähnlich auch Buff, Annalen der Chem. und Pharm. Supplementbd. 3, 139, 1864/65.

998 Beetz[1]) klemmte analog einen Stab von etwa 1242 mm Länge und 12 mm Dicke in ostwestlicher Richtung, 4 m weit von einem Spiegelgalvanometer, in horizontaler Lage an dem einen Ende fest ein und stützte ihn an einigen Stellen durch leichte Rollen. An sein anderes Ende war ein Faden geknüpft, welcher über eine Rolle geführt und durch ein Gewicht belastet wurde. An der Stahlaxe der Rolle befand sich ein ebener Spiegel, dessen Drehungen mittelst Scala und Fernrohr abgelesen wurden. Eine Verschiebung des Spiegelbildes der Scala um einen Theilstrich entsprach hierbei der Verlängerung des Stabes um $0{,}0_4 8698$ mm. Ueber den Stab wurden vier Magnetisirungsspiralen (zwei von 53, und zwei von 75 mm Durchmesser und 23 mm Länge) zunächst so geschoben, dass sich der Stab in ihrer Axe befand. Lagen sie an dem freien Ende des Stabes, so ergab sich bei einem magnetischen Moment $m = 43{,}9$ Scalentheilen eine Verlängerung von 5,8 Scalentheilen; befanden sie sich auf dem festen Ende, wo $m = 36{,}8$ war, von nur 0,9 Theilen, waren sie gleichmässig vertheilt, wo $m = 42{,}3$ war, von 4,6 Scalentheilen u. s. f.

Der seitliche Zug der Spiralen bei excentrischer Stellung des Stabes hat dagegen nach Beetz nur einen geringen Einfluss. Der Stab wurde erst gut centrirt in die Spiralen gelegt, von denen die beiden engeren mit ihren Enden gerade mit den Stabenden abschnitten, die beiden weiteren zwischen ihnen in gleichen Abständen lagen; sodann wurden die Spiralen alle schief gelegt, endlich wurden sie seitlich verschoben, bis sie den Stab auf einer Seite mit ihrer Innenfläche fast berührten. Die Verlängerungen des Stabes betrugen hierbei 11,7, 11,6 und 10,3 Scalentheile.

Wurden in die symmetrisch geordneten Spiralen Eisenstäbe von 966, 922, 1250, 1242 und 1175 mm Länge und 1, 3, 4, 6, 12, 28 mm Durchmesser eingelegt, so verhielt sich bei dem Maximum der Magnetisirung die Verlängerung zur Länge des Stabes wie 1 : 13 880 000 : 21 200 000 : 2 210 000 : 1 230 000 : 2 110 000. Bei einem vierkantigen Stahlstab von 1010 mm Länge und 12 mm im Quadrat Querschnitt war das Verhältniss 1 : 42 440 000, also die Dehnung viel kleiner.

In allen diesen Fällen waren die Stäbe nur durch 1 kg gespannt. Wurden aber statt der Stäbe Drähte von 1250 mm Länge in der Axe der Spiralen ausgespannt, darin mit einem von kaltem Wasser durchflossenen Kühlrohr umgeben und an ihrem freien Ende durch grössere Gewichte gespannt, so verkürzten sie sich, wenn auch sehr wenig, bei der Magnetisirung (nur höchstens um 4,2 Scalentheile), was bei ausgeglühten Drähten stärker hervortrat. Auch bei verticaler Aufstellung des Apparates zeigten sich solche Verkürzungen, die bei 2035 mm langen, 0,24 und 0,36 mm dicken, ausgeglühten Drähten und bei Belastungen von 100 bis 1000 g bis zu 3,3 Scalentheilen stiegen (1 Scalentheil = $0{,}0_4 6658$ mm).

---

[1]) Beetz, Pogg. Ann. 128, 193, 1866.

Inwieweit die Verlängerung der nicht gespannten Stäbe etwa durch Geraderichten, die Verkürzung der gespannten Drähte durch Hineinziehen in die Magnetisirungsspirale oder durch Anziehung ihrer magnetischen Molecüle bedingt ist, ist nicht wohl zu sagen. Um diese Verhältnisse zu entscheiden, müsste die äussere elektromagnetische Wirkung völlig eliminirt werden, also die Magnetisirung der Stäbe und Drähte in der Axe einer so langen und weiten Spirale vorgenommen werden, dass die elektromagnetische Wirkung auf alle ihre Theile gleich wäre.

3. Beziehungen zwischen Torsion und Magnetismus.

a. Einfluss der Torsion auf den Magnetismus.

999 Vollständiger als bei diesen Versuchen, lassen sich die Beziehungen zwischen dem mechanischen und magnetischen Verhalten der Körper bei der Torsion untersuchen.

Zunächst ändert die Torsion eines magnetisirten Stabes seinen Magnetismus.

Ueber diesen Gegenstand sind zuerst einige Experimente von Matteucci, weitere Beobachtungen von Wertheim und ausführlichere Untersuchungen von mir angestellt worden, denen dann eine Reihe von Versuchen unter mehr oder weniger complicirten Verhältnissen gefolgt ist.

Matteucci[1]) hat den Einfluss der Torsion auf den Magnetismus eines Eisenstabes untersucht, indem er ihn in horizontaler Lage senkrecht gegen den magnetischen Meridian zwischen zwei Klemmen einspannte, von denen die eine auf einem Stativ festgestellt war, die andere um eine horizontale Axe in einem Lager gedreht werden konnte. Der Eisenstab war mit einer Magnetisirungsspirale umgeben, durch welche ein Strom geleitet wurde. Um den Stab wurde noch eine Inductionsspirale gelegt, deren Enden mit dem Galvanometer verbunden waren. Bei den Hin- und Herdrillungen des Stabes änderte sich sein magnetisches Moment, und in der Inductionsspirale wurden galvanische Ströme inducirt, deren Richtung die Zu- oder Abnahme des Momentes des Magnetstabes angab.

In ganz ähnlicher Weise, nur mit vollkommeneren Hülfsmitteln, hat Wertheim[2]) seine Versuche ausgeführt. Seine Stäbe waren etwa 1 m lang und hatten über 1 qcm grosse, kreisförmige, quadratische und rechteckige Querschnitte.

Auch E. Becquerel (siehe Wertheim, l. c.) hat ähnliche Experimente angestellt.

---

[1]) Matteucci, Compt. rend. 24, 301, 1847. — [2]) Wertheim, Compt. rend. 35, 702, 1852, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 50, 385, 1857; vergl. auch eine Andeutung von Choron, Compt. rend. 29, 1456, 1845.

1000 Ich selbst habe die Beobachtungen in folgender, mehr directer Weise ausgeführt [1]:

Flache Stahlstäbe von 227 mm Länge, 2 mm Dicke und 7,2 mm Breite wurden durch Einschieben in eine vom galvanischen Strome durchflossene Spirale *s*, Fig 260, verschieden stark magnetisirt. Sie waren dabei mit dem einen Ende in eine an einem Stativ befestigte Zwinge *a* von Messing eingeschraubt. Eine zweite Zwinge *b* von Messing diente zur Befestigung des anderen Endes der Stäbe. Sie setzte sich in einen Cylinder von Messing fort, der in einem, an dem Stativ des Apparates

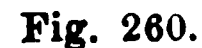
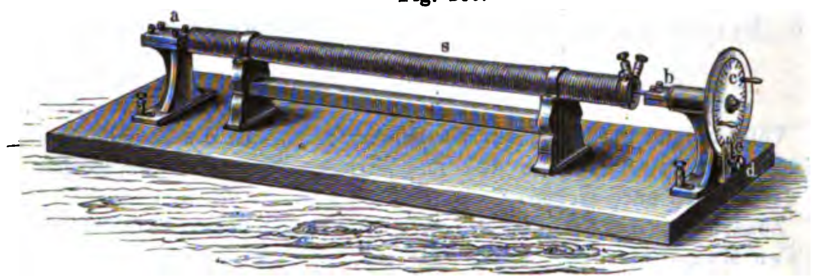


Fig. 260.



angebrachten Lager um seine Axe gedreht werden konnte. Der Cylinder trug ausserdem einen Theilkreis *c*, welcher durch eine Klemmschraube *d* festgestellt werden konnte und sich an einem Nonius vorbeibewegte, an welchem die dem Stabe ertheilte Drillung abgelesen wurde. Der ganze Apparat war vor einem in einer dicken Kupferhülse schwebenden magnetischen Stahlspiegel aufgestellt, so dass die feste Zwinge ihm in einer Entfernung von etwa einem halben Meter gegenüber stand, und die Axe des Stahlstabes senkrecht gegen den magnetischen Meridian gerichtet war. Die durch Fernrohr und Scala gemessenen Ablenkungen des Spiegels bestimmten das magnetische Moment der Stahlstäbe bei verschiedenen Graden der Drehung.

1001 Wir wollen zuerst das Verhalten magnetisirter Stäbe betrachten, deren temporäre Torsion so gering ist, dass sie nach Aufhebung der tordirenden Kräfte nur eine sehr kleine permanente Torsion behalten.

Wird ein Eisen- oder Stahlstab zu wiederholten Malen hin und her tordirt, während er sich in der vom Strom durchflossenen Magnetisirungsspirale befindet, so nimmt sein temporärer Magnetismus zuerst zu. Daher erhielten Wertheim und Matteucci in der die magnetisirende Spirale umgebenden Inductionsspirale bei den ersten Torsionen stärkere Ströme, als bei den

---

[1] G. Wiedemann, Pogg. Ann. **103**, 563, 1858; **106**, 161, 1859; Verhandlungen der Baseler Naturf. Gesellschaft 2, 169, 1860.

folgenden, und zwar von gleicher Richtung, wie der bei der ersten Magnetisirung des Stabes erzeugte Inductionsstrom. Bei wiederholten Hin- und Herdrillungen schloss Matteucci aus der abwechselnden Richtung der Inductionsströme auf eine abwechselnde Zu- und Abnahme des temporären Momentes des Stabes. Durch Wertheim's Versuche ist indess gezeigt worden, dass nach wiederholten Drillungen die temporär magnetisirten Stäbe einen constanten Zustand erhalten, in welchem sie ohne Torsion stets das gleiche Maximum des Magnetismus, bei gleichen Torsionen nach rechts oder links aber gleich starke Verminderungen dieses Maximums zeigen. — Beim Stahl sind diese Aenderungen viel schwächer als beim Eisen. Harte Eisen- und weiche Stahlstäbe stehen in ihrem Verhalten in der Mitte zwischen den weichen Eisen- und harten Stahlstäben.

So fand unter Anderem Wertheim die Inductionsströme bei aufeinander folgenden Torsionen:

Weiches Eisen					Stahl				
Drillungswinkel	Drillung rechts	Detorsion	Drillung links	Detorsion	Drehungswinkel	Drillung rechts	Detorsion	Drillung links	Detorsion
7° 10	> + 90	+ 90	— 3	+ 90	8° 30	+ 90	> + 90	+ 80	+ 62
	— 10	+ 80	— 25	+ 72		+ 80	+ 48	+ 40	+ 19
	— 41	+ 65	— 51	+ 59		+ 32	+ 25	+ 16	+ 7
	— 53	+ 54	— 53	+ 55		+ 10	+ 2	+ 12	0
						+ 6	0	+ 2	+ 1
						2	0	0	0

Die Zahlenwerthe geben die Ablenkungen der Nadel des von den Inductionsströmen durchflossenen Galvanometers nach der einen (+) oder anderen (—) Seite.

Aus meinen Versuchen ergiebt sich ferner:

Tordirt man einen Stahlstab, während er dem Einflusse des magnetisirenden Stromes ausgesetzt ist, zum ersten Male immer stärker, so wächst bei schwacher Torsion der temporäre Magnetismus und nimmt bei weiterer Torsion wieder ab.

Sind die Eisendrähte sehr stark gespannt, so ändert sich durch die Torsion ihr Magnetismus viel weniger, als bei schwacher Spannung [1]).

1002 Das permanente Moment eines magnetisirten Stabes, welcher nach Aufhebung der magnetisirenden Kraft tordirt

[1]) Sir W. Thomson, Proceed. Roy. Soc. 27, 439, 1878; Beibl. 2, 608.

wird, nimmt nach **Matteucci** bei wiederholten Hin- und Herdrillungen schnell ab.

Als **Wertheim** Stäbe von 1 m Länge in seinem Apparate nach Unterbrechung des Stromes in der Magnetisirungsspirale um gleich viel nach rechts und links drillte, erhielt er z. B. Inductionsströme von folgenden Intensitäten:

Eisen					Stahl				
Torsionswinkel	Drillung rechts		Drillung links		Torsionswinkel	Drillung rechts		Drillung links	
	Torsion	Detorsion	Torsion	Detorsion		Torsion	Detorsion	Torsion	Detorsion
7° 10	> — 90	— 35	— 75	+ 2	8° 30	> — 90	— 80	> — 90	— 44
	— 58	+ 14	— 45	+ 18		— 67	— 28	— 39	— 14
	— 33	+ 22	— 25	+ 24		— 51	— 20	— 18	— 5
	— 26	+ 24	— 25	+ 25		— 14	0	— 15	0
14° 20	— 59	+ 38	— 50	+ 44		0	0	0	0
	— 52	+ 47	— 51	+ 48					

1003 Bei meinen, nach der §. 1000 beschriebenen Methode angestellten Versuchen erhielt ich folgende Ablenkungen m des magnetisirten Stahlspiegels, als ein vor demselben aufgestellter, verschieden stark permanent magnetisirter, harter Stahlstab um eine bestimmte Anzahl Grade abwechselnd nach recht (+) und links (—) gedrillt wurde:

Drillung	m	α	m	α	m	α	m	α
0	42,2	—	56	—	95,2	—	156,8	—
+ 20	39	0,924	51,5	0,919	88,6	0,930	150	0,959
+ 40	36	0,922	48,5	0,941	84,8	0,957	143,2	0,954
+ 60	33,8	0,939	46	0,949	81,2	0,958	138,5	0,967
0	33,2		45,5		80,3		136,5	
+ 60	29		41,3		74		126,5	
0	29		42		75		128,5	

Die Werthe α entsprechen dem Quotienten der auf einander folgenden Magnetismen m.

Wurde der magnetisirte Stab wiederholt auf + 60° und — 60° gedrillt, so waren seine Magnetismen hierbei

0	+ 60	0	— 60	0	+ 60	0
128	123,6	123,8	120,2	122	120,5	121

Bei anderen Versuchen erhielt ein Stahlstab durch Einschieben in die Magnetisirungsspirale den permanenten Magnetismus 496,4. Derselbe verminderte sich durch eine Anzahl von Hin- und Herdrillungen um 30° nach rechts und links wie folgt:

Zahl der Drillungen	0	10	20	30	40	50	60	80	100	120
Magnetismus	496,4	68,2	60,2	59	57,7	57,5	56,8	55,9	54,9	54,5

Der Magnetismus des Stabes ändert sich also bei den weiteren Drillungen nur noch sehr wenig. Wurde jetzt der Stab je um 30° nach rechts und links gedreht, so ergab sich sein Magnetismus in diesen beiden Lagen (*r*, *l*) und der Gleichgewichtslage (0), welche er ohne tordirende Kraft annahm:

Drillung	*r*	0	*l*	0	*r*	0	*l*	0	*r*	0
Magnetismus	59,4	57,1	53	54,4	59,4	57,2	53	54,5	59,4	57,1

Aus diesen und anderen von mir ausgeführten Versuchen ergiebt **1004** sich:

I. Die permanenten Magnetismen der Stahlstäbe nehmen bei der Torsion ab, und zwar in einem mit wachsender Drillung abnehmenden Verhältniss. Die Abnahmen des Magnetismus sind bei gleicher Drillung den ursprünglichen Magnetismen der Stahlstäbe nahe proportional, indess bei den stärker magnetisirten Stäben etwas geringer, als dieses Gesetz verlangt. Wird ein gedrillter Stab in seine Gleichgewichtslage zurückgeführt, so erleidet er noch einen ferneren kleinen Verlust an Magnetismus.

Eine wiederholte Drillung nach derselben Seite vermindert den Magnetismus des Stahlstabes noch ganz allmählich. Wird der Stab indess nach der entgegengesetzten Seite gedrillt, so tritt von Neuem eine starke Verminderung des Magnetismus ein, die indess nicht in gleichem Verhältniss mit der wachsenden Drillung fortschreitet.

II. Wird ein magnetisirter Stahlstab so oft hin und her tordirt, dass sich sein permanenter Magnetismus nicht mehr verändert, wenn der Stab in seine Gleichgewichtslage zurückgekehrt ist, so bewirkt jede Torsion nach der einen Seite eine Zunahme, jede Torsion nach der anderen Seite eine Abnahme des Magnetismus. Der Magnetismus des Stabes, wenn er nicht tordirt ist, steht in der Mitte der Magnetismen bei den beiderseitigen Torsionen: er ist indess grösser als das Mittel jener beiden Werthe, wenn der Stab von der Torsion, wo er das Maximum des Magnetismus zeigt, zur Ruhelage zurückkehrt, kleiner als das Mittel bei der Rückkehr von der entgegengesetzten Drillung. — Statt der wiederholten Torsionen kann man auch Erschütterungen anwenden, um den Stab diesem constanten Zustande zuzuführen. Sie müssen indess äusserst kräftig und lange anhaltend gewirkt haben, damit der Mag-

netismus des Stabes nicht noch dauernd bei jeder Torsion nach beiden Seiten hin vermindert wird [1]).

Bei einem Eisenstabe stellt sich das Verhältniss ein wenig anders. Bei diesem sind die Aenderungen des Magnetismus, wenn er nach wiederholten, abwechselnd gerichteten Torsionen aus der Gleichgewichtslage wiederum nach der einen oder anderen Seite um gleichviel gedrillt und dann in die Gleichgewichtslage zurückgeführt wird, nahezu gleich, wie die Gleichheit der Inductionsströme dabei anzeigt.

1005 Sehr bemerkenswerth ist das Verhalten von Stahlstäben, welche zuerst eine starke Magnetisirung erhalten haben und dann durch einen entgegengesetzt magnetisirenden Strom zum Theil entmagnetisirt worden sind. Einige der in dieser Beziehung von mir erhaltenen Resultate sind in der folgenden Tabelle verzeichnet, in welcher unter *M* der ursprüngliche Magnetismus, unter *m* der Magnetismus der Stahlstäbe nach der theilweisen Entmagnetisirung, unter 10°, 20° u. s. f. die Magnetismen bei den entsprechenden Drillungen des Stabes angegeben sind.

Ungehärteter Stahlstab.

M	*m*	10°	20°	30°	40°	50°	60°
205	**174**	154	137	126	118	111	109
209	91	**92,5**	89,7	84,3	80,2	78	76
185	71,1	**73,6**	72,5	69,5	66,3	64,6	63,5
190	51,5	57	**59,5**	58	57,5	57,0	56,5
180	37,5	41,8	45,6	46,8	**47**	46,8	46,5
185	29	34,5	39,5	42	42,6	43,5	43,5
180	5	14,5	20,8	23,2	25,6	28,2	29
180,5	1	1,8	14	18	21,6	22,3	—

III. Hiernach verliert ein Magnetstab, welchem ein geringer Theil seines Magnetismus durch eine der ersten entgegengesetzte Magnetisirung entzogen worden ist, bei kleiner Drillung viel weniger Magnetismus, als ein gewöhnlich magnetisirter Stahlstab. Ein Stahlstab, dem eine grössere Menge von Magnetismus entzogen ist, zeigt bei der Drillung zuerst einen stärkeren Magnetismus, als ungedrillt. Dieser Magnetismus wächst bei weiterer Drillung bis zu einem Maximum und nimmt dann wieder ab. Je grösser die Menge des dem Magnetstab entzogenen Magnetismus ist, desto grösser muss die Drillung sein, bis das Maximum erreicht ist. Ist der Stab z. B. völlig entmagnetisirt, so nimmt er bei der Drillung wieder Magnetismus an, und dieser wächst mit zunehmender Drillung, indess in einem abnehmenden Verhältnisse [2]).

[1]) Dass Wertheim nach wiederholten Torsionen und Detorsionen eines Stahlstabes nach beiden Seiten keine Inductionsströme, also keine Aenderung seines Magnetismus beobachtete, liegt in der geringeren Empfindlichkeit seiner Apparate. — [2]) Siehe auch Knott, Phil. Trans. Roy. Soc. Edinb. **36** [2], 485, 1891; Beibl. **16**, 303.

1006 Viel complicirter stellen sich die Erscheinungen, wenn man einem Eisen- oder Stahlstab vor oder während der Magnetisirung eine bedeutendere permanente Torsion giebt und ihn dann entweder während der Einwirkung oder nach Aufhebung des magnetisirenden Stromes tordirt. Diese Verhältnisse hat besonders Wertheim (l. c.) studirt.

Wir betrachten sie zuerst bei temporär magnetisirten Stäben. Giebt man einem Eisenstabe eine permanente Torsion vor der Schliessung des magnetisirenden Stromes, magnetisirt ihn sodann temporär, indem man die Anordnung der Theilchen durch Erschütterungen erleichtert, und detordirt ihn, so nimmt der Magnetismus zu, bis er völlig detordirt ist. Das Maximum der temporären Magnetisirung fällt also mit der mechanischen Nulllage des Stabes zusammen. Giebt man aber dem Eisenstabe eine permanente Torsion, während der magnetisirende Strom auf ihn wirkt, und lässt den Stab sich detordiren, so zeigt er das Maximum des Magnetismus, während er noch nicht völlig bis zu seiner mechanischen Gleichgewichtslage detordirt ist. Bei der Detorsion bis zu dieser letzteren nimmt sein Magnetismus wieder ab. Beim weichen Eisen bedarf es hierbei einer sehr bedeutenden Torsion, um das magnetische Maximum aus der mechanischen Gleichgewichtslage zu verschieben bei harten Eisenstäben einer viel geringeren.

Wertheim bezeichnet diese Erscheinung mit dem Namen der Rotation des magnetischen Maximums. Er hat dasselbe näher bestimmt, indem er den temporär tordirten und magnetisirten Stab mehr oder weniger detordirte und dabei beobachtete, bis zu welcher Detorsion der in der umgebenden Inductionsspirale erscheinende Strom in einem bestimmten Sinne floss und ob er sich bei weiterer Detorsion umkehrte. Würden die durch gleiche Drillungen auf beiden Seiten des Maximums bewirkten Zunahmen oder Abnahmen des magnetischen Momentes des Stabes gleich sein, so würde das Maximum bei der Hälfte der Detorsion erreicht sein, bei welcher sich gerade kein Inductionsstrom zeigt. Indess ist diese Annahme nicht ganz richtig, da bei der Detorsion bis zum magnetischen Maximum verhältnissmässig schwächere Inductionsströme entstehen, als bei gleich grossen Drillungen über dasselbe hinaus.

1007 Das Verhalten der permanent magnetisirten Stäbe ist ein ähnliches. Oeffnet man den Strom, durch welchen man einen stark tordirten Stab magnetisirt hat, ehe man den Stab detordirt, so zeigt sich das Maximum des permanenten Magnetismus erst bei einer bestimmten Detorsion.

Dieselbe muss um so kleiner sein, um das Maximum zu erreichen, je weicher das angewandte Eisen ist.

Die Verschiebung des Maximums des permanenten Magnetismus verhält sich beim weichen Eisen und Stahl gerade entgegengesetzt, wie die des Maximums des temporären Magnetismus. Während die Ver-

schiebung des Maximums des temporären Magnetismus aus der mechanischen Gleichgewichtslage der Stäbe, welche sie nach Aufhebung der tordirenden Kräfte annehmen, beim weichen Eisen viel kleiner ist, als beim harten Eisen und Stahl, ist die Verschiebung des Maximums des permanenten Magnetismus aus jener Gleichgewichtslage beim Stahl viel kleiner als beim Eisen.

1008 Matteucci[1]) hat die durch die Torsion in magnetisirten Stäben erzeugten Aenderungen ihres Magnetismus noch auf eine andere Art untersucht. Die Stäbe waren, wie bei den §. 999 beschriebenen Versuchen, in ostwestlicher Richtung zwischen einer festen und einer drehbaren Klemme eingespannt. Ihre Enden waren mit den Enden des Drahtes eines Galvanometers verbunden. Um die Stäbe war eine Magnetisirungsspirale gelegt. Die Intensität des Stromes in derselben wurde durch eine Sinusbussole gemessen.

Wird der Stab während der Wirkung des magnetisirenden Stromes geschlagen und dann tordirt, so entsteht ein Strom in dem Stabe selbst. Wird der Stab schraubenrechts gedreht, so fliesst der Strom im Stabe von dem Südpol zum Nordpol. Bei entgegengesetzter Torsion fliesst der Strom in entgegengesetzter Richtung. Bei der Detorsion bilden sich Ströme, welche den bei den Torsionen erhaltenen entgegengerichtet sind. Erst nach drei bis vier Hin- und Herdrillungen werden die Ströme constant.

Tordirt man den Stab zuerst, magnetisirt ihn sodann und detordirt ihn nachher, so erhält man die gleichen Resultate.

Werden harte Stahlstäbe tordirt und detordirt, nachdem der magnetisirende Strom geöffnet ist, so erhält man Ströme, welche denen bei der Torsion temporär magnetisirter Stäbe entgegengesetzt gerichtet sind, nachdem durch die ersten Torsionen der Magnetismus der Stäbe zum Theil verschwunden ist.

Die Intensitäten der Inductionsströme, welche bei den ersten Torsionen von Stäben von 60 bis 80 cm Länge und 4 bis 9 mm Durchmesser innerhalb der ersten 20^0 entstehen, sollen den Torsionswinkeln proportional sein.

Hat man einen Stab so weit (um T^0) temporär tordirt, dass er beim Aufheben der tordirenden Kraft eine permanente Torsion von t Grad behält, so soll der Inductionsstrom, welcher die völlige Detorsion des Stabes begleitet, ebenso stark sein, wie der bei der temporären Torsion $T - t$ erhaltene.

Ein Stab, sei er tordirt oder nicht, giebt bei der Magnetisirung keinen Inductionsstrom. Wird aber der Stab erst magnetisirt, dann tordirt, wird dann der magnetisirende Strom aufgehoben und der Stab detordirt, so erhält man bei neuer Magnetisirung einen Inductionsstrom

[1]) Matteucci, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 53, 385, 1858.

in demselben. Wird der Stab vor dem Oeffnen des magnetisirenden Stromes detordirt, so ist der nach der Unterbrechung desselben bei neuer Magnetisirung erhaltene Strom viel schwächer. Diese Inductionsströme entstehen nur bei der ersten Torsion.

Nach dem Oeffnen des magnetisirenden Stromes nehmen die durch wiederholte Torsionen des Stabes erzeugten Inductionsströme sehr schnell an Intensität ab.

Werden die Stäbe vor dem Magnetisiren tordirt, darauf magnetisirt und wiederum tordirt, so ändert sich nichts an der Erscheinung.

Um die Aenderung der temporären longitudinalen Magnetisirung von Nickeldrähten durch die Torsion bei verschiedener Belastung zu untersuchen, hat Nagaoka[1]) die in einer Magnetisirungsspirale befindlichen Drähte am oberen Ende neben einem Spiegelmagnetometer vertical aufgehängt und unten mit einem Haken versehen, an welchen Gewichte gehängt wurden. Ein an dem unteren Ende des Drahtes ihm conaxial angebrachter Cylinder mit einem Zeiger drehte sich in einem zweiten, in Grade getheilten Cylinder, so dass die Torsionen daran abgelesen werden konnten. Die Drähte wurden, nachdem sie durch wiederholte Drillungen auf $\pm$ 180° auf einen constanten Zustand gekommen waren, je um 20° bezw. 30° tordirt. Die Erscheinungen sind den Bedingungen entsprechend recht complicirt. **1009**

In einem schwachen Magnetfelde (0,34 C.-G.-S.) vermehrt sich bei schwacher Belastung durch die Torsion zunächst die Magnetisirung erst schnell, dann langsam bis zur grössten Torsion. Bei der Detorsion nimmt die Magnetisirung schneller ab, als sie bei der Torsion zunahm, auch noch über die untordirte Lage des Drahtes hinaus, wo sie bald Null wird. Dann wechselt das Zeichen[2]), die negative Magnetisirung erreicht ein Maximum und sinkt nachher bis Null. Bei der Rücktorsion auf Null erhält der Draht fast seine frühere Magnetisirung wieder.

In starken Feldern nimmt die Magnetisirung bei der Torsion ab, bei der Detorsion, wo sie grösser ist, als bei der entsprechenden Torsion, nimmt sie bis zu einem bestimmten Drillungswinkel zu, erreicht dort ein Maximum und sinkt dann auf den früheren Werth für die Torsion Null. Im Eisen sind die Verhältnisse einfacher.

Wird die Belastung des Drahtes gesteigert, so bleibt das Verhalten beim Tordiren nahe dasselbe, dagegen wächst die entgegengesetzte Magnetisirung beim Detordiren, und nach dem neuen Tordiren erreicht der Draht nicht den früheren Werth. Bei starker Belastung wird endlich die Magnetisirungscurve nahe symmetrisch zu der Linie der Magneti-

---

[1]) Nagaoka, Journ. of the College of Science Imper. Univ. Japan **2**, 284, 303, 1888; **3** [3], 189, 190, 1889; Beibl. **13**, 189, 1014. — [2]) Siehe auch Banti, Atti della R. Accad. dei Lincei [2] 287, 1890; Mem. [4] **7**, 20, 1891; Beibl. **17**, 357.

sirung Null und der Drillung Null. Das Verhalten ist also ganz verschieden von dem des Eisens bei schwacher Belastung.

In verschieden starken Magnetfeldern sind zum Hervortreten der negativen Magnetisirungen Belastungen erforderlich, welche nahe der Stärke der Magnetfelder proportional sind. Die cyklische Magnetisirungscurve geht dabei von einer Curve mit zwei Schleifen in eine solche mit einer Schleife über.

Werden belastete Eisendrähte nach Herstellung des constanten Zustandes tordirt, so nimmt, wie schon erwähnt, der Magnetismus ab, beim Detordiren bis zu einem Maximum zu, von welchem er bis zur Torsion Null auf den ursprünglichen Werth zurücksinkt. Die Stärke des Magnetfeldes hat scheinbar keinen Einfluss auf die Hysteresis.

1010 Versuche an longitudinal magnetisirten Drähten mittelst Inductionsströmen sind ebenfalls von Nagaoka [1]) angestellt worden. Der Apparat war dem von mir construirten (§. 1000) ganz ähnlich, nur dass der Draht hinter der drehbaren Klemme noch durch eine mit Gewichten belastete, über eine Rolle geleitete Schnur gedehnt wurde. Die Resultate waren die folgenden:

1. Der Inductionsstrom bei plötzlicher Drillung eines Eisendrahtes oder plötzlicher Umkehrung der magnetisirenden Kraft, während der Draht um einen bestimmten Winkel tordirt bleibt, wächst mit der Stärke des Feldes durch einen Wendepunkt bis zu einem Maximum, von welchem er bei weiterer Verstärkung des Feldes wieder sinkt. — 2. Das Anwachsen des Inductionsstromes bei allmählicher Verstärkung des Magnetfeldes ist kleiner für grössere, als für mässige Torsionswinkel, indess wird in starken Magnetfeldern der Strom mit wachsender Drillung stärker. — 3. Der Maximalpunkt ändert sich mit der Stärke der Drillung und wird bei grösseren Drillungen in stärkeren Magnetfeldern erreicht. — 4. Der Inductionsstrom ist in gespannten Drähten kleiner als in ungespannten. Das Maximum verschiebt sich zu höheren magnetisirenden Kräften. — 5. In einem constanten Magnetfelde wächst der Inductionsstrom mit zunehmender Drillung bis zu einem Maximum, von welchem an er bei weiterer Drillung wieder abnimmt. — 6. Das anfängliche Anwachsen des Inductionsstromes mit zunehmender Drillung ist in schwachen Feldern grösser, als in starken. — 7. Der Maximalpunkt wird in stärkeren Magnetfeldern bei stärkerer Drillung erreicht. Die demselben Punkte entsprechende Drillung ist nach der Methode der Umkehr des magnetisirenden Stromes kleiner, als bei plötzlicher Drillung. — 8. Für dünnere Drähte ist das anfängliche Ansteigen des Stromes mit dem Wachsen der magnetisirenden Kraft grösser, indess wächst das Maximum des Stromes und die dasselbe liefernde magnetisirende Kraft mit der Dicke des

[1]) Nagaoka, Journ. of the College of Science Imper. Univ. Japan 3 [4], 1890; Beibl. 15, 53. Auch Phil. Mag. [5] 29, 123, 1890; Beibl. 14, 407.

Drahtes. — 9. In einem constanten Magnetfelde wird der Maximalpunkt für dickere Drähte bei kleineren Drillungen erreicht. — 10. Stahl verhält sich ganz wie Eisen, nur ist der Inductionsstrom schwächer und die dem Maximalstrome entsprechende magnetisirende Kraft grösser. — 11. Der Inductionsstrom in Nickeldrähten beim Tordiren oder Umkehren der magnetisirenden Kraft ist dem im Eisen entgegengesetzt, beim Tordiren zu einer rechts gewundenen Schraube vom Süd- zum Nordpol. — 12. Auch hier erreicht der auf die eine oder andere Weise erhaltene Inductionsstrom einen Wendepunkt und steigt dann sehr langsam bis zu einem Maximum, worauf er sehr langsam abnimmt. Der Wendepunkt wird bei gleichem Torsionswinkel schneller erreicht durch plötzliche Drillung als durch Umkehrung der magnetisirenden Kraft. — 13. Der Strom ist in schwachen Feldern bei belasteten Drähten kleiner, in starken grösser als bei unbelasteten. — 14. Bei constanter magnetisirender Kraft wächst der Strom bei plötzlicher Drillung mit Vergrösserung derselben, indess nimmt er über einen gewissen Torsionswinkel hinaus sehr langsam zu. — 15. Bei gleichen Verhältnissen wie ad 14, wächst der durch Umkehrung des magnetisirenden Stromes erzeugte Inductionsstrom zuerst mit der Stärke der Drillung, erreicht bald ein Maximum und nimmt dann langsam ab. — 16. Bei belasteten Drähten nimmt dagegen der Strom nach dem Maximum schnell ab und wird bald sehr klein. — 17. Bei dickeren Drähten ist im Allgemeinen der Inductionsstrom stärker. In schwächeren Feldern ist er schwächer für dicke, als für dünne Drähte. Der stärkste Strom entsteht mit wachsender Dicke in stärkeren Magnetfeldern. — 18. Bei constanter magnetisirender Kraft ergiebt sich der Maximalstrom für dickere Drähte bei schwächeren Drillungen.

1011 Zehnder[1]) hat ebenfalls Versuche über die Beziehungen zwischen Magnetismus, Dehnung und Torsion angestellt. Die Drähte wurden in der Inclinationsrichtung mittelst 0,014 cm dicken Platindrahtschlingen an Neusilberdrähten aufgehängt und mit kleinen, aus einer Messingröhre herausbrennenden Gasflämmchen ausgeglüht. Eisendraht musste hierbei gespannt werden, um sich nicht zu biegen. Die Drähte wurden dann oben in eine feste Klemme und unten in eine mit dem drehbaren Theile eines Torsionskopfes verbundene drehbare Klemme eingespannt, welche mittelst eines Hakens und einer daran befestigten, über eine Rolle gehenden Schnur mit Gewichten belastet werden konnte. Die magnetischen Momente wurden an den Ablenkungen eines östlich von der oberen Klemme aufgestellten Magnetspiegels gemessen; auch konnten auf die verschiedenen Stellen der Drähte Quecksilbernäpfchen gesetzt werden, von denen Drähte zu einem Spiegelgalvanometer geführt waren, um den Thermostrom in den Drähten beobachten zu können. Die Resultate sind im Wesentlichen die folgenden:

---

[1]) Zehnder, Wied. Ann. 41, 210, 1890.

1) Unter Einfluss des Erdmagnetismus befindliche Drähte. Durch Torsionen kaum über die Elasticitätsgrenze hinaus kann die Magnetisirung von Nickeldrähten umgekehrt werden. Bei Torsionen erst bei zunehmenden, dann bei abnehmenden Belastungen sind die gleichen Torsionen entsprechenden Magnetisirungen nicht gleich, sondern entsprechen einer Hysteresis. Erst bei häufigen Drillungen verhalten sich die Drähte wieder regelmässig. Auf einander folgende Drillungen in kleinen Intervallen erzeugen zusammen Torsionsströme, wie eine einzige grössere Drillung innerhalb denselben Torsionsgrenzen. Werden die Drillungen wiederholt gleich stark nach beiden Seiten von der Torsion Null an ausgeführt, so werden die beiderseitigen Aenderungen der Momente symmetrisch. — Die bei kleinen Torsionsintervallen schwach belasteter Nickeldrähte auftretende Hysteresis für die Aenderungen der Momente und Torsionsströme nimmt bei grösseren Torsionsintervallen ab und kehrt sich bei noch grösseren um. Jenseits der Elasticitätsgrenze nehmen dabei die Momente der Eisen- und Nickeldrähte für jeden Torsionswinkel, insbesondere den Winkel Null ab bezw. zu. Mit wachsender Belastung nehmen bei gleichen Torsionsintervallen die Momente bei Eisendrähten erst zu, dann ab, bei Nickeldrähten aber ab. — Durch schwache Torsionen erzeugte elektrische Ströme nehmen für Eisen- und Nickeldrähte bei zunehmender Belastung ab.

2) Bei stärkeren Magnetisirungen ist, entgegengesetzt dem Verhalten in schwächeren Magnetfeldern, das Moment in der Nähe der Torsion Null ein Minimum, für die grösste Torsion ein Maximum.

Mit zunehmender Belastung nehmen die für schwach belastete Eisen- bezw. Nickeldrähte bei der Torsion gefundenen magnetischen Momente am stärksten zu bezw. ab in gewissen schwachen Magnetfeldern; sowohl in noch schwächeren, als auch in stärkeren Magnetfeldern wird jene Zu- und Abnahme wieder eine geringere.

Die Hysteresis nimmt bei Nickeldrähten mit zunehmender Feldstärke — von der Feldstärke des Erdmagnetismus an nach oben — ab, sowohl für die magnetischen Momente, als auch für die Torsionsströme; für letztere kann sie sogar bei grossen Feldstärken negative Werthe annehmen. Bei Eisendrähten ist die Hysteresis von der Feldstärke wenig abhängig.

Die Torsionsströme sind am stärksten in der Nähe der Torsion Null. Diese extremen Werthe fallen aber im Allgemeinen nicht mit den entsprechenden Extremwerthen der magnetischen Momente zusammen.

Die Extremwerthe der Torsionsströme in Nickel werden für gewisse Feldstärken (von einigen C.-G.-S.-Einheiten) am grössten, jedoch im Allgemeinen nicht für diejenigen Feldstärken, für welche der Einfluss der Torsion auf die magnetischen Momente ein Maximum ist.

Bei der Feldstärke, bei welcher der Einfluss der Torsion auf die magnetischen Momente sich umkehrt, zeigen die Torsionsströme durchaus keine auffälligen Veränderungen; insbesondere nehmen sie dort keine grössten oder kleinsten Werthe an.

Für Nickeldrähte nehmen die Extreme der Torsionsströme in schwachen Magnetfeldern — von der Feldstärke des Erdmagnetismus an nach oben — mit zunehmender Belastung ab, in starken Magnetfeldern zu; für Eisendrähte nehmen dieselben stets mit zunehmender Belastung ab, jedoch rascher in schwachen, als in starken Magnetfeldern.

In schwachen Magnetfeldern geben belastete Nickeldrähte in der Nähe der Torsion Null und an beiden Grenzen der Torsionsintervalle geringere Torsionsströme, als für dazwischen liegende Torsionswinkel. Bei diesem auffälligen Verhalten (welches nur für belastete Drähte gefunden wurde) lassen die magnetischen Momente derselben Drähte gar keine gleichzeitigen merkwürdigen Aenderungen erkennen.

Obwohl Eisen im Magnetfelde eine stärkere Magnetisirung annimmt als Nickel, so sind doch im Allgemeinen — unter sonst gleichen Verhältnissen — die durch Torsion bewirkten Aenderungen der magnetischen Momente der Eisendrähte kleiner als diejenigen der Nickeldrähte. — Stahldrähte zeigen verhältnissmässig sehr geringe Aenderungen der magnetischen Momente und liefern beinahe gar keine Torsionsströme; soweit der Sinn solcher Wirkungen festgestellt werden konnte, war er derselbe wie für Eisendrähte.

Eisendrähte liefern in den verschiedenen Feldstärken entgegengesetzt gerichtete und schwächere Torsionsströme als Nickeldrähte. Bei genügend grossen Torsionsintervallen beobachtet man am Anfang derselben (d. h. wenn man nach der Vollendung einer vollständigen Torsion um einen geringen Betrag zurücktordirt) in Eisendrähten entgegengesetzt gerichtete Ströme, als für das ganze übrige Torsionsintervall.

Drähte, welche in einer Normalebene zur Inclinationsrichtung ausgeglüht und festgespannt werden, welche somit nur eine reine Quermagnetisirung besitzen, liefern keine Torsionsströme.

1012 Den Einfluss der Torsion auf die Magnetisirbarkeit (Susceptibilität), welche schon Coulomb (§. 774) beobachtet hatte, hat H. Tomlinson[1]) studirt und folgende Resultate erhalten.

Temporäre Torsion bis zu einer Grenze vermehrt die temporäre magnetische Permeabilität des Eisens. Der Zuwachs kann sehr gross werden, wenn der Draht vorher in entgegengesetzter Richtung tordirt oder magnetisirt worden ist.

Permanente Torsion vermindert die temporäre magnetische Permeabilität des Eisens; die Abnahme kann bei vorheriger entgegengesetzter permanenter Torsion sehr gross werden.

Für alle magnetisirenden Kräfte, mit Ausnahme sehr grosser, giebt es einen kritischen Punkt der Torsion, bei welchem die temporäre magnetische Permeabilität nicht beeinflusst wird.

---

[1]) H. Tomlinson, Proc. Roy. Soc. London **42**, 224, 1887; Beibl. **11**, 659.

Ueber diesen Punkt hinaus wächst die temporäre Permeabilität erst schneller als die Torsion, dann langsamer bis zu einem Maximum und nimmt dann ab.

Ist der Draht vorher übermässig permanent tordirt, so bedingt eine temporäre Torsion, welche vorher die Permeabilität steigert, jetzt eine Abnahme derselben.

Temporäre Torsion wirkt auf die permanente Permeabilität von nicht angelassenem Claviersaitendraht im selben Sinne, wie bei weichem Eisen, welches eine übermässige permanente Torsion erhalten hat.

Innerhalb weiter Grenzen der Torsion wird die temporäre und permanente Permeabilität von weichem Eisen durch temporäre Torsion entgegengesetzt geändert.

1013 Die durch temporär magnetisirende Kräfte in tordirten und zugleich gedehnten Eisen- und Nickeldrähten erzeugten temporären und permanenten Momente hat Nagaoka[1]) weiter bestimmt, nachdem er die Drähte durch immer schwächere, abwechselnd gerichtete magnetisirende Kräfte möglichst in den neutralen Zustand übergeführt hatte. Die Drähte wurden dann mit Gewichten belastet, tordirt und darauf durch aufsteigend stärkere magnetisirende Kräfte temporär magnetisirt.

Demnach wird das Maximum der Susceptibilität (die Magnetisirungsconstante k) für gedrillte Drähte bei geringeren magnetisirenden Kräften erreicht, als bei ungedrillten. Im schwächsten Felde tritt es bei etwa 3° Torsion pro Centimeter ein. Für stärkere Drillungen liegt der Wendepunkt bei höheren Feldstärken. Der kritische Werth der Drillung ist für alle Stärken der longitudinalen Dehnung nahe constant. Dabei steigt für den Draht die Curve am Wendepunkt am stärksten an, für welchen die Susceptibilität am grössten ist. Die Feldstärke für das stärkste Ansteigen ist etwas kleiner, als für die Maximalsusceptibilität. Nach Erreichung derselben wird das Ansteigen (die Differentialsusceptibilität) schwächer und bleibt in stärkeren Feldern nahezu constant.

Die Susceptibilität der gedrillten Nickeldrähte ist kleiner, als die der nicht gedrillten Drähte; die Curven schneiden sich für sehr starke Magnetfelder. Die Feldstärke für die Maximalsusceptibilität steigt mit der Belastung, während letztere mit derselben abnimmt. In mittleren Feldstärken ist die Susceptibilität gegen Drillung empfindlicher bei grösseren Belastungen. Endlich verhält sich ein Draht, der nach der Torsion sich selbst überlassen ist, anders als ein normaler; er behält seine Eigenschaften mehr oder weniger bei.

Die permanente Magnetisirung gedrillter Nickeldrähte ist grösser, als ungedrillter. Sie erreicht ihr Maximum in einem Felde, das der Maximalsusceptibilität entspricht. Für schwache Drillungen ist dieses

[1]) Nagaoka, Journ. of the College of Science Imper. Univ. Japan 2 [4], 304, 1888; Beibl. 13, 190.

maximale Residuum um 2 Proc. kleiner, als der temporäre Magnetismus. Je eher der Wendepunkt auftritt, desto schneller wächst der permanente Magnetismus, und deshalb existirt eine Drillung, bei welcher der nachherige maximale Abfall in Procenten den grössten Werth erreicht. In starken Feldern vermindert sich mit wachsender Drillung das Verhältniss, in welchem der permanente Magnetismus abfällt.

Bei zunehmender Belastung zeigen sich dieselben Beziehungen, indess wird bei gleichen Torsionen die relative Stärke des Maximums des permanenten Magnetismus gesteigert bis zu 0,985 Proc. des temporären. Bei noch stärkeren Belastungen nimmt deren Verhältniss wieder ab.

1014 Wird ein in einer Spirale magnetisirter Draht tordirt und durch eine Inductionsspirale sein Moment, welches vor der Torsion einer Kettenlinie entspricht, an verschiedenen Stellen untersucht, so ändert es sich bei der Torsion, der darauf folgenden Detorsion und bei erneuter Torsion nahezu in gleichem Verhältniss. Die Abweichungen hiervon an den Enden beruhen darauf, dass dieselben in die betreffenden Klemmen eingespannt sind und nicht mit tordirt werden [1]).

Auch hier folgen also die Momente der einzelnen Stellen der tordirten Stäbe dem Gesetze einer Kettenlinie.

Durch die mechanische Kraft der Torsion werden demnach die Elemente alle gleich stark aus ihren magnetischen Lagen gedreht, ganz wie durch eine äussere, auf alle Theile gleich intensiv wirkende magnetisirende Kraft. Nachher stellen sie sich weiter durch ihre gegenseitige magnetische Wechselwirkung in beiden Fällen nach dem gleichen Gesetze ein.

Wenn von verschiedenen Beobachtern gefunden worden ist, dass Drähte bei Hin- und Herdrillungen sich davon abweichend verhalten, so liegt dies jedenfalls theils an Ungleichheiten, welche sie bereits vor dem Tordiren besassen, theils an solchen, welche sie durch die Torsionen erhalten, wobei die Längsfasern aneinander gepresst werden und je nach ihrem Abstande von der Axe permanent verschieden stark gedehnt werden bezw. zerreissen können. So wird das Gefüge völlig geändert.

1015 Aehnliche Versuche an belastetem Nickeldraht mit cyklischen Torsionen ergeben nach Nagaoka [2]), dass die Magnetisirung von der Mitte des Drahtes an symmetrisch vertheilt ist, wenn der Draht den Magnetometerspiegel kaum ablenkt, dass sie sich umkehrt und die Vertheilung bei Torsion belasteter Drähte bei sehr kleinen Magnetometerablenkungen sehr unregelmässig ist.

1016 Windet man einen etwa 1,3 mm dicken und einige Meter langen Nickeldraht zu einer etwa 25 mm weiten Spirale, verbindet seine Enden

---

[1]) G. Wiedemann, Wied. Ann. 37, 610, 1889. — [2]) Nagaoka, Wied. Ann. 53, 481, 1893.

mit einem Galvanometer und zieht die Spirale in die Länge, so erhält man einen Strom in einer bestimmten Richtung; lässt man die Spirale zusammenschnellen, einen solchen in entgegengesetzter Richtung. Gleich lange, aus gleich langen Stücken Draht rechts und links gewundene Spiralen geben Ströme, welche bei der Verlängerung der Spirale in dem ersteren gegen die Richtung gehen, in die der Draht durch das Zieheisen gegangen war, in dem zweiten entgegengesetzt. Braun[1]) nennt diesen Strom Deformationsstrom.

Die Höhe der Schraubengänge ist ohne wesentliche Bedeutung.

In Eisen und Stahl sind die Ströme schwächer als in Nickel, in anderen Metallen sind sie nicht zu beobachten.

Beim Erwärmen und Abkühlen der Spiralen durch Eintauchen in Petroleumbäder erhält man Thermoströme, deren erster in einer linksgewundenen Spirale den Dilatationsströmen, deren zweiter den Contractionsströmen gleich, bei einer rechts gewundenen umgekehrt gerichtet sind. Während des Ziehens eines Nickeldrahtes entstehen in ihm Ströme entgegen der Zugrichtung.

Werden die Drähte nach dem Ziehen magnetisirt, so dass ihr Magnetismus verstärkt wird, so nehmen die Deformationsströme zu und umgekehrt ab; entsprechend zeigen sie Ströme, wenn sie in ostwestlicher Richtung gezogen und dann longitudinal magnetisirt werden.

1017 Diese Ströme sind nicht, wie man wohl annahm, besonderen neuen Ursachen zuzuschreiben. Sie beruhen auf den Beziehungen zwischen Magnetismus und Torsion. Dies hat Zehnder[2]) nachgewiesen. Wird ein in der Ostwestrichtung gestreckter Nickeldraht longitudinal magnetisirt, so erhält man in ihm beim Schraubenrechtstordiren einen Strom vom Südpol zum Nordpol und umgekehrt bei der Detorsion. Wird er zu einer Spirale gewickelt, ohne dass dabei die Magnetisirung wesentlich geändert wird, so erleidet der Draht beim Ausziehen und Comprimiren der Spirale eine Torsion, welche zu Strömen Veranlassung giebt, ganz wie die von Braun beschriebenen.

Durch das Ziehen erhält der Nickeldraht stets in Folge des Magnetismus des Zieheisens Pole, deren Lage hierbei maassgebend ist.

Auch lässt sich nachweisen, dass bei kleinen Deformationen die Verhältnisse die gleichen sind, wenn man die Torsion berechnet, welche dem Drahte bei Verlängerung einer Spirale ertheilt wird, und sie mit der Wirkung derselben bei der directen Torsion vergleicht.

Bei grossen Deformationen sind die Verhältnisse verschieden, da bei der Streckung von Spiralen zu den Torsionen noch Biegungen hinzutreten[3]).

---

[1]) Braun, Wied. Ann. 37, 97, 107; 38, 53, 67, 1889. — [2]) Zehnder, Wied. Ann. 38, 68, 496, 1889. — [3]) Campetti, Atti di Torino 26, 553, 1891; Beibl. 16, 38; auch schon N. Cim. [3] 28, 59, 1890; Beibl. 15, 54.

Nach Braun werden bei wiederholten gleichen Torsionen eines Drahtes, durch die er also aufsteigend immer weiter verlängert wird, die Ströme schwächer bis zu Null; bei wiederholten gleichen Dehnungen einer Spirale werden sie schwächer, und wenn die Spirale eine gewisse Länge erreicht hat, nach Braun die Hälfte der ganzen Länge des Drahtes, kehren sie sich um. Nach Campetti (l. c.) findet dies nur bei genügend weiten Spiralen statt, bei engeren kehrt sich der Strom schon bei um so geringeren Verlängerungen um, je enger sie sind. 1018

Mit steigender Temperatur nimmt nach Campetti die durch die Torsion im Draht inducirte elektromotorische Kraft ab, stärker bei höheren Temperaturen, etwa 300°; bei 350° ist sie indess noch nicht Null, vielleicht in Folge der kleinen Unreinheiten, welche den Magnetismus des Nickels erhalten.

Ausser diesem Einflusse der Torsion auf Stäbe, deren magnetische Axe mit ihrer Längsrichtung zusammenfällt, kann man auch einen solchen nachweisen an Eisenstäben, durch welche man einen Strom in der Richtung ihrer Axe leitet oder geleitet hat. Dies habe ich durch folgende Versuche gezeigt [1]): 1019

Eisendrähte von etwa 0,5 m Länge und 2 mm Dicke wurden zwischen den Klemmen des §. 1000 beschriebenen Torsionsapparates eingeklemmt; sodann wurde ein galvanischer Strom hindurchgeleitet. Die Drähte waren in dem Apparate in horizontaler Lage in der Ostwestrichtung dem magnetisirten Stahlspiegel eines Spiegelgalvanometers gegenüber aufgestellt und die Stromleitung so hergestellt, dass der Spiegel ohne Weiteres keine Ablenkung aus seiner Lage erfuhr. Dann wurde der Draht tordirt, entweder während des Hindurchleitens oder nach dem Oeffnen des Stromes. Dabei ergab sich:

Tordirt man einen Eisendraht während oder nach dem Hindurchleiten eines galvanischen Stromes, so wird er magnetisch.

Durchfliesst der Strom einen Eisendraht von der drehbaren zur festen Klemme, und wird erstere, in der Richtung von der drehbaren zur festen Klemme gesehen, entgegen der Richtung des Uhrzeigers gedreht, so erhält der Eisendraht an der festen Klemme einen (bezeichneten) Nordpol, sowie bei Umkehrung der Torsionsrichtung bei entgegengesetzter Drehung der Klemme einen Südpol. Die entgegengesetzten Polaritäten erhält der Draht bei diesem Verfahren bei umgekehrter Stromrichtung.

Wird aber statt des Eisendrahtes ein Nickeldraht verwendet, so sind die Resultate die umgekehrten. Fliesst der Strom von der drehbaren zur festen Klemme, und wird die erstere entgegen der Richtung des Uhrzeigers gedreht, so erhält der Draht an der festen Klemme einen 1020

[1]) G. Wiedemann, Monatsber. der Berl. Akad. 29. November 1860.

Südpol und umgekehrt bei entgegengesetzter Drehung einen Nordpol. Dies zeigt sich auch noch nach dem Oeffnen des hindurchgeleiteten Stromes.

Dieselben Resultate ergeben sich innerhalb gewisser Grenzen bei wiederholtem Tordiren nach entgegengesetzten Richtungen. Die Ablenkungen des Magnetspiegels betragen bei Torsionen von $\pm$ 60° bei etwa 2 mm dicken Drähten weit über 50 oder 100 Scalentheile, so dass über die Ergebnisse kein Zweifel obwalten kann. — Bei dünneren Drähten sind die Wirkungen kleiner [1]).

1021 Diese Versuche lassen sich sehr deutlich schon unter Anwendung einer gewöhnlichen, auf einem Achathütchen schwebenden Magnetnadel zeigen, welche durch seitliche Anschläge an zu grossen Bewegungen gehindert ist, wenn man einen Eisen- bezw. Nickeldraht von 1 mm Dicke und 30 bis 40 cm Länge in verticaler oder auch in ostwestlicher Richtung in horizontaler Lage zwischen den Klemmen des Torsionsapparates (§. 1000) einspannt, die Magnetnadel vor das eine oder andere Ende desselben stellt, einen Strom durch den Draht leitet und ihn nun hin und her drillt. Je nach der Richtung der Torsion und des Stromes im Drahte neigt sich der eine oder andere Pol der Nadel zu dem benachbarten Ende des Drahtes hin.

1022 Dieses Auftreten der Magnetisirung beim Tordiren von Eisendrähten, durch welche ein Strom geleitet wird oder geleitet worden ist, kann, wie ich gezeigt habe, auch zur Entstehung von Inductionsströmen Veranlassung geben [2]).

In dem §. 1000 beschriebenen Torsionsapparate war ein wohl ausgeglühter Eisendraht von 1,3 mm Durchmesser und 400 mm Länge ausgespannt und mit einer Spirale von Kupferdraht umgeben, deren Enden mit dem etwa 3 m von dem Torsionsapparate entfernten Multiplicator eines Spiegelgalvanometers verbunden waren. Ein Strom von einem Bunsen'schen Elemente wurde durch den Eisendraht geleitet und derselbe durch Drehen der drehbaren Klemme tordirt. Die Ablenkung des Spiegels des Galvanometers zeigte dabei die Bildung eines Inductionsstromes an. Danach stellte sich der Spiegel in seine frühere Ruhelage ein, zum Beweise, dass seine Ablenkung nicht durch die Magnetisirung des tordirten Eisendrahtes direct hervorgerufen sein konnte.

Durchfliesst der Strom den Eisendraht in der Richtung von der drehbaren zur festen Klemme, so hat der bei seiner Torsion erzeugte Inductionsstrom in den Windungen der Spirale die gleiche Richtung, wie die ist, in welcher die Drehung der drehbaren Klemme, also die Torsion des Drahtes erfolgt ist, gleichviel ob sie in dem einen oder anderen Sinne

---

[1]) G. Wiedemann, Wied. Ann. 27, 383, 1886. — [2]) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 129, 616, 1867.

stattgefunden hat. Beim Detordiren des Drahtes entsteht ein entgegengesetzt gerichteter Inductionsstrom. Wird die Richtung des durch den Draht hindurchgeleiteten Stromes umgekehrt, so wechselt damit auch die Richtung der durch seine Torsion und Detorsion erzeugten Inductionsströme.

Auch wenn nach dem Oeffnen des hindurchgeleiteten Stromes der Draht tordirt und detordirt wird, treten in der umgebenden Spirale Inductionsströme auf, welche die gleiche Richtung haben, wie die Inductionsströme beim Tordiren des Drahtes während des Hindurchleitens des Stromes.

1023 Ferner wurde ein ausgeglühter Eisendraht, wie vorhin, in den Torsionsapparat eingeschraubt und ein galvanischer Strom hindurchgeleitet. Nach dem Oeffnen des letzteren wurde die feste und die drehbare Klemme direct mit dem Multiplicator des Spiegelgalvanometers verbunden. Wurde jetzt der Draht in dem einen oder anderen Sinne tordirt, so zeigte die Ablenkung des Magnetspiegels wiederum das Auftreten von Inductionsströmen im Drahte selbst an. Die Richtung dieser Ströme ist die gleiche, wie die Richtung des vorher durch den Draht hindurchgeleiteten Stromes, mag nun die Torsion in dem einen oder anderen Sinne erfolgen. Wurde sodann der Draht detordirt, so zeigte sich ein neuer Inductionsstrom von entgegengesetzter Richtung [1]).

1024 Die einzelnen Momente von verschiedenen derartigen Drähten bei wiederholten auf- und absteigenden Torsionen während oder nach dem Herum- oder Hindurchleiten constant gehaltener Ströme ergaben sich mittelst der §. 1000 beschriebenen Methode, wie in Fig. 261 und 262 (s. umstehend), in welchen die Abscissen die Torsionen, die Ordinaten die entsprechenden magnetischen Momente angeben.

Die Zahlen I, II, III bezeichnen hier die temporären Momente eines weichen Eisenstabes für die erste bis dritte Torsion und Detorsion.

Der Anblick der Curven zeigt, dass, nachdem die Drähte durch wiederholte Deformationen accommodirt sind, die den aufsteigenden und absteigenden Torsionen zukommenden Curven des Magnetismus von der Minimal- und Maximaltorsion 0 und 210⁰ an gerechnet einander nahezu symmetrisch sind.

Bei den temporär longitudinal magnetisirten Eisendrähten sind bei letzteren Torsionen die Momente einander nahezu gleich; in gleichem Maasse steigen sie von denselben an bei der Torsion und Detorsion und fallen dann wieder bis zum Grenzpunkt. Dabei steigen die Curven schneller an, als sie abfallen. Das Maximum der temporären Momente wird vor der halben Torsion und Detorsion erreicht.

---

[1]) Ueber ähnliche Versuche, deren Resultate sich den beim Tordiren von magnetisirten Drähten von mir beobachteten anschliessen, vgl. auch Villari, l. c. §. 953.

Fig. 261.

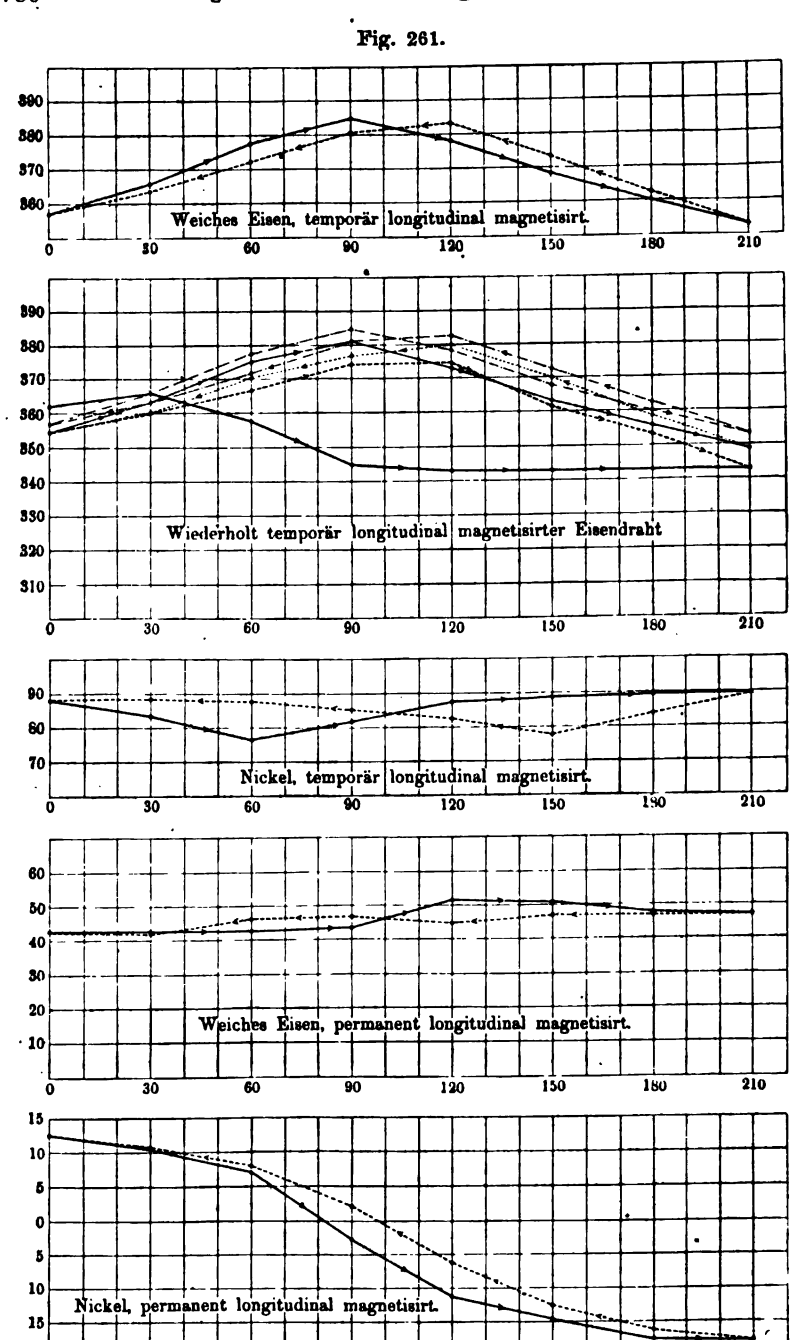
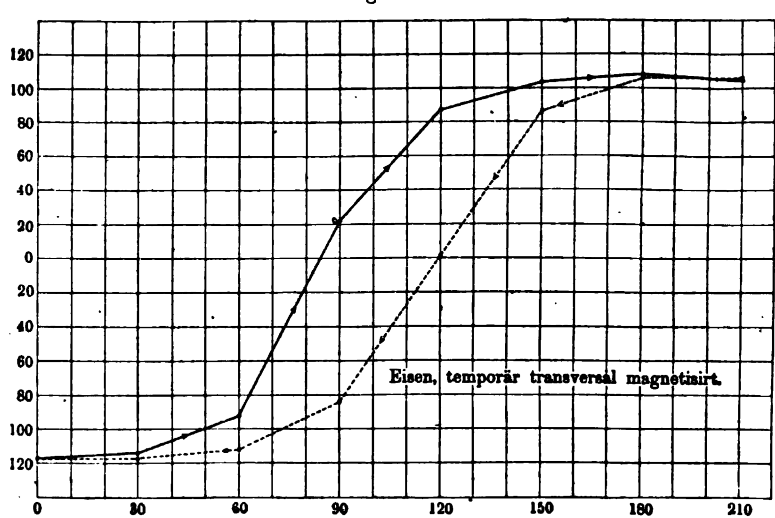
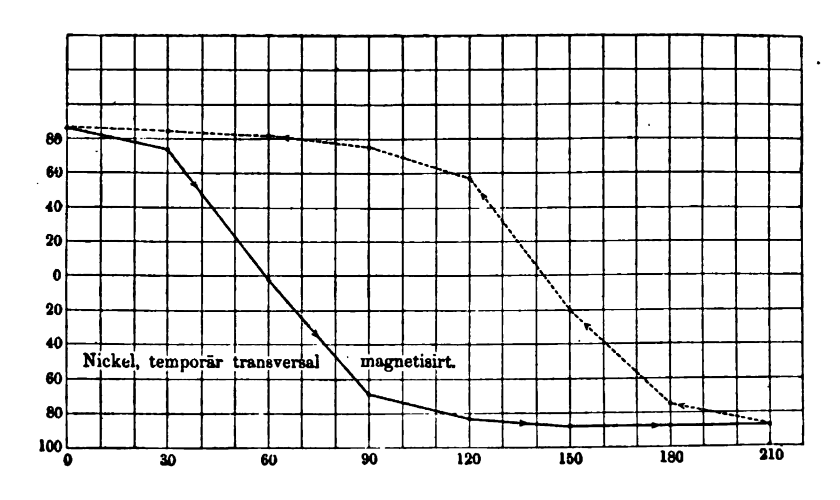
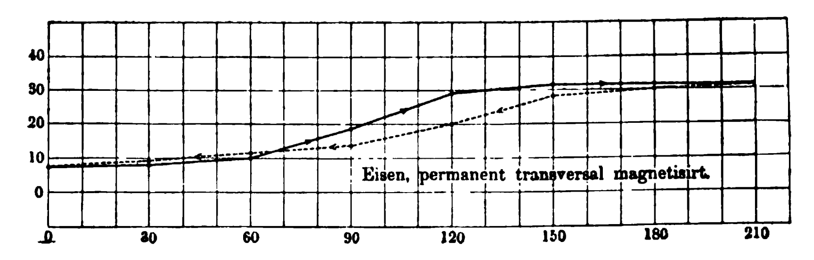

Weiches Eisen, temporär longitudinal magnetisirt.
Wiederholt temporär longitudinal magnetisirter Eisendraht
Nickel, temporär longitudinal magnetisirt.
Weiches Eisen, permanent longitudinal magnetisirt.
Nickel, permanent longitudinal magnetisirt.

Fig. 262.


120
100
80
60
40
20
0
20
40
60
80
100
120
0
30
60
90
120
150
180
210
Eisen, temporär transversal magnetisirt.


80
60
40
20
0
20
40
60
80
100
0
30
60
90
120
150
180
210
Nickel, temporär transversal magnetisirt.


40
30
20
10
0
0
30
60
90
120
150
180
210
Eisen, permanent transversal magnetisirt.

Bei den permanent longitudinal und temporär transversal magnetisirten Eisendrähten ist das Verhalten ein ähnliches, nur sind die Momente an beiden Grenzpunkten 0 und 210° von einander verschieden. Von ihnen an gerechnet verlaufen aber wieder die Curven ganz analog. Wiederum ändern sich die Momente am Anfang der Torsion oder Detorsion schneller als am Schluss derselben. Beim Nickel ändern sich die Momente gerade entgegengesetzt, sonst aber nach den gleichen Regeln, wie beim Eisen.

Wir können hieraus schliessen, dass durch die wiederholten Hin- und Herdrehungen die Molecüle innerhalb gegebener Grenzen in der Art beweglich werden, dass sie für sich bei gleichen Torsionen von den beiden Grenzpunkten an nahe gleiche Bewegungen machen. Bei den temporären longitudinalen Magnesitirungen sucht dabei der Zug der magnetisirenden Kraft die Molecüle mit ihren magnetischen Axen longitudinal zu richten; in Folge dessen tritt ein Endzustand ein, bei dem sie an den Grenzpunkten gleich stark von der stärksten Longitudinalrichtung abweichen. Von vornherein sollte man vermuthen, dass sie in der Mitte zwischen denselben, also bei der halben Torsion und Detorsion, am stärksten longitudinal gerichtet wären, also der Draht das Maximum des longitudinalen Magnetismus zeigte. Die Abweichung hiervon ergiebt, dass je beim Beginn der Torsion und der Detorsion die Molecüle schneller dem Zuge der wirkenden Kräfte folgen.

Dabei ist zu beachten, dass die permanenten Torsionen, in welche der Stab, von der temporären Torsion 0° oder 210° aus sich selbst überlassen, langsam übergeht, durchaus nicht mit den Torsionen übereinstimmen, bei denen er das Maximum des temporären Magnetismus zeigt; letztere liegen von jenen extremen Torsionen weiter ab, als die permanenten Torsionen.

Betrachtet man die Veränderungen des temporären Magnetismus bei der ersten Torsion, so zeigt sich jedesmal ein Anwachsen, dann ein Sinken desselben, offenbar indem die durch die jeweilige magnetisirende Kraft möglichst axial gestellten Molecularmagnete zuerst jener Kraft in Folge der Erschütterungswirkung noch weiter folgen, dann aber von ihrer axialen Stellung in schrägere Stellungen übergeführt werden. Damit stimmt es, dass bei sehr starken temporären Magnetisirungen das erste Ansteigen durch die Erschütterung geringer ist, als bei kleineren, da im ersten Fall die Molecüle sich schon mehr in der axialen Lage befinden.

Bei der permanent longitudinalen Magnetisirung fällt die Richtkraft der äusseren magnetisirenden Kraft fort; abgesehen von ihrer gegenseitigen Wechselwirkung folgen die Molecüle nur den durch die Torsion bedingten Verschiebungen, welche somit deutlicher hervortreten, als bei den vorigen Versuchen. Dabei ist das Moment an den Grenzpunkten verschieden, also auch die Einstellung der Molecüle. Wiederum zeigt sich aber die schnellere Drehung der Molecüle beim Beginn jeder Deformation innerhalb der gegebenen Grenzen.

Aehnlich verhält es sich bei der temporären transversalen Magnetisirung, bei welcher die auf die Molecüle wirkende magnetische Richtkraft eine einseitige ist, und so die Momente an den Grenzpunkten nicht gleich sein können. Dennoch bewahren auch hier die Drehungen der Molecüle bei auf- und absteigenden Torsionen den oben erwähnten Charakter.

Bei der permanenten transversalen Magnetisirung ergeben sich ähnliche Verhältnisse, wie bei der longitudinalen.

1025 Ganz analoge Versuche, nur in complicirterer Weise, hat viel später Hughes[1]) angestellt, indem er die Drähte, wie in dem Apparate §. 1000, in der Axe einer Magnetisirungsspirale befestigte, welche sich gegen den Eisendraht um einen beliebigen Winkel drehen und hin und her schieben liess. Die Ströme in der Magnetisirungsspirale konnten durch ein Uhrwerk unterbrochen werden. Um die dabei eventuell im Eisendrahte inducirten Ströme zu messen, wurde die Magnetisirungsspirale mit der einen festen Spirale eines „Sonometers" (einer Inductionswage, Thl. I) verbunden, innerhalb deren sich eine zweite um den gemeinsamen Durchmesser beider Spiralen drehen liess, welche mit einem Telephon und dem Eisendrahte zusammen einen Schliessungskreis bildete. Sind die Spiralen so gestellt, dass das Telephon keinen Ton giebt, so entsteht ein solcher sofort beim Tordiren des Eisendrahtes. Durch Drehen der einen Spirale des Sonometers kann er fast auf Null abgeschwächt werden. Auch kann durch den Draht der unterbrochene Strom geleitet und die Magnetisirungsspirale mit dem Telephon verbunden werden.

Die Resultate stimmen mit den von mir erhaltenen im Wesentlichen überein. Die Wirkungen sind der Reihe nach schwächer bei weichem, hartem Eisen, weichem, hartem Stahl.

Wird ein Draht tordirt, dann ein Strom hindurchgeleitet und der Draht auf die Torsion Null gebracht, wieder ein Strom hindurchgeleitet und der Draht nach der einen oder anderen Seite tordirt, so sind die Inductionswirkungen verschieden, da, wie meine Versuche bereits gezeigt hatten, die Molecüle nicht mehr in der normalen Gleichgewichtslage sind.

Der durch einen hindurchgeleiteten Strom erzeugte Transversalmagnetismus eines Drahtes ist dabei durch abwechselnd gerichtete Torsionen schwerer zu vernichten, als eine longitudinale, permanente Magnetisirung, indem die Molecüle durch ihre Wechselwirkung im ersten Falle stärker in ihren magnetischen Lagen festgehalten werden.

Da man bei diesen Versuchen auch schon vor dem Tordiren durch einfaches Schlagen einen Inductionsstrom erhalten kann, indem die Erschütterung die Molecüle veranlasst, stärker dem Zuge der jedesmal wirkenden Kräfte zu folgen, so addirt sich diese Erschütterungswirkung

---

[1]) Hughes, Proc. Roy. Soc. **31**, 525; **32**, 25, 213, 1881; Beibl. **5**, 538, 686.

bei den ersten Torsionen zu der eigentlichen Wirkung der Torsion auf die Drehung der Molecüle und die durch sie erzeugten Inductionsströme.

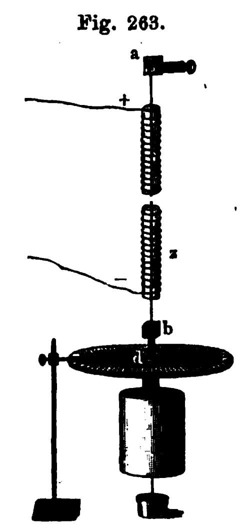
Die Erklärungen, welche ich von den in diesem Abschnitte behandelten Erscheinungen gegeben habe, siehe im dritten Abschnitte dieses Capitels.

b) Einfluss der Magnetisirung auf die Torsion.

1026 Wie die Torsion den Magnetismus eines Eisenstabes ändern kann, so ändert sich auch durch die Magnetisirung die Torsion eines gedrillten Eisenstabes. Dies habe ich in folgender Weise gezeigt [1]):

Eine Kupferdrahtspirale von 130 Windungen von 13,5 mm Weite und 560 mm Länge wurde vertical befestigt (Fig. 263), und in ihrer Axe ein ausgeglühter Eisendraht von 0,8 mm Dicke und 580 mm Länge an einer Messingklemme aufgehängt. Dieser Draht wurde unten in eine zweite messingene Klemme eingeschraubt, die unterhalb in ein cylindrisches, 10 mm dickes Stück endete, auf welches eine Messingröhre aufgeschoben werden konnte, die daselbst vermittelst eines hindurchgesteckten Drahtstiftes festgehalten wurde.

Fig. 263.



Die Messingröhre trug unterhalb ein cylindrisches Messinggefäss von 95 mm Höhe und 55 mm Durchmesser, welches mit Bleigewichten gefüllt wurde. Ueber dem Deckel dieses Gefässes war ein der Röhre concentrischer, getheilter Kreis befestigt, an dem ein seitlich angebrachter, feststehender Zeiger die Drehung des Gefässes aus der Gleichgewichtslage angab. Ausserdem war auf die das Gefäss tragende Röhre eine messingene Hülse aufgeschoben, an welcher ein Spiegel befestigt war, in dem man vermittelst eines Fernrohres eine etwa 1 m weit vom Spiegel entfernte, in Millimeter getheilte Scala beobachten konnte. An dieser wurden die kleineren Drehungen des Messinggefässes abgelesen.

Durch die Drahtspirale, welche den aufgehängten Eisendraht umgab, wurde der Strom einer galvanischen Säule von 1 bis 6 Daniell'schen oder Grove'schen Elementen geleitet, und zugleich zur Messung der Intensität des Stromes eine Tangentenbussole in den Schliessungskreis eingeschaltet. Zuerst wurde das am Drahte hängende Messinggefäss mit Bleigewichten beschwert, so dass die ganze Last etwa 1 kg betrug. War

---

[1]) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 103, 571, 1858; 106, 161, 1859; Baseler Verhandl. 2, 169, 1860.

der Draht ungedrillt, so bewirkte die Magnetisirung nur eine 1 bis 2 Theilstriche betragende Verschiebung der Scala im Spiegel. Bei Drahtstücken aus demselben Drahtende war diese Drillung stets nach derselben Seite gerichtet, mochte der galvanische Strom den Draht in der einen oder anderen Richtung umkreisen.

Nun wurde der Eisendraht gedrillt und die permanente Torsion, als er nach völliger Beendigung seiner Torsionsschwingungen eine Ruhelage angenommen hatte, an dem Kreise auf dem am Drahte hängenden Messinggefäss abgelesen. Die Scala wurde in dem ebendaselbst befestigten Spiegel beobachtet und der Strom wiederum geschlossen. Die Ablenkung zeigt, dass der Draht sich durch Einwirkung des ihn magnetisirenden Stromes zum Theile detordirt hat.

Die Richtung des Stromes ist hierbei gleichgültig.

Wird der magnetisirende Strom geöffnet, so dreht sich der Spiegel ein wenig (etwa um 1 bis $1^1/_2$ Theilstriche der Scala) wieder gegen seine frühere Lage hin, der Draht drillt sich also wieder zusammen. Ein neues Schliessen des Stromes drillt ihn wieder in die frühere Stellung auf, und beim Oeffnen dieses Stromes geht er in die Lage zurück, welche er vor der Schliessung hatte. Wenn man zur richtigen Zeit den magnetisirenden Strom öffnet und schliesst, kann man auf diese Weise den Draht in lebhafte Torsionsschwingungen versetzen, oder ihn auch aus denselben allmählich zur Ruhe bringen.

Verschiebung des Drahtes aus der Axe der Spirale an ihre Seiten verändert die Erscheinung nicht.

Der stärkere oder schwächere Zug des Erdmagnetismus auf den magnetisirten Draht kann keinen Einfluss haben, da bei jeder Richtung des Stromes, mag am unteren Ende des Drahtes ein Nordpol oder ein Südpol erzeugt werden, die Wirkung dieselbe ist.

Auch wird durch die Anziehung der Magnetisirungsspirale gegen die unter ihr liegenden Theile des Drahtes der Zug des ihn spannenden Gewichtes nicht so sehr vermindert, dass dadurch die Aufdrehung des Drahtes erfolgt. Wurde unten an das die Bleigewichte tragende Messinggefäss an einem Seidenfaden eine Wagschale angehängt, dieselbe mit einem Gewichte von 50 g belastet, der Draht gedrillt, während die Schale mit dem Gewichte (zusammen 65 g wiegend) daran hing, und durch Abbrennen des Seidenfadens letztere plötzlich entfernt, so änderte sich die Stellung des am Drahte hängenden Spiegels durchaus nicht; ebenso wenig, als der Draht gedrillt wurde und erst nach der Drillung die an ihm hängenden Gewichte um 65 g vermehrt wurden. Andere Versuche bewiesen, dass die elektrodynamische Anziehung der Spirale dem Zuge der Schwerkraft auf den weniger als 5 g wiegenden Draht allein schon das Gleichgewicht nicht halten konnte.

Die beschriebenen Erscheinungen zeigen sich auch an Eisendrähten von 0,2 bis 4,5 mm Durchmesser.

Messingdrähte von bezw. 0,4 und 1,5 mm Durchmesser, mögen sie gedrillt sein oder nicht, werden durch die Einwirkung des Stromes nicht verändert.

I. Die gedrillten Eisendrähte detordiren sich also bei der Magnetisirung.

Völlig ungedrillte Eisendrähte werden nicht durch den Strom verändert; die schwachen Wirkungen, welche bei ihnen beobachtet werden, sind von der Stromrichtung unabhängig, und einer kleinen, bei allen Drähten vorhandenen Torsion zuzuschreiben.

1027 Um über die Gesetzmässigkeit dieser Erscheinung Aufschluss zu erhalten, wurden Eisendrähte verschieden stark gedrillt, und verschiedene Ströme um sie herumgeleitet. Die folgende Tabelle enthält einige der hierbei erhaltenen Resultate. D giebt den am Kreise abgelesenen Winkel an, um welchen der Draht gedrillt ist, I die Intensität des magnetisirenden Stromes, E die Anzahl der Theilstriche, um welche sich die Stellung der im Spiegel beobachteten Scala durch die jedesmalige Magnetisirung des Drahtes geändert hat.

Eisendraht 1,2 mm dick.

$D = 23^0$		$D = 43^0$		$D = 125^0$		$D = 218^0$	
I	E	I	E	I	E	I	E
4,4	4,9	5,8	5,2	5,8	4,7	5,8	4,6
15,1	10,8	16,3	11,1	16,3	10	15,3	9,4
34	12,8	34,4	13,3	34,4	12	34,8	12,1
57,7	13,5	57,2	14,3	53,2	13,1	53,2	12,6

II. Nach diesen und anderen Versuchen nimmt die Entdrillung der Drähte mit dem Wachsen der Intensität der magnetisirenden Ströme in abnehmendem Verhältnisse zu und erreicht bald ein Maximum. Sie ist bei geringen Drillungen und bei gleichen Intensitäten der Ströme nahezu gleich bei verschieden dicken Drähten. Bei stärkeren Drillungen nimmt sie indess, namentlich bei dünneren Drähten, allmählich ab. Der Grund hiervon ist wahrscheinlich, dass bei stärkerer Drillung die Härte der Drähte sich allmählich vermehrt. Deshalb ist auch bei Stahldrähten die Detorsion durch die Magnetisirung kleiner als bei Eisendrähten.

Viel dünnere Drähte, als die angewandten, sind für messende Versuche nicht gut geeignet, da sie sehr langsam aus ihren Torsionsschwingungen zur Ruhe kommen. Sehr viel dickere Drähte liessen sich in dem angewandten Apparate nicht leicht genügend stark drillen.

Es wurde ferner ein 1,2 mm dicker Eisendraht mit verschiedenen Gewichten belastet, und zwar in der unten angegebenen Reihenfolge.

Jedesmal wurde er sodann um einige Grade gedrillt, und die Entdrillung E durch Ströme von zwei verschiedenen Intensitäten I beobachtet. Dabei ergab sich:

Belastende Gew.		851	549,3	1102,9	110,9 g
$I = 8,7$	$E =$	5,6	5,8	5,7	5,4
$I_1 = 34,5$	$E =$	9,8	10	10,2	10

III. Die Detorsion ist also von dem den Draht spannenden Gewichte unabhängig.

1028 Bei anderen Versuchen wurde ein 0,8 mm dicker, wohl ausgeglühter Eisendraht gedrillt und durch einen starken magnetisirenden Strom entdrillt; der Spiegel, welcher zuerst im Fernrohre den Theilstrich 0 der Scala zeigte, war dadurch auf 14,2 gegangen. Beim Oeffnen des Stromes ging der Spiegel auf 13,8; derselbe Strom brachte ihn wieder auf 14,2; wurde aber der entgegengesetzte Strom angewandt, so ging er auf 11,7 und nun durch den ersten Strom zurück auf 14,2.

Noch eigenthümlicher wird das Verhalten, wenn man nach einander schwache entgegengesetzte magnetisirende Ströme auf einen gedrillten Eisendraht wirken lässt, wie dies z. B. die folgende Tabelle ergiebt.

1. Draht I 0,8 mm dick, gedrillt auf 303°.

Intensität . . .	+7	0	+7	0	−7	0	+7	0	−7	0
Entdrillung . .	6,4	4,7	6,4	4,7	13,8	12,1	10,6	10,4	13,5	12,6

2. Draht II 0,8 mm dick, gedrillt auf 530°.

Intensität	−7,8	0	+7,8	0	−7,8	0	+7,8	−7,8
Entdrillung . . .	5,5	5,2	14	13,7	10,3	9,8	13,5	10,3

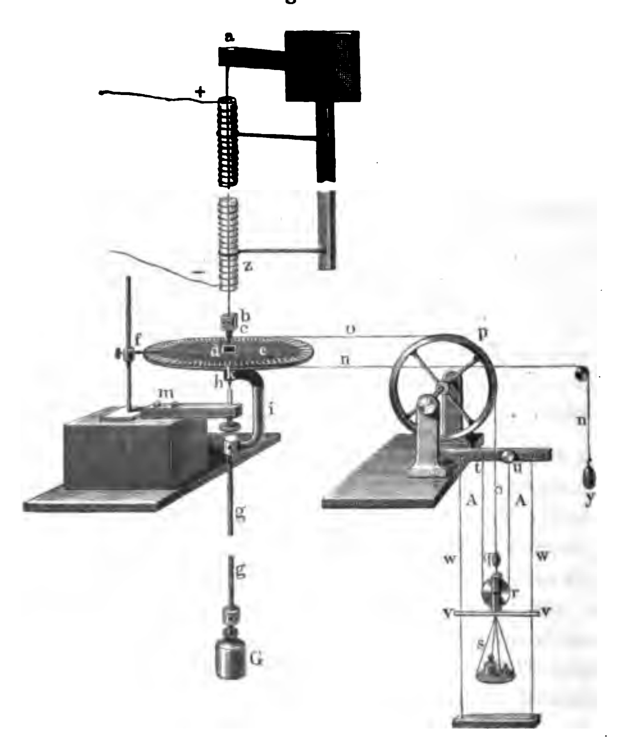
IV. Lässt man also auf einen gedrillten Draht einen schwachen magnetisirenden Strom wirken, welcher ihn theilweise aufdrillt, so wird bei wiederholter Einwirkung desselben Stromes die Detorsion nicht wesentlich vermehrt. Ein Strom von der gleichen Intensität, aber von entgegengesetzter Richtung detordirt den Draht weiter. Ist durch den zuletzt angewandten Strom der Draht so weit entdrillt, wie dies durch Magnetisirung geschehen kann, so bewirkt jetzt ein diesem entgegengesetzter Strom wieder eine Zurückdrillung, ein darauf folgender gleich gerichteter eine Aufdrillung [1]).

1029 Ferner wurde untersucht, welchen Einfluss die Magnetisirung auf partiell detordirte Eisendrähte ausübt, die also zuerst eine permanente Torsion erhalten haben, denen sodann durch eine entgegengesetzte Drillung ein Theil ihrer Torsion wieder entzogen worden ist. Zu diesem Zwecke wurde ein ausgeglühter Eisendraht von 1,4 mm Durchmesser und 517 mm

[1]) Aehnliche Versuche von Barus, Sillim. Journ. [3] 34, 175, 1887; Beibl. 12, 276.

Länge zwischen die Klemmen *a* und *b* des Apparates, Fig. 264, ganz ähnlich wie in Fig. 263, geschraubt und in dieser Lage mit einer Glasröhre *z* umgeben, auf welche eine Spirale von Kupferdraht gewickelt war. Durch diese Spirale konnte ein galvanischer Strom geleitet werden, dessen Intensität *I* an einer Tangentenbussole abgelesen wurde. An der unteren Klemme war ein kleiner Glasspiegel *d* befestigt, durch den man die Drillung des Drahtes beobachten konnte. Ausserdem war sie mit einer horizontalen Kreisscheibe *e* versehen, welche an dem Bügel *i* und dem daran befestigten, etwa 80 cm langen Messingstabe *g* das den Draht spannende Gewicht *G* (6 kg) trug. Eine unterhalb der Axe der Kreisscheibe angebrachte feine Stahlspitze *h* lief in einem durch eine Schraube auf- und niederzustellen-


Fig. 264.



den Achathütchen. Um die Peripherie der Scheibe war eine Schnur *no* geschlungen, deren eines oder anderes Ende *q* oder *y* über das verticale Rad *p* geführt war. An dieses Ende konnte ein kleiner, eine Rolle *r* tragender Rahmen gehängt werden, der unterhalb mit einer Wagschale und Gewichten belastet wurde, welche den Draht tordirten. Die verticalen Drähte *w* und der an der Wagschale befestigte horizontale Stab *v* dienten dazu, Drehungen der Rolle *r* zu vermeiden; die Schnur *A*, welche bei *t* befestigt war und um die die Wagschale *s* tragende Rolle *r* ging,

konnte durch den Knopf *u* ganz langsam gesenkt und gehoben werden, so dass die Last *s* ohne Stoss auf den Draht *z* einwirken konnte.

Der Draht wurde vor jedem Versuche durch eine an das Ende *q* der Schnur *no* gehängte Last von 70 g tordirt. Nach Aufhebung dieser Last behielt er eine permanente Torsion von etwa 3^0. Sodann wurde statt des Endes *q* das Ende *y* der Schnur über das Rad *p* gelegt, die Rolle *r* mit der Wagschale an dieses Ende gehängt und der Draht durch die auf die Schale *s* gelegte Last *L* detordirt. In der folgenden Tabelle ist die hierbei beobachtete Abnahme der permanenten Torsion mit *A* bezeichnet und in Minuten angegeben.

Bei der Einwirkung der magnetisirenden Ströme von der Intensität *I* änderte sich die Torsion des Drahtes um die Minutenzahl *m*, welche mit dem Zeichen + oder — bezeichnet ist, je nachdem sich die Torsion vermehrte oder verminderte.

$L = 0$ g $A = 0$ Min.		$L = 15$ g $A = 16{,}7$ Min.		$L = 25$ g $A = 26{,}8$ Min.		$L = 26$ g $A = 27{,}6$ Min.		$L = 40$ g $A = 45{,}2$ Min.	
I	*m*	*I*	*m*	*I*	*m*	*I*	*m*	*I*	*m*
32	— 14,7	137	— 6,2	25	+ 0,9	18	+ 0,9	17,5	+ 2,9
145	— 16,3	— 137	— 8,6	29,5	+ 1,8	22	+ 1,5	25	+ 3,3
— 145	— 14,8	+ 137	— 8,5	40,5	+ 1,5	33	+ 1,8	42,5	+ 3,7
+ 145	— 16,3	— 137	— 8,6	55,4	+ 1,1	65	+ 1,5	62,5	+ 4,8
				72,6	+ 0,9	148	+ 1,1	143	+ 4,2
				90	+ 0,7	— 148	+ 0,2	— 143	+ 4,6
				148	+ 0,4	+ 148	+ 0,2	+ 143	+ 5,3
				— 148	— 0,8	0	+ 0,2	— 143	+ 5,1
				+ 148	— 0,4			0	+ 5,3
				— 148	— 0,8				

Aus diesen Versuchen folgt:

V. Magnetisirt man temporär einen Eisendraht, welcher eine bestimmte permanente Torsion erhalten hat, so vermindert sich hierdurch seine Torsion. Hat man einem tordirten Eisendrahte durch entgegengesetzte Drillung einen kleinen Theil seiner Torsion genommen, so bewirkt die Magnetisirung eine schwächere Verminderung der Torsion des Drahtes als vorher. Ist die durch die entgegengesetzte Drillung erzeugte Detorsion des Drahtes grösser gewesen, so bewirken schwache Magnetisirungen zuerst eine Vermehrung der Torsion bis zu einem Maximum. Stärkere Magnetisirungen vermindern sie wieder. Je stärker die Detorsion war, desto grösser muss auch die Magnetisirung des Drahtes sein, um jenes Maximum zu erreichen. War die Detorsion sehr gross, so wächst die Torsion des Drahtes durch die Magnetisirung selbst bis zur Anwendung derjenigen magnetisirenden Kräfte, welche das Maximum der

1030

durch die Magnetisirung überhaupt erreichbaren Aenderung der Torsion des Drahtes bewirken [1]).

1031 Bei einer ferneren Versuchsreihe wurden die Eisendrähte durch Herumleiten galvanischer Ströme magnetisirt, während das tordirende Gewicht auf sie wirkte. Es ergab sich:

VI. Wird ein durch Gewichte temporär tordirter Eisendraht magnetisirt, während die tordirende Kraft auf ihn wirkt, so tordirt er sich bei schwacher Magnetisirung stärker und behält nach Aufhebung des magnetisirenden Stromes die neu erlangte Torsion bei. Bei stärkerer Magnetisirung detordirt sich der Draht und kehrt nach Aufheben der Magnetisirung in seine frühere Gleichgewichtslage zurück. Bei öfterer Wiederholung dieses Versuches ist noch wiederholt eine langsame Zunahme der Torsion des Drahtes bemerkbar. Ist indess der Draht vor der Magnetisirung erschüttert worden, so bewirken jetzt die Magnetisirungen sogleich eine Zurückdrillung des Drahtes, welcher nach Aufhebung derselben in seine vorige Lage zurückgeht.

Diese Versuche geben zugleich ein Maass für die Kraft, mit welcher der Draht durch die Magnetisirung detordirt wird, da durch dieselbe z. B. noch ein Gewicht von 110 g, welches an dem Rande der Kreisscheibe des Torsionsapparates wirkt, gehoben wird. Da die Dicke des Eisendrahtes 1,4 mm, der Durchmesser der Kreisscheibe 140 mm betrug, so würde also die entdrillende Kraft der Magnetisirung einem an der Peripherie des Drahtes wirkenden Gewicht von 11 000 g das Gleichgewicht halten.

1032 Für Nickeldraht hat später Nagaoka [2]) eine Reihe von Versuchen angestellt. An einem Torsionskreise hing an einem auf und nieder zu stellenden Stabe ein ausgeglühter, 0,34 bis 0,72 cm dicker und etwa 27 cm langer Nickeldraht in einer 30 cm langen Magnetisirungsspirale und trug unten einen Spiegel, einen Querstab, welcher sich gegen zwei verticale, um den Draht als Axe auf der Unterlage drehbare Stäbe gegenlegte, sowie einen in Wasser eingesenkten Flügel. Die verticale Erdcomponente wurde durch eine kleine Spirale im Inneren der Magnetisirungsspirale compensirt. Der Draht wurde gedrillt, dann losgelöst und wieder gedrillt und die elastische Nachwirkung studirt, welche bei Nickeldrähten sehr klein ist. Darauf wurde der Stab magnetisirt, wobei die Feldstärke 36,7 C.-G.-S. war, und losgelöst. Der Stab wird hierbei partiell detordirt. Bei dünnen Drähten ist die Entdrillung grösser, und sie steigt mit der magnetisirenden Kraft, so dass ihr Verhältniss zu letzterer bis zu einem Maximum, einem Wendepunkte anwächst, von wo an obiges Verhältniss fast constant bleibt; bis zur Feldstärke 180 C.-G.-S.

---

[1]) Aehnliche Versuche auch viel später von F. J. Smith, Phil. Mag. [5] 32, 383, 1891; Beibl. 16, 557. — [2]) Nagaoka, Journ. of the College of Science Imper. Univ. Japan 4 [2], 323, 1891; Beibl. 16, 39.

erreicht indess die Curve noch nicht das Maximum. Bei Abnahme der magnetisirenden Kraft drillt sich der Draht von Neuem, indess viel schwächer, als die Entdrillung bei wachsender Kraft steigt. Die der obigen Abnahme entsprechende Curve liegt also über der bei wachsender Kraft.

Geht die permanente Drillung über eine gewisse Grenze hinaus, so erreicht mit wachsender Magnetisirung die Entdrillung bald ein Maximum. Der Draht beginnt sich von Neuem zu drillen. Bei verschieden dicken Drähten wird die Entdrillung bei der Magnetisirung bei Belastung grösser. Bei grossen Drillungen ist die Torsionscurve nahe gleich der bei unbelasteten Drähten; bei der Belastung geht, nachdem das Maximum der Entdrillung überschritten ist, die Curve viel steiler herunter, als ohne Belastung. Die Curve für die belasteten Drähte schneidet also die Linie für keine Entdrillung in schwächeren Magnetfeldern als diejenigen, in welchen dieselbe für unbelastete Drähte eintritt.

Dann wurde der Nickeldraht zwischen zwei flachen, vom Strome durchflossenen Spiralen transversal magnetisirt; es zeigte sich keine Wirkung.

Versuche über diese Wirkungen in magnetisirten Drähten wurden ähnlich wie die meinigen (§. 1026) ausgeführt.

An diese Resultate schliessen sich einige andere von mir gefundene an, welche mit ihnen in innigem Zusammenhange stehen. **1033**

Leitet man einen galvanischen Strom durch einen Magnet in der Richtung seiner Axe, so tordirt er sich.

Die Versuche wurden an Eisen- und Stahldrähten von 1 bis 2,5 mm Dicke angestellt, welche mit ihrem oberen Ende vermittelst einer Klemme vertical in der Axe einer Spirale von übersponnenem Kupferdraht aufgehängt und unten mit Gewichten belastet waren. An diesen Gewichten war eine verticale Spitze von Stahl befestigt, die unten in Quecksilber tauchte (vgl. Fig. 263, §. 1026). Die Drähte wurden magnetisirt, indem ein Strom durch die Spirale geleitet wurde. Beim Hindurchleiten eines zweiten Stromes durch den Draht selbst tordirte er sich. Die Grösse seiner Torsion wurde vermittelst der Spiegelablesung bestimmt.

Befindet sich der Nordpol des magnetisirten Drahtes oberhalb, und durchfliesst ihn der hindurchgeleitete Strom von oben nach unten, so tordirt sich das untere freie Ende des Drahtes (von oben gesehen) in der Richtung der Bewegung des Uhrzeigers. Umkehrung der Richtung des magnetisirenden oder des durch den Draht hindurchgeleiteten Stromes kehrt die Richtung seiner Torsion um. Bei Umkehrung beider Ströme bleibt sie ungeändert.

Die Torsion nimmt bei gleicher Magnetisirung mit wachsender Intensität des hindurchgeleiteten Stromes bis zu einem Maximum zu, welches bei den von mir gebrauchten Drähten etwa $^1/_4$ bis $^1/_2$ Grad betrug.

Ist der Draht stärker magnetisirt, so ist die durch den hindurchgeleiteten Strom von gleicher Intensität, wie vorher, bewirkte Torsion geringer.

Bei gleichbleibender Intensität des magnetisirenden und hindurchgeleiteten Stromes ist die Torsion des Drahtes von der Grösse des unten angehängten, ihn spannenden Gewichtes nahezu unabhängig.

Die beiden zuletzt aufgeführten Sätze beweisen, dass die Torsion nicht durch die elektromagnetische Ablenkung der an der Peripherie des Drahtes befindlichen magnetischen Längsfasern durch den hindurchgeleiteten Strom bedingt sein kann.

Die beschriebene Wirkung zeigt sich auch, wenn man einen Strom durch Drähte leitet, welche einige Zeit in verticaler Richtung aufgehängt und so durch den Erdmagnetismus magnetisirt worden sind, oder an solchen, welche auf irgend eine andere Art eine permanente Magnetisirung erhalten haben.

Leitet man durch einen in der Axe einer Magnetisirungsspirale vertical aufgehängten Eisendraht zuerst einen Strom direct hindurch und magnetisirt ihn erst dann durch schwache Ströme, welche man durch jene Spirale leitet, so tordirt er sich zuerst in demselben Sinne, wie wenn die beiden Ströme in umgekehrter Reihenfolge geschlossen worden wären. Diese Torsion steigt mit wachsender Intensität der magnetisirenden Ströme bis zu einem Maximum. Bei noch stärkeren magnetisirenden Strömen detordirt sich der Draht wieder.

Ganz analoge Resultate hat später Knott erhalten [1]).

1034 Eine Reihe von Versuchen über die magnetische Torsion bei cyklischen Aenderungen des hindurchgeleiteten (D) und longitudinal magnetisirenden Stromes (M) hat Knott [2]) angestellt. Er befestigt den Draht in horizontaler Ostwestlage in der Axe zweier identischer, langgestreckter conaxialer Spiralen, die einen kleinen Zwischenraum zwischen sich lassen, in welchem an dem Draht ein Spiegel befestigt ist, dessen Drehungen durch die Ablenkungen eines von ihm reflectirten Strahles auf einer Scala abgelesen werden. Der longitudinal magnetisirende Strom durchfliesst die Spiralen in entgegengesetzter Richtung, so dass in der Mitte des Drahtes ein Folgepunkt entsteht [3]).

Die Resultate dieser ziemlich complicirten Versuche sind im Wesentlichen folgende: Wird ein Eisen-, Nickel- oder Kobaltdraht längs und circular magnetisirenden Strömen M und D unterworfen und der eine

---

1) Knott, Trans. Roy. Soc. Edinb. 32 [1], 193, 1882/83; 35 [2], 377, 1889; Beibl. 9, 458; 12, 715. — 2) Ibid. 36 [2] 485, 1891; Beibl. 16, 300. — 3) Hierbei verhalten sich die beiden Hälften des Drahtes durchaus nicht wie zwei einzelne, für sich magnetisirte an beiden Enden eingeklemmte Drähte (entgegen Knott), da im ersten Fall die freien Magnetismen von den Enden bis zur Mitte bis zu Null abfallen, im zweiten Fall an beiden Enden der Stäbe endliche Werthe haben. Die Vertheilungen der Momente sind also ganz verschieden.

oder andere derselben zwischen gleichen positiven Werthen cyklisch verändert, so sind die Torsionen im Allgemeinen verschieden.

Bei Eisen und Nickel ist in hohen Feldern bei Umkehrungen von *D* die Torsion geringer, als bei Umkehrung von *M*, in schwachen Feldern umgekehrt. Bei einem bestimmten *D* und *M* kann die Umkehr des einen oder anderen gleiche Torsionen hervorbringen (siehe Anm. 3 auf voriger Seite).

Die den cyklischen Aenderungen *D* oder *M* entsprechenden Curven sind geschlossen; jedem Werth von *D* bei gleichbleibendem *M* oder umgekehrt entsprechen zwei Torsionen. Bleibt *M* constant und wird *D* variirt, so sind die cyklischen Curven denen bei auf- und absteigender Magnetisirung ähnlich; bleibt *D* constant und wird *M* variirt, während *M* sich in sehr hohen Grenzen ändert, so hat die cyklische Curve drei Schleifen, bei denen die auf- und absteigenden Aeste sich auf den Punkten der Maximaltorsion kreuzen.

Wirkt ausser der Torsion noch ein Zug auf magnetisirte Eisendrähte, so compliciren sich die Entfernungen noch mehr. Die Resultate sind, namentlich da die molecularen Umlagerungen bei der Dehnung viel schwerer zu übersehen sind, als bei der Torsion, auch kaum auf einfache Anschauungen zurückzuführen. Für die Einsicht in die Umlagerungen dürften einfachere Bedingungen geeigneter sein. Wir führen deshalb nur die folgenden Daten an. 1035

Knott[1]) unterwarf durch einen bestimmten Strom circular magnetisirten Draht wiederholt entgegengesetzten longitudinalen, aufsteigenden Magnetisirungen; je sechs- bis achtmal bei jeder Magnetisirung, wobei bei Eisendrähten das Maximum der Torsion erreicht wurde (bei einem Felde von 25 bis 35 (C.-G.-S.-) Einheiten, beim Nickel erst bei höheren Feldstärken).

In dünneren Drähten ist die Torsion grösser, wobei die magnetisirende Kraft $\mathfrak{H}'$ am Umfang der Drähte in Folge eines axialen Stromes als gleich angenommen wird. Nach einer auf Maxwell's Annahmen begründeten Rechnung sollte demnach die Torsion dünner Röhren cet. par. dem Radius umgekehrt proportional sein. Dann zeigt sich kein Einfluss der Belastung auf die Feldstärke, bei der das Maximum der Torsion erreicht wird. Je stärker der durch den Draht hindurchgeleitete Strom ist, desto stärker muss der longitudinal magnetisirende Strom zur Erreichung des Maximums sein, wie auch ich schon früher beobachtet habe. Mit wachsender Spannung (80 bis 300 km auf 1 qcm) des Drahtes nimmt die maximale Torsion bei einem bestimmten Verhältniss von longitudinal und transversal magnetisirenden Kräften stetig ab (auf $^1/_4$).

Bei Nickeldrähten ist bei einem bestimmten Magnetfeld (28,5) keine Maximaltorsion zu erreichen. Das Verhalten der dünnsten Drähte

---

1) Knott, Trans. Roy. Soc., Edinb. 35 [2] 377, 1889; Beibl. 13, 715.

(Radius $r = 0{,}025\,d$) ist dasselbe wie bei Eisen; wachsende Dehnung vermindert die Torsion sehr merklich.

Bei dicken Drähten ($r = 0{,}08$) nimmt die Torsion bis zu einer Belastung von 300 bis 400 kg pro Quadratcentimeter zu, bei stärkerer Belastung aber ab. Die Elasticitätsgrenze ist hierbei überschritten.

Beim Erwärmen, wobei die Magnetisirungsspirale auf eine doppelwandige, von Wasser von 11° C. oder von Dampf von 100° durchflossene Röhre gewickelt war, nimmt im Allgemeinen die Torsion ab, obgleich bei den höchsten Spannungen beim Eisen das Gegentheil einzutreten scheint.

1036 Einfluss der Magnetisirung auf Torsionsschwingungen. Tomlinson[1]) hat hierbei folgende Resultate erhalten:

1. Ein Eisendraht, welcher Torsionsschwingungen macht, erfährt bei kleinen Schwingungen durch dauernde longitudinale Magnetisirung keine Aenderung der inneren Reibung, wenn der magnetisirende Strom vorher wiederholt umgekehrt worden ist. Sonst nimmt sie etwas durch starke Magnetisirung zu.

2. Bei weiten Torsionsschwingungen nimmt die innere Reibung durch Magnetisirung merklich zu.

3. Bei kleinen Deformationen bleibt die Torsionselasticität bei der longitudinalen Magnetisirung ganz ungeändert, bei grossen nimmt die Schwingungsdauer ganz wenig zu.

4. Durch wiederholte Unterbrechungen oder Umkehrungen des Stromes während der Torsionsschwingungen nimmt die innere Reibung zu; wird die Zahl der Umkehrungen in einer gegebenen Zeit vermehrt, so nimmt sie zuletzt ab.

5. Der Durchgang eines mässigen, constanten oder unterbrochenen Stromes ändert, ausser durch Erwärmung, die innere Reibung und Torsionselasticität von Eisen, Stahl und Nickel nicht, wenn die Schwingungen klein sind.

6. Die longitudinale Magnetisirung, selbst bis zur Sättigung, hat auf longitudinale Oscillationen eines Eisen- oder Stahldrahtes keinen Einfluss.

7. Ebensowenig wirkt der Durchgang eines constanten oder unterbrochenen Stromes auf die Dauer der Longitudinalschwingungen, abgesehen von der Erwärmung.

8. Bei kleinen Deformationen kann daher die innere Reibung nicht von der permanenten Rotation der Molecüle um ihre Axen abhängen. Ueberschreiten dieselben aber eine bestimmte Grenze, so wird die innere Reibung merklich grösser und hängt partiell, wenn nicht wesentlich, von der permanenten Hin- und Herdrehung der Molecüle um ihre Axen ab. Die erwähnte Grenze kann durch abwechselndes Reiben und Schwingen der aufgehängten Drähte, Anlassen und wiederholtes Erhitzen und Abkühlen erweitert werden.

---

[1]) H. Tomlinson, Proc. Roy. Soc. 40, 447, 1886; Beibl. 11, 176.

c) Theorie der Beziehungen zwischen Torsion und Magnetismus.

1037 Es bietet ein besonderes Interesse dar, die in den vorigen Paragraphen aufgeführten Resultate zusammenzustellen und sie zugleich mit analogen Erscheinungen zu vergleichen, wie sie sich mir bei der Untersuchung der Verhältnisse der Torsion verschiedener Drähte ergeben haben:

I. Eisen und Stahl.

Torsion.	Magnetismus.
1. Erschütterungen während der Einwirkung eines tordirenden Gewichtes vermehren die Torsion eines Drahtes.	1. Erschütterungen während der Einwirkung eines magnetisirenden Stromes vermehren den Magnetismus eines Stabes.
2. Die permanente Torsion des Drahtes nach Aufhebung des tordirenden Gewichtes wird dagegen durch Erschütterungen vermindert.	2. Der permanente Magnetismus des Stabes nach Aufhebung des magnetisirenden Stromes wird dagegen durch Erschütterungen vermindert.
3. Ein tordirter und dann detordirter Draht verliert je nach der Grösse der Detorsion durch Erschüttern von seiner Torsion oder erhält von Neuem Torsion.	3. Ein magnetisirter und dann entmagnetisirter Stab verliert je nach der Grösse der Entmagnetisirung durch Erschüttern noch mehr Magnetismus, oder erhält von Neuem Magnetismus.

1038

Torsion.	Magnetismus.
4. Die permanente Torsion der Eisendrähte nimmt durch ihre Magnetisirung ab, und zwar in einem mit wachsender Magnetisirung abnehmenden Verhältnisse.	4. Der permanente Magnetismus der Stahlstäbe nimmt durch ihre Torsion ab, und zwar in einem mit wachsender Torsion abnehmenden Verhältnisse.
5. Wiederholte Magnetisirungen in gleichem Sinne vermindern die Torsion des Drahtes kaum noch. Eine Magnetisirung in entgegengesetztem Sinne, wie die erste, bewirkt aber eine neue starke Verminderung der Torsion.	5. Wiederholte Torsionen in gleichem Sinne vermindern den Magnetismus des Stahlstabes nur noch wenig. Eine Torsion in entgegengesetztem Sinne, wie die erste, bewirkt aber eine neue starke Verminderung des Magnetismus.
6. Ist ein Draht durch öfteres Hin- und Hermagnetisiren so weit detordirt, wie dies durch die Magnetisirung überhaupt möglich ist, so nimmt er bei der Magnetisirung in einem Sinne ein Maximum, bei der Magnetisirung in entgegen-	6. Ist ein Stab durch öfteres Hin- und Hertordiren so weit entmagnetisirt, wie dies durch die Torsion in bestimmten Grenzen überhaupt möglich ist, so nimmt er bei der Torsion in einem Sinne ein Maximum, bei der Torsion in entgegen-

Torsion.	Magnetismus.
gesetztem Sinne ein Minimum der Torsion an.	gesetztem Sinne ein Minimum der Magnetisirung an.
7. Ein tordirter Draht, der zum Theil detordirt worden ist, verliert bei der Magnetisirung viel weniger von seiner Drillung, als ein gewöhnlich tordirter. Ein Draht, der weiter detordirt worden, zeigt bei schwacher Magnetisirung zuerst eine Zunahme seiner Torsion, die bei wachsender Magnetisirung bis zu einem Maximum steigt und dann wieder abnimmt. Je stärker der Draht detordirt wurde, desto stärker muss die Magnetisirung sein, um jenes Maximum zu erreichen. Ist der Draht sehr stark entdrillt, so wächst seine Torsion selbst bis zur Anwendung der stärksten Magnetisirungen.	7. Ein magnetisirter Stab, der zum Theil entmagnetisirt worden ist, verliert bei der Torsion viel weniger Magnetismus, als ein gewöhnlich magnetisirter. Ein Stab, der weiter entmagnetisirt worden, zeigt bei schwacher Drillung zuerst eine Zunahme seines Magnetismus, die bei wachsender Torsion bis zu einem Maximum steigt und dann wieder abnimmt. Je stärker der Stab entmagnetisirt wurde, desto stärker muss die Torsion sein, um jenes Maximum zu erreichen. Ist der Stab sehr stark entmagnetisirt, so wächst die Magnetisirung selbst bis zur Anwendung sehr starker Torsionen.
8. Wird ein Draht magnetisirt, während er unter dem Einflusse des tordirenden Gewichtes steht, so nimmt seine Torsion bei schwacher Magnetisirung zu, bei stärkerer wieder ab.	8. Wird ein Stahlstab tordirt, während er unter dem Einflusse des magnetisirenden Stromes steht, so nimmt sein Magnetismus bei schwacher Torsion zu, bei stärkerer wieder ab.
9. Leitet man durch einen magnetisirten Eisendraht einen Strom oder magnetisirt man einen Eisendraht, durch den man einen Strom geleitet hat, so tordirt er sich.	9. Tordirt man einen Eisendraht während oder nach dem Hindurchleiten eines galvanischen Stromes, so wird er magnetisch.

II. Nickel.

1039 Die von Nagaoka erhaltenen Resultate sind den von mir bei Stahl und Eisen erhaltenen ganz ähnlich.

1. Der permanente Magnetismus des Nickeldrahtes wird zuerst durch Drillung vermindert. — Entsprechend wird die permanente Drillung durch Magnetisirung vermindert.

2. Bei starker permanenter Magnetisirung wächst die Entdrillung bei wachsender Drillung. — Bei schwacher permanenter Drillung wächst umgekehrt die Entdrillung mit der Stärke der Magnetisirung.

3. Ist die permanente Magnetisirung sehr gross, so erreicht die Abnahme derselben durch Drillung ein Maximum. Weitere Drillung steigert den Magnetismus, so dass er grösser wird, als sein ursprünglicher Werth. —

Umgekehrt, ist die permanente Drillung sehr klein, so erreicht die Entdrillung durch die Magnetisirung ein Maximum. Die Drillung bei weiterer Magnetisirung ist so bedeutend, dass sie grösser wird, als ihr ursprünglicher Werth.

Demnach könnte möglicher Weise in sehr starken Feldern der bei schwächeren Kräften auftretenden Drillung nachher eine Entdrillung folgen, indess waren so starke Felder nicht zur Verfügung. — Die Erscheinungen am Nickel sind nicht so einfach, als die von mir am Eisen und Stahl auf ihre Wechselbeziehungen untersuchten.

1040 Aus der vorstehenden Vergleichung ergiebt sich eine selbst bis in die Einzelheiten gehende Analogie zwischen den Phänomenen des Magnetismus und denen der Torsion.

Die Resultate, welche diese Analogie begründen, sind nicht mit der Annahme von magnetischen Fluidis vereinbar, welche erst bei der Magnetisirung des Eisens und Stahls in den einzelnen Molecülen vertheilt würden.

Mit Unrecht würde man indess aus jener Analogie folgern, dass die Magnetisirung auf einer Torsion der magnetisirten Stäbe beruht. Eine solche ist durch das Experiment nicht nachzuweisen; auch ergeben sich ähnliche Beziehungen, wie bei der Torsion der Drähte, bei anderen Verschiebungen ihrer Molecüle, z. B. bei ihrer Biegung u. s. f.

Wir haben auch nicht nöthig, mit Wertheim (l. c.) besondere Annahmen über die Bewegungen des die Atome der Körper umgebenden Aethers zu machen, um die Beziehungen zu erklären. Vielmehr folgt aus den mitgetheilten Resultaten mit Sicherheit, dass bei der Magnetisirung ähnliche mechanische Vorgänge stattfinden, wie bei den Gestaltsveränderungen der Körper.

Wir wollen unter Zugrundelegung der Annahme drehbarer Molecularmagnete, welche durch die magnetisirenden Kräfte gerichtet und durch die Molecularkräfte in ihre unmagnetischen Gleichgewichtslagen zurückgeführt werden, indess bei ihrer Einstellung in die ihnen durch die wirksamen Kräfte gebotene Lage einen gewissen Widerstand erfahren, welcher zunächst im Stahl grösser ist, als im harten und weichen Eisen, die hauptsächlichsten der zuweilen scheinbar complicirten Erscheinungen bei diesen beiden Metallen ableiten. Die übrigen ergeben sich dann durch analoge Betrachtungen.

1041 Die Wirkung der Erschütterungen auf die magnetisirten Körper und die mechanischen Kräften unterworfenen Körper besteht darin, dass ihre Molecüle in Bewegung gesetzt werden. Der Widerstand, welcher ihrer Einstellung durch die einmal wirkenden Kräfte hinderlich ist, wird vermindert; die Reibung der Ruhe wird gewissermaassen in die kleinere Reibung der Bewegung verwandelt. Daher können in allen Fällen die Theilchen mehr den gerade auf sie wirkenden Kräften folgen, die Er-

schütterungen müssen eine Zunahme der temporären, eine Abnahme der permanenten Torsionen und Magnetisirungen bewirken.

1042 Die Torsion eines permanent magnetischen Stabes hat eine dauernde und eine vorübergehende Wirkung. Zuerst werden durch die Torsionen die Molecüle des Stabes, wie durch andere Erschütterungen, nur in weiteren Wegen, hin und her bewegt. Die Axen der Molecularmagnete, welche der der Axe des Stabes parallelen Stellung bei der Magnetisirung zugeneigt wurden, kehren bei der Torsion wieder mehr und mehr in ihre früheren Lagen zurück und behalten dieselben dann dauernd bei. Daher verliert der Stab dauernd an seinem permanenten Magnetismus. Diese Wirkung können wir die Erschütterungswirkung nennen.

Die zweite vorübergehende specielle Wirkung der Torsion ist die folgende:

Werden durch das Magnetisiren eines, wir wollen im Folgenden annehmen, vertical gestellten Stabes die Axen der Molecularmagnete mehr oder weniger vertical gerichtet, so können ihre Axen in allen möglichen Verticalebenen liegen, von denen die einen durch die Axe des Stabes selbst gelegt, die anderen derselben parallel sind. Von der Axe aus betrachtet, wenden in diesen letzteren Ebenen ebenso viele Molecüle ihre Nordpole z. B. zur linken, wie zur rechten Seite. Bei der Torsion werden daher ebenso viele Molecüle mit ihren Axen zur verticalen Richtung in die Höhe gedreht, wie andere ebenso weit zur horizontalen Richtung gesenkt. Die durch die Hebung der Axen der ersten Molecüle bewirkte Zunahme des magnetischen Momentes des Stabes wird von der durch die Senkung der Axen der anderen Molecüle bewirkten Abnahme desselben compensirt. — Anders verhalten sich die Molecularmagnete, deren Axen in den durch die Axe des Stabes gehenden Ebenen liegen. Diese werden alle bei der Torsion des Stabes mit ihren Axen gegen die horizontale Lage hingeneigt. Hierdurch vermindert sich der Magnetismus des Stabes. Beim weichen Eisen scheinen die leicht beweglichen Molecüle, gerade wie sich ihre Axen während der Wirkung eines magnetisirenden Stromes leicht unter seinem Einfluss der Axe des Stabes zuneigen, so auch mit ihren Axen leicht der Drehung des Stabes zu folgen. Die Abnahme des Magnetismus bei der Torsion ist daher bedeutend. Beim Stahl werden dagegen die Molecüle durch den ihrer Drehung entgegenstehenden Widerstand verhindert, der bei der Torsion zwischen ihnen stattfindenden Reibung weit nachzugeben; ihre Axen weichen weniger aus ihrer gegenseitigen Lage; die Abnahme des Magnetismus ist geringer.

Kehrt der Stab nach der Torsion in seine Ruhelage zurück, so kommen im Eisenstab die Molecüle wieder völlig in ihre frühere Stellung; der Magnetismus des Stabes wächst bis zur völligen Detorsion und nimmt bei der Torsion nach der entgegengesetzten Seite wieder ab. So zeigen

es die Beobachtungen von Wertheim. Anders verhält sich der Stahl, in welchem die einmal bei der Torsion um ihren Schwerpunkt gedrehten Molecüle fester ihre neuen Stellungen bewahren. Ihre Axen bleiben daher auch bei der Detorsion gegen die Axe des Stabes nach der Seite der ersten Drehung hin geneigt, der Magnetismus des Stabes ist gegen früher vermindert. Erst wenn der Stab nach der entgegengesetzten Seite tordirt wird, richten sich die Axen der Molecüle allmählich auf, und der Magnetismus des Stabes nimmt bei dieser Torsion bis zu einem Maximum zu.

1043 Wird ein Stab tordirt, während er unter dem Einflusse des magnetisirenden Stromes temporär magnetisirt ist, so wirkt anfänglich die Torsion wieder wie eine Erschütterung: die Molecüle folgen mehr dem Zuge der magnetisirenden Kraft, ihre magnetischen Axen neigen sich mehr dem Parallelismus mit der Axe des Stabes zu, sein temporärer Magnetismus vermehrt sich.

Bei wiederholten Torsionen verhalten sich auch in diesem Falle Eisen und Stahl verschieden. Im weichen Eisen folgen die magnetischen Axen der Molecüle leicht der Drillung des Stabes und neigen sich stark in windschiefe Lage; indess erhebt sie ebenso der Zug der magnetisirenden Kraft verhältnissmässig leicht gegen die Axe des Stabes hin und compensirt dadurch zum Theil den durch die erste Bewegung bewirkten Verlust des Stabes an Magnetismus. Da indess mit wachsender Torsion der Stab härter, seine Molecüle weniger beweglich werden, so kann die magnetisirende Kraft doch nicht ganz die Senkung der Axen der Molecüle aufheben; der temporäre Magnetismus vermindert sich also durch die Torsion. Bei der Detorsion des Stabes nach geringeren Torsionen werden die Molecüle wieder ganz beweglich und kehren in ihre frühere Lage völlig zurück. Der temporäre Magnetismus des Stabes wächst wieder bis zur völligen Detorsion.

Bei grösseren Torsionen besitzen im tordirten weichen Eisenstab, selbst wenn die Torsionen so gross gewesen sind, dass sie ihm eine permanente Drillung ertheilt haben, die Molecüle dennoch im Verhältniss zu denen des harten Eisens und Stahles eine grosse Beweglichkeit und verharren daher auch nur wenig fest in einer gegen die Axe des Stabes windschiefen Lage. Wird daher vor der Detorsion der magnetisirende Strom geöffnet, und kehren die Molecüle fast vollständig in ihre mechanische Gleichgewichtslage zurück, so nähern sie sich bei der Detorsion durch die dabei erfolgenden Erschütterungen dieser Gleichgewichtslage noch mehr und erheben sich dabei mit ihren magnetischen Axen nur wenig gegen die Axe des Stabes, um bei etwas bedeutender Entdrillung sogleich wieder zu sinken. Das Maximum des permanenten Magnetismus zeigt daher der Stab bei einer sehr kleinen Detorsion.

1044 Wird ein harter Eisen- oder Stahlstab während der Einwirkung der magnetisirenden Kraft stark tordirt, so nehmen die Molecüle mit

ihren magnetischen Axen wiederum gegen die Axe des Stabes windschiefe Lagen an, aus denen sie wegen ihrer geringeren Beweglichkeit auch durch den Zug der magnetisirenden Kraft nur wenig entfernt werden. Zugleich aber folgen, wie wir schon oben angenommen, auch bei der Torsion die Axen der Molecüle nicht ganz der mechanischen Drillung des Stabes; daher ist ihre Entfernung von der ersten Stellung nicht bedeutend. Bei der Torsion des harten Stabes nimmt daher sein temporärer Magnetismus ab, wenn auch nicht sehr stark. Bei der Detorsion erhält der Stab seinen früheren temporären Magnetismus wieder, wenn die Torsion nicht bedeutend war, so dass nach Aufhebung derselben die Molecüle in ihre früheren Lagen zurückkehren konnten. Wird aber der Stab so stark tordirt, dass er eine permanente Torsion behält, so erheben sich bei geringer Detorsion die windschief geneigten magnetischen Axen der Molecüle, unterstützt von der Kraft des magnetisirenden Stromes, zuerst gegen die Axe, und somit nimmt der Magnetismus des Stabes zu. Bei weiterer Detorsion senken sich die Axen der Molecüle nach der anderen Seite und die magnetisirende Kraft genügt bei ihrer geringen Beweglichkeit nicht mehr, um sie ebenso weit wieder zu erheben. Daher vermindert sich bei weiterer Detorsion der temporäre Magnetismus.

Wird der magnetisirende Strom vor der Detorsion geöffnet, so weichen die magnetischen Axen der Molecüle nicht weit in ihre Stellung zurück. Sie werden bei der Detorsion wieder zuerst gegen die Axe des Stabes gehoben und dann nach der anderen Seite hin gesenkt, und zwar erfordert die Hebung eine stärkere Detorsion, als während der Einwirkung des Stromes, da die Kraft des letzteren zur Aufrichtung der Axen der Molecüle beitrug. Also auch hier nimmt der permanente Magnetismus des Stabes bei seiner Detorsion zuerst zu und dann ab. Wird der Strom erst nach der Detorsion unterbrochen, so sind, wie wir soeben erwähnt, jetzt die Axen der Molecüle nach der entgegengesetzten Seite geneigt, wie vorher: der Stab zeigt also erst bei einer neuen Zurückdrehung nach der ersten Seite hin sein Maximum an Magnetismus.

Auf diese Weise erklären sich die complicirten Erscheinungen, welche Wertheim bei Untersuchung der sogenannten Rotation des Maximums des temporären und permanenten Magnetismus beobachtet hat. Es ist aus dem Vorhergehenden ersichtlich, weshalb das Maximum des temporären Magnetismus beim harten Eisen weit von der mechanischen Gleichgewichtslage des magnetisirten Stabes, das Maximum des permanenten Magnetismus näher bei derselben auftritt, beim weichen Eisen sich aber das umgekehrte Verhältniss zeigt.

1045 Erschütterungen, die einem während der Dauer des magnetisirenden Stromes tordirten Stab ertheilt werden, können die vorliegenden Erscheinungen ändern, da unter ihrem Einfluss, namentlich bei Eisenstäben, die Molecüle leichter den von aussen wirkenden Kräften folgen.

Solche Erschütterungen sind indess nur mit Vorsicht anzuwenden, da sie leicht Unregelmässigkeiten veranlassen können (vergleiche §. 948).

Die von **Matteucci** beobachteten Inductionsströme, welche in einem, mit seinen Enden mit den beiden Enden des Drahtes eines Galvanometers verbundenen Eisenstab auftreten, wenn der Stab im Inneren einer Magnetisirungsspirale tordirt wird, ergeben sich ohne Weiteres, wenn man mit **Matteucci** den Stab als aus einzelnen magnetischen Fasern zusammengesetzt betrachtet, welche sich bei der Torsion des Stabes um seine Axe hierhin oder dorthin winden. Da indess diese Erklärung nicht genügt, um den grössten Theil der im Vorhergehenden mitgetheilten Thatsachen zu begründen, schreiben wir richtiger die Entstehung jener Inductionsströme der abwechselnden Neigung der Axen der magnetischen Molecüle des Stabes nach der einen und der anderen Seite bei seiner Torsion zu.

1046 Bei der Magnetisirung eines permanent tordirten Stabes treten nach meinen Versuchen die analogen Erscheinungen ein, wie bei der Torsion eines magnetisirten Stabes. Auch hier findet eine dauernde Abnahme der Torsion bei der Magnetisirung statt, weil dadurch zunächst die Molecüle beweglicher gemacht werden. Nachher verursacht die Magnetisirung vorübergehende Aenderungen der Torsion, indem bei der Hin- und Hermagnetisirung die Molecularmagnete hin- und hergedreht werden und ihren Bewegungen die ganze Masse des tordirten Stabes folgt, gerade wie sich dies umgekehrt bei der Torsion der Magnetstäbe in Bezug auf die Bewegungen der magnetischen Molecüle ergeben hat. — Ganz dasselbe Verhalten zeigen die tordirten Stäbe beim Hindurchleiten eines transversal magnetisirenden Stromes.

An Drähten, welche durch die tordirenden Gewichte gedrillt sind, lässt sich namentlich sehr gut zuerst die Erschütterungswirkung der Magnetisirung studiren, und wie nach ihrer Beendigung die bei der Magnetisirung erfolgende Aufrichtung der Axen der Molecüle in eine der Axe des Drahtes parallele Stellung auch eine Geradrichtung der in sich gewundenen Drähte, eine Detorsion zur Folge hat, welche verschwinden muss, wenn nach Aufhebung der Magnetisirung die Molecüle unter dem Einfluss des tordirenden Gewichtes ihre vorige Lage wieder einnehmen.

1047 Das merkwürdige Verhalten tordirter und dann theilweise detordirter Drähte bei der Magnetisirung sowie magnetisirter und nachher theilweise entmagnetisirter Drähte beim Tordiren erklärt sich wohl daraus, dass die Molecüle solcher Drähte gewissermaassen in einer weniger stabilen Gleichgewichtslage sind, aus welcher sie sich durch die beim Magnetisiren oder Tordiren stattfindenden Erschütterungen in eine stabilere Gleichgewichtslage begeben; diese nähert sich bei starken Detorsionen und Entmagnetisirungen den vor diesen Processen stattfindenden Lagen der Molecüle. Werden indess die Molecüle durch stärkere

Magnetisirungen oder Torsionen in weiteren Wegen gedreht oder an einander verschoben, so verlässt der Draht auch jene Gleichgewichtslagen und bequemt sich mehr und mehr den durch letztere Wirkungen regelmässig verursachten Verschiebungen der Molecüle an, weshalb dann eine Abnahme der Torsion oder des Magnetismus eintritt.

1048 Die Magnetisirung eines Eisendrahtes, durch welchen man einen Strom geleitet hat, durch die Torsion habe ich folgendermaassen zu erklären versucht:

Wird der positive Strom durch den Eisendraht von oben nach unten geleitet, so stellen sich die Nord- und Südpole *n* und *s* der Molecüle in demselben wie in der Fig. 265. Wird der Draht tordirt, so verschieben sich sowohl seine unter einander liegenden Querschnitte an einander, als auch die parallel seiner Axe liegenden Molecülreihen. Durch beide Bewegungen können die Molecüle über einander hingleiten und gewissermaassen auf einander entlang rollen. Die Versuche zeigen, dass die letztere Bewegung überwiegt. Wird nämlich der Draht schraubenrechts gedreht, wie in Fig. 266, so würden durch die erstere Bewegung die Nordpole, durch die zweite die Südpole der einzelnen Molecüle nach oben gekehrt. In der That erhält aber der Draht bei der erwähnten Torsion oberhalb einen Südpol, bei der entgegengesetzten einen Nordpol.

Fig. 265.



Fig. 266.



Würden die Molecüle in den einzelnen Fasern des Drahtes bei der Drillung unverändert ihre Lage gegen die Axen derselben bewahren, so würden sich bei der Fig. 265 gezeichneten Torsion die Nordpole der Molecüle nach oben richten. Dieser Grund für die axiale Magnetisirung des Drahtes ist also jedenfalls nicht der entscheidende.

Dass Drehungen der Molecularmagnete in dem Drahte selbst oder in einer den Draht umgebenden Spirale Inductionsströme erzeugen können, versteht sich von selbst. Die Richtung derselben stimmt ganz mit den hier erwähnten Drehungsrichtungen der Molecularmagnete überein.

In analoger Weise können wir auch die §. 1008 erwähnten Erscheinungen erklären.

1049 Den von mir im Jahre 1858 angestellten Versuch, dass ein Eisen- oder Stahlstab, welchen man während oder nach dem Durchleiten eines galvanischen Stromes tordirt, magnetisch wird, hat Sir W. Thomson [1]) durch die Annahme zu begründen versucht, dass sich die Fasern des Stabes bei der Torsion spiralig ordneten, und so auch der Strom darin

---

[1]) Sir W. Thomson, siehe Nagaoka, Phil. Mag. [5] **29**, 123, 1890; Beibl. **14**, 407.

spiralig verliefe. Indess erwähnt er selbst die Schwierigkeit, dass die Wirkung der Torsion bis zur Anwendung der stärksten durch den Draht geleiteten Ströme die gleiche Richtung hat, während die Aeolotropie sich nur für schwache Magnetisirungen ergeben würde und auch der Wirkung der Aeolotropie auf die elektrische Leitfähigkeit entgegengesetzt ist. Die obige Ansicht wird auch dadurch widerlegt, dass auch nach dem Oeffnen des durch den Draht geleiteten Stromes die durch denselben permanent transversal-circular magnetisirten Eisendrähte durch die Torsion eine dauernde axiale Magnetisirung erhalten. Auch das entgegengesetzte Verhalten des Nickels und Eisens spricht dagegen. Dass indess der erwähnte Einfluss secundär neben der Drehung der Molecularmagnete auftreten kann, ist wohl nicht zu bezweifeln.

1050 Eine andere Erklärung dieser Erscheinungen ist von Maxwell und Chrystal versucht worden.

Nach den Versuchen von Sir W. Thomson besteht ein Gegensatz zwischen dem Verhalten magnetischer Eisenstäbe einerseits, sowie magnetischer Nickelstäbe andererseits bei Einwirkung longitudinaler Zugkräfte. Während der temporäre Magnetismus der ersteren bei der Belastung unterhalb eines gewissen kritischen Werthes der magnetischen Kraft zunimmt, oberhalb desselben abnimmt, steigt der temporäre Magnetismus des Nickels und Kobalts unterhalb und sinkt oberhalb einer anderen (viel grösseren) kritischen magnetisirenden Kraft. Dass dieser Unterschied indess nur von der Stärke des Magnetismus der Eisen- und Nickelstäbe abhängt, somit ein rein quantitativer ist, hat Heydweiller (§. 971) gezeigt.

In reciproker Weise folgt aus den Versuchen von Barret, dass, während sich nach Joule Eisenstangen bei der Magnetisirung verlängern, Nickelstangen sich im Gegentheil verkürzen.

Parallel zu diesen Erfahrungen hatte ich schon im Jahre 1858 gefunden, dass ein longitudinal magnetisirter Eisenstab sich beim Durchleiten eines Stromes tordirt, und zwar, wenn der Nordpol zum Südpol fliesst, an seinem von oben gesehenen Südpol in der Richtung der Bewegung des Uhrzeigers.

Ein ganz ebenso behandelter Nickelstab dreht sich nach Knott[1]) in entgegengesetzter Richtung.

Nach Maxwell und Chrystal sollen sich die gleichzeitig durch den herum- und hindurchgeleiteten Strom longitudinal und transversal, also in Folge dessen in schräger spiraliger Richtung magnetisirte Eisen- und Nickelstäbe ebenfalls entgegengesetzt verhalten. Die Eisendrähte sollten sich in letzterer Richtung verlängern und dadurch in dem oben angegebenen Sinne tordiren. Die Nickeldrähte sollten sich verkürzen und somit in entgegengesetzter Richtung tordiren, wie oben.

---

[1]) Knott, Proc. Roy. Soc. Edinb. 1882/83, p. 225; Beibl. 8, 399, 1884.

1051 Eine Berechnung hierüber hat Knott[1]) anzustellen versucht.

Wird ein dünner Eisencylinder constant auf die Grösse α circular magnetisirt und dann immer stärker longitudinal auf die variable Grösse β, so ist die resultirende Magnetisirung $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$, welche mit dem Loth an der betreffenden Stelle einen Winkel macht, dessen Tangente α/β ist. Ist die Verlängerung in dieser Richtung $\mu(\alpha^2 + \beta^2)$, wie Joule angegeben hat, so ist die Torsion für die Längeneinheit des Drahtes:

$$\tau = \mu(\alpha^2 + \beta^2)\frac{\alpha}{\beta} = \mu\left(\frac{\alpha^3}{\beta} + \alpha\beta\right).$$

Der Werth τ hat ein Maximum, wenn $\beta = \alpha$ ist. Je grösser α ist, bei desto höherem β wird das Maximum erreicht. So ist z. B. dabei:

$\alpha =$	0,575	0,723	0,891	3,157	4,068
$\beta =$	2	2,2	2,4	3,1	3,5

Bei grösserer Belastung ist die Torsion durch die beiden Ströme α und β kleiner, wie auch nach Joule die Längsdehnung. (Bei meinen Versuchen zeigte sich kein Einfluss; vermuthlich waren die Drähte im Verhältniss zu den belastenden Gewichten zu dick.)

Nach Joule ändert sich bei einer grösseren Längsdehnung die durch die Magnetisirung erzeugte Verlängerung in eine Verkürzung um. Ein analoges Verhalten war indess bei der vereinten Wirkung der circular und longitudinal magnetisirenden Ströme nicht nachzuweisen.

Bei Nickel ist die Richtung der Torsion die entgegengesetzte, wie bei Eisen; auch zeigt sich bei constantem Strome α und variablem β kein Maximum. Dem entspricht, dass nach Barret Nickel sich bei der Magnetisirung contrahirt. Vermehrung der spannenden Gewichte vermindert auch hier die Torsion; nur einmal zeigte sich bei einer mittleren Spannung ein Maximum.

Indess ist zu beachten, dass die axial und circular gestellten Molecularmagnete mit verschiedener Kraft in ihren Lagen festgehalten werden, so dass die Werthe α und β jedenfalls noch mit Constanten multiplicirt werden müssten.

1052 Als einen Hauptbeweis gegen diese Hypothese und als Stütze für die von mir ausgesprochenen Ansichten habe ich das den obigen Erfahrungen völlig coordinirte Phänomen (§. 948) herbeigezogen, dass sich ein durch einen hindurchgeleiteten Strom circular oder äquatorial, sei es temporär oder permanent magnetisirter Draht, bei der Torsion longitudinal magnetisirt.

Würde die Torsion allein nur wie eine Dehnung der Drähte wirken, so wäre überhaupt nicht abzusehen, wie sie eine longitudinale Magnetisirung der äquatorial magnetisirten Drähte bewirken könnte.

Nehmen wir ferner an, dass sich dabei die Fasern der Drähte schräg stellen, die Molecüle in ihnen aber gegen ihre Axen ihre Lagen bei-

[1]) Knott, Trans. Roy. Soc. Edinb. 32 [1] 193, 1882/83; Beibl. 9, 458.

behielten, so würde in allen Fällen, wenn der Strom von der drehbaren zur festen Klemme fliesst, und erstere entgegen der Richtung des Uhrzeigers gedreht wird, der Draht an der festen Klemme einen Südpol erhalten, gleichviel ob er aus Eisen oder Nickel bestände. Die Dehnung der Fasern könnte dabei unter der kritischen Magnetisirung eine Zunahme dieser Polarisirung beim Eisen, eine Abnahme beim Nickel, nicht aber eine Umkehrung derselben bewirken.

Eine alleinige Verschiebung der Querschnitte ohne eine dabei erfolgende Drehung der Molecüle würde dem Draht gar keinen longitudinalen Magnetismus ertheilen, und daran könnte auch die Längsdehnung nichts ändern.

Danach muss primär bei der Torsion eine entgegengesetzte Drehung der Molecüle im Eisen und im Nickel erfolgen. Ich habe nun schon früher diese Drehungen auf die soeben angegebenen neben einander hergehenden Erscheinungen zurückgeführt, auf die Verschiebung der Längsfasern und die der Querschnitte der tordirten Drähte an einander, wodurch die neben einander liegenden Molecüle in Folge der Reibung der Massen derselben an einander gedreht werden, und zwar durch beide Verschiebungen in entgegengesetzter Richtung. Beim Eisen überwiegt die Reibung der Längsfasern, beim Nickel die der Querschnitte.

Diese verschiedene Drehung der Molecüle muss man selbstverständlich auch, wie ich es versucht habe, zur Erklärung der reciproken Phänomene herbeiziehen. Werden die Molecüle mit ihren Axen durch einen herum- und hindurchgeleiteten Draht schräg gestellt, so müssen die Fasern und Querschnitte derselben ihren Drehungen ebenso folgen, wie die Molecüle den Verschiebungen der Fasern und Querschnitte bei der Torsion, und ganz entsprechend muss sich auch hier das Nickel dem Eisen entgegengesetzt verhalten. Die Verlängerung der Länge der Fasern kann dabei nur einen die Phänomene quantitativ ändernden, secundären Einfluss ausüben.

Die Einwände von Knott[1]), dass meine Theorie die Erscheinungen nicht vorhersagen liesse, z. B. das entgegengesetzte Verhalten des Eisens und Nickels, sind ebenso gut auf die Maxwell'sche Theorie in Bezug auf die Verschiedenheiten der beiden Metalle bei der Dehnung anzuwenden. Ebenso ist die Behauptung nicht wohl einzusehen, dass nach meiner Theorie die Aufeinanderfolge der Magnetisirungen in longitudinaler und transversaler Richtung und umgekehrt verschieden gerichtete Torsionen bedingte, wo doch die letzteren in beiden Fällen, abgesehen von Reibungen, dieselbe Stellung einnehmen müssen. Ebensowenig ist ein Grund zu erkennen, weshalb die Magnetisirung eines stromdurchflossenen Drahtes beim Tordiren, wozu die Torsion relativ gross sein müsste, sowie die 1053

[1]) Vergl. Knott, Proc. Roy. Soc. Edinb. **35**, [2], 377, 1889; Beibl. **13**, 715; Transact. Roy. Soc. Edinb. **36**, [2], 485, 1891; Beibl. **16**, 300; Phil. Mag. [5] **37**, 141, 1894; Beibl. **18**, 596.

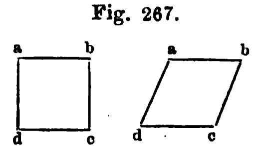
Torsion dei der Magnetisirung von stromdurchflossenen Drähten, welche Torsion relativ sehr klein wäre, nicht reciprok sein sollten. Es scheint doch nur natürlich, wenn grosse Deformationen (Torsionen) nur kleine Drehungen der Molecüle mit ihren magnetischen Axen aus der äquivalenten in die mehr axiale Lage bedingen, dass die durch die magnetischen Kräfte bedingten, relativ immer nur geringen Drehungen der Molecüle nur kleine mechanische Torsionen hervorrufen können [1]).

Ein Versuch, zur Bestätigung der Maxwell'schen Erklärung der von mir beobachteten Wirkung eine Zusammenziehung eines vom Strom durchflossenen Eisenstäbchens nachzuweisen, ist bis jetzt nicht gelungen [2]).

1054 Uebrigens ist zu bedenken, dass auch das entgegengesetzte Verhalten des magnetisirten Eisens und Nickels bei der Belastung und umgekehrt nicht erklärt ist, und man hierbei wohl auch seine Zuflucht zu der verschiedenen mechanischen Wechselwirkung der longitudinal und transversal neben einander liegenden Molecularmagnete nehmen muss, die ebensowohl bei der Torsion der Drähte die verschiedene Drehung der Molecüle in beiden Metallen veranlassen kann.

1055 Zehnder [3]) stellt hierzu noch folgende Betrachtungen an: Ein parallelepipedisches Element *abcd*, Fig. 267, eines Drahtes, welches auf dem Radius des Drahtes senkrecht steht und dessen Seitenkanten vertical sind, wird bei der Torsion des Drahtes deformirt, so dass die Seitenkanten sich schräg stellen. Dadurch wird die Diagonale *bd* verlängert, *ac* verkürzt. Zerlegt man die longitudinale Magnetisirung des Drahtes in dem Element in zwei Componenten nach diesen Richtungen, so wird die eine Componente um ebensoviel geschwächt, wie die andere verstärkt. Die Längsmagnetisirung würde also hiernach unverändert bleiben. Zugleich tritt aber eine im Querschnitt des Drahtes verlaufende Componente senkrecht zu dem betreffenden Radius auf. Diese Componenten setzen sich zu einer Circularmagnetisirung im einen oder anderen Sinne zusammen, wie beim Eisen [4]) und Nickel.

Fig. 267.



4. Beziehungen der Magnetisirung zur Biegung.

1056 Die Biegung ändert das magnetische Moment von temporär und permanent magnetisirten Körpern nach Wertheim (§. 997) in ganz ähnlicher Weise, wie die Dehnung und Torsion. Dabei werden wiederum einmal die Theilchen erschüttert und leichter beweglich und folgen so mehr den

[1]) Shelford Bidwell, der die Erklärung von Maxwell und Chrystal annimmt, erklärt die reciproke Erscheinung bei der Torsion circular magnetisirter Drähte nicht (Phil. Mag. [5] 22, 253, 1886; Beibl. 10, 727). — [2]) Knott, l. c. — [3]) Zehnder, Wied. Ann. 41, 255, 1890. — [4]) Ewing, Proc. Roy. Soc. 36, 132, 1884; Beibl. 8, 664.

jedesmal auf sie wirkenden Kräften, sodann werden auch die Theilchen selbst an einander verschoben. Die genauere Untersuchung dieser Erscheinungen ist schwieriger, als die der Beziehungen zwischen Torsion und Magnetismus, da bei der Biegung die ganze Masse der Stäbe gegen den ihr magnetisches Moment messenden Apparat verschoben wird.

Die umgekehrte Einwirkung der Magnetisirung auf einen gebogenen Stab ist von Guillemin[1]) beobachtet worden. 1057

Ein Eisenstab von etwa 1 cm Durchmesser und 20 bis 30 cm Länge war in horizontaler Lage am einen Ende befestigt und an seinem freien Ende durch ein kleines angehängtes Gewicht ein wenig nach unten gebogen. Er richtete sich beim Durchleiten eines galvanischen Stromes durch eine ihn umgebende Drahtspirale gerade und bog sich bei Unterbrechung desselben wieder. Hierbei konnte der Draht der Spirale unmittelbar auf den Eisenstab aufgewunden und so die Axe der Spirale selbst bei der Biegung des Stabes mit ihm gebogen werden. Dann kann ein von der Spirale auf den Stab selbst ausgeübter seitlicher Zug ihn nicht gerade richten[2]). Ein solcher Zug würde ihn auch bei einer irgendwie excentrischen Stellung im Gegentheil noch mehr biegen, indem er ihn gegen die ihm zunächst liegenden Wände der Spirale hinzöge. Vielmehr ist es wohl auch hier die elektromagnetische Anziehung der Spirale gegen die an ihren Enden befindlichen Theile des Stabes, welche ihn kürzer zu machen strebt, und dadurch zugleich die Geraderichtung seiner Axe veranlasst. Dagegen ist sie nicht der temporären Zunahme der Elasticität des Stabes zuzuschreiben, da letztere sich bei der Magnetisirung kaum ändert. 1058

Wertheim[3]) hat diese seitliche Ausbiegung untersucht, indem er bei den §. 997 beschriebenen Versuchen die Drahtrolle so aufstellte, dass ihre Axe nicht mehr mit der des Stabes zusammenfiel. Durch ein Mikroskop wurde die seitliche Verschiebung des Endes des Stabes bestimmt, als sich seine Axe in verschiedenen Abständen von der Axe der Spirale befand, indess dabei der letzteren parallel blieb. 1059

Die seitliche Verschiebung war bei zwei Eisenstäben (I und II) von 10 und 5 mm im Quadrat Querschnitt und einem aufrecht gestellten Streifen Eisenblech (III) von 12 mm Breite und 3,375 mm Dicke nahezu proportional den Intensitäten der magnetisirenden Ströme. Diese Intensitäten wurden bei den Versuchen im Verhältniss von etwa 1 : 3 und 1 : 7 geändert.

Bezeichnen b und c die Breite und Dicke, L die Länge des Eisenstabes, q den Elasticitätscoëfficienten, so kann man aus der seitlichen

[1]) Guillemin, Compt. rend. 22, 264 u. 432, 1846. — [2]) Wertheim, Compt. rend. 22, 336, 1846; Pogg. Ann. 68, 140. — [3]) Wertheim, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 23, 302, 1848.

Verschiebung f durch einen Strom von der Intensität Eins berechnen, wie gross ein Gewicht G sein müsste, welches, am Ende des Stabes angebracht, die gleiche Wirkung wie der Strom hervorbringen würde. Dieses Gewicht ist

$$G = f \cdot \frac{q b c^3}{4 L^3}.$$

Nach Versuchen von Wertheim sind die Gewichte G bei wachsendem Abstande D der Axe des Stabes von dem der Spirale:

	$D = 80$ mm		$D = 50$ mm	
	f	G	f	G
Stab I	0,1337 mm	6,408 g	0,0727 mm	3,484 g
Stab II	0,4648	1,462	0,2853	0,813
Blech III	0,9377	2,673	0,4747	1,493

Die durch die Gewichte G gemessenen mechanischen Kräfte, welche bei der Verschiebung der Enden der Stäbe bei Anwendung gleicher Stromintensitäten auftreten, verhalten sich demnach bei den Stäben I, II, III:

$D = 80$, wie 100 : 22,81 : 41,71,
$D = 50$, „ 100 : 23,84 : 42,82,

während die Massen gleicher Längen der Stäbe sich verhalten wie

100 : 25,00 : 40,50.

Im Ganzen ist also die Anziehung der Spirale gegen die Stäbe proportional der Intensität des Stromes und der Masse des durch ihn magnetisirten Eisens.

5. Einfluss der Magnetisirung auf das Volumen, die Festigkeit, Elasticität und Härte des Eisens.

1060 Die theoretische Berechnung der Volumenänderungen bei der Magnetisirung, soweit sie von den elektromagnetischen Kräften herrühren, haben wir bereits §. 957 erwähnt.

1061 Das ganze Volumen eines Eisenstabes scheint durch die Magnetisirung nicht merklich geändert zu werden. Dies zeigt folgender Versuch von Joule[1]).

Eine unten geschlossene, etwa 4 cm weite, 100 cm lange Glasröhre war am einen Ende geschlossen, in das andere war mittelst eines durchbohrten Glasstöpsels ein Capillarrohr eingesetzt. In die Röhre wurde

[1]) Joule, Phil. Mag. 30, 76, 1847.

ein Eisenstab gelegt und sie sodann mit Wasser gefüllt. Die Röhre wurde mit einer Drahtspirale umgeben. Als durch letztere ein galvanischer Strom geleitet wurde, welcher das Eisen zum Maximum magnetisirte, änderte sich der Stand des Wassers in der Capillarröhre nicht, obgleich dies schon bei einer Aenderung des Volumens des Eisens um $^1/_{45\,000\,000}$ merkbar gewesen wäre. Erst nach einiger Zeit, wenn dem Wasser im Glasrohr Wärme von der durch den Strom erwärmten Drahtspirale mitgetheilt worden war, stieg es allmählich im Capillarrohr.

Analoge Resultate haben auch Wertheim[1]) und Buff[2]) unter Anwendung eines ganz ähnlichen Verfahrens erhalten.

Bei Nickelstäben beobachtete Barrett[3]) mittelst desselben Verfahrens ebenfalls kaum eine Vergrösserung derselben, die höchstens $1/10^7$ des Volumens ausmachte.

Derartige Versuche hat auch Knott an Eisen- und Nickelröhren angestellt[4]). Die Röhren waren 34,8 cm lang, von etwa 3 cm äusserem Durchmesser. Die eine Eisenröhre *I* hatte 1 cm, die andere *II* 2 cm inneren Durchmesser, die dritte *III* 1 mm Wandstärke, die Nickelröhre hatte 0,3 mm Wandstärke. Die Röhren waren mit alkoholischer Cochenillelösung gefüllt und oben durch einen von einem Capillarrohr durchsetzten Kork geschlossen. **1062**

Sind λ und μ die Verlängerungen parallel und senkrecht zur Axe der Röhre auf ihrer Innenwand, so ist $\lambda + 2\mu$ die beobachtete Aenderung der Volumeneinheit. Die Werthe für die drei Eisenröhren bei Feldstärken $\mathfrak{H} = 50, 125, 250$ C.-G.-S. sind nach Bidwell bezw. $10^7\lambda = 10, 18, 5$, und demnach ist $10^7\mu$

für die Röhren	I	II	III
$\mathfrak{H} = 50$	$-5,9$	$-6,1$	$-5,6$
$\mathfrak{H} = 125$	$-12,3$	$-13,2$	$-10,5$
$\mathfrak{H} = 250$	-13	-6	$-7,6$

Die transversale Contraction überwiegt also beim Eisen über die longitudinale Dilatation, so dass sich der innere Raum verkleinert. Die Contraction erreicht scheinbar ein Maximum, welches bei den Röhren II und III mit dünnen Wänden nicht weit von dem Felde liegt, welches die Maximalausdehnung erzeugt.

Bei der dünnen Nickelröhre wuchs die Compression der Innenseite bis zu Feldern von 50 proportional der Feldstärke $\mathfrak{H}$ nach der Formel $\lambda + 2\mu = -1,8 . 10^{-8}\mathfrak{H}$. Da nach Bidwell $\lambda = 18 . 10^{-8}\mathfrak{H}$ ist, so wird $\mu = +8,1 . 10^{-8}\mathfrak{H}$. Für stärkere Felder von 60 — 135 — 260 wuchs $10^7\lambda$ von -100 bis -163 und -202, $10^7\mu$ von 45,7 bis 81,5 bis 105,5. Die transversale Ausdehnung ist so wenig von der longitudi-

[1]) Wertheim, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **23**, 306, 1848; Pogg. Ann. **77**, 47. — [2]) Buff, Ann. der Chem. u. Pharm. Supplementbd. **3**, 143, 1864/65. — [3]) Barrett, Nature **26**, 585, 1882; Beibl. **7**, 201. — [4]) C. G. Knott, Proc. Roy. Soc. Edinb. **18**, 315, 1891; Beibl. **16**, 380.

nalen Contraction verschieden, dass die Volumenänderung des Innenraumes nur ein kleiner Bruchtheil von der durch die longitudinale Contraction erzeugten ist. In schwachen Feldern überwiegt die longitudinale Contraction über die transversale Dehnung, was einer Compression entspricht. Letztere erreicht ein Maximum etwa bei der Feldstärke 60, nimmt dann erst langsam, darauf schnell ab, wird bei 140 Null und wechselt das Zeichen. Bei der Feldstärke 260 ist die Dilatation etwa gleich der Maximalcontraction bei 60.

Glasröhren geben kein Resultat, der Alkohol erleidet also keine Volumenänderungen, ebensowenig wie eine Eisenröhre beim Durchleiten eines Stromes von 7 Amp.

1063 Nach weiteren Beobachtungen an fünf Röhren von schwedischem Eisen von ganz gleichen Verhältnissen mit Ausnahme der von 1,6, 1,28, 0,965, 0,70 bis 0,35 cm Radius absteigenden Durchbohrungen findet bei den vier ersten weiteren Röhren mit wachsender Feldstärke $\mathfrak{H}$ eine positive Dilatation statt, welche in eine negative übergeht und dann ($\mathfrak{H} = 150$) wieder in eine positive [1]). Die erste Dilatation tritt nur bei wiederholten Behandlungen der Röhre ein; bei der ersten ist die Dilatation auch bei den schwächsten Feldern negativ.

Hat bei den vier weiteren Röhren ein schwächeres Feld nach einem stärkeren gewirkt und wird dann entfernt, so ist die Volumencontraction kleiner als bei Anwendung der beiden Felder in entgegengesetzter Reihenfolge. Ist das zweite Feld klein genug, so wechselt die Contraction ihr Zeichen und wird zu einer positiven Ausdehnung, wenn das Feld dieselbe Richtung wie das vorherige stärkere hat. Hat es die entgegengesetzte Richtung, so wechselt das Zeichen niemals. Dies rührt nur von der Nachwirkung des stärkeren Feldes her und kann durch Neutralisirung mittelst abwechselnd gerichteter, immer schwächerer Felder beseitigt werden.

Eine Nachwirkung zeigt sich auch, namentlich bei der Röhre mit der kleinsten Durchbohrung. Hatte dasselbe Feld wiederholt mit Unterbrechungen gewirkt, so bewegte sich der Meniscus der Flüssigkeit in dem auf die Höhlung der Röhren gesetzten Capillarrohr erst schwach abwärts, dann aufwärts. Dies geschah erst bei wiederholten Wirkungen, in Folge dessen, dass das Feld nicht sofort seine Maximalstärke erreicht.

Weitere quantitative Versuche ergaben:

Positive Dilatationen in stärkeren Feldern zeigen sich nur in der Röhre mit der weitesten und in schwachen Feldern mit der engsten Bohrung. Das Maximum der negativen Dilatation erscheint nur in den weiteren drei Röhren und in Feldern, welche für die schwächeren Durchbohrungen stärker sind. In engen Röhren sind die Dilatationen beson-

---

[1]) C. G. Knott und Shand, Proc. Roy. Soc. Edinb. 19, 85, 249, 1892; Beibl. 17, 146, 673.

ders gross, eine Grenze wird bei ihnen noch nicht erreicht; die Innenwand scheint noch weit entfernt von der Sättigung zu sein.

Zwischen den Röhren *I* und *II* dürfte eine Röhre von mittlerer Bohrung liegen, welche in mässigen und hohen Feldern ihr inneres Volumen nicht ändert. In der Substanz eines magnetisirten Stabes dürfte sich also eine Schicht finden, welche ein Volumen von der Dilatation Null umschliesst. Diese Schicht rückt mit wachsender Feldstrecke von der Oberfläche bis zu einer gewissen Grenze einwärts vor.

1064 Umgekehrt nimmt nach Waszmuth[1]) mit wachsendem allseitigen Druck das temporäre Moment im Allgemeinen ab, nur für stärkere Magnetisirungen, welche dem Maximum nahe liegen, nimmt es zu.

Die Versuche wurden ähnlich angestellt, wie Bunsen die Veränderung des Schmelzpunktes nachwies. Ein 9,4 g schwerer, 243 mm langer Stab lag in einer starkwandigen, einerseits zu einem Capillarrohr ausgezogenen und fast völlig mit Quecksilber gefüllten Röhre. Bei Erwärmung durch warmes Wasser dehnte sich das Quecksilber aus und die dadurch verursachte Druckvermehrung konnte an seinem Stande im Capillarrohr abgelesen werden. Um die ostwestlich liegende Glasröhre war eine Spirale gelegt, welche auf alle Theile des Eisenstabes nahe constante magnetisirende Kräfte ausübte, und die Magnetisirungen wurden durch Ablenkung eines Magnetspiegels bei verschiedenen durch eine Tangentenbussole gemessenen Stromstärken bestimmt. Die Versuche wurden bei 20° und 47° (bei etwa 10 Atm. Druck) ausgeführt und die Resultate bei 47° auf die Temperatur 20° reducirt.

So waren z. B. die Momente n_1 und n_2 bei 20 und 47° bei verschiedenen Ablenkungen φ der Tangentenbussole

$\varphi =$	1,3	3	11,7	25,3	53,5	60,8	74,6
n_1	1,8	6,5	43,7	96,3	150 6	160,0	181,8
n_2	1	5,1	45	98	152,2	162	183,5

Bei sehr starker Magnetisirung beträgt nach anderen Versuchen, nach der Construction der Magnetisirungscurven, die Erhöhung des Maximums der Magnetisirung etwa 0,2 Proc. für die Druckzunahme um eine Atmosphäre.

1065 Ob die Festigkeit des Eisens und Stahls u. s. f. durch die Magnetisirung zunimmt, ist schwer zu entscheiden. Einmal sind die Versuche, magnetisirte und unmagnetische Eisendrähte zu zerreissen, ziemlich unsicher, da man kaum zwei ganz gleiche Drähte herstellen kann; dann aber ist auch schon in Folge der directen magnetischen Anziehung der auf einander folgenden Theile der magnetisirten Drähte eine stärkere Kraft zum Zerreissen der letzteren erforderlich[2]).

---

[1]) Waszmuth, Wiener Ber. **86** [1], 539, 1882; Beibl. **7**, 43. — [2]) Vergl. die Versuche von Piazzoli, welche das letztere nachzuweisen scheinen, Accad. Gioenia (Catania) 4. Jan. 1880; Beibl. **4**, 290. Auch Kimball findet eine Zunahme der Festigkeit beim Magnetisiren bis zum Maximum um etwa 0,9 Proc. (Sillim. Journ. [3] **18**, 99, 1879; Beibl. **4**, 147).

Auch während und nach dem Durchleiten von Strömen durch Eisendrähte soll sich eine kleine Zunahme der Festigkeit (um etwa 1 bis 2 Proc.) zeigen, die bei längerem Durchleiten des Stromes bis zu einem Maximum wächst. Es dürfte sehr schwer sein, abgesehen von dem ungleichen Verhalten der verschiedenen Drähte für sich, hierbei den Einfluss der Erwärmung durch den Strom zu vermeiden [1]).

1066 Auf die Elasticität des Eisens und Stahls übt die Magnetisirung nur einen schwachen Einfluss aus. Ein etwa 1 m langer Stahlstab ändert nach der Magnetisirung vermittelst des Doppelstriches seinen Longitudinalton nicht. Freilich könnte hier der erzeugte permanente Magnetismus zu klein sein, um die Elasticität zu ändern.

Indess findet auch bei der temporären Magnetisirung durch eine vom Strome durchflossene Spirale dasselbe statt. — Zur genaueren Untersuchung dieses Verhaltens schraubte deshalb Wertheim [2]) einen horizontalen Eisendraht am einen Ende in eine auf einem Monochord befestigte Bronzeklemme, zog ihn durch die Axe einer auf eine Glasröhre aufgewickelten Drahtspirale von 1,8 m Länge und knüpfte das andere Ende an eine Schnur, welche über eine Rolle gelegt und mit einer Wagschale versehen war. Ein Mikroskop gestattete, die Verlängerungen des Drahtes bei Belastung der Schale mit Gewichten zu messen, mochte er mittelst eines durch die Spirale hindurchgeleiteten Stromes magnetisirt worden sein oder nicht. Die Verlängerungen waren in beiden Fällen fast vollkommen gleich. Nur wenn der Draht längere Zeit der Einwirkung der Magnetisirung ausgesetzt worden ist, nimmt der Elasticitätscoëfficient ganz wenig ab, und diese Abnahme findet auch nach Unterbrechung des magnetisirenden Stromes statt.

Wartmann [3]) konnte ebenfalls keinen Einfluss der Magnetisirung auf die auf Eisen- oder Stahlplatten erzeugten Klangfiguren, ebenso wenig wie auf ihren Ton, und auch nicht auf die Longitudinal- und Transversaltöne einer Eisendrahtsaite finden.

1067 Auch die folgende Erscheinung ist wahrscheinlich rein secundär. Geben zwei gleiche Stimmgabeln von Stahl denselben Ton und bringt man die eine in eine Drahtspirale, durch welche ein starker Strom fliesst, so schwingt sie schneller; man hört also bei gleichzeitigem Anschlagen beider Gabeln Stösse. Man kann auch mittelst der Methode von Lissajoux eine Verschiebung der Lichtfigur beobachten, welche man bei doppelter Reflexion eines Lichtstrahles von den mit ihren Zinken in zwei auf einander senkrechten Ebenen gegenübergestellten, mit Spiegeln versehenen Stimmgabeln erhält. Beim Oeffnen des Stromes werden beide Stimmgabeln wieder einander gleich [4]). Die Wirkung kann hier eine rein

---

[1]) G. Hoffmann. Programm des Neustädter Gymnasiums zu Dresden 1880; Beibl. **4**, 559. — [2]) Wertheim, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **12**, 610, 1842. — [3]) Wartmann, Ann. de Chim. et de Phys. **24**, 360, 1848. — [4]) Trève, Compt. rend. **67**, 321, 1868; Archives des Sc. nat. N. S. **33**, 74.

elektromagnetische sein, ohne dass die Aenderung der molecularen Lagerung von merklichem Einfluss zu sein braucht. Die Zinken der in der Drahtspirale befindlichen Gabel werden durch die von aussen wirkenden elektromagnetischen Kräfte in bestimmten Lagen stärker festgehalten, als ohne dieselben, und schwingen deshalb schneller.

Wenn Ruhmkorff [1]) beobachtet hat, dass magnetisches Eisen beim Feilen viel härter erscheint, als nicht magnetisirtes, so kann dies sehr wohl von der magnetischen Anziehung der Feile herrühren. Beim Ritzen mit Diamant zeigt sich kein Unterschied [2]).

1068 Gussstahl, in eine in einer Magnetisirungsspirale befindliche Form gegossen, soll feinkörniger und weniger fest werden [3]).

Nach anderen Versuchen soll dagegen geschmolzenes Eisen, welches bei einem starken Elektromagnet vorbeigeführt wird, nach dem Erstarren im Gegentheil härter und zäher werden [4]). Diese Versuche sind noch durchaus unsicher.

6. Einfluss der Magnetisirung auf die thermische und elektrische Leitfähigkeit und das thermoelektrische Verhalten des Eisens.

1069 Wenn durch die Magnetisirung des Eisens eine Aenderung der Lagerung seiner einzelnen magnetischen Molecüle bedingt wird, so muss sich sein Verhalten in allen Fällen ändern, bei denen letztere einen Einfluss haben kann. So kann sich dabei das thermische und galvanische Leitvermögen und die thermoelektrische Stellung des Eisens verändern.

1070 Zunächst hat Maggi [5]) zu zeigen versucht, dass die Wärmeleitungsfähigkeit des Eisens sich bei der Magnetisirung ändert. Er überdeckte eine kreisrunde Eisenplatte mit einem dünnen Ueberzug von Wachs und Oel und leitete vermittelst eines Blechrohres Wasserdampf durch ein durch ihren Mittelpunkt gebohrtes Loch. Das Wachs schmolz auf der Platte in einem Kreise ab. Wurde sie aber horizontal auf die mit einigen Pappstreifen bedeckten Pole eines starken Elektromagnetes gelegt, so dass ihr Mittelpunkt in ihre axiale Verbindungslinie fiel, so schmolz bei der Erregung des Elektromagnetes das Wachs in der auf jener Linie senkrechten, äquatorialen Richtung weiter ab, so dass hiernach die Leitfähigkeit des Eisens für Wärme in äquatorialer und axialer Richtung sich wie 6:5 verhielt. Zur Vorsicht hatte Maggi auch unter die der Aequatorialebene entsprechenden Punkte des Randes der Platte Pappstreifen und Metallstücke gelegt, um daselbst die

[1]) Ruhmkorff, Compt. rend. 50, 166; Pogg. Ann. 110, 528, 1860. — [2]) Rollmann, Carl's Rep. 8, 375, 1875. — [3]) Trève, Compt. rend. 75, 765, 1872. — [4]) Athenaeum, 20. April 1867; Nature 14, 264. — [5]) Maggi, Archives de Genève 14, 132, 1850.

Ableitung der Wärme möglichst ebenso gross zu machen, wie durch die Magnetpole. Indess könnten diese Resultate durch die Dehnung der Eisenplatte in Folge des mechanischen Zuges des Elektromagnetes auf dieselbe in axialer Richtung bedingt sein.

1071 H. Tomlinson [1]) hat eine sehr beträchtliche Zunahme der Wärmeleitungsfähigkeit des Eisens und Stahles beim Magnetisiren nachzuweisen sich bemüht.

In die eine Seite eines mit siedendem Wasser gefüllten Leslie'schen Würfels waren in 7,5 cm Abstand neben einander zwei Stangen von 1,29 cm Querschnitt von Eisen und Messing von bezw. 25 und 45 cm Länge eingesetzt und auf denselben zwei Kupfer-Neusilber-Elemente an solchen Stellen befestigt, dass bei ihrer entgegengesetzten Verbindung mit einem Spiegelgalvanometer kein Strom angezeigt wurde. Eine etwaige kleine Ablenkung nach längerem Erwärmen der Stangen wurde durch einen Compensationsmagnet neutralisirt. Darauf wurde unter die Eisenstange ein Elektromagnet (mit 2,5 cm dicken und 7,5 cm langen Eisenkernen) gestellt. Wurde bei seiner Erregung die Eisenstange longitudinal magnetisirt, so verzögerte sich der Wärmefluss. Verschiebungen der Stangen durch die magnetische Anziehung waren sorgfältig vermieden.

Bei anderen Versuchen wurde eine 1,2 cm lange und breite, 2 mm dicke, weiche, horizontale Eisenstange zwischen zwei ebenso breite und dicke conaxiale Messingstangen von bezw. 2,5 und 5 cm Länge gelöthet und der obere Theil der längeren mit einem horizontalen, etwa 30 cm langen Messingstab von 1,2 cm im Quadrat Querschnitt verlöthet. Der ganze Apparat befand sich in einem mit Stanniol beklebten, mit Sägespänen gefüllten Holzkasten, aus dessen Wand das Ende der horizontalen Stange herausragte, welche in den Leslie'schen Würfel eingesetzt war. Der Elektromagnet wurde unter die Eisenstange gestellt und mit zwei der letzteren conaxialen Halbankern versehen. Die Löthstelle des einen Thermoelementes befand sich in den Sägespänen, die des anderen war mittelst eines elastischen Bandes auf der Eisenstange befestigt. Der Leslie'sche Würfel wurde mit siedendem Wasser gefüllt und die Aenderung des Standes des Galvanometers mit und ohne Magnetisirung des Eisenkernes beobachtet. Auch hier ergab sich bei longitudinaler Magnetisirung eine Abnahme des Wärmeflusses um etwa 3,3 Proc., bei transversaler Magnetisirung eine Zunahme um etwa 3,2 Proc. — Bei hartem Stahl erfolgte die Wirkung in gleichem Sinne.

Endlich wurden zwei harte Stahlstäbe von je 8 cm Länge und 1,2 cm Durchmesser zwischen je zwei ebenso dicke und etwa 110 cm lange conaxiale Kupferstäbe gelöthet, und die so gebildeten Stangen in die gegenüberliegenden Seiten eines Leslie'schen Würfels eingesetzt. Die anderen Enden der Stangen waren in kleine Holzkästchen eingefügt,

[1]) H. Tomlinson, Proc. Roy. Soc. 27, 109, 1878; Beibl. 2, 291, 1878.

welche etwa 120 ccm Wasser enthielten. Zwei Thermoelemente in denselben waren entgegengesetzt mit dem Galvanometer verbunden. Ueber den Stahlstab der einen Stange war eine Magnetisirungsspirale geschoben. Doppelte Schirme vor dem Leslie'schen Würfel schützten die ferneren Theile der Stangen vor der Strahlung, welche ebenso wie die Spirale und der Wasserkasten in Kästen voll Sägespänen eingelegt waren.

Durch Aenderung der Wassermengen in den Kästen oder Anbringung einer Brückenleitung vor dem einen Thermoelement konnte bei gleichem Wärmezufluss vor der Magnetisirung die Ablenkung des Galvanometers auf Null gebracht werden. Bei der Magnetisirung nahm wiederum der Wärmefluss im harten Stahl (um kaum 1 Proc.) ab. Bei weichen Eisenstäben betrug die Wirkung mindestens 10 Proc.

1072 Dieser hohe Werth der Aenderung ist um so auffallender, als Naccari und Bellati[1]) keinen Einfluss der Magnetisirung auf das thermische Leitvermögen beobachtete; weder nach der Methode von Maggi, noch als die Enden eines aus einem Ω-förmigen Antimonstab mit beiderseits angelötheten Neusilberdrähten bestehenden Thermoelementes auf eine in der Mitte erhitzte und zwischen die Magnetpole gebrachte Eisenscheibe in gleichen Abständen vom Erwärmungsmittelpunkte gedrückt und durch einen Gypsguss festgehalten wurden. Die Scheibe war mit Watte bedeckt. Vor und während der Magnetisirung wurde das Ansteigen des Thermostromes im Galvanometer beobachtet. — Bei anderen Versuchen wurden die Löthstellen des Thermoelementes mit dünnen Glasröhren bedeckt und in mit Oel gefüllte Löcher in Eisenplatten gesenkt. Wurde der Apparat sorgfältig vor Luftströmungen geschützt, so zeigte sich wieder kein Unterschied in der Wärmeleitung des unmagnetisirten und magnetisirten Eisens.

1073 Battelli[2]) hat bei Wiederholung der Versuche von H. Tomlinson nach wesentlichen Verbesserungen folgendes Verfahren eingeschlagen. — Ein 3 cm langes Eisenprisma von quadratischem Querschnitt von 2 cm Kante war mit Silber zwischen zwei 7 cm lange Kupferprismen von gleichem Querschnitt gelöthet. Das eine Kupferprisma ging durch einen von Wasserdampf durchströmten Weissblechwürfel. Das Eisenprisma war mit der Magnetisirungsspirale umgeben, und zu beiden Seiten desselben waren die mit Seide bekleideten Löthstellen des Thermoelementes in Löcher in den beiden Kupferstäben eingesenkt. Der Stab befand sich in einem mit Watte umgebenen und mit Wollzeug bedeckten Kasten. Die Spirale war 5 mm kürzer als das Eisenprisma und bestand aus einem 2,5 cm langen, 4,5 cm bezw. 5 cm weiten, dünnwandigen, mit 20 m von 1,7 mm dickem Kupferdraht umwundenen, innen mit Stanniol belegten Glasrohr, in welches ein 3,5 cm weites, zweites, ganz mit Stanniol belegtes

1) Naccari u. Bellati, N. Cimento [3], p. 72, 107; Beibl. 1, 475, 1877. —
2) Battelli, Atti di Torino 21, 559, 1886; Beibl. 10, 780; siehe daselbst auch weitere Versuche.

Glasrohr conaxial mittelst Holzkeilchen eingesetzt war. In der Kälte bewegt sich nach längerem (7 bis 15 Minuten langem) Durchleiten des Stromes durch die Spirale der Spiegel des Galvanometers um einige Grade; in der That zeigte ein in eine Röhre voll Oel im Inneren der Spirale eingesenktes Thermoelement eine Erwärmung an, was bei den Versuchen von Tomlinson eine Fehlerquelle gewesen sein konnte. War die Spirale auf eine 8 cm weite, mit 2 mm dickem Tuch bedeckte Holzröhre gewunden und statt des Kupferdrahtes mit Windungen von sehr dünnem, 2 cm breitem und 15 m langem Kupferblech, die durch ein paraffinirtes Papier von einander getrennt waren, bedeckt, so zeigte sich keine Wirkung der Wärmestrahlung der Spirale. Beim Erhitzen des einen Endes des Stabes ergab sich aber bei der Magnetisirung eine Abkühlung des vorher heissen, eine Erwärmung des vorher kalten Loches in den Kupferstäben, also eine Verminderung der Leitfähigkeit des Kupfers beim Magnetisiren.

Wurde an Stelle des Kupfereisenprismas ein mit Löchern versehener Eisenstab von 30 cm Länge verwendet und die Temperaturen des Loches mit und ohne Magnetisirung bestimmt, so nahm nach den bekannten Formeln die Leitfähigkeit um 0,0021 der ursprünglichen ab, wobei der Stab noch nicht bis zur Sättigung magnetisirt war. Das Magnetfeld hatte dabei die Stärke 1501 (C.-G.-S.), welche durch die Schwingungsdauer einer Magnetnadel unter Einfluss der Spirale mit Magnet und ohne dieselben bestimmt wurde.

Um die Erscheinung noch weiter festzustellen, wurde in eine Rinne in einem dicken Würfel von Nussbaumholz der Eisenstab eingespannt, so dass er im Inneren von Luft frei umspült war. Das eine Ende des Stabes war gegen den Boden gepresst, die am anderen Ende befindliche Schraube diente zum Befestigen desselben in dem Weissblechwürfel, wozu sich innerhalb desselben ein anderer, ebenfalls rinnenförmig ausgearbeiteter Holzwürfel befand.

In die Holzwürfel bis 2 cm von den Enden des Stabes wurden in Höhlungen die beiden Pole des Elektromagnetes fest eingepresst. Auch hier ergab sich das analoge Resultat, indess nicht in gleicher Stärke.

Die transversale Magnetisirung durch zwei in Rinnen in dem grösseren Holzwürfel eingelegte, 1 cm dicke, dem Eisenstabe parallele Eisenblechplatten, welche in der Mitte von den Polen des Elektromagnetes berührt wurden, ergab sehr unregelmässige Resultate. Eine weitere Untersuchung dieser Verhältnisse wäre sehr wünschenswerth, wobei namentlich auf den mechanischen Zug in Folge der elektromagnetischen Kräfte und die dadurch verursachten Aenderungen des Eisens Rücksicht zu nehmen wäre.

1074 Trowbridge und Penrose[1]) haben den Einfluss des Magnetismus auf die thermische Leitfähigkeit ebenfalls mit negativem Resultate unter-

[1]) Trowbridge u. Penrose, Proc. Americ. Acad. 1883, p. 210; Beibl. 8, 143.

sucht. Eine 95 cm lange, 1,3 cm breite und 0,2 cm dicke Stange von weichem Eisen wurde 17 cm vom Ende umgebogen, so dass beide Theile dicht über einander lagen und gleich weit von der Biegung Neusilberdrähte, etwa im Abstand von 0,4 cm von einander angelöthet. Die Stange wurde 19 cm von der Löthstelle erhitzt. Beide Hälften der Stange waren mit an den Enden mit Watte verstopften Glasröhren umgeben und die Stange wurde durch einen unten offenen Holzkasten gesteckt. Innerlich befand sich die Stange in äquatorialer Lage zwischen den Magnetpolen, die durch dünne, in der Richtung der Glasröhren liegende Eisenplatten verlängert waren. Indess weder in diesem Falle noch bei longitudinaler Magnetisirung änderte sich die Leitfähigkeit, trotzdem im ersten Falle die Stärke des Magnetfeldes 1760 C.-G.-S. betrug. Ebenso verhielt sich ein 1,3 cm breiter Eisenstreifen.

Ebenso wenig konnte Fossati[1]) eine Aenderung der Wärmeleitung in einem an beiden Enden auf 0 und 100° erhaltenen, in axialer Lage zwischen den Polen eines Elektromagnetes gebrachten Eisenprisma, in welches in der Mitte und auf $^1/_3$ seiner Länge Löcher gebohrt waren, die mit Quecksilber gefüllt waren und Thermometer enthielten, bei Erregung des Magnetes beobachten. **1075**

Ob das Leitvermögen des Eisens für Elektricität durch das Magnetisiren geändert werde, ist eine durch verschiedene Beobachter entgegengesetzt beantwortete Frage. **1076**

Edlund[2]) steckte elf weiche Eisendrähte von 165 mm Länge und 2 mm Dicke und zehn ebenso lange Kupferdrähte einander parallel und getrennt von einander durch zwei runde Korkscheiben, und verband die Enden der Kupfer- und Eisendrähte abwechselnd mit einander, so dass sie alle einen fortlaufenden Leiter bildeten. Das so vorgerichtete System von Drähten wurde in den inneren Raum einer Magnetisirungsspirale geschoben und in den einen Zweig *aefc* der Wheatstone'schen Drahtcombination nach Svanberg's Einrichtung, Fig. 268 (a. f. S.), eingefügt; in dem Zweige *cghd* befand sich ein Rheostat, in der Brücke *cb* ein Multiplicator, welcher ein Magnetometer mit Spiegelablesung umgab. Wurde zuerst der Rheostat so eingestellt, dass die Nadel des Magnetometers keine Ablenkung zeigte, als die Klemmen *a* und *d* mit den Polen der Säule verbunden wurden, so ergab sich eine solche auch nicht, als die Eisen-

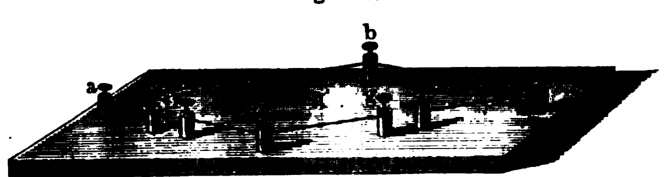
[1]) Fossati, Firenze Lundi 1890; Beibl. 15, 55. — [2]) Edlund, Pogg. Ann. 93, 315, 1854. — Aeltere nicht beweisende Versuche mit Reibungselektricität von Fischer, Kastner's Arch. 3, 421, 1824, und Abraham, Pogg. Ann. 1, 357, 1824. Der Erstere glaubt bei den magnetisirten Eisenstangen eine schlechtere, der Zweite eine bessere Leitung wahrzunehmen. Dass der durch die Erwärmung des Drahtes eines Luftthermometers gemessene Widerstand eines Eisendrahtes im Schliessungskreise einer Batterie relativ grösser erscheint, als im Kreise eines constanten Stromes (vergl. Knochenhauer, Wien. Ber. 10, 275, 1853), rührt von den durch die Drehungen der Molecüle des Eisenstabes erzeugten Inductionsströmen her.

drähte durch einen durch die Magnetisirungsspirale geleiteten Strom stark magnetisirt worden waren (so dass sie ein magnetisches Moment von 9 556 000 *H* besassen, wo *H* die horizontale Intensität des Erdmagnetismus ist). Die Magnetisirung konnte hiernach den Widerstand der Eisendrähte um nicht mehr als 0,0002 geändert haben.

Auch als sechs vierkantige Eisenstäbe wohl isolirt zwischen die Polflächen eines Joule'schen Magnetes und seines Ankers geschoben und nach der Verbindung ihrer abwechselnden Enden durch Kupferdrähte



Fig. 268.



in den Zweig *ac* der Wheatstone'schen Drahtcombination eingefügt wurden, ergab sich keine Aenderung ihres Widerstandes, als ihnen nach Erregung des Magnetes eine gegen die Richtung des durch sie hindurchgeleiteten Stromes transversale Magnetisirung ertheilt worden war.

Auch Mousson[1]) hat nicht den geringsten Einfluss der Magnetisirung des Stahles durch Streichen auf sein Leitvermögen wahrgenommen. Ebenso hat Wartmann[2]) einen solchen Einfluss der Magnetisirung weder bei magnetischen Körpern auffinden können, noch auch bei anderen Körpern, in denen der Einfluss des Magnetes eine deutlich sichtbare Drehung der Polarisationsebene hervorrief.

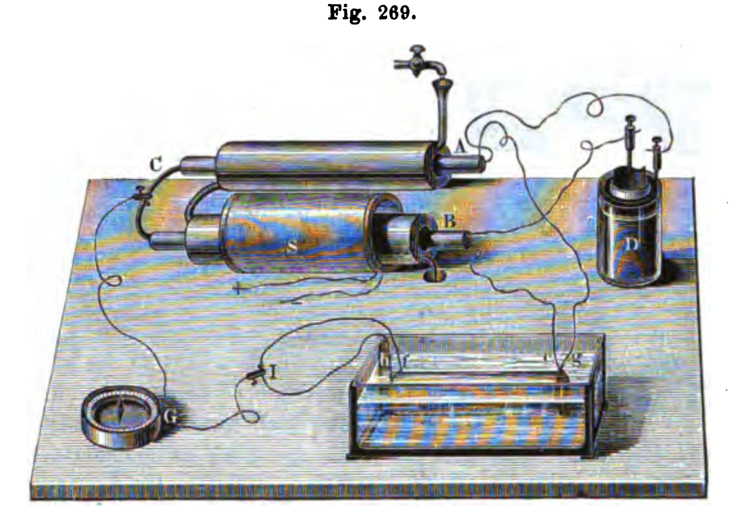
1077 Um so beachtenswerther ist es, dass Sir W. Thomson[3]) mit einem weniger empfindlichen Galvanometer und kürzeren Eisenstäben einen die Fehlerquellen bei Edlund's Versuchen übersteigenden Einfluss der Magnetisirung beobachtet hat.

Er bediente sich, wie Edlund, der Wheatstone'schen Stromverzweigung. Zwei 25 cm lange Eisenstäbe *A* und *B*, Fig. 269, wurden, mit Papier umwickelt, in zwei dünne Röhren von doppelten Kupferblechen geschoben, zwischen denen beständig ein Strom kalten Wassers circulirte. Die eine Kupferröhre war mit einer Magnetisirungsspirale *S* umgeben. Die beiden Stäbe wurden mit ihren einen Enden mit den Polen eines Daniell'schen Elementes *D*, mit ihren anderen Enden direct unter einander durch einen angelötheten Kupferdraht *C* verbunden. Von den Enden *A* und *B* verzweigte sich der Strom durch zwei gleiche Spiralen von Kupferdraht *ef* und *gh*, die neben einander auf einen dünnen, mit Seidenzeug bedeckten Kupfercylinder gewunden und in Terpentinöl gelegt waren. Ihre Enden *f* und *h* waren durch einen Draht *I* mit ein-

[1]) Mousson, Schweiz. Denkschriften 1855, 14, 81. — [2]) Wartmann, Arch. de Genève 13, 35, 1850. — [3]) Sir W. Thomson, Phil. Trans. 1856, 3, 737.

ander, und die Enden der Leitungsdrähte eines Galvanometers *G* mit dem Drahte *C* und durch eine verschiebbare Klemmschraube mit dem Drahte *I* verbunden. Die letztere wurde so gestellt, dass die astatische Nadel des Galvanometers nicht ausschlug. Als Draht *B* durch den durch die Magnetisirungsspirale geleiteten Strom von sechs Eisenelementen mag-

Fig. 269.



netisirt wurde, wich die Nadel von ihrer Ruhelage ab, und die Klemmschraube auf Draht *I* musste verschoben werden, um die Nadel wieder auf Null zurückzuführen.

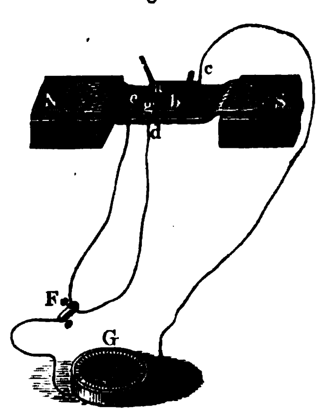
Gleichviel in welcher Richtung die Magnetisirung erfolgte, stets stieg der Widerstand des Eisens bei seiner temporären Magnetisirung in der Richtung seiner magnetischen Axe um etwa $^1/_{3000}$.

1078 Ferner wurden bei dem vorigen Versuche die Eisenstäbe durch 210 cm lange und 0,3 cm breite Streifen von Eisenblech ersetzt, welche in Spiralwindungen von etwa 6^0 Steigung um Messingröhren gewunden waren. Von letzteren waren sie durch Papier und unter einander durch zwischengelegten Bindfaden isolirt. Auch hier zeigte sich eine Vermehrung des Widerstandes bei dem Herumleiten des Stromes um die eine Blechspirale, obgleich der durch dieselbe geleitete Strom fast einen Winkel von 84^0 mit der magnetischen Axe des Blechstreifens bildete.

1079 Um die Veränderung des Widerstandes des Eisens bei der Magnetisirung in verschiedenen Richtungen zu vergleichen, wurden an ein dünnes Eisenblech von 3,7 cm im Quadrat, Fig. 270 (a. f. S.), in *a* und *b* dicke Kupferelektroden gelöthet, ebenso in *c* ein zum Galvanometer *G* führender Draht, und dicht neben der Ecke *g* beiderseits die Enden *d*

und *e* eines Drahtes, auf dem sich eine Klemmschraube *F* verschob, welche mit dem anderen Drahtende des Galvanometers verbunden war. Die Platte wurde so lange befeilt, bis das Galvanometer beim Durchleiten eines Stromes vermittelst der Elektroden *a* und *b* keinen Ausschlag zeigte, also die Linie *cg* eine Linie gleichen Potentials war.

Fig. 270.

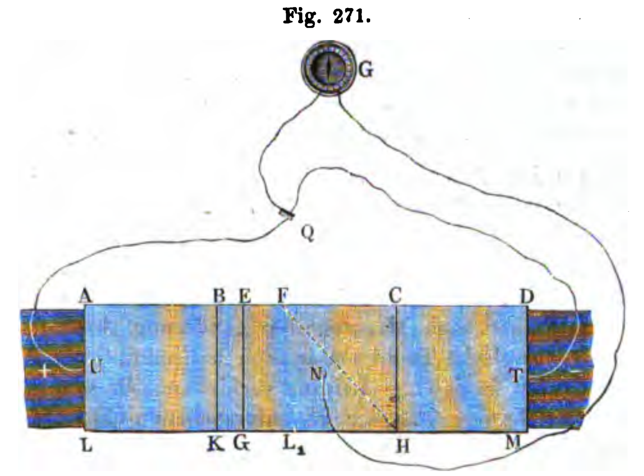


Die so vorgerichtete Eisenplatte wurde auf ein mit Papier bedecktes Kupferblech gelegt, dessen Ränder auf die Polflächen eines Ruhmkorff'schen Elektromagnetes aufgelegt waren, und der Strom eines grossen Daniell'schen Elementes durch die Eisenplatte geleitet, wodurch sie bedeutend erhitzt wurde. Dennoch blieb die Nadel des Galvanometers auf Null. Wurde aber der Elektromagnet durch den Strom von sechs Eisenelementen erregt, gleichviel in welchem Sinne, so wich sie aus, und die Klemme *F* musste verschoben werden, um die Nadel wieder auf Null zu bringen. Die Linie gleichen Potentials hatte sich ein wenig der Linie *cb* genähert, so dass ihr zwischen *e* und *d* liegendes Ende etwa $^1/_{240}$ Zoll gegen *d* vorgeschoben war. So ist also der Widerstand der Platte in der äquatorialen Richtung von *ca* nach *be* kleiner als der Widerstand in der axialen Richtung von *ae* nach *cb*. Aehnliche Erscheinungen ergaben sich an einer kreisförmigen Platte.

1080 Dieses Resultat wurde noch in anderer Art nachgewiesen. An ein Kupferblech *KBCH*, Fig. 271, waren beiderseits Eisenbleche *ABLK* und *CHDM* gelöthet. Das Eisenblech *CHDM* wurde um die Linie *CH* nach unten um 180° umgebogen, so dass es parallel der Ebene $CHFL_1$ lag. Sodann wurde das Blech *CHBK* um die Diagonale *FH* um 180° nach oben umgebogen, dass sich die Fläche *ALFH* parallel und über der Fläche *FHC* befand, und endlich noch das Stück *ALEG* um die Linie *EG* um 180° nach unten umgebogen, so dass das Eisenblech *ABLK* sich gerade unter dem Bleche *CHDM* befand, jedoch so, dass die Kante *LK* der Kante *CH* parallel war. Die Bleche wurden durch Papier von einander getrennt erhalten und die Punkte *U*, *N*, *T* mit dem Galvanometer *G* verbunden, wie die Figur angiebt. Wurden nun durch breite Elektroden die Kanten *AL* und *DM* mit den Polen der Säule verbunden, so konnte man durch Verschieben der Klemme *Q* erreichen, dass die Nadel des Galvanometers auf Null stand. Wenn aber das zusammengelegte Blech flach auf das zwischen die Pole des Elektromagnetes gelegte Kupferblech (siehe oben) gebracht wurde, so wich die Nadel aus, und Klemme *N* musste verschoben werden, um sie

auf Null zurückzuführen. Hiernach besass der Blechstreifen, in welchem der Strom in axialer Richtung zwischen den Magnetpolen floss, einen

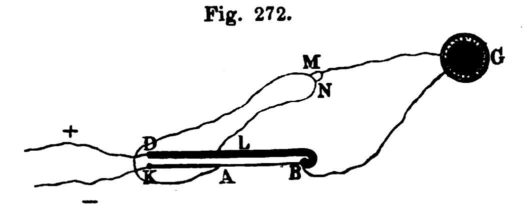
Fig. 271.



relativ grösseren Widerstand, als der Streifen, in welchem er in äquatorialer Richtung strömte.

1081 Endlich wurde ein quadratisches Eisenblech AB, Fig. 272, zwischen ein Kupferblech KA und ein Bleiblech BD gelöthet und durch diese Bleche in der Richtung von K nach D ein sehr starker Strom geleitet. Der Punkt B wurde mit der einen Elektrode des Galvanometers verbunden, Punkt A mit einem Punkte L des Blechstreifens, so dass die Widerstände von KA und LD gleich waren. Darauf wurden zwei sehr nahe an einander liegende Punkte M, N des Drahtes AL mit der anderen Elektrode des Galvanometers verbunden. Die Punkte M, N waren so gewählt, dass die Nadel des Galvanometers auf Null blieb. Wurden aber die Blechstreifen auf das Kupferblech zwischen die Pole des Elektromagnetes gelegt, so dass der Strom in ihnen äquatorial gerichtet, der Eisenstreifen also transversal magnetisirt war, so wich die Nadel ab, wonach der Widerstand des Eisenbleches in äquatorialer Richtung durch die Magnetisirung abgenommen hatte.

Fig. 272.



Auch beim Nickel hat Sir W. Thomson gezeigt, dass beim Magnetisiren sein Widerstand in äquatorialer Richtung ab-, in axialer Richtung zunimmt. Namentlich letztere Erscheinung soll beim Nickel drei- bis viermal so stark hervortreten, als beim Eisen [1]).

[1]) Sir W. Thomson, Inst. 1858, p. 243; Fortschritte der Phys. 1858, S. 356.

Bei mehreren Versuchen Sir W. Thomson's wäre es sehr wohl möglich, dass die Anziehung der Pole des Elektromagnetes rein mechanisch einen Zug auf das zwischen ihnen liegende Eisenblech ausgeübt hätte, wodurch es in axialer Richtung gedehnt und dadurch in äquatorialer Richtung zusammengedrückt worden wäre. Hierdurch könnte sich auch schon eine entgegengesetzte, aber doch nur secundäre Aenderung des Leitwiderstandes nach den beiden Richtungen erklären.

1082 Beetz[1]) hat indess entschieden eine Zunahme des Widerstandes der magnetisirten Körper in der Richtung ihrer magnetischen Axe beobachtet, selbst wenn die bei den Versuchen von Thomson möglichen secundären Einflüsse nicht wirkten. Die Widerstände der bei den §. 998 beschriebenen Versuchen verwendeten Drähte wurden unmittelbar nach Messung der Aenderung ihrer Länge durch eine Wheatstone'sche Drahtcombination bestimmt. Die Widerstände zweier constanter Zweige der Leitung verhielten sich wie 1:10; in die beiden anderen Zweige war der zu untersuchende Eisendraht und ein Rheochord eingeschaltet; der Widerstand des Drahtes wurde bis auf 0,0005 bestimmt, derselbe sodann magnetisirt und die Bestimmung wiederholt. Die Zunahme des Widerstandes war von der Spannung des Drahtes unabhängig; sie fand statt, mochten sich die Drähte beim Magnetisiren verkürzen oder verlängern; sie ergab sich auch, als in die vertical stehende Magnetisirungsspirale ein Eisendraht von 0,24 m Dicke eingesenkt wurde, der zwischen zwei um 1390 mm von einander entfernten horizontalen Holzscheiben 32 mal hin und her gewunden war. Die untere Holzscheibe war dabei in ihrer Mitte mit 10 kg belastet. Ebenso verhielten sich Eisendrähte von 1,3 mm, bezw. 0,36 mm Durchmesser, die zu Bündeln von 10, bezw. 100 und 142 einzelnen, durch Guttaperchapapier von einander getrennten Drähten von 270 bis 190 mm Länge zusammengelegt und, umgeben von einem Kühlrohr, in eine 230 mm lange Magnetisirungsspirale geschoben waren. Der Widerstand nahm bei dem 1,3 mm dicken Drahte kaum, bei dem von 0,24 mm Durchmesser um $^1/_{3070}$, bei den Drähten von 0,36 mm Durchmesser im Mittel um $^1/_{1680}$ zu, als sie etwa bis zum Maximum magnetisirt waren.

Wurde ein besponnener Eisendraht von 47,5 m Länge und 0,36 mm Dicke in 332 Windungen, zur Vermeidung von Inductionsströmen abwechselnd nach der einen und anderen Richtung, um eine Glasplatte gewickelt und diese in die Magnetisirungsspirale eingeführt, so dass der Draht transversal magnetisirt wurde, so zeigte sich keine Widerstandsänderung. Hätte eine solche nur $^1/_{180000}$ betragen, so hätte man sie wahrnehmen müssen.

1083 Nach Adams[2]) ist die Zunahme des Widerstandes des Eisens nahe proportional dem Quadrate der Stromstärke. Ebenso verhält sich

---

[1]) Beetz, Pogg. Ann. 128, 202, 1866. — [2]) W. G. Adams, Proceed. Roy. Soc. June 17, 1875; Phil. Mag. [5] 1, 153, 1876.

weicher Stahl (eine weiche Stricknadel). Dasselbe zeigt sich bei transversaler Magnetisirung. In hartem Stahl wird dagegen der Widerstand bei longitudinaler Magnetisirung vermindert, und zwar ist wiederum die Verminderung dem Quadrate der Stromstärke proportional, ebenso bei transversaler Magnetisirung.

Ein durch einen harten Stahlstab geleiteter Strom vermindert also den Widerstand desselben und vermehrt den eines weichen Stahlstabes.

Auch de Lucchi[1]) hat eine Anzahl (6 bis 23) von einander isolirter kreisförmiger Eisenscheiben von 249 mm Durchmesser und 0,315 mm Dicke über einander gelegt. Die correspondirenden Enden der über einander liegenden Durchmesser der Scheiben wurden je durch einen angelötheten Eisendraht von 40 cm Länge und 0,8 mm Dicke verbunden, so dass also an der obersten und untersten Scheibe zwei Drähte frei blieben. Dasselbe geschah mit den auf den ersten Durchmessern senkrechten Durchmessern. Alles war gut isolirt und mit einem quadratischen Holzrahmen bedeckt, dessen Kante dem Durchmesser der Scheiben gleich war. Von den mittleren Stellen der Seiten des Holzrahmens gingen im rechten Winkel zwei Holzstreifen aus, auf welchen die Eisendrähte befestigt waren. Um diese Streifen und den Rahmen wurde von oben nach unten, von einem Streifen anfangend, ein mit Kautschuk bedeckter Kupferdraht gewickelt, dessen Enden in Quecksilbernäpfe tauchten. Die Wickelung war derart, dass die Scheiben in der Richtung des einen Durchmessers axial, in der darauf senkrechten äquatorial magnetisirt waren. Der Widerstand der Scheiben und Drähte in der einen oder anderen Richtung wurde nach der Wheatstone'schen Methode bestimmt, welche gestattete, Differenzen des Widerstandes von $^1/_{7250}$ zu messen. Die Contacte geschahen nur momentan. Temperaturänderungen wurden vermieden, auch wurde zwischen zwei Versuchen eine gewisse Zeit gewartet. 1084

Nach diesen Versuchen vermehrt sich wiederum durch die Magnetisirung der Widerstand in axialer und vermindert sich in äquatorialer Richtung; die Aenderung durch die Magnetisirung beträgt etwa $^1/_{2765}$.

Auerbach[2]) hat mittelst der Wheatstone'schen Brücke die Widerstände von Eisendrähten von 0,25 mm Durchmesser untersucht, die um ein dünnes Holzbrettchen zu einer flachen Spirale von 0,6 cm Breite und 27,1 cm Länge aufgewunden und in einer Magnetisirungsspirale magnetisirt waren. Durch ein vermittelst Schellack auf die Drahtschicht geklebtes Eisen-Kupfer-Thermoelement, dessen kalt zu haltende Löthstelle in Wasser von genau bestimmter Temperatur lag, wurde die Erwärmung der Eisenspirale bestimmt und daraus nach den Angaben von Benoist (Bd. I, §. 526) die dieser Ursache zuzuschreibende Wider- 1085

[1]) de Lucchi, Atti del R. Ist. Veneto 8, 17, 1882; Beibl. 7, 314. —
[2]) F. Auerbach, Wied. Ann. 5, 289, 1878.

standsänderung berechnet. Nach Abzug derselben ergab sich, dass der Widerstand des Eisens bei der Magnetisirung, und zwar mit zunehmender Stärke des magnetisirenden Stromes, steigend zunimmt. Nach der Bestimmung des Momentes der Eisendrähte mittelst der Ablenkungsmethode war diese Zunahme proportional derjenigen des magnetischen Momentes.

1086 Nach Versuchen von Garbasso[1]) mit einem zu einer Trommel zusammengebogenen 20 cm langen und 2,5 cm breiten Papierstreifen, um welchen parallel den kürzeren Kanten Eisendrahtwindungen gelegt waren, vermehrt sich der Widerstand r von Eisen und Stahl zwischen Magnetpolen in allen Lagen des Drahtes, am meisten, wenn er in die Richtung der Kraftlinien fällt (bei einem Magnetfelde von ca. 3300 C.-G.-S.-Einheiten um $\Delta r / r = 0,0026$ seiner Grösse), am wenigsten senkrecht dagegen. Die Zunahme des Widerstandes ist innerhalb gewisser Grenzen der Stärke des Magnetfeldes proportional, sie erreicht bei magnetisirenden Kräften ein weit grösseres Maximum, als das temporäre magnetische Moment, und ist im weichen Eisen am stärksten, im ungeglühten und im Stahl kleiner.

Nickel verhält sich ähnlich, der Widerstand wächst unter analogen Bedingungen. In einem Magnetfelde von 2200 C.-G.-S. ist $\Delta r / r = 0,0125$, also grösser, als beim Eisen. Auch zeigen sich Nachwirkungserscheinungen.

1087 Die relative Zunahme $\Delta r / r$ des Widerstandes bei der Wirkung der Einheit der magnetisirenden Kraft betrug nach H. Tomlinson[2]) bei Drähten von verschiedenem Durchmesser d. Die unter k beigefügten Zahlen geben die Susceptibilität für gleiche Kräfte.

Name	d	$\Delta r / r$	k
Eisen, weich	0,94	2335	30
Stahl, weich	0,85	1500	—
Stahl, hart	2,33	1137	—
Stahl, sehr hart	2,33	70	—
Nickel, weich	1,05	8070	8,2
Nickel, hart	7,00	4343	—
Kobalt, hart	7,50	628	4,4
Wismuth, hart	3,30	21	$0,0_4 14$

Weiches Nickel zeigte den grössten Einfluss, Kupfer zeigte nichts, Zink nur bei sehr starken Kräften eine Zunahme.

Da bei Nickel der longitudinale Zug gerade entgegengesetzt wirkt wie in den übrigen Metallen, so können wir die Wirkung der Magneti-

[1]) Garbasso, Atti di Torino 26, 565, 1893; Beibl. 16, 40. — [2]) H. Tomlinson, Phil. Mag. [5] 25, 285, 1888; Beibl. 12, 545; auch Electrician, 25, 376, 416, 1890; Beibl. 13, 1159.

sirung, welche für die verschiedenen Metalle in gleichem Sinne erfolgt, nicht auf gleiche Ursachen zurückführen.

1088 Circulare Magnetisirung beim Hindurchleiten eines Stromes scheint, nach H. Tomlinson, wie sich bei Vergleichung der Widerstände von Platin und Eisen ergiebt, wenig Einfluss auf den Widerstand zu haben.

Fossati (§. 1075) konnte an einem zu einer Ellipse von 20 cm grösstem Durchmesser gewundenen, 400 m langen, 0,5 cm dicken Eisendraht, als er mit dem grössten Durchmesser in axiale Lage zwischen Magnetpole gebracht wurde, keine Aenderung der Stärke des durch ihn geleiteten Stromes beobachten.

Nach Cantone, der ähnliche Versuche mit in einer Ebene gewundenen Spiralen anstellte, nimmt indess bei longitudinaler Magnetisirung stets der Widerstand zu, bei transversaler nach Ausschluss jeder longitudinalen Magnetisirung und Temperaturänderung aber ab.

1089 Bei cyklischen, ohne Unterbrechung stattfindenden Verstärkungen und Schwächungen des Stromes in einem Nickelblech und zwei verschieden dicken, 2 m langen und acht hinter einander gelötheten Stücken zu einem Bündel zusammengelegter Drähte hinterliessen, nach Cantone[1]), die ersten Magnetisirungen einen permanenten Magnetismus, der etwa $^2/_3$ von dem temporären war. Bei wiederholten Magnetisirungen wächst der Widerstand, namentlich bei dem dünnen Draht, etwa bis zu $^1/_{10}$ des Maximalwerthes; bei dem mittleren Draht und dem Blech ist dieser Zuwachs gering. Während die Werthe der magnetischen Intensitäten I für Punkte des Cyklus, welche um eine halbe Periode verschieden sind, gleich und entgegengesetzt sind, sind die Verhältnisse $\delta = \Delta r / r$ zwischen den Aenderungen des Widerstandes und den totalen Widerständen gleich und von gleichem Zeichen. Für die gleichen Werthe der magnetisirenden Kräfte $\mathfrak{H}$ ist die Magnetisirung Null und δ ein Minimum, und für die Grenzwerthe von $\mathfrak{H}$ sind die absoluten Werthe der Magnetisirung und ebenso die correspondirenden δ gleich. Indess hängen die Widerstandsänderungen im Allgemeinen sowohl von der magnetischen Intensität, als auch von dem Sinne ab, in welchem sich die Kraft ändert.

Die Beobachtungen lassen sich durch die Gleichung

$$\delta' - \delta = A (\mathfrak{H}'^2 - \mathfrak{H}^2)$$

darstellen, wo δ' und $\mathfrak{H}'$ die Werthe der Aenderungen des Widerstandes am Anfange des Cyklus angeben.

Die Versuche mit Blechstreifen weichen von denen mit Drähten bedeutend ab, wohl wegen der Structurunterschiede[2]).

1090 Goldhammer[3]) schlägt die Metalle in sehr dünnen Schichten auf platinirten Glasplatten nieder, löthet an dieselben geradlinige Elektroden

---

[1]) Cantone, Atti Lincei [5] 1, 1. Sem., 424, 1892; Beibl. 16, 765. —
[2]) Cantone, Rend. Lincei [5] 1, 2. Sem., 119, 277; Beib. 17, 58, 358, 673. —
[3]) Goldhammer, Wied. Ann. 31, 360, 1887; ibid. 36, 804, 1889.

und bringt die Platten senkrecht oder parallel zu den Kraftlinien zwischen die Pole eines starken Elektromagnetes. Der Widerstand wird in beiden Lagen mittelst der Wheatstone'schen Brücke bestimmt.

Ist $\mathfrak{H}$ die Stärke des Magnetfeldes, k die Magnetisirungsfunction, so ist die Aenderung Δr des Widerstandes $r \Delta r = r A k^2 \mathfrak{H}^2$, wo A eine Constante ist.

Bei Nickelplatten, die parallel zu den Kraftlinien stehen, nimmt der Widerstand in der Richtung der Kraftlinien ($\varphi = 0$) zu und senkrecht zu denselben ($\varphi = 90$) etwa zwei- bis fünfmal weniger ab. In äquatorial gestellten Platten nimmt in starken Magnetfeldern der Widerstand ab. Kobaltplatten verhalten sich wie die Nickelplatten; wenn sie in axialer Richtung stehen, ist das Verhältniss der Zu- und Abnahme etwa 1 bis 2 : 1. Die Wirkung ist viel kleiner als beim Nickel.

Bei Eisenplatten ist bei axialer Stellung der Platten das Verhältniss der Zunahme in Richtung der Kraftlinien und die Abnahme senkrecht dagegen 1 : 1,5, also entgegen dem Verhalten von Nickel und Kobalt.

Ist in axialer Stellung für Nickel $\varphi = 70$, für Kobalt $\varphi = 30$ bis 50, so ändert die Magnetisirung den Widerstand der Platten nicht.

1091 Der Grund dieser Erscheinungen ist nach Beetz [1]) vielleicht der, dass durch die magnetische Anziehung der axial gerichteten Molecüle des Stabes gewisse Atomgruppen sich einander nähern und sich von anderen entfernen und so zwischen den ersteren und letzteren grössere Zwischenräume entstehen, welche dem Durchgange des Stromes einen grösseren Widerstand darbieten. — Aehnlich ist z. B. der Widerstand eines mit Eisenfeilen gefüllten Glasrohres beim Magnetisiren in Folge der axialen Aneinanderreihung der Eisenfeile kleiner, als vorher, namentlich wenn durch Erschütterungen die Lagerung der Theile erleichtert wird.

1092 Da sich beim Hindurchleiten eines Stromes durch einen Eisendraht die Molecüle transversal, bei der Magnetisirung in axialer Richtung axial einstellen, so hängt es ganz von dem Verhältnisse der Intensitäten des magnetisirenden und des bei der Bestimmung des Widerstandes durch den Draht geleiteten Stromes ab, welche Einstellung überwiegt. Je nach den Verhältnissen kann also der Widerstand verschieden gross erscheinen. Auch wenn die Molecüle durch abwechselnde Wirkung des magnetisirenden und hindurchgeleiteten Stromes im einen oder anderen Sinne beweglicher gemacht werden, und dann die beiden Ströme die Molecüle stärker drehen, können die Widerstände unter äusserlich gleichen Bedingungen verschieden erscheinen [2]).

Diese Anschauungen werden auch durch Versuche von Auerbach [3]) bestätigt, bei denen die in der Axe einer auf eine Glasröhre gewundenen

[1]) Beetz, l. c. — [2]) G. Wiedemann, Galvanismus, 2. Aufl. 2 [1], 593, 1874. — [3]) Auerbach, Wied. Ann. 5, 289, 1878.

Spirale magnetisirten Eisendrähte durch eine Papier-, Glas- und Kautschukhülle vor der sehr störenden Erwärmung durch den Strom in der Spirale geschützt und der Widerstand nach der Wheatstone'schen Methode gemessen wurde.

Je nach den Verhältnissen waren die Resultate verschieden. Bei hartem Stahl nimmt der Widerstand stetig mit wachsender Längsmagnetisirung ab; beim weichen Stahl und Eisen ist der Widerstand im unmagnetischen Zustand am kleinsten, so dass der gleiche Widerstand bei zwei magnetischen Zuständen, einer gewissen Längsmagnetisirung und einer gewissen Circularmagnetisirung durch den hindurchgeleiteten Strom eintritt.

Hierbei kann auch die Dicke der Drähte von grossem Einfluss sein, da sich mit derselben das Längsmoment und die Circularmagnetisirung verschieden ändern. Auch nach dem Oeffnen des magnetisirenden Stromes bleiben dauernde Veränderungen der Leitfähigkeit zurück [1]).

1093 Herwig [2]) hat bei längerem Durchleiten eines Stromes ein langsames Wachsen des Widerstandes von Eisen- und Stahlstäben, namentlich bei ersteren (in einem Tage etwa um $^1/_{1000}$) beobachtet. Freilich ist bei diesen Versuchen ein Einfluss der Erwärmung der Drähte auf ihre Structur nicht ausgeschlossen.

Bei Umkehrung des hindurchgeleiteten Stromes trat eine geringe Schwächung des nach langer Schliessung erzeugten Widerstandes ein.

Wird die Stromintensität plötzlich gesteigert, so nimmt der Widerstand ein wenig ab, umgekehrt nimmt er ein wenig zu (um $^1/_{5000}$ bis $^1/_{20\,000}$), wenn die Intensität vermindert wird.

1094 Temporäre Längsdehnung vermindert wesentlich die Einwirkung der Magnetisirung auf den Widerstand, indess kann die Dehnung nicht so weit getrieben werden, um den Sinn der Aenderung zu modificiren.

1095 Ein sehr viel empfindlicheres Reagens für geringe Structurverschiedenheiten der Körper, als ihre Leitfähigkeit, ist ihr thermoelektrisches Verhalten.

Sir W. Thomson [3]) hat eine Aenderung dieses Verhaltens bei der Magnetisirung nachgewiesen.

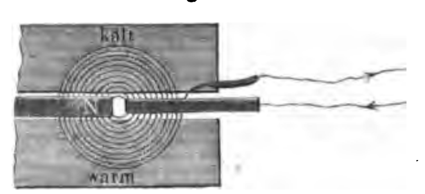
Eine 7,5 cm lange Spirale von 220 Windungen von Kupferdraht war auf einen 60 cm langen, horizontalen Eisendraht geschoben, dessen Enden mit einem Galvanometer verbunden waren. Der Eisendraht wurde in der Mitte durch eine Weingeistlampe erhitzt und die Spirale

---

1) Bei diesen Versuchen darf man die Widerstände nicht unter Anwendung momentaner Ströme bestimmen, da bei der Richtung der Molecularmagnete durch dieselben in den Drähten sehr störende Extrainductionsströme entstehen. — 2) Herwig, Pogg. Ann. 153, 115, 1874. — 3) Sir W. Thomson, Phil. Trans. 1856, 3, 722 u. flgde.

ein wenig seitlich von der erhitzten Stelle angebracht. Wurde ein Strom durch die Spirale geleitet, so wich die Nadel des Galvanometers aus, und ihre Ablenkung kehrte sich um, als die Spirale schnell nach der anderen Seite der erhitzten Stelle geschoben wurde. Hiernach fliesst der entstehende Thermostrom durch die erwärmte Stelle in der Richtung der magnetischen Axe vom nichtmagnetisirten Eisen zum magnetisirten Eisen. — Ferner wurde eine flache Spirale von Eisenblechstreifen von 0,6 cm Breite gewunden, deren Windungen durch zwischengelegten Bindfaden von einander getrennt wurden. Das innere und äussere Ende derselben wurde mit dem Galvanometer verbunden, und an ihre flache Seite wurden die ungleichnamigen Pole *N* und *S* zweier starker Stahlmagnete, wie in der Fig. 273, gelegt, so dass sie nur bis zu ihrer Mitte reichten. Die auf beiden Seiten der Magnete befindlichen Theile der Eisenspirale wurden durch eine aufgelegte heisse und eine kalte Glasplatte auf verschiedene Temperaturen gebracht. Dabei floss ein Strom durch die erhitzte Stelle in der Richtung senkrecht gegen die magnetische Axe von den stärker magnetisirten Stellen des Eisens zu den schwächer magnetisirten, von den Polen der Magnete entfernteren.

Fig. 273.



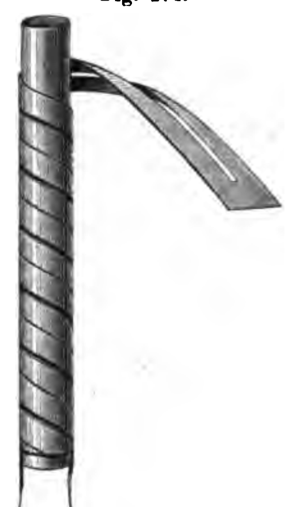
1096 Endlich wurde ein in der Mitte aufgeschlitzter, langer Eisenblechstreifen, Fig. 274, spiralförmig um einen Holzcylinder gewunden. In denselben waren drei parallele, schraubenförmige Rinnen eingegraben, in denen sich Kupferröhren befanden, welche den Schlitz gerade ausfüllten. Der Holzcylinder mit den Röhren war mit Papier beklebt. Die Enden des Blechstreifens wurden mit dem Galvanometer verbunden und Dampf wurde durch die Kupferröhre, welche unter dem Schlitze, kaltes Wasser durch die Röhren geleitet, welche unter den äusseren Rändern des Blechstreifens lagen. Das Galvanometer gab einen nur schwachen Strom an. Wurde aber über den Holzcylinder mit dem Blechstreifen eine Magnetisirungsspirale geschoben, welche letzteren so magnetisirte, dass die magnetische Axe um etwa 45° gegen seine Längsrichtung geneigt war, so entstand ein Strom, der sich in den Streifen in der Richtung fortpflanzte, welche dem Abfalle der magnetischen Axen von der heissen zur kalten Seite der Streifen entsprach, oder, wenn man eine Zickzacklinie von einer Seite des Streifens zur anderen zieht, welcher von dem transversalmagnetisirten zum longitudinalmagnetisirten Eisen durch die erhitzte Stelle hindurchfloss.

1097 Drei Stahldrähte von $^1/_{18}''$ Dicke und $2''$ Länge wurden ferner abwechselnd mit je einen Zoll langen Kupferdrähten zu einem langen

Drahte verlöthet. Durch eine kleine Magnetisirungsspirale wurden die abwechselnden Stahldrähte (der erste, dritte, fünfte u. s. f.) in entgegengesetzter Richtung magnetisirt, während die dazwischen liegenden Stahldrähte, sowie zwei längere, an die Enden des zusammengesetzten Drahtes gelöthete Stahldrähte unmagnetisch blieben.



Fig. 274.



Der ganze, so vorgerichtete Draht wurde auf ein flaches Brett gewunden, so dass die Stahldrähte auf den gegenüberliegenden Seiten desselben lagen. Die Enddrähte wurden mit dem Galvanometer verbunden. Wurde die eine Kante des Brettes in Oel von der Temperatur von 100° C. getaucht, so entstand ein Strom vom unmagnetisirten zum magnetisirten Stahl durch die erhitzten Stellen.

Die Einführung des Kupfers zwischen die abwechselnd magnetisirten und unmagnetischen Stahldrähte kann keinen störenden Einfluss haben.

Dasselbe Resultat ergab sich auch bei einem homogenen Stahldrahte, von welchem einzelne Stellen durch Streichen magnetisirt, die zwischenliegenden unmagnetisch geblieben waren.

1098 Strouhal und Barus [1]), welche einen 0,8 mm dicken und 400 mm langen ausgeglühten Eisendraht zwischen Kupferdrähte klemmten, in einer 223 mm langen Magnetisirungsspirale (10 Lagen von 55 Windungen von 3 mm dickem Kupferdraht) befestigten und die Enden des Drahtes auf verschiedene Temperaturen t und t_1 brachten, bestätigen beim Magnetisiren des Drahtes durch den sehr starken Strom einer dynamoelektrischen Maschine nahe bis zur Sättigung, dass ein longitudinal magnetischer Eisendraht thermoelektrisch positiver ist, als ein unmagnetischer.

Stellt man die thermoelektromotorische Kraft durch die Formel $e = a\,(t - t_1) + b\,(t^2 - t_1^2)$ dar, so beträgt bei Temperaturänderungen bis zum Siedepunkte von Anilin und dem Schmelzpunkte des Bleies in Siemens-Weber'schen Einheiten

	$10^5\,a$	$10^7\,b$
Kupfer-unmagnetischer Draht	13,05	—2,62
Kupfer-magnetischer Draht	13,08	—2,61
Magnetischer-unmagnetischer Draht . .	0,037	0,015

Die Aenderung der thermoelektrischen Stellung des Eisens beim Magnetisiren ist also sehr unbedeutend; dabei fliesst der Thermostrom

[1]) Strouhal und Barus, Wied. Ann. 14, 54, 1881.

beim Magnetisiren vom unmagnetischen zum longitudinal magnetisirten Eisen. Beim Härten ist das Verhalten gerade umgekehrt; der Thermostrom fliesst durch die erhitzte Contactstelle vom schlechteren zum besseren Leiter.

1099 Battelli hat Versuche an Thermoelementen aus Eisen- oder Nickel- und Kupferdrähten angestellt, deren Löthstellen sich in verschieden concentrirten Bädern befinden. Die Elemente befanden sich in einer Magnetisirungsspirale oder zwischen den Magnetpolen. Der Thermostrom geht durch die erhitzte Stelle vom nicht magnetisirten zum magnetisirten Eisen. Letzteres ist thermoelektrisch positiv. Longitudinale Magnetisirung ist bedeutend wirksamer, als transversale. Bei wachsender Feldstärke wächst die elektromotorische Kraft erst proportional, dann langsamer als die erstere und nähert sich einem Maximum, namentlich bei longitudinaler Magnetisirung [1]). Bei Kreisprocessen ist die thermoelektrische Kraft bei steigenden Feldstärken kleiner, als bei sinkenden; doch ist der Umlauf nicht der gleiche, wie bei den magnetischen Kreisprocessen bei auf- und absteigenden magnetisirenden Kräften. Permanenter Magnetismus im Eisen steigert die Wirkung innerhalb des Magnetfeldes, nicht ausserhalb desselben. Die Formel von Avenarius

$$\varepsilon = A\,(T - T')\,\{T_0 - {}^1/_2)\;T + T^1)\}$$

stellt die thermoelektromotorische Kraft zwischen magnetisirten und nicht magnetisirten Metallen bei verschiedenen Temperaturen T und T' der Contactstelle gut dar [2]).

1100 Das thermoelektrische Verhalten magnetisirter und zugleich gedehnter Eisendrähte hat Bachmetjew [3]) untersucht. Ein oben und unten zu Ringen gebogener Eisendraht hing in einer 358 mm langen Spirale. Jenseits der Ringe waren Kupferdrähte unter Einschaltung von 10 mm langen Kupferdrähten horizontale Eisendrähte gelöthet. Auch letztere waren mit Spiralen umgeben. Das obere Ende des verticalen Drahtes war von einer geschlossenen, von Wasserdampf durchströmten Messingbüchse, das untere von einem Gefäss mit kaltem Wasser umgeben. Durch die Spiralen ging der Strom von sechs grossen Chromsäureelementen. Das Moment des verticalen Drahtes wurde durch eine die Magnetisirungsspirale umgebende Inductionsspirale gemessen. Danach wächst der thermoelektrische Strom mit der magnetisirenden Kraft proportional der Stärke des magnetisirenden Stromes und etwas langsamer als der verschwindende Magnetismus.

---

[1]) Battelli, Atti del R. Ist. Veneto [7] 4, 1452, 1893; Rend. Lincei [5] 2, 162, 1893; Beibl. 18, 377, 379. — [2]) Aehnliche Data von Chassagny, Compt. rend. 116, 977, 1893; Beibl. 18, 597. — [3]) Bachmetjew, Wied. Ann. 43, 723, 1891.

Bei Belastung des Drahtes vermindert sich der in Folge der Magnetisirung erzeugte thermoelektrische Strom bedeutend, und wird bei stärkerem Spannen negativ.

Aendert sich die Länge des gespannten Eisens durch die Magnetisirung nicht, so hat sie keinen Einfluss auf die thermoelektrische Kraft eines Elementes aus nicht gespanntem und gespanntem Eisen.

Wird der Eisendraht durch die longitudinale Magnetisirung verkürzt (wie z. B. auch beim Nickel), so fliesst der Thermostrom vom longitudinal magnetisirten Eisen zum nicht magnetisirten. Dabei ist die Richtung der Magnetisirung gleichgültig. Die thermoelektromotorische Kraft eines Elementes aus nicht gespanntem und longitudinal gespanntem Eisen wächst beim Dehnen bis zu einem Maximum und nimmt dann ab. Das Maximum ist bei demselben Eisendraht kleiner beim Auflegen, als beim Abnehmen der Gewichte.

Bei Nickel wird der Einfluss der longitudinalen Magnetisirung auf sein thermoelektrisches Verhalten durch Spannung vermindert, um so weniger, je schwächer die magnetisirende Kraft ist; bei Eisen werden die thermoelektrischen Eigenschaften durch die Magnetisirung stärker beeinflusst, als bei Nickel.

Der Magnetismus würde hiernach das thermoelektrische Verhalten des Eisens und Nickels nicht direct, sondern nur secundär durch die dadurch bedingten Längenänderungen ändern.

Transversal magnetisirtes Nickel ist nach Battelli schwach, longitudinal magnetisirtes stärker thermoelektrisch negativ gegen nicht magnetisirtes Nickel. Sonst ist das Verhalten nahe das gleiche, wie vom Eisen. 1101

Magnetisirte W. Thomson (l. c.) den einen Schenkel eines Hufeisens von Nickel, dessen Länge 8 Zoll, dessen Dicke $^1/_2$ Zoll betrug, durch eine Magnetisirungsspirale, und erhitzte nach der Verbindung beider Schenkel mit dem Galvanometer die Biegung des Hufeisens durch eine Gasflamme, während die Schenkel durch umliegende Wasserbäder kalt erhalten wurden, so floss ein Strom durch die erhitzte Stelle vom longitudinal magnetisirten Nickel zum schwächer magnetischen Nickel, also unter gleichen Verhältnissen entgegengesetzt, wie beim Eisen. 1102

Es muss weiteren Untersuchungen vorbehalten bleiben, zu entscheiden, inwieweit einige der hier mitgetheilten Beobachtungen etwa auf mechanischen, durch äussere elektromagnetische Kräfte bedingten Veränderungen der Torsion oder Biegung u. s. f. der Eisen- und Stahlstäbe beruhen.

Die Peltier'sche Wirkung[1]) in den Fe-Cu- und Fe-Ni-Elementen wird durch longitudinale, wie durch transversale Magnetisirung gesteigert. 1103

[1]) Battelli, l. c.

Da sie im Fe-Cu negativ, im Ni-Cu positiv ist, so würde sie in einem aus nichtmagnetisirtem und magnetisirtem Eisen gebildeten Elemente positiv, in einem Elemente aus nichtmagnetisirtem und magnetisirtem Nickel negativ sein. Longitudinale Magnetisirung ist beim Eisen $2^1/_2$ mal, beim Nickel $1^1/_2$ mal so wirksam, als gleich starke transversale; beide sind beim Eisen (zumal wenn dasselbe noch remanenten Magnetismus enthält) wirksamer als beim Nickel. Die Einwirkung der transversalen Magnetisirung auf die Peltier-Wirkung im Fe (und wahrscheinlich auch im Ni) wächst bei geringer Feldstärke rascher, bei grosser Feldstärke langsamer als diese und erreicht schliesslich ein Maximum; die die Abhängigkeit der Veränderung der Peltier-Wirkung von der Feldstärke darstellende Curve zeigt demnach einen ähnlichen Verlauf wie die Magnetisirungscurven.

1104 Auf den sogenannten Thomson-Effect in Eisen und Nickel übt sowohl transversale wie longitudinale Magnetisirung bei Feldstärken von 15 000 bezw. 18 000 Einheiten keine merkbare Wirkung aus.

7. Erzeugung von Tönen bei der Magnetisirung.

1105 Die mechanischen Bewegungen, in welche Eisen- und Stahlstäbe beim Magnetisiren durch die elektromagnetischen Vorgänge im Inneren und etwaige äussere magnetische Einflüsse auf ihre Gestalt versetzt werden, können Schwingungen und Töne verursachen.

Zuerst beobachtete Page[1]), als er zwischen die Schenkel eines hufeisenförmigen Magnetes eine vertical stehende Spirale von übersponnenem Kupferdraht von 40 Windungen brachte, dass beim Schliessen und Oeffnen des durch die Spirale hindurchgeleiteten Stromes der Magnet tönte. Der Ton war beim Schliessen des Stromes schwächer, als beim Oeffnen. — Hierbei werden die Schenkel des Magnetes gegen die Spirale hingezogen oder von ihr fortgestossen und so in Schwingungen versetzt. — Ganz analog hörte Delezenne[2]) einen Ton, als er zwischen den Schenkeln eines Hufeisenmagnetes einen Elektromagnet rotiren liess. — Ebenso tönt ein zu einem Cylinder gebogenes Eisenblech, welches in eine Spirale gesenkt ist, beim Oeffnen und Schliessen des Stromes in letzterer, indem es sich gleichfalls stärker oder schwächer biegt und in Schwingungen geräth[3]).

1106 Anderer Art ist die von Marrian[4]) beobachtete Tonerzeugung. Er befestigte Eisen- und Stahlstäbe von 15 bis 600 mm Länge und

---

[1]) Page, Pogg. Ann. **43**, 411, 1838. — [2]) Delezenne, Bibl. univ. Nouv. Sér. **16**, 406, 1838. — [3]) Pogg. Ann. **63**, 530, 1838. — [4]) Marrian, Phil. Mag. **25**, 382, 1844; Pogg. Ann. **63**, 530, 1838.

0,6 bis 5 cm Dicke in der Axe einer Drahtspirale. Wurde durch dieselbe ein Strom geleitet, so gaben die Stäbe ihren Longitudinalgrundton.

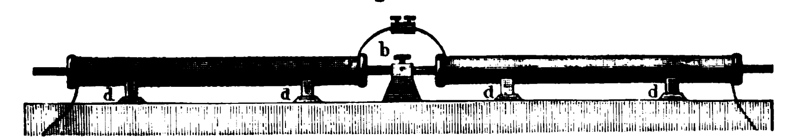
Auch Matteucci [1]) hat über einen Eisendraht eine auf eine Glasröhre von 8 mm Durchmesser gewundene Kupferdrahtspirale geschoben. Der Draht war durch ein Gewicht von 4 kg gespannt. Die Intensität des beim Schliessen, wie beim Oeffnen des Stromes in der Spirale erzeugten Tones wuchs mit der Intensität des Stromes, die Höhe des Tones blieb dabei ungeändert; ebenso, als das den Draht spannende Gewicht bis zu 16 kg vermehrt wurde. Bei wiederholtem Oeffnen und Schliessen des Stromes durch ein Zahnrad nahm die Reinheit des Tones mit wachsender Schnelligkeit der Stromunterbrechungen zu, dann wieder ab.

In einem U-förmigen Eisendrahte entsteht ein Ton, wenn man seine beiden Schenkel mit Spiralen umgiebt und den Strom hindurchleitet; dagegen nicht beim Annähern seiner Enden an die Pole eines starken Magnetes. Unter den gleichen Bedingungen erhält man auch mit einem mit Eisenfeilen gefüllten Glasrohre Töne.

Sehr gut kann man nach Wertheim [2]) diese Töne mit dem folgenden Apparate erzeugen. Ein Eisenstab von etwa 2 m Länge, Fig. 275, wird in horizontaler Lage mit seiner Mitte in eine auf einem Resonanzboden stehende Klemme eingeschraubt. **1107**

Ueber seine beiden Enden schiebt man Glasröhren von etwa 90 cm Länge, die mit Drahtspiralen umwickelt sind, durch welche man einen

Fig. 275.



galvanischen Strom in gleichem oder entgegengesetztem Sinne leiten kann. Aus diesen Glasröhren ragen die Enden des Stabes hervor.

Schliesst und öffnet man den durch die Spiralen geleiteten Strom, so giebt jedesmal der Eisenstab seinen Longitudinalton, den man z. B. auch erhält, wenn man ihn an seinen Enden reibt. Verschieden lange Stäbe von gleicher Eisensorte und 2, 1,6, 1,33 und 1 m Länge geben den Grundton, die Terz, Quinte und Octave. Der Ton ist deutlicher und schärfer beim Oeffnen als beim Schliessen des Stromes, da ersteres plötzlicher erfolgt.

Beim Durchleiten eines durch einen Interruptor oftmals unterbrochenen Stromes durch die Spirale erhält man einen continuirlichen Ton von derselben Höhe, wie beim einmaligen Schliessen oder Oeffnen.

Befestigt man an dem Ende des Stabes ein dünnes Messinghäkchen und lässt darunter im Momente des Oeffnens oder Schliessens des magne-

[1]) Matteucci, Archives 5, 389, 1845. — [2]) Wertheim, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 23, 302, 1848; Pogg. Ann. 77 43.

tisirenden Stromes eine mit Kienruss überzogene Glasplatte entlang gleiten, so kann man vermittelst des Mikroskopes die auf letzterer gezeichneten Curven beobachten, welche die Longitudinalschwingungen des Stabes anzeigen.

Der Querschnitt der Stäbe ist ohne Einfluss auf den durch die Magnetisirung erzeugten Ton.

Ist die magnetisirende Spirale kürzer (12 cm lang für einen in der Mitte auf einem Resonanzboden eingespannten, 5 mm dicken, 126 cm langen Stab), so hört man bei den Stromunterbrechungen den Grundton des Stabes, wenn sich die Spirale an dem einen Ende des Stabes befindet; ist ihre Mitte um $^1/_3$ der halben Stablänge von dem freien Ende entfernt, so hört man die Quinte [1]).

Ist die den Stab umgebende Spirale aus zwei parallel neben einander aufgewickelten Drähten gebildet, durch welche der Strom in entgegengesetzter Richtung fliesst, so ertönt bei der Unterbrechung desselben kein Ton, da dann überhaupt keine magnetische und elektromagnetische Wirkung auf den Stab ausgeübt wird. Dagegen hört man den gleichen Ton, wenn die beiden, zu den beiden Seiten des Einklemmungspunktes liegenden Hälften des Stabes von Spiralen umgeben sind, durch welche in gleicher oder in entgegengesetzter Richtung unterbrochene galvanische Ströme geleitet werden, oder wenn auch nur durch die eine dieser Spiralen ein discontinuirlicher Strom geleitet wird.

Wird der Stab durch einen permanent um ihn herumgeleiteten Strom magnetisirt, während zugleich der den Ton erzeugende Strom unterbrochen wird, so ändert sich die Höhe desselben nicht; ein Beweis, dass die Aenderung der Elasticität des Stabes bei der Magnetisirung zu gering ist, um auf die betrachtete Erscheinung einen wesentlichen Einfluss auszuüben (vergl. §. 1066).

Liegt der Stab nicht in der Axe der Spirale, so hört man neben dem weniger rein hervortretenden Longitudinalton noch einen sehr schwachen Transversalton, hervorgebracht durch Querschwingungen des gegen die Wände der Spirale hingezogenen Stabes, welche sich schon mit blossem Auge wahrnehmen lassen. Mit der Excentricität des Stabes nimmt die Weite, nicht aber die Schnelligkeit dieser schwachen Transversalschwingungen zu.

Stahlstäbe verhalten sich wie Eisenstäbe; Stäbe von nicht magnetischen Metallen und anderen Stoffen, z. B. Glas, geben dagegen keinen Ton.

1108 Eisen- und Stahldrähte, am besten angelassene Drähte von $^1/_2$ bis 3 mm Dicke, welche auf einem Monochord zwischen einer Klemme und einem Wirbel so stark angespannt werden, dass sie beim schrägen Streichen mit dem Violinbogen deutlich den Longitudinalton geben,

[1]) Buff, Ann. d. Chem. u. Pharm. Supplementbd. 3, 129, 1864 u. 1865.

lassen bei der Magnetisirung durch eine sie umgebende, vom Strom durchflossene Spirale ebenfalls deutlich den Longitudinalton hören. Ist die Spannung der Drähte schwächer, so ertönt neben demselben, namentlich bei dickeren Drähten und häufigen Unterbrechungen des magnetisirenden Stromes, ein klirrendes Geräusch, welches wohl durch die transversale Ausbiegung der einzelnen, nicht in gerader Linie liegenden Theile des Drahtes bedingt ist. Sonst kann man an den Drähten die gleichen Erscheinungen beobachten, wie an den Stäben.

1109 Ueber den Einfluss der Dehnung und Compression auf die Töne sind von Bachmetjew [1]) Versuche angestellt worden. Eisen- und Nickelstäbe von 225 bis 230 cm Länge, und beim Dehnen von 2,3 bis 2,5, beim Comprimiren von 3,9 mm Dicke wurden vertical in eine Spirale eingesenkt und durch einen mit Gewichten belasteten Hebel gedehnt und comprimirt, wobei die Aenderung des Momentes durch eine die Stäbe umgebende Inductionsspirale gemessen wurde. Zugleich befand sich beim Comprimiren unter, beim Dehnen über dem Stabe ein Mikrophon oder Telephon.

Beim Eisen vermindert sich durch Compression ebenso wie durch Dehnung die Tonstärke. Bei einer bestimmten Dehnung verschwindet der Ton, tritt aber bei grösserer Dehnung wieder hervor und verstärkt sich. — Beim Nickel nimmt mit der Compression die Tonstärke erst langsam, dann schneller ab.

Da die Verhältnisse der Längenänderung des Eisens und Nickels bei verschieden starken Magnetisirungen und verschieden starken Dehnungen nach Joule und Barret ganz parallel der Tonerzeugung gehen, ist die Tonstärke eine Function der Längenänderungen der Stäbe. Bei Kupfer findet letztere beim Magnetisiren nicht statt; so entsteht auch in letzterem kein Ton.

Deshalb entspricht auch die Tonhöhe der Zahl der Unterbrechungen des magnetisirenden Stromes, sie wird aber nicht, wie die Tonstärke, durch die Compression und Dehnung geändert und ist die gleiche für verschieden dicke Stäbe und Stäbe aus Eisen, Nickel und Kobalt.

1110 Eine in ihrer Mitte dicht über der Oeffnung einer mit ihrer Axe vertical stehenden Spirale befestigte, horizontale Eisenblechplatte von 20 cm Durchmesser gab bei dem Oeffnen und Schliessen des Stromes glockenähnliche Töne, wie wenn man sie durch Herumführen eines Violinbogens um den Rand in drehende Schwingungen versetzt hätte. Eine dünne Weissblechplatte senkt sich dabei mit ihren Rändern gegen die Spirale und hebt sich wieder beim Oeffnen des Stromes, so dass die Töne auch hier auf einer elektromagnetischen Bewegung der Platte beruhen, welche durch ihre ungleiche Elasticität und die ungleiche Ent-

---

[1]) Bachmetjew, Exner's Rep. 26, 137, 1890; Beibl. 14, 537.

fernung ihrer Ränder von der Spirale unregelmässig werden und so zur Bildung von deutlichen Knotenlinien keine Veranlassung geben. Auch ändert sich die Lage der etwa durch Anstreichen auf der Platte gebildeten Knotenlinien von Sand bei dem Einflusse der Magnetisirung nicht.

1111 In den vorliegenden Fällen verändern wesentlich die beim Schliessen und Oeffnen des Stromes auftretenden und verschwindenden elektromagnetisch-mechanischen Anziehungen die Gestalt der Körper und versetzen sie so secundär mechanisch in Schwingungen.

In anderen Fällen scheinen indess die Umlagerungen der Molecüle für sich schon Schwingungen hervorrufen zu können.

Liess Ferguson[1]) einen kurzen Eisenstab in der Höhlung einer vertical gestellten Spirale durch elektromagnetische Eiwirkung schweben und verband sein eines Ende mit einem Fadentelephon, so hörte er beim Durchleiten intermittirender Ströme durch die Spirale einen tickenden, den molecularen Umlagerungen entsprechenden Ton, sowohl wenn der Stab auf und nieder schwebte, als auch, wenn er festgehalten oder an beiden Enden festgeschraubt wurde. Ist die Spirale in der Mitte eines langen Stabes befestigt, so ist der Ton, den Longitudinaltönen des Stabes entsprechend, scharf abgeschnitten; ist sie am Ende, so ist er mehr ein dumpfes Schlagen.

Wird ferner eine Eisenplatte zwischen Glasplatten festgekittet und mit dem Fadentelephon verbunden, so hört man nach Ferguson auch noch deutlich einen Ton, wenn sie sich neben einer von unterbrochenen Strömen durchflossenen Spirale befindet.

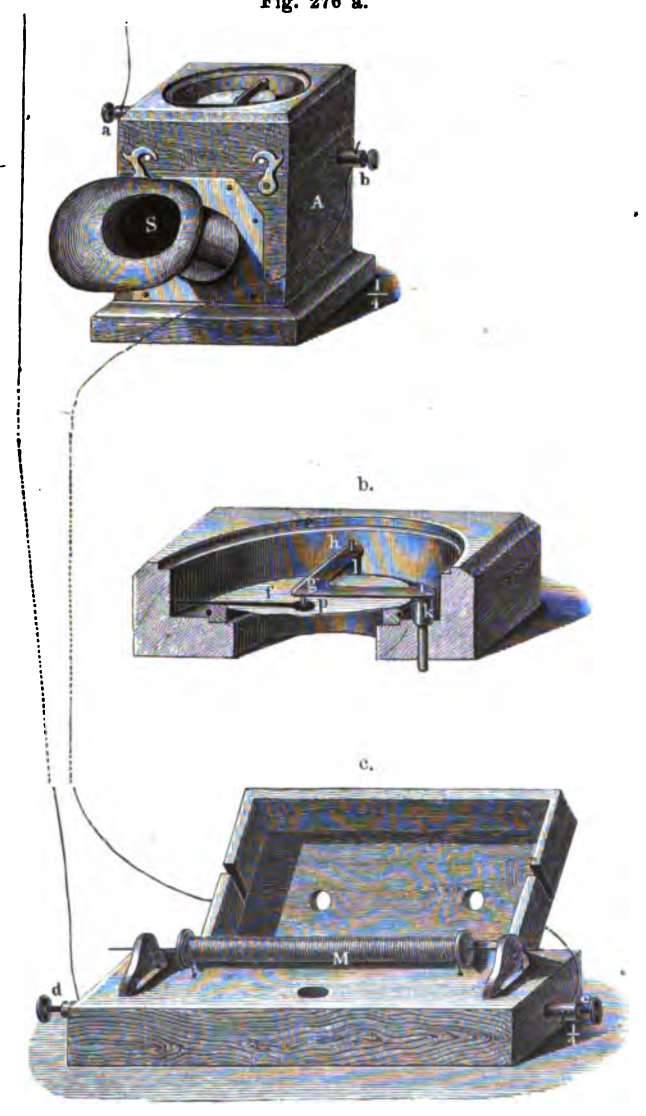
Wird endlich eine Eisendrahtspirale (ein Draht von 0,42 mm Durchmesser und 300 cm Länge in 1,9 cm weiten Spiralwindungen) vertical aufgehängt, ein intermittirender Strom durchgeleitet und die Spirale unten befestigt, so oscillirt sie an einer Stelle am lebhaftesten auf und nieder. Löthet man an diese Stelle einen sehr feinen, radial gestellten Kupferdraht, der zu einem Telephon führt, so hört man denselben Ton in Folge molecularer Schwingungen, wie in einem geraden Drahte, ebenso wenn man die oscillirende Stelle mit den Fingern fixirt. Die oscillirende mechanische Bewegung selbst bringt nur ein schwaches Rasseln hervor.

1112 Neben dem Longitudinalton der Stäbe, welcher schon bei einmaliger Magnetisirung derselben durch einen Strom und Unterbrechung desselben auftritt, hört man noch bei wiederholter Unterbrechung des magnetisirenden Stromes ein klirrendes Geräusch, welches sich bei schnellen Unterbrechungen zu einem Tone ausbildet, dessen Schwingungszahl der der Stromunterbrechungen entspricht. Dieser Klirrton ist bei dünnen Stahlstäben viel weniger deutlich, der ursprüngliche Longitudinalton aber viel stärker und reiner, als bei Stäben von weichem Eisen.

[1]) Ferguson, Proceed. Roy. Soc. Edinb. 1878, 6. März; Beibl. 3, 205.

Befestigt man, wie bei dem bereits im Jahre 1860 construirten **Telephon von Reis** [1]), auf einem mit einem Schallbecher *S*, Fig. 276 a,

Fig. 276 a.



versehenen Kästchen *A* eine Membran, die ein dünnes, durch ein Platinstreifchen *f* mit einer Klemmschraube *b* verbundenes Platinblättchen *p*

[1]) Reis, Jahresber. d. phys. Vereins zu Frankfurt a. M. 1860 und 1861; siehe Kuhn's Angewandte Elektricitätslehre 2, 1020, 1866.

in ihrer Mitte trägt, Fig. 276 b (a. v. S.), und bringt über dem letzteren an einem mit einer Klemmschraube versehenen, metallenen Winkelstücke *hgi* eine fast das Blättchen berührende Spitze an, so wird ein durch das Winkelstück und das Blättchen gehender Strom bei dem Singen eines Tones vor dem Schallloche in Folge der Oscillationen der Membran ebenso oft geschlossen, wie der Ton Schwingungen hat. Leitet man nun den Strom durch eine auf einem Resonanzboden befestigte, etwa 18 cm lange, aus sechs Lagen dünnen Kupferdrahtes bestehende Spirale *M*, Fig. 276 c, in deren Axe eine etwa 20 bis 30 cm lange, durch zwei Lager an ihren Enden hindurchgesteckte Stricknadel liegt, so lässt sie den in den Schallbecher hineingesungenen Ton wie ein Summen ertönen. (Ueber das jetzt gebräuchliche Telephon siehe im Capitel Induction.)

1113 Eine andere Art von Tönen entsteht nach Beatson[1]) und de la Rive[2]) in Eisen- und Stahlstäben und Drähten, wenn man sie ausspannt und einen discontinuirlichen Strom hindurchleitet.

Wird ein horizontaler Eisenstab, wie bei den §. 1107 beschriebenen Versuchen, in der Mitte befestigt, schraubt man an seine Enden Messinghäkchen, welche in Quecksilbernäpfe tauchen, und senkt in letztere die von den Polen der Säule kommenden Leitungsdrähte, so hört man beim jedesmaligen Oeffnen und Schliessen den Longitudinalton, welcher nicht mit dem Geräusche des dabei entstehenden Funkens verwechselt werden darf.

Bei gleicher Stromintensität vermindert sich die Stärke des Tones mit der Dicke des Stabes; ebenso wenn der Strom nur einen Theil desselben durchläuft. Bei einem 2 m langen Stabe hört man schon den Ton, wenn das vom Strome durchflossene Stück nur 1 dcm lang ist. Je näher das letztere Stück dem Einspannungspunkte des Stabes liegt, desto schwächer wird der Ton.

Ist der Stab nicht eingeklemmt, sondern frei beweglich, ist er z. B. auf einem Schwimmer befestigt, so bemerkt man beim Durchleiten des Stromes keine Verschiebung desselben.

Die Schwingungen magnetischer Stäbe durch alternirende hindurchgeleitete Ströme werden intensiver, wenn man an ihren Enden schwere Massen anbringt. Man befestigt z. B. hierzu einen 6 bis 8 cm langen, 1 bis 2 mm dicken Eisendraht mit dem einen Ende an einem Brette, belastet ihn am anderen Ende und verbindet beide Enden mit den Zuleitern zur Säule[3]).

Stäbe von nicht magnetischen Metallen geben hierbei keine Töne. (A. de la Rive giebt das Gegentheil an; es sollen indess Kupfer-, Messing-, Platin- und Argentandrähte nur bei schwacher, Blei-, Zink- und Zinndrähte nur bei starker Spannung einigermaassen starke Töne geben.)

---

[1]) Beatson, Electr. Mag. April 1846; Arch. de Genève 2, 113. — [2]) A. de la Rive, Compt. rend. 20, 1287, 1845; Pogg. Ann. 65, 637. — [3]) Ader, Compt. rend. 88, 641, 1879; Beibl. 3, 642.

Drähte von Eisen und Stahl geben bei starker Spannung zwischen 1114
zwei Klemmen, welche mit den Polen der Säule verbunden werden, die gleichen Erscheinungen. Ein harter Eisendraht giebt einen schwächeren, ein weicher einen stärkeren Ton, als der beim Herumleiten eines Stromes um die Stäbe erzeugte ist; ein Stahldraht einen sehr schwachen Ton [1]).

Fliesst durch die Drähte während des abwechselnden Durchleitens eines Stromes zugleich ein permanenter Strom, so ist der entstehende Ton in Folge der Verminderung der Elasticität durch die Erwärmung des Drahtes etwas tiefer.

Ist der Draht nicht stark angespannt, so hört man nur ein trockenes Geklirr.

Man darf bei diesen Versuchen die Schiessung und Unterbrechung des Stromes nicht in der Weise vornehmen, dass man den Stab mit dem einen Leitungsdraht der Säule dauernd verbindet und dann direct mit dem anderen berührt. Man hört hierbei ein mehrere Secunden lang andauerndes Geklirr, dessen Tonhöhe von der Dicke des Stabes unabhängig ist. Dieser Ton ist wahrscheinlich indirect durch den beim Berühren des Stabes mit dem Leitungsdrahte entstehenden Funken bedingt. Er zeigt sich am deutlichsten, wenn der zuletzt an den Stab gebrachte Draht mit dem positiven Pole der Säule verbunden ist.

Wird endlich ein Stab oder ein Draht zugleich durch einen herumgeleiteten Strom magnetisirt, und ein Strom direct hindurchgeleitet, so werden ebenfalls Töne erzeugt.

Ist der herumgeleitete, wie der durchgeleitete Strom unterbrochen, so hört man starke Längstöne.

Ist der erstere nicht unterbrochen, so ertönt ein starker Längston, zuweilen dabei ein etwas tieferer Ton.

Ist der erstere unterbrochen, der durchgeleitete Strom stetig, so hört man in Stäben und dickeren Drähten denselben Ton, in dünneren Drähten einen etwas tieferen Ton. Bei häufigen Unterbrechungen hört man zwei Töne, von denen der der Schliessung entsprechende etwas höher ist, als der dem Oeffnen des Stromes entsprechende [2]).

Abgesehen von den elektrodynamischen und elektromagnetischen Anziehungen, welche bei allen bisher beschriebenen Versuchen eine Schwingungsbewegung der Drähte und Stäbe einleiten können, könnten auch hier sehr wohl die Umlagerungen der Molecüle, welche wir sowohl beim Hindurchleiten, als auch beim Herumleiten eines Stromes durch einen Eisenstab beobachten, Schwingungsbewegungen veranlassen.

Eine von diesen Arten der Tonerzeugung abweichende Tonbildung 1115
hat A. de la Rive [3]) beobachtet. Er brachte an die Pole eines Stahl- oder Elektromagnetes Stäbe von 18 Zoll Länge und 9 bis 10 Linien

[1]) A. de la Rive, l. c. — [2]) Wertheim, l. c. — [3]) A. de la Rive, Phil. Trans. 1847, 1, 39; Pogg. Ann. 76, 270; Arch. des Sc. phys. et nat. 25, 311, 1866; Pogg. Ann. 128, 452; Ann. de Chim. et de Phys. [4] 8, 305, 1866.

im Quadrat Querschnitt von verschiedenen Metallen, Eisen, Zinn, Blei, Zink, Wismuth, und leitete durch sie den unterbrochenen Strom einer Säule von 5 bis 10 Grove'schen Elementen. Die Stromunterbrechung konnte durch einen selbstthätigen Quecksilbercommutator (siehe die Beschreibung des Inductoriums) oder ein Zahnrad stattfinden. Die Stäbe liessen eine Reihe von Schlägen hören, welche mit den Unterbrechungen des Stromes zusammenfielen oder zuweilen einige Secunden andauerten. Ihre Lage vor den Polen war gleichgültig, mochte ihre Axe mit der Verbindungslinie derselben zusammenfallen oder auf derselben senkrecht sein. — Man kann die Stäbe auch in die Axe einer vom Strome durchflossenen Spirale legen und erhält dieselben Erscheinungen.

Auch ganz dünne Platindrähte und Goldblättchen, welche auf eine Glasplatte geklebt sind, ertönen beim Durchleiten eines discontinuirlichen Stromes zwischen den Magnetpolen; ebenso feine Pulver von Kupfer, Zink, Wismuth und Antimon, welche in Glasröhren von 1 cm Durchmesser gefüllt sind. Ebenso tönen Röhren von Metall, Ringe und Spiralen aus Drähten bei gleichem Verfahren. Auch Quecksilber giebt Töne, wenn es in einer 25 cm langen, 2,5 cm weiten Röhre zwischen Platindrähten dem Einflusse des Stromes ausgesetzt wird oder sich in einem offenen Troge befindet. Im letzteren Falle bemerkt man eine zitternde Bewegung auf seiner Oberfläche. Sogar ein mit Quecksilber gefülltes, 10 m langes Kautschukrohr, dessen Enden in zwei mit Quecksilber gefüllte, mit den Elektroden verbundene Flaschen tauchen, tönt, wenn seine Mitte auf die Pole eines Elektromagnetes gelegt wird.

Salzwasser oder verdünnte Schwefelsäure, welche in einer Platinschale auf die Pole des Elektromagnetes gesetzt werden, geben bei Verbindung der Schale und einer in die Flüssigkeiten tauchenden Metallspitze mit den Polen der Säule und abwechselnder Unterbrechung des Stromes ebenfalls einen Ton.

Wird feines Coakspulver oder auch feines Pulver von Kupfer, Zink u. s. f. zwischen zwei auf eine polirte Glasplatte in einem Abstand von 15 cm aufgeklebte Metallstreifen gebracht, und der durch eine verdünnte Luftschicht von 5 bis 6 mm Druck unterbrochene Inductionsstrom eines Ruhmkorff'schen Apparates hindurchgeleitet, wobei hauptsächlich nur der einseitig gerichtete Oeffnungsstrom hindurchgeht, so ordnet sich das Pulver in einzelne, gegen die Richtung der Entladung senkrechte Streifen. Wird die Glasplatte auf den Pol eines Elektromagnetes gelegt, so geräth das Pulver in Oscillationen und man hört einen Ton, während kleine Funken zwischen den getrennten Theilchen circuliren. Aber auch wenn die Funken durch Anhäufung einer grösseren Pulvermasse in Form eines Daches vermieden werden, ertönt das Pulver und zeigt an den Rändern Erschütterungen.

1116 Diese Töne können nicht von den Funken herrühren, welche beim Oeffnen und Schliessen des durch die Stäbe u. s. f. geleiteten Stromes in

dem Unterbrechungsapparate erzeugt werden, da sie auch auftreten, wenn sich der Interruptor in einem anderen Zimmer und einem anderen Stockwerke befindet.

Auch von einfachen elektromagnetischen Anziehungen und Abstossungen sollen sie nach A. de la Rive nicht wohl bedingt sein können, da gespannte und nicht gespannte und zu Spiralen gewundene Drähte, ja selbst Bleidrähte und Quecksilbermassen den gleichen, der Zahl der Unterbrechungen entsprechenden Ton geben.

de la Rive glaubt deshalb, dass sich die Theilchen der Körper unter Einfluss eines Magnetes oder eines Stromes in gewisser Weise anordnen, und dass diese Anordnung beim Hindurchleiten eines Stromes oder Aufheben der Magnetisirung temporär geändert wird. — Es wäre indess doch noch zu untersuchen, inwiefern hierbei die elektromagnetischen Wirkungen des Magnetes auf die die Körper durchfliessenden Ströme secundäre Bewegungen ihrer Theile und somit auch Töne erzeugen können.

Der Ton, welchen A. de la Rive[1]) erhielt, als er durch eine Spirale von übersponnenem Kupferdraht einen discontinuirlichen Strom leitete, kann durch die Schwingungsbewegung bedingt sein, welche durch die Anziehung der einzelnen Windungen derselben gegen einander beim jedesmaligen Hindurchleiten des Stromes und ihre darauf folgende Rückkehr in ihre Ruhelage beim Oeffnen verursacht wird.

Einen solchen Ton kann man aus demselben Grunde in einer geschlossenen, die erstere Spirale oder einen Eisenstab umgebenden, aber sie nicht berührenden Spirale hören, wenn man sie nach Ferguson[2]) mit einem Fadentelephon verbindet. Man hört den Ton nicht, wenn die Spirale offen ist.

Die Töne beim Durchleiten von intermittirenden Strömen durch Drähte aus nicht magnetischen Metallen haben wir schon Bd. II, §. 283 erwähnt.

---

[1]) A. de la Rive, Compt. rend. 20, 1287, 1845; Pogg. Ann. 65, 637. — [2]) Ferguson, Proc. Roy. Soc. Edinb. 1878, 6. März; Beibl. 3, 205.

Fünftes Capitel.

Beziehungen des Magnetismus zur Wärme.

I. Einfluss der Temperaturänderungen auf den Magnetismus.

1117 Wird ein temporär oder permanent magnetisirter Stab erwärmt oder abgekühlt, so ändert sich sein magnetisches Moment.

Der temporäre Magnetismus des weichen Eisens nimmt bei Einwirkung gleicher magnetisirender Kräfte mit der Temperaturerhöhung bis zu einer bestimmten Grenze zu.

Ueber diesen Punkt sind manche Versuche angestellt worden, bei denen man sich des Erdmagnetismus als magnetisirender Kraft bediente.

Für mässige Erwärmungen bis auf 100° hat Kupffer[1]) diese Erscheinungen untersucht. Eine Magnetnadel wurde an ungedrehten Seidenfäden über der Mitte eines 0,496 m langen, weichen Eisenstabes von 0,03 m im Quadrat Dicke aufgehängt. Der Stab lag in der Richtung des magnetischen Meridians, wurde durch ein Wasserbad auf 100° erwärmt und dann wieder auf die Lufttemperatur abgekühlt. Die Dauer n_1 von je 300 Schwingungen der Nadel ergab ein Maass für seinen jedesmaligen Magnetismus m, nachdem vorher noch die Schwingungsdauer n der Nadel ohne Einfluss desselben bestimmt war. Es ist $m = const. (n^2 - n_1^2)$.

Bezeichnet man mit $m_1 m_2 m_3$ die Magnetismen des Stabes bei der Lufttemperatur, mit $\mu_1 \mu_2$ dieselben bei 100°, so ergab sich aus den Versuchen:

bei 16,25°	bei 100°
$m_1 = m_1$	$\mu_1 = 1,1291\, m_2$
$m_2 = 1,01939\, m_1$	$\mu_2 = 1,01939\, m_3$
$m_3 = 1,037754\, m_2$	

[1]) Kupffer, Kastner's Arch. 6, 194, 203, 1825.

Hiernach ist der temporäre Magnetismus des weichen Eisens bei höheren Temperaturen grösser, als nach dem Erkalten.

1118 Indess gilt dieser Satz nur bei der ersten Erwärmung des Eisens. Nach einigen von mir [1]) angestellten Experimenten, bei denen Eisenstäbe von 237 mm Länge und 13,2 mm Dicke, welche in eine Zinkblechröhre eingelegt waren, ganz wie §. 564 beschrieben ist, in eine Magnetisirungsspirale eingeschoben wurden, die vor einem magnetisirten Stahlspiegel aufgestellt war, nimmt bei der ersten Temperaturänderung das temporäre Moment der Eisen- und Stahlstäbe jedesmal zu, gleichviel, ob die Stäbe während des Magnetisirens die Lufttemperatur (16,5° C.) hatten und dann durch einen durch das Blechrohr geleiteten Dampfstrom auf 100° erhitzt wurden, oder ob sie bei 100° magnetisirt und dann durch einen Strom kalten Wassers abgekühlt wurden. Bei wiederholten Erwärmungen und Erkältungen zwischen 20 und 100° ändert sich das Moment nur noch sehr wenig; es ist bei den niederen Temperaturen ein wenig grösser als bei den höheren, indess etwa nur um $^1/_2$ Proc. [2]).

Das analoge Resultat hat Gaugain [3]) erhalten, als er an einen Magnetpol einen durch eine Weingeistlampe erhitzten Stab mit seiner Mitte anlegte und von seinen Enden während des Erkaltens eine Inductionsspirale abzog. Das Moment stieg nur von 42 auf 43,8. Wurde der Stab vom Magnet abgenommen und sofort wieder angelegt, so war das Moment nur noch 34.

Mit steigender Temperatur ist auch das beim Abkühlen zurückbleibende temporäre Moment grösser, selbst bei der Erwärmung auf so hohe Hitzegrade, dass dabei das temporäre Moment wieder abnimmt, wenn die Stäbe uur unter der Temperatur des Blauanlaufens bleiben.

1119 Bei weichen und glasharten, temporär magnetisirten Stahlstäben gestaltet sich die Erscheinung bei wiederholtem Erwärmen und Abkühlen anders. Bezeichnen M_0 M_{100} M'_0 M'_{100} die nach einander bei den Temperaturen $t = 0$ und 100° beobachteten temporären Momente, $I + M$ ihre Momente mit Einschluss des Momentes der Magnetisirungsspirale, so ergab sich bei meinen Versuchen):

I. Glasharter Stahlstab.

a) Bei 0° magnetisirt.

$t =$	0°	100°	0°	100°	0°	100°	0°	100°
$I + M =$	338,8	384	381,5	395,5	390,5	401	395,5	405

[1]) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 122, 346, 1864. — [2]) Berson hat 24 Jahre später ganz analoge Resultate wiederholt publicirt (Ann. de Chim. et de Phys. [5] 8, 433, 1886; Beibl. 11, 58). — [3]) Gaugain, Compt. rend. 80, 297, 1875; auch 82, 685, 1876.

$t =$	0^0	100^0	0^0	100^0	0^0
$I + M =$	398,5	407,5	401	410,5	403,5

b) Bei 100^0 magnetisirt.

$t =$	100^0	0^0	100^0	0^0	100^0	0^0	100^0	0^0
$I + M =$	413,5	418,2	430	423,5	433,2	426	435	428,5

$t =$	100^0	0^0	100^0	0^0
$I + M =$	437,5	430,2	439,5	432,2

II. Weicher Stahlstab.

a) Bei 0^0 magnetisirt. $I = 94{,}3$.

$t =$	0^0	100^0	0^0	100^0	0^0	100^0	0^0
$I + M =$	295	327	326	332,5	330	335	332

b) Bei 100^0 magnetisirt.

$t =$	100^0	0^0	100^0	0^0	100^0	0^0
$I + M =$	361,2	370,6	378,5	376,2	381	377,5

III. Sehr weicher, oft ausgeglühter und langsam erkalteter Stahlstab.

1. Bei 0^0 magnetisirt. $I = 120$.

$t =$	0^0	100^0	0^0	100^0	0^0	100^0	0^0
$I + M =$	402	433	437,5	438,5	442,5	441,8	445

$t =$	100^0	0^0	100^0	0^0
$I + M =$	444	447	446	449

In der folgenden Tabelle entsprechen die Werthe M_0, M_{100}, M'_0 den den Stäben bei 0^0 ertheilten und bei dieser Temperatur und darauf bei 100^0 und 0^0 beobachteten temporären Magnetismen, die Werthe N_0,

N_{100}, N'_0 den temporären Magnetismen derselben nach 15 maligem Erwärmen auf 108° und Abkühlen auf 0°.

	M_0	M_{100}	M'_0	N_0	N_{100}	N'_0
I. Glasharter Stahlstab	—	306	291,5	291,5	309	291
II. Oft ausgeglühter, sehr weicher Stahlstab Nr. 1	298	320	323	325,5	324	326
III. Desgl. Nr. 2	282	313	317,5	329,2	326,8	330

Durch Versuche war bewiesen, dass nicht etwa durch Veränderungen der Stromintensität in Folge der durch die Erwärmung bewirkten Zunahme des Widerstandes der Spirale die Unterschiede der Werthe N_0 und N_{100} bedingt wurden.

Wurden die Stäbe nach einander Strömen von verschiedener Intensität I ausgesetzt und wurde ihr magnetisches Moment M_0, M_{100}, M'_0 bei den Temperaturen 0 und 100° beobachtet, so ergab sich: **1120**

I. Harter Stahlstab, bei 0° magnetisirt.

I	M_0	M_{100}	M'_0	M_{100}/M_0
61,2	98,4	117,4	112,6	1,20
88,4	133,8	165,4	158,4	1,24
129	198	244	235,2	1,23
163,7	263,8	317	303	1,25
II. Weicher Stahlstab, bei 0° magnetisirt.				
67	127,5	151	148	1,184
85,1	173,4	198,4	194,8	1,144
111,3	238,7	271,7	267,2	1,140
138,5	312,5	351,7	345,7	1,125
III. Weicher Stahlstab, bei 0° magnetisirt.				
32	64	79,5	82	1,24
53	121,8	137,8	140,3	1,13
81	199,5	222,5	227	1,11
106	275,5	303	308,3	1,10
IV. Sehr weicher Stahlstab, bei 0° magnetisirt.				
33,5	61,5	76	79,5	1,23
56,5	122	139,5	142	1,14
88	200,5	224,5	230,2	1,12
118	282	313	317,5	1,11

1121 Aus diesen Versuchen folgt:

Ein bei einer beliebigen Temperatur temporär magnetisirter Stahlstab gewinnt bei der ersten Temperaturänderung jedesmal an temporärem Magnetismus, mag sie in einer Erwärmung oder einer Abkühlung bestehen. Bei wiederholten Temperaturänderungen und bei der Rückkehr auf die Anfangstemperatur ist noch längere Zeit ein ganz langsames Wachsen des temporären Magnetismus bemerkbar [1]).

Nach sehr häufig wiederholten Temperaturänderungen wird der Magnetismus der Stäbe bei der Rückkehr auf die gleiche Temperatur mehr und mehr constant. Dabei zeigen sehr harte Stahlstäbe bei den höheren Temperaturen ein grösseres temporäres magnetisches Moment, als bei niederen, weiche Stäbe dagegen bei niederen Temperaturen ein grösseres Moment [2]).

Dieser Unterschied lässt sich auch schon bei den ersten Temperaturänderungen neben der dabei erfolgenden allmählichen Zunahme des temporären Magnetismus erkennen.

Bei wachsender Intensität der magnetisirenden Ströme, also auch des ursprünglichen temporären Magnetismus der Stäbe, nehmen die durch Temperaturänderungen hervorgerufenen Aenderungen des temporären Magnetismus zu. Soweit sich aus den vorliegenden Versuchen erkennen lässt, sind sie beim harten Stahl innerhalb gewisser Grenzen so ziemlich dem ursprünglichen Magnetismus bei 0° proportional, beim weichen Stahl wachsen sie etwas langsamer, als dieser Proportionalität entspricht.

1122 Hiermit hängen auch einige Beobachtungen von Faraday [3]) zusammen, bei denen er Eisen- oder Kobaltstäbchen in einem auf verschiedene Temperaturen erwärmten Bade von Olivenöl zwischen die Pole eines Magnetes hängte und die Torsion des sie tragenden Fadens bestimmte, welche erforderlich war, um sie um 180° herumzuwerfen. Die-

[1]) Ganz analoge Resultate auch von Berson, l. c.

[2]) Gaugain (Compt. rend. 83, 896, 1876; Beibl. 1, 119, 433) hat an den Pol eines Elektromagnetes Stahlstäbe gelegt, dieselben erwärmt, an verschiedenen Stellen mit einer Inductionsspirale umgeben und den beim Entmagnetisiren entstehenden Inductionsstrom bestimmt. Die Versuche geben nur die Differenz des temporären und permanenten Momentes und gestatten bei der Complicirtheit der Bedingungen keine genaueren Schlüsse. Danach ist bei Stäben, die eine geringe vorübergehende Aenderung des temporären Momentes mit der Temperaturerhöhung erleiden, bei Magnetisirung bei 300° der temporäre Magnetismus grösser, bei Stäben, die eine grosse vorübergehende Aenderung des Momentes erfahren, aber kleiner als bei Magnetisirung bei gewöhnlicher Temperatur. Ferner wächst (Compt. rend. 82, 1422, 1876) beim ersten Erwärmen von Sheffieldstahl das temporäre Moment nur bis etwa 130° C. und nimmt dann wieder ab, von Allevardstahl wächst es bis über 300°. Bei wiederholten Temperaturänderungen beträgt die dauernde Zunahme des temporären Moments bei der Rückkehr auf die Magnetisirungstemperatur (20°) bei Sheffieldstahl 76 Proc., die vorübergehende Abnahme beim Erwärmen zwischen 20 und 300° nachher 27 Proc. Bei Allevardstahl betragen diese Werthe 68 und 11,8 Proc. (siehe auch Compt. rend. 82, 685, 1876).

[3]) Faraday, Exp. Res. Ser. 30, §. 3424, 1855; Pogg. Ann. 100, 452.

selbe gab ein Maass für die magnetischen Momente. — Bei dem Eisenstab zeigte sich zwischen 0 und 140° kaum eine Abnahme, bei einem Nickelstab eine langsame Abnahme der Magnetisirung. — Bei dem Kobaltstab nahm nach dem Erhitzen der Magnetismus zu, beim Erkalten ab, so jedoch, dass der Stab dann noch eine permanente Zunahme an Magnetismus von etwa $^1/_{18}$ behielt. Wurde der Stab umgekehrt, so war die frühere schwächere Magnetisirung hergestellt.

1123 Durch Versuche an einem 222 mm langen, 2,6 mm dicken ausgeglühten Eisenstab, welcher in einer 260 mm langen Spirale vor einer Spiegelbussole durch herumfliessendes Oel erhitzt und magnetisirt wurde, fand Waszmuth[1]), dass der Stab für kleinere magnetisirende Kräfte bei höherer Temperatur eine grössere Magnetisirbarkeit besitzt und der Wendepunkt dabei für viel kleinere magnetisirende Kräfte auftritt, das Moment bei demselben bei 118° etwa um 3 Proc. kleiner und das Verhältniss desselben zur entsprechenden Stromintensität immer grösser wird. Die Curven für die Magnetisirungsfunction in ihrer Abhängigkeit von den auf der Abscissenaxe aufgetragenen Stromintensitäten für die Temperaturen 20 und 130 bis 140° schneiden sich in einem Punkte, dessen Abscisse etwa $^3/_4$ von der des jeweiligen Maximums der ersteren ist. Bei wiederholtem Erwärmen und langsamem Abkühlen werden die Aenderungen des Stabes durch Temperaturänderungen kleiner, so dass die Magnetisirungscurve für niedere Temperaturen hinauf-, für höhere herunterrückt und sich beide einander nähern.

1124 Bei anderen Versuchen von Waszmuth wurden die in einer einerseits geschlossenen Glasröhre liegenden Stäbe durch eine unter die Spirale gestellte Weingeistflamme erhitzt. Zur Bestimmung der Temperatur war an das offene Ende der Röhre ein Capillarrohr angeschmolzen, dessen Ende nach dem Erhitzen geschlossen und nach dem Abkühlen unter Quecksilber abgebrochen wurde. Das hineinsteigende Quecksilber sowie der Druck wurden gemessen.

Waszmuth stellt hiernach die Formel auf:

$$\frac{\mu_t - \mu_0}{\mu_0} = \frac{t}{1 + B_0 t}\left(\frac{A_1 - A_2 t \mu_0}{i_0} - B_0\right) \quad . \quad . \quad . \quad 1)$$

wo B_0, A_1, A_2 Constante, μ_0 und μ_t die Magnetismen bei 0 und t^0, i_0 die Stromintensität sind. Diese Formel ist aus einer Vorstellung heraus entwickelt, wonach durch die Erwärmung einmal die Einwirkung der der magnetisirenden Kraft entgegenwirkenden freien magnetischen Massen auf ein Theilchen und die Wechselwirkung der Theilchen unter einander, sodann auch das Moment jedes Theilchens selbst vermindert wird.

[1]) Waszmuth, Wien. Ber. 82 [2], 217, 1880; 83 [2], 332, 1881; Beibl. 5, 66, 685.

Trägt man die Werthe i_0 als Abscissen, μ_0 und μ_t als Ordinaten auf, so ist für den Durchschnittspunkt beider Curven für μ_0 und μ_t, dessen Abscisse i_1, dessen Ordinate μ_1 ist: $(A_1 - A_2 t \mu_1)/i_1 = B_0$. Dann wird

$$\frac{\mu_t - \mu_0}{\mu_0} = \frac{i_1 - i_0}{i_0} \frac{t}{1 + B_0 t} \left(B_0 + A_2 t \frac{\mu_1 - \mu_0}{i_1 - i_0} \right) \quad . \quad . \quad 2)$$

i nimmt mit wachsendem t ab.

Das Verhältniss $(\mu_t - \mu_0)/\mu_0 : (i_1 - i_0)/i_0$ sinkt innerhalb der angewandten magnetisirenden Kräfte fast bis auf die Hälfte des Anfangswerthes, was eine Folge der Abnahme der Wirkung der freien Magnetismen ist. Bei einem Ringe, wo diese nicht auftreten, wäre $A_2 = 0$ und das Verhältniss constant.

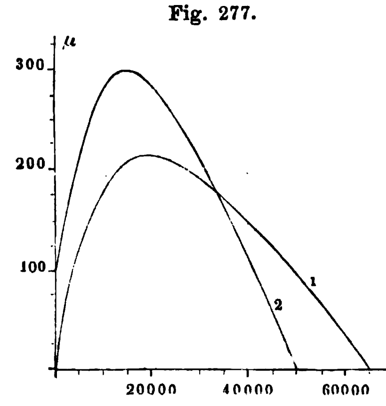
Für kleinere Werthe von μ_0, welche den Kräften i_0 proportional sind, ist dann auch $\mu_t - \mu_0$ nahė constant. Wo also die Curven für μ_t und μ_0 gerade sind, sind sie auch nahezu parallel, womit die Versuche übereinstimmen. Die Erhitzungen gingen dabei bis über 500°.

Die Gleichung 1) stellt das Gesetz der Aenderung der Magnetisirbarkeit für $\mu_0 = 71$ bis $\mu_0 = 1325$ und darüber hinaus dar.

Die Abnahme des Maximums ist annähernd gleich $0{,}00021\, t$, wenn die Magnetisirung bei 0 und t^0 stattfindet. Die Abscisse des Wendepunktes nimmt aber relativ stärker ab, als das Maximum.

1125 Nach den §. 869 erwähnten Versuchen von Rowland[1]) wird auch beim Nickel bei höheren Temperaturen der Maximalwerth der Permeabilität μ (der Wendepunkt, §. 444) schon bei schwächeren Kräften erreicht, als bei niederen. **Dabei ist das temporäre Moment bei höheren Temperaturen für schwächere Kräfte grösser als bei niederen Temperaturen; für stärkere Kräfte aber umgekehrt.** — Beim Kobalt scheint die Magnetisirbarkeit (μ) mit steigender Temperatur stets abzunehmen. Das Maximum des Momentes würde bei 20 bis 220° beim Eisen nur von $M = 13\,900$ auf $13\,600$ für die magnetischen Inductionen 175000 und 172000, bei Nickel dagegen von 4900 auf 3800, für die Inductionen 100000 und 49000 abnehmen.

Fig. 277.



Die Curven 1 und 2, Fig. 277, zeigen den Gang von μ mit wachsender magnetisirender Kraft bei einem Nickelring 1) bei 15°, 2) bei 220° C.

---

[1]) Rowland, Phil. Mag. [4] 48, 321, 1874.

Nach derselben Methode fanden Trowbridge und Austin Mc Rae[1]) das Maximum der Permeabilität beim Erwärmen für weiches Eisen etwa dreimal, für weiches Kobalt zehnmal so gross, als für die gehärteten Metalle.

1126 Die Aenderung des temporären Magnetismus mit der Temperatur kann zu Rotationserscheinungen Veranlassung geben, wie Schwedoff[2]) gezeigt hat.

Wird ein horizontaler Eisenring an einer verticalen Axe befestigt, nähert man ihm von der Seite einen Magnet und erhitzt seine eine Hälfte, so dreht er sich, indem die kalte Hälfte stärker vom Magnet angezogen wird, als die warme. Die Arbeit bei dieser Rotation, wie in der Axenreibung u. s. f., wird durch die Aenderung der Orientirung der Magnete bei der Erwärmung geliefert, bezw. die Verminderung der Wechselwirkung der Molecularmagnete, und des ihnen innewohnenden magnetischen Momentes, welche beide die Richtung der Molecularmagnete durch die äusseren magnetischen Kräfte bedingen.

Edison[3]) ersetzt den Eisenring durch eine Anzahl (8) verticaler, im Kreise herum an der Axe befestigter Eisenröhren, deren eine auf der einen Seite der Axe befindliche Hälfte durch hindurchgeblasene heisse Luft bis zur Rothgluth erhitzt wird.

1127 Die Einwirkung bedeutenderer Temperaturerhöhungen auf einen durch den Erdmagnetismus temporär magnetisirten Stab ist schon vor längerer Zeit durch Scoresby[4]) beobachtet worden. Er fand, dass eine vertical gehaltene, rothglühende Eisenstange die Declinationsnadel stärker ablenkt als eine kalte, und Eisenstäbe, welche am einen Ende erhitzt werden, durch den Erdmagnetismus an diesem Ende stärker temporär magnetisch werden, als am anderen.

Verschiedene Eisensorten verhalten sich hierbei verschieden. So bemerkte Scoresby, dass zwei in der Richtung der Inclinationsnadel aufgestellte Stäbe von Gusseisen und Schmiedeeisen von 62 cm Länge und 3 cm im Quadrat Querschnitt oder drei Stäbe von weichem Eisen, weichem und hartem Stahl eine ihren Enden gegenübergestellte Declinationsnadel im Mittel folgendermaassen ablenkten:

---

[1]) Trowbridge und Mc Rae, Proc. American. Acad. 22, 462, 1885; Beibl. 9, 748. — [2]) Schwedoff, J. de Phys. [2] 5, 632, 1886; Beibl. 11, 178. Ein ähnlicher Apparat Fred. S. Smith mit einer um eine horizontale Axe rotirenden Nickelscheibe s. Lum. électr. 43, 391, 1892; Beibl. 16, 300. — [3]) Edison, La Nature 15, 241, 1887; Beibl. 11, 789. — [4]) Scoresby, Edinb. Phil. Transact. 9, 254; Pogg. Ann. 10, 49, 1827; Gehler's Wörterb. 6 [2], 840.

	Kalt	Weissglühend	Dunkelroth
Gusseisen	21° 30′	0	62°
Schmiedeeisen	40° 0′	0	55°
Weiches Eisen	15° 10′	0	41° 11′
Weicher Stahl	11° 8′	0	48°
Harter Stahl	8° 0′	0	47° 30′

Beim harten Stahl vermehrt also die starke Erwärmung am meisten das temporäre Moment.

1128 Bei noch höheren Temperaturen verschwindet dagegen die Fähigkeit der Körper, temporär magnetisch zu werden, wie dies schon von älteren Physikern beobachtet worden ist [1]). — So nimmt nach E. Becquerel [2]) der temporäre Magnetismus des weichen Eisens bis zur dunklen Rothgluth nur um etwa $^4/_{100}$, der des Gusseisens und Stahles dagegen stark zu, so dass sie alle nahe der Kirschrothgluth gleiche Magnetisirbarkeit besitzen. Der Magnetismus dieser Stoffe verschwindet dann bei der Kirschrothgluth, der des Nickels etwa bei 400° [nach Faraday [3]) bei etwa 340° C., nach Pouillet [4]) bei 350° C.], der des Kobalts in der Weissgluth, so dass der temporäre Magnetismus des Kobalts noch bei Temperaturen zunehmen würde, bei denen der des Eisens und Nickels schon verschwunden ist. — Aehnlich, wie die kohlenhaltigen Eisensorten unter einander, sollen sich auch die kohlenhaltigen Nickel- und Kobaltsorten verhalten. — Der Magnetismus des Magneteisensteins wächst bis zur Rothgluth, bei welcher er indess verschwindet, wie schon die älteren Physiker wussten.

Indess selbst bei sehr hohen Temperaturen scheint das Eisen noch Spuren von Magnetisirbarkeit zu bewahren. So wurde nach Matteucci [5]) Gusseisen, welches in einer kleinen, an dem Ende eines Kalkstäbchens gegrabenen Höhlung durch die Hydrooxygengasflamme geschmolzen war, noch von den Polen eines starken Magnetes angezogen. Der Magnetismus soll indess nur $^1/_{15000000}$ (?) von dem des Eisens bei gewöhnlicher Temperatur sein.

Hat man einen Eisen- oder Stahlstab zum Weissglühen erhitzt und kühlt ihn sodann ab, so erhält er die Fähigkeit wieder, temporär magnetisirt zu werden, z. B. durch den Erdmagnetismus. Gewöhnlich ist

[1]) Vergl. Gilbert, De magnete; Brugmans, Philos. Versuche über die magnet. Materie. Deutsch von Eschenbach. Leipzig 1784, S. 13, Anm. Cavallo, Abhandl. vom Magnet, S. 191. — [2]) E. Becquerel, Compt. rend. 20, 1708, 1845. — [3]) Faraday, Phil. Mag. [3] 8, 177, 1836; Pogg. Ann. 37, 423. — [4]) Pouillet, Traité de Physique 2, 89. — [5]) Matteucci, Compt. rend. 36, 740, 1853.

die temporäre Magnetisirung nach dem Glühen stärker als vor demselben [1]), da das Eisen weicher geworden ist.

Zur näheren Untersuchung dieses Verhaltens stellte Seebeck (l. c.) dem einen Ende eines in ostwestlicher Richtung liegenden, 66 cm langen, 2,5 cm im Quadrat dicken Eisenstabes eine Magnetnadel gegenüber und näherte dem anderen Ende einen Magnet, welcher den Eisenstab temporär magnetisirte. **1129**

Die Ablenkung der Nadel betrug:

Ohne Eisenstab	17°
Eisenstab kalt	64°
Eisenstab weissglühend	17°
Eisenstab dunkelroth, Zunahme bis	77°
Eisenstab abgekühlt	75°

Durch das Aufhören des temporären Magnetismus bei der Weissgluth treten zuweilen eigenthümliche Erscheinungen auf. **1130**

Wird z. B. ein weissglühender Eisenstab in der Mitte mit einer Zange von Kupfer gefasst und in verticaler Lage neben eine Magnetnadel gehalten, so kühlt er sich in der Mitte zuerst ab und wird durch den Erdmagnetismus magnetisch. Dicht unter der Zange ist der Stab nordmagnetisch, dicht darüber südmagnetisch, unterhalb und oberhalb noch unmagnetisch. Erst bei weiterem Abkühlen breitet sich der Nordmagnetismus allmählich nach unten, der Südmagnetismus nach oben aus.

Wird dagegen eine weissglühende Eisenstange von den Enden aus durch zwei Zangen abgekühlt, so erscheint der Magnetismus zuerst an diesen Enden, welche sich wie zwei getrennte Magnete verhalten. Die Stange zeigt vier Pole, bis sie auch in der Mitte kälter geworden ist. Auf diese Weise kann es kommen, dass eine einer Stelle der oberen Hälfte der Stange gegenüber gestellte Magnetnadel zuerst anzeigt, dass an der betreffenden Stelle die Stange nordmagnetisch, und später, wenn sich die Stange weiter abkühlt, dass sie daselbst südmagnetisch ist. — Diese scheinbare Umkehrung der Polarität in weissglühenden Stangen ist zuerst von Barlow und Bonnycastle [2]) beobachtet, aber erst von Seebeck richtig gedeutet worden.

Auf dieses Verhalten scheinen sich auch einige von Mauritius [3]) beobachtete Erscheinungen zurückführen zu lassen, nach denen im weissglühenden Eisen, welches sich in einer Magnetisirungsspirale abkühlt, der Magnetismus Anfangs sehr plötzlich ansteigt und dann allmählich zunimmt. Beim Gussstahl, in geringerem Grade auch beim Gusseisen, **1131**

[1]) Seebeck, Pogg. Ann. 10, 47, 1827. — [2]) Barlow u. Bonnycastle, Phil. Trans. 1822, p. 118; Gilb. Ann. 73, 229; vergl. auch Ritchie, Quarterly Journal of Science, Nr. 5 und 6, 288; Pogg. Ann. 14, 150, 1828. — [3]) Mauritius, Pogg. Ann. 120, 385, 1863.

wird er bald stationär und steigt dann wiederum plötzlich, wenn auch langsamer, wie anfangs, auf einen zweiten Punkt, den er nicht wieder verlässt. — Bei dem sehr schnell erfolgenden Sinken der Temperatur der Stäbe von der Weissglühhitze an wächst jedenfalls der den Molecülen eigenthümliche Magnetismus sehr schnell, und so tritt dabei der Magnetismus ziemlich plötzlich hervor. Die Abkühlung der Stäbe geht aber wesentlich zuerst von ihren Enden aus. Sie stellen dann wie oben zwei Magnete dar, welche in der Mitte durch ein lebhaft weissglühendes, fast unmagnetisches Stück getrennt sind. Indem die Erkaltung langsam gegen die Mitte fortschreitet, wachsen die magnetisirbaren Enden der Stäbe; das Moment der letzteren steigt allmählich, bis endlich die Erkaltung so weit vorgeschritten ist, dass die beiden magnetischen Enden nahe zusammentreten und auf einander magnetisirend einwirken. Dann nimmt die Magnetisirung schneller zu, und steigt nachher bei weiterem Erkalten des nun einen Magnet darstellenden Stabes wieder langsamer an.

Bei weichem Eisen zeigt sich nach den Versuchen von Mauritius diese Anomalie nicht, sondern nach dem einmaligen Auftreten bei dem ersten Erkalten nimmt die Magnetisirung ab; möglicher Weise in Folge einer Abnahme der Intensität des magnetisirenden Stromes. Doch wären hierüber wohl weitere Versuche anzustellen.

1132 Auf denselben Ursachen beruhen einige Beobachtungen von Gore[1]). Umgab er einen horizontalen Eisenstab am einen Ende mit einer Magnetisirungsspirale, am anderen mit einer, mit dem Galvanometer verbundenen Inductionsspirale, so schlug die Nadel des letzteren beim Schliessen des durch die erste Spirale geleiteten Stromes um etwa 14 bis 16° aus. Wurde aber der Stab in der Mitte zum Rothglühen erhitzt, so nahm der Ausschlag auf 4° ab. — Wurde ein Eisenstab an den einen Pol eines Stahlmagnetes gelegt, und sein freies Ende mit der Inductionsspirale umgeben, so bemerkte man beim Erwärmen der Mitte des Stabes bis zum Rothglühen einen Inductionsstrom, welcher eine Abnahme, beim Erkalten einen Strom, welcher eine Zunahme des Magnetismus angab, und der plötzlich beim Erkalten anstieg, um nachher zu verschwinden, so dass also der Magnetismus des Stabes hierbei ziemlich plötzlich anwuchs. — Wurde ein Stahlstab an Stelle des Eisenstabes angewendet, so entstand beim Erhitzen etwas unter der Rothgluth plötzlich ein Inductionsstrom, sodann bei mässiger Rothgluth noch ein zweiter, der eine Abnahme des Magnetismus anzeigte. Beim Abkühlen entstand wiederum erst ein Inductionsstrom, der eine schwache Zunahme des Magnetismus angab, dann bald ein zweiter stärkerer in gleichem Sinne; endlich beim Abkühlen mit Wasser ein neuer schwacher Strom. — Nickelstäbe gaben

---

1) Gore, Phil. Mag. [4] 39, 170, 1870; Arch. des Sc. phys. et nat. Nouv. Sér. 40, 77, 1871.

ebenfalls mehrere, indess weniger deutliche Spuren plötzlicher molecularer Aenderungen in gleichem Sinne.

Einige weitere Versuche hierüber hat Baur[1]) angestellt. 300 mm lange, 8 mm dicke Stahlstäbe wurden zum Weissglühen erhitzt, in eine verticale Magnetisirungsspirale von 860 m Länge gehängt und die Inductionsströme in einer zweiten Spirale beim Umkehren des Stromes in der Magnetisirungsspirale bestimmt. 1133

Bei kleinen magnetisirenden Kräften nimmt hiernach das temporäre Moment mit steigender Temperatur schnell zu, erreicht bei Rothgluth ein Maximum und sinkt dann plötzlich auf Null.

Bei grossen magnetisirenden Kräften nimmt das temporäre Moment allmählich ab und fällt bei Rothgluth auf einen sehr kleinen Werth. Beim Abkühlen tritt dabei das temporäre magnetische Moment bei hellerer Rothgluth auf, als bei kleineren Kräften.

Bei anderen Versuchen wurde der Stab wieder wie oben weissglühend in die Spirale gehängt. Die inducirende, sowie die inducirte Spirale blieben geschlossen, wobei die Inductionsströme beim Erkalten beobachtet wurden.

So konnte das Gore'sche Phänomen des plötzlichen Verschwindens der Magnetisirung und des Wiederauftretens derselben bei Rothgluth beim Erwärmen und Abkühlen bestätigt werden. Das Phänomen wird bei grösseren magnetisirenden Kräften intensiver und dauert länger; es tritt bei schwachen magnetisirenden Kräften bei heller Rothgluth auf und endet mit dem Glühen, bei starken Kräften zeigt es sich erst bei sehr heller Rothgluth und endet erst nach dem Dunkelwerden. Nach dem ersten Auftreten des Magnetismus nimmt derselbe bei sinkender Temperatur sehr schnell zu, die Magnetisirbarkeit tritt wiederum bei grösseren magnetisirenden Kräften bei einer etwas höheren Temperatur ein als bei kleineren.

Nach Newall[2]), der Eisen- und Stahlkugeln in Messinghüllen abkühlte, erschien die Susceptibilität beim langsamen Abkühlen von der Weissgluth langsamer beim Stahl als beim Eisen. Trat Recalescenz auf, so erschien die Susceptibilität langsam wieder, fehlte sie, aber schnell.

Ausführlichere Versuche sind hierüber von J. Hopkinson[3]) ausgeführt worden. Ringförmige Eisenkörper waren mit einer Magnetisirungsspirale und einer Inductionsspirale von Kupfer umwunden, welche letztere mit einem ballistischen Galvanometer verbunden war. Die Kupferspiralen waren durch Asbestpapier zwischen den einzelnen Lagen sorgfältig isolirt. Der ganze Apparat wurde in einem eisernen Kasten durch einen Gasofen erhitzt und die Temperatur durch Messung des 1134

[1]) Baur, Wied. Ann. 11, 394, 1880. — [2]) Newall, s. §. 1136. — [3]) J. Hopkinson, Proc. Roy. Soc. London 45, 318, 1889; Beibl. 13, 718. Phil. Trans. Roy. Soc. London 180 A., 443, 1889; Beibl. 14, 194.

Widerstandes der secundären Rolle bestimmt. Die magnetischen Momente wurden bei den verschiedenen Temperaturen jedesmal bei aufsteigenden magnetisirenden Kräften gemessen.

Im Allgemeinen ist z. B. für ein und dieselbe magnetisirende Kraft die Permeabilität bei gewöhnlicher Temperatur 367, sie steigt mit wachsender Temperatur langsam, dann allmählich schneller, über 681° sehr schnell, und erreicht bei 775° ein Maximum von 11000. Dann sinkt sie sehr schnell und ist bei 786° nahezu Eins.

Der kritische Punkt, wo das Eisen beim Erhitzen plötzlich unmagnetisch wird, liegt bei gewöhnlichem Eisen bei 876°, bei weichem Eisen bei 880°, bei hartem Claviersaitendraht bei 838° [1]).

Manganstahl wird nach Hopkinson bei keiner Temperatur stark magnetisch; bei etwas über 750° wird die Permeabilität μ wesentlich vermindert, aber die Substanz bleibt über dieser Temperatur etwas magnetisch (Temp. = 0, 476, 757, 816, 841°; μ = 1,08; 1,95; 2,19; 1,45; 1,42. Anlassen vermehrt die Permeabilität ein wenig.

Whitworth's milder Stahl und Schmiedeeisen geben ähnliche Resultate.

1135 Nach Ledeboer [2]) bleibt bei ähnlichen Versuchen, wo der Stab durch eine durch den Strom erhitzte Platinspirale erwärmt und seine Temperatur durch ein Thermoelement aus Platin-Platinrhodium bestimmt wurde, das temporäre Moment von weichem Berry-Eisen bis 680° nahe constant, fällt dann sehr schnell und ist bei 770° nicht mehr merkbar.

Lydall und Pocklington [3]) fanden bei einem Ring von recht reinem Eisen (mit Spuren von Kohlenstoff und Kiesel, 0,13 Proc. Schwefel, 0,1 Proc. Mangan) bei Messung seiner Magnetisirung durch eine Magnetisirungsspirale mittelst einer Inductionsspirale die Temperatur, wo er plötzlich unmagnetisch wird, gleich 874°, die Temperatur, wo er beim Abkühlen wieder magnetisch wird, gleich 835°.

1136 Die Ursachen dieser Erscheinungen hängen ebenso wie die Aenderung der Leitfähigkeit mit der Recalescenz zusammen; wonach weissglühendes Eisen sich beim Erkalten erst zusammenzieht, dann bei Kirschrothgluth (etwa 800°) sich wieder verlängert, wobei ein Geräusch gehört wird, sich von Neuem erhitzt und dann erst weiter zusammenzieht. Beim Erhitzen zeigt es das umgekehrte Verhalten. Der Ausdehnung folgt eine kurze Zusammenziehung und dieser erst eine weitere Ausdehnung [4]). Nach

---

[1]) Versuche von Wilde (Proc. Roy. Soc. London 50, 109, 1891; Beibl. 16, 41) über die Anziehung einer verticalen Spirale auf darüber vertical aufgehängte, bis auf Weissgluth erhitzte und sich langsam abkühlende Eisencylinder geben weniger sichere Resultate, da die Temperaturen im Inneren und Aeusseren der Kerne nicht gleich sind. — [2]) Ledeboer, Compt. rend. 106, 129, 1888; Beibl. 12, 388. — [3]) Lydall und Pocklington, Proc. Roy. Soc. London 52, 228, 1892; Beibl. 17, 224. — [4]) Vgl. Gore und Barret, Bd. II, §. 389; siehe auch Lum. électr. 34, 70 (British Association 1889); Beibl. 14, 137; Newall; Phil. Mag. [5] 24, 435, 1887; 25, 510, 1888; Beibl. 12, 174; 13, 60.

Osmond hängt die Temperatur der Recalescenz von der Temperatur ab, bis zu welcher das Eisen erhitzt ist und der Zeit des Erhitzens und Abkühlens, sowie gewisse Stahlsorten, z. B. bei 0,29 Proc. Gehalt an Kohle, bei zwei Temperaturen, bei 720 und 660°, Wärme ausgeben.

1137 An einem Ringe hat Hopkinson[1]) in Bezug auf die Magnetisirbarkeit zwar nicht zwei solche Temperaturen beobachtet, aber doch, dass die Wärmeausgabe über eine längere Temperaturscala verbreitet ist. Er drehte in einen Ring von 6,4 cm Höhe, 9,05 cm äusserem und 4,55 cm innerem Durchmesser in der Aequatorialebene eine 1,55 cm tiefe und 0,725 cm weite Rinne und wand dahinein, gut in Asbestpapier verpackt, einen Kupferdraht. Der ganze Ring war mit Asbestpapier bedeckt und der inducirte Ring, nochmals durch Asbestpapier geschützt, darüber gewunden. Der Ring wurde in einem Ofen erhitzt und der Inductionsstrom beim Oeffnen des primären Stromes bei verschiedenen Temperaturen bestimmt. Bei 0,3 Proc. kohlehaltigem Eisen beginnt bei der Abkühlung die Magnetisirbarkeit bei 700° etwa, steigt langsam bis etwa 660° und dann sehr viel schneller. Beim Abkühlen eines 0,9 Proc. Kohle enthaltenden, auf 840° erhitzten Eisenringes beginnt die Magnetisirbarkeit bei 750°.

1138 Bei einem Ringe von 95,5 Proc. haltendem Nickel von 57 cm innerem und 64 cm äusserem Durchmesser, der mit einer Magnetisirungs- und einer Inductionsspirale umwunden war, wächst die Magnetisirung bei aufsteigenden magnetisirenden Kräften viel langsamer, als bei reinem Nickel. Bei ersterem ist der erste concave Theil der Magnetisirungscurve kürzer, als bei letzterem. Unter 310° vermindert sich die Magnetisirung sehr stark und verschwindet bei 310°. Die nach der Abkühlungsmethode bestimmte specifische Wärme ist nicht ganz constant, ändert sich aber nicht plötzlich bei oder über 310°. Demnach wird bei dieser Temperatur nicht analog wie beim Eisen plötzlich Wärme ausgegeben oder absorbirt[2]).

Das Maximum der Permeabilität wird nach Tomlinson[3]) bei um so niederer Temperatur erreicht, je stärker die magnetisirende Kraft ist.

1139 Um den Gang der Permeabilität des Nickels mit der Temperatur zu bestimmen, magnetisirte H. Tomlinson[3]) einen 30 cm langen, 0,53 qmm dicken Nickeldraht in einer Spirale von übersponnenem und mit Pfeifenthon überstrichenem Kupferdraht und maass das Moment durch eine ebenso gebildete, um die Mitte derselben gewundene Inductionsspirale. Die Messung des Widerstandes einer Platinspirale im Inneren der Spiralen gestattete, die Temperatur zu bestimmen. Der Apparat wurde senkrecht zum Meridian in einem Luftbade erhitzt.

---

[1]) J. Hopkinson, Proc. Roy. Soc. London **48**, 442, 1890; Beibl. **15**, 374. — [2]) Ibid. **44**, 317, 1888; Beibl. **13**, 36. — [3]) H. Tomlinson, Phil. Mag. [5] **25**, 372, 1888; Beibl. **12**, 598.

Der Verlust an Permeabilität für Nickel scheint etwa bei 300° am grössten zu sein. Zwischen 300 und 320° nimmt bei den magnetisirenden Kräften 4,959, 11,571, 18,183 die Permeabilität von 141,0 auf 96,6; von 95,5 auf 73,8; und von 84,8 auf 69,1 ab, so dass die Abnahme um so grösser ist, je grösser die magnetisirende Kraft ist.

1140 Dünn vernickelte, zwischen Magnetpolen in äquatorialer Lage aufgehängte Kupferdrähte stellen sich dementsprechend in höheren Temperaturen nicht ein; wird aber der magnetisirende Strom unterbrochen, dass nur noch residueller Magnetismus übrig bleibt und sich die Drähte etwas abkühlen, so stellen sie sich plötzlich axial, so dass auch hier der Magnetismus des chemisch reinen Nickels bei niederen Temperaturen plötzlich auftritt.

1141 Nach Berson[1]), welcher die Momente von Stäben, die in ostwestlicher Lage bei verschiedenen Temperaturen in einem Paraffinbade durch den Strom in einer Magnetisirungsspirale magnetisirt wurden, durch Ablenkung einer Magnetnadel bestimmte, nimmt das totale Moment von Nickel bis 200° zu und darauf erst langsamer und dann sehr schnell bis 290° ab. Bei 330° ist es Null. Das permanente Moment nimmt allmählich ab und ist ebenfalls bei 340° Null. Das verschwindende Moment wächst bis zu 250 bis 260° zu einem Maximum an und verschwindet dann.

Bei hoher Temperatur (200 bis 290°) magnetisirte Nickelstäbe zeigen bei der Abkühlung erst eine schnelle Zunahme der Momente und dann eine langsame Abnahme des totalen und verschwindenden, eine Constanz des permanenten Momentes. Ueber 330° wird das Nickel, wie es scheint, ganz unmagnetisch; vielleicht wird es diamagnetisch. Wird Nickel bei einer bestimmten Temperatur magnetisirt, abwechselnd erwärmt und abgekühlt, so ist das Moment bei niederen Temperaturen stets höher, als bei höheren, sowohl wenn es zuerst bei hohen, wie wenn es bei niederen Temperaturen magnetisirt wird.

1142 An Ringen von käuflichem Nickel von etwa 4,427 bis 6,440 cm mittlerem Durchmesser und 0,0624 bis 0,196 qcm Querschnitt, deren Permeabilität vermittelst Inductionsströmen bei Umkehrung des magnetisirenden Stromes untersucht wurde, ergab sich nach A. Perkins[2]):

Die magnetische Permeabilität μ steigt mit wachsender magnetisirender Kraft B erst geradlinig um so schneller an, krümmt sich dann um so schärfer und fällt um so schneller, je höher die Temperatur ist. Der letzte Theil der Curven ist eine nahezu gerade Linie, welche die Abscissenaxe der B in einem Punkte schneidet, welcher B für das factisch zu er-

[1]) Berson, Ann. de Chim. et de Phys. [5] 8, 433, 1886; Beibl. 11, 58. — [2]) A. Perkins, Sillim. Journ. [3] 30, 218, 1885; Beibl. 10, 195.

reichende Maximum der Magnetisirung giebt. Dabei sinkt z. B. bei einem Ringe *B* von 5860 bis 3200, wenn die Temperatur von — 17 bis 300° steigt.

Bei Kobalt wächst nach Berson (l. c.) bei der Magnetisirung bis zu 320° das totale, verschwindende und permanente Moment auf etwa das 2,5 fache. Ein bei einer bestimmten Temperatur permanent magnetisirter Kobaltstab verändert bei jeder Temperaturänderung sein Moment. **1143**

Stahlstäbe erhalten bei der Magnetisirung bei höheren Temperaturen, bei 335°, grössere totale und verschwindende Momente (bis zu 14 und 21 Proc.). Das permanente Moment nimmt hierbei bis um 24 Proc. ab.

Einfluss niederer Temperaturen. Ein Ring von Nickeleisenlegirung[1]) mit 25 Proc. Nickel ist bei gewöhnlicher Temperatur nicht permanent magnetisch. Die temporäre Magnetisirung ist proportional mit der magnetisirenden Kraft. Bei 700 bis 800° wird er unmagnetisch. Eine Recalescenz beim Abkühlen ist nicht zu beobachten. **1144**

Bei der Abkühlung treten sehr beachtenswerthe Erscheinungen ein. Das Metall wurde etwas unter 0° magnetisch. Auf — 51° abgekühlt und dann auf + 13° erwärmt, ergab es mit steigender magnetisirender Kraft die bekannte Magnetisirungscurve mit dem Wendepunkt, während es vorher bei der Abkühlung bei 13° nicht magnetisch war[2]). Beim Erwärmen stieg bei einer magnetisirenden Kraft 6,7 die Magnetisirbarkeit langsam bis zu 520° und fiel dann sehr schnell ab, so dass sie bei 580° Null war. Beim Abkühlen war das Metall wieder bei gewöhnlicher Temperatur unmagnetisch. Bei der magnetisirenden Kraft 64 war der Abfall von etwa 400 bis 580° langsamer. Die Legirung kann also zwischen einer Temperatur etwas unter 0 und 580° in zwei Zuständen existiren; sie geht beim Abkühlen von höheren Temperaturen bis etwas unter 0° aus dem nichtmagnetischen in den magnetischen Zustand über, beim Erwärmen bis auf 580° umgekehrt. — Aehnlich verhält sich Stahl, welcher beim Uebergang vom nichtmagnetischen zum magnetischen Zustand bedeutende Wärmeentwickelung und in Folge dessen Temperaturerhöhung ergiebt.

Die nicht magnetisirbare Modification des Nickelstahls ist sehr weich, die magnetisirbare ziemlich hart; die des Nickeleisens ist für Temperaturen unter der, wo es aus der magnetisirbaren Modification in die unmagnetisirbare übergeht, viel grösser.

Nach Le Chatelier[3]) hat Nickeleisen mit 25 Proc. Nickel im nichtmagnetischen Zustande eine sehr kleine Elasticitätsgrenze gegen-

---

[1]) J. Hopkinson, Proc. Roy. Soc. London **47**, 23, 138, 1889; **48**, 1, 1890; Beibl. **14**, 650, 1155; Electrician **29**, 682, 1892; Beibl. **17**, 53. — [2]) Der specifische Widerstand der magnetisirbaren Modification ist $0{,}0_4 52$, der der unmagnetisirbaren kleinen $0{,}0_4 72$. — [3]) Le Chatelier, Génie civil 1891; Beibl. **16**, 122.

über dem zum Brechen erforderlichen Gewicht bei longitudinaler Belastung; im magnetischen liegt die Elasticitätsgrenze dem Bruchgewichte sehr nahe.

1145 Hadfield hat beobachtet, dass der kaum magnetisirbare Manganstahl in eine allotropische magnetische Modification übergeht, wenn man den gewöhnlichen Manganstahl zehn Tage lang bei hoher Temperatur anlässt. Nach Le Chatelier[1]) ist eine Temperatur von 550° während ein bis zwei Stunden zum Anlassen die geeignetste. Bei 800° und schneller Abkühlung, z. B. in der Luft, geht der Manganstahl wieder in unmagnetischen über. Die Härtung in der Luft ist der bei Chromstahl und Wolframstahl ähnlich, nur ist bei den letzteren beiden Metallen die durch die Härtung verhinderte Bildung von Kohleneisen, bei dem Manganstahl die Verhinderung der Umwandlung der nicht magnetischen Varietät das maassgebende. Der elektrische Leitungswiderstand λ des nichtmagnetischen (λ) und magnetischen (λ_m) Manganstahls und der Ausdehnungscoëfficient sind für Drähte von 1 m Länge und 1,4 mm Durchmesser bei den Temperaturen t in Ohms, ebenso die Ausdehnung α eines 100 cm langen Stabes:

t	15	90	300	500	635	730	850	965	1026
λ	1,06	1,19	1,44	1,65	635	730	1,88	965	1,97
λ_m	0,88	0,99	1,27	1,5	1,7	1,79	1,88	1,93	1,97

t	280	500	680	830	990	1060
α	0,35	0,67	1,05	1,43	1,97	2,09

Die Widerstandscurven begegnen sich bei 740° und fallen darüber zusammen. Bei 740° findet also die Umwandlung der zwei Metallvarietäten statt. Bei derselben Temperatur geht weiches Eisen aus dem magnetischen Zustand in den unmagnetischen über. Der Manganstahl dürfte also aus einem mechanischen Gemenge einer bestimmten stets unmagnetischen Verbindung von Eisen und Mangan und von Eisen bestehen, in der das Eisen allein sich umwandelte, nur langsamer in Folge des Gehaltes in der Verbindung.

Der Ausdehnungscoëfficient α ist für beide Modificationen der gleiche; die Dimensionen ändern sich also nicht am Umwandlungspunkt. Im Wasser gehärteter Manganstahl erleidet durch das Anlassen sofort eine Contraction von 0,4 Proc.

1146 Zur Bestimmung der Susceptibilität des erhitzten Magneteisensteins wurden von Rücker[2]) die Exemplare in einer mit Asbest umhüllten Röhre durch einen Strom in der umgebenden Magnetisirungsspirale erhitzt und ihre Temperatur durch ein graduirtes Platin-Osmiumiridium-Thermoelement bestimmt. Die Inductionsströme in einer von der magnetisiren-

[1]) Le Chatelier, Compt. rend. 119, 272, 1894; Beibl. 18, 950. — [2]) Rücker (mit Barton und Williams), Electrician 29, 432, 1892. (Brit. Assoc. Edinburgh, Beibl. 17, 147).

den Spirale durch Glimmerblätter isolirten Inductionsspirale maassen die Susceptibilität. Danach wächst mit steigender Temperatur die magnetische Susceptibilität allmählich bis zu 325° C. und fällt dann auf Null bei 557°. Die Stärke des Magnetfeldes war 4,8 C.-G.-S.-Einheiten, die des Magneteisensteins in der Kälte von der Ordnung 3,4 C.-G.-S.-Einheiten.

1147 Den Einfluss höherer Temperaturen auf magnetische Kreisprocesse hat Kunz[1]) studirt. Lange Drähte werden mittelst um sie gewickelter stromdurchflossener Platindrähte bis über 800° erhitzt und ihre Temperaturen durch Platin-Rhodiumplatinelemente gemessen.

Bei elektromagnetischen Kreisprocessen nimmt die verlorene Arbeit für weiches Eisen mit Erhöhung der Temperatur t ab, bei Stahl ein wenig zu, dann bei 300° erst schnell, dann langsam ab. Bei Nickel nimmt sie erst schnell, dann langsam ab.

Bei weichen Eisendrähten lässt sich die verlorene Arbeit durch die Formel $A = a - bt$ darstellen, wo a und b von der Sorte des Eisens und vom Maximum der Magnetisirung abhängen.

Wird der Kreisprocess bei hoher Temperatur oft wiederholt, so ist die für einen weiteren Kreisprocess zu verwendende Arbeit wesentlich kleiner, oder auch nur einmal bei sehr hoher Temperatur auszuführen.

1148 Um den Einfluss der Temperatur auf den kritischen Werth der magnetisirenden Kraft von Villari zu untersuchen, bei welchem die Belastung die Permeabilität nicht ändert, hat H. Tomlinson[2]) einen 1 mm dicken, sorgfältig ausgeglühten Eisendraht an einer Stelle mit einer Inductionsspirale umgeben und daselbst mit einer doppelt gewickelten Platinspirale umwickelt, deren bekannter Widerstand bei verschiedenen Temperaturen die letzteren zu bestimmen gestattete. Bei verschiedenen Temperaturen bis 300° wurde der Draht belastet und magnetisirt und die Belastung bestimmt, wo die Permeabilität die gleiche wie ohne Belastung ist. Diese Versuche wurden auch bei der Abkühlung des Drahtes bei neuer Erwärmung wiederholt.

Bei den Belastungen 5 bis 5,7, 3,2 bis 4,7, 2,5 bis 3,1 waren bei verschiedenen Temperaturen zwischen 76° C und 285° C. die kritischen Magnetisirungen 2,84, 3,70, 4,83.

Mit abnehmender Belastung wächst also bei allen Temperaturen der kritische Werth.

In einzelnen Fällen findet man zwei kritische magnetisirende Kräfte, bei welchen die Belastungen die Magnetisirungen nicht ändern. Der zweite wächst mit der Belastung und der Temperatur. Dieselben nähern sich bei höheren Temperaturen einander und fallen über 205° zusammen. Oberhalb einer magnetisirenden Kraft 7,69 verschwinden die kritischen Werthe

[1]) W. Kunz, Programm des Ludwig Georg Gymnasiums in Darmstadt 1893, 43 S.; Beibl. 18, 229. — [2]) H. Tomlinson, Proc. Phys. Soc. London 10, 445, 1890; Beibl. 14, 1155.

bei Belastungen unter 12 kg. Dabei hört die magnetisirende Kraft 2,84 auf, für beliebige Belastungen eine kritische zu sein.

1149 Der im harten Eisen und Stahl, sowie auch in den natürlichen Magneten nach dem Aufhören der magnetisirenden Kraft zurückbleibende permanente Magnetismus wird gleichfalls durch die Temperaturänderungen verändert [1]).

Zunächst vernichtet eine starke Temperaturerhöhung den permanenten Magnetismus sowohl des Magneteisensteins [2]), als auch des Stahles dauernd, wie schon von älteren Beobachtern gefunden worden ist.

Der permanente Magnetismus des Stahles soll nach Faraday [3]) schon bei der Temperatur des siedenden Oeles, und zwar ziemlich plötzlich, verschwinden. Verschieden harte Stahlsorten brauchen indess hierzu eine etwas verschiedene Temperatur. Magneteisensteine verlieren gerade erst unter der Glühhitze ihren permanenten Magnetismus. — Der permanente Magnetismus der magnetischen Körper verschwindet also bei niedrigerer Temperatur als ihre Fähigkeit, temporären Magnetismus anzunehmen.

1150 Der permanente Magnetismus nimmt bei geringen Temperaturänderungen mit der Temperaturerhöhung im Allgemeinen ab.

Schon Canton [4]) beobachtete diese Abnahme, als er einen Magnetstab einer Bussole von Nordost her so weit näherte, dass ihre Nadel um 45° aus dem magnetischen Meridian abgelenkt wurde. — Wurde der Magnet durch ein auf ihn gestelltes und mit heissem Wasser gefülltes Messinggefäss erwärmt, so fiel die Ablenkung auf $44^1/_4$°. Auch als ein gleicher Magnet der Nadel von Nordwest genähert wurde, so dass bei der vereinten Wirkung der beiden Magnete die Nadel in ihrer Gleichgewichtslage blieb, schlug sie, als der eine Magnetstab erwärmt wurde, durch die überwiegende Wirkung des anderen aus.

Hallström [5]) fand, als er dem Nordpol einer frei aufgehängten Magnetnadel von Osten her den Nordpol oder von Westen her den Südpol eines Magnetes näherte und den letzteren erhitzte, dass sich die durch den Magnet verursachte Ablenkung der Nadel verringerte und beim Abkühlen wieder vermehrte, und dass sie bei einer Abkühlung unter die Temperatur der Magnetisirung grösser wurde, als vor dem Erwärmen.

---

[1]) Barlow und Bonnycastle, Phil. Trans. 1822, p. 118; Gilb. Ann. 73, 229; vergl. auch Ritchie, Quarterly Journal of Science, Nr. 5 und 6, p. 288; Pogg. Ann. 14, 150, 1828. — [2]) Boyle, Mém. de l'acad. 1706, p. 131. Savery, Phil. Trans. 1730, p. 314. Gilbert, De magnete. — [3]) P. Erman, Pogg. Ann. 23, 493, 1831. Faraday, Phil. Mag. [3] 8, 177, 1836; Pogg. Ann. 37, 423. — [4]) Canton, Phil. Trans. 1759, p. 398. — [5]) Hallström, Gilb. Ann. 19, 290, 1805. Wir behandeln im Folgenden nur die für die Theorie des Magnetismus wichtigen Wirkungen der Temperaturänderungen und übergehen deshalb die vielen einzelnen Versuche über den Einfluss derselben auf die Momente der Magnete, welche namentlich zum Zweck der Bestimmung der Constanten des Erdmagnetismus angestellt wurden.

Hiernach sollte sowohl die anziehende, wie die abstossende Kraft des Magnetismus durch die Erwärmung verringert werden.

Bei der Einwirkung der Temperaturänderungen auf den permanenten Magnetismus der Magnete sind jedoch zwei verschiedene Einflüsse, ein dauernder und ein vorübergehender, zu unterscheiden. 1151

Bei den Versuchen über diesen Gegenstand muss man sorgfältig darauf achten, ob der der Untersuchung unterworfene Magnetstab nur in einer bestimmten Richtung magnetisirt worden ist, oder ob er schon einmal einen bestimmten permanenten Magnetismus erhalten hat und dann entgegengesetzt magnetisirt worden ist. Das Verhalten beim Erwärmen ist hiernach wesentlich verschieden.

Bei manchen älteren Versuchen kann man nicht beurtheilen, wie weit diese Eigenthümlichkeit berücksichtigt worden ist, und hat deshalb keinen Maassstab für den Werth der erhaltenen Resultate.

Wir betrachten zunächst das Verhalten eines Stahlstabes, welcher nur in einer bestimmten Richtung permanent magnetisirt worden ist. 1152

Erwärmt man einen solchen Stab, so vermindert sich sein Magnetismus. Wird der Stab auf die frühere Temperatur abgekühlt, so gewinnt er einen Theil des verlorenen Magnetismus wieder. Jedoch kehrt er nicht vollständig in seinen früheren magnetischen Zustand zurück. Er hat also einen dauernden Verlust erlitten. — Wird der Stab noch einmal erwärmt, so verliert er von Neuem Magnetismus und erhält beim Abkühlen wiederum einen Theil des Verlustes. Indess ist auch hier noch ein dauernder Verlust bei der Rückkehr auf die Temperatur, bei welcher er magnetisirt wurde, bemerklich. Bei wiederholtem Erwärmen und Abkühlen verkleinern sich die dauernden Verluste immer mehr, so dass zuletzt der Stab in einen constanten Zustand gelangt, bei welchem er durch Erwärmen nur noch einen vorübergehenden Verlust an Magnetismus erleidet, beim Abkühlen aber den verlorenen Magnetismus wieder erhält.

Einige Versuche über diesen Gegenstand sind von Kupffer[1]) in derselben Weise, wie die in §. 1117 beschriebenen, angestellt worden, nur dass an Stelle des Eisenstabes ein Stahlstab angewendet wurde, dessen Pole denen der darüber schwingenden Magnetnadel entweder gleich oder entgegengerichtet waren. So subtrahirte oder addirte sich die Wirkung des Magnetismus des Stahlstabes zu der des Erdmagnetismus. Der ursprüngliche Magnetismus m_1 des Stabes, sowie seine Magnetismen μ_1, m_2, μ_2, m_3 bei wiederholtem Erwärmen auf 100° und Abkühlen auf die Zimmertemperatur berechneten sich wie in §. 1117. — Es ergab sich unter Anderem:

[1]) Kupffer, Kastner's Archiv 6, 185, 1825.

I. Harter Stahlstab 0,17 m lang, 0,018 m breit, 0,003 m dick		II. Harter Stahlstab 0,5 m lang, 0,015 m breit, 0,004 m dick	
bei 16,25° C.	bei 100° C.	bei 16,25° C.	bei 100° C.
$m_1 = m_1$	$\mu_1 = 0,85467\, m_2$	$m_1 = m_1$	$\mu_1 = 0,90745\, m_2$
$m_2 = 0,93673\, m_1$	$\mu_2 = 0,79512\, m_3$	$m_2 = 0,71438\, m_1$	$\mu_2 = 0,88973\, m_3$
$m_3 = 0,94239\, m_2$	$\mu_3 = 0,91148\, m_4$	$m_3 = 0,9669\, m_2$	
$m_4 = 0,89584\, m_3$			

Kühlte sich der auf 100° C. erhitzte Stab allmählich ab, so war die Zunahme des Magnetismus sehr nahe der Temperaturdifferenz proportional.

Die Nähe der Nadeln an dem auf sie wirkenden Magnetstab konnte bei diesen Versuchen leicht Ungenauigkeiten der Resultate zur Folge gehabt haben.

Die Beobachtung der Dauer der Schwingungen einer durch den Doppelstrich magnetisirten Magnetnadel von Gussstahl unter dem Einfluss des Erdmagnetismus, zuerst unmittelbar nach der Magnetisirung, dann nachdem sie so oft in Wasser von 100° C. eingetaucht und wieder auf die Zimmertemperatur 16,25° C. abgekühlt war, bis sie keinen weiteren Verlust an Magnetismus erlitt, ergab das Verhältniss ihrer Magnetismen m_1 und m vor und nach diesem Verfahren:

$$m = 0,7570\, m_1.$$

Wurde eine Magnetnadel nach einander in Wasser von immer höheren Temperaturen getaucht und jedesmal auf die ursprüngliche Temperatur abgekühlt, so wuchs die Abnahme des Magnetismus [1]).

1153 Bei einer genaueren Untersuchung der Abnahme des permanenten Magnetismus mit der Temperaturerhöhung und Abkühlung sind verschiedene Bedingungen zu berücksichtigen:

A. der Einfluss der Art der Erwärmung und Abkühlung der Magnetstäbe;

B. der Einfluss ihrer Gestalt und Dimensionen;

C. der Einfluss ihrer Härte;

D. bis G. der Einfluss der Art und Grösse ihrer ursprünglichen Magnetisirung.

Die ersten Punkte sind einer sorgfältigen Untersuchung von Riess und Moser [2]) unterzogen worden. Bei verschiedenen Magnetnadeln wurde die Zeit von je 30 Schwingungen bestimmt, welche sie unter Einfluss des Erdmagnetismus vollbrachten, sowohl unmittelbar nach ihrer

---

[1]) Ganz ähnlich auch Coulomb, Biot. traité de phys. 3, 106, 1816. — [2]) Riess und Moser, Pogg. Ann. 17, 403, 1829.

Magnetisirung, als auch nachdem sie auf 100° C. erwärmt und wiederum auf die Temperatur der umgebenden Luft erkaltet waren. Aus der Schwingungsdauer liess sich der Magnetismus der Nadeln bestimmen. Die Versuche ergaben folgende Resultate:

A. Einfluss der Art der Erwärmung und der Abkühlung. — Eine weiche Stahlnadel verlor bei schnellem Eintauchen in kochendes Wasser oder bei langsamem Erhitzen mit dem Wasser, bei kurzem oder langem Verweilen in siedendem Wasser, mochte sie mit Firniss überzogen sein, der sie vor einer Oxydation schützte, oder nicht, nach schnellem oder langsamem Abkühlen gleich viel Magnetismus. — Holmgren [1]) fand, dass die Magnete bei längerem Verweilen im Dampfbade mehr von ihrem Magnetismus verlieren, als bei kürzerem, und Lamont [2]), dass ein Magnet, welcher durch wiederholtes Eintauchen in heisses und kaltes Wasser auf einen permanenten Zustand gekommen ist, nach einigen Tagen bei Wiederholung dieses Verfahrens nochmals von seinem Magnetismus verliert [3]). **1154**

Wird eine Nadel erst einmal auf 100° C. erwärmt und abgekühlt, und dann noch einmal auf 50° C. erwärmt und abgekühlt, so verliert sie im Allgemeinen auch hierbei noch Magnetismus, obgleich in speciellen Fällen der erste Verlust so bedeutend sein kann, dass der zweite dagegen verschwindet.

Der Grund dieser Erscheinungen liegt darin, dass gehärtete Stäbe beim Erwärmen auf eine bestimmte Temperatur weicher werden und erst nach längerer Zeit einen Endzustand erreichen. Sind die Stäbe also vor dem Magnetisiren noch nicht auf diesen Zustand gebracht worden, so ändert sich ihr permanentes Moment bei längerem Erwärmen noch allmählich. **1155**

Wegen der praktischen Wichtigkeit dieses Verhaltens für die Herstellung constanter Magnetnadeln haben Strouhal und Barus [4]) ausführliche Versuche hierüber angestellt.

So wurde ein 10 cm langer, 0,084 cm dicker Draht glashart gemacht, zur Sättigung magnetisirt, dann während verschiedener Zeiten in Wasserdampf angelassen, jedesmal auf die Zimmertemperatur t abgekühlt und sowohl seine der Härte entsprechende Leitfähigkeit s, als auch sein specifischer Magnetismus m bestimmt. Auch wurde er bei der Zimmertemperatur frisch magnetisirt und erhielt dabei das permanente Moment m^*. Es war z. B.:

---

[1]) Holmgren, Fortschritte der Physik 1856, S. 536, und ähnlich Poloni, Elettricità 2, 193, 1878; Beibl. 2, 523 — [2]) Lamont, Pogg. Ann. 82, 440, 1851. — [3]) Vergl. auch L. Dufour, Bullet. de la Soc. Vaudoise 5, 351; Arch. des sc. phys. et nat. 34, 295, 1857. — [4]) Strouhal und Barus, Ueber den Einfluss der Härte des Stahles auf dessen Magnetisirbarkeit etc., S. 37. Stahel, Würzburg, 1882.

	s	t	m	m^*
Glashart	0,434	18,5		62,5
10 Min. bei 100°	0,426	18,7	59,7	62,4
weitere 20 „ „ „	0,415	20,1	58,2	61,9
„ 30 „ „ „	0,406	21,0	57,5	60,6
„ 1 Stde. „ „	0,396	20,0	56,5	60,2
„ 2 „ „ „	0,386	20,1	56,1	59,5
„ 3 „ „ „	0,377	18,7	56,4	59,4
„ 4 „ „ „	0,371	19,0	56,5	59,3
„ 5 „ „ „	0,368	20,0	56,3	59,1
„ 6 „ „ „	0,364	19,9	56,5	59,0

Das bei der Abkühlung resultirende permanente Moment m nimmt also mit der Dauer der Erwärmung erst schnell, dann noch eine Weile langsam ab und zugleich nimmt die Härte und auch die permanente Magnetisirbarkeit m^* ab. Die Aenderung von m^* ist um so kleiner, je länger der Draht auf 100° erwärmt war, so dass also ein durch längere Erwärmung auf seinen Endzustand gelangter Magnet bei neuer Magnetisirung und wiederholter Erwärmung einen Grenzzustand annimmt, der von der Dauer der Erwärmung fast unabhängig ist. Die Magnete erleiden dann durch das Erwärmen einen viel geringeren Verlust an Magnetismus, da sie ihren Härtezustand nicht mehr ändern. Deshalb ist es auch gleichgültig, ob man einen Stab vor oder nach dem Anlassen zur Sättigung magnetisirt.

Ein glasharter Magnet, dessen Länge 119 mal so gross wie sein Durchmesser war, verlor bei 6 Stunden langem Erhitzen in Dampf von 100° bezw. 30 Proc., bei neuer Magnetisirung nur 5,3 Proc. seines Momentes; Magnete von 108-, 35-, 14facher Länge im Verhältniss zum Durchmesser verlieren beim ersten Erwärmen 28, 49, 67 Proc. So behandelte Magnete verlieren auch beim Schlagen weniger von ihrem Moment [1]).

1156 Um also dauerhafte Magnete herzustellen, müssen die Stahlstäbe bei gewöhnlicher Temperatur gut gehärtet, dann in Wasserdampf 20 bis 30 Stunden und länger angelassen, darauf nach dem Abkühlen von Neuem bis zur Sättigung magnetisirt und wieder etwa 5 Stunden und mehr in Wasserdampf gehalten werden.

1157 Den Einfluss von Temperaturen über 100° C. auf frisch magnetisirte Stahlstäbe hat L. Dufour [2]) untersucht, indem er sechs

[1]) Strouhal und Barus, Elektrotechn. Ztschr. 12, 558, 1891; Beibl. 16, 85. — [2]) L. Dufour, Archives des sc. phys. et nat. 31, 104, 1856; Pogg. Ann. 99, 476.

solcher Stäbe von verschiedener Härte von 20 cm Länge und 212 g Gewicht in einem Oelbade erhitzte und die Schwingungsdauer einer darüber aufgehängten Magnetnadel bestimmte. Ein Holzdeckel, sowie eine Lage Baumwolle schützten die Nadel vor Luftströmungen. So ergab sich das Verhältniss der magnetischen Momente der Stäbe im Mittel aus je drei Beobachtungen. *H* und *D* deuten an, dass der Stab bei heller oder dunkler Rothgluth gehärtet ist.

Temp.	10	95 bis 100	130	170	200	230 bis 235	250
H	1000	809	519	331	185	123	94
D	1000	723	424	221	171	49	44

Zwischen 100 und 200° C. nehmen also die Magnetismen der Stäbe schneller ab, als zwischen 0 und 100° C., über dieser Temperatur aber immer langsamer, so dass man nur schwer den Stäben ihren ganzen Magnetismus entziehen kann. Die härteren Stäbe verlieren dabei weniger Magnetismus, als die weicheren, wie auch schon Coulomb (l. c.) gefunden.

Beim Abkühlen erhalten die härteren Stäbe weniger von ihrem Verlust an Magnetismus wieder, als die weicheren.

Jedenfalls hat bei diesen Versuchen auch die dauernde Aenderung der Härte des Stahles bei dem Erwärmen und Abkühlen einen Einfluss.

B. In Bezug auf den Einfluss der Gestalt und der Dimensionen der Nadeln haben Riess und Moser gefunden: 1158

1. Einfluss der Dicke. Bei 2 Zoll[1]) langen Nadeln von weichem Stahl von verschiedenen Durchmessern *d* war bei Beobachtung des Verhältnisses des Magnetismus *m* unmittelbar nach dem Magnetisiren zu dem Magnetismus $m\,(1-\alpha)$ nach oftmaligem Erwärmen auf 100° C. und Abkühlen auf 10° C.:

d =	0,66‴	0,73	0,86	1,1	1,16	1,77
α =	0,112715	0,12758	0,14951	0,18673	0,19638	0,2443
α/d =	0,1708	0,1747	0,1738	0,1697	0,1693	0,1381

Hiernach ist innerhalb gewisser Grenzen der Verlust an Magnetismus dem Durchmesser der Nadeln direct proportional.

2. Hohle und massive Nadeln. Eine durchbohrte, hohle Nadel von weichem Stahl erleidet bei gleichem Verfahren einen etwa doppelt so grossen Verlust, als eine massive von gleicher Oberfläche. Bei der ersteren war in einem besonderen Falle $\alpha = 0{,}29843$, bei der massiven $\alpha = 0{,}15286$.

3. Einfluss der Länge. Der Factor α ist bei längeren Nadeln kleiner als bei kürzeren. (Bei zwei Nadeln von 4 und 2 Zoll Länge war $\alpha = 0{,}0828$ und $= 0{,}113$.) Werden die Nadeln auf weniger als 2 Zoll Länge verkürzt, so verändert sich α weniger[2]).

---

[1]) Wir behalten die Originalangaben in Zoll und Linien bei, da sie doch nur relative Bedeutung haben. — [2]) Nach Cancani (Atti della R. Accad. dei Lincei [4] 3, 501, 1887; Beibl. 11, 733) sind die Verluste fast gleich für hohle

1159 C. **Einfluss der Härte der Nadeln.** Harte Nadeln verlieren bei oft wiederholtem Erwärmen und Abkühlen dauernd viel mehr Magnetismus als weiche. So war bei einer weichen Nadel von 1,22‴ Durchmesser $\alpha = 0{,}15286$, bei derselben Nadel nach ihrer Härtung $\alpha = 0{,}51523$. Werden die harten Nadeln vor oder nach dem Magnetisiren polirt, so ist der Factor α des Verlustes kleiner, da die Nadeln durch die beim Poliren entwickelte Wärme weicher geworden sind oder dabei schon einen Theil ihres permanenten Magnetismus, sei es durch die Erwärmung, sei es durch die Erschütterungen verloren haben.

Beim Anlassen ändert sich gleichfalls der Coëfficient α. Er betrug bei verschiedenen Nadeln von gleichen Dimensionen (2″ Länge, 0,85‴ Durchmesser) nach häufigen Temperaturänderungen bei einer

weichen Nadel	$\alpha = 0{,}13601$
„ blau angelassenen	$\alpha = 0{,}13425$
gehärteten und kirschroth angelassenen	$\alpha = 0{,}13692$
„ „ blau angelassenen	$\alpha = 0{,}13286$
gehärteten	$\alpha = 0{,}23654$

Man könnte hieraus schliessen, dass hauptsächlich die Beschaffenheit der Oberfläche der Nadeln ihr Verhalten bei wiederholten Temperaturwechseln bedingt, da die Versuche für alle Nadeln, ausser der gehärteten, nahezu gleiche Werthe für α ergeben.

Wird eine harte Nadel oft erwärmt und abgekühlt, bis sie auf den constanten Zustand gelangt ist, und dann wieder magnetisirt, so ist bei gleicher Behandlung der Verlust an Magnetismus kleiner als vorher, und nimmt bei Wiederholung des Verfahrens immer mehr ab. So war z. B. bei einer harten Nadel bei der

ersten Magnetisirung	$\alpha = 0{,}44103$
zweiten „	$\alpha = 0{,}06057$
dritten „	$\alpha = 0{,}04395$.

1160 Bei der Magnetisirung der Nadeln bei abwechselnd hohen und niedrigen Temperaturen unterscheiden sich ebenfalls harte und weiche Nadeln. Sie wurden zugleich mit einem Thermometer in einem gläsernen, in einem Wasserbade befindlichen Gefässe erwärmt. Eine weiche Stahlnadel zeigte bei der erhöhten Temperatur jedesmal eine Abnahme, beim Abkühlen wiederum eine geringe Zunahme des permanenten Magnetismus. Die Schwingungsdauer einer harten Stahlnadel nahm aber bei jedem Temperaturwechsel zu, so dass sich ihr Magnetismus sowohl beim Erwärmen wie beim Erkalten verminderte, bis sie einen constanten Zustand angenommen hatte (s. w. u.).

1161 Die **temporären Veränderungen** an Magnetismus, welche die durch wiederholte Erwärmungen und Abkühlungen auf einen perma-

---

und massive Magnete, die Temperaturcoëfficienten vermindern sich bei constantem Durchmesser im umgekehrten Verhältniss zur Länge und wachsen bei gleicher Länge mit dem Durchmesser.

nenten Zustand gebrachten Nadeln erleiden, sind sehr verschieden nach der Natur der gebrauchten Nadeln. Für weiche und harte Nadeln von 76,7 mm Länge fanden z. B. Riess und Moser[1]) die mittlere magnetische Intensität M' bei der Temperatur t', wenn d den Durchmesser der Nadeln, M die anfängliche Intensität bei der Temperatur t bezeichnet:

$$M' = M\,[1 - 0{,}000324\,(t' - t)\,d].$$

Für Nadeln von 2 Zoll Länge ergab sich ebenso

$$M' = M\,[1 - 0{,}0004321\,(t' - t)\,d].$$

Dieselbe Formel gilt auch für hohle Nadeln, bei denen statt des Durchmessers d die Summe der Durchmesser der inneren und äusseren Oberfläche zu setzen ist.

Aeltere Versuche haben für den Coëfficienten von $t' - t$ meist höhere Werthe ergeben; so fand Hansteen ihn gleich 0,000788, Christie gleich 0,0010152, Sabine noch grösser. Der Grund dieser Unterschiede kann darin liegen, dass der Stahl der Nadeln verschieden war und sie vielleicht noch nicht auf ihren constanten Zustand gekommen waren. Eine genauere Bestimmung dieser Coëfficienten hat vorläufig nur Interesse bei erdmagnetischen Untersuchungen, da die Beschaffenheit des Stahles der gebrauchten Nadeln nicht bestimmt zu ermitteln ist.

Die Aenderung des permanenten Momentes mit der Temperatur beträgt für einen besonderen Nickelstab für 1° C. mit steigender Temperatur 0,000623, mit fallender 0,000407 (bei der ersten Einwirkung der Temperaturänderungen); während die Temperaturcoëfficienten des Nickels und eines Wolframstahlmagnetes nach längerer Zeit, also nach Erreichung des constanten Zustandes, 0,000472 und 0,000382 waren. Ersterer ist also ein wenig grösser[2]). **1162**

D. Einfluss mechanischer Erschütterungen vor dem Temperaturwechsel. Wird einem permanent magnetisirten Stahlstab durch Schlagen oder Tordiren ebenso viel von seinem Magnetismus genommen, wie er durch wiederholte Temperaturveränderungen innerhalb gewisser Grenzen verlieren würde, so vermögen, nach meinen Versuchen, solche Temperaturänderungen den magnetischen Zustand des Stabes nur noch vorübergehend, nicht aber dauernd zu ändern[3]). **1163**

E. Einfluss der Art und Grösse der ursprünglichen Magnetisirung[3]). Hierüber habe ich folgende Versuche angestellt: **1164**

Stahlstäbe von 220 mm Länge und 13,5 mm Dicke wurden vor den Versuchen 15- bis 16 mal abwechselnd in schmelzenden Schnee und sieden-

[1]) Riess und Moser, Pogg. Ann. **17**, 425, 1829. Versuche von Gordon und Newall mit Rücksicht auf das specifische Gewicht der Stahlstäbe siehe auch Phil. Mag. [4] **42**, 335, 1871. — [2]) Wild, Bullet. de St. Pétersb. **10**, 439, 1877; Beibl. **2**, 418. — [3]) G. Wiedemann, Pogg. Ann. **103**, 563, 1858; Pogg. Ann. **100**, 235, 1852; Pogg. Ann. **122**, 355, 1864.

des Wasser gelegt, um die Structurveränderungen bei den nachherigen Temperaturwechseln zu vermeiden. Sodann wurden sie möglichst ohne Erschütterungen in einer Magnetisirungsspirale bei einer Temperatur von 0° C. magnetisirt und vor dem Spiegel des Spiegelgalvanometers in einen Kasten von Kupferblech eingelegt, in welchem sie durch schmelzenden Schnee und siedendes Wasser abwechselnd auf 0 und 100° gebracht wurden. Ihre Magnetismen bei den ersten Temperaturänderungen sind in den folgenden Tabellen mit m_0, m_{100}, m'_0; die Magnetismen, nachdem sie durch 15maliges Erwärmen und Abkühlen einen constanten Zustand erlangt, mit n_0 und n_{100} bezeichnet. Die Versuche ergaben folgende Resultate:

I. Harter Stahlstab.

m_0	m_{100}	m'_0	n_0	n_{100}	$\frac{m_0 - m_{100}}{m_0}$	$\frac{m_0 - m_0}{m_0}$	$\frac{m_0 - n_0}{m_0}$	$\frac{n_0 - n_{100}}{n_0}$
71,5	41,5	44,8	37	33,2	0,420	0,373	0,483	0,103
134,5	89,2	96	85,5	77,8	0,321	0,286	0,364	0,090
195	134,3	146,2	133,3	120	0,311	0,250	0,316	0,100
				II. Angelassener Stahlstab.				
44	27	30	29	27	0,386	0,318	0,341	0,0690
148,5	107,2	114,5	110,3	101	0,278	0,229	0,257	0,0814
219,5	165	179	172	156	0,249	0,184	0,216	0,0930
317	239	260,7	251,2	226	0,246	0,178	0,207	0,1003
				Weicher Stahlstab Nr. 1.				
85	45	—	38	33,2	0,471	—	0,553	0,126
141	73,5	—	68,5	57	0,479	—	0,514	0,168
193	99	—	101	78,5	0,487	—	0,478	0,223
209,5	109,5	—	115	88,2	0,477	—	0,451	0,233
				Weicher Stahlstab Nr. 2.				
95,5	49,7	54,2	45	39	0,479	0,432	0,529	0,133
136,5	73	81,5	69	59	0,465	0,403	0,495	0,145
174,8	92,5	108,3	93,4	76	0,471	0,378	0,466	0,186
				Sehr weicher, oft ausgeglühter und langsam erkalteter Stahlstab.				
51,5	34,5	37	—	—	0,330	0,282	—	—
80,5	54,5	58	—	—	0,323	0,279	—	—
113	76	82	—	—	0,328	0,274	—	—
159,5	103,3	116,5	—	—	0,353	0,270	—	—
181	113,5	131	—	—	0,373	0,277	—	—

Also auch hier verhält sich, wie bei der temporären Magnetisirung, harter und weicher Stahl verschieden. Während bei ersterem die durch die erste Erwärmung verursachten dauernden Verluste an permanentem Magnetismus im Verhältniss zur Zunahme des letzteren abnehmen, sind sie beim weichen Stahl der permanenten Magnetisirung annähernd proportional und nehmen sogar bei sehr weichen Stahlstäben im Verhältniss zu letzterer mit Zunahme des ursprünglichen Momentes bei 0° zu.

Bei der Rückkehr auf die erste Temperatur (0°) tritt bei harten Stäben gleichfalls eine Abnahme des relativen dauernden Verlustes an permanentem Magnetismus im Verhältniss zur ersten Magnetisirung bei 0° mit Wachsen der letzteren ein, während der dauernde Verlust bei ganz weichen Stäben mehr und mehr dem ursprünglichen Moment proportional wird. Umgekehrt, nachdem die Stäbe durch wiederholte Temperaturänderungen einen constanten Zustand angenommen, sind die vorübergehenden Aenderungen des permanenten Momentes bei der Erhitzung von 0 auf 100° beim harten Stahl dem constanten Moment bei 0° nahezu proportional, beim weichen Stahl nehmen sie schneller zu, als das Moment [1]).

Nach Claus [2]) nehmen die durch Ablenkung eines Magnetspiegels bestimmten Verluste der permanenten Momente beim ungeglühten blanken russischen galvanoplastischen Eisen bei der ersten Erwärmung im Verhältniss zur Zunahme der Momente ab; bei dem ausgeglühten sind die Verluste den Momenten nahezu proportional; bei den aus kalium- und ammoniumhaltigen Lösungen (Eisenalaunen u. s. f.) gewonnenen Niederschlägen nehmen sie im Verhältniss zu den Momenten zu. Aus Eisenchlorür gewonnenes Eisen verhält sich wie harter, aus kalium- und ammoniumhaltigen Lösungen gewonnenes Eisen wie weicher Stahl. Dasselbe gilt für den temporären Magnetismus, welcher bei den ersteren Eisensorten beim Erwärmen zunimmt, bei den letzteren abnimmt. **1165**

Die direct erzeugten permanenten Momente der zwischen Magnetpolen aus kalium- und ammoniakhaltigen Lösungen niedergeschlagenen Magnete nehmen mit der Temperaturerhöhung zu, während sie sich bei weiterer Magnetisirung normal verhalten.

Ein aus Eisenchlorürlösungen ebenso dargestellter Magnet verlor beim Erwärmen von seinem permanenten Magnetismus.

Nach der Einwirkung entmagnetisirender Ströme wächst das Moment des galvanischen Eisens bereits durch die erste Erwärmung und steigt noch weiter durch die Abkühlung. Es zeigt also ein vom gewöhnlichen Stahl abweichendes Verhalten.

---

[1]) Mauritius, (Pogg. Ann. 120, 385, 1863) hat an glasharten Stahlstäben ein abweichendes Verhalten von dem beobachtet, welches ich früher an weichen Stahlstäben gefunden hatte. Dass diese Unterschiede auf der ungleichen Härte der benutzten Stäbe beruhen, folgt aus obigen Versuchen. — [2]) Claus, Dissertation, München 1882; Beibl. 6, 696.

Die aus ammoniakalischen oder kaliumhaltigen Lösungen erhaltenen Magnete verhalten sich also beim Erwärmen wie theilweise entmagnetisirte Stahlstäbe.

1166 F. Einfluss der Temperatur, bei welcher der Stab magnetisirt ist. Wird ein frisch magnetisirter Stahlstab unter die Temperatur, bei der er magnetisirt worden ist, abgekühlt, so vermindert sich gleichfalls sein Magnetismus dauernd.

Dieses Verhalten ist von L. Dufour (l. c. §. 1157)[1]) nachgewiesen worden, indem er eine Magnetnadel erst unter dem Einfluss der Erde allein, dann unter dem eines unter sie gelegten Stahlstabes schwingen liess, welcher in einem Wasserbade erwärmt und dann durch Auflegen auf die Pole eines Elektromagnetes magnetisirt worden war und sich nun allmählich abkühlte. So war z. B. der Magnetismus eines bei 55° C. magnetisirten Stahlstabes:

Temperatur	55°	30°	13°	5°
Magnetismus	6,39	6,12	6,06	5,85.

1167 Nach meinen Versuchen, welche ganz wie die §. 1118 beschriebenen angestellt waren, nur dass die bei höherer Temperatur zu magnetisirenden Stäbe in der Axe einer von Dampf durchströmten Blechröhre befestigt, mit dieser in die Magnetisirungsspirale eingeschoben und nach dem Herausnehmen aus derselben abwechselnd durch Leiten eines Stromes von kaltem Wasser oder von Dampf durch die Röhre auf 100° und 0° C. gebracht wurden, ergab sich, dass dieses eigenthümliche Verhalten nur bei der ersten Abkühlung eintritt.

Für mehrere weiche Stahlstäbe waren die aufeinanderfolgend bei 100 und 0° C. beobachteten Magnetismen:

	m_{100}	m_0	m_{100}	m_0	m_{100}	m_0
I.	85	70,5	59,4	64,2	—	—
II.	88,6	84,6	67,8	81,3	65,6	79,6
III.	192	154	128,5	142	—	—

Ein bei 100° magnetisirter Stab verliert also beim Erkalten einen Theil seines Magnetismus. Durch erneutes Erwärmen verliert er noch einen ferneren Theil desselben. Wird er jetzt abgekühlt, so nimmt er einen Theil seines verlorenen Magnetismus wieder an. Wiederholte Erwärmungen vermindern, darauf folgende Erkaltungen vermehren den Magnetismus des Stabes.

[1]) Aehnliche Versuche von Berson, l. c. §. 1118.

Der bei höherer Temperatur magnetisirte Stab verhält sich also, abgesehen von der ersten Erkaltung, ganz wie ein bei gewöhnlicher Temperatur magnetisirter Stab, welcher beim Erhitzen Magnetismus verliert und ihn beim Erkalten zum Theil wieder erhält.

Auf demselben Grunde dürfte es beruhen, dass ein bei 20° magnetisirter Stahlmagnet beim Abkühlen in fester Kohlensäure und Aether einen Verlust an Magnetismus erleidet, der bis zu 66 Proc. steigt [1]). Wie er sich bei wiederholtem Abkühlen auf so niedere Temperaturen verhält, ist noch zu untersuchen (vergl. hierüber Hopkinson, §. 1144).

Bei höheren Temperaturen magnetisirte Magnete zeigen nach wiederholten Temperaturänderungen geringere Veränderungen ihres Magnetismus, als bei niederen Temperaturen magnetisirte. So fand Dufour die Aenderung für 1° C. bei einem bei 10 bis 15° magnetisirten Stab zwischen 20 bis 70° etwa gleich 0,002, bei einem bei 50 bis 55° magnetisirten Stab zwischen 20 bis 50° etwa gleich 0,00006 [2]). Wild konnte dieses Resultat nicht bestätigen [3]).

G. Verhalten von theilweise entmagnetisirten Stäben. **1168** Ganz anders, als wir es eben betrachtet, sind die dauernden Veränderungen des permanenten Magnetismus von Stahlstäben, welche nicht direct den ihnen innewohnenden Magnetismus erhalten haben, sondern welche erst durch eine vom Strom durchflossene Spirale bis zu einem bestimmten Grade magnetisirt waren, denen aber sodann durch Einschieben in die von einem entgegengesetzt gerichteten Strom durchflossene Spirale ein Theil des Magnetismus entzogen war. Der Einfluss der Erwärmung und Abkühlung auf derartige Stahlstäbe von 237 mm Länge und 13,2 mm Durchmesser ergiebt sich aus meinen Versuchen [4]), welche ganz wie die in §. 1118 mitgetheilten angestellt waren. Die folgende Tabelle enthält einige der hierbei erhaltenen Resultate. Darin bedeutet M den ursprünglichen, m den nach Einwirkung des entmagnetisirenden Stromes zurückgebliebenen permanenten Magnetismus des Stabes. Die bei dem Werthe m als Indices beigesetzten Zahlen 0 und 100 geben die Temperaturen an, welchen der Stab nach einander ausgesetzt wurde.

I. Weicher Stahlstab, magnetisirt und entmagnetisirt bei 0°.

	M	m	m_{100}	m_0	m_{100}	m_0
1	70,5	70,5	42,2	54,5		
2	72	40,1	27	40,5		
3	70	25	18	39,5		
4	72	2	2	9		
5	75	0	0	9,5	0	9,5

[1]) Trowbridge, Sillim. J. [3] **21**, 316, 1881; Beibl. **5**, 614. — [2]) L. Dufour, Arch. des sc. phys. et nat. **34**, 5, 1857. — [3]) Wild, Bullet. de St. Pétersb. **8**, 791, 1873. — [4]) G. Wiedemann, Pogg. Ann. **103**, 563, 1858.

II. Weicher Stahlstab, magnetisirt und entmagnetisirt bei 100° C.

	M_{100}	m_{100}	m_0	$m_{100}I$	m_0I	$m_{100}II$
1	56	56	53,5	40	51	38
2	56	47,5	51	38	49	
3	56	19,5	31	20,5		
4	56	0	14,5	5,5		

III. Harter Stahlstab, magnetisirt und entmagnetisirt bei 0° C.

	M	m_0	m_{100}	m_0I	$m_{100}I$	$m_{100}II$
1	23,1	23,1	14	14,2	16,6	13
2	47,2	23	18,5	20,5	17	19
3	70,8	21,8	18,7	23,9	18,5	22,6
4	90,5	24	20	27	19,2	26,5

1169 Aus diesen Versuchen folgt:

I. Wird einem durch einen galvanischen Strom bei 0° magnetisirten Stahlstab ein Theil seines Magnetismus durch einen entgegengesetzten Strom entzogen, so verliert er beim Erwärmen Magnetismus. Beim Abkühlen nimmt sein Magnetismus wieder zu. Ist der ursprüngliche Magnetismus des Stabes beim Einwirken des entmagnetisirenden Stromes nur wenig vermindert worden, so erlangt der Stab beim Abkühlen nicht ganz den Magnetismus wieder, welchen er vor dem Erwärmen besass; war die Verminderung grösser, so kommt er beim Abkühlen ganz auf seinen Magnetismus vor dem Erwärmen; war dieselbe noch grösser, so ist nach dem Erkalten der Magnetismus des Stabes grösser, als vor dem Erwärmen. So kann ein scheinbar unmagnetischer Stab bei einmaliger Erwärmung und Abkühlung wieder magnetisch werden.

II. Ein bei 100° C. magnetisirter und bei derselben Temperatur auf schwächeren Magnetismus reducirter Stab verliert je nach der Grösse des bei der Reduction verlorenen Magnetismus beim Erkalten entweder von seinem Magnetismus, oder bleibt unverändert, oder erhält mehr Magnetismus.

Alle diese Eigenthümlichkeiten treten nur bei der ersten Abkühlung eines bei 100° C., oder bei der ersten Erwärmung und Abkühlung eines bei 0° magnetisirten Stabes auf; bei weiterem abwechselnden Erwärmen und Abkühlen verhalten sich die Stäbe wie gewöhnlich magnetisirte [1].

[1]) Auch Unverdorben hat später ähnliche Beobachtungen gemacht; siehe Verhalten des Magnetismus zur Wärme. München 1866; Lamont, Magnetismus, S. 400.

1170 Die Vertheilung des Magnetismus ändert sich beim Erwärmen. Dies hat Kupffer[1]) beobachtet, indem er eine Nadel von 12 mm Länge neben einem vertical stehenden, 503 mm langen Magnetstab schwingen liess. Die Dauer von je 100 Schwingungen der Nadel wurde bestimmt, und daraus die Intensität des Magnetismus des jedesmal neben der Nadel liegenden Punktes des Magnetstabes abgeleitet. Dieselben Versuche wurden wiederholt, als der Magnet auf 100° C. erwärmt und wieder auf die frühere Temperatur abgekühlt worden war. Es ergab sich u. A.

Abstand vom Südpol des Stabes	Magnetismus m vor dem Erwärmen	Magnetismus m nach dem Erwärmen	m/m_1
156,5	0,5569	0,4376	1,273
136,5	0,7374	0,5765	1,275
116,5	0,9455	0,7280	1,299
96,5	1,1862	0,8897	1,330
76,5	1,4301	1,0559	1,355
56,5	1,6518	1,1929	1,376

Das magnetische Moment der einzelnen Theile des Stabes nimmt hiernach gegen das Ende desselben bei der Erwärmung stärker ab, als in der Nähe des Indifferenzpunktes. Dasselbe Resultat ergaben auch andere Versuche mit horizontal gestellten Magnetstäben.

1171 Nach Poloni[2]), welcher die Vertheilung des Momentes bei cylindrischen Stahlstäben mittelst einer Inductionsspirale beobachtete, ändert sich beim Erwärmen bis 180° in der die Vertheilung der Momente darstellenden Formel $m = A\,(1 + k^{-l} - k^{-x} - k^{(l+x)})$ nur die Constante A [3]).

1172 Legt man einen Stab von Sheffieldstahl von 26 mm Breite, 7 mm Dicke und 300 mm Länge an einen Magnet und erwärmt ihn wiederholt auf 300°, so beträgt zuletzt nach Gaugain[4]) der durch Inductionsströme gemessene Verlust an Stellen, welche 50, 150 und 250 mm von der Contactstelle mit dem Magnet entfernt sind, 0,365, 0,437, 0,475 der ursprünglichen Magnetisirung. Er wächst also mit der Entfernung.

[1]) Kupffer, Pogg. Ann. 12, 133. Kastner's Archiv 13, 145, 1828. — [2]) Poloni, Atti della R. Accad. dei Lincei 5, 262, 1881; Beibl. 5, 802. Rendic. Ist. Lomb. [2] 19, 1886; Beibl. 10, 513. N. Cim. [3] 19, 225, 1886; Beibl. 10, 728. Die Angabe, dass beim Erwärmen auf 180° die neutrale Linie im Magnet sich gegen den Nordpol verschiebt, dürfte secundären Umständen, Unhomogeneitäten in den Stäben u. dergl. m. zuzuschreiben sein. — [3]) Aehnlich auch Berson, l. c. — [4]) Gaugain, Compt. rend. 83, 661, 896, 1876; Beibl. 1, 119.

Dasselbe Verhältniss gilt für die nach wiederholten Erwärmungen und Abkühlungen des Stabes erfolgenden permanenten Veränderungen an temporärem Magnetismus, nur in höherem Maasse. Sie betragen an den betreffenden Stellen 0,41, 0,99 und 1,64.

Bei verschiedenen frisch ausgeglühten Stäben von Stahl ist die vorübergehende Aenderung sehr verschieden, selbst bei Stahlstäben von gleichem Ursprung.

1173 Viel complicirter als der Einfluss der Temperaturänderungen auf das Moment nicht geschlossener Magnete ist die durch Inductionsströme zu messende Aenderung der Differenz des temporären und remanenten Moments von Ringmagneten mit der Magnetisirung, da hierbei sowohl der erstere wie der letztere sich verändern können. Einige Versuche hierüber hat Baur [1]) mit dem §. 871 erwähnten Ringmagnet angestellt, welcher in einem doppelwandigen Eisenblechgefäss aufgehängt und darin durch Bunsen'sche Brenner auf 150° erhitzt wurde.

Mit steigender Temperatur wächst bei schwachen magnetisirenden Kräften die Magnetisirungsfunction, bei grösseren nimmt sie dagegen ab. Je kleiner die magnetisirende Kraft ist, desto grösser ist der Einfluss der Temperatur auf dieselbe.

Ist k_1 die Magnetisirungsfunction bei der Temperatur t_1, k_2 dieselbe bei t_2, so ist

$$k_2 = k_1 \left(1 + \frac{a - bx}{x}\, t + \frac{c}{x}\, t^2\right)$$

zu setzen, wo x die magnetisirende Kraft, $a = 5685 \,.\, 10^{-6}$, $b = 1122 \,.\, 10^{-7}$, $c = 72 \,.\, 10^{-7}$ ist.

1174 Eigenthümliche Verhältnisse ergeben sich, wenn man einen dickeren Magnetstab erwärmt und abkühlt und dabei nicht wartet, bis er an allen Stellen gleiche Temperaturen angenommen hat. Die inneren kälteren oder heisseren Stellen besitzen dann eine andere Magnetisirungsfunction als die äusseren, und indem beide magnetisirend auf einander einwirken, treten sehr complicirte Bedingungen ein.

Von diesen ziemlich unbestimmten Versuchen ohne allgemeineres Interesse erwähnen wir nur die folgenden.

Wird ein bei hohen Temperaturen magnetisirter weicher Stahlstab abgekühlt und von Neuem erhitzt, indess nicht über die Temperatur beim Magnetisiren, so nimmt nach Favé [2]) sein durch die Methode von van Rees bestimmtes permanentes Moment bis event. zum Dreifachen zu, bleibt aber dabei immer unter dem ersten Werth der Magnetisirung. Das Maximum liegt hierbei bei einer Temperatur unter der Magnetisirungstemperatur. Bei wiederholten Erwärmungen und Abkühlungen unterhalb der letzteren wird das Maximum immer kleiner.

---

[1]) Baur, Wied. Ann. **11**, 394, 1880. — [2]) Favé, Compt. rend. **83**, 276, 1876.

Gaugain[1]) hat Stäbe von Sheffieldstahl in einem Röhrenofen zur Rothgluth erhitzt und nach der Abkühlung bis zur Dunkelheit mittelst der Elias'schen Spirale magnetisirt. Bei weiterem Abkühlen verloren sie nicht nur einen Theil ihres (mittelst der Methode von van Rees beobachteten) verschwindenden Magnetismus, sondern derselbe kehrte sich sogar um. Bei neuem Erwärmen trat der normale Magnetismus wieder auf, beim Abkühlen der umgekehrte u. s. f. Stäbe von Allevardstahl zeigten nur die von Favé beobachteten Erscheinungen. 1175

Bei häufig wiederholten Temperaturwechseln[2]) zwischen zwei bestimmten Grenzen T und t nimmt dann ein bei 350° magnetisirter Stab einen stabilen Zustand an, worin er bei jeder Temperatur eine bestimmte, mit steigender Temperatur wachsende Magnetisirung besitzt, während bei Magnetisirungen unter 100° nach wiederholten Temperaturwechseln der niedrigsten Temperatur die grösste Magnetisirung entspricht.

Werden die Stäbe daher bei einer mittleren Grenztemperatur ϑ magnetisirt, z. B. 10 mm dicke und 300 mm lange, häufig ausgeglühte Stäbe von Sheffieldstahl bei etwa 150°, so wird bei ihnen die durch die Temperaturänderungen bewirkte vorübergehende Aenderung der Magnetisirung Null. Es ist schwierig, hierbei genau die erforderliche Temperatur zu treffen.

Man kann die Einzelheiten dieser Erscheinungen an Systemen nachweisen, welche aus einer Röhre und einem massiven Kern bestehen.

Wird ein solches System bei gewöhnlicher oder auch bei höherer Temperatur (3 bis 400°) magnetisirt und sofort nach der Magnetisirung Kern und Röhre getrennt, so erweisen sich beide in gleichem Sinne magnetisirt. Wird aber das System bei höherer Temperatur magnetisirt und lässt man es vereint erkalten, so ist nach der Trennung je nach den Verhältnissen ihre Magnetisirung gleich oder entgegengerichtet. So war z. B. bei Versuchen von Gaugain[3]) bei verschiedenen Intensitäten I der magnetisirenden Kräfte der durch die Methode von van Rees gemessene Magnetismus M_k und M_r des Kerns und der Röhre (Länge 300 mm, äusserer Durchmesser 10 mm, Wanddicke der Röhre 0,5 mm) für sich gleich nach dem Magnetisiren und vor dem Erkalten und m_k und m_r nach dem Erkalten, wie folgt:

I	M_k	M_r	m_k	m_r
3,4	4,6	8,0	— 1,5	+ 5,0
7,5	20,0	22,2	+ 2,5	+ 2,5
14,5	56,0	21,0	+ 17,2	— 15,0
20,0	80,0	27,0	+ 28,2	— 25,1
29,0	80,0	30,2	+ 28,0	— 28,0
38,0	87,2	34,0	+ 24,0	— 29,5

[1]) Gaugain, Compt. rend. 85, 219, 1877; Beibl. 1, 525. — [2]) Ibid. 86, 536, 1878; Beibl. 2, 283. — [3]) Ibid. 85, 615, 1877.

Das negative Vorzeichen giebt eine der magnetisirenden Kraft der Spirale entgegengerichtete Magnetisirung an.

Der Grund dieser Erscheinungen ist, wie Gaugain[1]) richtig angiebt, der, dass zunächst vor dem Erkalten Kern und Röhre in gleichem Sinne normal magnetisirt sind. Bei schwachen Kräften überwiegt das Moment der Röhre, bei starken das des Kernes. Bei der Abkühlung kehrt sich daher im ersteren Fall der Magnetismus des Kernes, im zweiten der der Röhre um, wohl indem die Temperaturänderung wie eine Erschütterung die Theilchen beweglicher macht und sie nun jedesmal bei ihrer Wechselwirkung dem Zuge des stärker magnetisirten Theiles folgen (siehe den folgenden Paragraphen).

Wird das System von Neuem erwärmt, dadurch die Röhre zuerst erhitzt und ihr Magnetismus geschwächt, so überwiegt das Moment des Kernes; ist das System gleichmässig erwärmt und erkaltet dann, so kühlt sich die Hülle zuerst ab, nimmt ein grösseres Moment an, und so tritt ihre Wirkung zuerst in den Vordergrund. Je nach der Stärke der Magnetisirung kann man demnach verschiedene Resultate erhalten.

Trennt man nach der Magnetisirung bei hoher Temperatur Kern und Röhre sofort, so behält der Kern nach dem Erkalten eine viel schwächere Magnetisirung, als beim Erkalten mit der Röhre.

Bei neuer Erwärmung des für sich erkalteten Kernes erscheint dann die Magnetisirung des Kernes wieder, um bei höherer Temperatur wieder zu sinken. Ist der Kern in der Röhre erkaltet und wird von Neuem magnetisirt, so nimmt sofort sein Magnetismus ab[2]).

Das erste Phänomen dürfte davon herrühren, dass, wenn zunächst bei stärkerer Magnetisirung der Kern stärker magnetisch ist, als die Röhre, letztere beim Erkalten wie ein Anker zu ersterem dient und so durch ihre Wechselwirkung die magnetische Richtung der Theilchen stärker bewahrt wird.

Die zweite Erscheinung dürfte dadurch bedingt sein, dass, wenn beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes die beiden Theile des Systems aufeinander entmagnetisirend einwirken, die zuerst mehr axial gerichteten Theile in die unmagnetischen Lagen zurückgedreht werden. Dann verhalten sich die Theile des Systems wie Magnete, die partiell entmagnetisirt sind und bei Temperaturänderungen zuerst ihren vor der letzten Magnetisirung vorhandenen Magnetismus partiell wieder annehmen, nachher aber wie gewöhnlich magnetisirte Körper beim Erwärmen eine Abnahme, beim Erkalten eine Zunahme des permanenten Momentes zeigen.

1176 Ich[3]) habe versucht, die Einwirkung der Wärme auf Magnete durch folgende Betrachtungen theoretisch zu erklären. Die Wirkung theilt sich in zwei wesentlich verschiedene Theile.

---

[1]) Gaugain, Compt. rend. **85**, 1014, 1877. — [2]) Ibid. **85**, 1014, 1877. — [3]) G. Wiedemann, Pogg. Ann. **103**, 563, 1858; **100**, 235, 1852; **122**, 355, 1864.

Die erste Wirkung können wir als eine „Erschütterungswirkung“ charakterisiren.

Wird ein Stahl- oder Eisenstab einer temporär magnetisirenden Kraft unterworfen, und werden dadurch seine Molecüle gedreht, so begeben sie sich bekanntlich zuerst nicht völlig in die neue Gleichgewichtslage, welche der schliesslichen Wirkung der Resultante aus den Molecularkräften und magnetischen Kräften entspricht. Werden die Körper erschüttert, so werden die Molecüle bewegt, und dadurch werden die Molecularkräfte zwischen ihnen vorübergehend geschwächt. Es wird gewissermaassen die Reibung der Ruhe zwischen ihnen in die geringere Reibung der Bewegung verwandelt, so dass sie dem Zuge der magnetisirenden Kräfte stärker folgen. Ganz ähnlich scheinen die Temperaturänderungen auf den temporären Magnetismus zu wirken. Zuerst werden überhaupt durch jede Temperaturänderung die zwischen den Molecülen der Körper wirkenden Molecular- und magnetischen Kräfte im Allgemeinen geändert, und die Molecüle suchen andere Gleichgewichtslagen als vorher anzunehmen. Die Molecüle gerathen dabei in Bewegung und folgen den magnetisirenden Kräften mehr: daher nimmt der temporäre Magnetismus zu, wie auch noch bei mehreren auf einander folgenden Temperaturänderungen.

Nachdem diese erste „Erschütterungswirkung“ nahezu ihr Maximum erreicht hat, treten die derselben unmittelbar zu Grunde liegenden, direct durch die Temperaturänderungen bewirkten Veränderungen der molecularen und magnetischen Kräfte selbst deutlicher hervor, welche freilich schon von Anfang an stattfanden, aber von der ersten Wirkung verdeckt wurden. Dieselben können auf drei Wirkungen beruhen.

Einmal nehmen während der Erwärmung die Molecularkräfte ab, welche die Molecüle in ihren gegenseitigen Lagen festhalten, dieselben folgen daher bei höheren Temperaturen dem Zuge der magnetischen Kräfte stärker; das magnetische Moment wächst. Diese Aenderung der Beweglichkeit der Molecüle durch die Erwärmung zeigt sich namentlich beim harten Stahl, dessen Härte mit der Temperaturerhöhung abnimmt, weniger beim weichen Stahl, dessen Härte dabei weniger verändert wird.

Zweitens entfernen sich in Folge der Ausdehnung durch die Wärme die Molecüle von einander, sie richten sich gegenseitig weniger stark in die magnetischen Lagen. Sodann wird das magnetische Moment jedes einzelnen magnetischen Molecüls mit der Erwärmung vermindert, wie auch bei sehr hohen Temperaturen Eisen und Stahl kaum noch im Stande sind, temporären Magnetismus anzunehmen. Diese Wirkung ruft ebenfalls eine Verminderung des Magnetismus der Stäbe bei höheren Temperaturen hervor. Es kann nun die erste oder zweite Wirkung der Wärme überwiegen. Beim harten Stahl überwiegt die erste Wirkung; daher nimmt sein Moment beim Erwärmen bedeutend zu. Beim weichen Stahl tritt diese Zunahme zurück, die zweite Wirkung überwiegt, daher eine Abnahme des Momentes mit der Temperaturerhöhung. — Mit

wachsendem Moment der Stäbe müsste bei gleicher Aenderung der Molecularkräfte durch Temperaturwechsel die Aenderung der Lagerung der Molecüle unter Einfluss der magnetisirenden Kräfte, also die Aenderung des temporären Momentes zuerst zunehmen; indess müsste sie ein Maximum erreichen, da, wenn die magnetisirenden Kräfte so gross sind, dass bei allen Temperaturen die magnetischen Axen aller Molecüle mit der Richtung der magnetisirenden Kraft zusammenfallen, bei Temperaturwechseln gar keine Drehung der Molecüle, also aus diesem Grunde zunächst gar keine Aenderung des Momentes möglich wäre. Letztere würde erst durch die Abnahme des Momentes der einzelnen Molecüle bei der Erwärmung bedingt werden.

Die beiden, neben einander hergehenden Wirkungen der Erwärmung auf einen durch wiederholte Temperaturänderungen in einen constanten Zustand versetzten Stab können von einander gesondert beobachtet werden, wenn man z. B. ein, bestimmten magnetisirenden Kräften unterworfenes Rotations-Ellipsoid oder einen sehr dünnen und langen Stab von Eisen verschieden starken magnetisirenden Kräften, z. B. in einer Magnetisirungsspirale, aussetzt. Das magnetische Moment eines solchen Ellipsoides, welches wir der Einfachheit halber als sehr lang annehmen wollen, ist durch die Formel

$$M = \varkappa v X$$

gegeben, wo X die äussere magnetisirende Kraft, v das Volumen des Ellipsoides ist, und $\varkappa$ nach der Theorie der drehbaren Molecularmagnete durch den (angenäherten) Werth

$$\varkappa = mn\left(\frac{3\,X^2 - D^2}{3\,X^3}\right)$$

ersetzt werden muss (§. 631). Hierin ist n eine für jeden Stoff unveränderliche Grösse, m das magnetische Moment jedes Molecüls, D das das Molecül in die Gleichgewichtslage zurückführende, bei jeder Temperatur sich ändernde Drehungsmoment der Molecularkräfte.

Bestimmt man das Moment M bei verschiedenen magnetisirenden Kräften X, auch beim Maximum der Magnetisirung und bei verschiedenen Temperaturen, so kann man die Werthe m und D getrennt berechnen.

1177 Auf die permanent magnetisirten Körper üben die Temperaturveränderungen ebenfalls eine doppelte Wirkung aus. Einmal werden dadurch die Theilchen der Körper in Bewegung versetzt, wie bei mechanischen Erschütterungen, und folgen dann mehr dem Zuge der gerade wirksamen Kräfte. Deshalb bewirkt zuerst jede Temperaturveränderung eine dauernde Abnahme der permanenten Magnetismen. Ist schon durch mechanische Erschütterungen die dauernde Abnahme erfolgt, so fällt diese Wirkung der Temperaturveränderungen fort. Deshalb verliert ein bei 100° C. magnetisirter Stab, wenn er erschüttert worden ist, beim Abkühlen und allgemeiner ein magnetisirter Stab, der durch öfteres

Hin- und Hertordiren oder Biegen u. s. f. einen dauernden Verlust an Magnetismus erlitten hat, durch wiederholte Temperaturveränderungen wenig oder nichts von seinem Magnetismus. Ist ein Stab zuerst magnetisirt und dann theilweise oder ganz durch eine entgegengesetzt wirkende magnetisirende Kraft entmagnetisirt worden, so ziehen, wenn die Entmagnetisirung bedeutender war, die durch die Drehung der Molecüle bei der ersten Magnetisirung geänderten Molecularkräfte die Molecüle mehr nach der Lage hin, welche sie bei jener Magnetisirung einnahmen. Daher kann sich dabei durch den Temperaturwechsel das Moment des Stabes vermehren.

Zu dieser dauernden Wirkung der Temperaturveränderungen tritt eine vorübergehende. Jede Erwärmung kann das permanente Moment der Molecüle vermindern. Sodann lockert sie vorübergehend die Theile der Körper und vermindert die Spannung, in welche sie durch die Wirkung der äusseren Kräfte versetzt worden sind. Deshalb kehren sie hierbei ein wenig in ihre erste Gleichgewichtslage zurück, in der sie vor jener Einwirkung durch die zwischen ihnen wirksamen Kräfte erhalten wurden. Die Erwärmung vermindert daher vorübergehend den Magnetismus. Bei der Abkühlung kehren die Molecüle in ihre frühere Stellung zurück; der Verlust an Magnetismus ersetzt sich wieder.

Ganz analoge Erscheinungen kann man erhalten, wenn man die Temperatur von Körpern ändert, welche durch mechanische Kräfte eine Gestaltsveränderung (Torsion) erlitten haben, und die Zu- oder Abnahme der letzteren bei der Erwärmung und Erkaltung beobachtet.

1178 Auf der Aenderung der transversal-magnetischen Einstellung der magnetischen Molecüle eines Eisendrahtes beim Durchleiten eines Stromes durch die gleichzeitige Erwärmung beruht es wohl auch, dass die Abnahme seiner Leitfähigkeit mit der Temperaturerhöhung sehr viel bedeutender ist, als bei den übrigen Metallen, nämlich 51 statt 34 bis 39,4 Proc. von 0 bis 100° C.[1]). Doch gehen beide Phänomene nicht ganz parallel. Der Widerstand des Stabes wächst von etwa 20 bis 300° ganz gleichförmig, nach Poloni nach der Formel

$$r = 100\,[1 + 0{,}005641\,(1 - 20)],$$

der Magnetismus m aber steigt erst langsam, dann schneller bis 200°, dann wieder langsamer bis 300°, und nimmt endlich bis zur Rothgluth ab. So ist z. B. nach Poloni:

Temp.	20	100	150	180	200	300°
m	1	1,08	1,11	1,15	2,00	2,69
r	1	1,45	1,73	1,90	2,01	2,57

Dabei ist zu bedenken, dass bei der Aenderung des Widerstandes des Stahles durch die Erwärmung zwei Phänomene neben einander

[1]) Poloni, Rend. Lomb. [2] 14, Fasc. 14, 1881; Beibl. 5, 879.

gehen; einmal die Zunahme desselben, wie sie auch bei den übrigen Metallen stattfindet, dann die hinzutretende Wirkung der geänderten Richtbarkeit der Molecüle durch den hindurchgeleiteten Strom, welche ausserdem noch von der Cohärenzänderung durch die Erwärmung bedingt ist.

II. Erzeugung von Wärme beim Magnetisiren.

1179 Die Magnetisirung des weichen Eisens und Stahles, sowie jede Aenderung des einmal darin erzeugten Magnetismus ist mit einer Wärmeerzeugung verbunden. Diese Erscheinung ist zuerst sehr vollständig von Joule[1]) beobachtet und gemessen worden.

Eine horizontale Glasröhre war mit ihrer Mitte an einer verticalen Axe befestigt, welche durch einen mit einer Kurbel verbundenen Schnurlauf in schnelle Rotation versetzt werden konnte. In die Glasröhre wurde ein aus 6 je 2,86 cm breiten, 0,16 Zoll dicken und 20 cm langen zusammengebundenen Eisenlamellen gebildeter Kern eingelegt, sodann dieselbe mit Wasser gefüllt und ein Thermometer hineingesenkt. Die Röhre war beiderseits durch Korke geschlossen. Ein starker Elektromagnet (Fig. 278 auf S. 887) wurde so aufgestellt, dass der in der Glasröhre liegende Eisenstab als Anker diente. Wurde die Kurbel gedreht, so änderte sich schnell hinter einander die Polarität des rotirenden Eisenkernes, und das in dem umgebenden Wasser befindliche Thermometer zeigte eine Temperaturerhöhung an. — Bei Erregung des Elektromagnetes durch Ströme von verschiedener Intensität war innerhalb der Grenzen der Beobachtung der im Elektromagnet und auch in dem rotirenden Eisenkern erzeugte Magnetismus der jedesmaligen Stromintensität proportional.

Die in dem Eisenstab unter sonst gleichen Verhältnissen erzeugte Wärme war dem Quadrat des in ihm erzeugten Magnetismus proportional.

Waren bei Anwendung eines cylindrischen Eisenkerns von 1,9 cm Dicke und 20 cm Länge die Intensitäten i der magnetisirenden Ströme die in folgender Tabelle verzeichneten, so betrugen die an dem Thermometer beobachteten Temperaturerhöhungen t:

i	t	$const\ i^2$
9,85	1,31	1,229
6,77	0,56	0,5807
4,17	0,16	0,2203

War der Eisenkern in der Röhre mit einer Spirale von Kupferdraht umwickelt, deren Enden an zwei auf die Drehungsaxe aufgesetzte Metall-

[1]) Joule, Phil. Mag. 23, 263, 347, 435, 1843.

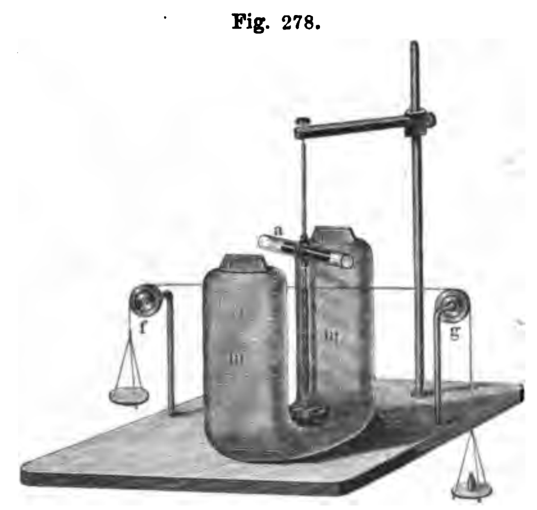
platten gelöthet waren, gegen welche zwei mit einem Galvanometer verbundene Metallfedern schleiften, so wurde bei der Rotation ausser der in dem Eisenstab erzeugten Wärme noch in der umgebenden Spirale eine bestimmte Wärmemenge hervorgerufen, indem darin bei dem Vorbeigehen bei den Polen des Elektromagnetes und bei der abwechselnden Umkehrung der Polarität des Eisenstabes galvanische Ströme inducirt wurden. Auch hier entsprach die Temperaturerhöhung und mithin die erzeugte Wärmemenge dem Quadrat der Intensität der den Magnet erregenden Ströme.

1180 Bei ferneren Versuchen wurde unmittelbar die Arbeit gemessen, welche erforderlich war, um den Eisenstab in der Glasröhre unter verschiedenen Umständen in Bewegung zu erhalten, und diese Arbeit mit der in dem Eisenstab erzeugten Wärmemenge verglichen.

Die die Glasröhre *a*, Fig. 278, tragende verticale Axe war mit zwei Schnüren umwickelt, welche über zwei Rollen *f* und *g* geleitet waren und an ihren Enden Wagschalen trugen, die mit gleichen Gewichten belastet wurden.

Zuerst wurden die Gewichte bestimmt, welche erforderlich waren, um die Glasröhre *a* mit ihrem Inhalt, dem Eisenstab u. s. w., in Rotation zu erhalten, während der Elektromagnet *m*, zwischen dessen Polen sie rotiren konnte, noch nicht in Thätigkeit gesetzt war, also nur Reibungshindernisse und der Luftwiderstand zu überwinden waren. Die schwache Einwirkung des Erdmagnetismus auf den Eisenstab in der Röhre *a* konnte vernachlässigt werden.

Fig. 278.



Wurde der Elektromagnet magnetisirt, so waren bedeutend grössere Gewichte erforderlich, um die Glasröhre *a* mit ihrem Inhalt in constanter Rotation zu erhalten. Zugleich wurde die Höhe gemessen, um welche die Gewichte herabrollten, während dabei das Thermometer im Glasrohr *a* eine bestimmte Temperaturerhöhung angab. Das Product jenes Weges mit dem Ueberschuss der Gewichte im zweiten Fall entsprach der zur Bewegung der Glasröhre verbrauchten Arbeit. Kannte man ferner die specifische Wärme und das Gewicht der im Glasrohre *a* enthaltenen Körper, so konnte man

die Wärmemenge bestimmen, welche während des Verbrauches jener Arbeit erzeugt wurde. Enthielt die Glasröhre nur einen Eisenkern, so entsprach bei zwei Versuchsreihen die erzeugte Wärmemenge der Arbeit in dem Verhältniss, dass sich hierbei ein Pfund Wasser um einen Grad Fahrenheit erwärmt hätte, während zugleich eine Arbeit von bezw. 742 oder 860 engl. Fusspfund verbraucht worden wäre [1]).

War der Eisenstab noch mit einer mit dem Galvanometer verbundenen Spirale umgeben, so entsprach die Wärme der Arbeit so, dass zur Erwärmung von 1 Pfund Wasser um 1° F. etwa 896, 1001 und 1040 Fusspfund verbraucht waren.

Wurde endlich durch die Spirale noch ein Strom geleitet, und die durch den Strom für sich ohne Rotation erzeugte Wärme von der bei der Rotation erzeugten subtrahirt, so war zur Erzeugung einer gleichen Wärmemenge, wie oben, eine Arbeit von 910 Fusspfund verwendet worden.

Als Mittel aus dreizehn, in dieser Art ausgeführten Versuchen erhielt man die Arbeit, welche zur Erwärmung von 1 Pfund Wasser um 1° F. verbraucht war, gleich 838 Fusspfund; oder die zur Erwärmung von 1 kg Wasser um 1° C. verbrauchte Arbeit gleich 460 kgm. — In Rücksicht auf die Wärmeverluste, welche durch Ausstrahlung, Abgabe an die Luft u. s. w. nothwendigerweise eintreten mussten, weicht die gefundene Zahl nicht allzu sehr von dem auf anderen, sichereren Wegen gefundenen Arbeitsäquivalent der Wärme 425 ab.

1181 Diese Wärmeerzeugung beim Magnetisiren ist durch spätere Versuche von van Breda und Grove wiederholt bestätigt worden.

van Breda [2]) legte in eine mit einer Spirale umwundene Holzrolle ein an beiden Seiten geschlossenes Rohr von weichem Eisen. In das eine Ende des Rohres wurde luftdicht ein Thermometerrohr eingesetzt, in welches ein Tropfen einer gefärbten Flüssigkeit eingebracht war. — Wurde ein continuirlicher Strom durch die Flüssigkeit geleitet, so änderte sich der Stand des Tropfens nicht. Wurde aber der Strom durch einen Interruptor 30 mal in der Secunde geöffnet und geschlossen, so entfernte er sich im Glasrohr von dem Eisenrohr und gab so eine Erwärmung desselben an. Ein an das Eisenrohr angelegtes, mit einem Galvanometer verbundenes Thermoelement von Wismuth und Antimon liess gleichfalls im ersten Fall keine, im zweiten Fall eine deutliche Erwärmung des Eisenrohres erkennen.

1182 In ganz ähnlicher Weise umgab Grove [3]) die Pole eines hufeisenförmigen Elektromagnetes mit kaltem Wasser, um ihre Erwärmung in

---

[1]) Wir behalten absichtlich die Originalzahlen bei. — [2]) van Breda, Compt. rend. **21**, 961; Pogg. Ann. **68**, 552, 1846. — [3]) Grove, Phil. Mag. **35**, 153, 1849; Pogg. Ann. **78**, 567; auch Jamin und Roger, Compt. rend. **68**, 682, 1017, 1211, 1471, 1869. Pilleux (Compt. rend. **94**, 946, 1882; Beibl. **6**, 510) erhielt mittelst einer dynamoelektrischen Maschine Erwärmungen bis zu 200°.

Folge der in den umgebenden Spiralen durch die galvanischen Ströme erzeugten Wärme zu verhindern. An den zwischen die Pole gelegten und mit Flanell bekleideten Anker des Elektromagnetes wurde eine Thermosäule angelegt. — Ein mit letzterer verbundenes Galvanometer zeigte, wie bei den Versuchen von van Breda, nur bei wiederholter Unterbrechung oder Umkehrung des magnetisirenden Stromes einen Ausschlag. — Bei Nickel- und Kobaltankern beobachtete Grove gleichfalls Wärmeentwickelung. Sie nahm ab mit der Abnahme der Magnetisirbarkeit der Metalle.

1183 Diese Wärmeentwickelung in den magnetisirten Metallen kann einen doppelten Grund haben. 1) Einmal können in der Masse derselben bei Annäherung und Entfernung von den Magnetpolen Inductionsströme entstehen, die sie gerade ebenso erwärmen, wie eine zwischen den Magnetpolen rotirende unmagnetische Masse, z. B. von Kupfer, bei welcher die zur Drehung der Masse erforderliche Arbeit, abgesehen von äusseren Reibungen, auf die Ueberwindung der elektromagnetischen Gegenwirkung der Inductionsströme auf die Magnetpole verwendet wird. 2) Bei der Magnetisirung, z. B. von Eisen, setzt sich die zur Umlagerung der magnetischen Molecüle erforderliche Arbeit in Wärme um, indem die Molecüle in Folge der unvollkommenen Elasticität bei ihrer magnetischen Drehung um ihren Schwerpunkt nach der einen oder anderen Richtung eine Reibung an einander erleiden, welche ihren Bewegungszustand in einen statischen Gleichgewichtszustand überführt, und so ein Verlust an Bewegung eintritt.

Zu dieser zweiten Ursache gehört die Wärmeentwickelung bezw. die Einwirkung auf- und absteigender magnetisirender Kräfte auf eine magnetisirbare Masse, da nach Warburg (§. 594) die gleichen magnetisirenden Kräften entprechenden magnetischen Momente im ersten Fall kleiner sind, als im zweiten. Der Fläche zwischen den Magnetisirungscurven in beiden Fällen entspricht die hierbei verlorene Arbeit, welche sich in Wärme umsetzt.

Hierbei ist noch die ungleiche Magnetisirbarkeit des Eisens bei verschiedenen Temperaturen zu beachten.

Da die Magnetisirbarkeit des Eisens bis zur Hellrothgluth abnimmt, muss ferner nach Sir W. Thomson[1]) ein Eisenstab bei mittlerer Temperatur bis zu dunkler Rothgluth bei Annäherung an einen Magneten warm, bei Entfernung von demselben kalt werden. Dann wird bei einem Kreisprocess, bei welchem ein Magnet das Moment m durch eine allmählich wachsende magnetisirende Kraft k erhält und dann wieder bei abnehmender Kraft verliert, die gesammte Arbeit $\int m dk$ nicht Null sein.

Das Nickel verliert seine Magnetisirbarkeit viel schneller, verhält sich also bei gewöhnlicher Temperatur ebenso wie Eisen. Bei Kobalt

---

[1]) Sir W. Thomson, Phil. Mag. [5] 5, 24, 1878.

steigt dagegen bei gewöhnlicher Temperatur die Magnetisirbarkeit; es verhält sich umgekehrt wie Eisen [1]).

1184 Diese verschiedenen Einflüsse zeigen sich bei einigen Versuchen von Edlund [2]).

In eine Magnetisirungsspirale wurde ein der Länge nach aufgeschlitzter, hohler Eisencylinder eingelegt, gegen ihn ein mit einem Spiegelgalvanometer verbundenes Thermoelement gegengedrückt, der Strom in der Magnetisirungsspirale durch ein Zahnrad geschlossen und geöffnet und die Erwärmung w_0 des Eisencylinders beobachtet. Sodann wurde der Schlitz in dem Eisencylinder durch einen Messingschieber geschlossen und wieder die Erwärmung w_g bei gleichem Verfahren beobachtet. Dasselbe Verfahren wurde zur Bestimmung der Wärmeerzeugung w_k in einem Kupfercylinder angewandt. Bei verschiedener Intensität i des magnetisirenden Stromes ergab sich:

i	w_0	w_0/i^2	w_g	w_g/i^2	i	w_k	w_k/i^2
0,445	14,63	738	15,42	778	1,419	28,3	1406
0,783	40,88	761	43,79	815	2,394	79,4	1386

Bei dem aufgeschlitzten Eisencylinder, in welchem keine um seine Peripherie laufenden Inductionsströme entstehen können, ist also die Erwärmung etwas kleiner. Inwieweit auch noch die in der Masse des Eisens selbst verlaufenden Inductionsströme erwärmend wirken, ist schwer zu entscheiden. Alle Erwärmungen sind aber nahezu dem Quadrat der Stromintensität proportional, wie dies bei den dem magnetisirenden und inducirenden Strom proportionalen Inductionsströmen ebensowohl stattfinden muss, wie bei den Erwärmungen durch die Umlagerung der magnetischen Molecüle, deren temporäre und permanente Ablenkungen ebenfalls innerhalb gewisser Grenzen der Stromintensität des magnetisirenden Stromes proportional sind. Die hierbei verlorene Arbeit muss also auch dem Quadrat der Stromintensität entsprechen [3]).

1185 Auch bei einer Reihe von Beobachtungen von Cazin [4]) tritt die Wärmewirkung von Inductionsströmen zu der Wärmewirkung der abwechselnden Magnetisirung hinzu. Bei diesen Versuchen waren theils Eisenstäbe in ein Reagirglas voll Petroleum gesenkt, theils wurden an

[1]) Da die Differenz der Magnetkrystallkraft nach verschiedenen Richtungen bei der Erwärmung sinkt, muss auch ein Krystall, welcher im Magnetfelde mit seiner Axe der grössten Magnetisirbarkeit oder des kleinsten Diamagnetismus aus der axialen in die äquatoriale Lage übergeführt wird, sich abkühlen. — [2]) Edlund, Pogg. Ann. 123, 205, 1864. — [3]) Edlund selbst schiebt freilich die ganze Erwärmung auf die Inductionsströme. — [4]) A. Cazin, Ann. de Chim. et Phys. [5] 6, 493, 1875; Compt. rend. 78, 845, 1874; 79, 290, 1874; J. de. Phys. 5, 111, 1876.

einem Ende geschlossene Eisenröhren mit Petroleum gefüllt und auf die Röhren Capillarröhren voll Petroleum mittelst eines Korkes aufgesetzt. Bei anderen Versuchen wurden zwei gleiche hohle Eisencylinder von 42 cm Länge, 5 cm Durchmesser und 2 mm Metalldicke an ihren Enden durch Kupferplatten geschlossen und durch ein mit Wasser gefülltes Rohr verbunden. Die Cylinder waren mit Watte, Pappe und Holzleisten umgeben, auf denen sich zwei ganz gleiche, aus je zwei Paralleldrähten gewundene Spiralen befanden. Abwechselnd gerichtete Ströme wurden in der einen im gleichen, in der anderen im entgegengesetzten Sinne durch beide Windungsreihen geleitet, so dass nur der eine Eisencylinder magnetisirt wurde, secundäre Erwärmungen durch die Ströme selbst sich aber compensirten.

Die Beobachtungen geschahen von Minute zu Minute, sowohl vor als auch während und nach der Wirkung der magnetisirenden Ströme.

Die Zahl der Unterbrechungen des Stromes stieg nicht über 300 in der Minute, so dass die Stäbe sich jeweilen entsprechend den wirkenden Strömen vollständig magnetisirten.

Ausserdem waren die Magnetismen und die als Polabstände $2a$ bezeichneten Werthe der Kerne nach der §. 809 erwähnten Methode mittelst der elektrodynamischen Wage bestimmt. Es wurden Eisenröhren von folgenden Dimensionen in Decimetern benutzt.

Länge	Radius	Dicke	Windungszahl s der Spirale	$2a$
I 4,20	0,20	0,047	480	3,20
II 3,04	0,25	0,047	480	2,40
III 4,20	0,20	0,047	960	3,20

Als Resultat ergab sich:

Die in einem geraden Eisenkerne durch einen unterbrochenen magnetisirenden Strom erzeugte Wärmemenge ist unter sonst gleichen Verhältnissen dem Quadrat der Quantität des erzeugten Magnetismus (also in gewissen Grenzen dem Quadrat der Stromintensität I und Zahl der Windungen der Magnetisirungsspirale) und dem Polabstand proportional.

Ist I die Stromintensität, W die für eine Stromunterbrechung berechnete Wärmemenge, M das Moment, m der freie Magnetismus, a der halbe Polabstand, so ergeben u. A. einige Versuche:

A. Für verschiedene Stromintensitäten:

	Kern I			Kern II		
I	W	M	$0{,}01\ M^2/W$	W	M	$0{,}01\ M^2/W$
0,022063	0,068	74,9	827	0,138	121	1060
0,011664	0,020	40,2	807	0,046	65,1	920

B.

	m	$2a$	W	$2m^2a/W$
I	23,4	3,2	0,068	25 800
I	12,6	3,2	0,020	25 300
II	21,1	2,4	0,0415	25 700
III	35,6	3,4	0,138	31 200
III	19,1	3,4	0,046	26 900

Ferner wurde eine Röhre von 42 cm Länge, 5 cm Durchmesser und 1,8 mm Dicke durch vier symmetrisch aufgeschobene Spiralen von 8 cm Höhe, 8 cm innerem und 18 cm äusserem Durchmesser in der Weise magnetisirt, dass Folgepunkte in gleichen Abständen entstanden.

Die entwickelte Wärmemenge W war dem Quadrat der Anzahl der entgegengesetzt magnetisirten Abtheilungen N des Eisenkernes umgekehrt proportional. So war z. B.:

$I = 0{,}0218$			$I = 0{,}0266$		
N	W	N^2W	N	W	N^2W
1	0,0177	0,0177	1	0,0218	0,0218
2	0,0048	0,0192	3	0,0028	0,0252
4	0,0011	0,0176			

In der That, würden sich die Magnetisirungen der einzelnen Abtheilungen des Stabes nicht gegenseitig stören, so würde der freie Magnetismus in jeder der N Abtheilungen des Stabes von der Länge l nur der Nte Theil von dem des ganzen Stabes m, mithin m/N, die Erwärmung also $m^2/N^2 . l/N$ und im ganzen Stabe $m^2 l/N^2$ sein, während sie für den ungetheilten Stab $m^2 l$ wäre.

Berechnet man aus der Aenderung des Standes der Flüssigkeit im Capillarrohr und dem Volumen der in den Magnetröhren befindlichen Luft die Temperatur derselben vor und nach der Wirkung des Stromes, und kann man sie der Temperatur der Eisencylinder selbst gleich setzen, so lässt sich unter Berücksichtigung des Gewichtes und specifischen Gewichtes die in den Eisenröhren selbst erzeugte Wärmemenge bestimmen, wenn man die Wärmeabgabe nach aussen vernachlässigt.

Es ergab sich bei den Zahlen n der Unterbrechungen des Stromes in Luft oder Aether die durch je eine Magnetisirung erzeugte Wärmemenge Q:

	n	W	$2m^2a$	$2m^2a/W$
Luft	2876 — 1945	$168 - 187 . 10^{-6}$	1855	110400000
Aether	2746 — 3363	$178 - 191 . 10^{-6}$	1855	106000000

Bei Umgebung der Eisenmassen mit geschlossenen Spiralen oder Blechhüllen treten auch in diesen Inductionsströme auf, so dass sich die Verhältnisse wesentlich compliciren (s. d. Cap. Induction).

1186 Auch bei Versuchen von Trowbridge[1]), bei denen je zwei von drei gleichen massiven Stangen von Kobalt, Nickel, Eisen von 15,15 cm Länge und 1,25 cm Dicke in Glasröhren voll Wasser, welche mit Infusorienerde umgeben waren, der Einwirkung herumgeleiteter alternirender Ströme ausgesetzt wurden, erwärmten zugleich Inductionsströme die Metallmasse. Diese Erwärmung war im Eisen und Kobalt nahe gleich, im Nickel kleiner.

1187 Um zu entscheiden, ob bei der Magnetisirung von Eisenstäben neben der Wärmeentwickelung durch die in ihnen beim Oeffnen und Schliessen bezw. Umkehren des magnetisirenden Stromes erzeugten Inductionsströme auch noch eine Erwärmung in Folge der Reibung der hin- und hergedrehten Molecüle eintritt, hat Herwig[2]) in Glasröhren voll Alkohol, welche in ein calibrirtes Capillarrohr ausliefen, Bündel von (76) unter einander isolirten Eisendrähten von je etwa 160 mm Länge und 1,2 mm Durchmesser gebracht, von denen das eine noch mit einen Hohlcylinder aus Messingblech von $^1/_2$ mm Dicke und 14 mm Durchmesser umgeben war. Ein anderes Glasrohr enthielt ein Messingdrahtbündel. Alle drei Röhren wurden durch Pappdeckel geschützt, über den Polen eines grossen Elektromagnetes möglichst symmetrisch befestigt und der magnetisirende Strom in je zehn Minuten etwa 7200 mal geöffnet und geschlossen und alle Minuten umgekehrt, um die Wirkung des permanenten Magnetismus zu neutralisiren. Dabei ergaben sich die relativen Wärmemengen:

	I Messing-drähte	II Eisendrähte	III Eisendrähte und Messingblech	II — I	III — I
19 Drähte	8	178	229	170	221
38 „	13	420	666	407	653
79 „	13	534	1059	521	1046

Alle Zahlen sind mit 10^5 multiplicirt.

Die Zahlen II — I und III — I sollen die nicht unerheblichen Wärmemengen bezeichnen, welche nach Abzug der durch die Inductionsströme in der Masse erzeugten Wärmemengen nur den Drehungen der Molecüle entsprechen. Indess ist dies nicht richtig. In jedem einzelnen Eisendraht werden Inductionsströme erzeugt, welche die Eisenmolecüle richten;

[1]) Trowbridge, Proceed. Amer. Acad. 1878, p. 114; Beibl. 3, 289. — [2]) Herwig, Wied. Ann. 4, 177, 1878.

dadurch entstehen viel stärkere secundäre Inductionsströme, als in den Messingdrähten u. s. f., so, dass hier wiederum die Wirkung der Inductionsströme von der der Drehungen der Molecüle nicht vollständig getrennt ist, selbst wenn man die Induction der einzelnen Eisendrähte auf einander vernachlässigt.

1188 Inwieweit die verschiedenen Einflüsse bei der Wärmeerzeugung durch Magnetisirung wirken, haben auch Trowbridge und Hill[1]) weiter verfolgt, indem sie Stahlsorten von verschiedener Magnetisirbarkeit untersuchten. Die Stäbe (Manganstahl, phosphorhaltiges Eisen u. s. f.) waren in ein mit Quecksilber gefülltes Calorimeter eingesetzt und wurden durch den durch ein Elektrodynamometer gemessenen, herumgeleiteten Strom einer Dynamomaschine mit 6000 Umdrehungen in der Minute eine Minute lang magnetisirt. Dabei war die Erwärmung nahezu die gleiche, also wesentlich durch Inductionsströme bedingt. Im Inneren der Eisenkerne (in einem mit Quecksilber gefüllten Loch) war die Erwärmung etwas kleiner, als ausserhalb.

Bei weiteren Versuchen wurde eine Eisenscheibe von 2,7 oder 1,3 cm Durchmesser und 0,1 cm Dicke zwischen die Pole zweier durch einen rotirenden Commutator abwechselnd entgegengesetzt magnetisirter, gleich starker Elektromagnete gebracht und die Erwärmungen der Scheibe gemessen, während die Axen der Magnete nahe zusammenfielen oder um 90° gegen einander geneigt waren. Die Temperatur der Eisenscheibe wurde durch ein Thermoelement ermittelt, bestehend aus einem Eisen- und einen Neusilberdraht, welche auf den beiden Seiten in der Mitte der Scheibe angelöthet waren. Die Erwärmungen waren die gleichen, mochten die Axen beider Magnete um 90° oder um 180° gegen einander geneigt sein. Eine Kupferscheibe mit einem Kupfer-Neusilberthermoelement erhitzte sich nicht. Hiernach sollte die Erwärmung nicht von Molecularwirkungen, bezw. Umlagerungen der magnetischen Molecüle herrühren.

1189 Zur Lösung der gleichen Frage senkte J. Borgmann[2]) in zwei gleiche, 500 cm lange und 4,5 cm weite cylindrische Glasgefässe eine der Länge nach aufgeschnittene Kupferröhre und eine ebensolche Eisenröhre. Die Glasgefässe waren mit Manometern voll Naphta verbunden und mit weiteren Glascylindern umgeben, durch welche Wasser von der Zimmertemperatur floss. Die Apparate standen in ganz gleichen Magnetisirungsspiralen von 54 Windungen von 2 mm dickem Draht, welche von ebenfalls gleichen, dünndrähtigen Inductionsspiralen umgeben waren. Durch beide Magnetisirungsspiralen wurde der 5- bis 20mal in der Secunde unterbrochene Strom einer Batterie von 4 bis 10 Grove'schen Elementen ge-

---

[1]) J. Trowbridge u. Walter N. Hill, Proc. Amer. Acad. 1883, 197, 205; Beibl. 8, 144. — [2]) J. Borgmann, Journ. d. Russ. phys. Ges. 14, 67, 1883; Beibl. 7, 721.

leitet. Die an einem Elektrodynamometer gemessenen Intensitäten der in der einen oder anderen Inductionsspirale inducirten Ströme gaben ein Maass für die Magnetisirung des Eisens. Die Kupferröhren zeigten keine Erwärmung, wohl aber die Eisenröhren. Beim bereits wiederholt magnetisirten Eisen wuchs die abgegebene Wärmemenge proportional der Zahl der Unterbrechungen des Stromes in der Secunde und fast proportional (etwas langsamer) der Zunahme des Quadrates des temporären Magnetismus. In nicht aufgeschlitzten Röhren war cet. par. die abgegebene Wärmemenge 1,5 mal grösser, als in aufgeschlitzten.

Röhren aus hartem Metall erwärmen sich ebenfalls nach einem den Gesetzen der Wärmeerzeugung im Eisen analogen Gesetze. Röhren aus Antimon, welche einer unterbrochenen Magnetisirung unterworfen waren, zeigten Spuren einer Temperaturerhöhung (vielleicht in Folge eines Eisengehaltes?).

Die Beobachtungsresultate widersprechen sich also noch.

Die verschiedenen Ursachen der Erwärmung haben auch Warburg und Hönig[1]) zu trennen versucht. Sie brachten die Eisenmassen in einen sehr dünnen Glascylinder. Derselbe befand sich in dem langen cylindrischen Gefässe eines mit Aether gefüllten Thermometers, an welches ein U-förmiges Rohr mit Glashahn angesetzt war, in das Quecksilber gegossen wurde. Das Thermometer befand sich in Wasser in einem doppelwandigen Zinkblechgefäss, um welches die Magnetisirungsspirale gelegt war, die sich wiederum in einer Eiskiste befand. **1190**

Wurde der magnetisirende Strom durch einen Interruptor in einer bestimmten Zeit entweder 1) einmal geschlossen und geöffnet, oder 2) geschlossen, geöffnet und dann nochmals in entgegengesetzter Richtung geschlossen und geöffnet, so verhielten sich bei einem 0,7 cm dicken Eisenstabe I die Erwärmungen $W_1 : W_2 = 5,6 : 10,1$; bei einem dünneren (0,4 cm dicken) Stabe II wie 13,3 : 46, bei Bündeln aus dünnen Drähten und Eisenblechstreifen etwa wie 5,7 : 17,6 oder 2,7 : 7,8. Die Magnetisirungszahl war für die grösste magnetisirende Kraft (das 170fache der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus) für Stab I 7,2, Stab II 12,9, für die Drahtbündel, auch ein Bündel aus Blechen 20,1 bis 21,7.

Die Erwärmung der Eisenstäbe durch die in ihnen erzeugten Inductionsströme muss der Zahl der Unterbrechungen proportional sein; dies zeigt sich nahezu an dem dicken Stabe, in dessen Masse sie sich überwiegend entwickeln. Hätte das Eisen keine Coërcitivkraft, so müsste in Folge dessen $W_2 / W_1 = 2$ sein. Dies ist aber nicht der Fall, da bei Umkehrung des Stromes sich auch die Molecüle in die entgegengesetzten Lagen drehen und so die dem letzteren Umstande entsprechende Reibungswärme grösser wird. Diese grösseren Aenderungen des Momentes

---

1) Warburg u. Hönig, Wied. Ann. 20, 814, 1883.

können auch an der Erwärmung einer Platinspirale nachgewiesen werden, welche in den Schliessungskreis einer die Eisenkerne umgebenden Inductionsspirale eingefügt ist. Ein einfacher Schliessungs- und Oeffnungsstrom gab gleiche Wärmemengen.

1191 Bei der transversalen Magnetisirung von Eisendrähten hat Villari[1]) ebenfalls die Erwärmung nachzuweisen versucht. Zwei Drähte von Eisen und einem anderen Metall, Kupfer, Blei, von 1 bis 4 m Länge waren in der Mitte umgebogen, dass ihre Hälften parallel neben einander lagen, ohne einander zu berühren. Diese Drähte wurden in zwei neben einander befestigte Glasröhren von etwa 60 cm Länge und 20 mm Durchmesser eingeführt, so dass ihre freien Enden unten herausragten. Die Röhren wurden unten mit Korken geschlossen, mit absolutem Alkohol gefüllt und oben ebenfalls mit Korken geschlossen, in welche Capillarröhren eingesetzt waren. Durch die Drähte wurde vermittelst eines Commutators ein unterbrochener Strom geleitet, so dass er in dem einen Draht bei den Unterbrechungen seine Richtung bewahrte, in dem anderen wechselte. Bei Bleidrähten zeigte sich hierbei kein Unterschied in der Erwärmung der Drähte; bei den Eisendrähten stieg die Temperatur in dem Draht stärker an, in welchem die Stromrichtung wechselte. Ebenso stieg in den Eisendrähten bei unterbrochenen Strömen, selbst wenn sie in gleicher Richtung flossen, die Temperatur viel bedeutender an, als in nicht magnetischen, in den Stromkreis derselben unterbrochenen Ströme eingeschalteten Drähten, wenn man diese Erwärmungen mit den durch constante Ströme erhaltenen Erwärmungen vergleicht. Das Verhältniss der Erwärmungen von Eisen- und Kupferdrähten, berechnet auf gleiche Widerstände der Drähte, wächst bedeutend mit der Zahl der Unterbrechungen; es ist bei dickeren Eisendrähten viel bedeutender (8 bis 8,5 : 1) als bei dünnen Drähten. Bei Eisendrähten ist es grösser, als bei Stahldrähten. Es ist bei dünnen Drähten bald unabhängig von der Zunahme der Stromintensität; bei dickeren Drähten wächst es mit letzterer und ist bei gleicher Stromintensität im Allgemeinen grösser bei geringem Widerstand der Säule. Nickeldrähte verhalten sich ähnlich, wie Eisendrähte, nur zeigen sie die Wirkungen schwächer. — Da die Molecüle des vom Strom durchflossenen Eisendrahtes namentlich in den peripherischen Theilen stark transversal gerichtet werden, so können, wenn bei Umkehrung oder Unterbrechung der Ströme eine Rückkehr der Molecüle in die weniger magnetischen Lagen oder eine Umkehrung derselben eintritt, in den Drähten, namentlich in ihren axialen Theilen, Ströme inducirt werden. Sie gleichen sich zum Theil durch die ganze Leitung aus und können hierdurch keine ungleiche Erwärmung der verschiedenen, in dieselbe eingefügten Drähte hervorrufen. Zum Theil gleichen die Inductions-

[1]) Villari, Nuovo Cimento [2] 4, 287, 389, 1870.

ströme sich aber auch in den weniger stark inducirten peripherischen Theilen des Eisendrahtes aus und bedingen so secundär eine stärkere Erwärmung desselben; diese tritt daher bei dickeren Drähten besonders hervor. Endlich kann ein Theil der überwiegenden Erwärmung der bei der Hin- und Herbewegung der Molecüle verlorenen lebendigen Kraft in Folge ihrer gegenseitigen Reibung zugeschrieben werden. — Verzweigt man denselben Strom zwischen den in den Glasröhren befindlichen Drähten von Eisen und unmagnetischem Metall, so beobachtet man nach Villari unter sonst gleichen Umständen ebenfalls eine stärkere Erwärmung der ersteren; indess können auch hier die im Eisendraht auftretenden Inductionsströme, welche sich zwischen der Säule und dem anderen Draht verzweigen, Störungen verursachen.

1192 Stefan[1]) hat nachgewiesen, dass die specifische Wärme des magnetisirten Eisens grösser ist, als die des unmagnetischen. Wird ein Stück weiches Eisen durch Zufuhr der Wärmemenge W_1 in der Nähe eines Magnetes entmagnetisirt und in unendliche Entfernung gebracht, so wird dabei keine Arbeit geleistet. Wird es dort durch Entziehung der Wärmemenge W_1 auf die frühere Temperatur (0^0) gebracht, so kann es wieder angezogen und (bis zum Maximum) magnetisirt werden, also bei der Annäherung an den Magnet Arbeit leisten. Demnach muss $W_1 > W_2$ sein. Obige Arbeit ist der Arbeit A_0 beim Magnetisiren des Eisens gleich.

Ist die vom Magnet ausgeübte äussere Kraft $\mathfrak{H}$, das Element des magnetisirten Eisens $d\mu$, so ist $A_0 = \int_0^m \mathfrak{H} d\mu = \mathfrak{A}(C_0 - c_0)\tau$, wo $\mathfrak{A}$ das mechanische Wärmeäquivalent, C_0 und c_0 die specifischen Wärmen des magnetisirten und unmagnetischen Eisens zwischen den Temperaturen 0 und τ sind. Die Temperatur τ, bei der das Eisen unmagnetisch wird, ist indess nicht genau bekannt. Geht man nicht von 0^0, sondern von höheren Temperaturen t_1 und t_2 aus, bezeichnet die Temperaturdifferenzen $\tau - t_1$ und $\tau - t_2$ mit τ_1 und τ_2, und nimmt ferner an, dass die specifischen Wärmen des Eisen in beiden Zuständen constant bleiben, so hat man noch die Gleichungen:

$$A_1 = \mathfrak{A}\,(C - c)\tau_1, \qquad A_2 = \mathfrak{A}\,(C - c)\tau_2,$$

welche die Arbeiten beim Magnetisiren bei den Temperaturen t_1 und t_2 angeben. Aus den drei Gleichungen folgt:

$$\frac{A_0 - A_1}{A_0 - A_2} = \frac{t_1}{t_2}.$$

Verzeichnet man die den einzelnen magnetischen Momenten entsprechenden Arbeiten als Abscissen und die Magnetisirungsfunction $\varkappa$

[1]) Stefan, Wien. Ber. 64 [2]. 219, 1871.

als Ordinaten, so wird die Curve zuletzt zu einer Geraden, welche die Abscissenaxe in einem dem Arbeitsmaximum entsprechenden Punkt schneidet. Die graphische Construction ergiebt bei zwei Stäben $A_0 = 162500$ und $A_0^1 = 140000$, während nach **Maxwell** $A_0 = m^2/8\pi$ ist (§. 508) und die Arbeit A_0 für $m = 1800$ gleich 129600 wird.

Bei Erwärmung der beiden Stäbe auf bezw. $t_1 = 529^0$, $t_1^1 = 287^0$ ergaben sich die Werthe $A_1 = 108000$, $A_1^1 = 105000$, woraus folgt:

$$A_0 - A_1 = 54500 = \mathfrak{A}(C - c)t_1, \text{ also } C - c = 2{,}48 \,.\, 10^{-8}$$
$$A_0^1 - A_1^1 = 35000 = \mathfrak{A}(C - c)t_1^1, \text{ also } C - c = 2{,}90 \,.\, 10^{-8}.$$

Ferner ist $(A_0 - A_1)/(A_0^1 - A_1^1) = 1{,}56$, während $t_1/t_1^1 = 1{,}84$ ist. Die Arbeit ist also etwa der Temperatur proportional. Mit Hülfe von $C - c$ findet man die Temperatur τ, bei welcher das Eisen nicht mehr magnetisirbar wäre, bei dem ersten Stab gleich 1444, bei dem zweiten 1248 [1]). (Nach §. 1135 u. flgde. ist sie etwa 800°.)

1193 Einige weitere Berechnungen in dieser Richtung hat **Waszmuth** [2]) angestellt:

Ist der Druck p, die magnetisirende Kraft x, das Moment der Theilchen eines magnetisirten Stabes μ, das Volumen v, die innere Energie U, und wird dem Magnet die Wärmemenge dQ zugeführt, so muss nach den beiden Sätzen der mechanischen Wärmetheorie:

$$dQ = dU + pdv - xd\mu \qquad dQ/T = d\sigma$$

sein, wo die Grössen U, v, μ, σ unabhängig von dem Wege der Aenderung, mithin vollständige Differentiale sind.

Bei der Differentiation der Gleichungen nach T und p erhält man die Gleichung:

$$\frac{d}{dT}\left(\frac{dQ}{dp}\right) - \frac{d}{dp}\left(\frac{dQ}{dT}\right) = -\frac{dv}{dT} - \frac{dx}{dT}\frac{d\mu}{dp} + \frac{dx}{dp}\frac{d\mu}{dT} = -\frac{1}{T}\frac{dQ}{dp}.$$

Da bei der Magnetisirung eine Längenänderung eintritt, welche nahezu x^2 proportional ist, und bei Hinderung derselben eine entsprechende Spannungsvermehrung eintreten muss, so kann man $-dx/dp$ proportional $1/x$ oder gleich L/x setzen. Ebenso wird $(dx/dT)_p = +K/x$ gesetzt, da die Erwärmung des Eisens beim Magnetisiren x^2 proportional ist. Dann folgt:

$$-\frac{dv}{dT} - \frac{1}{x}\left(K\frac{d\mu}{dp} + L\frac{d\mu}{dT}\right) = \frac{1}{T}\frac{dQ}{dp}.$$

dQ/dp ist also im Allgemeinen negativ; dem magnetischen Eisen muss Wärme entzogen werden, damit bei gesteigertem äusseren Druck seine Temperatur constant bleibt, d. h. durch die Compression des magnetisirten Eisens wird Wärme erzeugt. Mit wachsender Magnetisirung

---

1) **Waszmuth**, Wien. Ber. **85**, 997, 1882; Beibl. **7**, 47. — 2) Ibid. **86**, 539, 1882; **87**, 82, 1883; Beibl. **7**, 43.

convergirt das zweite Glied links der Gleichung gegen Null, der Einfluss der Magnetisirung auf die durch die Compression erzeugte Wärme wird also dann gerade sehr klein.

Befindet sich der Eisenstab im luftleeren Raum, ist also $dp = 0$, so ergiebt sich, wenn x und T variabel sind:

$$\frac{d}{dT}\left(\frac{dQ}{dx}\right) - \frac{d}{dx}\left(\frac{dQ}{dT}\right) = \frac{d\mu}{dT} = \frac{1}{T}\frac{dQ}{dx}.$$

$d\mu/dT$ und dQ/dx müssen also das gleiche Vorzeichen haben. Da ersteres für schwächere Magnetisirungen positiv ist, muss auch dQ/dx positiv sein, d. h. um die Temperatur T constant zu erhalten, muss Wärme zugeführt werden. Daraus folgt, dass Eisen beim Magnetisiren im luftleeren Raum durch schwächere Kräfte sich abkühlt. — Bei stärkeren Kräften wird $d\mu/dT$ negativ und dann erwärmt sich das Eisen.

Wird dem Eisen keine Wärme zugeführt, so ist, wenn M das Gewicht, C die specifische Wärme des Eisens bei constanter Kraft x ist:

$$dQ = \frac{dQ}{dT}dT + \frac{dQ}{dx}dx = MCdT + T\frac{d\mu}{dT}dx = 0,$$

woraus folgt:

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{T}{MC}\left(\frac{d\mu}{dT}\right).$$

Da nach den Versuchen von Waszmuth (§. 1123) bei dem Druck der Atmosphäre $d\mu/dT = C\mu/x - B\mu$ ist, und C und B im luftleeren Raum sich wenig ändern, so wird:

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{T}{MC}\left(C\frac{\mu}{x} - B\mu\right),$$

aus welcher Formel, welche eigentlich an Stelle der oben angenommenen

$$dT/dx = x/K$$

treten muss, die Temperaturerhöhung beim Magnetisiren abgeleitet werden kann [1]).

[1]) Auch entwickelt Waszmuth, dass eine einseitige Vermehrung eines Zuges im Allgemeinen auf den Magnetismus eines Stabes wie eine Temperaturerhöhung wirken muss. In der That bewirkt nämlich die Zunahme des Zuges eine Vermehrung des Momentes bei schwachen, eine Verminderung bei grösseren dem Maximum nahe liegenden Momenten, gerade wie eine Zunahme der Temperatur.

Dasselbe Resultat findet sich durch Rechnung. Ist der Luftdruck gegen den Zug des den Stab von der Länge 1 spannenden Gewichtes zu vernachlässigen, so gilt die Gleichung:

$$dQ = dU - Pdl - xd\mu,$$

woraus folgt:

$$\frac{d}{dT}\left(\frac{dQ}{dP}\right) - \frac{d}{dP}\left(\frac{dQ}{dT}\right) = \frac{dl}{dT} - \frac{dx}{dT}\frac{d\mu}{dP} + \frac{dx}{dP}\frac{d\mu}{dT} = \frac{1}{T}\frac{dQ}{dP}.$$

Wie oben ist $dx/dT = K/x$ und $dx/dP = L/x$ zu setzen, woraus folgt, wenn α der lineare Ausdehnungscoëfficient und l_0 die Länge des Eisens beim Nullpunkt bezeichnet:

$$\alpha l_0 - \frac{1}{x}\left(K\frac{d\mu}{dP} - L\frac{d\mu}{dT}\right) = \frac{1}{T}\frac{dQ}{dT}.$$

dQ/dT giebt die Wärme an, welche dem Stabe zuzuführen ist, damit bei Vergrösserung des Zuges P seine Temperatur constant bleibt. Aus der Gleichung folgt dann, dass die Abkühlung eines Eisenstabes bei der Dehnung nahezu die gleiche ist, mag er magnetisirt sein oder nicht. In ähnlicher Weise fand Wertheim den Elasticitätscoëfficienten in beiden Fällen nahezu gleich. So wird auch das Glied in der Klammer in obiger Gleichung nahezu constant, so dass sich $d\mu/dP$ und $d\mu/dT$ nahezu gleich verhalten müssen, was mit dem aufgestellten Satze stimmt.

C.

MAGNETISCHES VERHALTEN

SCHWACH MAGNETISCHER UND DIAMAGNETISCHER

KÖRPER.

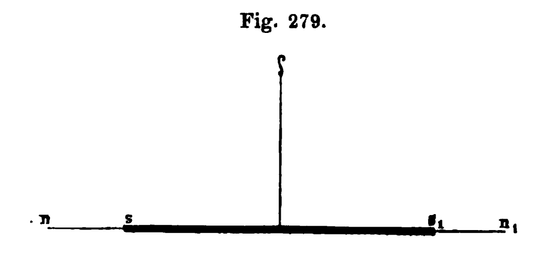
Erstes Capitel.

Diamagnetismus.

I. Allgemeine Gesetze.

1194 Ausser Eisen und Stahl, Nickel, Kobalt, Magneteisenstein und Magnetkies kann noch eine Reihe anderer Körper temporären Magnetismus erhalten, während der permanente Magnetismus in ihnen zu gering ist, als dass man ihn mit den gewöhnlichen Hülfsmitteln deutlich beobachten könnte. — Schon in früheren Zeiten hat man die Körper dem einen Pol einer an einem Coconfaden aufgehängten, gewöhnlichen Magnetnadel oder noch besser einer astatisirten Nadel genähert und untersucht, ob man Anziehungserscheinungen wahrnahm. Namentlich Saigey[1]) benutzte das Sideroskop von Lebaillif[2]) (Fig. 279) zu diesen Untersuchungen.

Fig. 279.



Dasselbe bestand aus zwei möglichst gleichen Magnetnadeln ns und $n_1 s_1$, welche in entgegengesetzter Richtung in die beiden Enden eines horizontal an einem Coconfaden aufgehängten Strohhalmes gesteckt waren. Ein ähnliches astatisches System war schon früher von Arnim[3]) angegeben worden. — Ein solches System mit einem Folgepunkt erhält man auch, wenn man einen Magnetstab in der Mitte durch ein Löthrohr erhitzt, dadurch daselbst den permanenten Magnetismus zerstört und nun die eine Hälfte durch Streichen entgegengesetzt magnetisirt[4]). —

[1]) Saigey, Bullet. univ. des Sciences **9**, 89, 167, 239, 1828. — [2]) Lebaillif, Bullet. univ. des Sciences **8**, 87; Pogg. Ann. **10**, 507, 1827. — [3]) Arnim, Gilb. Ann. **5**, 382, 1800; vergl. auch Vassalli, Bullet. des Sciences **5**, 36; Gilb. Ann. **3**, 116, 1800. — [4]) Selwyn, Rep. Brit. Ass. 1865, **2**, 17; Fortschr. d. Phys. 1865, S. 418.

Auch beobachtete man wohl, wie Brugmans[1]), die Anziehung der in einem Schiffchen auf Wasser oder auf Quecksilber schwimmenden Stoffe durch einen genäherten starken Magnetpol. — In fast allen Fällen waren die untersuchten Körper schwach eisenhaltig, so dass sie von den Magnetpolen angezogen wurden: so die meisten Pflanzenstoffe, so auch Messing[2]), namentlich wenn es gehämmert war. Auf einem solchen Gehalt an Eisen (Magneteisenstein) beruht auch der Magnetismus, welchen manche Gesteinsmassen zeigen, in deren Nähe sich die Stellung der Compassnadel ändern kann (z. B. die Schnarcher im Harz, das Riffelhorn bei Zermatt u. s. f.). — Auf die oben erwähnte Weise lassen sich bei vielen Eisenverbindungen magnetische Eigenschaften nachweisen, so bei vielen eisenhaltigen Mineralien[3]), Spatheisenstein, Zinkeisenerz, Lievrit, Dysluit, auch Asbest, was bei magnetischen Untersuchungen zu beobachten ist[4]); ebenso bei den meisten Salzen und Oxyden des Eisens, Nickels, Kobalts u. s. f.

Schon Brugmans[1]) hat dagegen im Jahre 1778 nach seiner Methode gefunden, dass metallisches Wismuth von den Polen des Magnetes abgestossen wird, sich also entgegengesetzt, wie das Eisen und die magnetischen Körper, verhält. Becquerel[5]) beobachtete diese Abstossung zwischen Wismuth und Antimon und einem Magnetpol auch an dem Sideroskop von Lebaillif. Dieses Verhalten ist später bestätigt, aber meist mit dem alsbald zu erwähnenden Transversalmagnetismus verwechselt worden. Erst im Jahre 1845 hat Faraday[6]) das entgegengesetzte magnetische Verhalten der Körper von Neuem aufgefunden und zuerst gründlich studirt.

1195 Auf eine einfache Weise kann man das Verhalten der magnetischen Körper und der dem Wismuth analog sich verhaltenden Körper in folgender Art studiren.

Man hängt vor dem vorn abgerundeten Pol eines geradlinigen, starken, horizontal liegenden Elektromagnetes an einem Coconfaden einen horizontalen Hebel von dünnem Holz so auf, dass sich sein eines Ende dicht vor dem Pol des Elektromagnetes befindet, und befestigt an diesem Ende eine kleine Eisenkugel. Sie wird vom Magnetpol angezogen. Eine Reihe anderer Körper, wie Nickel, Kobalt u. s. f., verhält sich ebenso.

Hängt man in ganz gleicher Weise vor dem Magnetpol eine Kugel von Wismuth auf, so entfernt sie sich von demselben; sie wird von ihm abgestossen.

---

[1]) Brugmans, Magnetismus seu de affinitatibus magneticis observationes. Lugd. Batav. 1778, **40**, 130. — [2]) Cavallo, Phil. Trans. 1786, p. 64; 1787, p. 6. Munke, Pogg. Ann. **6**, 361, 1826; vergl. auch Coulomb, Journ. de Phys. **54**, 240, 367, 454; Gilb. Ann. **11**, 254; **12**, 394, und Biot, Traité **3**, 117; Gilb. Ann. **64**, 395. — [3]) Eine weitere Ausführung dieses Gegenstandes gehört in die Mineralogie. Vergl. in der neueren Literatur namentlich die Arbeiten von Greiss, Pogg. Ann. **98**, 478, 1856. — [4]) Vergl. Bleckrode, Wied. Ann. **55**, 398, 1895. — [5]) Becquerel, Bullet. univ. des Sciences **7**, 371; Pogg. Ann. **10**, 292, 1827. Auch Lebaillif selbst, Bullet. des Sciences **8**, 87; Pogg. Ann. **10**, 507, 1827. — [6]) Faraday, Exp. Res. Ser. **20** (Dec. 1845) u. ff.

Bei stärkeren Magneten genügt es, die Kugeln direct an einem längeren Coconfaden vor dem Pol aufzuhängen; auch hierbei zeigt sich der Gegensatz zwischen dem Verhalten des Eisens und des Wismuths.

Um diesen Unterschied im Verhalten der Körper zu bezeichnen, sagen wir, die angezogene Eisenkugel sei ein **magnetischer**, oder, wie **Faraday**[1]) sich ausdrückt, ein **paramagnetischer**, die abgestossene Wismuthkugel ein **diamagnetischer** Körper.

1196 Die Untersuchungen über das magnetische Verhalten der Körper lassen sich mit Hülfe des §. 423 beschriebenen und Fig. 201 abgebildeten grossen Elektromagnetes anstellen, auf dessen Schenkel man verschiedene Halbanker (Fig. 280) auflegt. Man bringt die zu untersuchenden Körper entweder vor den einen derselben, indem man sie an einem Coconfaden auf diese oder jene Art aufhängt, oder auch zwischen die einander gegenüberstehenden Endflächen derselben. Auch der **Ruhmkorff'**sche Magnet (§. 426, Fig. 204) eignet sich sehr gut zu diesen Versuchen. Wenn man einer horizontalen Polfläche bedarf, ist indess ein Hufeisenmagnet von der Fig. 280 abgebildeten Form mit aufzulegenden Halbankern vorzuziehen [2]).

Fig. 280.

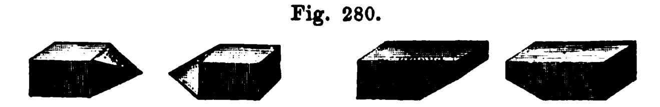
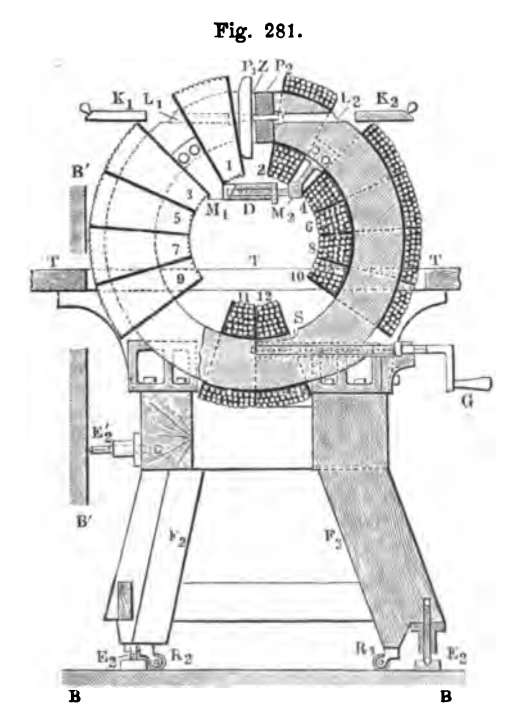


Fig. 281.



[1]) **Faraday**, Exp. Res. Ser. 25, §. 2790, 1850. — [2]) Einen sehr kräftigen Elektromagnet hat H. **du Bois** (Wied. Ann. 51, 537, 1894) construirt, wobei namentlich die Sättigungsverhältnisse berücksichtigt wurden, sowie, dass an der Stelle des Durchschnittes die Kraftlinien tangential zur Leitcurve des magnetischen Kreises sind. Auch ist der Eisenkern möglichst an allen Stellen mit den Drahtwindungen zu versehen. Deshalb wird der Elektromagnet in Form eines aufgeschlitzten Ringes gebildet.

Die Versuche über das diamagnetische und magnetische Verhalten der durch einen Magnet schwach erregten Körper lassen sich auch sehr gut, wie ich bereits im Jahre 1848 gezeigt habe, mit ganz kleinen Elektromagneten von etwa 1 cm Durchmesser und 15 cm Schenkellänge ausführen; nur müssen dann die zwischen die Pole gebrachten Körper entsprechend klein sein. Man kann die Einstellungen nach Rowland [1]) auch sehr gut projiciren [2]).

1197 Als unmittelbarer Ausdruck der Thatsachen, ohne zunächst auf deren Gründe näher einzugehen, kann man hinstellen, dass die diamagnetischen Körper in Folge der Abstossung sich nach denjenigen Stellen zu begeben streben, wo die magnetische Wirkung auf sie ein Minimum, die magnetischen Körper dagegen dahin, wo sie ein Maximum ist.

Hängt man daher vor die abgerundete oder zugespitzte Polfläche eines horizontal liegenden Magnetstabes oder eines auf die erwähnten Magnete aufgesetzten Halbankers an einem Coconfaden ein längliches, aus einem magnetischen Körper geformtes Stäbchen so auf, dass es

---

Der Magnet ist in $^1/_{15}$ seiner Grösse in Fig. 281 (a. v. S.) abgebildet. Er ruht auf zwei auf einem dreifüssigen Holzgestell $F_1 F_2 F_3$ angebrachten Rothgusslagern. Bei S ist der Ring tangential zum inneren Kreise durchschnitten; der rechte Theil desselben kann durch eine Kurbel gegen den linken verschoben werden, wodurch der obere Zwischenraum Z verkleinert werden kann. Ein Messinghalter $M_1 D M_2$ in Form eines gleichseitigen Dreiecks, der durch eine Schraube der jeweiligen lichten Weite des Schlitzes angepasst ist, verhindert bei schwächeren Kräften ein Durchbiegen; bei stärkeren werden verschiedene, nach Art eines Gewichtssatzes aufsteigend dickere Messingplättchen in den Schlitz eingefügt, um seine Verengerung zu vermeiden. Bei $L L_1$ ist der Ring tangential durchbohrt. Der Eisenring ist mit 12 je 20^0 umfassenden Spiralen von 200 Windungen belegt.

Bei Hintereinanderschaltung wird durch eine Potentialdifferenz von z. B. 10,8 Volt ein Strom von 45 Ampère erzeugt, was eine magnetomotorische Kraft von 108000 Ampèrewindungen oder 136000 C.-G.-S.-Einheiten bedingt. Bei Division durch den Umfang $L = 157$ cm ergiebt sich die mittlere Intensität des Spulenfeldes 860 C.-G.-S., wovon nur 380 C.-G.-S.-Einheiten zur wirklichen Magnetisirung verwendet werden. Bei dem sehr weichen, ausgeglühten Eisen beträgt der Magnetisirungswerth 1600 C.-G.-S., von denen $860 - 380 = 480$ C.-G.-S. zur Aufhebung der selbstentmagnetisirenden Wirkung dienen. Die maximale Leistung beträgt $45 \times 108 = 4860$ Watt $= 6,5$ Pferdestärken, bei denen freilich schnell eine starke Erwärmung eintritt.

Bei Anwendung von Kegelstutzpolen ist der günstigste Kegelwinkel zwischen der Axe und Genetrix nach Stefan (Wied. Ann. **38**, 440, 1889) und Ewing und Low [Phil. Trans. **180**, 227, 1889; Proc. Roy. Soc. London **45**, 40, 1887; Beibl. **11**, 598 (das Citat S. 410 ist verdruckt)] $54^0 44'$ bei völliger Sättigung. Da diese nicht erreicht wird, so beträgt er nach Versuchen mit Hineinziehen von Manganchlorürlösung in ein Capillarrohr zwischen den Magnetpolen nach Quincke (s. w. u.) 57 bis 63^0, rund 60^0. Bei diesem Winkel betrug die Feldintensität F, wenn der Durchmesser a der kleinen vorderen Stirnfläche ist,

$$a = 5\,\text{mm},\ \mathfrak{H} = 36\,800;\quad a = 3\,\text{mm},\ \mathfrak{H} = 38\,000.$$

Die Durchbohrungen vermindern die Feldstärke; doch lässt sie sich bei dem Kegelwinkel von $2 \times 60 = 120^0$ in der Ausdehnung von mehreren Millimetern rund auf 40000 C.-G.-S. steigern (s. §. 424 u. flgde.).

[1]) Rowland, Amer. J. of Science and Arts [5] **9**, 307, 1875; J. de Phys. **5**, 197, 1876. — [2]) Vergl. in Bezug hierauf den Satz von Sir Thomson, §. 471.

in einer horizontalen Ebene schwingen kann, so dreht es sich so, dass sein dem Pol zunächst liegendes Ende demselben möglichst nahe kommt, seine Axe also die Verlängerung der Axe des Magnetes bildet; das Stäbchen stellt sich axial. Diamagnetische Stäbchen stellen sich dagegen mit ihrer Längsaxe in einer gegen die Magnetaxe senkrechten Ebene ein, sie stellen sich äquatorial. Dieselben Stellungen nehmen die magnetischen und diamagnetischen Körper zwischen den einander gegenüberstehenden, abgerundeten oder zugespitzten Flächen der auf beide Pole eines Magnetes aufgesetzten Halbanker an. — Die Beobachtung dieser Einstellung ist das bequemste Mittel, um zu entscheiden, welcher Classe der untersuchte Körper angehört. Um sie mit Sicherheit ausführen zu können, setzt man über die mit ihren Halbankern versehenen Pole des Magnetes einen Glaskasten (Fig. 282), welcher oben in einer Fassung eine Glasröhre trägt. Auf dieselbe ist oben eine zweite drehbare Fassung mit einer horizontalen Axe aufgesetzt, um die ein Coconfaden geschlungen ist. Aus seinem unteren Ende bildet man eine Schleife, in welche man die zu untersuchenden Körper einhängt. Bedient man sich hierzu eines an den Faden gehängten Schiffchens von Papier, so ist die Wirkung der Magnetpole auf letzteres zu berücksichtigen.

Fig. 282.



Bei der Beobachtung dieser Einstellungen muss man eine gewisse Vorsicht beobachten. Schliesst man den den Magnet magnetisirenden Strom, während ein schwach magnetischer oder diamagnetischer Stab zwischen seinen Polen hängt, so entsteht im Moment der Schliessung darin ein dem magnetisirenden Strom entgegengerichteter Inductionsstrom, welcher eine Abstossung des Stabes von den Polen zur Folge hat. Beim Oeffnen des Magnetes entsteht ein, dem magnetisirenden Strome gleichgerichteter Inductionsstrom, der eine Anziehung des Stabes hervorruft. Durch rechtzeitiges Schliessen und Oeffnen kann man so den Stab in Schwingungen oder sogar in Rotation versetzen. — Man würde sich grossen Irrthümern aussetzen, wenn man nach jenen Bewegungen das diamagnetische Verhalten der Körper bestimmen wollte. Vielmehr muss man ihre permanente Einstellung während der dauernden Magnetisirung beobachten.

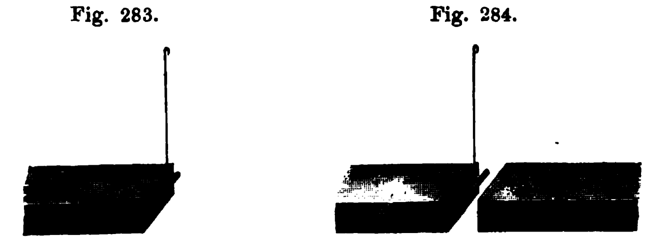
Man kann hierbei die Einstellung eines diamagnetischen Körpers, z. B. eines Wismuthstabes, viel leichter zeigen, wenn man zwischen den

Magnetpolen unter demselben in äquatorialer Lage einen Eisenstab hinlegt [1]). Indess sind dabei Irrungen möglich (vergl. den folgenden Paragraphen).

1198 Sind die Polflächen des Magnetes vorn nicht zugespitzt oder abgerundet, sondern besitzen sie daselbst eine grössere Fläche, so können Abweichungen von diesem normalen Verhalten leicht zu Irrthümern führen.

Hängt man z. B. nahe vor einer verticalen, ebenen, runden oder viereckigen, nicht zu kleinen Polfläche, Fig. 283 (z. B. eines auf den einen Pol des Magnetes gelegten Halbankers), in horizontaler Lage ein kleines Wismuthstäbchen auf, welches kürzer ist, als der horizontale Durchmesser der Polfläche, so stellt es sich mit seiner Axe senkrecht gegen die Polfläche, also axial, indem die von den Rändern der letzteren hauptsächlich ausgehende Abstossung seine Masse möglichst weit von denselben entfernt. In der der Polfläche parallelen Lage wäre es im labilen Gleichgewicht. Ist der Punkt, um welchen sich das Stäbchen drehen kann, ein wenig nach der einen Seite der Polfläche verschoben, so ist die Abstossung von dieser Seite etwas grösser, und die Axe des

Fig. 283. Fig. 284.



Stäbchens neigt sich mit ihrem der Polfläche zugewandten Ende gegen die andere Seite der Polfläche hin.

Hängt man in ähnlicher Weise zwischen die beiden viereckigen Polflächen der beiden, auf die Pole des Elektromagnetes gelegten und einander nahe stehenden Halbanker, Fig. 284, ein Wismuthstäbchen, so stellt es sich, wenn seine Schwingungsebene den Mitten der Polflächen entspricht, axial; hebt oder senkt man es aber, so dass es in der Ebene der oberen oder unteren Kanten der Polflächen schwingt, so stellt es sich äquatorial, da im ersten Falle hauptsächlich die von den verticalen Seitenkanten der Halbanker ausgehende Abstossung darauf wirkt, und die Enden des Stäbchens in der axialen Lage möglichst weit von ihnen entfernt sind; im letzteren Falle die von den oberen und unteren horizontalen Kanten ausgehende Wirkung nahezu an allen ihren Stellen gleich ist, und so das Stäbchen in der äquatorialen Lage der magnetischen Einwirkung möglichst entrückt ist. — Ein Glasröhrchen voll Eisenocker oder Eisenvitriolpulver, verhält sich gerade entgegengesetzt. Es stellt

[1]) Plücker, Pogg. Ann. 73, 613, 1848.

sich in der Mitte zwischen den Polflächen äquatorial, indem seine Enden sich den stark magnetischen Rändern derselben zukehren, und legt sich in der Ebene der oberen oder unteren Kanten der Polflächen beiderseits gegen dieselben an. Auch Stäbchen von eisenhaltigem Zink, Silber, Kupfer, Zinn u. s. f. verhalten sich ebenso, und ebenfalls Drähte von gewöhnlichem Messingdraht [1]), welche geringe Quantitäten Eisen enthalten.

Bei weiterem Heben über die Polflächen der Halbanker hinaus stellt sich ein etwas längeres, etwa 2 cm langes Wismuthstäbchen, wenn die Halbanker auf 2 bis 3 mm einander genähert sind, wiederum axial, ein mit Eisenoxyd gefülltes Glasröhrchen u. s. f. dagegen äquatorial, indem nur so die Massen von den Stellen des Magnetes, in denen der freie Magnetismus besonders stark concentrirt ist, möglichst weit entfernt oder ihnen möglichst genähert sind.

Dieselben Erscheinungen zeigen sich, wenn auch schwächer, auch vor der etwas grösseren, verticalen Fläche nur eines auf den einen Pol des Magnetes aufgelegten Halbankers oder eines Stahlmagnetes, wie dies schon von Seebeck [2]) und Becquerel [3]) beobachtet worden ist.

Man kann bei diesen Versuchen recht deutlich zeigen, wie die magnetische Wirkung auf einen zwischen die Mitten der Polflächen gebrachten Körper hauptsächlich von ihren Kanten ausgeht, wenn man nach Tyndall (l. c.) zwischen denselben ein kleines Kügelchen von magnetischem Spatheisenstein an einem Coconfaden aufhängt. Dasselbe begiebt sich von der Mitte der Polflächen gegen ihre Ränder hin.

Auch wenn man zwei gleichnamige Polflächen von beiden Seiten sehr nahe an das aufgehängte kurze Stäbchen bringt, kann sich dasselbe Verhalten aus den gleichen Gründen zeigen. Die Polflächen wirken entgegengesetzt polarisirend auf die einzelnen Theile der Körper, und je nach dem Ueberwiegen der Wirkung des einen oder anderen Randes dieser oder jener Polfläche nehmen die Körper eine gegen dieselbe geneigte Stellung an.

1199 Abweichend von diesem Verhalten der schwach magnetischen Körper ist das von massiven Eisenstäben, in denen die Masse der magnetischen Körper ein Continuum bildet. Werden diese vor der Polfläche aufgehängt und nähert sich ihr eines Ende der letzteren, so dreht sich dieses Ende sogleich der Polfläche zu, dass es ihr möglichst nahe kommt.

Dieses verschiedene Verhalten der magnetischen Körper beruht nur auf der veränderten Vertheilung ihrer magnetischen Masse. Bei den zuerst genannten Körpern, z. B. bei schwach magnetischem Messingdraht, liegen die einzelnen magnetischen Theilchen so weit von einander entfernt, dass sie nach ihrer Magnetisirung durch den Magnet sich nicht wesentlich gegenseitig richten, so dass die Anziehungswirkung der Pol-

[1]) Cavallo, l. c.; Munke, l. c.; Faraday, Exp. Res. 3, 461; Tyndall, Phil. Trans. 1855, 13. — [2]) Seebeck, Pogg. Ann. 10, 203, 1828. — [3]) Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. 36, 337, 1827; Pogg. Ann. 12, 622.

flächen auf jedes derselben unabhängig von den anderen einwirkt. Bei den zweiten Körpern, wie Eisen, wird aber, sobald sich das eine Ende der Polfläche nähert, und die daselbst befindlichen Molecüle stärker magnetisch werden, sogleich eine magnetisirende Rückwirkung auf die folgenden Theilchen ausgeübt, der Körper erhält in der Richtung seiner Längenausdehnung eine magnetische Axe, deren eines, der Polfläche zugekehrtes Ende eine ihr ungleichnamige, deren anderes, von derselben entfernteres Ende eine ihr gleichnamige Polarität erhält. Das erstere Ende nähert sich daher möglichst der Polfläche. — Bildet man den länglichen Körper so, dass in der auf seiner Axe normalen Richtung die magnetischen Theilchen leichter gegenseitig auf einander richtend einwirken können, als in der Richtung der Axe selbst, so stellt er sich, wie die erstgenannten schwach magnetischen Körper, parallel der Polfläche. Einen solchen Körper stellt z. B. eine Glasröhre dar, in welcher kreisrunde, verzinnte Eisenbleche oder abwechselnd Eisenbleche und Papierscheiben [1]) auf einander geschichtet sind.

Dieses verschiedene Verhalten hat in früheren Zeiten Veranlassung gegeben, die paramagnetischen Körper in zwei Classen zu theilen, in die gewöhnlichen, stark magnetischen Körper, wie Eisen u. s. f. und die transversal magnetischen Körper, wie Eisenoxyd, eisenhaltige Metalle u. s. f.

Der Grund dieses verschiedenen Verhaltens ist indess ein rein secundärer; die daraus entspringenden Fehlerquellen lassen sich bei Anwendung abgerundeter oder zugespitzter Anker vermeiden.

1200 Die überwiegende Anziehung der magnetischen und Abstossung der diamagnetischen Körper von den stärker magnetisirten Stellen der Polflächen eines Magnetes kann zu einigen anderen Erscheinungen Veranlassung geben.

Hängt man z. B. über der Mitte der runden, horizontal gestellten Fläche eines Magnetpoles eine kleine Wismuthkugel auf, so bleibt sie in Ruhe. Hängt man sie näher an dem Rande über der Polfläche auf, so wird sie nach der Mitte hin getrieben, da dort der Magnetismus der Polfläche weniger stark ist. Führt man sie aber über den Rand der Polfläche hinaus, so wird sie nach aussen hin abgestossen. Eine Eisen- oder Nickelkugel, eine Kugel von Eisenvitriol u. s. f. verhält sich gerade umgekehrt. Sie sucht sich den stärker magnetischen Rändern der Polfläche zu nähern [2]).

Hängt man ferner gerade über dem Rande der Polfläche an einem Coconfaden ein Wismuthstäbchen auf, so stellt es sich radial zu derselben, ein mit Eisenoxyd gefülltes Glasröhrchen, ein eisenhaltiger Zinnstab u. s. f. dagegen tangential [3]).

---

[1]) Seebeck, l. c. — [2]) Faraday, Exp. Res. Ser. 20, §. 2298 u. flgde., 1845. — [3]) Ibid. 20, §. 2304; vergl. auch Guthrie, Phil. Mag. [4] 41, 15, 1871.

Entsprechend entfernt sich Wismuthpulver, welches man auf einen, die Fläche eines Magnetpoles bedeckenden Papierbogen streut, von den Rändern desselben, während Eisenfeile sich zu ihnen hinbegeben [1]).

Schwach magnetische Pulver, z. B. Eisenoxyd, Eisenhammerschlag, in dünnem Gummiwasser oder in einer klaren alkoholischen Lösung von Schellack suspendirt, ordnen sich auf einer die Pole eines Elektromagnetes verbindenden dünnen Eisenplatte nicht, wie Eisenfeile, in Kraftlinien, sondern in die äquipotentiellen Linien [2]). Aehnlich verhält sich feines Pulver dieser Substanzen, welches man auf die Eisenplatte hinaufstäubt. Stärker magnetische Pulver von Magneteisenstein, durch Wasserstoff reducirtes Eisen, Nickel, Kobalt geben ein Gemisch beider Curvensysteme. **1201**

Colardeau sucht dies in der Weise zu erklären, dass magnetische Theilchen zwischen den Magnetpolen sich in die Kraftlinien ordnen, und in Folge ihrer gegenseitigen Anziehung auf einer jeden derselben sich einander nähern und allmählich gegen die gerade Verbindungslinie der Pole vorrücken. Dabei beschreibt jedes Theilchen eine äquipotentielle Linie und lässt eine Spur Staub hinter sich. Bei schwach magnetischen Theilchen, welche sich weniger stark anziehen, soll dies stärker hervortreten, wodurch die betreffenden Figuren gebildet werden, welche hiernach weniger scharf gezeichnet sind, als die gewöhnlichen.

Ersetzt man die Eisen- oder Nickelplatte durch eine Zinkplatte, so treten die Figuren nicht auf, weil dann das Magnetfeld in dem ganzen Raume zwischen den Polen zu schwach ist.

Es bedarf dies wohl noch weiterer Untersuchungen.

Aehnlich verhält sich das schwach diamagnetische Kupfer im Moment seiner Abscheidung, z. B. aus Kupfervitriol. **1202**

Ira Remsen [3]) setzte etwa 1 cm tiefe, sorgfältig gereinigte Kästen aus bestem elektrotypischen Eisen auf die Pole eines starken permanenten Magnetes und füllte sie mit Kupfersulfatlösung. Das Kupfer setzte sich ziemlich gleichmässig ab, nur an den Begrenzungslinien der Pole war der Absatz dick oder fehlte, so dass sie scharf gezeichnet waren. Zwischen den dicken, mit Kupfer belegten Polen erschienen Parallellinien, welche sich beiderseits um die Pole umbogen. Um einen einzelnen Pol legten sich Querlinien. Die Linien entsprachen den Linien gleichen Potentials.

Es hat keine Schwierigkeit, durch Aufhängen zwischen den vorn abgerundeten, einander gegenüberstehenden Flächen der Halbanker eines **1203**

---

[1]) Vergl. Oersted, Pogg. Ann. **75**, 445, 1848. — [2]) Colardeau, J. de Phys. [2] **6**, 83, 1887; Beibl. **11**, 552. — [3]) Ira Remsen, Amer. Chem. Journ. **3**, 157, 1881; Beibl. **5**, 1881; ganz ähnlich v. Jüptner, Lum. électr. **26**, 71, 1887; Colardeau, J. de Phys. [2] **6**, 129, 1887; Beibl. **11**, 665; s. auch Versuche von Decharme, Lum. électr. **26**, 69, 1887; Beibl. **12**, 71.

starken Magnetes das magnetische Verhalten der verschiedenartigsten Körper im Allgemeinen zu bestimmen. Die festen Körper wendet man am besten in Form von kleinen Stäbchen an. Die pulverförmigen Körper schliesst man in Glasröhren ein. Doch muss man darauf Rücksicht nehmen, dass auch letztere vom Magnet beeinflusst, und zwar wegen eines Eisengehaltes meist von demselben angezogen werden.

Die Flüssigkeiten werden, ebenso wie die Pulver, in Glasröhren eingeschlossen und so zwischen den Polen des Magnetes aufgehängt. —

Fig. 285. Fig. 286.



Man kann auch, um den Diamagnetismus der Flüssigkeiten zu untersuchen, auf die Polflächen des Magnetes parallelepipedische Halbanker, darauf ein Glimmerblatt legen und die Flüssigkeit zwischen den gegenüberstehenden Rändern der Pole hinaufgiessen [1]). Ist die Flüssigkeit magnetisch, so begiebt sie sich zu den Polen hin und ihr Niveau sinkt in der Mitte zwischen ihnen. Ist sie diamagnetisch, so erhebt sie sich zu einem nach der äquatorialen Richtung gestreckten und nach den Polen abfallenden Sattel. — Wendet man statt des Glimmerblattes ein flaches Uhrglas (Fig. 285 u. 286) an, welches man zwischen die Magnetpole setzt, so ändert die Flüssigkeit unter dem Einfluss des Magnetismus ihre kreisförmige Oberfläche in eine elliptische um, in der die grösste Axe bei den magnetischen Flüssigkeiten axial, bei den diamagnetischen äquatorial gerichtet ist.

Man kann auch nach Quet [2]) eine kleine Menge der Flüssigkeit in ein dünnes Glasrohr einsaugen und dasselbe horizontal in äquatorialer Lage zwischen die Magnetpole bringen, so dass das Ende der Flüssigkeitssäule gerade in die axiale Linie fällt. Je nachdem sie magnetisch oder diamagnetisch ist, bewegt sie sich bei Erregung des Magnetes zwischen die Pole hinein oder entfernt sich von ihnen. Legt man bei diamagnetischen Flüssigkeiten die Röhre in axialer Richtung über die Polflächen, so weicht die Flüssigkeitssäule bis jenseits derselben nach aussen.

1204 Zur Verstärkung der Erscheinung kann eine an den beiden Enden eines horizontalen Durchmessers mit Oeffnungen versehene Glaskugel beiderseits durch Kautschukblätter geschlossen werden, durch welche die Pole eines Elektromagnetes hindurchgehen. Durch einen Tubulus wird die Kugel bis zur Höhe der Axe des Magnetes mit einer magnetischen Flüssigkeit, Eisenchloridlösung, gefüllt. Dieselbe wird gegen den Zwischenraum zwischen den Magnetpolen in der Mitte der Kugel hingezogen und hebt sich dort ein wenig, entgegen der Schwerkraft. Wird

---

[1]) Plücker, Pogg. Ann. 73, 568, 1848. — [2]) Quet, Compt. rend. 38, 562, 1854.

auf sie eine diamagnetische oder eine schwach magnetische, etwas leichtere Flüssigkeit von etwa gleicher Dichtigkeit, z. B. Steinöl, Nelkenöl, gegossen, so wird die Wirkung der Schwerkraft compensirt und die Eisenchloridlösung hebt sich zwischen den Polen viel mehr [1]).

In einem flachen, etwa 4 mm breiten, mit seiner Längsrichtung äquatorial zwischen die Magnetpole gestellten Glaskasten kann sich bei gleichem Verfahren bei sehr grossen Feldstärken die Eisenlösung in Form eines Kreises um die axiale Linie sammeln.

Vertheilt man in diamagnetischem Olivenöl eine alkoholische, magnetische Lösung von Eisenchlorür von gleicher Dichtigkeit in Tropfen und setzt sie zwischen die Magnetpole, so sammelt sich die Eisenchlorürlösung an den Polen und das Olivenöl flieht von ihnen [2]).

1205 Eine Concentration der Lösungen magnetischer Stoffe, z. B. von Eisenlösungen, an den Magnetpolen lässt sich dagegen weder auf chemischem Wege nachweisen, noch indem man einen durch dieselben nahe dem Pol eines Elektromagnetes in äquatorialer Richtung hindurchgehenden Lichtstrahl mit einem ferner davon durchgehenden interferiren lässt. Bei der Erregung des Magnetes bleiben die Interferenzerscheinungen ungeändert [3]).

Durch Rechnung findet freilich Duhem [4]), dass sich die Concentration der Lösung eines magnetischen Salzes bei Einwirkung permanenter Magnete ändert, und die Flächen gleicher Concentration mit den Flächen gleicher Magnetisirung zusammenfallen, und ebenso berechnet Turin [5]) dergleichen; indess sind die Unterschiede zu gering, um beobachtet werden zu können.

1206 Vermittelst der einen oder der anderen Methode erweisen sich. u. A. als magnetisch in absteigender Linie [6]):

Eisen Nickel Kobalt Mangan [7]) Chrom [8]) Cer.

In aufsteigender Linie diamagnetisch sind dagegen:

Wolfram	Arsen	Blei	Zink
Iridium	Gold	Quecksilber	Antimon
Rhodium	Kupfer	Cadmium	Wismuth
Uran	Silber	Zinn	

[1]) Marangoni, Rivista scient. industr. di Firenze 1885; Lum. électr. 48, 148, 1893; Beibl. 17, 583; auch schon ähnlich Rivista scient. industr. 13, 917, 1883; Beibl. 5, 615. — [2]) Matteucci, Compt. rend. 36, 917, 1853. — [3]) Righi, N. Cimento [3] 3, 235, 1878; Beibl. 2, 719. — [4]) Duhem, Ann. de l'École normale sup. [3] 7, 289, 1890; Beibl. 15, 226. — [5]) Turin, Journ. d. russ. phys.-chem. Gesellschaft 23, II, 101, 1891; Beibl. 15, 660. — [6]) Siehe namentlich Faraday, Exp. Res. Ser. 20 u. flgde. 1845. — [7]) Nach Bruce Warren ist käufliches Mangan nicht magnetisch, Chem. News 56, 27, 1887; Beibl. 11, 791. — [8]) Sehr schwach. G. W.

Sehr stark diamagnetisch ist Tellur, ebenso auch Schwefel, Selen und auch Thallium [1]). Schwach diamagnetisch sind Niobium, Tantal [2]).

Man kann bei diesen Versuchen nicht vorsichtig genug sein, da schon die geringsten Spuren von metallischem Eisen unter Einfluss eines Magnetes einen Magnetismus annehmen, welcher den Diamagnetismus sämmtlicher diamagnetischer Körper bei gleichem Gewicht um mehr als das 100000fache übersteigen kann. — Reducirt man z. B. Kupfer aus möglichst eisenfreien Lösungen von Kupferchlorid oder schwefelsaurem Kupferoxyd durch Zink, welches etwaige Spuren von Eisen in der Lösung nicht mit fällt, so ist das Kupfer nach dem Trocknen in der Luft diamagnetisch. Spuren von Eisenoxyd ändern, da dasselbe nur schwach magnetisch ist, dieses Verhalten in qualitativer Beziehung nicht zu sehr. Wird das Kupfer aber aus dem aus den gleichen Lösungen erhaltenen Kupferoxyd durch ganz reinen, elektrolytisch gewonnenen Wasserstoff reducirt, so ist es fast stets schwach magnetisch, da hier auch die Spuren des vorhandenen Eisens reducirt werden [3]). Käufliches Kupfer ist wegen seines Eisengehaltes fast immer magnetisch. — Auch käufliches Platin, welches meist in eisernen Formen gepresst oder mit eisernen Instrumenten bearbeitet ist, ist magnetisch, wie auch Faraday fand. Ebenso zeigt sich das uralische, natürliche Platinerz zuweilen äusserst stark polarmagnetisch, so dass Eisenfeile daran haften [4]). Wird das Platin dagegen aus möglichst reinem Platinsalmiak durch Erhitzen im Luftstrome dargestellt, so ist es diamagnetisch [5]). — Der Magnetismus des durch den galvanischen Strom mit Wasserstoff beladenen Palladiums ist nicht einem besonderen Magnetismus des Wasserstoffs zuzuschreiben [6]), sondern eventuell einer Reduction von etwas Eisen. Das mit Wasserstoff beladene Palladium ist im Gegentheil schwächer magnetisch, als das nicht beladene, welches ebenfalls seinen Magnetismus einem geringen Eisengehalt verdankt. Ein Kreuz aus zwei Palladiumblechen, deren eines mit Wasserstoff beladen ist, stellt sich, zwischen den Magnetpolen aufgehängt, mit den beladenen Flächen äquatorial [7]). Aus Palladiumsalmiak durch Glühen an der Luft dargestelltes Palladium ist diamagnetisch.

Sehr zweifelhaft sind wegen der erwähnten Fehlerquellen die Angaben von Faraday, dass Silicium stark, Beryllium schwach magnetisch wäre, ebenso Aluminium, Kalium, Natrium [letztere von Lamy [8]) aus einer alkoholischen Lauge durch Elektrolyse erhalten].

In den flüssigen Amalgamen von Eisen, welche man bei der Elektro-

---

[1]) Böttger, Frankf. Jahresber. 1863, S. 26. — [2]) Poggendorff, Pogg. Ann. 73, 619, 1848. — [3]) G. Wiedemann, Galvanismus, 2. Aufl., 2 [1], 642, 1867. — [4]) Kokscharof, Bullet. de St. Pétersb. 7, 1771; Arch. d. sc. phys. et nat. Nouv. Sér. 29, 165, 1867. — [5]) Graham, Compt. rend. 68, 101; Pogg. Ann. 136, 317, 1869. — [6]) Blondlot, Compt. rend. 85, 68, 1877; Beibl. 1, 634. Beetz, Wied. Ann. 5, 19, 1878; vergl. G. Wiedemann, l. c. — [7]) Blondlot, Compt. rend. 85, 68, 1877; Beibl. 1, 634. Beetz, Wied. Ann. 5, 19, 1878; vergl. G. Wiedemann, l. c. — [8]) Lamy, Ann. de Chim. et de Phys. 51 305, 1857.

lyse einer Lösung von schwefelsaurem Eisenoxydul durch den Strom eines Daniell'schen Elementes unter Anwendung von Quecksilber als negativer Elektrode erhalten kann, bewahrt das Eisen fast vollständig seine magnetischen Eigenschaften [1]) (sie enthalten indess meist freies metallisches Eisen), ebenso in seiner Legirung mit Platin [2]).

1207 Die Oxyde und Salze von Eisen, mit Ausnahme des diamagnetischen gelben Blutlaugensalzes, sind magnetisch, ebenso die Oxyde und Salze von Nickel, Kobalt, Mangan, Cerium, Didym, Chrom, Titan (?) [3]), sowie deren wässerige Lösungen bei nicht zu grossen Verdünnungen. Die chromsauren Salze dagegen sind diamagnetisch. — Löst man zweifach chromsaures Kali in schwefelsäurehaltigem Wasser und setzt Alkohol hinzu, so ist die Lösung diamagnetisch. Erhitzt man sie aber bis zur Reduction der Chromsäure zu Chromoxyd, so wird sie magnetisch [4]).

Die Oxyde und Salze von Platin, Palladium, Rhodium, Aluminium, Blei, Silber, Antimon, sowie die Salze der übrigen diamagnetischen Metalle sind alle diamagnetisch, mit Ausnahme von Kupferoxyd, Silbersuperoxyd (?) und Antimonsäure (?) [5]). Wird Colcothar in einer in der Richtung der Declinationsnadel liegenden Röhre zum Hellrothglühen erhitzt, so erhält man ein graues, stark polares Oxyd [6]).

Die Verbindungen von Kalk, Baryt, Magnesia, Mangan-, Nickel-, Kobaltoxydul, Kupferoxyd, Bleioxyd mit Eisenoxyd sind alle magnetisch [7]).

1208 Die Salze des Kupferoxyds sind magnetisch, die Oxydulsalze sind dagegen diamagnetisch. Wasser, Eis [8]), Alkohol, Aether, Schwefelsäure, Salpetersäure, Borsäure u. s. f., geschmolzenes Wachs, Lösungen von alkalischen und Erdsalzen, auch eisenfreies Flintglas, Holz, Fleisch, trockne Knochen, gelockerte Muskeln, die menschliche Hand (nicht nur in Folge des Wassergehaltes) [9]), Baumblätter sind diamagnetisch. Gewöhn-

[1]) Joule, Journ. Chem. Soc. 2. Ser. 1, 378, 1863; Chem. Centralbl. 1864, 222. — [2]) Daubrée, Compt. rend. 80, 526, 1875. — [3]) Auch Wollaston, Phil. Trans. 1823, 400, fand Titansäure magnetisch, schrieb dies aber auf einen Gehalt an Eisen. — [4]) Faraday, Exp. Res. Ser. 21, §. 2376, 1846. — [5]) Matteucci, Cours d'induction, Paris 1854, 254. Die Beobachtung von Malaguti (Ann. de Chim. et de Phys. [3] 69, 214, 1863), dass das durch Calcination organischer Eisenoxydulsalze oder freiwillig an der Luft oxydirten kohlensauren Eisenoxyduls erhaltene Eisenoxyd viel stärker magnetisch ist, als das aus Eisenoxydsalzen niedergeschlagene Oxyd, kann sehr wohl auf einer theilweisen, wenn auch sehr geringen Reduction von Eisen bei der Calcination beruhen. — Aehnlich mag es sich mit der Beobachtung verhalten, dass Peridot und Pyroxen in einer durch einen Sauerstoffstrom angeblasenen Alkoholflamme eine schwammige oder emailartige, polarmagnetische Masse geben, während sie selbst nicht polarmagnetisch sind, sondern nur paramagnetisch. Die geschmolzene Masse ist zuweilen mit einer polarmagnetischen Kruste bedeckt, die der der Aerolithen entspricht (Larocque und Bianchi, Ann. de Chim. et de Phys. [4], 1, 241, 1864). — [6]) Sidot, Compt. rend. 67, 175, 1868. — [7]) List, Chem. Ber. 9, 1512, 1878; Beibl. 3, 40; vgl. auch Smith, Compt. rend. 80, 301, 1875. — [8]) Brunner, Pogg. Ann. 79, 173, 1850. — [9]) F. Kohlrausch, Sitzber. d. Würzburger phys. med. Gesellschaft, 31. Jan. 1887; Beibl. 11, 366.

liches Glas ist meist eisenhaltig und dadurch magnetisch. — Blut und Milch zeigen auf einem Glimmerblatt eine Abstossung der ganzen Masse und ausserdem noch eine besondere Bewegung der in ihnen schwimmenden Blut- und Fettkügelchen an den Polen, die durch das Mikroskop beobachtet werden kann [1]). — Lösung von gelbem Blutlaugensalz ist stärker diamagnetisch als Wasser, während Lösung von Cyankalium einen nur wenig von dem des Wassers verschiedenen Diamagnetismus besitzt. Das feste, gepulverte gelbe Blutlaugensalz ist entschieden diamagnetisch. Die Masse des rothen Blutlaugensalzes ist dagegen entschieden magnetisch [2]). Man muss hierbei dasselbe, sowie andere krystallisirte Salze in Pulverform anwenden, da ganze Krystalle sich leicht durch ihre eigenthümliche Structur anders einstellen, als es das Verhalten ihrer Masse als solcher erwarten lässt [3]). — Dass Cyannickel, Cyaneisen und Cyankobalt, Kobaltidcyankalium, die der Ferridcyanwasserstoffsäure analogen Verbindungen paramagnetisch, die Verbindungen der Ferrocyanwasserstoffsäure mit magnetischen Metallen paramagnetisch, mit diamagnetischen diamagnetisch, die Verbindungen von Cyannickel diamagnetisch sind, ist von Wiesener [4]) nachgewiesen worden. Berliner Blau ist paramagnetisch. In Folge dessen verbreitet sich Berliner Blau in damit getränktem Löschpapier oder in Gelatine schneller in der Umgebung an Stellen, die von den Magnetpolen weiter entfernt sind. Weitere Angaben siehe unter den quantitativen Bestimmungen des Magnetismus der Substanzen.

1209 Der Magnetismus der Gase ist schwierig zu untersuchen, da die festen Hüllen, in welche man sie einschliesst, gewöhnlich so stark vom Magnet beeinflusst werden, dass die Einwirkung auf die Gase selbst völlig verschwindet. Eigentlich müsste man den Magnetismus der Gase im luftleeren Raume bestimmen. In der Luft selbst oder in anderen Gasen ergiebt sich nur, ob ein Gas magnetischer oder weniger magnetisch als dieselben ist. Dieses letztere Verhalten hat Faraday [5]) in folgender, sinnreicher Weise dargelegt. Die Gase strömten durch ein ⌐förmiges Rohr in einem verticalen Strom zwischen die Pole des Magnetes. Das Rohr hatte seine Oeffnung oberhalb und war unter den Magnetpolen aufgestellt, wenn das Gas leichter als die umgebende Luft war; im entgegengesetzten Falle war es über den Magnetpolen mit seiner Oeffnung nach unten angebracht. In dasselbe wurde ein kleines, mit Chlorwasserstoffsäure befeuchtetes Löschpapier gelegt. Seiner Oeffnung gegenüber waren auf einem Gestell drei kleine, parallele, fingerdicke Glasröhrchen

1) Plücker, Pogg. Ann. 73, 575, 1848. — 2) Arndtsen, Pogg. Ann. 54, 605, 1858; Plücker, l. c. — 3) Plücker, Pogg. Ann. 74, 359, 1849; Tyndall, Phil. Trans. 1856, 1, 254; Arndtsen, l. c. — 4) Wiesener, Wiener Berichte 46 [2], 175; Pogg. Ann. 119, 336, 1863. — 5) Faraday, Exp. Res. Ser. 21, §. 2400 u. flgde., 1846; Phil. Mag. [3] 31, 401, 1847; Exp. Res. Vol. 3, 467.

aufgestellt, das eine in der axialen Ebene, die beiden anderen an jeder Seite derselben. In diese Röhrchen waren mit Ammoniakflüssigkeit getränkte Streifen von Fliesspapier eingelegt. Der ganze Apparat war zur Vermeidung der Luftströmungen mit einem aus Wachspapier und Glimmerplatten zusammengesetzten Kästchen bedeckt.

Strömen die Gase ohne Einwirkung des Magnetes aus, so gelangen sie in die mittlere Röhre. Wirkt der Magnet, so wird der Gasstrom aus seiner Richtung abgelenkt und gelangt in die eine oder andere seitliche Röhre, je nachdem er vom Magnet angezogen oder abgestossen wird. Lässt man z. B. Wasserstoff gerade in der Mitte unter den Magnetpolen austreten, so theilt sich der Strom in zwei Theile, die, wie die Zinken einer Stimmgabel, sich zu beiden Seiten der Magnetpole in der Aequatorialebene erheben.

Bei gefärbten Gasen, Jod und Bromdampf, salpetrichter Säure, verdichtetem Wasserdampf, sieht man schon an der Richtung des Gasstromes ohne Weiteres, ob die Gase magnetischer oder diamagnetischer sind, als das umgebende Medium.

Man kann das magnetische Verhalten der Gase auch sehr gut zeigen, wenn man sie in eine Blase füllt, welche vorn ein, durch einen Hahn verschlossenes, dünnes Ausströmungsrohr trägt. Taucht man die Spitze des Rohres in Seifenwasser, bildet durch Oeffnen des Hahnes eine Seifenblase, welche an dem Rohre hängen bleibt, und bringt sie in den Winkel zwischen den, in geneigter Stellung gegen einander geschobenen Halbankern eines Elektromagnetes, so weicht sie, falls sie mit Luft gefüllt ist, wegen der Abstossung des Seifenwassers sehr schwach in äquatorialer Richtung aus. Wird die Blase mit ölbildendem Gase gefüllt, so flieht sie sehr viel stärker von den Polen. Das ölbildende Gas ist also stärker diamagnetisch oder weniger magnetisch, als die umgebende Luft. Füllt man die Seifenblase mit Sauerstoffgas, so wird sie zu den Magnetpolen hingezogen; das Sauerstoffgas ist also magnetischer oder weniger diamagnetisch als die Luft [1]). — Beleuchtet man die mit den Gasen gefüllten Blasen mit elektrischem Licht, so kann man ihr magnetisches Verhalten auch einer grösseren Versammlung zeigen [2]).

1210 Mittelst der zuerst angegebenen Methode fand sich in der Luft magnetisch: Sauerstoffgas. Dieses magnetische Verhalten des Sauerstoffgases kann man auch nachweisen, indem man eine wohlausgeglühte Kohle, welche sich zwichen den Magnetpolen in äquatorialer Lage einstellt, in Sauerstoffgas eintaucht. Der absorbirte Sauerstoff bewirkt dann, dass sie sich axial stellt.

Weniger magnetisch als die Luft, oder diamagnetisch verhalten sich in derselben Stickstoff (schwach), Kohlensäure, Kohlenoxyd,

---

1) Plücker, Pogg. Ann. 73, 551, 1848; Faraday, Exp. Res. Ser. 25, §. 2758 bis 2769, 1850. — 2) Chautard, Compt. rend. 64, 1141, 1867; Pogg. Ann. 131, 656, 1867.

Stickoxydul, Stickoxyd (sehr schwach), Chlor-, Brom- und Joddampf, Cyan, Wasserstoff (stark), ölbildendes Gas, Steinkohlengas, schweflichte Säure, Chlor- und Jodwasserstoff, Fluorkieselglas, Ammoniakgas, nach Plücker auch Quecksilberdampf, welcher mit condensirtem Quecksilber, und Wasserdampf, der mit condensirten Wassertröpfchen gemengt ist.

Wurde der die Magnete einschliessende Kasten, statt mit Luft, mit Kohlensäure gefüllt, so waren in ihr magnetisch: Sauerstoff, Stickoxyd, Luft; diamagnetisch: die übrigen Gase, auch Kohlenoxyd, welches in einem gleichen Volumen die gleiche Menge Kohlenstoff, aber nur die Hälfte des magnetischen Sauerstoffs, wie die Kohlensäure, enthält.

In Steinkohlengas waren magnetisch: Sauerstoff, Luft (schwach); diamagnetisch: die anderen Gase.

In Wasserstoff magnetisch: Luft, Sauerstoff, Stickoxyd; diamagnetisch: die anderen Gase, namentlich Stickstoff, Stickoxydul, ölbildendes Gas.

1211 Auch hat Faraday [1]) an dem Ende des horizontalen Hebels einer Drehwage ein horizontales Querstück befestigt und an dessen beiden Enden zwei möglichst gleiche, an beiden Seiten zu Spitzen ausgezogene und mit verschiedenen Gasen gefüllte Glasröhren gehängt. Der Apparat wurde so aufgestellt, dass die beiden Glasröhren in der Aequatorialebene zu beiden Seiten der Pole eines starken Magnetes hingen. Bei der Erregung des letzteren wurde die mit dem stärker magnetischen Gase gefüllte Röhre zwischen die Magnetpole hineingezogen, die mit dem weniger magnetischen oder diamagnetischen Gase gefüllte entfernte sich von ihnen. Auf diese Weise liess sich nachweisen, dass mit der Verdünnung des Gases, z. B. des Sauerstoffs, die Wirkung des Magnetes auf dasselbe abnimmt (vergl. auch den folgenden Abschnitt).

In einer anderen Weise hat Plücker [2]) den Diamagnetismus der Luft nachzuweisen versucht, indem er zwischen die auf die Pole des Magnetes gesetzten Halbanker ein Kästchen von dünnem Messingblech stellte, in dessen eine Seitenfläche eine Glasröhre von 1 mm Durchmesser eingekittet war. In die Glasröhre wurde ein Alkoholtropfen als Index gebracht. Wurde der Magnet erregt, so ging der Alkoholtropfen im Glasrohre nach aussen, so dass die Luft im Messingkasten von den Magnetpolen abgestossen und daselbst ausgedehnt zu werden schien. Indess konnte dieses Ergebniss durch die magnetische Wirkung auf die Wände des Blechkastens bedingt werden, wodurch der innere Raum desselben verkleinert wurde. Faraday hat bei ähnlichen Versuchen keine bestimmten Resultate erhalten [3]).

1212 Bei den oben beschriebenen Versuchen über das magnetische Verhalten der festen und flüssigen Körper haben wir jedesmal erwähnt, in

[1]) Faraday, Exp. Res. 25, §. 2770 u. flgde. 1850. — [2]) Plücker, Pogg. Ann. 73, 580, 1848. — [3]) Faraday, Exp. Res. Ser. 25, §. 2730, 1850.

welchem Medium, z. B. Luft, sich die untersuchten Körper befanden. Der Einfluss der Luft konnte, ausser bei den Gasen, wegen ihrer geringen Masse in den meisten Fällen vernachlässigt werden. Dem ist jedoch nicht so, wenn das die Körper umgebende Medium einen grösseren Magnetismus oder Diamagnetismus besitzt [1]).

Hängt man z. B. eine mit verdünnter Lösung von schwefelsaurem Eisenoxydul gefüllte Glasröhre zwischen die Magnetpole, so stellt sie sich axial. Setzt man aber zwischen die Pole ein mit einer concentrirteren Lösung desselben Salzes gefülltes Glas und hängt die gefüllte Glasröhre hinein, so stellt sie sich äquatorial [2]). Hängt man ebenso vor einen Magnetpol an einem Coconfaden eine mit verdünnter Eisenvitriollösung gefüllte Röhre vertical auf, so wird sie angezogen. Hängt sie aber in der concentrirteren Lösung, so wird sie abgestossen.

Wird eine Röhre voll verdünnter Lösung von 27 Thln. Eisenchlorid in 100 Thln. Methylalkohol in einem Trog von concentrirter Eisenchloridlösung (55 Thle. auf 100 Thle. Methylalkohol) aufgehängt, so ist ihre Ablenkung die gleiche, wie die eines Wismuthstabes [3]).

In gleicher Weise stellt sich eine mit Aetherdampf gefüllte Glasröhre in der Luft äquatorial, in flüssigem Aether axial ein.

Setzt man ferner auf die eine horizontale Polfläche eines starken Elektromagnetes ein mit Eisenvitriol gefülltes Glas und lässt darin ein mit einer Glaskugel versehenes und mit Quecksilber gefülltes Aräometerrohr schwimmen, welches für sich vom Magnet wenig beeinflusst wird, so steigt es beim Schliessen des magnetisirenden Stromes in die Höhe. Vertauscht man dagegen die Lösung mit Schwefelkohlenstoff oder Wasser, so sinkt es beim Magnetisiren tiefer in die Flüssigkeit ein.

Um in Bezug hierauf Bestimmungen zu erhalten, setzte Plücker [4]) **1213** auf den einen Pol eines Magnetes ein, unten mit einem dünnen Glimmerblättchen verschlossenes Lampenglas. Er senkte in dasselbe eine Kugel von Wismuth von 10 bis 12 mm Durchmesser, welche an einem Coconfaden an der einen Schale einer Wage hing, so weit ein, dass sie gerade das Glimmerblatt berührte, und bestimmte die Gewichte, welche erforderlich waren, um beim Magnetisiren des Magnetes die vom Pol abgestossene Wismuthkugel wieder mit dem Glimmerblatte in Berührung zu bringen. Wurde das Glas mit verschiedenen Flüssigkeiten gefüllt, so betrugen die hierzu nöthigen Gewichte, z. B. bei der Wismuthkugel, in

Luft	785 mg
Wasser	745 mg
Eisenchlorid	875 mg

Im Eisenchlorid war also die Abstossung des Wismuths viel bedeutender als in der Luft, im Wasser aber kleiner.

---

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. 21, §. 2401, 1846. — [2]) Faraday, ibid. 21, §. 2362 u. flde., 1846. — [3]) Blondlot, Compt. rend. 106, 1347, 1883; Beibl. 12, 707. — [4]) Plücker, Pogg. Ann. 77, 578, 1849.

1214 Quantitative Versuche hat hierüber E. Becquerel [1]) angestellt. Er hat auf die Pole P eines sehr starken Elektromagnetes, Fig. 287, viereckige Eisenblöcke a gelegt, welche mit der unteren Fläche des Kastens k einer darauf gestellten Drehwage zusammenfielen. Auf dieselben wurden in axialer Richtung einander parallel, indess nicht ganz in einer geraden Linie, parallelepipedische Eisenstäbe b gelegt, welche bis an den Kasten der Drehwage heranreichten. Auf dem Boden der letzteren waren zwei andere kleine Eisenstäbe c von gleichem Querschnitt befestigt, welche durch die Wände des Kastens hindurchgingen und sich an die Stäbe b anlegten. Diese Eisenstäbe, deren Endflächen im Inneren der Drehwage 3 cm von einander abstanden, waren ein wenig seitlich gegen einander verschoben, so dass die gegenüberstehenden Seitenflächen etwa 3 mm von einander entfernt waren. In einer Schleife an dem Faden der Drehwage wurden die zu untersuchenden Körper d in Form von Stäbchen in horizontaler Lage zwischen die Eisenstäbe c gehängt. Unten war daran vermittelst eines dünnen Coconfadens eine Bleikugel befestigt, welche in Wasser oder Chlorcalciumlösung tauchte, um seitliche Schwankungen zu verhindern. Der Kopf der Drehwage wurde so gedreht, dass die Stäbchen sich in einer bestimmten Lage befanden, welche durch ein seitliches Mikroskop beobachtet werden konnte. Beim Schliessen des den Magnet erregenden Stromes wurden sie von den Magnetpolen zurückgestossen. Vermittelst der Drehung des sie tragenden Fadens konnte man sie in ihre frühere Gleichgewichtslage zurückführen. Der hierzu erforderliche Drehungswinkel ist der auf die Stäbe wirkenden abstossenden Kraft proportional.

Fig. 287.

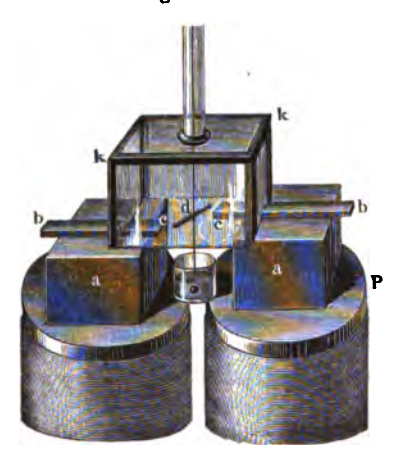


Fig. 288.



Nach der Bestimmung dieser Kraft in der Luft wurde das an den Körpern unterhalb angebrachte Bleigewicht entfernt, zwischen die Magnetpole ein kleines, mit verschiedenen Flüssigkeiten gefülltes Glaskästchen, Fig. 288, geschoben, das Stäbchen hineingehängt und wieder die Abstossung bestimmt.

---

1) E. Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. [3], 28, 283, 1850.

Auf diese Weise ergab sich z. B. die Abstossung (—) bezw. Anziehung (+) des Magnetes auf eine Schwefelstange und einen Wachsstab wie folgt:

	Schwefelstange	Wachsstab
In Luft	— 0,9038	— 0,3485
In Wasser	— 0,1004	+ 0,2647
In concentrirter Lösung von Chlormagnesium	+ 0,0649	+ 0,3816
In concentrirter Lösung von Nickelsulfat .	— 2,6060	— 1,6733

Die Abstossung, welche beide Stäbe in der Luft erleiden, verwandelt sich also in der Lösung von Chlormagnesium in eine Anziehung. — Nehmen wir an, dass die Wirkung des Magnetes auf die in verschiedenen Medien befindlichen Körper der Differenz der Wirkungen des Magnetes auf dieselben und die von ihnen verdrängten Flüssigkeitsvolumina entspricht, und bezeichnen wir die Abstossungen der Reihe nach mit R_l, R_w, R_m, R_n, so müssen die Differenzen $R_w - R_l$, $R_m - R_l$, $R_n - R_l$ für den Schwefel und Wachsstab einander proportional sein. Setzt man für beide Stäbe die Differenz $R_w - R_l = 10$, so ist:

	Beim Schwefel	Beim Wachs
$R_w - R_l$	— 10	— 10
$R_m - R_l$	— 12,06	— 11,91
$R_n - R_l$	+ 21,19	+ 21,60

1215 Die Anziehung oder Abstossung eines magnetischen oder diamagnetischen Körpers durch den Magnet ändert sich also beim Einsenken in eine Flüssigkeit um eben soviel, wie die diamagnetische Abstossung oder magnetische Anziehung des verdrängten Theiles der Flüssigkeit beträgt.

Hat man daher die diamagnetische Abstossung oder magnetische Anziehung eines Körpers im luftleeren Raume R_v und in anderen Medien, z. B. Luft, R_x bestimmt und misst den Diamagnetismus verschiedener anderer, gleichgestalteter Körper in den letzteren Medien, so hat man zu den erhaltenen Werthen den Werth $R_x - R_v$ zu addiren, um ihre diamagnetische Abstossung in dem luftleeren Raume zu erhalten. — Umgekehrt giebt der Werth $R_x - R_v$ den Werth der diamagnetischen Abstossung oder Anziehung auf das vom Körper verdrängte Volumen des ihn umgebenden Mediums. Man kann auf diese Weise, ganz nach Art der Bestimmung des specifischen Gewichtes, das diamagnetische Verhalten verschiedener Flüssigkeiten untersuchen, indem man das magnetische Verhalten desselben festen Körpers, z. B. eines Wismuthstabes, in ihnen vergleicht.

1216 Theorie der Einstellung diamagnetischer Körper durch den Magnet. Dieselbe ist auf verschiedene Weise erklärt worden.

Die erste Annahme war die, dass die Materie derselben direct von den Magnetpolen abgestossen würde. — Gegen diese Annahme spricht ein von Reich[1]) angestellter Versuch. Näherte er gleichzeitig zwei Magnetstäbe, den einen mit seinem Nordpol, den anderen mit seinem Südpol von derselben Seite her einer an dem Arme einer Drehwage aufgehängten Wismuthkugel, so wurde sie mit einer Kraft abgestossen, welche nicht der Summe, sondern der Differenz der Wirkungen der Pole entsprach.

Fig. 289.

Denselben Versuch hat Tyndall[2]) mittelst zweier Elektromagnete *A* und *B*, Fig. 289, angestellt, deren eine Enden *R* und *P* halbcylindrisch abgefeilt und gegen einander gebogen waren, so dass sie zusammen eine cylindrische, am äussersten Ende abgerundete Fläche bildeten. Vor den beiden Polen war ein Wismuthstäbchen *gh* an einem Coconfaden aufgehängt und durch die Torsion des Fadens mit seinem einen Ende gegen eine vor den Polen aufgestellte Glasplatte *ik* gegengedrückt. Waren die beiden einander berührenden Polenden beider Magnete gleichnamig, so wurde das Wismuthstäbchen zurückgestossen, waren sie ungleichnamig, so blieb es unbeweglich an der Glasplatte. — Indess wirken hierbei auch die Magnetpole *R* und *P* so auf einander ein, dass das Magnetfeld vor denselben nur sehr schwach ist.

1217 Eine zweite Annahme war, dass in den diamagnetischen Körpern, ganz ebenso wie in den magnetischen, durch einen benachbarten Magnetpol eine temporäre magnetische Polarität hervorgerufen würde, welche in den diamagnetischen Körpern der Polarität der magnetischen Körper entgegengesetzt wäre[3]).

Ein Nordpol würde daher in den ihm benachbarten Theilen des diamagnetischen Stoffes einen Nordpol, ein Südpol einen Südpol erzeugen, und auf diese Weise die Einwirkung der gleichnamigen Pole auf einander eine Abstossung des diamagnetischen Stoffes bedingen. Diese Annahme würde den Versuch von Reich erklären.

Diese entgegengesetzte Polarität in den diamagnetischen Körpern hat man durch mehrfache Versuche nachgewiesen.

So hat W. Weber[4]) vor den Polen *N* und *S*, Fig. 290, eines starken

---

[1]) Reich, Pogg. Ann. 73, 60, 1848. — [2]) Tyndall, Phil. Trans. 1855, 23. — [3]) Faraday, Exp. Res. Ser. 21, §. 2429, 1846. — [4]) W. Weber, Pogg. Ann. 73, 241, 1848.

Magnetes eine kleine Magnetnadel ns aufgehängt. Durch Annähern eines Magnetes $s_1 n_1$ an die Nadel bewirkt man, dass sie ihre Lage senkrecht gegen die Verbindungslinie der Magnetpole bewahrt. Legt man jetzt zwischen die Pole des Magnetes NS ein Stück Wismuth W, so weicht die Nadel so aus, wie wenn der Pol S stärker geworden wäre. — Legt man zwischen die Pole ein Stück Eisen, so weicht die Nadel nach der entgegengesetzten Seite aus.

Fig. 290.

Oder man hängt nach Poggendorff[1]) vor dem einen (Nord-) Pol eines starken Elektromagnetes ein Wismuthstäbchen auf, welches die äquatoriale Lage annimmt. Nähert man dem Stäbchen von der Seite des Nordpoles des Elektromagnetes einen kleinen Stahlmagnet mit seinem Südpol, so wird das Stäbchen angezogen. — Ein vor dem Nordpol aufgehängtes Eisenstäbchen stellt sich dagegen axial und wird von dem genäherten Südpol des Stahlmagnetes abgestossen.

Der kleine Stahlmagnet ist zu schwach, um die durch den starken Elektromagnet im Wismuth- und Eisenstab erzeugte Polarität aufzuheben. Er kann nur auf die durch den Elektromagnet magnetisirten Körper seine Anziehungs- und Abstossungswirkung äussern.

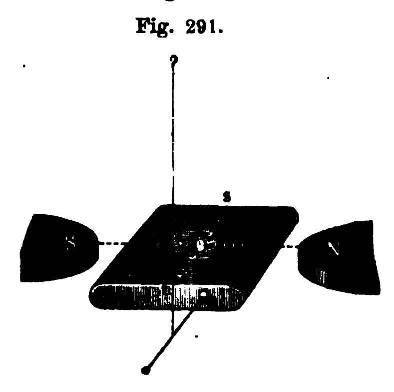
Auch kann man nach Poggendorff zwischen den Polen eines Elektromagnetes ein Wismuthstäbchen innerhalb einer Drahtspirale aufhängen, deren Windungen zu dem in der äquatorialen Lage schwebenden Stäbchen normal sind. Jedesmal, wenn man durch die Spirale einen im Verhältniss zu der Kraft des Elektromagnetes nicht zu schwachen Strom leitet, wird das Wismuthstäbchen so abgelenkt, wie wenn die Seiten desselben mit den ihnen zugekehrten Polen des Elektromagnetes gleiche Polarität hätten.

1218 Man muss bei diesen Versuchen besonders vorsichtig sein, indem eine Reihe von Resultaten durch secundäre Einflüsse bedingt sein kann, namentlich durch Inductionsströme beim Oeffnen und Schliessen der magnetisirenden Ströme. — Andere Einflüsse zeigen einige Versuche von Tyndall[2]). Er hängte, ganz ähnlich wie Poggendorff, zwischen den Polen eines Elektromagnetes ein Wismuthstäbchen auf, welches in der Art aus einer Wismuthplatte geschnitten war, dass die Spaltungsrichtung normal gegen die Axe des Stäbchens lag. Es stellte sich entgegen dem gewöhnlichen Verhalten nach den später anzuführenden Versuchen mit seiner Längsaxe axial (s. Einfluss der Krystallform). Die diamagnetische Polarisirung seiner Enden muss hier sehr stark hervortreten, da sie den Magnetpolen sehr nahe sind. Nun wurde zwischen die Pole NS des Magnetes ein Drahtgewinde gebracht, dessen Windungs-

[1]) Poggendorff, ibid. 73, 475, 1848. — [2]) Tyndall, Phil. Mag. [4] 2, 333; Pogg. Ann. 87, 189, 1852; auch Phil. Trans. 1855, 24; Phil. Mag. [4] 10, 257.

ebene vertical lag und mit der axialen Richtung zusammenfiel. So wie der Strom durch dasselbe geleitet wurde, wich das Stäbchen aus der axialen Lage in der Richtung ab, wie wenn neben dem Südpole des Magnetes ein Nordpol im Stäbchen erzeugt worden wäre, genau in derselben Weise, wie sich ein magnetisches Stäbchen, z. B. von magnetischem Schiefer, verhält. — Ganz ebenso verhielt sich ein gewöhnliches Wismuthstäbchen, bei welchem nur die kürzere Dimension sich zuerst axial stellte. — Der Grund dieser Erscheinungen ist indess nur der, dass das Drahtgewinde *O*, Fig. 291, als ein Magnet zu betrachten ist, dessen Pole *n* und *s* in der äquatorialen Ebene liegen. Auf diese Weise ist das Maximum der magnetischen Wirkung nicht mehr in der axialen Linie *NS*, sondern auf einer zwischen *NOS* und *nOs* liegenden Linie. Von dieser strebt sich die Masse der diamagnetischen Körper möglichst zu entfernen, um zu den in den Quadranten *NOs* und *nOS* liegenden Punkten der schwächsten magnetischen Wirkung überzugehen. — Diese Veränderung der Vertheilung der magnetischen Wirkung in dem zwischen den Magnetpolen liegenden Felde hat Tyndall nachgewiesen, indem er an einem horizontal aufgehängten Hebel ein Kügelchen von Spatheisenstein befestigte und dasselbe in das Innere des Drahtgewindes brachte. Wurde der Magnet für sich erregt, so stellte sich z. B. das Kügelchen im Punkte α ein. Wurde aber der Strom durch das Drahtgewinde geleitet, so ging es zu dem Punkte β der stärkeren magnetischen Wirkung über. Bei Umkehrung des Stromes im Drahtgewinde oder in den, den Magnet umgebenden Spiralen begab sich die Kugel wieder zum Punkte α, wo jetzt die stärkere magnetische Wirkung stattfand.

Fig. 291.



Wurde das Drahtgewinde so zwischen die Magnetpole gebracht, dass sich seine Windungen in äquatorialen Ebenen befanden, so bewahrte das hineingehängte Wismuthstäbchen seine Lage, als die Ströme durch dasselbe in der gleichen Richtung, wie um die Pole des Elektromagnetes, geleitet wurden. — Bei entgegengesetzter Stromrichtung wich das Stäbchen aus seiner Lage, indem sich wiederum im ersten Falle die Wirkung des Stromes im Drahtgewinde zu der des Magnetes addirte, im zweiten von derselben subtrahirte und die magnetische Intensität in der Nähe der Pole schwächte.

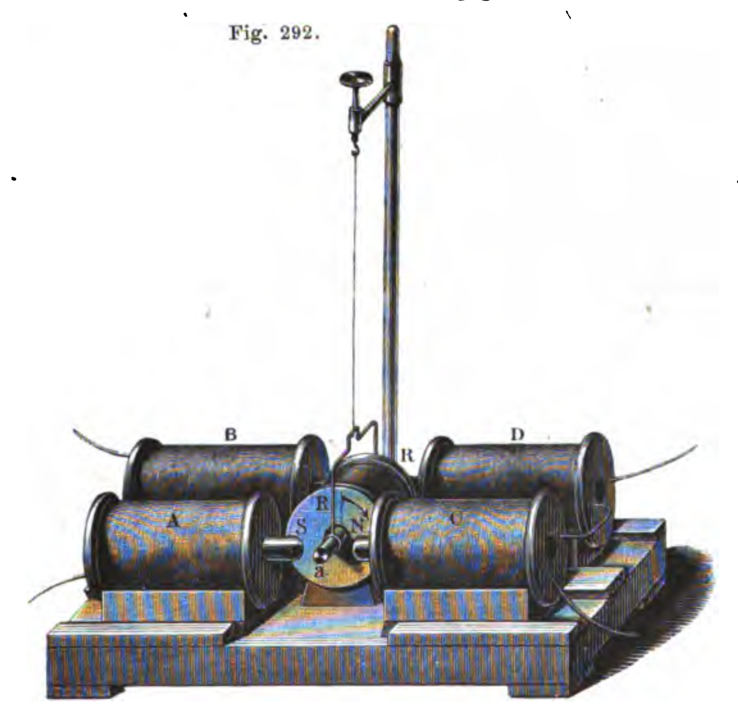
1219 Sehr sicher und direct lässt sich die diamagnetische Polarität durch folgenden Versuch von Tyndall [1]) nachweisen.

---

1) Tyndall, Phil. Trans. 1855, 24 u. flgde. Phil. Mag. [4] 10, 268 u. flgde. Ein ähnlicher Apparat auch Phil. Mag. [4] 9, 425, 1855.

Zwischen vier geradlinige Elektromagnete *A*, *B*, *C*, *D*, Fig. 292, wird eine Drahtspirale *R* (14 cm lang, 4,5 cm innerer, 10 cm äusserer Durchmesser, Kupferdraht 2,5 cm dick) gelegt und vermittelst eines Bügels von feinem Silberdraht, der an einem oder mehreren Coconfäden befestigt ist, ein Wismuthstab *a* (35 cm lang, 2,5 cm dick) eingehängt. Die Elektromagnete werden so durch herumgeleitete Ströme erregt, dass die beiden gegen den Wismuthstab *a* gekehrten Pole *S* von *A* und *B* gleichnamig, z. B. südpolar, die entsprechenden Pole *N* von *C* und *D* beide nordpolar sind. Man leitet durch die Spirale *R* in der Richtung des Pfeiles einen Strom, dessen Intensität gegen die Intensität der die

Fig. 292.



Elektromagnete erregenden Ströme so bedeutend ist, dass die diamagnetische Polarisation des Wismuthstabes durch erstere seine Polarisation durch die Elektromagnete überwiegt. Dann entsteht an dem vorderen Ende des Wismuthstabes ein Nordpol, er bewegt sich gegen den Elektromagnet *A* hin. Ein Eisenstäbchen oder ein Stäbchen von magnetischem Stoffe zeigt das entgegengesetzte Verhalten. Durch Umkehrung der Stromesrichtung in der Spirale *R* und in den die Magnete umgebenden Spiralen kann man die Ablenkung des Wismuthstabes beliebig verändern.

Dieselben Versuche kann man, wenn auch mit etwas geringerer Kraft, auch schon bei Anwendung zweier Elektromagnete *A* und *D* oder

B und *C* anstellen, wo dann entweder eine Anziehung oder Abstossung der Enden des Wismuthstabes erfolgt, welche anzeigt, dass seine Polarität die entgegengesetzte von der eines in gleicher Weise aufgehängten Eisenstabes ist. — Auch wenn man die Spirale *R* durch eine kleinere ersetzt, welche man zwischen die parallelepipedischen Polflächen der auf einen Elektromagnet aufgelegten Halbanker legt und nun in sie ein Wismuthstäbchen oder ein magnetisches Stäbchen, z. B. ein Röhrchen voll Eisenoxyd, hineinhängt, beobachtet man die analogen Resultate, welche sich in einer leicht erklärlichen Weise ein wenig abändern, je nachdem man erst die Magnete erregt und dann einen Strom durch die Spirale leitet, oder umgekehrt.

1220 Schon früher hat W. Weber[1]) durch eine andere Methode, welche sich auch zu messenden Versuchen eignet, vermittelst des Diamagnetometers, die diamagnetische Polarität nachgewiesen.

Wir geben die Beschreibung desselben mit einigen von Weber herrührenden und von Tyndall[2]) beschriebenen Abänderungen.

In einem rechteckigen, an der Wand des Zimmers befestigten Holzkasten, Fig. 293, sind in verticaler Lage zwei Drahtspiralen *HE* und *H'E'* parallel neben einander angebracht. Ihr innerer Durchmesser beträgt etwa 25 mm, ihr äusserer 35 mm, ihre Länge etwa 500 mm. Ihre Axen haben einen Abstand von 90 mm. Sie bestehen aus zwei Schichten von je 230 Windungen. Diese Spiralen sind auf messingene Röhren gewickelt, die oberhalb aus den Spiralen herausragen und ein Querstück *GG'* tragen, an welchem vermittelst mehrerer Coconfäden ein in einer dämpfenden Kupferhülle schwingender Magnet *SN* hängt, dessen Axe sich auf halber Höhe der Spiralen befindet. Die Spiralen liegen in der durch den magnetischen Meridian gelegten Verticalebene, so dass der Magnet ihnen seine Pole zukehrt. Seine Ablenkungen können vermittelst eines an ihm angebrachten Spiegels durch Fernrohr und Scala abgelesen werden.

Dem einen Pole des Magnetes wird von Nord oder Süd her ein Magnetstab in der Richtung der Verlängerung seiner Axe mit seinem gleichnamigen Pole gegenübergelegt und so die Wirkung des Erdmagnetismus zum Theile compensirt, wobei seine Schwingungsdauer sich vergrössert.

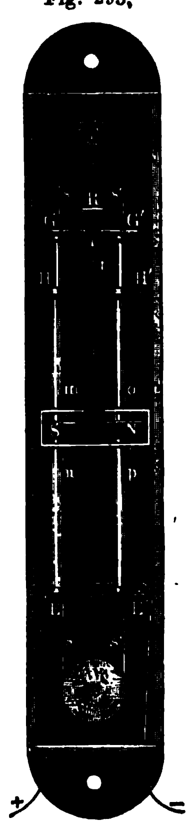
Unterhalb und oberhalb der Spiralen sind Holzrollen *W W* angebracht, deren Durchmesser dem Abstande der Axen der Spiralen gleich ist. Ueber diese Rollen ist eine durch die Axen der Spiralen hindurchgehende Schnur *ss'* gezogen, an welcher in den der Mitte der Spiralen entsprechenden Punkten zwei massive oder hohle Cylinder *nm* und *po* von magnetischen oder diamagnetischen Stoffen befestigt sind. Durch

---

[1]) W. Weber, Elektrodyn. Maassbestimmungen 3, 1852. — [2]) Tyndall, Phil. Trans. 1856, 1, 237. Vergl. auch Christie, Pogg. Ann. 103, 577, 1858.

einen an der unteren Rolle angebrachten Hebel oder durch einen Schlüssel oder einen Schnurlauf, welcher sich bis zu dem am Fernrohre sitzenden Beobachter fortsetzt, kann man sie hin- und herdrehen und dadurch bewirken, dass sich abwechselnd das untere Ende des Cylinders *mn* und das obere Ende des Cylinders *op*, oder das obere Ende von *mn* und das untere von *op* in der Ebene der Pole des zwischen den Spiralen aufgehängten Magnetes befindet. Durch beide Spiralen wird ein Strom in entgegengesetzter Richtung geleitet. Wird durch diesen Strom für sich schon der Magnet abgelenkt, so leitet man den Strom noch durch einen mit Draht überwundenen Multiplicatorrahmen, welchen man dem Magnete so lange in der auf dem Meridian senkrechten Ebene nähert, bis er beim Oeffnen oder Schliessen des Stromes in Ruhe bleibt. Beim Einsenken von Eisenstäbchen in die Spiralen erhält z. B. das in der Spirale *HE* befindliche Stäbchen oberhalb einen Nordpol, das in der Spirale *H'E'* befindliche daselbst einen Südpol. Bei Anwendung diamagnetischer Wismuthstäbe ist die Polarität entgegengesetzt. Bei dem abwechselnden Heben und Senken der beiden Stäbchen werden abwechselnd seine beiden nordpolaren oder südpolaren Enden den Polen des Magnetes gegenübergestellt und derselbe dadurch abgelenkt.

Fig. 293.



Ist der Magnet in Schwingungen, so kann man, falls man den Wechsel der Stellungen der Stäbe vornimmt, wenn er das Ende seines Schwingungsbogens erreicht hat, seine Elongationen vermindern. So wird der Magnet allmählich beruhigt. Fährt man fort, die Stäbe zu heben und zu senken, so vergrössern sich die Schwingungsbogen allmählich und erreichen zuletzt ein Maximum, bei welchem die durch die Wirkung der Stäbe verursachte Vergrösserung der Schwingungsweite gleich ist der Abnahme derselben durch die Dämpfung der Schwingungen vermöge der in der umgebenden Kupferhülle inducirten Ströme.

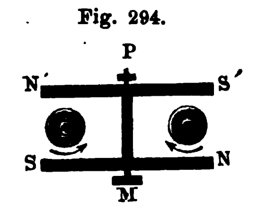
Aus je drei Beobachtungen der Stände der Nadel am Anfange und Ende jeder Schwingung kann man ihre Ruhelage und die Weite jedes Schwingungsbogens berechnen. (Vergleiche die §. 375 beschriebene Multiplicationsmethode.) Bezeichnet λ das logarithmische Decrement der Schwingungen der Nadel, während sie unter dem Einflusse der Dämpfung allein schwingt, ist der grösste Schwingungsbogen bei der allmählichen Beruhigung und nachherigen Vergrösserung der Schwingungen der Nadel gleich w, so ist die Ablenkung p, welche sie erhielte, wenn die Stäb-

chen mit constanter Polarität auf sie wirkten, nach den Formeln des §. 375

$$p = \frac{w}{2}\left(\frac{1 - e^{-\lambda}}{1 + e^{-\lambda}}\right).$$

Für empfindlichere Versuche ersetzt man in dem beschriebenen Apparate den Magnet durch ein astatisches System aus zwei in derselben Horizontalebene mit w liegenden Magneten NS und $N'S'$, Fig. 294, dessen Pole sich neben den Spiralen befinden. An diesem Systeme ist ebenfalls ein Spiegel M und ein ihn äquilibrirendes Gegengewicht P angebracht. Durch eine Schraube können die beiden Magnete des astatischen Systemes einander genähert und von einander entfernt werden.

Fig. 294.



Die Länge der Magnete beträgt für das oben beschriebene Diamagnetometer 140 bis 150 mm, der Abstand ihrer Axen 60 mm.

1221 Bei quantitativen Versuchen mit dem Diamagnetometer ist darauf zu achten, dass die Directionskraft des astatischen Systems, welche es in Folge des Ueberwiegens des Momentes seines einen Magnetes besitzt nicht unverändert bleibt, wenn man durch die Drahtspiralen und den, compensirenden Multiplicatorrahmen einen Strom leitet [1]). Der Strom im letzteren ändert die Directionskraft unmittelbar, der Strom in ersteren dadurch, dass meist die Windungen auf den Spiralen ungleich vertheilt sind, und so z. B. ihre oberen Enden stärker polar sind als ihre unteren. Dadurch wird auf das astatische System bei wechselnder Stromesrichtung eine verschiedene Richtkraft ausgeübt, welche sich zu der des Erdmagnetismus addirt oder von ihr subtrahirt. Man kann aber die gesammte Directionskraft D bestimmen, indem man die Schwingungsdauer T des Systems vor und während des Hindurchleitens von Strömen durch die Spiralen misst. Dann ist $D = const\ T^{-2}$. Um die bei verschieden starken Strömen erhaltenen Werthe vergleichbar zu machen, müssen sie mit T^{-2} multiplicirt werden.

Bei kleineren Ablenkungen des Systems kann man das magnetische Moment der Substanzen den Ablenkungen selbst direct proportional setzen.

1222 Statt der beschriebenen Einrichtung des diamagnetischen Apparates kann man auch nur eine verticale Spirale, Fig. 295, anwenden und gegenüber ihrer Mitte an einigen Coconfäden einen hinten mit einem Gegengewicht g versehenen hufeisenförmigen Magnet so aufhängen, dass seine beiden entgegengesetzt magnetischen Pole auf beiden Seiten der Spirale liegen. Die Stellung desselben kann durch einen an ihm befestigten Spiegel s und eine ihm gegenüber gestellte Scala vermittelst eines Fern-

[1]) Christie, Pogg. Ann. 103, 589, 1858. Arndtsen, ibid. 104, 588, 1858.

rohres bestimmt werden. Der Magnet schwebt in einem Dämpfer aus Kupfer. Durch die Spirale wird ein Strom geleitet. Sollte er den Magnet aus seiner Lage ablenken, so compensirt man diese Wirkung durch einen Multiplicator, wie bei dem oben beschriebenen Apparate. In der Spirale wird ein magnetischer oder diamagnetischer Stab gehoben und gesenkt, so dass bald sein oberes, bald sein unteres Ende in der Ebene des Magnetes liegt.

Fig. 295.



1223 Bringt man in den einen oder anderen der beschriebenen Apparate dünne, magnetische oder diamagnetische Stäbe, z. B. Eisenstäbe oder Wismuthstäbe, so müssen die Hebungen der ersteren unter sonst gleichen Verhältnissen in denjenigen Phasen der Schwingungen des Magnetes stattfinden, in welchen die Senkungen der letzteren erfolgen, und umgekehrt, damit die Schwingungen des Magnetes auf gleiche Art geändert werden. — Die magnetischen und diamagnetischen Körper nehmen also wiederum unter dem Einflusse des Stromes eine entgegengesetzte Polarität an.

Die Spiralen der beschriebenen Apparate sind im Verhältnisse zu der Länge der magnetischen oder diamagnetischen Stäbe so lang, dass bei dem Heben und Senken der letzteren die darauf wirkende elektromagnetische Scheidungskraft sich kaum ändert, und keine Inductionsströme inducirt werden, welche die Magnetnadel ablenken könnten.

Giebt man z. B., wie v. Quintus Icilius[1]), der Spirale des zuletzt beschriebenen Apparates eine Länge von 663 mm, dem darin schwebenden Wismuthstabe eine Länge von 195 mm, so ändert sich bei Hebung und Senkung desselben auf dem von ihm dabei durchlaufenen Raum von 390 mm die magnetische Scheidungskraft nur im Verhältnisse von 1 : 0,99954.

Man kann sich nach v. Quintus Icilius direct überzeugen, dass die Ablenkung der Magnetnadel beim Heben und Senken der Wismuthstäbe nicht von Inductionsströmen herrührt, welche entständen, indem die Stäbe abwechselnd zu Stellen von ungleich starker Scheidungskraft gelangten. In diesem Falle müssten nämlich die Inductionsströme und jene Ablenkung bei weitem (bei den Versuchen von v. Quintus Icilius 4000 mal) grösser sein, wenn man die Richtung des Stromes in der

[1]) v. Quintus Icilius, Pogg. Ann. 96, 81, 1855.

Spirale plötzlich umkehrte. Dabei zeigt sich indess nur eine sehr schwache Wirkung auf die Nadel.

Aendert man ferner die Stellung der Wismuthstäbe nicht bei jeder Schwingung der Nadel, sondern etwa nur bei jeder zwanzigsten Elongation, so würde sich, wenn die Inductionsströme die Ablenkung bewirkten, nur der erste Ausschlag der Nadel ändern; der mittlere Stand der Nadel, welcher sich aus den auf einander folgenden Elongationen nach einmaliger Aenderung der Stellung der Wismuthstäbe berechnet, würde ungeändert bleiben. Dennoch bemerkt man deutlich eine solche Aenderung, die entgegengesetzt ist der, welche durch einen in die Spiralen geschobenen Eisenstab bewirkt wird.

Aendert man ferner die Stromesrichtung, so ändert sich auch die Richtung der Ablenkung des mittleren Standes der Magnetnadel, und zwar ist das jetzt auf dieselbe von den diamagnetischen Wismuthstäben ausgeübte entgegengesetzte Drehungsmoment nahezu das gleiche, wie das frühere. (Bei den Versuchen von v. Quintus Icilius betrugen diese Drehungsmomente z. B. + 2,6 und — 3,0.) Man muss bei der Berechnung desselben indess berücksichtigen, dass mit der Umkehrung des Stromes auch der durch den Compensationsrahmen gehende Stromtheil auf die Nadel einwirkt und, wenn auch nicht immer ihren Stand, so doch ihre Directionskraft und Schwingungsdauer verändert.

Wird endlich an Stelle des Wismuthstabes ein viel besser leitender Kupferstab angewendet, dessen diamagnetische Abstossung zwischen den Polen eines Elektromagnetes viel schwächer, als die des Wismuthstabes ist, so ergiebt sich fast gar keine Wirkung auf die Magnetnadel. Der etwa vorhandene Einfluss ist auch unabhängig von der Richtung des Stromes in der Spirale, ja er tritt sogar zum grossen Theile auch dann auf, wenn gar kein Strom die Spirale durchfliesst. Er ist also nur zum geringeren Theile abhängig von der Induction von Strömen im Kupferstabe durch den Strom in der Spirale und namentlich in dem Compensationsrahmen; zum grösseren durch die Induction durch den Magnet selbst. Diese letztere Induction bemerkt man bei dem schlecht leitenden Wismuth nicht.

1224 Noch deutlicher zeigt sich dies bei den Versuchen von Tyndall[1]) unter Anwendung des Diamagnetometers mit zwei Spiralen und dem astatischen System. Wurden bei Anwendung eines Stromes von 2 bis 4 Grove'schen Elementen Cylinder von Wismuth von 75 mm Länge und 17,5 mm Durchmesser nur einmal gehoben oder gesenkt, so nahm nach jeder Aenderung der Stellung der Cylinder das astatische System constant verschiedene Einstellungen an.

Bei umgekehrter Stromesrichtung kehrt sich die Ablenkung des astatischen Systems um. Aus ihrer Richtung folgt wiederum, dass die

[1]) Tyndall, Phil. Trans. 1856, 1, 243; Phil. Mag. [4] 12 161.

Polarität des Wismuths der der magnetischen Stoffe entgegengesetzt ist. — Dass bei diesen Versuchen die Ablenkungen nicht mit der Stromintensität wuchsen, lag an der gleichzeitig erfolgenden Vermehrung der Directionskraft des astatischen Systems.

1225 Während eine Glasröhre voll Wismuthpulver, welches bis zur Bildung einer Oxydhaut in der Luft erhitzt war, wo also Leitung durch die Masse ausgeschlossen war, sich wie die übrigen diamagnetischen Körper einstellt, geschieht dies kaum bei einem gut leitenden, massiven Kupfercylinder von sehr schwach magnetischem, und ebenso wenig bei oxydirtem Kupferpulver. Ein Cylinder von silbernen Geldstücken, auf welche durch das Anfassen magnetische Theilchen gebracht sind, verhält sich dagegen wie magnetische Körper. Aehnlich verhalten sich einander entgegengesetzt Pulver und Lösungen von magnetischen Eisensalzen und andererseits von diamagnetischen Körpern, wie pulverisirtem Kalkspath, Phosphor, Schwefel, Wachs, Salpeter, Wasser, Schwefelkohlenstoff. Demnach ist der Einfluss von etwaigen Inductionsströmen unerheblich.

1226 W. Weber[1]) hat die entgegengesetzte Polarisirung des Wismuths und Eisens auch noch durch folgenden Versuch selbst bei Gegenwart von Inductionsströmen gezeigt: Auf den kreisförmigen Pol eines Elektromagnetes von 50 mm Durchmesser wird eine Spirale von 300 m Kupferdraht von $^2/_3$ mm Dicke gestellt, und ihre Enden werden mit den Enden des Multiplicatordrahtes eines sehr empfindlichen Spiegelgalvanometers verbunden. Wird in die Spirale ein Eisenstäbchen gesenkt, so wird es durch den Magnet magnetisirt und dadurch in der Spirale ein Strom inducirt, welcher eine Ablenkung der Galvanometernadel zur Folge hat. Wird ein Wismuthstab an Stelle des Eisenstabes in die Spirale eingeschoben, so zeigt sich die entgegengesetzte Ablenkung. — Man könnte bei diesem Versuch vermuthen, dass das Resultat nur durch Inductionsströme bedingt wäre, welche in dem Wismuthstab beim Annähern an den Magnetpol inducirt würden, und neue Inductionsströme in der umgebenden Spirale inducirten. Indess müsste dann wiederum ein Kupferstab an Stelle des Wismuthstabes, welcher sehr viel schwächere magnetische Eigenschaften besitzt als Wismuth, in dem sich aber die Inductionsströme wegen seiner bedeutend besseren Leitfähigkeit in viel grösserer Intensität entwickeln, eine viel stärkere Ablenkung des Magnetspiegels hervorrufen, als der Wismuthstab; und dies ist nicht der Fall.

1227 Ganz ähnliche Versuche hat Faraday[2]) angestellt und dabei die Ablenkung der Nadel seines Galvanometers verstärkt, indem er rhythmisch zu ihren Schwingungen durch einen Hebel die Metallstäbchen abwech-

[1]) W. Weber, Pogg. Ann. **73**, 241, 1848. — [2]) Faraday, Exp. Res. Ser. **23**, §. 2640 u. flgde., 1850.

selnd in die vor den Magnet gebrachte Spirale einsenkte und aus ihr herauszog und die dabei entstehenden, entgegengesetzt gerichteten Inductionsströme durch einen Commutator in gleicher Richtung durch das Galvanometer leitete. Da die Intensität der Ströme, ausser beim Eisen, völlig von der Leitfähigkeit des in die Spirale geschobenen Körpers abhing, so dass ein Kupferstab bedeutende, Kupferfeilicht keine Ablenkungen der Galvanometernadel hervorrief, so glaubte er, die Inductionsströme in der Spirale wären nur secundär durch die Ströme erzeugt, welche direct durch den Magnet in den ihm genäherten magnetischen und diamagnetischen Körpern inducirt werden.

1228 Um diesen Einwänden ganz zu entgehen, hat W. Weber zum Nachweis der Polarität der diamagnetischen Körper vermittelst der Inductionsströme folgende verbesserte Methode angewandt:

Eine Magnetisirungsspirale, von Kupferdraht von 2,3 mm Dicke, welcher in acht Lagen zu je 120 Windungen aufgewunden war, wurde in ostwestlicher Richtung in horizontaler Lage befestigt. Ihre Länge betrug 383 mm, ihr innerer Durchmesser 23,9 mm, ihr äusserer 70 mm. Durch diese Spirale wurde ein Strom von acht Bunsen'schen Elementen geleitet. In der Verlängerung ihrer Axe befand sich eine Bussole, deren Nadel durch ihre Ablenkung die Richtung und Intensität des Stromes angab. In die Spirale war eine zweite von gleicher Länge, die Inductionsspirale, eingeschoben, deren innerer und äusserer Durchmesser bezw. 19 und 23 mm betrugen. Sie bestand aus drei Lagen von je 294 Windungen von 1 mm dickem, mit Seide übersponnenem Kupferdraht und war so gewunden, dass die Richtung der Windungen auf der einen Hälfte ihrer Länge entgegengesetzt war der Windungsrichtung auf der anderen Hälfte, so dass, wenn sich auch die Intensität des Stromes in der Magnetisirungsspirale änderte, die in beiden Hälften der Inductionsspirale erzeugten Inductionsströme sich gegenseitig aufhoben. In diesen beiden Spiralen befand sich ein Wismuthcylinder von 186 mm Länge und 339,3 g Gewicht, welcher durch einen Holzstab mit der Kurbel eines durch ein Schwungrad in Umdrehung versetzten Rades verbunden war. Er wurde bei der Drehung des letzteren auf einer Bahn von nur 58,2 mm in einer Secunde 10,58 mal hin- und hergeschoben. Auf dem Rade befand sich ein Commutator, zu dem die von der Inductionsspirale kommenden Drähte führten, und von welchem andere Drähte zu einem Spiegelgalvanometer geleitet waren. Wird der Wismuthcylinder durch die Drehung des Schwungrades hin- und hergezogen, so entstehen in jeder Windung der beiden Hälften der Spirale entgegengesetzt gerichtete Inductionsströme, da sich bei der diamagnetischen Polarisirung des Cylinders durch den Strom der Magnetisirungsspirale in der einen der Nordpol, in der anderen der Südpol gleichzeitig hin- und herbewegt. Durch die entgegengesetzte Richtung der Windungen beider Hälften addiren sich diese Ströme zu einem gemeinschaftlichen Strom, der zum Galvanometer geführt wird.

Da aber die Richtung der Inductionsströme wechselt, wenn der Wismuthcylinder seine Bewegungsrichtung wechselt, so muss der Commutator auf dem Rade so gestellt sein, dass die Stromrichtung in den zum Galvanometer führenden Drähten umgekehrt wird, während sich der Cylinder in seinen beiden äussersten Lagen befindet. Dann sind alle durch das Galvanometer fliessenden Inductionsströme gleich gerichtet. Ein zweiter Commutator gestattete der Controle halber, auch diese Richtung noch umzukehren. Die Magnetisirungsspirale ist gegen den Wismuthcylinder und seine Verschiebungen so lang, dass die in jeder Lage des letzteren wirkende elektromagnetische Scheidungskraft als constant angesehen werden kann. Wird der zweite Commutator am Ende jeder Schwingung des Magnetes im Galvanometer umgelegt, so erreicht der Magnet in Folge der Dämpfung bald eine constante Elongation. Da die Inductionsströme in grosser Zahl (n) während einer Oscillation auf einander folgen, so wirken sie wie ein constanter Strom unter Anwendung der Multiplicationsmethode. Man kann daher nach den Formeln des §. 375 aus dem Grenzwerth x der Schwingungsweite den constanten Ausschlag p berechnen, welchen der Magnet erhielte, wenn ein Inductionsstrom auf ihn wirkte. — Wird ein Eisenstab an Stelle des Wismuthstabes in die Spirale gebracht, aber wegen seiner starken Wirkung nur jedesmal hin- und hergezogen, wenn der Magnet durch die Ruhelage geht, so kann man die Wirkung der Bewegung des Wismuthstabes auf den Werth reduciren, den sie erhielte, wenn derselbe nur wie der Eisenstab bewegt worden wäre (also der durch ihn erzeugte Inductionsstrom nur den $n$ten Theil der Zeit, und zwar am Anfang der Schwingungen des Magnetes unter dem Einfluss der Dämpfung gewirkt hätte). Man muss hierzu den Grenzwerth x der Ausschläge mit

$$\frac{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}}{1 + e^{-\lambda}} e^{-\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}}$$

multipliciren, wo λ das logarithmische Decrement der Schwingungen des Magnetes ist. So fand Weber die Wirkungen der gleichartigen Bewegungen des Wismuthstabes und eines Eisenstabes von 790,86 mg Gewicht und derselben Länge, wie der Wismuthstab, einander entgegengesetzt. Das Verhältniss der Wirkungen war 1 : 1064,5.

Wären die Inductionswirkungen den Gewichten proportional, so verhielten sich die Intensitäten der durch gleiche Wismuth- und Eisenstäbe inducirten Ströme wie 1 : 456700, welches Verhältniss nach verschiedenen Correctionen sich auf 1 : 1731560 reducirt [1]).

1229 Durch diese Versuche ist unzweifelhaft nachgewiesen, dass das entgegengesetzte Verhalten der magnetischen und diamagnetischen Körper auf einer entgegengesetzten Polarität beruht, welche in ihnen durch die Einwirkung der Magnetpole erzeugt wird.

[1]) Vergleiche W. Weber, Maassbestimmungen 3, 506 u. flgd., 1852.

Nach einer früheren Ansicht sollte die entgegengesetzte Polarität direct in den Molecülen der magnetischen und diamagnetischen Körper zu Stande kommen.

Wir haben schon wiederholt auseinandergesetzt, dass man das Verhalten magnetischer Körper aus der Annahme von Molecularmagneten ableiten kann, welche in denselben präexistiren und durch die Einwirkung magnetisirender Kräfte so gerichtet werden, dass sie ihren Nordpol dem Südpol des wirkenden Magnetes zukehren. An die Stelle jener Molecularmagnete können wir permanente Molecularströme setzen, welche die einzelnen Molecüle in der auf ihrer magnetischen Axe senkrechten Ebene umfliessen. Wollten wir die gleiche Annahme bei diamagnetischen Körpern machen, so würde in denselben niemals durch äussere magnetische Kräfte eine Polarität erzeugt werden können, welche der der magnetischen Körper entgegengesetzt gerichtet wäre. — Vielmehr müssen wir die Hypothese machen, dass die diamagnetische Polarität erst im Moment der magnetischen Einwirkung von aussen in den Molecülen entsteht. Am zweckmässigsten würden wir sie wiederum auf Molecularströme zurückführen. Nun wissen wir aber, dass jedesmal, wenn ein galvanischer Strom in einem Leiter entsteht oder ein von einem Strom durchflossener Leiter einem zweiten Leiter genähert wird, in letzterem ein momentaner Strom inducirt wird, welcher dem Strom im ersten Leiter entgegengerichtet ist. Dieselbe Inductionswirkung kann durch einen Magnet geleistet werden, den wir uns durch seine Molecularströme ersetzt denken. — Können wir mit W. Weber[1]) annehmen, dass bei der Annäherung eines Stromleiters oder eines Magnetes an einen diamagnetischen Körper Ströme inducirt werden, welche um seine einzelnen Molecüle circuliren und den Strömen im Leiter oder Magnet entgegengerichtet sind, so würde im Moment der Annäherung jedes Molecül des diamagnetischen Körpers eine entgegengesetzte Polarität erhalten, wie die des genäherten Magnetes, und eine Abstossung der diamagnetischen Körper durch die Wechselwirkung der Ströme stattfinden. — Um ihre dauernde Polarität zu erklären, müssten wir ferner annehmen, dass die inducirten Molecularströme fortbestehen, so lange die magnetische Einwirkung von aussen dauert. Sie dürfen sich nur in bestimmten, geschlossenen Bahnen um die Molecüle bewegen, in denen sie keinen Widerstand erfahren, während dies in allen anderen Richtungen der Fall wäre, und dürfen aus diesen Bahnen weder für sich durch die äusseren Kräfte abgelenkt werden, noch in Folge derselben sich mit den Molecülen drehen können, da sonst durch diese Drehung wiederum die gewöhnliche, magnetische Polarität hervorgerufen würde.

1230 Während man das Andauern der den Molecülen ferromagnetischer Körper immanenten Molecularströme durch die Annahme einer Rotation

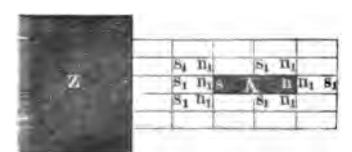
[1]) W. Weber, l. c. S. 545.

derselben mit einer ein für alle Mal auf ihrer Oberfläche fixirten Elektricitätsmenge erklären kann, ist dies bei den diamagnetischen Körpern nicht möglich. Die in ihnen supponirten inducirten Ströme müssten sich wie alle inducirten Ströme in Bahnen bewegen, in denen sie einen Widerstand erleiden, also Wärme erzeugen und dadurch erlöschen. Die oben erwähnte ältere Ansicht ist demnach nicht haltbar.

1231 Dagegen hat E. Becquerel aus dem verschiedenen Verhalten der Körper in verschiedenen Medien eine andere, haltbarere Erklärung der diamagnetischen Polarität abgeleitet. Er nimmt an, alle Körper wären ferromagnetisch, nur in verschiedenem Grade.

In dem Körper A (Fig. 296) werde durch den Magnetpol Z die Polarität in der Richtung ns erregt. Befindet sich A in einem Medium von gleicher magnetischer Beschaffenheit, so werden in allen ihm anliegenden Theilen desselben die Polaritäten im gleichen Sinne erregt. Neben den Pol s legt sich ein entgegengesetzter Pol n_1. Ist das umgebende Medium stärker polarisirbar als A, so ist die Polarität von n_1 stärker als die von s, an der Grenze von s und n findet sich ein Ueberschuss von freiem n-Magnetismus. Ist sn und das umgebende Medium magnetisch, Z ein Nordpol, so überwiegt die Abstossung gegen n_1 über die Anziehung gegen s; das Medium in n_1 wird gegen s gedrückt. Ist sn ein wenig aus der axialen Lage gedreht, so wird es durch diesen Druck in die äquatoriale Lage übergeführt. — Umgekehrt verhält sich ein diamagnetisches Stäbchen in einer schwächer magnetischen Flüssigkeit.

Fig. 296.



Dem entsprechend erscheint im ersteren Falle der Körper A diamagnetisch, im letzteren magnetisch. Das magnetische Moment des Körpers ist gleich dem ihm durch magnetische Polarisirung ertheilten Moment weniger dem in gleicher Weise dem von ihm verdrängten Medium ertheilten magnetischen Moment.

Dadurch wäre die sogenannte diamagnetische, der magnetischen gerade entgegengesetzte Polarität völlig erklärt und der scheinbar bestehende Gegensatz zwischen ferro- und diamagnetischen Körpern aufgehoben [1]).

1232 Nach dieser Ansicht müsste z. B. Wismuth weniger, Eisen stärker magnetisch sein, als der luftleere Raum. Letzterer müsste in der Reihe

[1]) Siehe hierüber Braun, Wied. Ann. 33, 318, 1888; Parker, Phil. Mag. [5] 27, 403, 1888; 30, 124; Beibl. 14, 1011, 1890; Blondlot, Compt. rend. 106, 1347, 1888; Beibl. 12, 707; auch Duhem, Compt. rend. 108, 1642, 1889; Beibl. 13, 901; Mém. des facultés de Lille 1, 1889; Beibl. 14, 400. Die Existenz der diamagnetischen Körper würde gegen den zweiten Hauptsatz verstossen.

der Körper eine bestimmte Stelle einnehmen, die ihm durch besondere magnetische Eigenschaften des dem leeren Raum erfüllenden Aethers angewiesen wäre [1]).

1233 Aus der scheinbar entgegengesetzten Polarität der magnetischen und diamagnetischen Körper in entsprechenden Medien folgt unmittelbar der von Faraday ausgesprochene Satz, dass magnetische Körper sich in einem Magnetfelde von Oertern schwächerer magnetischer Wirkung zu Oertern stärkerer magnetischer Wirkung, und umgekehrt diamagnetische Körper von Oertern stärkerer magnetischer Wirkung zu denen schwächerer Wirkung begeben.

Es werde in einem sehr kleinen magnetischen, der Einwirkung der magnetischen Kräfte ausgesetzten Körper ein Nord- (N) und ein Südpol (S) erregt, deren Abstand δs, deren magnetische Fluida $\pm \mu$ seien. Die Coordinaten beider Pole seien x, y, z und $x + \delta x$, $y + \delta y$, $z + \delta z$. Bezeichnen wir die Potentialfunction der magnetischen Kräfte auf N mit V, die auf S mit V_1, so ist

$$V = f(x, y, z) \quad \ldots \ldots \quad 1)$$

$$V_1 = f(x + \delta x, y + \delta y, z + \delta z) = V + \frac{\partial V}{\partial x}\delta x + \frac{\partial V}{\partial y}\delta y + \frac{\partial V}{\partial z}\delta z.$$

Die Componente der magnetischen Wirkung auf den Körper nach der Richtung der x ist demnach

$$X_1 = \left(-\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V_1}{\partial x}\right)\mu \quad \ldots \ldots \quad 2)$$

Bezeichnen wir die Componenten der auf jede Einheit der magnetischen Masse in N wirkenden Kräfte R mit X, Y, Z, so ist

$$X = \frac{\partial V}{\partial x}, \quad Y = \frac{\partial V}{\partial y}, \quad Z = \frac{\partial V}{\partial z} \quad \ldots \ldots \quad 3)$$

Setzen wir dies in den Werth von V_1 ein, so ergiebt sich aus Gl. 2:

$$X_1 = \mu \frac{\partial(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z)}{\partial x} \quad \ldots \ldots \quad 4)$$

Da die Richtung δs der magnetisirenden Kraft R parallel sein muss, so ist

---

[1]) Nach einer Annahme von v. Feilitzsch (Pogg. Ann. **82**, 90, 1851; **87**, 206, 1852; **92**, 366, 536, 1854, widerlegt von v. Quintus Icilius, (Pogg. Ann. **96**, 81, 1855) sollte das Wesen des Diamagnetismus darin zu finden sein, dass z. B. in einem diamagnetischen Stab von Wismuth die magnetische Polarisirung der einzelnen Molecüle unter Einfluss eines Magnetes oder beim Einschieben in eine vom Strom durchflossene Spirale gerade in derselben Weise vor sich ginge, wie in den magnetischen Körpern, z. B. Eisen; nur sollte in jenem das magnetische Moment gegen die Enden des Stabes hin zunehmen, während es im Eisen abnimmt.

Eine weitere sehr complicirte Hypothese, welche indess mit der Erfahrung nicht überall übereinstimmt und die entgegengesetzte Polarität der magnetischen und diamagnetischen Körper nicht erklärt, siehe A. de la Rive, Traité d'Électricité **1**, 570, Paris 1854; Arch. des sciences phys. et nat. **25**, 105, 1854.

$$X \delta x + Y \delta y + Z \delta z = R \delta s,$$

also

$$X_1 = \mu \delta s \frac{\partial R}{\partial x} \quad \dots \dots \dots \quad 5)$$

Ebenso ist

$$Y_1 = \mu \delta s \frac{\partial R}{\partial y}, \quad Z_1 = \mu \delta s \frac{\partial R}{\partial z}.$$

Der kleine magnetisirte Körper bewegt sich also nach den verschiedenen Richtungen mit Geschwindigkeiten fort, die den Differentialquotienten $\partial R/\partial x$, $\partial R/\partial y$, $\partial R/\delta z$, d. h. der Zunahme der magnetischen Kraft R in jenen Richtungen entsprechen, und begiebt sich so von Oertern schwächerer magnetischer Einflüsse zu denen stärkerer. Da bei diamagnetischen Körpern die nach aussen erscheinende Polarität die entgegengesetzte ist, wie bei magnetischen, so gilt für die Bewegung derselben die obige Entwickelung gleichfalls, nur sind die Formeln mit dem entgegengesetzten Vorzeichen zu versehen. Dann bewegt sich also der diamagnetische Körper in den Richtungen, in welchen die magnetische Kraft abnimmt, und mit Geschwindigkeiten, die dieser Abnahme proportional sind [1]).

Am schnellsten bewegt sich der magnetische oder diamagnetische Körper zu den Oertern stärkeren oder schwächeren magnetischen Einflusses in den Richtungen, in denen die magnetische Kraft sich am schnellsten ändert, also in den Linien, welche auf den Flächen gleichen magnetischen Potentials senkrecht stehen, den Magnetkraftlinien.

Man hat also nur nöthig, in jedem gegebenen Falle, wenn ein Körper in das Magnetfeld gebracht wird und sich magnetisch oder diamagnetisch polarisirt, die Resultanten der Wirkungen der Magnetpole auf seine polaren Enden zu berechnen, um so seine Bewegung zu bestimmen.

II. Abhängigkeit von der magnetisirenden Kraft.

Die Abhängigkeit der diamagnetischen Abstossung von der Grösse der auf die Körper wirkenden magnetischen Kraft ist von E. Becquerel nach der §. 1214 beschriebenen Methode bestimmt 1234

[1]) Van Rees, Pogg. Ann. 90, 434, 1853; vergl. auch Sir W. Thomson, Phil. Mag. [3] 37, 241, 1850; [4] 9, 246, 1855; Pogg. Ann. 82, 245. Da man die Wechselwirkung der Theilchen der diamagnetischen Körper vernachlässigen kann, so ist die Berechnung ihrer Momente unter Einfluss verschiedenartiger magnetisirender Kräfte leichter durchzuführen, als die der magnetischen Körper. So berechnet u. A. Boltzmann (Wien. Ber. 80 [2], 25. Oct. 1879; Beibl. 4, 804) die Wirkung einer cylindrischen Spirale auf einen conaxialen diamagnetischen Cylinder; dann das Drehungsmoment, welches der Stab erleidet, wenn er um eine gegen die Spiralaxe senkrechte und dieselbe halbirende Axe um einen bestimmten Winkel gedreht ist, ebenso wenn der Cylinder zwischen zwei conaxialen, unendlich langen Spiralen liegt, sowie die Abstossung einer Kugel, deren Centrum in der Axe der Spirale liegt.

worden. Die Intensität des den Magnet erregenden Stromes wurde an einer Sinusbussole abgelesen. Der Torsionswinkel T, durch welchen bei verschiedenen Intensitäten I Wachs- und Wismuthstäbchen in ihre Gleichgewichtslage zurückgeführt wurden, war u. A. (die Werthe T sind die Mittel aus zwei bei entgegengesetzter Magnetisirung des Magnetes angestellten Beobachtungen):

Stab von weichem Wachs, 35 mm lang, 5 mm dick			Wismuthstab in Wasser, 25 mm lang, 1,933 g schwer		
$100\,I$	T	$c\,T/I^2$	$100\,I$	T	T/I^2
18,22	— 3°,42	— 1,029	11,23	— 3,20	— 2,536
34,47	— 12,18	— 1,025	39,37	— 40,00	— 2,580
52,99	— 28,25	— 1,012	65,76	— 110,45	— 2,544

Die negativen Vorzeichen bezeichnen die Abstossung. Viele andere Versuche ergaben analoge Resultate. Wurde auf das eine Ende des Wachsstäbchens ein kleines Stückchen Eisen von kaum $^1/_{10}$ mg Gewicht geklebt, so wurde es von den Magnetpolen angezogen. Wurde es dann über die Gleichgewichtslage hinaus von den Magnetpolen entfernt, so erhielt man folgende Werthe der Torsion T:

I	T	T_b	$T - T_b$	$(T - T_b)/I^2$
19,11	19,75	— 3,73	+ 23,48	+ 6,43
35,24	72,42	— 13,89	+ 86,31	+ 6,35
50,33	134,90	— 25,90	+ 160,80	+ 6,35

Die Werthe T_b geben die Torsionswinkel an, welche erforderlich sind, um das Wachsstäbchen allein in der Gleichgewichtslage zu erhalten; die Werthe $T - T_b$ entsprechen mithin der Anziehung des Eisens für sich durch den Magnet. Aus allen diesen Versuchen ist ersichtlich, dass, sobald noch nicht der Sättigungspunkt des Eisens erreicht ist, die magnetische Anziehung desselben, ebenso wie die diamagnetische Abstossung dem gleichen Gesetze folgen. Beide sind dem Quadrat der auf die Körper einwirkenden magnetisirenden Kraft proportional.

Die Grösse des magnetischen Momentes, welches durch die äusseren Kräfte in den diamagnetischen, wie in den magnetischen Körpern erzeugt wird, ist also innerhalb gewisser Grenzen der magnetisirenden Kraft proportional [1]).

1235 Dasselbe Resultat ergiebt eine Beobachtungsreihe von Tyndall [2]). Zwischen die beiden Pole zweier geradliniger Elektromagnete a und b

---

1) E. Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **32**, p. 72, 1851. — 2) Tyndall, Phil. Mag. [4] **2**, p. 165; Pogg. Ann. **83**, p. 384, 1851.

würde in einem Kasten (Fig. 297) an einem an dem Kopf einer Torsionswage befestigten Silberfaden ein leichter Hebelarm *cd* aufgehängt, welcher an seinen Enden löffelartige Vertiefungen hatte. In letztere wurden Kugeln von diamagnetischen Körpern, z. B. von Kalkspath u. s. f., in verschiedenen Lagen eingelegt. Unter dem Hebelarm war eine Kreistheilung auf dem Boden des Kastens angebracht, an welcher die Drehung des Hebels vermittelst eines an seinem Ende befestigten Glasfadens abgelesen wurde. Wurden die Magnete durch verschieden starke Ströme magnetisirt, so wurden die Kugeln von den Polen abgestossen, konnten indess durch Torsion des Silberdrahtes wieder in die frühere Entfernung (2 mm) von ihnen gebracht werden. Bezeichnet man die Intensität der Ströme mit I, den zur Einstellung der diamagnetischen Kugeln bei den beschriebenen Versuchen erforderlichen Torsionswinkel mit T, so muss hiernach $\sqrt{T} = const\, I$ sein.

Fig. 297.



Es ergab sich u. A.:

Wismuthkugeln (8 mm Durchm.)			Schwefelkugeln (13 mm Durchm.)		
I	$\sqrt{T}$	$11{,}7\ I$	I	$\sqrt{T}$	$6{,}7\ I$
0,176	2,23	2,06	0,364	2,45	2,44
0,577	6,50	6,74	0,595	3,87	3,98
0,839	10,00	9,81	0,880	5,90	5,89
1,192	13,96	13,95	1,376	9,42	9,22

Die Schwefelkugeln enthielten geringe Mengen Eisen; dennoch überwog die diamagnetische Abstossung, und das ausgesprochene Gesetz bewährte sich. — Dasselbe Resultat ergaben Kugeln von eisenfreiem Kalkspath von 9,2 und 10,8 mm Durchmesser.

1236 Bei anderen Versuchen bestimmte Tyndall[1]) die Schwingungsdauern von Wismuthstäbchen, welche zwischen den Polen eines Elektromagnetes aufgehängt waren, und von denen sich das eine in der äquatorialen Lage einstellte, das andere aus einer krystallinischen Masse geschnitten war, so dass die Spaltungsrichtung auf seiner Längsaxe senkrecht stand und sich mit letzterer axial einstellte (s. Diamagnetismus der Krystalle). Ebenso wurde die Schwingungsdauer eines Stäbchens von Eisenvitriol bestimmt, welches sich axial stellte, und von Spatheisensteinpulver, welches in der zu seiner Längsaxe normalen Richtung

[1]) Tyndall, Phil. Trans. 1855, p. 16.

comprimirt war und sich daher mit der Längsaxe äquatorial einstellte. Diese Schwingungsdauern wurden mit denen der Wismuthstäbchen und der eines Eisenstäbchens verglichen, welches in der auf der Verbindungslinie der Pole senkrechten Horizontallinie in einiger Entfernung von dem Magnet aufgehängt war. Die Intensität I des den Magnet erregenden Stromes wurde durch eine Tangentenbussole bestimmt.

Während sich die Intensität im Verhältniss von 68 : 411 änderte, nahmen die durch die Schwingungsdauern der Stäbchen gemessenen Abstossungen und Anziehungen derselben nach dem gleichen Gesetze zu; sie waren nicht ganz dem Quadrat der magnetisirenden Ströme proportional, sondern näherten sich alle in gleicher Weise einem Maximum, da der Magnetismus des Magnetes einem solchen nahe kam, aber in dem entfernteren Eisenstäbchen ebensowenig, wie in den diamagnetischen Wismuthstäbchen selbst schon eine Sättigung eintrat.

Aehnliche Resultate hat auch Joule [1]) erhalten.

1237 Dasselbe Gesetz bestätigen einige Versuchsreihen von Reich [2]). An dem einen Ende des Armes einer Drehwage wurde eine 484,1 g schwere Wismuthkugel befestigt, und vor dieselbe ein geradliniger, 32 mm dicker und 440 mm langer Elektromagnet gelegt, der in der Mitte mit einer Drahtspirale umgeben war, durch welche ein Strom geleitet wurde, dessen Intensität i an einer Sinus- und Tangentenbussole gemessen wurde. Die durch die Spiegelablesung bestimmte Drehung d des Hebelarmes der Drehwage in Folge der Abstossung der Wismuthkugel vom Magnet ergab sich z. B. bei einer Versuchsreihe bei verschiedenen Stromintensitäten:

d	$const\ i$ (Mittel)	$const\ i^2$
1	1	1
2,6636	1,7298	2,9820
4,4700	2,2335	4,9887
6,4550	2,6647	7,1506

Die Abstossung nimmt also in etwas schwächerem Verhältniss zu, als die Quadrate der Stromintensitäten, was wohl schon daraus erklärlich ist, dass bei der Drehung des Hebelarmes die Wismuthkugel sich weiter von den Magnetpolen entfernt. Die diamagnetische Polarität des Wismuths würde mithin der auf sie wirkenden Magnetkraft direct proportional sein.

1238 Dasselbe Gesetz ergiebt sich auch, wenn die Intensität der auf die diamagnetischen und magnetischen Körper wirkenden magnetisirenden

[1]) Joule, Phil. Mag. [4] 3, 32, 1852. — [2]) Reich, Pogg. Ann. 97, 283, 1856.

Kraft durch Entfernung der Magnetpole von ihnen geändert wird. Dies zeigt sich bei einigen ferneren Versuchen von Reich[1]), bei denen er der an dem Hebelarm der Drehwage befestigten Wismuthkugel verschiedene (32) Magnetstäbe einzeln und neben einander liegend näherte. Das magnetische Moment m der Stäbe war durch ihre Einwirkung auf eine Compassnadel geprüft worden. Durch die diamagnetische Abstossung wird die Entfernung der Kugel von den Magneten vermehrt. Wenn man annehmen kann, dass sowohl die in den Wismuthkugeln indirect erzeugte diamagnetische Polarität, als auch die bei gleichbleibender Polarität auf dieselben ausgeübte Abstossung mit dem Quadrate der Entfernung von den Magnetpolen abnimmt, so müssen sich die durch die Spiegelablesung bestimmten Drehungen d des Hebels der Drehwage wie die vierten Potenzen jener Entfernungen und wie die Quadrate der Momente m verhalten. Dies zeigt auch folgende Tabelle:

m	d	$km^2/(const + d)^4$
1	1	1
1,4442	2,1772	2,0347
2,0378	3,9016	3,9080
2,6148	6,0866	6,1504

1239 Auch Matteucci[2]) beobachtete vermittelst einer Torsionswage, deren Hebel an einem Ende einen kleinen Wismuthwürfel oder eine aus Wismuthpulver und Harz bestehende Kugel trug, die vor einer aus zwei Windungsreihen bestehenden Spirale hing, dass die Abstossung der Körper durch die Spirale viermal so gross war, wenn derselbe Strom durch beide Windungsreihen ging, als durch eine.

---

[1]) Reich, l. c. Aeltere Versuche desselben, Pogg. Ann. 73, 60. 1848, hatten kein einfaches Gesetz ergeben.

[2]) Matteucci, Ann. de Chim. et de Phys. 56, 193 u. 207, 1859. Bei einem anderen Versuche stellte Matteucci vor dem Ende einer mit einem Eisenkerne mit breiter Polfläche versehenen horizontalen Drahtspirale zwei, ihren Windungen parallele und gleich grosse Drahtkreise von einer und zwei Windungen in solchen Entfernungen auf, dass die beim Oeffnen und Schliessen des Stromes der Spirale in beiden Drahtkreisen inducirten Ströme sich aufhoben, als dieselben im entgegengesetzten Sinne mit einander und mit einem Galvanometer verbunden waren. Dann verhielt sich die elektromotorische Kraft der Induction durch den Magnet in beiden Entfernungen wie 2 : 1. Wurden an dieselben Stellen zwei an den Hebelarmen zweier Drehwagen befestigte Wismuthscheibchen gebracht, und wurde dann der Strom durch die Spirale des Elektromagnetes geleitet, so verhielten sich die Torsionen, welche die abgestossenen Scheibchen an jene Stellen zurückführten, ebenfalls wie 2 : 1. Dieses Resultat ist jedenfalls nicht richtig, denn da die magnetische Wirkung an jenen Stellen sich wie 1 : 2 verhält, so müsste dies auch in Betreff der Polarität der Wismuthscheiben gelten, das Verhältniss ihrer Abstossungen bei ihrer ungleichen Entfernung vom Magnetpol also grösser sein. Vermuthlich war dieses Resultat durch die ungleiche Vertheilung des Magnetismus auf der grossen Polfläche des Eisenstabes bedingt.

1240 Endlich hat auch Christie[1]) durch Versuche an einem Diamagnetometer mit astatischem System nachgewiesen, dass das in Wismuthstäben erzeugte diamagnetische Moment der Intensität des durch die Spiralen des Apparates geleiteten Stromes proportional ist. Er verfuhr dabei, wie Tyndall (§. 1224), und setzte das diamagnetische Moment K des Wismuths proportional den Ablenkungen des astatischen Systems, welche jedesmal mit dem umgekehrten Quadrat der Schwingungsdauer desselben multiplicirt wurden (vergl. §. 1221). So ergab sich bei Anwendung verschiedener Stromintensitäten:

Grove'sche Elemente	I	I/K
1	16,77031	10646,76
2	26,08649	11090,42
3	34,05932	11376,75
4	46,57311	10729,93

Nach derselben Methode hat Arndtsen[2]) das magnetische Moment von Glasröhren untersucht, welche mit Lösung von Eisenvitriol und Eisenchlorid gefüllt waren und bei einer Steigerung der Intensität des die Spiralen durchlaufenden Stromes im Verhältniss von bezw. 1 : 4 oder 1 : 17 keine Abweichung von der Proportionalität des magnetischen Momentes jener Körper mit der auf sie wirkenden magnetisirenden Kraft beobachtet.

Bei Scheidekräften, welche im absoluten Verhältniss von 24,2 bis 100 wuchsen, haben Töpler und v. Ettingshausen (s. w. u.) ebenfalls eine vollständige Proportionalität des diamagnetischen Momentes des Wismuths mit der Scheidekraft nachgewiesen[3]).

1241 Bei bedeutenden magnetisirenden Kräften sollte sich indess nach einigen Versuchen die magnetische Anziehung und diamagnetische Abstossung bei allen Körpern, wie beim Eisen, schneller oder langsamer einem Maximum nähern.

Als z. B. E. Becquerel das magnetische Verhalten eines Glasstabes erst in der Luft und sodann in einer Lösung von schwefelsaurem Nickeloxydul vom specif. Gew. 1,0827 vermittelst seines §. 1214 beschriebenen Apparates unter Anwendung verschiedener Intensitäten I der den Magnet erregenden Ströme untersuchte, fand er die betreffenden Anziehungen R_l und R_u:

---

[1]) Christie, Pogg. Ann. 103, 589, 1858. — [2]) Arndtsen, Pogg. Ann. 104, 600, 1858. — [3]) Dasselbe haben auch Gerosa u. Finzi durch eine complicirtere Methode an zwei Eisenchloridlösungen nachgewiesen. Rend. della R. Acc. dei Lincei 6 [1], 494, 1890; Beibl. 14, 920.

$10\,I$	R_l	R_n	$R_l - R_n$	$(R_l - R_n)/I^2$
2,179	— 3	— 5,45	+ 2,45	0,516
3,990	— 10,1	— 19,00	+ 8,90	0,559
5,614	— 20,15	— 36,45	+ 16,30	0,517
6,719	— 29	— 51,60	+ 22,60	0,501

Setzen wir den Werth R_l der diamagnetischen Abstossung des Glasstabes in der Luft derselben Abstossung im luftleeren Raume gleich, so ist der Werth $R_l - R_n$ gleich der Anziehung des vom Glasstabe verdrängten Volumens der Lösung. Die Anziehung der letzteren nimmt also etwas langsamer zu, als das Quadrat der magnetisirenden Ströme, wobei freilich immer noch möglich wäre, dass auch der Magnetismus des Magnetes sich schon ein wenig seinem Maximum genähert hätte.

Bei anderen, stärker magnetischen Substanzen, z. B. Lösung von Eisenchlorür, Wachsstäbchen, in welche (eisenhaltiger) Platinschwamm eingeknetet war, eisenhaltigen Stäbchen von Kohle oder unreinem Zink, hat E. Becquerel im Gegentheil beobachtet, dass das Verhältniss ihrer Anziehungen durch den Magnet bis zu einer Grenze schneller wächst, als das Quadrat der magnetisirenden Kraft. Dies konnte einmal davon herrühren, dass die Körper auf die Vertheilung des Magnetismus in den Magnetpolen einwirkten, sodann aber namentlich davon, dass bei stärkeren magnetisirenden Kräften die getrennten magnetischen Molecüle der Körper wechselseitig auf einander in einem schnell zunehmenden Verhältniss magnetisirend wirkten, und so das magnetische Moment der Körper schneller zunahm, als die magnetisirende Kraft selbst.

Beim Wismuth hat E. Becquerel die Annäherung an das Maximum nicht nachweisen können [1]).

Nach einer Reihe von Beobachtungen von Schuhmeister [2]) mittelst der Torsionsmethode scheint sich für die diamagnetischen Substanzen ein Maximum der diamagnetischen Wirkung herauszustellen. Bei verschiedenen magnetisirenden Kräften K war die Magnetisirungsfunction $\varkappa$ in Gauss-Weber'schen Einheiten: 1242

[1]) Letzteres glaubt indess Plücker (Pogg. Ann. 91, 1, 1854) gezeigt zu haben, indem er mittelst einer Wage von den abgerundeten Polflächen der Halbanker eines starken Elektromagnetes kugelförmige Gefässe von Glas abriss, welche mit flüssigen oder gasförmigen oder auch festen, meist mit Schweinefett verriebenen Substanzen gefüllt waren. Da indess die Stärke des Elektromagnetes bezw. Magnetfeldes nicht direct gemessen, sondern nur aus der Anordnung der erregenden Elemente zur Säule geschätzt wurde, sind die Versuche sehr unsicher. — [2]) Schuhmeister, Wien. Anz. 1881, S. 15; Beibl. 6, 38.

K =	615	1308	2527
Wasser . . . . $10^6 x$ =	— 0,553	0,453	0,436
Alkohol	— 0,451	0,416	0,376
Schwefelkohlenstoff . . .	— 0,462	0,392	0,368
Aether	— 0,397	0,290	—
Sauerstoff	+ 0,046	0,059	0,122
Sauerstoff (ozonhaltig) .	+ 0,103	0,181	—
Stickoxyd	+ 0,0278	0,0377	0,0496

Die negativen Zeichen bedeuten die diamagnetische Abstossung, die positiven die magnetische Anziehung. Bei Eisenchloridlösung vom specifischen Gewichte 1,40 konnte dagegen Schuhmeister[1]) weder nach der Schwingungs- noch nach der Torsionsmethode ein Maximum von x finden, obgleich die magnetisirenden Kräfte von 280 bis 2500 absoluten Einheiten variirten.

Bei der sehr geringen Grösse der diamagnetischen Kräfte dürfte auch hier der Nachweis der Aenderung von x mit der magnetisirenden Kraft zweifelhaft sein.

1243 Silow[2]) hat schon bei relativ sehr schwachen Kräften eine Annäherung des Magnetismus der schwach magnetischen Körper an ein Maximum nachzuweisen gesucht.

In einer oben und unten mit einer Oeffnung versehenen Glaskugel von 158,8 mm Durchmesser hängt an einem dünnen, 65 mm langen Glasstab ein horizontaler, 30 mm langer, 5 mm dicker, mit Paraffin lackirter Magnetstab N. Oben am Glasstab sind zwei einander parallele und entgegengerichtete, 80 mm lange und 10 mm dicke, verticale Magnetstäbe befestigt. Das ganze System ist mit einem Spiegel versehen, an einem Coconfaden aufgehängt und wird in Schwingungen versetzt, während der Magnet N in der Luft oder in Flüssigkeit schwebt. Zur Füllung mit letzterer ist die untere Oeffnung der Kugel durch einen Kautschukschlauch mit einem Gefäss voll der betreffenden Flüssigkeit verbunden. Die Glaskugel ist mit acht gleich dicken Abtheilungen von je 84 Drahtwindungen umgeben, so dass auf gleich dicke Theile der Kugel gleiche Zahlen von Windungen kommen. Dann ist die magnetisirende Kraft in der Kugel überall die gleiche $^{8}/_{3}\pi n i$, wo $n = 4{,}232$ die auf der Dickeneinheit der Rolle befindliche Windungszahl, i die Stromintensität ist.

Zuerst wurde die Kugel so gestellt, dass ihre Windungen in den magnetischen Meridian fielen, und durch einen unter der Kugel befindlichen Magnet der horizontale Magnet in der Kugel nahezu senkrecht gegen den Meridian gerichtet. Dann wurde der Strom durch die Kugelrolle und ein abgezweigter Theil desselben durch eine Widerstandsscala

[1]) Schuhmeister, l. c. — [2]) Silow, Bullet. de Moscou 53, 398; Beibl. 3, 810, 1879.

und eine vor dem oberen Magneten so aufgestellte Compensationsrolle geleitet, dass die Ablenkung d des Magnetsystemes möglichst klein war. Darauf wurde die Flüssigkeit in die Kugel übergeführt und wieder die Ablenkung f des Systems beobachtet. Endlich wurde die Kugel entleert und mittelst einer Abzweigung ein kleiner Theil des Stromes durch die Kugelrolle und Compensationsrolle geleitet, so dass die Wirkungen sich addirten. Aus der erhaltenen Ablenkung wird die Ablenkung s berechnet, welche der ganze Strom dem Magnetsystem ertheilen würde.

Sind die Drehungsmomente durch die Kugelrolle, die von ihr magnetisirte Flüssigkeit und die Compensationsrolle in Bezug auf das Magnetsystem K, ΔK und K_c, so ist, wenn A eine Constante ist:

$$1)\ K - K_c = A d;$$
$$2)\ K + \Delta K - K_c = A f;$$
$$3)\ K + K_c = A s.$$

Aus den drei Gleichungen lässt sich $\Delta K / K$ berechnen. Die Stromstärke in der Kugelrolle wurde durch eine Weber'sche Tangentenbussole bestimmt und danach die magnetisirende Kraft F der Kugelrolle, bezogen auf die horizontale Componente des Erdmagnetismus als Einheit, berechnet und in elektromagnetischem Maasse gemessen. So fand sich z. B. für Eisenchloridlösung:

F	$10^6 \varkappa$	$10^7 F \varkappa$	F	$10^6 \varkappa$	$10^7 F \varkappa$
0,457	34	159	2,35	157	3690
0,597	53	316	2,57	153	3932
0,822	62	510	2,89	138	3988
1,12	122	1366	3,24	130	4211
1,34	130	1742	3,37	119	4010
1,48	148	2191	4,36	105	4578
1,95	153	2983	4,48	97	5316
2,08	173	3598	6,64	72	4781
2,15	179	3849			

Hiernach schliesst Silow, dass mit wachsender Scheidungskraft die Magnetisirungsfunction der Eisenchloridlösung erst wächst, dann wieder abnimmt, ähnlich wie beim Eisen selbst.

1244 Bei anderen Versuchen[1]) wurde eine auf eine 700 mm lange, 26,4 mm weite Glasröhre aufgewundene Spirale horizontal, eine gleiche auf eine Holzröhre aufgewundene vertical in solcher Lage aufgestellt, so dass sie nicht gegenseitig auf einander inducirend einwirkten. Zwei kurze, auf die Mitte jener Spiralen geschobene, hinter einander in den Kreis eines Galvanometers eingeschaltete Rollen von je 30000 Windungen waren so angebracht, dass sich die Inductionsströme in ihnen beim Oeffnen des die

[1]) Silow, Wied. Ann. 11, 324, 1881.

ersteren Spiralen durchfliessenden Stromes gerade aufhoben. Dann wurde die Glasröhre mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt und die Ablenkung des Galvanometers bestimmt. Die Oeffnung und Schliessung geschah durch einen rotirenden Commutator, welcher zugleich die Inductionsströme nur in einer Richtung zu dem Galvanometer führte. Sind die Ablenkungen der Galvanometernadel bei voller und leerer Röhre φ und φ', so ist der Magnetisirungscoëfficient der Flüssigkeit

$$\varkappa = const\,(\varphi' - \varphi)\; W/4\,\pi\, F\, v\, N\, S,$$

wo F die Scheidungskraft, W der Widerstand des inducirten Stromkreises, v die Zahl der Schliessungen in der Secunde, S der Querschnitt des flüssigen Cylinders, N die Windungszahl der Inductionsrolle ist. Dabei ergab sich wiederum, dass der Magnetisirungscoëfficient einer Eisenchloridlösung erst mit wachsender Scheidungskraft bis zu einem Maximum wuchs, dann schneller und zuletzt langsamer abnahm. So war:

F	$10^6\,\varkappa$	$10^7\,F\varkappa$	F	$10^6\,\varkappa$	$10^7\,F\varkappa$
1,15	96	1104	2,45	104	2548
1,35	104	1404	3,73	70	2611
1,60	131	2096	5,33	69	3677
1,70	131	2227	5,35	68	3638
1,81	142	2698	6,54	65	4251
1,90	141	2679	7,00	62	4340
1,96	131	2568	10,00	60	6000
2,13	111	2310	12,60	55	6931
2,40	99	2376			

wo für F als Einheit die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus genommen ist.

Indess ist zu beachten, dass äusserst kleine magnetisirende Kräfte angewandt worden sind, bei denen jegliche äussere Störung vom grössten Einfluss ist, und auch in Folge dessen die Werthe $F\varkappa$, und dass die Momente der Lösung selbst bei den verschiedenen magnetisirenden Kräften sehr unregelmässig verlaufen.

1245 Mittelst der §. 1266 näher zu beschreibenden Methode habe ich[1]) kein Maximum der Magnetisirungsfunction bei Eisenchloridlösung nachweisen können, obgleich die magnetisirenden, viel stärkeren Kräfte, als sie Silow anwandte, im Verhältniss von 41,4 bis 205,5 variirten.

Bezeichnet t die Torsion der verwendeten Drehwage, $\varkappa t/m^2$ das relative Moment der Lösung bei verschiedenen magnetisirenden Kräften m, so war z. B.:

[1]) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 126, 8, 1865.

m	t	$10^2 x$	m	t	$10^2 x$
41,1	15	8751	208,5	375,8	8564
78,8	53,3	8583	181	280,7	8568
116	115,2	8586	148,8	191	8621
150,3	193	8545	114,8	114,7	8704
181,8	283	8561	78,6	53,7	8691

Auch Eaton[1]) ist dies mit demselben Apparat an Eisenchloridlösungen vom specifischen Gewichte I 1,1347, II 1,205 bei sehr bedeutender Aenderung der magnetisirenden Kräfte nicht gelungen. Die Flüssigkeiten (5,514 ccm bezw. 5,786 ccm) befanden sich dabei in einem flachen Glaskolben dicht vor dem Pol eines geraden horizontalen Elektromagnetes, welcher durch n grosse Bunsen'sche Elemente erregt wurde. Dabei ergaben sich folgende relative Werthe:

I.

n	m	t	$10^6 x$	n	m	t	$10^6 x$
1	89,3	6,2	777,3	4	318,1	75,9	749,8
2	171,7	22,2	753,0	5	384,4	111,5	764,7
3	248,2	45,9	744,7	6	440,5	145,9	751,8

II.

n	m	t	$10^6 x$	n	m	t	$10^6 x$
1	90,3	10,0	1226	5	365,3	160,9	1205
2	175,6	37,6	1219	6	433,7	226,0	1201
3	251,4	76,1	1204	7	490,6	298,0	1238
4	294,9	105,3	1211				

Bei Anwendung eines von 0,1 mm dicken harten Neusilberdrahtes zur Aufhängung für die Torsionswage, wobei ein mit Wasser gefüllter Kolben Ablenkungen bis zu 300 Scalentheilen an einer 2240 mm von der Drehwage entfernten Scala ergab, fand Eaton ebenfalls kein Maximum. Es war z. B., wenn t der Ausschlag für den gefüllten, t_1 für den leeren Kolben, ϑ für die denselben erfüllende Flüssigkeit und $k' = \vartheta / m^2$ ist:

1) H. W. Eaton, Wied. Ann. 15, 225, 1882.

	Vol. in ccm	t	t_1	ϑ	m	$10^6 k'$
Wasser I	5,80	— 39	+ 4 (?)	— 43	191	— 1180
		— 148	+ 4	— 152	356	— 1200
		— 301	+ 2,5	— 304	490	— 1260
Wasser II.	15,26	— 60,6	+ 10,6	— 71,2	189,1	— 2038
		— 203,6	+ 35,0	— 238,6	339,6	— 2069
		— 387,0	+ 74,0	— 461,0	462,0	— 2155
Alkohol	15,10	— 27,2	+ 7,5	— 34,7	169,3	— 1210
		— 103,6	+ 29,0	— 132,6	309,7	— 1379
		— 200,6	+ 65,6	— 265,0	434,4	— 1408
Aether	15,10	— 36,4	+ 9,0	— 45,4	178,6	— 1423
		— 127,2	+ 31,5	— 158,7	325,3	— 1500
		— 220,0	+ 65,0	— 285,0	433,5	— 1516
Schwefelkohlenstoff	15,17	— 48,0	+ 8,5	— 56,5	174,5	— 1855
		— 148,5	+ 28,3	— 176,8	304,3	— 1910
		— 292,3	+ 64,5	— 356,8	425,7	— 1969

1246 Nach einer der von Quincke (§. 813) ähnlichen Methode findet H. du Bois[1]) bei Feldstärken bis zu 10000 C.-G.-S.-Einheiten die Diamagnetisirungsconstante einfacher Flüssigkeiten, z. B. Wasser, Lösungen von $MnCl_2$, $FeCl_3$, $NiCl_2$, $CeCl_3$, $CuCl_2$, Ferrocyankalium und der Gase constant.

Mit wachsender Temperatur änderte sich die Magnetisirungsconstante von Wasser um — 0,0025.

1247 Auch als v. Ettingshausen[2]) die Kraft bestimmte, mit welcher ein 10,24 cm langes, 0,714 cm dickes, mit saurer Eisenchloridlösung gefülltes Glasröhrchen, dessen Axe mit der einer horizontal liegenden Drahtspirale zusammenfiel, beim Durchleiten des Stromes in letztere hineingezogen wurde, blieb die Magnetisirungsconstante bei Anwendung von zwei bis sechs Bunsen'schen Elementen, wobei die auf das Röhrchen wirkende Kraft von 27,9 bis 77,0 stieg, unverändert (sie schwankte nur unregelmässig von $56,4$ bis $56,9 . 10^{-6}$). Bei Anwendung nur eines Elementes war sie etwas grösser ($59,1 . 10^{-6}$), indess war dabei die Beobachtung unsicher[3]).

Hiernach dürfte für Kräfte, wie sie zu quantitativen Bestimmungen angewandt werden, das Moment der schwach magnetischen und diamagnetischen Körper der magnetisirenden Kraft fast völlig proportional sein.

1248 Joubin[4]) hat beobachtet, dass ein mit einem leichten Spiegel versehener Wismuthstab in einem Magnetfelde bei aufsteigenden, den Magnet

[1]) H. du Bois, Wied. Ann. 35, 137. — [2]) v. Ettingshausen, Wied. Ann. 17, 304, 1882. — [3]) Geroso u. May (Rend. Ist. Lomb. 5. Februar 1891, Beibl. 15, 591) fanden ein etwas schnelleres Anwachsen des Diamagnetismus des Wismuths als der magnetisirenden Kraft. — [4]) Joubin, Compt. rend. 106, 735, 1888; Beibl. 12, 389. — Eine Berechnung hierüber von Duhem, Compt. rend. 106, 736, 1888. Beibl. ibid.

erregenden Strömen für dieselbe Stromstärke eine viel kleinere, fast nur die halbe Ablenkung zeigt, als bei den darauf folgenden absteigenden. Dasselbe geschieht bei einem einfachen viereckigen Metallspiegel, wo die Ablenkungen im letzteren Falle $^1/_{15}$ grösser waren. Indess dürfte doch wohl noch durch weitere Versuche zu prüfen sein, in wie weit dies auf Nebenumständen beruht.

1249 Auf der verschieden schnellen Annäherung der magnetischen Anziehung und der diamagnetischen Abstossung der Körper durch die Magnetpole an ein Maximum mit wachsender magnetisirender Kraft beruht das eigenthümliche Verhalten, welches Gemenge von magnetischen und diamagnetischen Substanzen vor den Magnetpolen zeigen.

Hängt man einen aus magnetischen und diamagnetischen Substanzen gemengten Stab, z. B. von Holzkohle oder Kirschbaumrinde, an einem Coconfaden horizontal vor den Polen des Elektromagnetes auf, so stellt er sich bei schwacher Erregung axial, vertauscht die Lage aber mit der äquatorialen, wenn die Magnetisirung stärker wird [1]. In ganz analoger Weise wächst die Anziehung eines mit einem Gemenge von Eisenoxyd und Wismuthpulver oder mit unreinem, eisenhaltigem Quecksilber gefüllten, über einem Magnetpol an dem einen Arm eines Wagebalkens aufgehängten Uhrglases langsamer, als die eines rein magnetischen Körpers, z. B. des Eisens, und bei starker Magnetisirung kann das Uhrglas ebenso stark abgestossen, wie bei schwacher Magnetisirung angezogen werden.

Der Grund hiervon ist folgender: Nimmt die auf die magnetischen und diamagnetischen Substanzen wirkende magnetische Kraft allmählich zu, so wächst die Anziehung der ersteren, so wie die Abstossung der zweiten zuerst proportional dem Quadrate der Kraft. Wird aber die Magnetisirung stärker, so erreicht der Magnetismus der magnetischen Substanzen nach und nach ein Maximum, über welches hinaus er nicht mehr zunimmt. Viel langsamer, wenn überhaupt, geschieht diese Annäherung an ein Maximum bei der Abstossung der diamagnetischen Substanzen, so dass letztere noch zunimmt, während erstere schon das Maximum erreicht hat, und sie dann sogar übertreffen kann, so dass an Stelle der Anziehung eine Abstossung tritt [2].

1250 In gewissen Fällen kann indess die bei stärkeren Stromintensitäten stattfindende scheinbare Umkehrung des magnetischen Verhaltens der Körper in das diamagnetische Verhalten auf anderen Gründen beruhen.

Legte Tyndall [3]) auf das eine Ende des Hebels seiner Drehwage (§. 1235) eine Wismuthkugel und klebte darauf ein Stückchen Spatheisenstein, so war die vereinte Masse zuerst magnetisch, es bedurfte einer

---

[1]) Plücker, Pogg. Ann. 73, 617; 74, 362; 75, 413, 1848. — [2]) Joh. Müller, Pogg. Ann. 83, 115, 1851. — [3]) Tyndall, Pogg. Ann. 83, 394, 1851.

gewissen Torsion t des den Hebel tragenden Fadens, um sie in einiger Entfernung vom Magnet festzuhalten. Wurde aber die Intensität des den Magnet erregenden Stromes verstärkt, so trat eine Abstossung, also ein Ueberwiegen des Diamagnetismus ein. Dasselbe ergab sich, als auf die eine Seite des Hebels eine diamagnetische Wismuthkugel, auf die andere eine schwach magnetische Zinkkugel gelegt wurde. Erst überwog der Magnetismus der letzteren, dann bei stärkerer Erregung der Magnete der Diamagnetismus der ersteren.

In beiden Fällen hatte sich Tyndall überzeugt, dass die Anziehung des Spatheisensteins und Zinks, ebenso wie die Abstossung des Wismuths, genau dem Quadrat der Intensität des magnetisirenden Stromes entsprach, also noch keine Sättigung mit Magnetismus eingetreten war. Der Grund dieser Erscheinung liegt indess auch nicht in einer schnelleren Zunahme der diamagnetischen Abstossung mit wachsender Stromintensität, sondern darin, dass die Torsion des Fadens gleichzeitig mit der magnetischen Anziehung der diamagnetischen Abstossung entgegenwirkt. Bezeichnet s die der ersten Intensität des Stromes entsprechende Anziehung des Zinks oder Spatheisensteins, d die dabei stattfindende Abstossung des Wismuths, t die durch die Torsion des Fadens entwickelte Kraft, welche die überwiegende Abstossung äquilibrirt, so ist in dieser Gleichgewichtslage $d = s + t$.

Wird die Intensität des magnetisirenden Stromes auf das $n$fache gebracht, so wachsen die Werthe d und s auf das n^2fache. Dann ist aber $n^2 d > n^2 s + t$.

Die diamagnetische Abstossung überwiegt also.

Ein analoger Uebergang aus der axialen in die äquatoriale Lage kann sich zeigen, wenn man einen aus magnetischen und diamagnetischen Substanzen gemengten Stab an einem Coconfaden in horizontaler Lage zwischen den Polen eines Elektromagnetes aufhängt und allmählich die Intensität des magnetisirenden Stromes vermehrt.

1251 Dieselbe Umkehrung des magnetischen Verhaltens gemischter Körper in das diamagnetische findet statt, wenn man die auf dieselben wirkende magnetische Kraft dadurch verstärkt, dass man die Körper in weiterer Entfernung vor einem Magnetpol aufhängt und ihn allmählich den Körpern nähert[1]).

Man hatte aus dieser Umkehrung anfangs den unrichtigen Schluss gezogen, dass die diamagnetische Abstossung mit der Entfernung von den Magnetpolen schneller abnehme, als die magnetische Anziehung, während beide nach demselben Gesetz sich vermindern müssen, da beide in gleichem Verhältniss mit der Intensität der magnetisirenden Kraft zunehmen, wenn nicht eine Annäherung an das Maximum oder sonstige secundäre Störungen eintreten.

---

[1]) Plücker, Pogg. Ann. 72, 343, 1847.

1252 Misst man die Abnahme der Anziehung einer Eisenkugel mit der Entfernung vom Magnetpol, indem man sie an eine Wage hängt und direct oder unter Zwischenlegung einer Glasplatte von 1,6 mm Dicke von einem Magnetpol abreisst, und reisst man ebenso durch die Torsionswage eine auf ihren Hebel gelegte Kugel von Eisenvitriol von dem Pol eines horizontal liegenden Magnetstabes ab, so ist durch Zwischenlegung des Glases die Anziehung beim Eisen im Verhältniss von $1 : {}^1/_{90}$, beim Eisenvitriol fast nicht vermindert. Ebenso vermindert sich die Anziehung des Eisens schon bei Zwischenlegung eines Papiers von 0,03 mm Dicke auf $^2/_3$, die des Spatheisensteines erst bei einem Abstande von 4 mm. Die Anziehung des Eisens nimmt also mit der Entfernung von den Magnetpolen schneller ab, als die der Eisensalze [1]). Bei diamagnetischen Substanzen, z. B. Wismuthkugeln, nimmt gleichfalls mit der Entfernung die Abstossung langsamer ab, als die Anziehung des Eisens. Man kann sich hiervon überzeugen, wenn man auf den Hebel der Torsionswage eine Wismuthkugel legt und darauf ein Stückchen Eisen befestigt. Stellt man den Faden der Drehwage so, dass die Kugel vor der Erregung des Magnetes sich in einem grösseren Abstande von dem Pole desselben befindet, so wird sie bei der Schliessung des den Magnet erregenden Stromes abgestossen; hat man aber den Faden vorher so eingestellt, dass die Kugel dem Magnet nahe steht, so tritt eine Anziehung ein. — Diese Erscheinung, welche indess nur beim Eisen, nicht bei anderen magnetischen Substanzen hervortritt, ist gerade umgekehrt, wie die von Plücker beobachtete. Sie beruht wohl darauf, dass der im Eisen vertheilte, bedeutende Magnetismus bei der Annäherung an den Magnetpol in diesem selbst wieder Magnetismus vertheilt, und so die Anziehung bedeutend verstärkt wird, während diese Rückwirkung bei den sonstigen, weniger magnetischen und diamagnetischen Substanzen kaum stattfinden kann [2]).

1253 Eine permanente Magnetisirung, welche nach Aufhebung der magnetisirenden Kräfte in den Körpern zurückbleibt, lässt sich ausser beim harten Eisen, Nickel und Kobalt noch bei einer Anzahl eisenoxydoxydul- oder schwefeleisenhaltiger Mineralien, beim Eisenglimmer, beim Eisenglanz und Magnetkies, Titaneisen, beim gediegenen uralischen Platin u. s. f. nachweisen [3]). Mittelst des Sideroskops von Lebaillif oder einer anderen astatischen Nadel kann man auch beim Eisenoxyd, beim (eisenhaltigen) Iridium, bei unreinem Zink [4]), bei Holzkohle dieselbe darthun. In den letzteren Fällen bedingen indess wohl Theilchen von Eisen die permanente Polarität [5]). Eisenchlorürlösung zeigt dagegen nach Matteucci [6]) keine permanente Polarität.

---

[1]) Tyndall, l. c. S. 415. — [2]) Vgl. auch Sir W. Thomson, Phil. Mag. [3] 37, 252, 1850. — [3]) Vgl. Greiss, Pogg. Ann. 98, 478, 1856. — [4]) E. Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 32, 85, 1851. — [5]) Oersted, Pogg. Ann. 75, 453, 1848. — [6]) Matteucci, Compt. rend. 36, 917, 1853.

1254 Plücker[1]) glaubte auch bei den diamagnetischen Körpern eine permanente Polarität nachweisen zu können. Er hängte zwischen die conisch zugespitzten und vorn abgerundeten Pole eines sehr starken Elektromagnetes an einem Coconfaden ein Wismuthstäbchen in axialer Lage auf und verhinderte es durch ein neben der einen Polspitze aufgestelltes, verticales Glasstäbchen, bei Erregung des Magnetes die äquatoriale Lage anzunehmen. Durch die Torsion des das Stäbchen tragenden Fadens wurde es schwach gegen das Glasstäbchen gedrückt, wobei es einen kleinen Winkel mit der axialen Linie machte. Wurde nun der Elektromagnet in Thätigkeit gesetzt, und sodann seine Polarität plötzlich umgekehrt, so bewegte sich das Stäbchen erst gegen die axiale Lage hin und entfernte sich dann wieder von derselben. Bei Unterbrechung des Stromes und langsamer Schliessung in entgegengesetzter Richtung zeigte sich die Erscheinung nicht. Hiernach sollte die Polarität des Stäbchens erst einige Zeit nach der Umkehrung des den Magnet erregenden Stromes wechseln. — Es ist indess sehr wohl möglich, dass beim Oeffnen dieses Stromes im Wismuthstäbchen ein demselben gleichgerichteter Inductionsstrom entsteht, ebenso wie in der Masse des Magnetes und auch in der den Magnet umgebenden Spirale. Hierdurch würde zuerst eine Anziehung des Stäbchens gegen die Magnetpole bedingt, bis nach der Umkehrung des magnetisirenden Stromes die Inductionsströme allmählich verschwänden, und die neue Polarität des Magnetes und Wismuthstäbchens völlig hervorträte.

Fig. 298.

Es könnte auch sein, dass das Wismuthstäbchen, welches gegen das Glasstäbchen gedrückt wurde, bei der Erregung des Magnetes sich in Folge der Abstossung, statt in die Lage *ac*, Fig. 298, ein wenig schräg in die Lage *ab* stellte. Beim Oeffnen des den Magnet erregenden Stromes kehrt es in seine Gleichgewichtslage *ac* vor der Magnetisirung zurück und schwingt durch das Beharrungsvermögen und die Torsion des Fadens gegen die Pole hin oder auch über sie hinaus. Da beim Umkehren der Richtung des den Magnet erregenden Stromes eine gewisse Zeit bis zum völligen Eintritt der neuen Magnetisirung vergeht, so könnte in dieser Zeit wohl die beschriebene Bewegung vor sich gehen[2]). Tyndall und auch E. Becquerel (l. c.) ist der Nachweis eines permanenten Diamagnetismus des Wismuthes nicht gelungen.

1255 Wir haben schon §. 1199 darauf aufmerksam gemacht, dass das Verhalten von Eisenstäben und schwächer magnetischen Körpern, z. B. schwach eisenhaltigen Messingdrähten, Röhren voll Eisenoxyd, vor flachen Magnetpolen ein verschiedenes ist, indem erstere sich axial, letztere

[1]) Plücker, Pogg. Ann. **86**, 6, 1852. — [2]) Tyndall, Phil. Trans. 1855, p. 37.

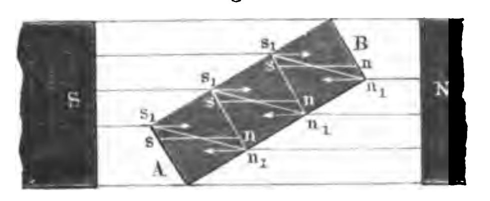
äquatorial einstellen können. Wir haben als Grund dafür angeführt, dass die einzelnen, durch den Magnet magnetisirten Molecüle des Eisens gegenseitig richtend auf einander einwirken, während der in den einzelnen Molecülen der anderen Körpern erregte Magnetismus so äusserst gering im Verhältniss zu der von aussen wirkenden magnetischen Kraft ist, dass die gegenseitige Richtkraft der Molecüle gänzlich zu vernachlässigen ist.

Sind in diesem letzteren Falle verschiedene Mengen des magnetischen Stoffes in demselben Raume vertheilt, so ist das in ihnen durch gleiche magnetisirende Kräfte erzeugte Moment ihrer Masse proportional, wie dies schon Coulomb[1]) bei fein in Wachs vertheiltem Eisen beobachtete. Auch Plücker[2]) hat dieses Resultat erhalten, indem er eine Glaskugel mit Schweinefett füllte, welchem Eisenpulver beigemengt war, und sie an der einen Schale einer Wage über den einen Pol eines Magnetes oder zwischen die auf beide Pole desselben gelegten Halbanker hängte, so dass sie den Pol oder die Halbanker gerade berührte. Bei Erregung des Magnetes war die Anziehung nach Abzug der Abstossung des Glases mit dem Schweinefett allein proportional dem Gewichte des Eisens (vgl. auch Töpler's Versuche §. 752). Dasselbe Resultat erhielt Plücker, als er die Kugel mit Wasser füllte und ihm verschiedene Mengen Eisenchlorür zusetzte.

1256 Würden die Theilchen der diamagnetischen Substanzen auf einander einwirken, so würde dadurch das diamagnetische Moment derselben verkleinert, indem jedes durch die äussere Kraft polarisirte Molecül im folgenden Molecül eine ihm entgegengesetzt gerichtete Polarität erzeugte[3]). — Indess lässt sich auch hier bei der Schwäche der diamagnetischen Polarität eine solche Wechselwirkung der Theilchen nicht mit Sicherheit nachweisen. So fand Matteucci[4]), dass gleich lange, aber verschieden weite, mit verschieden grob oder fein gepulvertem und verschieden stark gepresstem Wismuthpulver gefüllte

[1]) Coulomb, De la Métherie, Observations sur la physique, **43**, 249, 1793; Gren's Neues Journ. **2**, 298. — [2]) Plücker, Pogg. Ann. **74**, 321, 1848. — [3]) Wäre z. B. ns, Fig. 299, die Richtung der durch die Magnetpole S und N in den Theilen des Wismuthstabes AB erzeugten Polarität, so würden in Folge der Wechselwirkung der Theilchen die diamagnetischen Axen der Molecüle sich ein wenig in die Lagen $n_1 s_1$ neigen. Durch die Magnetpole würde sich dann der Stab in die axiale Lage, parallel den Magnetkraftlinien, einstellen. Sir W. Thomson, Phil. Mag. [4] **9**, 290, 1855. Dieselbe Ansicht hat W. Weber, Phil. Mag. [4] **10**, 407. Tyndall hält sie nicht für bewiesen, l. c. S. 422, und Sir Thomson vertheidigt sie, Phil. Mag. [4] **11**, 66. — [4]) Matteucci, Ann. de Chim. et de Phys. **56**, 193, 1859.

Fig. 299.



Papierröhren zwischen den Polen eines Elektromagnetes gleiche Schwingungsdauer zeigten. Füllte er eine an dem Ende des Hebelarmes einer Drehwage befestigte Glaskugel mit verschiedenen Mengen (1 bis 6,5 g) von gröberem oder feinerem Wismuthpulver, so wurde sie von dem Pol eines Magnetes mit Kräften zurückgestossen, die dem Gewichte des Pulvers direct entsprachen. Dasselbe Verhalten ergab sich bei Schwefel, Harz und Stearinsäure.

Hieraus folgt, dass ein Wismuthstab, welcher in der Mitte einer langen Spirale an allen Stellen gleichen magnetisirenden Kräften ausgesetzt ist, auch in allen Molecülen gleiche diamagnetische Momente erhält. Man kann daher auf seiner ganzen Länge keinen freien Magnetismus wahrnehmen; derselbe ist nur an seinen Enden angehäuft. Als daher Christie (l. c.) Wismuthstäbe im Diamagnetometer dem astatischen System in verschiedenen Lagen gegenüberstellte, fand er fast gleiche Ablenkungen desselben, so lange sich die mittleren Theile der Stäbe in der Ebene des Systemes befanden. Nur an den äussersten Enden und ein wenig über diese hinaus nahm die Ablenkung zu.

1257 Bei Pulvern von Gold, Silber und Kupfer hat indess Matteucci[1]) beobachtet, dass, je feiner sie vertheilt werden, je schlechter ihre elektrische Leitfähigkeit also wird, desto mehr ihr Diamagnetismus zunimmt. So fand er die diamagnetische Abstossung A gleicher Massen:

	Gewicht gleicher Volumina	A
Gold	11,355 bis 1,2 g	1 bis 1,73
Silber	4,77 bis 1,16 g	1 bis 1,55

Dieses Verhalten wäre um so merkwürdiger, als die erwähnten Metalle äusserst schwach diamagnetisch sind. Es könnte vielleicht auf einer stärkeren Condensation von Feuchtigkeit und von Gasen auf den feineren Pulvern beruhen. Eine genauere Untersuchung wäre wünschenswerth.

Ebenso wenig lässt sich bis jetzt eine deutliche Wechselwirkung zwischen zwei diamagnetisch erregten Körpern nachweisen. — Als Matteucci an dem Arm einer Drehwage einen Wismuthwürfel vor dem einen Pol eines Elektromagnetes aufhängte und zwischen den Würfel und den Pol einen zweiten Wismuthwürfel einschob, änderte sich die Stellung des ersten nicht. — War an dem Arm der Drehwage ein Wismuthcylinder horizontal befestigt, welcher in der Axe einer grossen, horizontal liegenden Spirale schwebte, so ging er, als in die Spirale ein zweiter Wismuthcylinder eingeführt wurde, nach einigen Oscillationen wieder vollständig in seine frühere Lage zurück. — Ebenso wenig wirken Tropfen von diamagnetischen Flüssigkeiten auf einander, welche in einer Eisenlösung zwischen den Magnetpolen schweben[2]).

---

[1]) Matteucci, l. c. — [2]) Matteucci, l. c.; Cours d'induction, Paris 1854, p. 202.

III. Quantitative Bestimmungen des Magnetismus und Diamagnetismus verschiedener Körper.

1258 Die quantitativen Verhältnisse der magnetischen und diamagnetischen Momente verschiedener Körper unter Einfluss der gleichen magnetisirenden Kraft sind namentlich bei den schwächer magnetischen und diamagnetischen Stoffen schwer mit Genauigkeit zu bestimmen, da diese Momente sehr klein sind und eine sehr geringe Beimengung von Eisen sie wesentlich verändern kann. Werden die diamagnetischen Stoffe in eiserne Formen gegossen oder mit einem eisernen Instrumente bearbeitet, so zeigen sie schon einen schwächeren Diamagnetismus als vorher, oder gar im Gegentheil eine magnetische Anziehung. — Aus diesem Grunde weichen die quantitativen Bestimmungen sehr stark von einander ab.

Da, wie wir bereits erwähnt haben, bei den schwach magnetischen und diamagnetischen Körpern das Moment der magnetischen Kraft proportional ist, kann man durch Division ihrer Anziehung oder Abstossung vom Magnet durch das Quadrat der auf sie wirkenden Kraft das in ihnen durch die Kraft Eins erzeugte Moment bestimmen. Da ferner die Wechselwirkung ihrer Theilchen zu vernachlässigen ist, kann man durch Division des letzteren Werthes durch das Volumen oder Gewicht der Körper das durch die Kraft Eins in der Volumen- oder Gewichtseinheit derselben erregte Moment berechnen.

1259 Wir erwähnen zuerst die Versuche über das Verhältniss des Diamagnetismus des Wismuths zu dem Magnetismus des Eisens, wobei freilich in vielen Fällen zu beachten ist, dass in ersterem keine Wechselwirkung der Theilchen stattfindet, wohl aber in letzterem, in ersterem kaum eine Abweichung des diamagnetischen Momentes von der Proportionalität mit der magnetisirenden Kraft vorhanden ist, die beim Eisen in hohem Grade hervortritt.

1260 W. Weber[1]) hat den Diamagnetismus des Wismuths mit dem Magnetismus des Eisens durch das Diamagnetometer nach der §. 1220 beschriebenen Einrichtung verglichen, indem er zwei Wismuthstäbchen von zusammen 343,5 g Gewicht in den Spiralen desselben abwechselnd hob und senkte und, entsprechend den für die Multiplicationsmethode geltenden Formeln, die dem Magnete ertheilte permanente Ablenkung dabei gleich — 5,93 Theilstrichen bestimmte. Wurde an Stelle der beiden Wismuthstäbe ein Eisenstäbchen von 5,8 mg Gewicht in die eine Spirale eingeführt, so ergab sich die permanente Ablenkung des Magnetes + 128,4. Hiernach stehen die in gleichen Massen Eisen und Wismuth erzeugten magnetischen und diamagnetischen Momente im Verhältnisse

[1]) W. Weber, Elektrodynamische Maassbestimmungen 3.

von 1 : 1470000. Reducirt man diese Momente auf die Einheit der magnetischen Masse, indem man an Stelle des verwendeten Eisenstäbchens ein Ellipsoid von Eisen von gleicher Masse und gleicher Länge setzt, so findet man mit Rücksicht auf die Versuche des §. 632, welche die Gesetzmässigkeit der Annäherung des Momentes des Eisens an ein Maximum darthun, das magnetische Moment der durch die Einheit der magnetisirenden Kraft inducirten Masseneinheit beim Eisen: 5,6074, dasselbe diamagnetische Moment beim Wismuth: $^1/_{434000}$. Aus der Berechnung der Inductionsversuche des §. 1228 würde sich letztere Zahl zu $^1/_{471300}$ ergeben, so dass im Mittel das durch die magnetisirende Kraft Eins erzeugte diamagnetische Moment des Wismuths 2540000 mal kleiner ist, als das magnetische Moment des Eisens.

1261 Töpler [1]) wendet zu diesen Bestimmungen einen Differentialinductor, bestehend aus zwei dickdrähtigen, hinter einander geschlossenen, inducirenden Spiralen A und B (12 Lagen zu 123 Windungen) an, in welchen zwei nahe gleiche Inductionsspiralen a und b (32 Lagen zu 214 Windungen) liegen, die hinter einander, aber in entgegengesetzter Richtung mit einem Galvanometer verbunden sind. Durch eine kleine Hülfsinductionsrolle, die der schwächeren zugefügt wird, kann man die Wirkung der Inductionsströme beider Spiralen auf das Galvanometer auf Null bringen. In die eine Spirale wird ein diamagnetischer oder ein magnetischer Körper eingelegt. Ein rotirender Quecksilbercommutator wechselt schnell die Stromesrichtung in A und B, ein zweiter lässt die Inductionsströme in gleicher Richtung zum Galvanometer gelangen; ein dritter, in der Galvanometerleitung befindlicher Commutator wird am Ende jeder Schwingung der Galvanometernadel nach dem Princip der Multiplicationsmethode umgelegt, bis der Ausschlag derselben ein Maximum wird.

Der Strom der inducirenden Rollen wird an einer Tangentenbussole von bekanntem Reductionsfactor gemessen. Die Inductionsströme in der Metallmasse der in die Spirale eingeführten Körper haben keinen wesentlichen Einfluss, denn sie induciren beim Entstehen und Vergehen in der umgebenden Inductionsspirale zwei entgegengesetzte Ströme von gleicher Gesammtintensität. Schwingt der Magnet des Galvanometers sehr langsam, so heben sich ihre Wirkungen auf ihn auf. Auch erfolgte bei Einführung einer in sich geschlossenen Kupferdrahtspirale in die eine Inductionsrolle keine Aenderung des Galvanometerstandes, mochte sie geöffnet oder geschlossen sein, auch wenn derselbe Versuch nach Einlegen eines dünnen Eisendrahtes angestellt wurde.

Bei Anwendung verschieden starker Ströme, bezw. Scheidekräfte s, war bei Anwendung von $n = 2$ bis 10 Bunsen'schen Elementen das

[1]) Töpler, Pogg. Ann. 154, 600, 1875. Töpler und v. Ettingshausen, Pogg. Ann. 160, 1, 1875.

durch die Inductionsströme gemessene Moment *m* eines eisenfreien Wismuthstabes von 160 mm Länge, 27 mm Dicke, 971,97 g Gewicht den Kräften *s* proportional. So war z. B.:

n	10	6	4	2
s	100	68,3	47,1	24,2
m	100	68,0	45,9	23,6

Bei Vergleichung des Momentes des Wismuthstabes und eines Eisenstabes von 0,7901 g Gewicht, 186 mm Länge, 0,8274 mm Dicke, bei welchem statt der Multiplicationsmethode die Beobachtung eines einzigen Inductionsstromes genügte, ergab sich das Verhältniss der auf gleiche Gewichte bezogenen inducirenden Wirkungen wie 1 : 1124380. Die dabei verwendete Scheidekraft genügte noch nicht zur Erzeugung des Maximums der Magnetisirung. Aus der Formel von W. Weber (§. 631) lässt sich indess berechnen, dass dabei das Moment des Eisenstabes nur 3 Proc. von demselben entfernt war. Daraus folgt dann, dass das durch die Einheit der Scheidungskraft in der Masseneinheit Wismuth hervorgebrachte Moment $1,4922 . 10^{-7}$ in C.-G.-S.-Einheiten ist.

1262 Zur Vergleichung mit dem Momente von pulverförmigem, fein vertheiltem Eisen wurden Röhren von 160 mm Länge, in welche mit Eisenpulver zusammengerührtes Fett gebracht war, in den Apparat eingelegt. Auf 35 g Fett wurden entweder 1) 0,920 g, 2) 0,564 g durch schwaches Glühen im Wasserstoffstrom am Eisenoxyd reducirtes Eisenpulver verwendet.

Die Momente derselben wuchsen schneller, als die magnetisirenden Kräfte *I*, indess war das Verhältniss der Momente *m* beider Pulver (0,571) nur wenig kleiner als das ihrer Eisengehalte (0,613) (vergl. §. 752). So waren die relativen Werthe:

I	100	192,5	276,8	353,7	507,8	679,4
m (1)	100	188,1	276,3	358,8	549,8	732,1
0,751 . *m* (2)	100	189,7	269,3	353,7	551,2	724,5

In Folge dieser Abweichungen von der Proportionalität verhielt sich auch das auf gleiche Gewichte bezogene diamagnetische Moment des Wismuthstabes zu dem des Eisenpulvers (1) bei Anwendung von 4, 6, 10 Bunsen'schen Elementen bezw. wie 1 : 24920, 25350, 27270.

1263 Sodann führen wir eine Reihe von Bestimmungen für die relativen Magnetismen, bezw. Diamagnetismen verschiedener Körper an, wobei wir indess nur diejenigen genauer berücksichtigen, welche reine Substanzen betreffen.

1264 Wir erwähnen deshalb nur, ohne Zahlenangabe, die ersten Versuche von Plücker[1]), bei denen er eine ganze Reihe von Substanzen in einem

[1]) Plücker, Pogg. Ann. 74, 321, 1848.

mit einer Glasplatte bedeckten Uhrglase oder in einer Glaskugel von dem einen Pol oder den beiden Halbankern eines grossen Elektromagnetes abriss. Die festen Substanzen waren mit Schweinefett verrieben. Der Magnetismus des Magnetes wurde mittelst der sehr ungenauen Methode des Abreissens eines Eisenstäbchens von seinen Polen gemessen.

1265 Mittelst der Drehwage hat E. Becquerel[1]) folgende Zahlen für den Diamagnetismus gleicher Volumina gefunden:

Wasser	— 10	Reines Silber	— 23,2
Reines Kupfer	— 16,8	Reines Gold	— 34,7
Galvanoplastisches Kupfer	— 14,1	Wismuth	— 226,7

H. Becquerel[2]) fand den Diamagnetismus gleicher Volumina von

Alkohol	$TiCl_4$	Wasser	CS_2	Jod	Brom	Wismuth
— 8,06	— 8,55	— 10	— 10,70	— 40,9	— 46,6	— 22,0

E. Becquerel[3]) hat ferner mit Hülfe der §. 1214 beschriebenen Methode den Magnetismus und Diamagnetismus gleicher Volumina verschiedener Substanzen bestimmt, indem er die diamagnetische Abstossung fester Körper in Luft und in den Flüssigkeiten maass. Die Differenz der erhaltenen Werthe entspricht dem Diamagnetismus der Flüssigkeiten, wenn man den der Luft vernachlässigt. So ergab sich u. A.:

Wasser	— 10	Selen	— 16,52
Zink, käufliches	— 2,5	Wismuth	— 217,6
Wachs, weisses	— 5,68	Absoluter Alkohol	— 7,89
Schwefel	— 11,37	Schwefelkohlenstoff	— 13,30
Blei, käufliches	— 15,28	Conc. Lösung von $FeCl_2$	+ 658,13
Phosphor	— 16,39		

1266 Bestimmungen, welche dazu dienen sollten, die Beziehungen des magnetischen Momentes der Körper zu ihrer chemischen Zusammensetzung festzustellen, habe ich unternommen[4]).

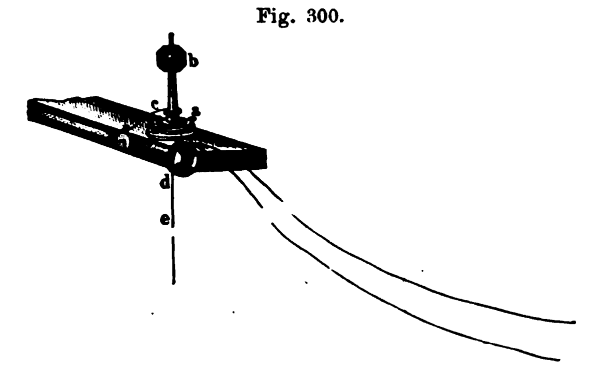
Die Messungen dieses Momentes geschahen mit Hülfe eines Torsionsapparates, Fig. 300 und Fig. 301. An dem, Band I, §. 43 beschriebenen und daselbst gezeichneten Torsionskopf hing ein Neusilberdraht von 640 mm Länge und 0,2 bis 0,3 mm Dicke, an welchem unterhalb ein verticaler, 550 mm langer, 5,5 mm dicker Messingstab *h* befestigt war, dessen unteres Ende mit Gewichten belastet und mit Flügeln von Messing versehen war, die in ein Glas *n* voll Oel tauchten. An dem oberen Ende des Messingstabes war ein Spiegel *f* befestigt, vermittelst

---

[1]) E. Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **44**, 223, 1855. — [2]) Henri Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. [5] **12**, 5, 1977; Beibl. **1**, 627. — [3]) E. Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **28**, 313, 1850. — [4]) G. Wiedemann, Monatsber. d. Berl. Akad. 15. Juni 1865, 2. Juli 1868; Pogg. Ann. **126**, 1, 1865; **135**, 177, 1868; auch Decanatsprogr. d. phil. Fac. d. Univers. Leipzig 1876.

dessen durch Scala und Fernrohr die Drehungen des Stabes um seine verticale Axe an einer etwa 3 m entfernten Scala bestimmt werden

Fig. 300.



konnten. Unter dem Spiegel trug der Stab einen horizontalen von Nord nach Süd gerichteten, etwa 20 mm langen Arm von Messing, an welchem ein kleines Glaskölbchen *k* befestigt war, das mit den zu untersuchenden Substanzen gefüllt wurde. Davor lag in ostwestlicher Richtung ein horizontaler, gerader, vorn abgerundeter und mit einer Magnetisirungsspirale von etwa 1100 Windungen von 2 mm dickem Kupferdraht umgebener, 370 mm langer und 41,5 mm dicker, weicher Eisenstab *l*, dessen magnetisches Moment an einem, in der Richtung seiner Axe aufgestellten Spiegelmagnetometer abgelesen werden konnte. Nachdem der magnetisirende Strom geschlossen war, wurde durch Drehung des den Neusilberdraht tragenden Zapfens dem Glasgefässe eine bestimmte Stellung gegeben, welche vermittelst des an dem Messingstabe befestigten Spiegels abgelesen wurde. Sodann wurde der Strom geöffnet, und wiederum die Einstellung des Spiegels beobachtet. Die Drehung des Spiegels misst die Grösse der Torsion des den Apparat tragenden Neusilberdrahtes, mithin auch die Kraft der magnetischen Anziehung.

Fig. 301.



Wurde das Glasgefäss mit verschieden concentrirten Lösungen desselben Salzes in verschiedenen Lösungsmitteln (Manganchlorür, Eisenchlorid in Alkohol, Aether, Wasser) gefüllt und von dem ihm durch die **1267**

(in einer willkürlichen Einheit gemessene) magnetisirende Kraft Eins ertheilten temporären Moment das Moment subtrahirt, welches durch die gleiche Kraft in dem mit dem Lösungsmittel allein gefüllten Glasgefässe erregt wurde, so erhielt man Werthe, welche dem Gewichte des in der Volumeneinheit der Lösung enthaltenen Salzes proportional waren.

Das magnetische Moment der in verschiedenen Lösungsmitteln gelösten Salze für sich ist also ihrer in der Volumeneinheit enthaltenen Gewichtsmenge proportional und von dem Lösungsmittel unabhängig. Demnach ist es auch von dem durch die Verdünnungen bedingten Dissociationsgrad der Salze unabhängig.

Nur wenn durch die Verdünnung der Lösungen eine Hydrolyse des gelösten Salzes eintritt, so ändert sich z. B. bei einzelnen Eisenoxydsalzen dieses Verhältniss.

1268 Wurde auf gleiche Weise das temporäre Moment des Glasgefässes bei seiner Füllung mit verschiedenen wässerigen Salzlösungen (schwefelsaurem Eisenoxydul, Eisenchlorür, Eisenchlorid, schwefelsaurem Nickeloxydul, salpetersaurem Kobaltoxydul, Ferridcyankalium) bei verschiedenen Temperaturen untersucht, und der Magnetismus des mit Wasser gefüllten Glasgefässes für die gleiche magnetisirende Kraft und gleiche Temperatur abgezogen, so ergab sich, dass das temporäre magnetische Moment der Salze mit steigender Temperatur abnimmt, und zwar bei allen untersuchten Salzen in gleichem Verhältnisse. Bezeichnet t die Temperatur in Centesimalgraden, m_0 das temporäre Moment bei 0^0, m_t dasselbe bei t^0, so ist sehr annähernd:

$$m_t = m_0 \, (1 - 0{,}00325 \, t).$$

Diese Abnahme des magnetischen Momentes, dessen Grösse der Intensität der die magnetischen Molecüle umfliessenden Ampère'schen Molecularströme entspricht, ist nicht sehr verschieden von der Abnahme der Leitungsfähigkeit der Metalle für den galvanischen Strom bei den gleichen Temperaturänderungen.

1269 Nach derselben Methode findet Plessner[1]) die Temperaturcoëfficienten α für den Magnetismus der gelösten Salze:

	$FeCl_3$	$MnSO_4$	$NiSO_4$	$Co(NO_3)_2$	Mittel
$-\alpha$	$0{,}0_2 3542$	$0{,}0_2 3571$	$0{,}0_2 3546$	$0{,}0_2 3544$	$0{,}0_2 3554$

Für feste Salze zeigt sich eine solche Uebereinstimmung des Temperaturcoëfficienten nicht, auch meist nicht mit denen der gelösten Salze. So ist für festes

	$MnSO_4$	$CoSO_4$
$-\alpha$	$0{,}0_2 3114$	$0{,}0_2 2758$

[1]) Plessner, Wied. Ann. 39, 336, 1890.

Für Nickelsulfat bedarf es zur Darstellung der Abhängigkeit der Magnetisirungsfunction von der Temperatur noch eines quadratischen Gliedes. So ist bei zwei Reihen

$$M_1 = M_0(1 - 0{,}001504\,t - 0{,}0_4 3324\,t^2)$$
$$M_1 = M_0(1 - 0{,}000966\,t - 0{,}0_4 4017\,t^2)$$

Wurde das Glasgefäss mit Lösungen verschiedener Salze gefüllt, und, wie oben, das durch die magnetisirende Kraft Eins in den Salzen für sich erregte magnetische Moment bestimmt, sodann der erhaltene Werth durch das Gewicht des in der Volumeneinheit der Lösung enthaltenen Salzes dividirt, so ergaben sich aus meinen Versuchen die Magnetismen gleicher Gewichtsmengen, d. h. die specifischen Magnetismen m des Salzes. 1270

Wurde dieser Magnetismus der Gewichtseinheit des Salzes mit dem Moleculargewichte M derselben multiplicirt, so ist das Product $\mu = Mm$ der Magnetismus eines Molecüls des betreffenden Salzes in der Lösung, sein Molecularmagnetismus.

Nach vielfachen Untersuchungen ist, sowohl bei dem Sauerstoff-, wie bei den Haloidsalzen, der Molecularmagnetismus der analog zusammengesetzten gelösten Salze desselben Metalls mit verschiedenen Säuren nahezu der gleiche. So ist z. B. μ in einer willkürlichen Einheit für schwefelsaures, salpetersaures Nickeloxydul und Nickelchlorür 1426, 1433, 1400, für schwefelsaures, salpetersaures Eisenoxydul und Eisenchlorür 3900, 3861, 3858, für schwefelsaures, salpetersaures, essigsaures Manganoxydul und Manganchlorür 4695, 4693, 4586, 4700, für das relativ schwach magnetisch salpetersaure, essigsaure Kupferoxyd und Kupferchlorid 480, 489, 477 u. s. f.

Dagegen ist der Molecularmagnetismus der Eisenoxyd- und Eisenoxydulsalze sehr verschieden. In obigen Einheiten ist er für das Eisenchlorid gleich 9636. 1271

Berechnet man den Magnetismus derjenigen Mengen der verschiedenen Salze, welche je ein Atom des betreffenden Metalls enthalten, und nimmt das Mittel der so erhaltenen Werthe für jede Salzreihe, so kann man ihn unter der Annahme, dass der Magnetismus wesentlich dem Metalle im Salze zuzuschreiben ist, als Atommagnetismus des betreffenden Metalls in der betrachteten Salzreihe bezeichnen. Setzt man auf diese Weise den Atommagnetismus des Eisens in den Eisenoxydsalzen in sehr sauren Lösungen gleich 100, so ist der Atommagnetismus a für die Metalle in den Salzen des 1272

Manganoxyduls	Eisenoxyduls	Kobaltoxyduls	Nickeloxyduls	Didymoxyds
100,4	83,1	67,2	30,5	22,6

Kupferoxyds	Ceroxyduls	Eisenoxyds	Chromoxyds
10,8	10,3	100,0	41,9

Hiernach steht der Magnetismus des Metalles in den Eisenoxydulsalzen nahezu in der Mitte zwischen den Magnetismen der Manganoxydul- und Kobaltoydulsalze; der Atommagnetismus der Kobaltoxydulsalze in der Mitte zwischen den Magnetismen der Mangan- und Nickeloxydulsalze.

Die Atommagnetismen der vier genannten Salzgruppen, der Nickel-, Kobalt-, Eisen- und Manganoxydulsalze verhalten sich also wie $a : a + b : a + 1^1/_2 b : a + 2b$.

1273 Der Magnetismus der festen, mit Krystallwasser verbundenen Salze ist nahezu derselbe, wie der der gelösten Salze. So ist er, wenn der Atommagnetismus der Eisenoxydsalze in sehr sauren Lösungen gleich 100 ist, für festes wasserhaltiges schwefelsaures

Manganoxydul	Eisenoxydul	Eisenoxydul-Ammon	Kobaltoxydul
100,4	78,5	83,0	67,2

Nickeloxydul	Didymoxyd	Kupferoxyd
29,9	23,0	10,6

Werden die Salze durch Erhitzen entwässert, so ändert sich ihr Atommagnetismus in einzelnen Fällen bedeutender, was wohl ihrer veränderten Dichtigkeit zuzuschreiben ist. So ist er für folgende wasserfreie Salze (gegen den Atommagnetismus des Metalls in den gelösten Eisenoxyd- oder Manganoxydulsalzen gleich 100):

Wasserfreies schwefelsaures

Kobaltoxydul	Nickeloxydul	Ceroxydul	Kupferoxyd
67,2	29,2	9,9	9,3

Eisenchlorür	Kobaltchlorür	Nickelchlorür	Kupferchlorid	Kupferbromid
83,1	62,9	33,5	8,7	5,2

Aehnlich verhalten sich die unlöslichen Salze. So ist der Molecularmagnetismus für

Phosphorsaures Kobaltoxydul	Kohlensaures Kobaltoxydul	Phosphorsaures Manganoxydul	Kohlensaures Manganoxydul
64,0	60,3	103,9	90,2

wobei indess zu beachten ist, dass die kohlensauren Salze sich bei dem Auswaschen mit Wasser theilweise zersetzen.

1274 Ausser in einzelnen extremen Fällen sind die Abweichungen zwischen den Magnetismen der gelösten und festen Salze nur gering. Wir können demnach im Allgemeinen sagen, dass bei gleichen chemischen Eigenschaften des Metallatoms im Molecül verschiedener Verbindungen auch der Atommagnetismus desselben der gleiche ist.

Dieses Resultat wurde durch folgende Versuche bestätigt: Zwei Lösungen von bekanntem Magnetismus, welche ihre Bestandtheile durch

doppelte Wahlverwandtschaft mit einander austauschten, wurden in einem Glase gemischt und die Mischung auf ihren Magnetismus M_m untersucht. Bezeichnen M_1 und M_2 die Magnetismen der in dem Glase befindlichen Antheile der beiden Lösungen vor ihrer Mischung, so ergab sich:

	$M_1 + M_2$	M_m
Eisenchlorid und Kaliumeisencyanür	20,4	21,1
Schwefelsaures Eisenoxydul und Kaliumeisencyanür . . .	41,2	40,3
Schwefelsaures Kupferoxyd und Kaliumeisencyanür . . .	0,7	0,8
Schwefelsaures Nickeloxydul und Kaliumeisencyanid . .	20,3	22,5
Schwefelsaures Nickeloxydul und Kaliumeisencyanür . .	15,8	15,3
Salpetersaures Kobaltoxydul und Kaliumeisencyanid . .	29,2	29,2
Salpetersaures Kobaltoxydul und Kaliumeisencyanür . .	36,3	35,9
Salpetersaures Kobaltoxydul und Kaliummangancyanid .	40,5	41,0
Eisenchlorid und Schwefelcyankalium	15,1	14,6
Schwefelsaures Manganoxydul und Kaliumeisencyanür .	71,8	70,2

u. s. f.

Der Magnetismus des Gemisches ist also nach der chemischen Umsetzung der gleiche wie vorher.

Die feste Form, in welcher hier häufig das eine der bei der doppelten Zersetzung gebildeten Salze niederfällt, hat nur in wenigen Fällen einen störenden Einfluss.

Wir können hieraus schliessen: **1275**

Der Magnetismus einer binären Verbindung setzt sich aus den Magnetismen ihrer beiden Bestandtheile in ihrem jedesmaligen besonderen Zustande durch einfache Addition zusammen, und diese Bestandtheile behalten, wenn sie, ohne ihre Constitution oder Atomgruppirung zu ändern, in andere binäre Verbindungen eintreten, ihren Magnetismus ungeändert bei.

Wir sind hiernach berechtigt, aus der Gleichheit der Molecularmagnetismen verschiedener Verbindungen derselben Basis auf eine gleiche Constitution der letzteren zu schliessen und so auch zuweilen in zweifelhaften Fällen dieselbe festzustellen.

1276 Dagegen ändert sich der Molecularmagnetismus im Allgemeinen, wenn sich die Constitution der Verbindungen ändert.

Das interessanteste Beispiel dieser Art bieten die Kupferoxydsalze dar, welche stark magnetisch sind (wie z. B. das Kupferchlorid, Kupferbromid), während die Kupferoxydulsalze und auch das metallische Kupfer schwach diamagnetisch sind. Ein diamagnetisches Metall (Kupfer) kann also mit diamagnetischen Elementen (z. B. Brom) magnetische Verbindungen liefern.

1277 Bezeichnet man den Molecularmagnetismus der gelösten Salze der magnetischen Metalle mit μ_s, so ist der Molecularmagnetismus μ_h der entsprechenden Hydroxyde

Manganoxydulhydrat	Eisenoxydulhydrat	Kobaltoxydulhydrat
$\mu_h = 0,85\, \mu_s$	1,12	1,12

Nickeloxydulhydrat	Kupferoxydhydrat	Chromoxydhydrat	Eisenoxydhydrat
1,00	0,74	0,95	0,69—1,18

Der Molecularmagnetismus des Eisenoxydhydrates ändert sich nach dem Zusatze von Ammoniak zu einer Lösung von Eisenchlorid sehr schnell von dem kleineren Werthe zum grösseren; jedenfalls in Folge des Ueberganges des Oxydes aus dem colloiden in den gewöhnlichen Zustand (siehe weiter unten).

Hiernach sind die Molecularmagnetismen der meisten Oxydhydrate theils nur wenig kleiner oder grösser, theils nahezu die gleichen, wie die der entsprechenden Salze in ihren Lösungen. Mit Rücksicht auf die geänderten Dichtigkeitsverhältnisse werden wir daher wohl annehmen können, dass diese Werthe unter sonst gleichen Umständen einander gleich sein würden. Es bleibt demnach auch die magnetische Atomgruppe in beiden Verbindungsreihen unverändert dieselbe.

1278 Ganz abweichend hiervon ist in einzelnen Fällen der Magnetismus der colloid gelösten Oxyde.

Eine Lösung von colloidem Eisenoxyd, welche durch Dialyse einer mit Eisenoxydhydrat digerirten kalten Lösung von Eisenchlorid dargestellt worden ist, zeigt im Verhältniss zu ihrem Eisengehalte einen viel schwächeren Magnetismus, als eine neutrale und concentrirte oder mit sehr viel Säure versetzte Lösung von Eisenchlorid. Der Molecularmagnetismus des colloid gelösten Eisenoxyds ist nur etwa 0,21 von dem der Eisenoxydsalze.

Löst man Eisenoxydhydrat in einer nicht zu verdünnten Lösung von Eisenchlorid auf, in welcher letzteren das Eisenchlorid fast ohne Dissociation unverändert besteht, so setzt sich der Magnetismus der Lösung aus dem des Eisenchlorids und dem des colloid gelösten Eisenoxyds, sowie des Wassers direct zusammen.

1279 Eine Lösung von Chromoxydhydrat in salmiakhaltigem Ammoniak, ebenso eine Lösung desselben in Kalilauge hat dagegen nahe denselben Molecularmagnetismus wie die Chromoxydsalze, so dass wir nicht wohl annehmen können, dass das Chromoxyd in colloidem Zustande gelöst ist.

Ebenso verhalten sich die alkalischen Lösungen der magnetischen Salze, deren Fällung durch Zusatz von organischen Substanzen verhindert wird, z. B. die mit Traubenzucker und Kali versetzte Lösung des schwefelsauren Kobaltoxyduls.

1280 Die **geglühten Oxyde** besitzen im Allgemeinen einen viel schwächeren Magnetismus, als die ihnen entsprechenden Salze oder Hydroxyde.

Ist der Molecularmagnetismus der Salze gleich μ_s, so ist der Magnetismus μ_o der Oxyde

Manganoxydul	Nickeloxydul	Didymoxyd	Kupferoxyd	Eisenoxyd
$\mu_o = 0{,}31\,\mu_s$	0,47	0,52	0,21	0,13

Eisenoxyd mit Thonerde [1])	Chromoxyd	Desgl. stark geglüht	Desgl. mit Thonerde [1])
0,55	0,35	0,39	0,56

Es lässt sich nicht bestimmen, ob diese kleinen Werthe des Magnetismus der Oxyde nur auf einer Aenderung der Dichtigkeit der ganzen Masse oder auf einer Aenderung der magnetischen Atomgruppen selbst beruhen.

1281 Die **Hydrate der Superoxyde** des Mangans, Kobalts und Nickels haben einen nur schwachen Magnetismus. Dagegen hat das sogenannte **Chromsuperoxyd** den einer Verbindung von Chromsäure mit Chromoxyd zukommenden Magnetismus.

Die frisch gefällten **Schwefelverbindungen** besitzen im Gegensatze zum Magnetkies nur sehr schwachen Magnetismus.

1282 Aus der Gleichheit der Molecularmagnetismen des festen **oxalsauren Eisenoxydul-Kalis** mit den Molecularmagnetismen der anderen Eisenoxydulsalze, sowie desjenigen des **oxalsauren Eisenoxydkalis und Kalieisenalauns** in fester Form mit dem der übrigen Eisenoxydsalze können wir, entgegen den davon abweichenden, auf die eigenthümliche Färbung der Salze begründeten Ansichten [2]), nachweisen, dass in jenen Salzen auch in fester Form das Eisen in einer ganz ähnlichen Verbindungsart enthalten ist, wie in den übrigen Oxydul- und Oxydsalzen.

1283 Der Magnetismus der ammoniakhaltigen Kupfersalze ist nahe derselbe, wie der der gewöhnlichen gelösten Kupferoxydsalze. So ist der Molecularmagnetismus derselben:

	μ		μ
Gelöste Kupferoxydsalze	10,8	$CuSO_4, 2NH_3$	9,6
$CuSO_4, 5NH_3$	9,3	$CuCl_2, 2NH_3$	10,1
$CuSO_4, NH_3$	9,7	$CuBr_2, 2NH_3$	9,8
$CuSO_4, 4NH_3, H_2O$	9,0		

[1]) Eisenoxyd und Chromoxyd wurden zu diesen Versuchen gemeinsam mit der Thonerde aus einer gemischten Lösung von Thonerdeammonalaun und Eisenchlorid oder salpetersaurem Chromoxyd gefällt, und der Niederschlag geglüht.

[2]) Vergleiche Haidinger (Pogg. Ann. 94, 246, 1855), welcher in den Oxydulsalzen in Folge einer eigenthümlichen Gruppirung eine Oxydverbindung und umgekehrt vermuthete.

Hiernach dürfte die Ansicht von Graham[1]) nicht haltbar sein, dass das Kupfer einen Theil des Wasserstoffs der Ammongruppe verträte, und somit die Salze den Kobaltiaksalzen ähnlich zusammengesetzt wären. Vielmehr lagert sich das Ammoniak, ähnlich dem Krystallwasser, an das ungeänderte Kupferoxydsalz an.

1284 Aehnlich wie die erwähnten Kupfersalze verhalten sich die mit Ammoniak gesättigten Nickel- und Kobaltoxydulsalze.

Dagegen sind Luteokobaltchlorid und Purpureokobaltchlorid diamagnetisch, so dass sie jedenfalls nicht als einfache, mit Ammoniak verbundene Kobaltoxydsalze anzusehen sind; die ihren Magnetismus bestimmende, das Metall enthaltende Atomgruppe muss eine wesentlich andere sein, als in den einfachen Salzen[2]).

1285 Die Constanz des Molecularmagnetismus in den verschieden gefärbten Chromoxydsalzen zeigt, dass die magnetische Atomgruppe unverändert ihre Eigenschaften bewahrt.

Auch das sogenannte Tetraminchromchlorid $[Cr(NH_3)_4 Cl_3 + H_2O]$ besitzt nahe den gleichen Atommagnetismus, wie die übrigen Chromoxydsalze, dürfte also auch nicht nach obiger Formel constituirt sein, sondern nach der Formel $Cr_2 Cl_6$, $8 NH_3$, $2 H_2O$.

Die Werthe μ für eine andere Reihe von Chromverbindungen sind die folgenden:

	μ
Chlorpurpureochromchlorid, $Cl_2(Cr_2 10 NH_3)Cl$	40,68
Luteochromchlorid, $Cr_2(12 NH_3)(NO_3)_6 2 H_2O$	40,80
Xanthochromchlorid, $(NO_2)Cr_2(10 NH_3)Cl_4$	41,42
Erythrochromchlorid, $(OH)(NO_3) . Cr_2(10 NH_3)(NO_4)H_2O$	35,73
Rhodochromchlorid, $(OH)Cl . Cr_2(10 NH_2)Cl_4 H_2O$	32,27

Der Atommagnetismus der ersten drei Salze ist nahe gleich dem der gewöhnlichen Chromoxydsalze, so dass sie als solche anzusehen sind. Der der letzten beiden weist auf eine besondere Constitution hin.

Chromicyankalium und Chromisulfocyankalium haben dagegen denselben Atommagnetismus, wie die übrigen Chromoxydsalze, so dass sie den Ferrocyanverbindungen nicht analog constituirt, sondern als einfache Doppelsalze aufzufassen sind. Auch in den anderen Schwefelcyanmetallen hat das Metall dieselben magnetischen Eigenschaften, wie in den einfachen Salzen desselben Metalles.

1286 Die mittleren Atommagnetismen μ für eine Reihe anderer Salze[3]) ist:

	μ		μ
Eisenchlorid	100	Oxalsaures Chromoxyd-Kali	41,1
Oxalsaures Manganoxyd-Kali	70,58	Mohr'sches Salz	83,88
Oxalsaures Eisenoxyd-Kali	102,4	Manganfluorkalium[4])	43,25
Oxalsaures Kobaltoxyd-Kali	0	Ferrifluorkalium	88,43

[1]) Graham, Ann. d. Chem. u. Pharm. 29, 29. — [2]) Weiteres hierüber im Decanatsprogramm der phil. Fac. der Univers. Leipzig 1876. — [3]) Die Salze von Kehrmann s. Chem. Ber. 19, 1301; 20, 1594, 1886. — [4]) Die beiden letzten Salze von Chrestmann, Journ. prakt. Chem. N. F. 35, 57, 151, 841, 1887.

Während sich also unter den oxalsauren Doppelsalzen diejenigen des Eisenoxyds und Chromoxyds ganz normal wie andere Oxydsalze desselben Metalls verhalten, ist der Atommagnetismus des Mangansalzes und Kobaltsalzes sehr bedeutend kleiner, als der der anderen Oxydsalze, deren Atommagnetismus 115,8 und 84,6 sein sollte.

Eine gleiche Anomalie zeigen die Fluordoppelsalze; die Atommagnetismen sind kleiner als zu erwarten, namentlich beim Mangansalz.

Cyannickel und Cyankobalt haben einen Molecularmagnetismus, welcher nur etwa 0,4 bis 0,6 von dem Magnetismus der übrigen Salze des Nickels und Kobalts ist. Werden die Cyanmetalle in Cyankaliumlösung aufgelöst, so verschwindet ihr Magnetismus fast vollständig. Es kann dies nicht von der Bildung eines einfachen Doppelsalzes herrühren, da in den Doppelsalzen die magnetischen Bestandtheile ihre Molecularmagnetismen ungeändert bewahren; vielmehr muss sich die magnetische Atomgruppe selbst geändert haben. Die gebildeten Salze sind wahrscheinlich entsprechend ihrem elektrolytischen Verhalten nach der Formel $K + (Cy + {}^1/_2\, Co\, Cy_2)$ und $K + (Cy + {}^1/_2\, Ni\, Cy_2)$ zusammengesetzt. Hierfür spricht auch das analoge magnetische Verhalten des Kaliumeisencyanürs und Kaliumeisencyanids (s. §. 1288). In diesen beiden Salzen kann das Kalium nach den Versuchen über die Zersetzung der magnetischen Salze durch doppelte Wahlverwandtschaft durch die magnetischen Metalle ersetzt werden, welche dabei ihren Atommagnetismus unverändert behalten, wie in den gewöhnlichen Sauerstoff- und Haloïdsalzen. Nach der Analogie mit letzteren sind sie also ebenfalls anzusehen als bestehend aus einem Aequivalent Kalium, verbunden im Kaliumeisencyanür mit einer diamagnetischen Atomgruppe $K + (Cy + {}^1/_4\, Fe\, Cy_2)$, durch welche das Salz selbst diamagnetisch ist, und im Kaliumeisencyanid mit einer magnetischen Atomgruppe $K + (Cy + {}^1/_3\, Fe\, Cy_3)$, durch deren Hinzutreten das Salz magnetisch ist. 1287

Der Molecularmagnetismus der drei dem Kaliumeisencyanid entsprechenden Salze des Mangans, Eisens und Kobalts ist, sowohl wenn die Salze im festen, wie wenn sie im gelösten Zustande untersucht werden: 1288

	gelöst	fest
Kaliummangancyanid	30,5	31,9
Kaliumeisencyanid	16,1	15,7
Kaliumkobaltcyanid	—	— 0,75

Wie bei den Sauerstoff- und Haloïdsalzen der drei Metalle ist also auch hier der Molecularmagnetismus des Kaliumeisencyanids der mittlere von dem des Kaliummangancyanids und Kaliumkobaltcyanids, und die drei Molecularmagnetismen dieser Salze sind um nahe gleich viel gegen die Magnetismen der Oxydsalze derselben Metalle vermindert, wie wenn in letzteren zu den magnetischen Metallen eine stark diamagnetische Atomgruppe hinzugetreten wäre.

1289 Durch andere Versuche habe ich[1]) gezeigt, wie man durch den verschiedenen Magnetismus des an Säuren gebundenen und des dissociirten, colloid gelösten Eisenoxyds die Dissociation der Eisenoxydsalze in ihren wässerigen Lösungen bestimmen kann, wonach z. B. eine Lösung von Eisenchlorid von mittleren Concentrationen das Salz fast völlig in seinem gewöhnlichen Zustande enthält, dagegen in einer Lösung von schwefelsaurem Eisenoxyd etwa 25 Proc. des Salzes in colloides Eisenoxyd und Säure, in einer Lösung von salpetersaurem Eisenoxyd etwa 19 Proc. dissociirt sind. Auch habe ich die Aenderung der Dissociation der Eisenoxydsalze bei verschiedenen Temperaturen, die Bindung des Eisenoxyds in Lösungen durch verschiedene Mengen Säure, den Austausch des Eisenoxyds mit den Basen anderer Salze bestimmt. — Diese Untersuchungen gehören in das Gebiet der physikalischen Chemie.

1290 P. Curie[2]) hat nach einer complicirteren Methode die zu untersuchenden Körper zwischen die etwas gegen einander geneigten Polschuhe eines Elektromagnetes in die Symmetrieebene gebracht und durch Torsion eines ihn tragenden Fadens die Kraft bestimmt, mit der er in den Winkel zwischen den Polen, d. h. in der Richtung X der Halbirungslinie dieses Winkels, hineingezogen wird. Ist H_y die Intensität des Magnetfeldes in der Richtung der Y senkrecht zur Symmetrieebene, J das magnetische Moment der Masseneinheit, M die Masse des Körpers, so ist die Kraft $f = MJ.dh_y/dx$ und, da J meist proportional H_y ist, wenn k der Coëfficient der specifischen Magnetisirung ist, $f = MkH_y dH_y/dx$. H_y wird mittelst einer um 180° im Magnetfelde an der Stelle des Körpers gedrehten Spirale und eines ballistischen Galvanometers, dH_y/dx durch plötzliche Verschiebung einer Spirale mit vielen Windungen um eine durch ein Mikrometer genau bestimmte Länge um 1 bis 2 mm in der Richtung der X-Axe gemessen, wobei die Windungsebenen senkrecht auf dem Magnetfelde stehen; oder auch, wenn man die Spirale mit den Windungen senkrecht auf die X-Axe stellt und die Spirale in der Richtung der Y-Axe verschiebt.

Die Kugel mit den zu untersuchenden Körpern wird in eine verticale Röhre von Porcellan gebracht, getragen von einem nach aussen gehenden U-förmigen Metallrohr, und umgeben von einer Platindrahtspirale im Porcellanrohr, welche durch einen galvanischen Strom zum Glühen gebracht wird. Durch einen von Wasser durchströmten Schirm wird der Elektromagnet vor Erwärmung geschützt.

Die Coëfficienten k des specifischen Magnetismus für die Einheit der Masse (1 g) sind danach zwischen den Temperaturen t:

	Bi fest		flüssig	Sb elektrolyt.	fest		P gelb	roth
t	20	273	273 bis 405	20	535	20°	19 bis 71	20 bis 275
$10^6 k$	—1,35	—0,957	—0,038	—0,68	—0,46	—094	—0,92	—0,74

[1]) G. Wiedemann, Wied. Ann. 5, 45, 1878. — [2]) P. Curie, Compt. rend. 115, 803; 116, 137, 1892; Beibl. 17, 480.

	H_2O	NaCl	KCl	K_2SO_4	KNO_3 fest u. flüssig
t	15 bis 189	18 bis 455	18 bis 465	17 bis 460	18 bis 420
$10^6 k$	— 79	— 573	— 0,55	— 0,43	— 0,329

	Quarz ⊥ u. ∥	S versch. Formen	Se fest u. fl.	Te	Br	J fest u. fl.	Pd	O
t	18 bis 430	15 bis 25	20 bis 415	20 bis 305	20	18 bis 164	20	20
$10^6 k$	— 0,441	— 0,57	— 0,32	— 0,311	— 0,41	— 0,31	+ 5,15	+ 115

Bei den meisten diamagnetischen Körpern ist der Magnetisirungscoëfficient von der Structur und Temperatur nahe unabhängig, nur beim rothen Phosphor ist er kleiner als beim gelben, beim elektrolytischen Antimon viel kleiner, als beim gewöhnlichen. Er nimmt für Antimon und Wismuth schnell mit der Temperatur ab.

Zwischen $t = 20$ und 273° ist für Wismuth der Magnetisirungscoëfficient

$$10^6 k_t = -1{,}35\,[1 - 0{,}00115\,(t - 20)],$$

er ändert sich also linear. Beim Schmelzpunkt (273°) selbst ist er nur 0,7 von dem Werth bei 20° und sinkt beim Schmelzen auf $^1/_{25}$. Dann bleibt er von 273 bis 400° unveränderlich auf dem sehr kleinen Werth $10^6 k = -0{,}038$.

Bei allen magnetischen Körpern nimmt der Magnetisirungscoëfficient mit steigender Temperatur ab, um so weniger, je höher die Temperatur ist, etwa nach einem hyperbolischen Gesetz.

1291

Quincke[1]) hat den Magnetismus und Diamagnetismus der Körper auf andere Weise bestimmt. Er bringt den einen engeren, verticalen oder schrägen Schenkel einer U-förmigen Glasröhre zwischen die Pole eines starken Elektromagnetes und füllt sie so weit mit einer magnetischen Flüssigkeit, dass die Kuppe derselben im engeren Schenkel in der Mitte des Magnetfeldes liegt. Bei Erregung des Elektromagnetes wird die Flüssigkeit stärker in das Magnetfeld gezogen, als die Luft, und steigt deshalb bis zu einer Höhe h. Der Druck hs derselben, wo s das specifische Gewicht ist, ist dem Quadrat der Stärke des Magnetfeldes und der Magnetisirungsconstante der Flüssigkeit proportional. Die Feldstärke wurde durch eine Inductionsspirale bestimmt. Diamagnetische Flüssigkeiten verhalten sich entgegengesetzt.

Nach Abzug der Wirkung auf das Wasser ergab sich so der Atommagnetismus a der Metalle in den Salzlösungen:

	$MnCl_2$	$FeCl_3$	$FeCl_2$	$CoCl_2$	$CrCl_2$	$CrCl_3$
$10^8 a$	8,329	8,048	6,392	5,756	5,643	3,310
b	100,4	100	83,1	67,2	—	41,9
$10^{12} a/b$	830	805	769	856	—	790

	$Ce(SO_4)^1/_2$	$NiCl_2$	$Di(SO_4)^3/_2$	K_3FeCy_6	$CuSO_4$	$La(SO_4)^3/_2$
$10^8 a$	2,827	2,671	2,181	1,295	0,863	0,423
b	30,0	30,5	68,8	16,1	10,8	—
$10^{12} a/b$	942	876	317	804	751	—

[1]) Quincke, Vorläufige Mittheilung. Nach dem Drucke auch erschienen in Wied. Ann. 24, 347, 1885.

Die Zahlen A geben die magnetische Druckkraft in Grammen auf das Quadratcentimeter an, um welche das wasserfreie Salz stärker drückt, als die atmosphärische Luft, in einem Magnetfelde von der Kraft Eins (C.-G.-S.), wenn in einem Cubikcentimeter die durch die Aequivalentzahl angegebene Zahl Gramme Salz gelöst sind. B sind die von mir gefundenen Zahlen. Ausser beim Didymsulfat, welches zur Zeit meiner Versuche noch nicht rein zu erhalten war, weichen die Quotienten $10^{12} a/b$ nicht allzusehr von einander ab.

Die Aenderungen der Stellung der Kuppe der Flüssigkeiten unter magnetischem Einfluss liegen meist wenig über oder auch unter einem Millimeter, so dass kleine Aenderungen der Capillarität darauf grossen Einfluss haben können.

Nach dem Versuche von Quincke ist, entgegen dem Verhalten der Eisensalze, unter denen die Oxydsalze einen grösseren Atommagnetismus haben als die Oxydulsalze, der der Chromoxydulsalze grösser als der der Oxydsalze.

1292 Nach ähnlichen Versuchen von Howard[1]) und von Wäbner sind die entsprechenden Werthe $10^{10} k$:

	Quincke	Howard	Wäbner
Wasser	— 4,278	— 4,248	— 2,758
Alkohol	— 3,484	— 3,294	— 2,149
Steinöl	— 3,664	— 3,833	—

Die Werthe von Wäbner sind also etwa 1,6 mal kleiner als die von Quincke und Howard.

1293 Eine sehr grosse Anzahl von Bestimmungen ist von Henrichsen[2]) unter Beihülfe von Wleügel für möglichst reine organische Verbindungen nach der auch von mir benutzten Anziehungsmethode ausgeführt worden. Zwischen die Pole eines starken Elektromagnetes wird ein 4 cm langes, 0,7 cm weites, mit zwei Capillarröhren zum Füllen verbundenes Glasrohr bifilar aufgehängt. Dasselbe war mit einem Spiegel versehen. Die Messungen geschahen in der von mir benutzten Art.

Bei neueren Versuchen schwebt das Glasgefäss zwischen zwei auf den Magnetpolen befestigten parallelen, etwas seitlich gegeneinander verschobenen cylindrischen Eisenstäben in einer doppelwandigen Messingbüchse, deren Zwischenraum zugleich als Thermometer dient, durch deren Wände die Eisencylinder bis auf etwa 2 mm in den inneren Raum hineinragen. Diese Büchse kann von unten durch einen kleinen Ringbrenner erwärmt werden. Die Flüssigkeiten befanden sich in ⫫ förmigen Röhren, deren eine als Vergleichsflüssigkeit mit Alkohol gefüllt und zugeschmolzen war. Die Temperatur wurde möglichst nahe bei 20° erhalten.

[1]) Quincke, Wied. Ann. 34, 403, 1888. Wäbner, Wien. Ber. [2] 96, 85, 1888; Beibl. 12, 389. — [2]) Wleügel und Henrichsen, Wied. Ann. 22, 121, 1884; 34, 180, 1888; 45, 38, 1892.

Die Resultate, bei denen der Volumenmagnetismus des Wassers gleich 10 gesetzt ist, geben den so beobachteten Molecularmagnetismus μ.

Name	Formel	μ	μ ber.	Name	Formel	μ	μ ber.
Wasser	H_2O	180	—	Isobutylchlorid	C_4H_9Cl	939	945
Methylalkohol	CH_4O	307	310	Amylchlorid	$C_5H_{11}Cl$	1107	1108
Aethylalkohol	C_2H_6O	473	473	Aethylbromid	C_2H_5Br	747	749
Propylalkahol	C_3H_8O	637	637	Propylbromid	C_3H_7Br	907	912
Isopropylalkohol	C_3H_8O	640	637	Isopropylbromid	C_3H_7Br	900	912
Isobutylalkohol	$C_4H_{10}O$	806	800	Isobutylbromid	C_4H_9Br	1082	1075
Amylalkohol	$C_5H_{12}O$	961	963	Amylbromid	$C_5H_{11}Br$	1251	1238
Heptylalkohol	$C_7H_{16}O$	1288	1289	Methyljodid	CH_3J	824	814
Acetaldehyd	C_2H_4O	307	310	Aethyljodid	C_2H_5J	971	977
Propionaldehyd	C_3H_6O	490	473	Propyljodid	C_3H_7J	1137	1140
Aceton	C_3H_6O	473	473	Methylsulfid	$(CH_3)_2S$	633	628
Isobutyraldehyd	C_4H_8O	640	636	Aethylsulfid	$(C_2H_5)_2S$	952	955
Valeraldehyd	$C_5H_{10}O$	797	799	Propylsulfid	$(C_3H_7)_2S$	1279	1281
Methylhexylketon	$C_8H_{16}O$	1271	1289	Aethyläther	$C_4H_{10}O$	820	800
Paraldehyd	$C_6H_{12}O_3$	1198	—	Essigsäureanhydrid	$C_4H_6O_3$	731	730
Ameisensäure	CH_2O_3	275	275	Mesityloxyd	$C_6H_{10}O$	848	850
Essigsäure	$C_2H_4O_2$	437	439	Methylenjodid	CH_2J_2	1317	—
Propionsäure	$C_3H_6O_2$	591	602	Aethylenchlorid	$C_2H_4Cl_2$	824	824
Buttersäure	$C_4H_8O_2$	758	765	Aethylidenchlorid	$C_2H_4Cl_2$	821	824
Isobuttersäure	$C_4H_8O_2$	761	765	Aethylenbromid	$C_2H_4Br_2$	1077	1075
Isovaleriansäure	$C_5H_{10}O_2$	924	928	Propylenbromid	$C_3H_6Br_2$	1236	1238
Capronsäure	$C_6H_{12}O_2$	1081	1092	Chloroform	$CHCl_3$	807	809
Methylformiat	$C_2H_4O_2$	440	439	Bromoform	$CHBr_3$	1157	—
Aethylformiat	$C_3H_6O_2$	589	602	Chloral	C_2HCl_3O	939	937
Propylformiat	$C_4H_8O_2$	772	765	Dichlorhydrin	$C_3H_6Cl_2O$	1120	1116
Methylacetat	$C_3H_6O_2$	605	602	Kohlenstofftetrachlorid	CCl_4	921	—
Aethylacetat	$C_4H_8O_2$	758	765	Kohlenstoffdichlorid	C_2Cl_4	1123	—
Propylacetat	$C_5H_{10}O_2$	936	928	Schwefelkohlenstoff	CS_2	593	—
Isobutylacetat	$C_6H_{12}O_2$	1113	1091	Allylbromid	C_3H_5Br	800	800
Amylacetat	$C_7H_{14}O_2$	1263	1255	Allylchlorid	C_3H_5Cl	662	672
Aethylvalerat	$C_7H_{14}O_2$	1249	1255	Allylacetat	$C_5H_8O_2$	802	816
Amylvalerat	$C_{10}H_{20}O_2$	1743	1744	Diallyl	C_6H_{10}	293	773
Amylnitrat	$C_5H_{11}NO_3$	1150	1140	Caprylen	C_8H_{16}	1222	1211
Amylnitrit	$C_5H_{11}NO_2$	1001	1011	Brombenzol	C_6H_5Br	1081	1048
Propylchlorid	C_3H_7Cl	788	781				

Aus diesen Angaben folgt: **1294**

1. Alle isomeren und metameren Körper in obiger Reihe besitzen den gleichen Molekularmagnetismus.

2. Bei Einführung von CH_2 nimmt der Molecularmagnetismus nahe um gleich viel zu, im Mittel um 163,2 (zwischen 143 und 178), wenn der des Wassers gleich 10 ist.

3. Der Molecularmagnetismus hängt dagegen von der Art der Bindung der Atome ab. Doppelte Bindung bedingt, wie es scheint, eine Verminderung derselben.

4. Unter gewissen chemischen Voraussetzungen kann man den Magnetismus der Atome aus den Molecularmagnetismen der Verbindungen berechnen. Sie sind für

H	O′	O″	C′	C″	Cl_I	Cl_{II}	Cl_{III}	Cl_{IIII}	Br_I	Br_{II}	Br_{III}	J_I	J_{II}	S_I
9,0	129,0	17,0	145,2	98	282	249	218	194	413	374	334	612	577	284

5. Die Atomgewichte der Halogene nehmen mit wachsender Zahl der Atome ab.

6. Ist der Magnetismus bei 0° gleich M_0, so ist er bei s^0 gleich $M_1 = M_0\,(1 + at)$, wo im Mittel für die Säuren und Alkohole der Fettsäurereihe der Volumenmagnetismus $\alpha = 0{,}00134$ (zwischen 0,00103 und 0,00156) ist. Der Molecularmagnetismus M_1 ist gegen den bei 0°, bezw. M_0

$$M_1 = M_0\,(1 - 0{,}0_3\,16).$$

1295 Theorie des Magnetismus chemischer Verbindungen. Wollen wir auf diese Erscheinungen die Theorie der drehbaren Molecularmagnete anwenden, so haben wir sowohl die Grösse des eigenen Magnetismus der einzelnen Molecüle, welche im unmagnetischen Zustande mit ihren Axen nach allen Richtungen gelagert sind, als auch die Grösse der Cohäsionskräfte zu berücksichtigen, welche sich ihrer Drehung um den Schwerpunkt durch die äusseren magnetisirenden Kräfte entgegenstellen.

Ist m das magnetische Moment jedes Molecularmagnetes, n die Zahl der Molecularmagnete in der dem Moleculargewicht entsprechenden Menge eines magnetischen Körpers, X die äussere magnetisirende Kraft, D das rücktreibende Drehungsmoment, durch welches die durch die Kraft X abgelenkten Molecularmagnete nach ihren unmagnetischen Gleichgewichtslagen hingezogen werden, so ist nach §. 631 das dem Molecül des Körpers ertheilte magnetische Moment annähernd

$$M = {}^2/_3\, m\, n\, \frac{X}{D}, \text{ wenn } X < D$$

$$M = m\, n \left(1 - {}^1/_3\, \frac{D^2}{X^2}\right), \text{ wenn } X > D.$$

Nach der zweiten Formel nähert sich das magnetische Moment der Stoffe mit wachsendem X einem Maximum, nach der ersteren ist es dem X proportional, wie wir dies bei den Salzen beobachten. Bei diesen ist also der Werth der Cohäsionskräfte D gegen die angewendeten magnetisirenden Kräfte X bedeutend. Bestimmen wir das magnetische Moment gleicher Molecüle der verschiedenen Salze bei gleichen magnetisirenden Kräften, z. B. bei der Kraft $X = 1$, so erhalten wir nur das Verhältniss

mn/D; die beiden Werthe, der Magnetismus mn sämmtlicher in demselben enthaltenen Molecularmagnete zusammen und die von der Cohäsion abhängige Constante D lassen sich aber nicht gesondert beobachten; über die relative Grösse derselben in jedem einzelnen Falle können wir nur nach Wahrscheinlichkeitsgründen entscheiden.

Soll der Magnetismus der Salze ihrer ganzen Masse als solcher angehören, so müssen wir, um die Gleichheit des magnetischen Momentes des Molecüles der festen und der in verschiedenen Lösungsmitteln gelösten Salze als Ganzes zu erklären, die Annahme machen, dass ihre Molecüle, welche in beiden Fällen ein gleiches eigenthümliches Moment mn besitzen, auch in beiden Fällen gleichen Kräften D ausgesetzt sind. Um ferner zu begründen, dass die festen wasserfreien, sowie wasserhaltigen und einander entsprechenden Sauerstoff- und Haloïdsalze u. s. f. desselben Metalles gleiche temporäre Magnetisirbarkeit besitzen, müssten wir ihren Molecülen unter allen diesen sehr verschiedenen Verhältnissen sowohl ein gleiches eigenthümliches Gesammtmoment mn, wie auch gleiche Cohäsionskräfte D zuschreiben, welche sich ihren Drehungen widersetzen, oder beide Grössen mn und D müssen sich bei allen diesen Salzen einander proportional ändern. Diese Annahmen erscheinen indess bei den sehr verschiedenen Cohäsionsverhältnissen in den angeführten Fällen nicht besonders wahrscheinlich, so dass wir darauf geführt werden, in dem Metallradical den Sitz des Magnetismus der Salze zu suchen. Dem Metallatom müssen wir dann in allen jenen Salzen ein gleiches Gesammtmoment mn beilegen und zugleich annehmen, dass in allen Verbindungen, in denen es eine gleiche Lagerung in der Gruppe der mit einander verbundenen Atome einnimmt, eine gleiche Widerstandskraft D seiner Drehung entgegenstände.

1296 In den krystallisirten Salzen sind jedenfalls die einzelnen Salzmolecüle in bestimmten Lagen geordnet. Würde sich diese Anordnung bis auf die einzelnen Atomgruppen der zu einem Salzatom verbundenen Atome ihrer einfachen Elemente erstrecken, und würden in ihnen die Metallatome eine gleiche Lage besitzen, so wäre nach der Theorie der drehbaren Molecularmagnete von vornherein nicht abzusehen, wie das Salz im natürlichen Zustande unmagnetisch sein könnte, da dieses Verhalten nach jener Theorie verlangt, dass hierbei die magnetischen Axen der Molecularmagnete nach allen möglichen Richtungen geordnet sein müssen. Es bliebe dann die Wahl zwischen den Annahmen, dass jedes Salzmolecül aus einer grossen Anzahl in verschiedenen Lagen geordneter Salzmolecüle bestände, mit denen also auch die Metallatome in ihnen verschieden gerichtet wären, oder, dass das Metallatom in den gleich gelagerten Salzmolecülen mit seiner magnetischen Axe verschieden gerichtet sein könnte, oder endlich einfacher, dass das Metallatom selbst aus einer grossen Anzahl verschieden gerichteter Molecularmagnete bestände. Durch letztere Hypothese

würde die, allen analogen Verbindungen desselben Metalles gleiche Cohäsionskraft D auf das in denselben unverändert bleibende Metallatom selbst beschränkt.

In den verschiedenen, einander nicht entsprechenden Verbindungen desselben Metalles (colloides Eisenoxyd, Eisenoxyd- und Eisenoxydulsalze) können wir annehmen, dass das Metall mit einem ungleichen eigenthümlichen Moment mn in die Verbindungen eingeht, und auch durch ungleiche Kräfte D an seiner magnetischen Drehung behindert wird. — Entsprechend geben wir bei Betrachtung der elektrolytischen Vorgänge dem Eisen in den Oxydsalzen ein Aequivalentgewicht, welches nur zwei Drittel von dem des Eisens in den Oxydulsalzen ist.

Um das verschiedene Moment der ähnlich constituirten Salze verschiedener Metalle, z. B. der Manganoxydul-, Eisenoxydul-, Nickel- und Kobaltoxydulsalze zu erklären, müssen wir wieder den Werthen mn und D solche Werthe beilegen, dass die Quotienten mn/D den oben erwähnten Zahlenwerthen μ gleich werden. Ob hierbei mn und D gleichzeitig, oder nur der eine der beiden Werthe von Metall zu Metall sich ändert, lässt sich bis jetzt noch nicht entscheiden. Bei der geringen Abweichung der Atomgewichte jener Metalle unter einander, bei den geringen Unterschieden zwischen den Krystallformen ihrer Salze und den Kräften, mit denen sie das Krystallwasser festhalten u. s. w., dürfte es nicht ganz unwahrscheinlich sein, dass die Cohäsionskräfte in ihnen nahezu einander gleich sind, und so die Werthe μ den eigenthümlichen Momenten mn der verschiedenen Metallatome in ihren Verbindungen entsprechen.

Wenn in den einander analogen Verbindungen das Mangan viel stärker magnetisch ist, als das Eisen, bei den beiden Metallen im metallischen Zustande dagegen das umgekehrte Verhältniss stattfindet, so sind wir genöthigt, diesen Unterschied auf die verschiedenen Cohäsionskräfte der Salze und der reinen Metalle zu schieben.

1297 Der Einfluss der Dichtigkeit der Verbindungen auf ihr magnetisches Moment ist aus der Betrachtung abzuleiten, dass eine dichtere Aneinanderlagerung der einzelnen Molecüle eines Körpers in doppelter Weise wirken kann: einmal, indem die Molecüle weniger beweglich werden und so bei Einwirkung einer äusseren magnetisirenden Kraft weniger dem Zuge derselben folgen, also der temporäre Magnetismus des Körpers kleiner wird; sodann, indem die Molecüle bei der Einstellung, ähnlich wie die Molecüle von metallischem Eisen, aus grösserer Nähe auch eine stärkere magnetisirende Wechselwirkung auf einander ausüben und dadurch der Magnetismus des Körpers verstärkt wird.

1298 Der Magnetismus der Verbindung zweier diamagnetischer Elemente, z. B. Brom und Kupfer, lässt sich auf ähnliche Weise ableiten. Die Vermuthung älterer Chemiker (Schönbein), welche die Salzbildner als Superoxyde, die Haloïdsalze als Sauerstoffsalze ansehen wollten, würde

darauf führen, dass der Magnetismus des Brom- und Chlorkupfers u. s. f. seinem Gehalt an dem magnetischen Sauerstoff zuzuschreiben wäre. Dies wird dadurch widerlegt, dass das Kupfer in ganz sauerstofffreien Verbindungen, wie z. B. im Kupfereisencyanür und Kupfereisencyanid, nahezu denselben Atommagnetismus besitzt, wie in jenen Haloïdsalzen. Der Magnetismus der Verbindungen muss also wesentlich auf einer Aenderung der Eigenschaften der Molecüle des Kupfers selbst beruhen. Wir werden etwa wiederum annehmen können, dass die Atome des Kupfers magnetisch sind, aber in dem metallischen Kupfer nur schwer durch die äusseren magnetisirenden Kräfte gerichtet werden [1]).

Wollen wir uns endlich bei Betrachtung des Einflusses der Temperaturerhöhung der Hypothese Ampère's zuwenden, nach welcher der Magnetismus der Molecularmagnete auf Molecularströmen beruht, welche sie in gewissen festen Bahnen umfliessen und mit ihnen durch die äusseren magnetisirenden Kräfte gerichtet werden, so kann die Abnahme des magnetischen Momentes mn der Molecularmagnete mit steigender Temperatur auf eine gleiche Abnahme der Intensität der Molecularströme zurückgeführt werden. Da nach den früheren Betrachtungen der Magnetismus der Salze fast ausschliesslich in ihren Metallatomen zu suchen ist, so müsste, mit Berücksichtigung der Veränderung der Cohäsion, die Intensität der die Metallatome umfliessenden Molecularströme bei einer Temperaturerhöhung von 0 bis 100° um etwas mehr als 0,325 abnehmen. Wir haben schon Bd. I, §. 532 erwähnt, dass in einem, nicht sehr weit davon abweichenden Verhältniss (0,29) sich auch die Leitungsfähigkeit der Metalle selbst für den galvanischen Strom bei einer gleichen Temperaturänderung vermindert. **1299**

Die quantitativen Beziehungen des Magnetismus der Gase sind von Plücker [2]) in gleicher Weise untersucht worden, wie der Magnetismus der festen und flüssigen Körper. — Die Gase wurden in kleine, durch einen Hahn verschliessbare Glaskugeln von etwa 45 mm Durchmesser gefüllt, dieselben auf die beiden, auf 5,5 mm einander genäherten Halbanker des Magnetes gesetzt und das zum Abreissen erforderliche Gewicht bestimmt. Zuerst wurde der Versuch mit einer luftleer gepumpten Kugel angestellt und das hierbei gefundene Gewicht von den Gewichten subtrahirt, welche bei den Versuchen mit der mit Gas gefüllten Kugel beobachtet wurden. **1300**

[1]) Die Herbeiziehung der Inductionsströme, welche nach der Hypothese von W. Weber die Molecüle der diamagnetischen Körper bei magnetischer Einwirkung neben den permanenten magnetischen Molecularströmen umfliessen, wo dann, je nach der Dichtigkeit der Verbindungen u. s. f., die ersteren stärker oder schwächer sein können, dürfte nicht haltbar sein, da die Molecularströme in Folge des Widerstandes, den sie auf ihrer Bahn finden, unter Wärmeerzeugung verschwinden würden. Dafür könnte man dauernde Rotationen der mit einer permanenten elektrischen Oberflächenladung versehenen Molecüle setzen. — [2]) Plücker, Pogg. Ann. 83, 87, 108; 84, 161, 1851.

Die mit Sauerstoff gefüllte Kugel wurde in der Luft von den Magnetpolen stärker angezogen, als die luftleere. Der Sauerstoff ist also nicht nur, wie die im §. 1210 beschriebenen Versuche ergaben, weniger diamagnetisch als die umgebende Luft, sondern für sich magnetisch.

Bei Füllung der Kugel mit verschieden stark comprimirtem Sauerstoff erwies sich die magnetische Anziehung bis zum Druck von zwei Atmosphären seiner Dichtigkeit proportional. — Die Kugel wurde ferner mit Lösung von Eisenchlorid gefüllt, deren Magnetismus mit dem des aus Wasserstoff reducirten Eisens verglichen war. — Danach war das für gleiche Gewichte der Substanzen berechnete Verhältniss des Magnetismus:

des Sauerstoffs zu dem der Lösung = 8,068 : 1,
der Lösung zu dem des Eisens = 1 : 2395.

Setzt man demnach den Magnetismus des durch Wasserstoff aus Eisenoxyd reducirten Eisens gleich 100000, so ist der eines gleichen Gewichtes Sauerstoff gleich 3500. Der Magnetismus eines Atoms Sauerstoff ist hiernach 81,8 mal kleiner als der eines Atoms Eisen.

1301 Stickstoff, Stickoxydul, Wasserstoff, Aetherdampf, Kohlenoxyd und Chlor werden zu schwach vom Magnete beeinflusst, als dass man bei der benutzten Methode eine deutliche Wirkung wahrnehmen konnte. Wasserstoff erweist sich zwar als diamagnetisch, indess ist sein Diamagnetismus höchstens $^1/_{200}$ von dem Magnetismus des Sauerstoffes.

Vernachlässigt man diese geringen Wirkungen, so kann man den Magnetismus eines Gemenges der genannten Gase mit Sauerstoff ihrem Sauerstoffgehalt proportional setzen. Dieses Resultat gilt sowohl für die atmosphärische Luft, bei welcher die Anziehung durch den Magnet ihrer Dichtigkeit proportional ist, als auch bei einem Gemenge von Sauerstoff mit Wasserstoff, Kohlenoxyd oder Chlor. Dichtere Luft in verdünnter, auch kältere Luft in wärmerer wird vom Magnet angezogen.

Stickoxydgas ist magnetisch; bei gleichem Druck und gleichem Gewicht etwa 0,476 mal, bei gleichem Volumen 0,456 mal so stark als Sauerstoffgas.

Untersalpetersäure ist unmerklich magnetisch.

Salpetrige Säure verhält sich wie ein Gemenge von Stickoxyd und Untersalpetersäure. Ihr Magnetismus ist bei gleichem Volumen und Druck 0,342, bei gleichem Gewicht 0,226 von dem des Sauerstoffes. (Die durch Mengung von Stickoxyd und Sauerstoff erhaltene grüne und rothe Flüssigkeit ist diamagnetisch, sie ist also wahrscheinlich nicht reine salpetrige Säure.)

1302 Bei diesen Versuchen hat Plücker[1]) noch ein eigenthümliches Verhalten beobachtet. Aequilibrirt man die an die Wage gehängte, mit

---

[1]) Plücker, Pogg. Ann. 83, 299, 1851.

Sauerstoff, Stickoxyd oder salpetriger Säure gefüllte Kugel über dem Magnetpol so, dass sie nur schwach angezogen wird, und kehrt den magnetisirenden Strom plötzlich um, so bemerkt man eine momentane Abstossung der Kugel und dann erst wieder eine Anziehung. Auch bei Mischungen des Sauerstoffes mit diamagnetischen Gasen, z. B. bei Luft, zeigt sich dasselbe Verhalten.

Plücker schliesst hieraus, dass die genannten Gase die magnetische Polarität, welche sie unter dem Einfluss des Magnetes angenommen, eine Zeit bewahren, also eine gewisse Coercitivkraft besitzen. Jedoch sind über diesen schwierigen Punkt noch weitere Versuche anzustellen, bei denen auch die beim Umlegen des Magnetes inducirten Ströme, welche in der, wenn auch sehr schlecht leitenden Glaskugel immerhin noch eintreten könnten, besonders zu berücksichtigen wären.

1303 E. Becquerel[1]) hat den Diamagnetismus und Magnetismus der Gase untersucht, indem er vermittelst des §. 1214 beschriebenen Apparates die Abstossung eines aus gestossenem Glase und Wachs zusammengekneteten kleinen Cylinders oder einer beiderseits zugeblasenen Glasröhre bestimmte, welche von den verschiedenen Gasen umgeben war oder im luftleeren Raume hing. Zu diesem Zwecke war zwischen die Magnetpole ein verticaler, unten zugeblasener Glascylinder von 4 cm Durchmesser und 40 cm Höhe aufgestellt, und auf ihn der Kopf einer Torsionswage aufgesetzt, an welchen vermittelst eines Silberfadens oder einiger Haare der Wachsstab angehängt war. Der Glascylinder wurde evacuirt oder mit den Gasen gefüllt; der Magnet wurde mittelst 30 bis 40 Bunsen-scher Elemente erregt und die Intensität I des Stromes durch eine Sinusbussole gemessen. Die Momente des Wachsstabes und Glasrohres, welche durch die durch I^2 dividirten Torsionswinkel T gemessen wurden, ergaben sich u. A.:

	Wachsstab	Glasrohr
Im luftleeren Raume	— 0,1145	+ 0,8535
In Sauerstoff von 76 cm Druck und 12° C.	— 0,2675	+ 0,3795
In Luft	— 0,1453	+ 0,7661
In Wasser	+ 0,7033	+ 3,502

Bezeichnet man also den Diamagnetismus des Wassers im luftleeren Raume mit — 10, so ist nach beiden Versuchsreihen der Magnetismus von:

	Bei gleichem Volumen		Bei gleichem Gewicht
Sauerstoff	+ 1,871	+ 1,79	+ 1257
Luft	+ 0,377	+ 0,33	+ 293
Wasser	— 10	— 10	— 10

[1]) E. Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **28**, 321, 1850.

Da sich ergeben hatte, dass die Magnetismen gleicher Gewichte von in Wachs vertheiltem Eisen und Wasser sich wie 1000000 : — 3 verhalten, so ist bei gleichem Gewicht der Magnetismus von:

Eisen	+ 1000000
Sauerstoff	+ 377
Luft	+ 88

Nimmt man den Magnetismus des Stickstoffs in der Luft als verschwindend an, so berechnet sich aus der letzteren Zahl der Magnetismus des Sauerstoffs zu 88 . 100 / 21 = 421.

1304 Noch in anderer Weise hat E. Becquerel (l. c.) den Magnetismus der Gase nachgewiesen, indem er ein Stäbchen von frisch ausgeglühter Kohle erst im luftleeren Raume, dann in verschiedenen Gasen zwischen die Magnetpole hängte und nach der §. 1214 beschriebenen Methode ihre Abstossung (—) oder Anziehung (+) bestimmte. Dieselbe war:

Kohle im luftleeren Raume	— 1,00
„ in Sauerstoff	+ 6,1
„ in Luft.	+ 1,37

Durch die Absorption des Sauerstoffes der Luft ist also die Kohle magnetisch geworden.

Die genaueren quantitativen Werthe der Anziehung oder Abstossung *A* der mit den Gasen erfüllten Kohle ergaben sich wie folgt [1]):

	A	Wirkung des Gases in der Kohle
Kohle im Vacuum	— 0,7	—
„ in Kohlensäure	— 2,5	— 1,8
„ in Luft	+ 2,5	+ 3,2
„ in ölbildendem Gase	— 3,5	— 2,8
Kohle im Vacuum	— 1,7	—
„ in Cyangas	— 5,0	— 3,3

Nimmt man an, dass die Gase nach den von Saussure angegebenen Verhältnissen in der Kohle condensirt sind, freilich eine ziemlich willkürliche Annahme, da die Natur der Kohle nicht die gleiche zu sein braucht, wie bei seinen Versuchen, und dass dieselbe im Vacuum keine absorbirten Gase enthält, so erhält man hiernach:

	Wirkung auf das Gas in der Kohle	Volumina, die von der Kohle condensirt sind	Wirkung auf gleiche Volumina
Sauerstoff	+ 100	9,25	+ 100
Stickoxydul	— 4,9	40	— 1
Kohlensäure	— 11,8	35	— 2,8
Oelbildendes Gas . . .	— 18,4	35	— 4,5
Cyan	— 21,5	—	—

[1]) E. Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 32, 92, 1851.

Wird die Kohle in Sauerstoff von verschiedener Dichtigkeit gebracht, so nimmt der Magnetismus zu, indess nicht proportional der Dichtigkeit, weil die Condensation in der Kohle nicht in diesem Verhältniss wächst.

1305 Endlich hat E. Becquerel[1]) auch noch nach der Art der Versuche von Plücker an einer empfindlichen Wage eine Glaskugel zwischen den halbkugelförmig ausgehöhlten Halbankern eines Elektromagnetes aufgehängt, die Stärke der Magnetisirung des letzteren durch die Schwingungszahl eines ihm gegenüber aufgehängten Magnetstabes gemessen und die Gewichte bestimmt, welche erforderlich waren, um die evacuirte oder mit verschiedenen Gasen gefüllte Röhre auf einer Entfernung von 5 bis 10 mm von den Polen zu erhalten. Auf diese Weise ergab sich bei Vergleichung des Diamagnetismus der Gase mit dem des Wassers für gleiche Volumina:

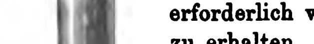
Wasser	Sauerstoff	Stickoxyd	Luft
— 10	+ 1,823	+ 0,493	+ 0,383

welche Zahlen mit den oben angeführten gut übereinstimmen.

Der Magnetismus der Luft ist also 383 / 1823 = 0,2101 von dem des Sauerstoffs; eine Zahl, welche nahezu dem Gehalt der Luft an letzterem entspricht. — Das in demselben Verhältniss, wie die Luft, zusammengesetzte Stickoxyd ist magnetischer als letztere; Stickoxydul ist dagegen diamagnetisch (vergl. §. 1301).

1306 Auch Faraday[2]) hat eine Reihe von Bestimmungen ausgeführt, indem er auf die Pole eines Logeman'schen Magnetes zwei Halbanker legte, die an dem Arm des Hebels einer Drehwage befestigten Körper in den durch letztere gebildeten Winkel brachte (Fig. 302), und die Torsion bestimmte, welche erforderlich war, um sie in einer festen Lage zu erhalten.

Fig. 302.



Zur Vergleichung des Diamagnetismus der Flüssigkeiten wurde derselbe Glascylinder in Luft und in den Flüssigkeiten untersucht; zur Vergleichung desjenigen der Gase wurde eine Glaskugel luftleer und mit den Gasen gefüllt verwendet. — Der Diamagnetismus des in Luft befindlichen Wassers wurde gleich 100 gesetzt; dann sind die Magnetismen (+) und Diamagnetismen (—) gleicher Volumina im Vacuum:

[1]) E. Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 44, 209, 1855. — [2]) Faraday, Exp. Res. 3, 497; Proceed. Roy. Inst. 21 Jan. 1853; Pogg. An. 88, 557.

Lösung von Kupferoxydul-Ammoniak	+ 134,23 (?)	Citronenöl	80
Lösung von Kupferoxyd-Ammoniak	119,83	Kampher	82,59
Sauerstoff	17,5	Camphin	82,96
Luft	3,4	Leinsamenöl	85,56
Oelbildendes Gas	0,6	Olivenöl	85,6
Stickstoff	0,3	Wachs	86,73
Vacuum	0,0	Salpetersäure	87,96
Kohlensäure	0,0	Wasser	96,6
Wasserstoff	— 0,1	Ammoniaklösung	98,5
Ammoniakgas	0,5	Schwefelkohlenstoff	99,64
Cyan	0,9	Concentr. Salpetersäure	100,08
Reines Zink	74,6	Schwefelsäure	104,47
Aether	75,3	Schwefel	118
Absoluter Alkohol	78,7	Arsenchlorür	121,73
		Borsaures Bleioxyd	136,6
		Wismuth	1967,6

Die Kupferoxyd-Ammoniaklösung war erhalten, indem die Oxydullösung mit Luft geschüttelt wurde; sie enthielt also Nitrit.

Aus diesen Zahlen folgt das Verhältniss der Magnetismen gleicher Volumina Wasser, Luft und Sauerstoff wie — 10 : 0,352 : 1,8, also ganz ähnlich, wie von E. Becquerel gefunden worden ist. Nur die für die Luft gefundene Zahl dürfte etwas zu klein sein.

1307 Matteucci[1]) hat dasselbe Verhältniss in einer freilich mehr indirecten Art geprüft. Eine Blase Sauerstoff, in einer horizontalen, zwischen die Magnetpole gebrachten und mit Alkohol gefüllten Röhre, zieht sich zusammen, wenn ihre Mitte sich in der Verbindungslinie ihrer Pole befindet, und dehnt sich aus, wenn sie ein wenig seitlich von derselben liegt. Ist die Röhre, statt mit Alkohol, mit einer Eisenchlorürlösung gefüllt, welche magnetischer ist als Sauerstoff, so findet das Gegentheil statt. Wasserstoff zeigt das entgegengesetzte Verhalten. — Matteucci suchte nun eine Eisenlösung auf, in der sich der Sauerstoff gerade indifferent verhielt, und fand, dass dieselbe in einem Cubikcentimeter etwa 6,3 mg Salz enthielt; eine Zahl, die auf Resultate führt, welche mit den von Becquerel und Faraday gefundenen nahe übereinstimmen.

1308 Durch Verdunstung von Aethylen und Stickoxydul verflüssigter Sauerstoff in einem Steinsalztroge oder U-Rohr zwischen die Pole von Faraday's Electromagnet gebracht, wird gegen dieselben hingezogen, ebenso ein mit flüssigem Sauerstoff benetzter Wattebausch[2]).

1309 Die quantitative Bestimmung des Magnetismus von verdichtetem Sauerstoff hat hat P. Curie[3]) nach der §. 1290 erwähnten Methode aus-

[1]) Matteucci, Compt. rend. 36, 917, 1853; Cours d'induction, p. 198, 1854. — [2]) Dewar, Electrician 29, 169, 1892; Beibl. 16, 767. — [3]) P. Curie, Compt. rend. 15, p. 803, 1292, 1892; Beibl. 17, 479.

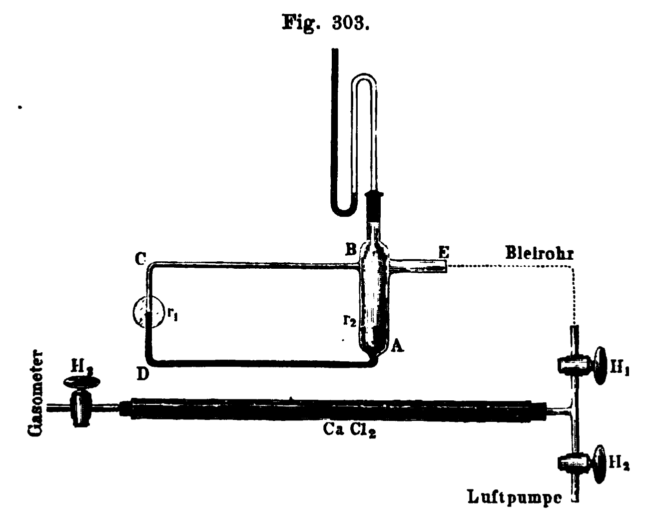
geführt. Derselbe befand sich in einer sehr dickwandigen, am einen Ende zugeschmolzenen, am anderen zu einer Spitze ausgezogenen Glasröhre.

Der Coëfficient der Magnetisirung des Sauerstoffs für jede Temperatur ist hiernach unabhängig von der Stärke des Magnetfeldes (200 bis 1350 C.-G.-S.-Einheiten) und für die Masse Eins von dem Druck des Gases (5 bis 20 Atm.).

Ist der specifische Magnetismus des Wassers — 79×10^6 bei 20°, so ist der des Sauerstoffs für eine gleiche Masse $k_{20} = 115.10^{-6}$. Mit steigender Temperatur von 20 bis 450° nimmt sein specifischer Magnetismus ab, nach der Formel $10^6 k = 33700 / T$, wo T die absolute Temperatur ist, also proportional der absoluten Temperatur. Der specifische Magnetismus von 1 ccm Luft ist hiernach, wenn der Magnetismus des Stickstoffs vernachlässigt wird, beim Druck von einer Atmosphäre gleich $10^6 kt = 2760 / T$. Von 0 bis 20° nimmt der Magnetismus um 4 Proc., bis 400° auf das Fünftel ab.

1310 Sehr ausführliche Untersuchungen über die Diamagnetisirungsconstanten verschiedener Gase sind von Quincke[1]) nach einer ähnlichen

Fig. 303.



Methode wie über die der Flüssigkeiten, und zwar bis zu Drucken von 40 Atm. angestellt worden.

Für niedere Drucke wurde ein Apparat wie Fig. 303 benutzt. Bei r_1 befinden sich die Pole des Elektromagnetes, zwischen denen der Meniscus der Flüssigkeit, z. B. Steinöl u. s. f., in der mit dem 25 mm weiteren Rohre AB verbundenen Capillarrohre von 1 bis 2 mm Weite liegt. Auf den Apparat ist ein Manometer aufgesetzt. Die Hähne H_1, H_2, H_3 dienen

[1]) Quincke, Wied. Ann. 34, 401, 1888.

zum Füllen und Evacuiren des Apparates mit den getrockneten Gasen. Um die Veränderungen des Standes der Flüssigkeiten zu vergrössern, kann der Apparat schräg gestellt werden. Der Meniscus befindet sich dann im horizontalen Theile des Capillarrohres. Durch ein untergestelltes, total reflectirendes Prisma kann der Stand desselben mittelst eines Mikroskopes mit Ocularmikrometer abgelesen werden. Für Versuche mit höherem Druck wird das Manometer mit Luft gefüllt und oben geschlossen. Die Gase, Sauerstoff, Wasserstoff wurden zum Theil direct aus dem Entwickelungsapparat durch die Trockenröhren in den Apparat geleitet. — — Bei noch grösserem Druck wurde der Apparat mit geschlossenen Schenkeln aus Glasröhren von 3 bis 8 mm äusserem und 1,4 bis 6 mm innerem Durchmesser hergestellt und das Gas durch eine Druckpumpe mit Schwungrad durch ein langes Chlorcalciumrohr hineingepresst. Eine calibrirte dickwandige Capillarröhre von 1,5 bis 2 mm Länge und 6,5 mm Durchmesser diente als Luftmanometer.

Bei diesen Versuchen ist die Absorption der Gase in der Flüssigkeit, welche ihren Magnetismus verändert, in Betracht zu ziehen. Auch ändert sich dadurch die Oberfläche derselben. Durch Beobachten unmittelbar nach einer Abnahme des Gasdruckes, vor dem Entweichen grösserer absorbirter Gasmengen, lassen sich Fehler durch verminderte Benetzung der Glaswand beseitigen.

Freilich sind die Aenderungen des Standes der Flüssigkeit nicht sehr bedeutend, wodurch der Einfluss der Capillarverhältnisse wesentlich in den Vordergrund tritt.

Die Magnetisirungsconstanten K der Gase bei 16°, in Einheiten des C.-G.-S.-Systems sind hiernach die folgenden:

	O	NO	Luft	N_2O	CO_2	C_2H_4	CH_4	N	H
$10^6 k$	1,9706	0,6682	0,4009	0,0392	0,0360	0,0318	0,0143	0,0113	0,0037

Mit der Dichte des Gases nimmt die Magnetisirungsconstante proportional zu. Mit der Temperatur nimmt sie ab, bei Sauerstoff und Luft um so schneller, je niedriger die Temperatur ist. Für beide Gase ist zwischen 0 und 100°

$$k = k_{16}\,[1 - \alpha\,(\tau - 16)],$$

wo k_{16} die Constante für 16°, τ die Temperatur in Celsiusgraden ist, α zwischen 0,0080 und 0,0048 liegt [1]).

1311 Frühere Versuche von Töpler und Hennig [2]) hat später Hennig [3]) allein in derselben Richtung mit Verbesserungen fortgeführt.

---

[1]) Bestimmungen von Efimoff (J. de Phys. [2] 7, 494, 1888; Beibl. 13, 240) für Gase bis zu 18 Atm. Druck dürften nicht ganz sicher sein, da die Stärke des Magnetfeldes nicht direct bestimmt, sondern nach der Stärke des magnetisirenden Stromes berechnet wurde. Die Zahlenwerthe stimmen mit denen von Quincke nicht überein. Vergl. Goldhammer, J. d. russ. chem. Ges. [?] 21, 129, 1889; Beibl. 14, 304 u. dagegen Efimoff, Beibl. 14, 1160. — [2]) Töpler u. Hennig, Wied. Ann. 34, 790, 1888. — [3]) Hennig, Wied. Ann. 50, 485, 1893.

Eine horizontale schwach nach unten geknickte Glasröhre von etwa 330 mm Länge und 3 mm innerer Weite, die Libellenröhre, ist an beiden Enden durch gleich weite, abwärts gehende, verticale Röhren verlängert, welche unten durch eine Capillarröhre von 1 mm innerer Weite verbunden sind. In der Mitte der letzteren, ebenso an den Enden der oberen Glasröhre befanden sich Glashähne. In der Mitte derselben befand sich ein Flüssigkeitsfaden von käuflichem Petroleum, der von oben durch ein Mikroskop mit Ocularmikrometer beobachtet wurde. Die Libellenröhre wurde von zwei auf einem Zinkrahmen stehenden Trägern getragen. In zwei möglichst gleichen cylindrischen Glasgasometern befanden sich die zu vergleichenden Gase. Das eine Gasometer war an dem einen Träger des Beobachtungsgestelles, das andere an einem Messingstabe auf demselben befestigt. Unten waren beide Gasometer mittelst angeschmolzener Glasröhren und Kautschukschläuchen mit einem T Stück verbunden, welches wiederum zu einem circa 3 m langen Manometer führte. Oben waren die Gasometer mit horizontalen Glasröhren mit Hähnen versehen, durch welche sie mit den betreffenden Gasen gefüllt wurden und mit der Libelle verbunden werden konnten. Durch Reguliren der Hähne, Neigen des Apparates kann derselbe bis zu vier Atmosphären Druck eingestellt werden.

Dann wurde die beiderseits mit Luft gefüllte Libelle zwischen den Polen eines Elektromagnetes orientirt, das Mikroskop auf den Meniscus eingestellt, der den Elektromagnet erregende Strom geschlossen, die Feldstärke gemessen und die Verschiebung des Flüssigkeitsfadens beobachtet. Darauf wurden die zu vergleichenden Gase in den Apparat eingeführt, der Gasdruck am Gasometer abgelesen, die Verbindungshähne oben am Apparat geschlossen und endlich der Hahn unten am Capillarrohr geöffnet, die Verschiebung des Libellenfadens durch Heben der einen Seite des Apparates compensirt und nun die Wirkung des Magnetes beobachtet.

Dabei war der Knickungswinkel der Libelle bestimmt und die Stärke des Magnetfeldes vermittelst der von Stenger angewandten Bifilarmethode gemessen, nachdem die Constanten der Galvanometer, die Widerstände der Inductorleitung u. s. f. beobachtet waren. Die Methoden der Feldstärkebestimmungen mittelst einer Inductionsspirale und der Drehung der Polarisationsebene schliessen sich dieser, bei späteren Messungen allein verwendeten Methode an.

So ergaben sich die mit 10^{10} multiplicirten magnetischen Constanten k verschiedener Gase:

O	NO	N	N_2O	H	CO_2	CO	H_2S	Cy	C_2H_4
0,662	0,120	—0,165	—0,158	—0,176	—0,172	—0,132	—0,175	—0,185	—0,150

Auch elektrolytisch dargestellter getrockneter Sauerstoff und atmosphärische Luft wurden mit einander verglichen. Es ergab sich die Differenz der Susceptibilität beider Gase gleich $0{,}0961 \cdot 10^{-6}$.

1312 Ueber den Magnetismus des ozonisirten Sauerstoffs sind von Henri Becquerel[1]) Versuche angestellt worden.

An einem sehr dünnen Golddraht von 0,32 m Länge hing in einem mit verschiedenen Gasen zu füllenden Glasrohr eine kleine, an beiden Enden geschlossene und mit Luft gefüllte horizontale Glasröhre. Der Apparat stand zwischen den Polen eines grossen Elektromagnetes. Die Einstellung der letzteren Röhre wurde an einer Marke mittelst eines Mikroskops abgelesen und dieselbe bei Erregung des Magnetes durch Drehung des Drahtes in ihre frühere Lage zurückgeführt. Die Versuche wurden sowohl im Vacuum, wie im Sauerstoff und (in einer Ozonröhre) ozonisirtem Sauerstoff ausgeführt.

Die durch die Torsion gemessene Anziehung der Röhre war im ozonisirten Sauerstoff kleiner als im gewöhnlichen Sauerstoff, so dass also der ozonisirte Sauerstoff stärker magnetisch ist, als der reine. Bei starker Ozonisirung betrug diese Zunahme des Magnetismus etwa $^1/_4$ des Magnetismus des Sauerstoffs für sich im Vacuum. Sie ist grösser, als der Zunahme der Dichtigkeit bei der Ozonisirung entspricht. Der specifische Magnetismus des Ozons ist also grösser als der des in ihm enthaltenen Sauerstoffs.

1313 Die concentrirten Lösungen von diamagnetischen Gasen in Wasser sind sehr wenig stärker diamagnetisch als letzteres. So ist der Diamagnetismus von

Wasser	— 10	Chlorwasser	— 10,09
Ammoniaklösung	— 10,14	Lösung von schwefl. Säure	— 10,25

Nimmt man an, dass sich der Diamagnetismus der Lösungen direct aus dem des Wassers und dem des gelösten Gases zusammensetzt, so ist derselbe für

Wasser	— 10	Chlor	— 0,046
Ammoniak	— 0,02	Schweflige Säure	— 0,005

1314 Die Beziehungen des Magnetismus der Elemente zu ihren Atomgewichten sind noch sehr wenig sicher, da dieselben selten auf ihre absolute Reinheit geprüft wurden und kleine Mengen von Eisen u. s. f. ihr Verhalten ganz wesentlich ändern können. So ist das untersuchte Platin meist schwach eisenhaltig, ebenso Kupfer u. s. f.

1315 Man hat darauf aufmerksam gemacht, dass die magnetischen Metalle nahezu gleiche Atomgewichte, nahe gleiche Ausdehnungscoëfficienten, gleiche Elasticitätscoëfficienten und gleiche Fortpflanzungsgeschwindigkeit für Schall und auch annähernd für Wärme besitzen; ihre Salze sind alle gefärbt und vielfach isomorph, ihr chemisches Verhalten unter einander sehr ähnlich [2]).

---

[1]) H. Becquerel, Compt. rend. 92, 348, 1881; Beibl, 5, 540. — [2]) Barrett, Phil. Mag. [4] 46, 478, 1876.

Dagegen ist die Angabe, dass die Elemente in den ungeraden Reihen des Mendelejeff'schen Systems diamagnetisch, in den geraden magnetisch seien [1]), sehr unsicher und kann wiederum auf unrichtigen Bestimmungen des magnetischen Verhaltens beruhen (vergl. §. 1314).

Auch machen z. B. Zn, Cu, Rh hiervon eine Ausnahme. Ebenso ist die Annahme von Bachmetjew [2]) nicht erwiesen, da die Dehnung den Magnetismus verschiedener Metalldrähte in verschiedener Weise ändert, dass die magnetischen Körper durch Dichteänderungen in diamagnetische oder umgekehrt verwandelt werden können. So sollte Kupferbromid durch seinen sehr ausgedehnten Zustand gegenüber Kupfer magnetisch sein u. s. f.

1316 Joubin [3]) macht die Annahme, dass die diamagnetischen Körper aus besser leitenden Molecülen bestehen, als die Umgebung, da die Annäherung der Molecüle die Leitung verbessert und umgekehrt. Die Leitfähigkeit der diamagnetischen Metalle soll der sechsten Potenz der Zahl n der Molecüle, die der diamagnetischen Molecüle selbst derselben umgekehrt proportional sein. Indess macht auch hier Zink eine Ausnahme. Diese Annahmen bedürfen wohl noch weiterer Discussion.

IV. Zurückführung des Diamagnetismus der Körper auf absolutes Maass.

1317 Die auf verschiedene Einheiten bezogenen Bestimmungen des Magnetismus der schwach magnetischen Körper und des Diamagnetismus sind noch auf absolutes magnetisches Maass zu reduciren [4]).

Silow [5]) liess die untere Nadel eines astatischen Systemes, welches aus zwei in weitem Abstand über einander befindlichen, an einem Verbindungsstab in entgegengesetzter Richtung befestigten Magnetnadeln bestand, dicht über einem leeren und einem mit Eisenchloridlösung vom specifischen Gewichte 1,479 gefüllten Gefäss schwingen. Die Eisenchloridlösung wurde hierbei durch den Erdmagnetismus magnetisirt und so änderte sich die Stellung des Systems. Danach sollte der Magnetisirungscoëfficient jener Lösung in absolutem Maasse

$$72 \text{ bis } 90 \cdot 10^{-7} \text{ (C.-G.-S.)}$$

sein. Indess ist doch die Magnetisirung der Lösung durch die schwache Kraft des Erdmagnetismus viel zu klein, als dass nicht hier die störenden

[1]) Carnelly, Chem. Ber. 12, 1958, 1879; Beibl. 4, 148. Errera, Bullet. de l'Acad. Belg. [3] 1, 312, 1881; Beibl. 5, 615. Chem. Ber. 24, 88, 1891. Chem. News. 63, 171, 1891; Beibl. 15, 439, 660. — [2]) Bachmetjew, J. d. russ. phys. chem. Ges. [4] 21, 39, 1889. Exner's Rep. 26, 557, 1890; Beibl. 15, 123. Chem. Ber. 24, 88 1891; Beibl. 14, 703, 15, 439. — [3]) Joubin, Compt. rend. 112, 93, 1891; Beibl. 15, 227. Speculationen über die Aenderung der Atome in den verschieden stark magnetischen Oxyden des Eisens dürften wohl noch verfrüht sein, s. Emmens, Chem. News 67, 42, 1893; Beibl. 17, 479. — [4]) Nach §. 355 ist die Magnetisirungszahl x eine reine Zahl, das Moment der Volumeneinheit, dividirt durch die magnetische Kraft. — [5]) Silow, Wied. Ann. 1, 481, 1877.

Nebenumstände weit in den Vordergrund treten und das Resultat unzuverlässig machen müssten.

1318 Borgmann[1]) bestimmte die Magnetisirungsfunction $\varkappa$ in verschiedener Weise.

Zunächst liess er in einer kleineren Spirale durch Oeffnen und Schliessen des Stromes in einer sie umgebenden weiteren Spirale Ströme induciren, einmal, während sie sich in Luft, dann während sie sich in der zu untersuchenden Lösung befand. Die inducirte elektromotorische Kraft wurde mittelst der Poggendorff'schen Compensationsmethode bestimmt, indem der Inductionsstrom durch einen in einer anderen Rolle von bekannten Dimensionen mittelst einer zweiten eben solchen Rolle inducirten Strom compensirt wurde.

Auch wurde die Induction durch einen starken Elektromagnet erzeugt, auf dessen einem Schenkel sich zugleich die Compensationsrolle befand.

Endlich wurden ringförmige Röhren mit doppelten Spiralwindungen umgeben und die Inductionsströme in den einen derselben beim Oeffnen des durch die anderen hindurchgeleiteten Stromes bestimmt, theils während die Röhren leer, theils während sie mit der Lösung gefüllt waren.

Aus den erst erwähnten Beobachtungen ergab sich für eine Eisenchloridlösung vom specifischen Gewichte 1,52 im C.-G.-S.-System die Constante $\varkappa$ im Mittel gleich $37 . 10^{-6}$; nach den letzteren für Eisenchloridlösungen vom specif. Gewichte 1,487 und 1,24 im Mittel $\varkappa = 48,8$ und $15,2 . 10^{-7}$.

Da indess bei diesen Versuchen auch in den Lösungen Inductionsströme entstehen, welche auf den Verlauf der Ströme in den Inductionsspiralen störend einwirken, ist die Compensation schwierig.

Leider ist bei den erwähnten Bestimmungen nur das specifische Gewicht der Eisenlösungen und nicht ihr wirklicher Gehalt gegeben, welcher sich nicht berechnen lässt, da auch nicht angegeben ist, ob dieselben sauer oder neutral oder basisch waren. Es sind demnach noch weitere Bestimmungen abzuwarten.

1319 Für Wismuth ist nach den Versuchen von W. Weber (§. 1260) im C.-G.-S.-System:

$$\varkappa = - 16,4 . 10^{-6}.$$

Die Versuche von Christie mittelst des Diamagnetometers (§. 1240) ergeben bei Berechnung der auf das Wismuth wirkenden Kraft in absolutem Maasse $\varkappa = - 14,6 . 10^{-6}$; indess enthielt der Stab 0,064 Proc. Eisen.

Aus den Versuchen von Töpler und v. Ettingshausen (§. 1261) folgt $\varkappa = - 15,1 . 10^{-6}$.

---

[1]) Borgmann, Beibl. 3, 812, 1879.

v. Ettingshausen[1]) hat ferner die Diamagnetisirungszahl des Wismuths in absolutem Maasse nach vier Methoden bestimmt. **1320**

Die erste Methode ist die von Töpler (§. 1261), wobei die durch Eintauchen der Speichen des rotirenden Commutators in Quecksilber bewirkten Schliessungen so lange (länger als 0,1 Sec.) dauerten, dass die tertiären Inductionsströme völlig ablaufen konnten, sie also die Erscheinungen nicht störten. Man überzeugte sich hiervon durch die Induction in einer besonderen Spirale; auch waren die Galvanometerablenkungen der Rotationsgeschwindigkeit des Unterbrechers proportional. Die Magnetisirungszahl für einen 17,5 cm langen, 2,63 cm dicken Wismuthcylinder vom spec. Gewichte 9,81 war bei zwei Versuchsreihen $\varkappa = -13{,}57 \,.\, 10^{-6}$.

Bei der zweiten Methode wurde ein Wismuthcylinder mittelst Coconfäden an dem einen Arm eines rechtwinkelig gebogenen, horizontalen Glasarmes aufgehängt, welcher andererseits auf einem, an einem 30 cm langen Neusilberdraht hängenden horizontalen und mit einem Gegengewicht versehenen leichten Holzbalken befestigt war. Der Wismuthcylinder wurde in das Ende einer 49,7 cm langen, 3,29 cm weiten Spirale von 2303 Windungen in 13 Lagen conaxial eingeschoben und seine Abstossung gemessen, welche aus den Dimensionen der Spirale und der zu suchenden Diamagnetisirungszahl berechnet werden kann. Die Bestimmung der Abstossung geschah ähnlich wie bei meinen Versuchen (§. 1266). Der Apparat wurde vor Luftströmungen durch einen Pappkasten und eine in die sich erwärmende Spirale eingeschobene doppelwandige, einerseits verschlossene Pappröhre geschützt.

Nach Bestimmung des Trägheitsmomentes u. s. f. ergab sich bei Anwendung eines Wismuthcylinders I von 9,5 cm Länge, 0,965 cm Dicke, und dem specifischen Gewichte 9,813, dessen Ende mit der Endfläche der Spirale zusammenfiel, im Mittel $\varkappa = -13{,}99 \,.\, 10^{-6}$, bei einem Wismuthstab II von 9,95 cm Länge, 0,834 cm Dicke und dem specifischen Gewichte 9,820 Mittel $\varkappa = -14{,}54 \,.\, 10^{-6}$, bei einem Wismuthstab III von 9,95 cm Länge, 0,835 cm Dicke und dem specifischen Gewichte 9,818 $\varkappa = -13{,}48 \,.\, 10^{-6}$. Eine Stange von 7,28 cm Länge und 1,001 cm Durchmesser ergab $\varkappa = -14{,}11 \,.\, 10^{-6}$.

Die Wismuthmassen enthielten 0,02 bis 0,05 Proc. Eisen.

Bei einer dritten Methode wurde ein Wismuthcylinder von 10,09 cm Länge und 0,702 cm Durchmesser bifilar vor der Spirale so aufgehängt, dass seine Axe mit der der letzteren zusammenfiel, und seine Schwingungsdauer bei geöffnetem und geschlossenem Strome bestimmt. Da sich das Drehungsmoment hierbei berechnen lässt, ergiebt sich auch $\varkappa$ aus den Versuchen. Dasselbe war $\varkappa = -15{,}3 \,.\, 10^{-6}$.

Bei einer vierten Methode wurde, ähnlich wie bei den Versuchen von W. Weber, ein 6 cm langer, 1,4 cm dicker Wismuthcylinder bifilar zwischen die in der magnetischen Ostwestlinie befindlichen Pole zweier

[1]) v. Ettingshausen, Wied. Ann. 17, 272, 1882.

sehr stark magnetisirter, auf einer Eisenplatte, wie die Schenkel eines Hufeisenmagnetes, aufgestellter Stahlmagnete gebracht, in deren Verbindungslinie in einiger Entfernung vom Magnete auch die Magnetometernadel hing. Aus der Ablenkung der Magnetometernadel beim Zwischenbringen des Wismuthcylinders zwischen die Magnetpole folgte $\varkappa = -13{,}1 \,.\, 10^{-6}$, und bei einem ebenso dicken, aber nur 2,3 cm langen Wismuthcylinder $\varkappa = -13{,}6 \,.\, 10^{-6}$. — Durch eine genaue Berücksichtigung der Richtung der Magnetisirung und bei Anwendung von ganz reinem Material dürften sich die Unterschiede der bisherigen Angaben aufheben.

1321 Neuere Versuche wurden von v. Ettingshausen[1]) nach den Methoden II und III (für sehr starke Kräfte) an cylindrischen Stäben angestellt. Ist $2\,l$ ihre Länge, ϱ ihr Radius, v ihr Volumen, σ ihre Dichte, x die in der Endfläche der Spirale in der Richtung ihrer Axe herrschende Scheidungskraft (C.-G.-S.), so wird die auf die Masseneinheit bezogene Diamagnetisirungszahl k:

	$2\,m$	ϱ	v	σ	x	$10^6\,k$
Sb I	4,04	0,54	3,707	6,698	94,2 — 148	4,92 — 4,87
Sb II	3,86	0,535	3,450	6,696	113 — 145	5,57 — 5,58
Te	4,28	0,55	4,15	6,159	116 — 152	1,59 — 1,61
Bi I	4,41	0,556	4,305	9,817	103 — 146	13,4 — 13,6
Bi II	6,8	0,42	3,778	9,819	87 — 107	13,7 — 13,8

Sehr verschieden verhalten sich nur die beiden Antimoncylinder; die beiden Wismuthcylinder haben die gleiche Magnetisirungszahl wie die früher (1881) benutzten.

Für pulverförmige, in ein Glasrohr eingeschlossene Metalle, war die auf die Masseneinheit bezogene Magnetisirungszahl (k):

	Sb I	Sb II	Sb massiv	Bi grob gest. I	II
x	91 — 111	87 — 106	97 — 107	83 — 98	66 — 104
$10^7 (k)$	0,698 — 0,699	0,692 — 0,696	0,697 — 0,687	1,27 — 1,28	1,32 — 1,31

Der für gepulvertes Wismuth sich ergebende Werth ist um etwa 12 Proc. kleiner als für massives Wismuth, vielleicht in Folge von Verunreinigungen mit Eisen beim Pulverisiren.

1322 Henrichsen[2]) hat folgende Methode benutzt. Zwei gleich grosse Spiralen wurden in horizontaler Lage übereinander gelegt und in die eine ein 20,17 cm langes, 1,953 cm weites Glasrohr voll Eisenchloridlösung, in die andere eine von einem schwachen Strome durchflossene

[1]) v. Ettingshausen, Wien. Ber. 96 [2], 777, 1887; Beibl. 12, 280. — [2]) Henrichsen, l. c., §. 1293.

Spirale von 20,1 cm Länge und 2,03 cm Durchmesser eingelegt. Zwischen beiden befand sich ein kleiner Magnet. Die Stromstärke in den grossen Spiralen änderte sich von 1,8 bis 3,2 Amp. Die Stromstärke in der kleinen wurde so regulirt, dass seine Wirkung die der Eisenchloridlösung gerade compensirte. — Andere Versuche mit einer 10,82 cm langen, 0,72 cm weiten Röhre voll Eisenchloridlösung vom spec. Gewichte 1,36, wurden ganz nach der Methode von v. Ettingshausen angestellt. Beide Reihen ergaben die Magnetisirungsfunction $k = 42{,}9 \,.\, 10^{-6}$ und $44{,}1 \,.\, 10^{-6}$. Aus Versuchen am Weber'schen Dynamometer folgte $k = 42{,}9 \,.\, 10^{-6}$. Wurde die Chloridlösung mit verschiedenen diamagnetischen Stoffen verglichen, so war die Magnetisirungsfunction k für

	Wasser	Alkohol	Aether	Schwefelkohlenstoff
$10^6 k$	0,751	0,609	0,582	0,739

Die Stärke des Magnetfeldes hat keinen Einfluss auf die Magnetisirungsfunction von Eisenchloridlösung; auch bei wechselnder Richtung desselben zeigte sich kein Unterschied [1]).

V. Magnetisches Verhalten der Krystalle.

Aus dem bisher beschriebenen Verhalten der diamagnetischen und schwach magnetischen Körper lässt sich in jedem einzelnen Falle ihre Einstellung zwischen zweien Magnetpolen ableiten. — Sind die Polflächen auf zwei einander gegenüberstehende Punkte reducirt, so stellt sich ein in seinem Schwerpunkt dazwischen aufgehängter Stab von diamagnetischem Stoff, welcher in der Horizontalebene schwingen kann, so ein, dass seine Abstossung durch die Magnetpole ein Minimum, also das in ihm erzeugte diamagnetische Moment ebenfalls ein Minimum wird. Dies geschieht in der äquatorialen Lage. Ein magnetischer Stab stellt sich so, dass seine Anziehung und auch sein magnetisches Moment ein Maximum wird; eine Bedingung, welche in der axialen Lage erfüllt ist. Sind dagegen die Polflächen weiter ausgedehnt und weit von einander entfernt, so dass man annehmen kann, dass die auf jeden Punkt der diamagnetischen oder schwach magnetischen Körper wirkenden Kräfte gleich gross sind, so entspricht das Moment derselben der Summe der Momente der einzelnen Theilchen, bleibt also ungeändert, in welcher Lage sie sich auch befinden; vorausgesetzt, dass ihre Theilchen nicht gegenseitig auf einander einwirken. Dann sind die Körper in allen Lagen zwischen den Magnetpolen im Gleichgewicht. 1323

Ganz dasselbe indifferente Verhalten zeigen auch Körper, deren Theilchen nach verschiedenen Richtungen ungleich dicht geordnet sind, da auch bei ihnen, immer unter der angegebenen Voraussetzung, nach allen Richtungen das Moment dasselbe ist, wenn auf alle ihre Theile die magnetisirende Kraft gleich stark wirkt.

---

1) Entgegen den Versuchen von Külp. Exner's Rep. 25, 135, 1889; Beibl. 13, 551.

1324 Abweichend hiervon ist das Verhalten von Körpern, welche, sei es durch ihre krystallinische Beschaffenheit oder durch schnelle Abkühlung, sei es durch äussere mechanische Hülfsmittel, wie durch einseitigen Druck, eine ungleiche Structur nach verschiedenen Richtungen erhalten haben. Bei diesen Körpern findet man gewisse Richtungen, welche sich äquatorial oder axial einstellen, wenn auch auf alle ihre Theile gleiche magnetisirende Kräfte wirken. — Besonders ausgezeichnet sind diese magnetischen Eigenschaften nach verschiedenen Richtungen in den krystallisirten Körpern, welche nicht dem regulären System angehören. Dies ist zuerst von Plücker[1]) beobachtet worden. — So stellt sich ein Wismuthkrystall so ein, dass eine bestimmte Richtung in ihm, welche Faraday[2]) mit dem Namen der Magnekrystallaxe bezeichnet, der Verbindungslinie der Magnetpole, der Magnetaxe, parallel wird. Diese Magnekrystallaxe ist senkrecht auf der glänzendsten Hauptspaltungsrichtung. Ganz ebenso verhalten sich Antimon und Arsen. Nach Plücker[3]) verhält sich Antimon umgekehrt). — Bekanntlich krystallisiren Wismuth, wie Antimon und Arsen, in Rhomboëdern und die Hauptspaltungsrichtung steht senkrecht auf der Hauptaxe der Krystalle, so dass diese mit der Magnekrystallaxe zusammenfällt. — Die im regulären System krystallisirenden Metalle, Zink, Kupfer, Zinn, Blei, Gold geben keine Anzeigen einer solchen Einstellung. — Faraday bezeichnet die Kraft, welche die Einstellung der Krystalle bewirkt, mit dem Namen der Magnekrystallkraft.

In einem Drahtkreise oder einer Spirale, durch welche man einen Strom leitet, stellt sich ein Wismuthkrystall ebenfalls so ein, dass seine Magnekrystallaxe mit der Axe der Spirale zusammenfällt[4]).

Krystalle von Tellur, Osmium-Iridium, leichtflüssigem Metall zeigen eine schwache oder undeutliche Magnekrystallkraft.

1325 Der Cyanit besitzt die Fähigkeit, in der Richtung seiner Axe magnetisch polarisirt zu werden, in so hohem Grade, dass er sich schon durch den Einfluss des Erdmagnetismus mit derselben von Nord nach Süd einstellt, wenn man ihn an einem Coconfaden in der horizontalen Ebene schwingen lässt. Ebenso verhalten sich Augit und Zinnstein.

Krystalle von Eisenglanz bleiben zwischen den Magnetpolen in jeder Lage im Gleichgewicht, da sie wahrscheinlich sogleich eine permanente Polarität in ihrer ersten Stellung zwischen denselben annehmen[5]).

Sehr eigenthümlich verhält sich nach Streng[6]) der Magnetkies von Bodenmais. Derselbe kann nach allen auf der Hauptaxe senkrechten Richtungen wie Stahl beim Streichen in jenen Richtungen dauernd

---

[1]) Plücker, Pogg. Ann. 72, 315, 1847. — [2]) Faraday, Exp. Res. Ser. 22, §. 2457 u. flgde. 1848. — [3]) Plücker, Pogg. Ann. 76, 576, 1849. — [4]) Faraday, Exp. Res. Ser. 22, §. 2507, 1848. — [5]) Plücker, l. c. — [6]) A. Streng, Neues Jahrb. der Mineralogie 1, 184, 1882; Beibl. 6, 597.

polar magnetisch werden. In der Richtung der Hauptaxe vermag er dies nicht zu werden. Zwischen den Magnetpolen stellt sich ein nach der Hauptaxe verlängertes Stück desselben Magnetkieses mit letzterer äquatorial ein.

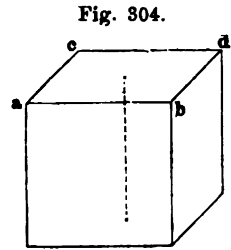
1326 Wir wollen zunächst ausführlicher die Einstellung der Krystalle in einem gleichartigen Magnetfelde betrachten, wenn sie also z. B. in der Mitte zwischen zwei flachen, einander nicht allzu sehr genäherten Magnetpolen aufgehängt werden.

Die Krystalle des regulären Systems besitzen, wie wir schon erwähnt, meist keine Richtung, in welcher vorherrschend die magnetische Wirkung ausgeübt würde. Sie bleiben in einem gleichartigen Magnetfelde in jeder Lage im Gleichgewicht.

Nur einzelne Krystalle, welche auch durch ihre pyroelektrischen Eigenschaften ausgezeichnet sind, sollen hiervon eine Ausnahme machen. — So beobachtete Volger [1]), dass ein Boracit, ein Krystall von magnetischer Masse, welcher an der einen Würfelecke aufgehängt war, zwischen den Magnetpolen eine solche Lage annahm, dass die Ebene der pyroelektrischen Hauptaxe sich axial einstellte. Hing dagegen die Hauptaxe vertical, so stellte sich eine der drei, die gegenüberstehenden Ecken des Krystalls verbindenden Axen axial. Hiernach besässe der Boracit in magnetischer Beziehung dieselben Axen, wie in elektrischer Beziehung. — Eine Bestätigung dieser Beobachtung wäre wünschenswerth.

1327 Verhältnissmässig einfach gestaltet sich die Einstellung der Krystalle, welche nur eine Symmetrieaxe besitzen, also dem quadratischen oder hexagonalen Krystallsystem angehören; und zwar unterscheiden sich die Krystalle, deren Masse magnetisch oder diamagnetisch ist.

Fig. 304.



Die zu den Polarisationsapparaten gebrauchten grünen Turmalintafeln z. B. werden von einem einzelnen Magnetpol angezogen; ihre Masse ist magnetisch. Es sei *abcd*, Fig. 304, eine solche, möglichst quadratische Tafel, in welcher die optische Hauptaxe parallel der Kante *ab* liegt. Hängt man die Tafel zwischen den Magnetpolen so auf, dass die Fläche *abcd* horizontal ist, so stellt sie sich mit der Kante *ab* in die äquatoriale Lage ein. Der Krystall wird demnach in der Richtung seiner Hauptaxe am wenigsten von den Polen des Magnetes angezogen [2]).

Eine parallel der Hauptaxe geschliffene, kreisförmige Platte von reinem Kalkspath, welche horizontal zwischen den Magnetpolen aufgehängt wird, stellt sich mit ihrer Hauptaxe äquatorial. Pulvert man

[1]) Volger, Pogg. Ann. 93, 507, 1854. — [2]) Plücker, Pogg. Ann. 72, 315, 1847; 77, 447, 1849; 78, 428, 1849.

den Krystall und formt aus dem Pulver ein Stäbchen, so stellt es sich äquatorial; die Masse des Krystalles ist also diamagnetisch.

Bei einer eben solchen, aus eisenhaltigem Kalkspath geschliffenen Platte dagegen stellt sich die Hauptaxe axial, und das Pulver des Krystalles erweist sich als magnetisch [1]).

Ganz entsprechend stellen sich aus einer parallel den Rhomboëderflächen abgespaltenen Kalkspathplatte geschnittene kreisförmige Scheiben zwischen den Polen so, dass die durch die Spaltungsebenen in ihnen gebildeten spitzen Ecken den Magnetpolen zugekehrt sind, wenn die Masse des Krystalles diamagnetisch ist. Ist die Platte durch Eisengehalt magnetisch, so kehren sich die stumpfen Ecken den Magnetpolen zu. — Auch rhombische Tafeln, welche von eisenfreiem und eisenhaltigem Kalkspath abgespalten werden, stellen sich entsprechend diesen Regeln, wenn alle ihre Theilchen nahezu gleichen magnetischen Einflüssen unterworfen sind.

Wie der reine und eisenhaltige Kalkspath verhalten sich isländischer Doppelspath einerseits und Spatheisenstein andererseits.

Wie die ursprünglichen Krystalle stellen sich auch Pseudomorphosen ein, wenn sie dieselbe Structur und dasselbe magnetische Verhalten, wie jene, behalten haben. So z. B. stellt sich ein durch Reduction eines Spatheisensteinkrystalls durch Schwefelwasserstoff erhaltener pseudomorpher Krystall von Eisenkies und der durch Rösten dieses letzteren erhaltene künstliche Magneteisenstein in gleicher Weise ein, wie der ursprüngliche Krystall [2]).

1328 Ganz ebenso, wie die Krystalle mit einer Axe, verhalten sich auch andere Körper, welche, sei es durch die Natur, sei es auf künstlichem Wege, nach einer Richtung eine andere Structur erhalten haben, als nach der anderen.

So hat Tyndall eine Reihe von Hölzern untersucht. Er bestimmte zuerst das magnetische Verhalten ihrer Masse. Die Hölzer wurden in Würfelform zwischen die gegen einander geneigten Polflächen der auf den Elektromagnet gesetzten Halbanker gehängt und es wurde beobachtet, ob sie in den Winkel zwischen ihnen hineingezogen oder aus demselben herausgetrieben wurden [3]). Die Würfel wurden vor den Versuchen mit einer Glaskante abgekratzt, um alle Eisentheile von ihrer Oberfläche zu entfernen. Die Masse war bei 34 Holzsorten diamagnetisch; die Längsrichtung der Fasern stellte sich äquatorial. Bei einem Würfel von schwarzem Eichenholz fand diese letztere Einstellung auch statt, obgleich die Masse, vermuthlich durch Tränken mit einer schwach eisenhaltigen Flüssigkeit, magnetisch war. Da sich indess die Eisentheilchen im Holze gleichmässig verbreitet hatten und so in allen Stellungen gleich-

---

[1]) Knoblauch und Tyndall, Pogg. Ann. **79**, 233; **81**, 481, 1850. — [2]) Ebend. loc. cit. — [3]) Tyndall, Phil. Trans. 1855, S. 6; Phil. Mag. [4] **10**, 180.

mässig von den Magnetpolen erregt wurden, konnten sie auf die durch die Structur des Holzes selbst bedingte Einstellung keinen Einfluss haben.

Auch ein schnell gekühlter Cylinder von schwach magnetischem Glase stellt sich mit seiner Axe äquatorial [1]). — Achat zeigt diese Einstellung nicht [2]).

1329 Sehr deutlich zeigt sich der Einfluss der ungleichen Structur nach verschiedenen Richtungen, wenn man sie in den Körpern künstlich herstellt [3]).

Ein aus Mehl und Gummi geformtes längliches Stäbchen stellt sich mit der Längsrichtung äquatorial ein. Presst man es in dieser Richtung so zusammen, dass es eben so lang wie breit oder noch kürzer ist, so stellt sich auch jetzt noch die Richtung der Zusammendrückung äquatorial ein. Mengt man dem Mehl ein magnetisches Pulver, z. B. von kohlensaurem Eisenoxydul, bei, so stellt sich das aus diesem Mehl geformte Stäbchen axial und ebenso die daraus gepresste Scheibe mit der Richtung ihrer Zusammendrückung.

Ganz ähnlich stellt sich ein durch Zusammenpressen von Wismuthpulver erhaltener Würfel mit der Richtung äquatorial ein, in welcher das Wismuthpulver die Pressung erlitten hat.

Während sich ferner Wismuthkrystalle, deren Spaltungsebenen vertical sind, zwischen den Magnetpolen so einstellen, dass ihre Spaltungsebenen die äquatoriale Lage annehmen, gehen letztere in die axiale Lage über, wenn man die Krystalle in der zu ihren Spaltungsebenen normalen Richtung zusammenpresst [4]).

1330 Eine gequollene, dann gedehnte und im gedehnten Zustande getrocknete und somit doppelbrechende Gelatineplatte ist in der Richtung der Dehnung optisch positiv. Werden aus solchen Platten kreisrunde Scheiben von 1,5 cm Durchmesser geschnitten, zu drei oder zehn gleichsinnig über einander gelegt und in horizontaler Richtung an einem Coconfaden zwischen den Polen eines Elektromagnetes aufgehängt, so stellt sich die Dehnungsrichtung äquatorial [5]).

1331 Bei Körpern, welche nach mehr als zwei auf einander senkrechten Richtungen ungleiche Structur besitzen, sind die Erscheinungen complicirter. Sie lassen sich indess auf dieselben Bedingungen zurückführen, welche auch bei der Einstellung einaxiger Krystalle gelten.

So ist z. B. Elfenbein diamagnetisch, und zwar stellt sich wegen der ungleichen Structur eine bestimmte Linie in einer kreisrunden Elfen-

---

[1]) Plücker, Pogg. Ann. 75, 108, 1848. — [2]) Dove, Monatsberichte der Berl. Akad. 1871, S. 148. — [3]) Knoblauch und Tyndall, Pogg. Ann. 81, 492, 1850. — [4]) Tyndall, Phil. Mag. [4] 2, 183; Pogg. Ann. 83, 409, 1851. — [5]) Ambronn, Ber. d. königl. sächsischen Ges. d. Wiss. Math. phys. Classe, 3. August 1891; Beibl. 16, 42.

beinplatte zwischen den Magnetpolen in die äquatoriale Lage. Legt man zwei gleiche, kreisrunde Elfenbeinplatten über einander und hängt sie zwischen den Magnetpolen auf, so stellt sich die Halbirungslinie des spitzen Winkels der in den einzelnen Platten sich äquatorial stellenden Linien äquatorial.

Zwei kreisrunde magnetische Guttaperchascheiben, welche in einer Richtung stärker magnetisch sind, als in der darauf senkrechten, zeigen das analoge Verhalten. Die Halbirungslinie des spitzen Winkels der axialen Linien in den Platten stellt sich axial ein [1]).

1332 In ähnlicher Weise lässt sich auch das magnetische Verhalten von Krystallen mit drei ungleichen Elasticitätsaxen betrachten.

So verhalten sich einerseits schwefelsaures Zinkoxyd und schwefelsaure Magnesia, andererseits schwefelsaures Nickeloxydul, welche alle in geraden rhombischen Prismen krystallisiren, alle nahezu gleiche optische Eigenschaften besitzen und alle eine einzige, der Axe des Prismas parallele Spaltungsrichtung haben, einander entgegengesetzt. Hängt man die Krystalle so auf, dass die Axe des Prismas vertical hängt, so stellt sich bei den ersten beiden Krystallen, deren Masse diamagnetisch ist, die Spaltungsrichtung äquatorial, bei dem letzten Salz, dessen Masse magnetisch ist, aber axial.

Ebenso stellt sich im Skapolith, dessen Masse magnetisch ist, die Spaltungsrichtung axial, im diamagnetischen Salpeter äquatorial.

1333 Wir können hiernach die Krystalle mit magnetischer und diamagnetischer Masse in je zwei Gruppen theilen, in solche, bei denen die magnetische oder diamagnetische Vertheilung in der Richtung der Hauptaxe im Maximum ist, magnetisch positive Krystalle, und in Krystalle, bei denen die Vertheilung in jener Richtung im Minimum ist, magnetisch negative Krystalle.

In einem gleichartigen Magnetfelde stellt sich also, wenn der Krystall um eine gegen die Axe geneigte Drehungsaxe schwingen kann:

Krystalle	Masse	die Hauptaxe
positiv	magnetisch	axial
positiv	diamagnetisch	äquatorial
negativ	magnetisch	äquatorial
negativ	diamagnetisch	axial

Auf diese Weise sind nach Plücker:

Krystalle mit magnetischer Masse:

1) Positive: Spatheisenstein, Skapolith, grüner Uranit, schwefelsaurer Kupferoxyd-Kalk, eisenhaltiges Bittersalz.

2) Negative: Turmalin, Beryll, Dioptas, Vesuvian, schwefelsaures Nickeloxydul, Kupferammoniumchlorid.

---

[1]) Knoblauch und Tyndall, Pogg. Ann. 79, 240, 1850.

Krystalle mit diamagnetischer Masse:

1) Positive: Kalkspath, Antimon, Molybdänblei, Arsenblei, schwefelsaures Kali, Salpeter.

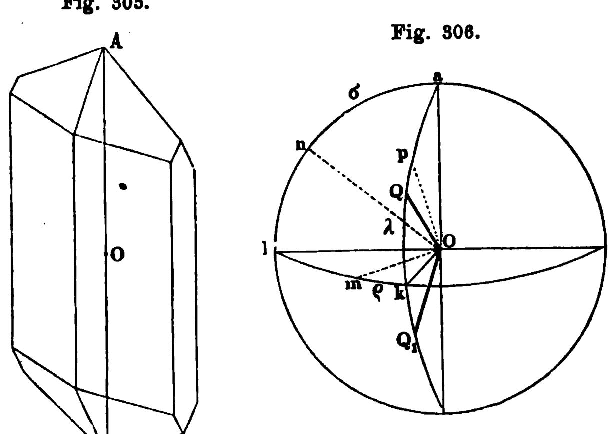
2) Negative: Wismuth, Arsen, Eis, Zirkon, Honigstein, Cyanquecksilber, arsensaures Ammon [1]).

1334 Von den vielen, von Plücker und Beer gemachten Versuchen wollen wir nur einige ausführlicher beschreiben.

Da in einem gleichförmigen Magnetfelde die Gestalt der Körper auf ihre Einstellung keinen Einfluss hat, so kann man einen natürlichen Krystall verwenden, um dieselbe zu studiren. Der Einfachheit halber wollen wir uns hierzu eine Kugel aus dem Krystall geschnitten denken [2]).

Kaliumeisencyanid, Fig. 305, ist ein Salz mit magnetischer Masse. Wir wollen als Grundform seiner Krystalle ein rhombisches

Fig. 305. Fig. 306.



Prisma annehmen. Die Hauptaxe OA werde mit a, die längere und kürzere Diagonale des gegen die Axe normalen Durchschnittes mit l und k bezeichnet.

Wird der Krystall oder eine aus ihm geschliffene Kugel, Fig. 306, so aufgehängt, dass sich befindet:

Vertical	In der horizontalen Schwingungsebene	So stellt sich
I. k	$a\,l$	l axial
II. l	$a\,k$	k axial
III. a	$l\,k$	k axial

[1]) Plücker, Phil. Trans. 1858, 2, 582. — [2]) Plücker u. Beer, Pogg. Ann. 81, 115, 1850; 82, 42, 1851; Phil. Trans. 1858, [2], p. 570.

Hiernach findet die stärkste Magnetisirung der Molecüle des Salzes in der Richtung der kürzeren Diagonale k, die mittlere in der der längeren l, die schwächste in der Richtung der Axe a statt. Das Ueberwiegen der Wirkung in den ersteren Richtungen ist so gross, dass bei den letzten beiden Aufhängungsarten selbst zwischen ziemlich spitz zulaufenden Magnetpolen die Hauptaxe eines länglichen Stückes des Krystalles sich äquatorial stellt.

Wird ferner der Krystall oder die aus dem Krystall geschliffene Kugel so aufgehängt, dass ein in der Ebene Olk liegender Durchmesser Om, welcher mit Ok einen Winkel ϱ bildet, als verticale Drehungsaxe dient, so stellt sich die in der horizontalen Schwingungsebene liegende Axe Oa äquatorial, die Ebene Olk axial, welches auch der Winkel ϱ sei.

Wird der Krystall in irgend einem Punkte der Peripherie des gegen Om normalen Kreises aufgehängt, so dass Om in der Horizontalebene schwingt, so stellt sich Om axial, wenn der Aufhängepunkt in die Ebene Olk fällt, und weicht von dieser Lage um einen um so grösseren Winkel ab, je mehr der Aufhängepunkt gegen Punkt a fortrückt, wo er seinen Maximumwerth ϱ erreicht, da sich nun Ok axial einstellt.

Liegt die verticale Drehungsaxe On in der Ebene Oal und macht mit Oa den Winkel σ, so stellt sich, welches auch der Winkel σ sei, stets die Axe k axial, die Ebene Oal äquatorial. — Wird wiederum der Krystall an verschiedenen Punkten der Peripherie des auf On senkrechten grössten Kreises aufgehängt, so stellt sich On äquatorial, wenn der Aufhängepunkt in der Ebene des Kreises Ola liegt, und bildet mit der Aequatorialebene den Winkel σ, wenn der Aufhängepunkt bis k fortrückt, wo sich Oa äquatorial stellt.

Wird endlich der Krystall so aufgehängt, dass die verticale Drehungsaxe Op desselben in die Ebene Oka fällt und mit Ok den Winkel λ bildet, so stellt sich bei wachsenden Werthen desselben erst Ol axial, dann aber äquatorial. Bei dem Grenzwerth $\lambda = \omega = 70^0$ stellt sich der Krystall gar nicht ein. — Die Drehungsaxe wollen wir in diesem Falle mit OQ bezeichnen. Dasselbe Verhalten zeigt der Krystall, wenn seine Drehungsaxe OQ_1 ist, die ebenfalls mit Ok den Winkel $\omega = 70^0$ bildet. Diese beiden Axen kann man die magnetischen Axen des Krystalles nennen. Die auf ihnen senkrechten Ebenen sind dann Ebenen gleicher magnetischer Vertheilung.

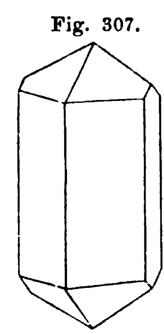
Hängt man den Krystall an einem Punkt der Peripherie des auf Op senkrechten Kreises auf, so dass Op in der horizontalen Schwingungsebene liegt, so bildet Op mit der sich axial stellenden Axe Ok einen Winkel λ^0, wenn der Aufhängepunkt in l liegt. Rückt er weiter gegen die Ebene Oka vor, so nähert sich Op der axialen oder äquatorialen Lage, je nachdem es näher an Ok oder Oa liegt, also Winkel λ kleiner oder grösser ist. Ist $\lambda = 90 - \omega$ (20^0), so liegt Op in der Ebene der gleichen magnetischen Vertheilung, und der Krystall ist in jeder Lage im Gleichgewicht.

1335 Schwefelsaures Zinkoxyd (Fig. 307) hat eine diamagnetische Masse und krystallisirt in einem rhombischen Prisma mit rhombischer Basis. Bezeichnen wir seine krystallographische Hauptaxe mit a, die längere und kürzere Diagonale der Basis mit l und k, so stellt sich der Krystall wie folgt:

Verticale Drehungsaxe	In der horizontalen Schwingungsebene	Es stellt sich äquatorial
a	l und k	k
l	a und k	a
k	a und l	a

In diesem Falle ist also die Hauptaxe a die Linie der grössten, die kurze Diagonale k die Linie der mittleren, die Diagonale l die der kleinsten diamagnetischen Vertheilung. Ersetzen wir in der Beschreibung des Verhaltens des Kaliumeisencyanids die Buchstaben k durch a, a durch l, l durch k und das Wort axial durch äquatorial, so erhalten wir einen Ueberblick über das diamagnetische Verhalten des schwefelsauren Zinkoxyds. Die magnetischen Axen dieses Salzes liegen in der durch die Hauptaxe und die längere Diagonale der Basis gelegten Ebene und bilden mit der Diagonale einen Winkel von etwa $47^1/_2{}^0$.

Fig. 307.

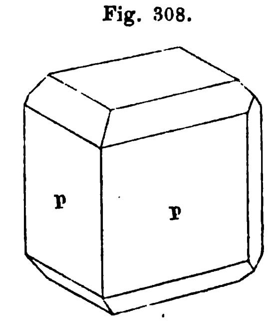




1336 Ameisensaures Kupferoxyd (Fig. 308) krystallisirt in schiefen rhombischen Prismen, deren Axe mit der der rhombischen Basis parallelen Hauptspaltungsrichtung einen Winkel von $78^0\ 55'$ bildet. Die Winkel zwischen den Seitenflächen p und p sind $90^0\ 52'$. Die Symmetrieebene des Salzes geht durch die Axe und die längere Diagonale der Basis. Die Masse des Salzes ist magnetisch.

In diesem Salz ist die auf der Symmetrieebene senkrechte Axe die Axe der mittleren magnetischen Vertheilung. Die Axen der grössten und kleinsten Vertheilung liegen in der Symmetrieebene und stehen senkrecht auf einander. Die erstere bildet mit der auf der Spaltungsfläche normalen Linie einen Winkel von 3^0. Die magnetischen Axen liegen in derselben Ebene und bilden mit der Axe der grössten Vertheilung einen Winkel von etwa 25^0.

Fig. 308.



1337 In analoger Weise haben Plücker und Beer bei verschiedenen Krystallen, deren Form sich auf drei Symmetrieebenen oder ein rhombi-

sches Prisma mit gerader rhombischer Endfläche zurückführen lässt, das magnetische Verhalten der Axe *a*, der grössten und kleinen Diagonale *l* und *k* der Basis folgendermaassen festgestellt:

Name	Masse	Axe		
		grösster	mittlerer	kleinster
		Vertheilung		
Schwefelsaures Nickeloxydul, schwefelsaures Nickeloxydul-Zinkoxyd	magnetisch	*k*	*a*	*l*
Seignettesalz	diamagnetisch			
Aragonit, schwefelsaures Zinkoxyd	diamagnetisch	*a*	*k*	*l*
Staurolith, Bleieisencyanid, schwefelsaures Zinkoxyd (eisenhaltig), schwefelsaure Magnesia (eisenhaltig)	magnetisch	*l*	*a*	*k*
Anhydrit, unterschwefligsaures Natron	diamagnetisch			
Kaliumeisencyanid	magnetisch	*k*	*l*	*a*

1338 Bei einigen Krystallen mit drei ungleichen Axen ist die nach zwei auf einander senkrechten Richtungen stattfindende magnetische oder diamagnetische Vertheilung fast gleich, so dass sie als magnetisch einaxige Krystalle betrachtet werden können. Auf diese Weise ist:

	Masse	Verhalten	Lage der magnetischen Axe
Eisenvitriol	magnetisch	positiv	in der Symmetrieebene, 75° gegen die Spaltungsebene geneigt, in die Axe der grössten optischen Elasticität fallend [1]).
Bernsteinsäure	diamagnetisch	positiv	in der Axe der grössten optischen Elasticität.
Borax	diamagnetisch	negativ	senkrecht auf der Spaltungsebene, in der Axe der kleinsten optischen Elasticität.
Kaliumnickelcyanid	diamagnetisch	negativ	ebenso.

Bei einzelnen dieser Krystalle, z. B. Eisenglanz, Kaliumeisencyanür, Kupfereisencyanür, schwefelsaurem Kali, Topas und Bergkrystall, ist die magnetische oder diamagnetische Vertheilung nach verschiedenen Rich-

[1]) Vgl. auch Faraday, Exp. Res. Ser. 22, §. 2546, 1848.

tungen so wenig verschieden, dass sie sich fast wie reguläre Krystalle verhalten.

Die verschiedenen zweiaxigen Glimmersorten, welche alle von paramagnetischem Stoffe sind, unterscheiden sich in ihrem optischen Verhalten der Art, dass die auf der Spaltungsfläche senkrechte Ebene ihrer optischen Axen theils durch die lange, theils durch die kurze Diagonale der Grundform geht, theils auch beide optische Axen zusammenfallen. Bei den ersteren Sorten stellt sich die Ebene der optischen Axen, gleichviel wie sie liegt, zwischen den Magnetpolen äquatorial. — Dagegen stellt sich eine kreisrunde Scheibe von einaxigem Glimmer, horizontal aufgehängt, zwischen den Magnetpolen nicht ein; derselbe ist also auch magnetisch einaxig. Jedesmal ist die Axe der rhombischen Säule der Grundform des Glimmers die Axe der grössten optischen Elasticität und der kleinsten magnetischen Vertheilung. Die magnetischen Axen bei den zweiaxigen Sorten liegen aber in einer auf der Ebene der optischen Axen senkrechten Ebene [1]).

1339 Sind die drei Axen der Krystalle des rhombischen Systems $a > b > c$, so ist nach Versuchen von Grailich und von Lang [2]) das Verhalten der Krystalle durch folgende Tabelle charakterisirt, in welcher die Buchstaben δ und π das dia- oder paramagnetische Verhalten ihrer Substanz bezeichnen und die Axen nach abnehmender Stärke der magnetischen Einwirkung geordnet sind.

Substanz	Axenverhältniss	Magnetischer Charakter
Magnesiumchlorid - zweifach Cadmiumchlorid	1 : 0,9131 : 0,3040	δ $(b\,a\,c)$
Nickelchlorür- zweifach Cadmiumchlorid	1 : 0,9126 : 0,3431	π $(b\,a\,c)$
Kobaltchlorür- zweifach Cadmiumchlorid	1 : 0,9126 : 0,3431	π $(b\,a\,c)$
Calciumplatincyanür	1 : 0,8995 : 0,3367	δ $(b\,a\,c)$
Kaliumeisencyanid	1 : 0,7732 : 0,6220	π $(b\,c\,a)$
Nitroprussidnatrium	1 : 0,7650 : 0,4115	δ $(a\,b\,c)$
Unterschwefelsaures Natron	1 : 0,9913 : 0,5999	δ $(a\,c\,b)$
Schwefelsaures Ammon	1 : 0,7310 : 0,5643	δ $(b\,c\,a)$
„ Kali	1 : 0,7464 : 0,5727	δ $(b\,c\,a)$
Chromsaures Kali	1 : 0,7297 : 0,5695	δ $(b\,c\,a)$
Zweifach schwefelsaures Kali	1 : 0,5169 : 0,4451	δ $(a\,b\,c)$
Anhydrit	1 : 0,9943 : 0,8895	δ $(a\,b\,c)$
Baryt	1 : 0,7622 : 0,6208	δ $(c\,a\,b)$
Coelestin	1 : 0,7794 : 0,6086	δ $(c\,a\,b)$
Schwefelsaure Magnesia	1 : 0,9901 : 0,5709	δ $(c\,b\,a)$

[1]) Plücker, Pogg. Ann. 110, 397, 1860. — [2]) J. Grailich u. V. von Lang, Wiener Ber. 32, 43, 1858.

Substanz	Axenverhältniss	Magnetischer Charakter
Schwefelsaures Zinkoxyd	1 : 0,9804 : 0,5631	$\delta\,(c\,b\,a)$
„ Nickeloxydul	1 : 0,9815 : 0,5656	$\pi\,(c\,b\,a)$
Chromsaure Magnesia	1 : 0,9901 : 0,5735	$\delta\,(a\,c\,b)$
Aragonit	1 : 0,7207 : 0,6291	$\delta\,(b\,c\,a)$
Salpeter	1 : 0,7028 : 0,5843	$\delta\,(b\,c\,a)$
Salpetersaures Uranoxyd	1 : 0,8737 : 0,6088	$\delta\,(b\,c\,a)$
Glimmer	1 : 0,5773 : x	π (b axial)
Topas	1 : 0,5285 : 0,4470	$\delta\,(a\,b\,c)$
Staurolith	1 : 0,6854 : 0,4735	$\pi\,(a\,c\,b)$
Dichroit	1 : 0,595 : 0,577	b axial
Essigsaures Lithion	1 : 0,626 : x	$\delta\,(b\,c\,a)$
Ameisensaurer Baryt	1 : 0,8638 : 0,7650	$\delta\,(a\,c\,b)$
„ Strontian	1 : 0,6076 : 0,5949	$\delta\,(b\,c\,a)$
Aepfelsaures Ammon	1 : 0,7766 : 0,7230	$\delta\,(b\,a\,c)$
Citronensäure	1 : 0,6016 : 0,4055	$\delta\,(b\,a\,c)$
Citronensaures Natron	1 : 0,6289 : 0,2446	$\delta\,(a\,b\,c)$
Weinsaures Ammon-Natron	1 : 0,8233 : 0,4200	$\delta\,(b\,c\,a)$
Weinsaures Kali-Natron	1 : 0,8317 : 0,4296	$\delta\,(b\,c\,a)$

Beim rothen Blutlaugensalz und schwefelsauren Nickeloxydul sind diese Beobachtungen mit denen von Plücker nicht in Uebereinstimmung.

1340 Auch künstlich kann man die Einstellung von Körpern nachahmen, welche nach drei auf einander senkrechten Axen verschiedene Structur besitzen.

Presst man z. B. einen Teig von Wismuthpulver in zwei auf einander senkrechten Richtungen ungleich stark zusammen und schneidet aus der Masse eine rhombische Säule, deren kurze Diagonale der Richtung der grössten, deren Axe der der kleineren Pressung entspricht und deren längere Diagonale mit der Richtung zusammenfällt, in welcher keine Pressung stattgefunden hat, so stellt sie sich, in verschiedener Weise aufgehängt, gerade wie eine rhombische Säule von Schwerspath.

1341 Die Theorie der Einstellung der Krystalle und nach verschiedenen Richtungen ungleich constituirter Körper hat im Laufe der Zeit manche Aenderungen erfahren.

Nach seinen ersten Beobachtungen glaubte Plücker[1]) eine doppelte Wirkung des Magnetismus auf die Krystalle annehmen zu sollen.

Erstens fände eine Anziehung oder Abstossung der Masse der Krystalle durch den Magnet statt, je nachdem sie magnetisch oder diamagnetisch wäre. Zweitens würden die optischen Axen der Krystalle

---

[1]) Plücker, Pogg. Ann. 72, 315, 1847; 77, 447, 1849; 81, 115, 1850.

oder deren Mittellinie von den Magnetpolen abgestossen. — Bald darauf wurde dieser Satz in der Weise abgeändert, dass die Axen der optisch negativen Krystalle abgestossen, die der positiven dagegen angezogen würden, und zwar gleich viel, ob die Krystallmasse magnetisch oder diamagnetisch wäre. Nach späteren Erklärungen ist hierbei die optische Axe nur ein Ausdruck einer durch eine gewisse Anordnung der Theilchen der Krystalle ausgezeichneten Richtung. Mit der Entfernung von den Magnetpolen sollte die Einwirkung auf die Axen langsamer abnehmen, als die auf die Masse der Krystalle selbst ausgeübte Wirkung.

1342 Für den zuletzt angegebenen Satz haben wir schon oben §. 1323 den Grund angeführt, dass nämlich in grösserer Entfernung von den Magnetpolen die magnetische Einwirkung auf die Theilchen der Körper sich nicht mehr so schnell ändert, als in ihrer Nähe, und daher dort der Einfluss der Unregelmässigkeit der Gestalt der Krystalle auf ihre Einstellung mehr und mehr verschwindet.

Auch das Gesetz der Anziehung und Abstossung der optischen Axen bedarf noch einiger Abänderungen.

So stellt sich bei schwefelsaurem Zinkoxyd und schwefelsaurer Magnesia, bei Dichroit die Mittellinie der optischen Axen axial, obgleich die Krystalle optisch negativ sind. Auch bei dem positiven Blutlaugensalz wird die Mittellinie der optischen Axen abgestossen und nicht angezogen. Bei anderen Krystallen, wie Schwerspath, Cölestin, stellt sich die Ebene der optischen Axen nur axial, wenn der Krystall so aufgehängt ist, dass diese Ebene vertical hängt. Ist sie horizontal, so stellt sich dagegen die Mittellinie der optischen Axen äquatorial.

In anderen Fällen stellen sich Krystalle mit vollkommen gleichem optischen Verhalten verschieden, je nachdem ihre Masse magnetisch oder diamagnetisch ist, so z. B. Kalkspath und Spatheisenstein, auch schwefelsaures Zinkoxyd und schwefelsaure Magnesia einerseits, schwefelsaures Nickeloxydul andererseits.

In Folge dieser Abweichungen suchten Knoblauch und Tyndall[1]) den Grund der Einstellung der Krystalle direct in der ungleichen Anordnung ihrer Theilchen nach verschiedenen Richtungen, welche sich namentlich in den Spaltungsrichtungen der Krystalle kündgiebt.

Als unmittelbares Erfahrungsresultat stellte sich bei der Untersuchung der Krystalle des Kalkspaths, Spatheisensteins u. s. w. heraus, dass, wenn die Masse der Krystalle magnetisch ist, sich die Spaltungsrichtung selbst, oder wenn deren mehrere vorhanden sind, die längere Diagonale ihrer Durchschnitte mit der Schwingungsebene des Krystalles axial, wenn die Masse der Krystalle aber diamagnetisch ist, äquatorial stellt.

Insofern die Dichtigkeit der Anordnung der Masse der Krystalle in der gegen die Spaltungsebenen normalen Richtung am geringsten ist, folgt

---

[1]) Knoblauch und Tyndall, Pogg. Ann. **79**, 233; **81**, 481, 1850.

aus diesen Erfahrungen zunächst für Krystalle mit einer vorwiegenden Spaltungsrichtung der empirische Satz: Ist die Masse eines solchen Krystalles magnetisch, so stellt sich die Richtung der grössten Dichtigkeit axial, ist sie diamagnetisch, so stellt sie sich äquatorial, vorausgesetzt immer, dass die auf alle Theile des Krystalles wirkenden magnetischen Kräfte gleich sind.

Die §. 1328 und 1329 angeführten Versuche von Knoblauch und Tyndall mit Körpern, welche nach einer Richtung zusammengepresst sind, und mit Holzstäben, die in der Richtung der Fasern am dichtesten sind, könnten für diesen Satz als Bestätigung dienen.

In ähnlicher Weise würde die Einstellung von Substanzen, welche nach drei auf einander senkrechten Axen stark zusammengepresst sind, sich als Resultat der ungleichen Dichtigkeit der Theilchen ergeben.

1343 Wir haben indess schon §. 1323 bemerkt, dass die ungleich dichte Anordnung der Theilchen allein das Verhalten nicht bedingen kann, vorausgesetzt, dass diese Theilchen selbst nach allen Richtungen durch die magnetischen Kräfte gleich starke magnetische oder diamagnetische Polarität erhalten; denn dann würde eine aus den Körpern gebildete Kugel in allen Lagen in einem gleichartigen Magnetfelde gleiches magnetisches oder diamagnetisches Moment erhalten und so kein Grund für eine besondere Einstellung vorhanden sein. — Selbst wenn die Theilchen polarisirend auf einander wirkten, würde jene Anordnung allein noch nicht zur Erklärung der Einstellung genügen. Werden z. B. in einem Stück Wismuth die Theilchen in einer Richtung einander genähert, so müsste in dieser Richtung die diamagnetische Polarität abnehmen. Im Gegentheil nimmt sie aber nach Tyndall's Versuchen zu.

Wir sind daher genöthigt, eine nach den verschiedenen Richtungen ungleiche Fähigkeit der einzelnen Theile der Krystalle anzunehmen, durch den Einfluss eines Magnetes magnetische oder diamagnetische Polarität zu erhalten. Nach der §. 1231 und 1232 mitgetheilten Erklärung des letzteren würde dies heissen, dass die Krystallmolecüle in verschiedenen Richtungen sich mehr oder weniger von der Polarisirbarkeit des umgebenden Mediums unterscheiden.

Durch das Zusammenpressen muss auch bei unkrystallinischen Körpern diese Fähigkeit der Theile in der Richtung der Pressung vermehrt werden, da nach Tyndall[1]) selbst Wachsstücke nach einseitiger Compression sich mit der Richtung derselben axial stellen. — In welcher Weise dabei der Druck auf die Theilchen selbst wirkt, müssen wir bis jetzt unentschieden lassen.

Die Möglichkeit einer solchen ungleichen magnetischen Inductionsfähigkeit der Molecüle, zunächst bei paramagnetischen krystallisirten

---

[1]) Tyndall, Cosmos, 1, 544, 1852.

Körpern, hat schon Poisson [1]) vorausgesehen, indem er ihnen statt der Gestalt der Kugel die eines Ellipsoides beilegte.

Als einfachste Annahme können wir mit Sir W. Thomson [2]) hinstellen, dass die einzelnen Molecüle der krystallisirten oder gepressten Körper im Allgemeinen durch äussere magnetisirende Kräfte nach drei auf einander senkrechten Richtungen ein ungleich starkes magnetisches oder diamagnetisches Moment erhalten. Diese drei Richtungen können wir mit dem Namen der magnetischen Hauptaxen bezeichnen. 1344

Bei Krystallen, welche nur in einer Richtung ein Maximum oder Minimum der magnetischen oder diamagnetischen Vertheilung besitzen, lässt sich die Einstellung in einem gleichartigen Magnetfelde folgendermaassen ableiten.

Ein kugelförmiges Molecül eines magnetischen Krystalles sei in seinem Schwerpunkt vor dem Magnetpol N so aufgehängt, dass auf alle seine Punkte gleiche Kräfte wirken. In der Horizontalebene sei ab die Richtung der stärksten, die darauf senkrechte Linie gh die Richtung der schwächsten magnetischen Induction. Bildet die Richtung ns der magnetischen Kraft M mit ab den Winkel φ, so lässt sie sich in zwei Componenten $M\cos\varphi$ und $M\sin\varphi$ nach ab und gh zerlegen, welche der Krystallplatte nach den beiden Richtungen die Momente $M.A\cos\varphi$ und $M.B\sin\varphi$ ertheilen mögen. In Folge der Wirkung der magnetischen Kraft M wirken auf die Enden von ab und gh die Kräfte $M^2.A\cos\varphi$ und $M^2.B\sin\varphi$, welche wir jedesmal nach den Richtungen ab und gh und nach der darauf senkrechten Richtung zerlegen. Die ersteren Componenten heben sich auf, die letzteren bilden Kräftepaare α und β, welche bezw. gleich $\alpha = rM^2A\cos\varphi.\sin\varphi$ und $\beta = rM^2B\sin\varphi.\cos\varphi$ sind, wo r der Radius des Molecüls ist. Sie drehen den Krystall in entgegengesetzter Richtung. Ihre Differenz ist gleich $D = rM^2(A-B)\cos\varphi\sin\varphi$. Da $A > B$, so dreht sich das Molecül gemäss der Richtung des Drehungsmomentes α. — Das Molecül ist im Gleichgewicht, wenn $D = 0$ ist. Dies findet statt, wenn $\varphi = 0$ oder $\varphi = 90^0$ ist, also die Axe ab der grössten magnetischen Vertheilung mit der Richtung der magnetisirenden Kraft ns zusammenfällt oder auf ihr senkrecht steht. In ersterem Falle ist das Gleichgewicht stabil, im zweiten labil. — Bei diamagnetischen Krystallen wirken die Drehungsmomente in entgegengesetzter Richtung; dieselben sind in stabiler Gleichgewichtslage, wenn die Axe der grössten Vertheilung auf der Richtung ns senkrecht steht; in labiler, wenn sie der letzteren parallel ist.

In einem ganzen, in seinem Schwerpunkt durch den Aufhängefaden unterstützten Krystall, welche Gestalt er auch habe, ist zu beiden Seiten jeder, durch den Faden gelegten Verticalebene die Masse des Krystalles

---

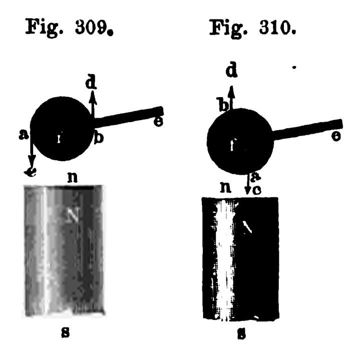
[1]) Poisson, Mém. de l'Institut, 5, 1821 bis 1822, 258. Paris 1826. —
[2]) Sir W. Thomson, Phil. Mag. [4] 1, 177, 1851.

gleichmässig verbreitet. Die auf die einzelnen Molecüle wirkenden Drehungsmomente setzen sich zu einem gemeinschaftlichen zusammen, welches den Krystall um den Faden als Drehungsaxe in gleicher Weise dreht, wie jene die einzelnen Molecüle. Der Krystall stellt sich also in einem gleichartigen Magnetfelde in derselben Weise ein, wie wir oben angegeben.

Eine Anziehung der ganzen Masse des Krystalles gegen den Magnetpol kann nicht stattfinden, da die anziehenden und abstossenden Kräfte gleich und gleichmässig zu beiden Seiten des Aufhängepunktes vertheilt sind.

1345 Ist der Krystall nicht in seinem Schwerpunkt aufgehängt, so kann das auf ihn ausgeübte Drehungsmoment in gewissen Fällen indirect eine Bewegung seiner ganzen Masse selbst in einem gleichartigen Magnetfelde bedingen [1]). — Man klebt z. B. eine aus einem Krystall oder einer in einer Richtung zusammengepressten Wismuthmasse geschnittene Platte in horizontaler Lage an das eine Ende eines an einem Coconfaden aufgehängten Armes einer Drehwage und bringt sie so zwischen die Pole eines Magnetes in ein gleichartiges Magnetfeld. Die Axe *ab*, Fig. 309, der grössten magnetischen oder diamagnetischen Vertheilung des Krystalls liege zunächst in der Verlängerung des Armes *ef* der Drehwage. Die Einstellung des Krystalles ist wiederum durch das an den Enden der Axe *ab* der grössten Vertheilung wirkende Kräftepaar *acbd* bedingt. Ist der Krystall magnetisch, so hat dasselbe die in der Figur angegebene Richtung. Da der Hebelarm *ea* grösser ist als *bc*, so bewegt sich der Krystall hierdurch gegen den Pol *n* hin, und er wäre erst im stabilen Gleichgewicht, wenn *ab* parallel der Richtung der Kraftlinien stände. Ist der Krystall diamagnetisch, so ist das Kräftepaar entgegengesetzt gerichtet, derselbe entfernt sich vom Magnetpol. — Ist die Axe *ab* des Krystalles im Gegentheil gegen den Arm *ef* senkrecht gestellt, Fig. 310, so dreht, wenn der Krystall magnetisch ist, das Kräftepaar *acbd* ihn so, dass seine Axe mit der Richtung *ns* zusammenfällt. Er entfernt sich also von den Magnetpolen. Ist der Krystall diamagnetisch, so ist er in jener Lage im labilen Gleichgewicht. Sobald er aus derselben heraus ein wenig dem einen oder anderen Magnetpol zugedreht wird, so bewegt ihn das Kräftepaar zu dem zunächst liegenden Pol hin und er ist erst im stabilen Gleichgewicht, wenn seine Axe *ab* auf der Linie *ns* senkrecht steht.

Fig. 309. Fig. 310.



[1]) Tyndall, Phil. Mag. [4] 11, 125, 1856.

Besitzen die Krystalle nach drei auf einander senkrechten Richtungen 1346 eine ungleiche Magnetisirbarkeit, so ergiebt sich ihr Verhalten aus folgender Betrachtung, bei der wir, wie oben, nur ein Molecül zu berücksichtigen brauchen.

Wir bezeichnen die magnetischen oder diamagnetischen Momente, welche in der Richtung der drei Hauptaxen in dem Molecül durch eine magnetisirende Kraft Eins ezeugt werden, die in der Richtung jener Axen selbst wirkt, nach ihrer abnehmenden Grösse mit A, B, C. Wirkt auf den Körper eine magnetisirende Kraft F, welche mit den Hauptaxen Winkel macht, deren Cosinus λ, μ, ν sind, so sind die nach denselben erzeugten Momente $FA.\lambda$, $FB.\mu$, $Fc.\nu$, und das auf das Molecül ausgeübte Drehungsmoment ist:

$$F^2[\mu^2\nu^2(B-C)^2+\nu^2\lambda^2(C-A)^2+\lambda^2\mu^2(A-B)^2]^{1/2}=F^2D.$$

Dieses Moment wirkt in einer Ebene, deren Normale mit den Axen Winkel macht, deren Cosinus $\mu\nu(B-C)/D$, $\nu\lambda(C-A)/D$, $\lambda\mu(A-B)/D$ sind.

Das Molecül möge sich nach einander um die Axen A, B, C drehen, die magnetisirende Kraft in den Ebenen BC, CA, AB wirken, und zwar dabei mit der jedesmaligen Axe der stärkeren Vertheilung in derselben B, C, A den Winkel φ machen; dann sind die Drehungsmomente α, β, γ, welche das Molecül um seine Drehungsaxe bewegen:

$$\alpha=F^2(B-C)\sin\varphi\cos\varphi;\quad \beta=F^2(C-A)\sin\varphi\cos\varphi;$$
$$\gamma=F^2(A-B)\sin\varphi\cos\varphi.$$

In Folge dieser Kräfte schwingt der Körper.

Nehmen wir an, das Molecül habe Kugelgestalt, so dass sein Trägheitsmoment in Bezug auf alle Durchmesser das gleiche ist, so verhalten sich die Schwingungsdauern bei der Bewegung um die Axen A, B, C:

$$T_A : T_B : T_C = \frac{1}{\sqrt{B-C}} : \frac{1}{\sqrt{A-C}} : \frac{1}{\sqrt{A-B}}.$$

Hieraus folgt:

$$\frac{1}{T_A{}^2}+\frac{1}{T_C{}^2}=\frac{1}{T_B{}^2}.$$

Die Summe der reciproken Quadrate der Schwingungsdauern des um die Axe der grössten und kleinsten Vertheilung schwingenden Molecüles ist also gleich dem reciproken Quadrat der Dauer der Schwingungen um die Axe der mittleren Vertheilung.

Denken wir uns um das Molecül ein Hülfsellipsoid construirt, dessen drei Hauptaxen mit den drei magnetischen Hauptaxen des Molecüles zusammenfallen und dass ihre Grössen a, b, c gegeben sind durch die Gleichungen: $a=A^{-1/2}$, $b=B^{-1/2}$, $c=C^{-1/2}$. Wirkt dann die magnetisirende Kraft in der Richtung irgend eines der Radii vectores r des Ellipsoides, so ist die Grösse des auf diese Richtung projicirten magnetischen Momentes M des Molecüles gegeben durch den Werth $M=F^2r^{-2}$.

Das Hülfsellipsoid hat zwei Kreisschnitte, deren Ebenen durch seine mittlere Axe b gehen und gegen die Ebene der Axen a und c um einen Winkel ϑ geneigt sind. Derselbe ist bestimmt durch die Gleichung:

$$\sin\vartheta = \frac{c}{b}\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 - c^2}} = \sqrt{\frac{B - A}{C - A}} = \frac{T_B}{T_C} = \sqrt{\frac{\gamma}{\beta}}.$$

Wirkt die magnetisirende Kraft auf das Molecül in der Richtung irgend eines der Radii vectores der Kreisschnitte, so bleibt das in derselben Richtung erzeugte magnetische oder diamagnetische Moment durch die ganzen Kreisschnitte das gleiche. Ist daher das Molecül um eine auf einem Kreisschnitte des Hülfsellipsoides senkrechte Axe drehbar, so ist es in jeder Stellung im Gleichgewicht. Diese Axe ist eine magnetische Axe des Molecüles, deren Lage durch das Verhältniss der Constanten A, B, C bedingt ist. Der Winkel ω zwischen den magnetischen Axen und der Axe der grössten Vertheilung ist gegeben durch die Gleichung:

$$\cos\omega = \sin\vartheta = \frac{T_B}{T_C} = \sqrt{\frac{\gamma}{\beta}}$$

oder:

$$tg\,\omega = \frac{T_C}{T_A} = \sqrt{\frac{\alpha}{\gamma}}.$$

Die Schwingungsdauer um irgend eine Axe, welche mit den magnetischen Axen die Winkel ψ und ψ_1 macht, ist:

$$T^2 = T_B^2 . \sin\psi . \sin\psi_1.$$

Eine aus dem krystallisirten Körper geschliffene Kugel verhält sich wie das betrachtete Molecül, da auch in ihr das Trägheitsmoment nach allen Richtungen das gleiche ist.

Hängt man die Kugel an einen Faden zwischen den Magnetpolen so auf, dass nach einander ihre drei Axen vertical sind, und bestimmt die Torsionswinkel α', β', γ', welche erforderlich sind, um sie um gleich viel Grade aus ihrer durch die magnetischen Kräfte gebotenen Gleichgewichtslage hinauszudrehen, so verhalten sich die Werthe $\alpha' : \beta' : \gamma'$ wie die jedesmaligen, auf die Kugel ausgeübten Drehungsmomente α, β, γ, d. i.:

$$\alpha' : \beta' : \gamma' = (B - C) : (A - C) : (A - B).$$

Daraus ergiebt sich der Winkel ω zwischen den magnetischen Axen und der Axe der grössten Vertheilung direct durch die Gleichung:

$$\cos\omega = \sin\vartheta = \sqrt{\frac{B - A}{C - A}} = \sqrt{\frac{\gamma'}{\beta'}}, \quad tg\,\vartheta = \sqrt{\frac{\gamma'}{\alpha'}}.$$

Diese einfache Methode zur Bestimmung des Winkels ω ist von Plücker angegeben.

Bei einaxigen Krystallen ist entweder $A = B$, wo die der Axe der Symmetrie entsprechende Vertheilung $C < A = B$, und der Krystall negativ ist, oder es ist $B = C$, wo $A > B = C$, und die Vertheilung in der Axe der Symmetrie im Maximum, der Krystall positiv ist. Die magnetischen Axen fallen in diesem Fall mit der Symmetrieaxe zusammen. Das Hülfsellipsoid wird ein Rotationsellipsoid. Ist die Schwingungsdauer einer aus dem Krystall geschliffenen Kugel, deren Drehungsaxe senkrecht auf der Symmetrieaxe steht, gleich T_0, so ist die Schwingungsdauer um eine gegen die letztere um den Winkel ψ geneigte Drehungsaxe: 1347

$$T = T_0 \sin \psi \text{ }^{1)}.$$

Die Richtigkeit der vorher aufgestellten Formeln hat Plücker für einen Krystall mit drei ungleichen magnetischen Axen an einer Kugel von ameisensaurem Kupferoxyd von 0,39 Zoll (10 mm) Durchmesser geprüft, welche er zwischen den zugespitzten, in einem Abstand von 1,58 Zoll (43 mm) von einander entfernten Enden der Halbanker seines Magnetes aufhängte. Nach der Bestimmung der Lage der magnetischen Hauptaxen wurden die Schwingungszahlen bestimmt, während der Krystall um die eine oder andere Axe oscillirte. Es ergab sich bei zwei verschiedenen Intensitäten des den Magnet erregenden Stromes: 1348

$$\text{I.} \quad \frac{1}{T_A} = 23, \quad \frac{1}{T_B} = 53, \quad \frac{1}{T_C} = 49.$$

$$\text{II.} \quad \frac{1}{T_A} = 31^1/_2, \quad \frac{1}{T_B} = 73, \quad \frac{1}{T_C} = 67.$$

Daher erhält man:

$$\text{I.} \quad \frac{1}{T_A^2} + \frac{1}{T_C^2} = 2918, \quad \frac{1}{T_B^2} = 2809.$$

$$\text{II.} \quad \frac{1}{T_A^2} + \frac{1}{T_C^2} = 5166, \quad \frac{1}{T_B^2} = 5329.$$

Der halbe Winkel zwischen den magnetischen Axen ist hiernach $\omega = 25{,}8$, während er nach directer Beobachtung der Lagen, in denen der Krystall im indifferenten Gleichgewicht war, gleich $23^1/_2{}^0$ war. Auch bei anderen Lagen des Krystalles bestätigte sich die Theorie.

Als eine Kugel von Eisenvitriol so aufgehängt wurde, dass die Hauptaxe dieses als magnetisch einaxig zu betrachtenden Krystalls sich

---

[1]) Sir W. Thomson, Phil. Mag. [4] 1, 177, 1851; Plücker, Phil. Trans. 1858, 2, 570. — Ganz dieselben Formeln hat Plücker abgeleitet, indem er sich die Molecüle der Krystalle als ungleichaxige Ellipsoide vorstellte, welche, wie Ellipsoide von Eisen, durch äussere Kräfte magnetisirt sind, und in denen die einzelnen Theile polarisirend auf einander einwirken. Bei diamagnetischen Körpern sollte nur die Richtung der Polarität die entgegengesetzte sein. — Indess erkennt Plücker selbst an, dass die der obigen Rechnung zu Grunde liegenden, von Sir W. Thomson herrührenden einfacheren Principien der Natur völlig entsprechen.

in der horizontalen Schwingungsebene befand, dann gegen dieselbe um 45° gehoben oder gesenkt war, ergaben sich die Schwingungszahlen in beiden Fällen in je 20 Secunden $T_0 = 62{,}8$, $T = 45$. Also ist $T = 0{,}715\ T_0$, während der Coëfficient von T_0 gleich $\sin 45^0 = 0{,}707$ sein müsste. — Auch an einer Kugel von Wismuth bestätigen sich diese Resultate. Dieselbe wurde, wie die Kugel von Eisenvitriol, aufgehängt, und der sie tragende Faden um einen bestimmten Winkel gedreht, bis die Kugel aus ihrer Gleichgewichtslage um 180° umschlug. Die Drehungen des Fadens bei beiden Aufhängungen der Kugel (wenn die Axe horizontal hing oder um 45° gegen die Horizontalebene geneigt war) standen im Verhältniss von 1 : 0,498. Die Drehungsmomente, welche die Kugel bei gleichen Ablenkungen aus ihrer Gleichgewichtslage unter dem Einfluss der Magnetpole in dieselbe zurückführen, müssten sich wie $1 : \cos^2 45^0 = 1 : 0{,}5$ verhalten.

1349 Auch Versuche von Walter König[1]) bestätigten die Theorie von Sir W. Thomson. Drei Kalkspathkugeln von 0,4475 bis 1,0131 mm und zwei Quarzkugeln von 0,5042 bis 0,7039 mm Radius wurden mittelst an verschiedenen Stellen an sie angeklebter Glashäkchen an Cocon- oder Glasfäden an den Kopf einer Drehwage in Glaskästen gehängt, die sie eben aufnehmen konnten und evacuirt wurden. Die Glaskästchen befanden sich zwischen den Polen eines starken Elektromagnetes in einem homogenen Magnetfelde, dessen Stärke mittelst einer Inductionsspirale und eines Erdinductors bestimmt war. Es wurden sowohl Ablenkungsversuche gemacht, als auch die Zeitdauern einer Anzahl von Schwingungen mittelst eines Chronoskops oder eines elektrischen Registrirapparates bestimmt. Ist $k = k_2 - k_1$ die Differenz der beiden Hauptmagnetisirungsconstanten, v das Volumen der Kugel, H_m die Stärke des Magnetfeldes, ϑ der Winkel der magnetischen Axe mit der Drehungsaxe, sind T_o und T_m die Schwingungsdauern der nichtmagnetischen und magnetischen Kugel, $M = {}^2/_5 . m r^2$, wo m das Gewicht, r der Radius der Kugel ist, so ist

$$k = \frac{\pi^2 M}{v H_m{}^2 \sin^2 \vartheta} \frac{(T_o + T_m)(T_o - T_m)}{T_o{}^2 T_m{}^2}.$$

Aus den Versuchen ergiebt sich bis zu einer Stärke des Magnetfeldes von 3000 C.-G.-S. für Kalkspath so gut wie constant $k = 1135 . 10^{-10}$ im Mittel; für die Quarzkugeln in Magnetfeldern zwischen 500 und 2700 C.-G.-S. $k = 63{,}6 . 10^{-10}$ und $60{,}2 . 10^{-10}$ für die kleinen und grossen Kugeln, wobei k mit wachsender Feldstärke abnimmt. Das Sinusgesetz bewährt sich vollständig.

Bei neueren Versuchen konnte Stenger[2]) keine solche Aenderung von k beobachten[3]).

---

[1]) W. König, Wied. Ann. 31, 270; 32, 223, 1887. — [2]) Stenger, Wied. Ann. 35, 331, 1888. — [3]) Versuche von Stenger (Wied. Ann. 20, 304, 1883)

Directe Messungen über die verschieden starke Anziehung und Abstossung der einaxigen Krystalle von den Magnetpolen nach verschiedenen Richtungen sind von Tyndall [1]) angestellt worden. **1350**

Er benutzte hierzu den §. 1235 beschriebenen Apparat, durch welchen er das Gesetz der Abnahme der magnetischen Wirkung mit der Entfernung bestimmt hatte. Auf das Ende des Hebels wurden Kugeln oder Würfel von verschiedenen Krystallen in verschiedenen Lagen gebracht, und ihre Anziehuugen oder Abstossungen durch die Magnetpole mittelst der Torsion T des den Hebel tragenden Fadens gemessen. Vor die Polflächen der Magnetstäbe wurde feines Bristolpapier oder eine dünne Glasplatte gelegt. Der Magnetismus oder Diamagnetismus der Krystalle entsprach dem Werth $\sqrt[2]{T}$. Bezeichnet i die Intensität des den Magnet erregenden Stromes, so ergab sich unter Anderem für eine Kugel von Spatheisenstein:

1) Die Krystallaxe parallel der Magnetaxe:

$i =$	0,268	0,364	0,466	0,577
$\sqrt{T} =$	6,56	8,94	11,36	14,14
$25,5\,i =$	6,57	8,91	11,42	14,14

2) Die Krystallaxe senkrecht gegen die Magnetaxe:

$i =$	0,268	0,364	0,466	0,577
$\sqrt{T} =$	5,52	7,48	9,62	11,44
$20,7\,i =$	5,55	7,53	9,64	11,94

Der Magnetismus des Krystalls nimmt also in beiden Lagen proportional der Stromintensität zu, der wohl die Stärke des Magnetfeldes nahezu proportional gesetzt werden kann. Er ist im Verhältniss von 20,7 : 25,5 stärker, wenn die Krystallaxe axial ist, als wenn sie äquatorial ist. Bei freier Aufhängung der Kugel wird daher die Axe von den Magnetpolen angezogen.

Bei Kalkspathkugeln ergab sich dagegen die Abstossung im Mittel

1) die optische Axe der Axe der Magnetstäbe parallel 55
2) „ „ „ senkrecht gegen dieselbe 49,5

Wie beim Spatheisenstein die Anziehung, ist also hier die Abstossung in der Richtung der Hauptaxe grösser, als in der darauf senkrechten Richtung des Krystalls. Bei freier Aufhängung stellt sich demnach die Hauptaxe des Kalkspathes äquatorial.

Bei einem Würfel von Eisenvitriol war die Anziehung:

1) die bei freier Aufhängung des Würfels zwischen den Magnetpolen axiale Linie in der Axe der Magnetstäbe 41,5
2) dieselbe Linie senkrecht gegen die Axe der Magnetstäbe . . . . 35,4.

---

an einer Kalkspathkugel, deren Resultate mit den Berechnungen von Sir W. Thomson nicht übereinstimmen, sind durch obige sehr sorgfältige Versuche von Walter König widerlegt worden, was auch Stenger (Wied. Ann. **35**, 331, 1888) selbst anerkennt.

[1]) Tyndall, Pogg. Ann. **83**, 400, 1851.

Bei einem Wismuthwürfel betrug die Abstossung:

1) die Spaltungsebene parallel den Axen der Magnetstäbe 153
2) „ „ senkrecht auf den Axen der Magnetstäbe . . . . . 110.

Wismuthwürfel, die aus einem in einer Richtung zusammen gepressten Cylinder von Wismuthpulver geschnitten waren, welches mit Gummiwasser angemacht war, zeigten ganz analog eine grössere Abstossung, wenn die Linie der Compression parallel der Axe der Magnetstäbe lag, als wenn sie senkrecht gegen dieselbe stand. Umgekehrt verhielten sich in gleicher Weise präparirte Würfel von Spatheisensteinpulver. Auch die §. 1329 erwähnten, zusammengepressten Würfel aus einem Wismuthkrystall erlitten bei diesem Verfahren eine stärkere Abstossung, wenn die Richtung ihrer Pressung mit der Magnetaxe zusammenfiel, als wenn sie senkrecht gegen dieselbe stand. — Ganz analog verhielten sich Würfel aus diamagnetischem Wachs und aus diamagnetischer Brotkrume, welche vorher in einer Richtung zusammengepresst waren.

1351 Hankel[1]) hat die diamagnetische Abstossung nach verschiedenen Richtungen hauptsächlich an einem Cylinder von Wismuth von 18 mm Länge und 8,4 mm Durchmesser bestimmt, welcher aus einem krystallinischen Stück vermittelst des Drehstahles gedreht worden war, und in dem die Hauptspaltungsrichtung der Axe parallel lag. Derselbe wurde mit seiner Axe in verticaler Lage zwischen zwei über einander befindlichen Spitzen in einer Gabel eingeklemmt, welche an dem einen Ende des einen, 128 mm langen Armes des Hebels einer Drehwage befestigt war. Der andere Arm des Hebels war durch ein Gegengewicht belastet und daselbst ein Spiegel befestigt, dessen Ebene auf der Axe des Armes senkrecht stand. Seine Stellung wurde mittelst Fernrohr und Scala abgelesen. Ueber dem Cylinder befand sich eine horizontale, getheilte Messingscheibe von 26 mm Durchmesser, mit welcher der Cylinder um seine Axe gedreht werden konnte. Vor demselben wurde in einer gegen den Arm der Drehwage senkrechten Lage horizontal ein aus zwei Lamellen bestehender Stahlmagnet hingelegt. Es erfolgte eine Abstossung oder auch Anziehung G, die je nach der Lage des Cylinders verschieden stark war und den Hebel der Wage um eine verschiedene Anzahl Grade ablenkte. Wurde aber der Wismuthcylinder an einem Coconfaden unten an den Hebel der Drehwage gehängt, so dass der Magnet nur auf den Arm mit der Messingscheibe wirkte, so fand eine Anziehung und Annäherung des Armes an den Magnet um eine Anzahl Grade g statt, welche bei verschiedenen Drehungen der Messingscheibe um ihre Axe bestimmt wurde. Die Differenz beider Werthe G und g giebt die Abstossung a des Wismuthcylinders allein. Als Mittel von je vier Versuchen, bei denen der Wismuthcylinder um eine bestimmte Anzahl Grade nach

[1]) Hankel, Math.-phys. Berichte der K. Sächs. Gesellsch. der Wissensch. 1851, S. 99.

rechts und links von der Lage aus gedreht wurde, in welcher seine Spaltungsebene auf der Magnetaxe senkrecht stand, ergab sich die Abstossung:

Neigung der Normale auf der Spaltungsebene gegen die Magnetaxe φ	Abstossung a	
	beobachtet	berechnet
$\pm 15^0$	94,1	93,7
$\pm 45^0$	113,3	113,3
$+ 75^0$	132,4	133,3

Die Werthe der letzten Columne sind nach der Formel

$$a = 90{,}7 + 45{,}3 \sin^2 \varphi$$

berechnet. Die Abstossung ist also, wie schon früher erwähnt, im Minimum, wenn die Spaltungsebene des Wismuthes auf der Magnetaxe senkrecht steht. Sie nimmt mit dem Quadrat des Sinus ihrer Drehung nach beiden Seiten zu. Das Verhältniss des Minimums und Maximums der Abstossung ergiebt sich wie 0,67 : 1.

Rowland und Jacques[1]) haben ebenfalls hierüber Versuche angestellt. 1352

Die Stärke des etwa hühnereigrossen Magnetfeldes zwischen den Polen eines Ruhmkorff'schen Elektromagnetes wurde bestimmt, indem zwischen den Mittelpunkten der Pole ein kleiner Messingstab befestigt war, auf dem sich eine sehr kleine Drahtrolle (mittlerer Radius 0,3912 cm; Breite der Windungen 0,1824 cm; Höhe 0,1212 cm; Zahl der Windungen 83) um eine durch zwei Gegenschrauben bestimmte Länge verschieben liess. Die Ablenkungen des Galvanometers wurden mittelst eines Erdinductors auf absolutes Maass reducirt. Dann wurden 15 mm lange und etwa 2 mm im Quadrat dicke Stäbe von Wismuth und Kalkspath von bezw. 0,77 und 0,80 cm Länge und 0,378 und 0,336 cm Dicke an einem einfachen Coconfaden in Schlingen zwischen die Magnetpole gehängt und ihre Schwingungsdauer, ihr Trägheitsmoment, ihre halbe Länge und ihr Querschnitt bestimmt. Daraus wurde die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von den genannten Grössen und der Magnetisirungszahl $\varkappa$ und damit letztere berechnet. Die Wismuthstäbe waren aus sehr schönen Krystallen von eisenfreiem Metall gespalten, auf reinen Platten von Speckstein geschliffen und mit Salzsäure gekocht. So ergab sich z. B.

	$\varkappa$
Wismuth, Axe vertical	$-12554 \cdot 10^{-12}$
„ „ horizontal	$-14324 \cdot 10^{-12}$
Kalkspath, Axe vertical	$-37930 \cdot 10^{-12}$
„ „ horizontal	$-40330 \cdot 10^{-12}$ [2])

[1]) Rowland und Jacques, Sill. J. [3] 18, 360, 1879; Beibl. 4, 291. —
[2]) In Folge eines Rechenfehlers sind nur die relativen Grössen dieser Zahlen von Bedeutung s. v. Ettingshausen, Wied. Ann. 17, 274, 1882.

1353 Befinden sich die Krystalle, statt in Luft, in einer Flüssigkeit, so kann man letztere so wählen, dass die Anziehung oder Abstossung der Krystalle, deren Masse magnetisch oder diamagnetisch ist, bei der einen Stellung kleiner, bei der anderen grösser ist, als die Anziehung oder Abstossung der verdrängten Flüssigkeit, so dass darin ein Krystall von magnetischer Masse in der einen Lage, in welcher er weniger vom Magnet beeinflusst wird, abgestossen, in der anderen Lage aber angezogen wird; ein Krystall von diamagnetischer Masse in der ersteren Lage angezogen, in der zweiten abgestossen wird. Um hierzu Krystalle, welche sich in Wasser und den Salzlösungen auflösen würden, verwenden zu können, tauchte sie Faraday [1]) zuerst in geschmolzenes Wachs, zog sie heraus und lies sie erkalten. Diese Krystalle wurden in verschiedenen Lagen an dem einen Arm des Hebels der Drehwage befestigt, welcher vertical nach unten gebogen war, und so in der Luft und in verschiedenen Flüssigkeiten vor dem Pol eines Magnetes untersucht. Namentlich Krystalle von rothem Cyaneisenkalium, welche in Wasser von den Magnetpolen angezogen, in concentrirter Eisenvitriollösung abgestossen werden, eignen sich zu diesen Versuchen. Lag die magnetische Axe axial, so wurden sie in Eisenvitriollösung, die weniger als 11 Volumina der concentrirten Lösung auf 6 Volumina Wasser enthielt, angezogen. Lag die Axe der Krystalle äquatorial, so wurden sie in allen Lösungen abgestossen, welche mehr als 18 Volumina der concentrirten Lösung auf 6 Volumina Wasser enthielt. In den zwischen den genannten beiden Lösungen stehenden Lösungen werden sie in der ersten Lage angezogen, in der zweiten abgestossen; in einer Flüssigkeit, welche 14 bis 15 Volumina der concentrirten Lösung und 6 Volumina Wasser enthielt, war die Anziehung in der einen Lage etwa ebenso gross wie die Abstossung in der anderen. Da die Masse des Kalkspaths im Alkohol von den Magnetpolen angezogen, in Eisenchlorürlösung abgestossen wird, würde man auch aus Alkohol und letzterer Flüssigkeit eine Mischung herstellen können, in welcher der Kalkspath in der einen Lage von dem Magnetpol angezogen in der anderen abgestossen wird.

1354 Es ist einleuchtend, dass die Magnekrystallkraft, mit welcher sich eine aus einem ungleichaxigen Krystall geschliffene, um ihren Schwerpunkt drehbare, kreisförmige Scheibe oder Kugel in einer bestimmten Richtung zwischen den Magnetpolen einstellt, nicht dadurch geändert werden kann, dass man sie, statt im luftleeren Raume, in verschiedenen gasförmigen oder flüssigen Medien aufhängt, welche magnetischer oder diamagnetischer sind, als die Masse des Krystalls, vorausgesetzt, dass die Molecüle derselben nicht magnetisirend auf einander einwirken und sich durch das umgebende Medium die Vertheilung des Magnetismus in ihnen nicht ändert. Die Krystalle verhalten sich wie eine Kugel von

---

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. 30, 1855; Phil. Trans. 1856, p. 159; Pogg. Ann. 100, 111 u. 439, 1857.

Stahl, welche ein permanentes magnetisches Moment in der Richtung eines Durchmessers erhalten hat. — Dies hat Faraday[1]) auch durch das Experiment bewiesen, indem er Prismen aus verschiedenen Krystallen an einem Faden zwischen die Magnetpole hängte, und, sowohl in der Luft, wie auch in Flüssigkeiten die Drehung derselben im einen oder anderen Sinne bestimmte, welche erforderlich war, um sie aus ihrer durch die magnetische Einwirkung bedingten Lage soweit zu drehen, dass sie eine neue, um 180° gegen die erste gedrehte Gleichgewichtslage annahmen. Auch wurde vor dem Versuch der Faden so eingestellt, dass die Krystalle während der Einwirkung des Magnetes dieselbe Ruhelage beibehielten, wie vor derselben, der Faden also hierbei nicht gedreht wurde.

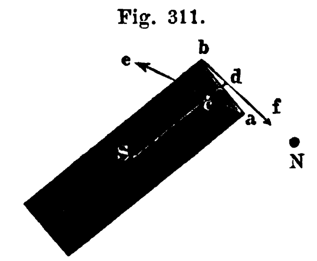
So ergab sich unter Anderem die zum Umschlagen der Krystalle erforderliche Torsion:

	Wismuth, achteckiges Prisma, Magnekrystallaxe horizontal	Turmalin, quadratisches Stück aus einem Prisma, die Axe horizontal	Spatheisenstein, achteckiges Prisma, die Magnekrystallaxe horizontal
Luft	2250°	1070	543
Alkohol	2269°	1081	—
Wasser	2230°	1082	542
Eisenvitriol, conc. Lösung	2234°	1081	542

Ganz ebenso verhielt sich ein Krystall von Blutlaugensalz in Luft und Camphin, wo die Torsionen 314 und 316, und das Wismuthprisma in Wasser und geschmolzenem Phosphor von 70° C., wo die Torsionen 1945° und 1950° waren.

Sind die auf die einzelnen Punkte eines Krystalles wirkenden magnetischen Kräfte nicht gleich gross, so compliciren sich die Erscheinungen. **1355** Wir wollen hier beispielsweise nur einen Fall betrachten und dabei nur die in der Richtung der stärksten Vertheilung erzeugte Polarität berücksichtigen.

Fig. 311.



Ein Wismuthstab, Fig. 311, in welchem die Richtung der stärksten diamagnetischen Vertheilung auf seiner Axe senkrecht stehe; so dass er sich in dem gleichartigen Magnetfeld mit letzterer axial einstellt, sei vor dem zugespitzten Magnetpole N im Punkte S so aufgehängt, dass er in der Horizontalebene schwingen kann. Die einzelnen Molecüle des

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. 22, §. 2498, 1848; Ser. 30, §. 3368 u. flgde.

Stabes erhalten in der Richtung *ab* Polarität. Auf ihre Pole wirken dann von *N* aus Kräfte, wie *ae* und *bf*. Man verlege dieselben nach den Punkten *c* und *d* der Axe des Stabes und zerlege sie dann in je zwei Componenten, von denen die einen mit der Axe *Sc* zusammenfallen und auf den Stab kein Drehungsmoment ausüben, die anderen auf *Sc* senkrecht stehen. Nimmt der Magnetismus sehr schnell von den Polen an ab, so dass *ae* viel grösser als *bf* ist, so kann das Product der in *c* angreifenden, auf *Sc* senkrechten Componente von *ce* mit dem Hebelarm *Sc* grösser sein, als das Product der entsprechenden, an *d* angreifenden Componente von *bf* mit *Sd*. Der Stab wird auf diese Weise, entgegen dem Verhalten im gleichartigen Magnetfeld, mit seiner Längsrichtung in die äquatoriale Lage getrieben, wie wenn seine Masse als solche abgestossen würde. — Entfernt man den Magnetpol von dem Stab oder hebt letzteren über seine Ebene empor, so nimmt in der weiteren Entfernung die auf die einzelnen Theile des Stabes wirkende Kraft nicht mehr so schnell ab; die Kräfte *ae* und *bf* werden mehr und mehr einander gleich, und der Stab erhält ein Drehungsmoment, welches ihn mit seiner Axe *Sc* in die axiale Lage überführt.

1356 Diese Aenderung der Einstellung hat Tyndall[1]) auch experimentell verfolgt, indem er über, unter und zwischen die zugespitzten Halbanker eines Elektromagnetes Stäbchen von krystallinischen, magnetischen und diamagnetischen Stoffen hängte.

Bei allen diesen Körpern war die Längsrichtung des zwischen die Magnetpole gebrachten Stückes so gewählt, dass die durch die moleculare Structur bedingte Einstellung der durch die Gestalt bedingten entgegenwirkte.

Bei allen Körpern, deren Masse diamagnetisch war, stellte sich die Längsrichtung des horizontalen Querschnittes zwischen den Polen äquatorial, darüber und darunter axial, so bei Weinsäure, Wismuth, Citronensäure, Salpeter, Schwerspath u. s. w., dagegen bei allen magnetischen Körpern zwischen den Polen axial, darüber und darunter äquatorial, so bei Kaliumeisencyanid, Beryll, Eisenvitriol, Spatheisenstein, Turmalin, schwefelsaurem Nickeloxydul u. s. w.

In Folge dieser und ähnlicher Versuche glaubte man früher die in den verschiedenen Richtungen in den Krystallen wirkende Magnekrystallkraft von den auf ihre Masse wirkenden magnetischen Kräften in der Weise unterscheiden zu dürfen, dass die Magnekrystallkraft mit der Entfernung von den Polen langsamer abnähme als die letzteren Kräfte; eine Vermuthung, die durch obige Erklärung beseitigt wird.

1357 Eine dauernde magnetische Polarität glaubte Tumlirz[2]) am Bergkrystall nachweisen zu können. Eine sehr sorgfältig mit Alkohol und

---

[1]) Tyndall, Phil. Trans. 1855, p. 1; Phil. Mag. [4] 10, 162. — [2]) Tumlirz, Wied. Ann. 27, 133, 1886.

verdünnter Salzsäure gereinigte, bifilar aufgehängte, rechts oder links drehende Bergkrystallplatte stellte sich zwischen spitzen Halbankern oder in einem 6 cm breiten, 11 cm hohen und 2,7 bis 4 cm tiefen Magnetfeld vor Erregung des Elektromagnetes mit der Hauptaxe äquatorial. Wurde der Strom geschlossen, so stellte sich die Hauptaxe um 60° nach der einen Seite gegen die axiale Richtung geneigt, bei Umkehrung des Stromes nach der entgegengesetzten Seite. Dabei war, wie das Verhalten vor einem spitzen Magnetpol ergab, die Masse des Bergkrystalls diamagnetisch, die Drehung erfolgte aber, wie wenn der Bergkrystall paramagnetisch wäre. Sie hielt nur kurze Zeit an; dann stellte sich die Hauptaxe wieder äquatorial. Hiernach soll der Bergkrystall nicht für sich, sondern unter Einfluss des Magnetes für einige Zeit permanent magnetisch werden. — Auch durch Magnetisirung in der Richtung einer Nebenaxe ergaben sich die entsprechenden Erscheinungen.

Indess ist nicht nachzuweisen, dass der Bergkrystall nicht etwa im Innern noch sehr kleine Mengen magnetisirbarer Theilchen enthielt, die freilich bei der Aufhängung des Krystalls vor einem Pol die diamagnetische Abstossung der ganzen Masse nicht verdecken, in einem gleichartigen Magnetfeld aber eine Einstellung des Krystalls bedingen können [1]).

Auch kann ihr Moment bei steigenden Kräften das Minimum erreichen, während die magnetische Wirkung immer weiter wächst.

Plücker [2]) hat untersucht, ob der Magnetismus auf die Einstellung der Molecüle beim Erstarren einen Einfluss haben könnte. Er goss in eine runde, zwischen den Polen eines Elektromagnetes stehende Porzellanschale von 20 mm Durchmesser, welche in einem Sandbade erwärmt war, geschmolzenes Wismuth und liess es langsam erkalten. Auf der erstarrten Masse wurde die äquatoriale Richtung durch eine Linie bezeichnet. Wurde sie für sich zwischen den Polspitzen horizontal aufgehängt, so stellte sich jene äquatoriale Linie wieder äquatorial ein. Wismuth, welches in länglichen, axial gerichteten Rinnen von etwa 12 mm Länge und 6 mm Breite auf einem Stück Holzkohle zwischen den Polen des Magnetes erstarrt war, nahm gleichfalls beim freien Aufhängen dieselbe Lage ein, wie beim Erstarren. — Aehnliche Versuche habe auch ich [3]) angestellt. — Indess ist zu untersuchen, ob nicht etwa die hierbei verwendeten Wismuthmassen geringe Spuren Eisen enthielten, welche durch die magnetische Anziehung in der geschmolzenen Masse sich gegen die Magnetpole hingezogen hätten und beim Aufhängen der erstarrten Masse die Einstellung bedingten. Faraday [4]) hat in dieser Beziehung nur negative Resultate gefunden. 1358

---

1) Schuster, Nature 38, 441, 1886; Beibl. 10, 422, 1886. Lodge, Nature 38, 484, 1886; Beibl. 10, 422, s. auch Ewing, Nature 38, 512, 1876; Beibl. 10, 639. — 2) Plücker, Pogg. Ann. 76, 584, 1849. — 3) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 77, 537, 1849. — 4) Faraday, Exp. Res. Ser. 22, §. 2502 u. flgde., 1848.

Auch Versuche von v. Quintus Icilius [1]), nach denen Wismuth beim Erstarren zwischen den Magnetpolen eine dauernde diamagnetische Polarität annimmt, sind zu wiederholen, da das Wismuth eisenhaltig war.

VI. Einfluss der Wärme auf das magnetische und diamagnetische Verhalten der Körper.

1359 Wir haben schon früher angeführt, dass der temporäre Magnetismus des Eisens, Nickels und Kobalts beim Erhitzen nur bis zu einem bestimmten Grade wächst, dann aber wieder abnimmt. Man kann dies auch zeigen, indem man zwischen den Polen des Magnetes in horizontaler Lage an einem dünnen, verticalen Platindraht befestigte Eisen- und Nickelstäbchen an einem Coconfaden aufhängt. Erhitzt man sie durch eine Flamme bis zum Glühen, so verlängert sich die Dauer ihrer Schwingungen um die axiale Lage.

Die Oxyde des Eisens, Nickels und Kobalts, in gleicher Weise behandelt, indem man sie z. B. für sich oder in Glasröhrchen aufhängt, scheinen weniger an Magnetismus zu verlieren, als die Metalle selbst [2]).

Dieselben Resultate erhält man nach Plücker [3]), wenn man die Substanzen in Glas- oder Metallschälchen erwärmt, sie so an eine Wage hängt und von den Magnetpolen abreisst. Durch ein in die Schälchen gesenktes Thermometer kann man die Temperatur der Körper annähernd bestimmen. — So nimmt der Magnetismus des Eisenoxyds von 30° bis etwa 300 bis 400° um 25 Proc. ab; Nickeloxydul verliert beim Erwärmen von niederen Temperaturen an viel Magnetismus, bei höheren ändert sich derselbe mit weiterer Steigerung der Temperatur nur wenig.

Dass nach meinen von Plessner bestätigten Versuchen der Magnetismus m_t der Salze in ihren Lösungen bei verschiedenen Temperaturen t nahezu nach der Formel:

$$m_t = m_0 (1 - \alpha t),$$

abnimmt, wo m_0 dem Magnetismus bei 0° entspricht, $\alpha = 0{,}0032$ bis 0,0036 ist, ist schon §. 1268 erwähnt worden.

1360 Bei diamagnetischen Körpern vermindert sich gleichfalls nach den Versuchen von Plücker mit Erhöhung der Temperatur der Diamagnetismus. Indess ist diese Abnahme nicht bei allen Stoffen dieselbe. Beim Stearin, Schwefel und Quecksilber ist sie fast unmerklich, beim Wismuth nimmt der Diamagnetismus beim Erwärmen von der Lufttemperatur bis zum Schmelzpunkt bis etwa auf

[1]) v. Quintus Icilius, Gött. Nachr. 1860, S. 296. — [2]) Faraday, Exp. Res. Ser. 21, §. 2343 u. flgde. 1846. — [3]) Plücker, Pogg. Ann. 74, 370, 1848; 75, 177, 1848.

den sechsten Theil ab. — Nach Matteucci[1]) ist diese Abnahme noch bedeutender. Er brachte zwischen die Magnetpole ein Stäbchen von kaustischem Kalk, dessen eines Ende ausgehöhlt war. Eine Spur Colcothar bewirkte, dass es von den Magnetpolen angezogen wurde. Wurden in die Höhlung einige Gramme Wismuth gebracht, so wurde es abgestossen; wurde das Wismuth geschmolzen, so ergab sich eine Anziehung, die indess wieder der Abstossung Platz machte, sobald das Wismuth erstarrte. — Der Schluss, welchen Matteucci hieraus zieht, dass der Diamagnetismus des Wismuths beim Schmelzen aufhöre, ist nicht ganz gerechtfertigt; er braucht nur sehr stark vermindert zu sein.

Einige fernere Versuche über die Aenderung des Magnetismus mit der Temperatur wurden von Faraday[2]) gemacht, indem er kleine, aus den Körpern geformte Stäbe zwischen den Magnetpolen an einem Faden aufhängte und durch Torsion desselben aus ihrer Gleichgewichtslage in die um 180° dagegen gedrehte Lage herumwarf.

Bei einem Spatheisensteinplättchen, dessen magnetische Axe vertical hing, und welches in einem Oelbade zwischen den Magnetpolen erwärmt wurde, ergab sich zwischen 35 und 142° C. die Abnahme der magnetischen Kraft für 10° C. etwa gleich $^1/_{30}$, also etwa wie bei den gelösten Salzen. Indess ist hierbei zu berücksichtigen, dass der Diamagnetismus des Oeles, in welchem der Krystall hing, sich gleichfalls mit der Temperaturerhöhung geändert haben konnte.

Beim Abkühlen vermehrt sich der temporäre Magnetismus der Stoffe wieder. Diese Zunahme ist beim Mangan und Chrom nicht merklich[3]).

Die Bestimmungen von Curie (§. 1290 und 1309), Quincke (§. 1310) und Henrichsen (§. 1294) haben wir schon früher angeführt.

1361 Da die Abnahme des Diamagnetismus mit der Temperaturerhöhung geringer ist, als die Abnahme des Magnetismus, wäre zu vermuthen, dass bei starker Erkältung unmagnetische und diamagnetische Körper temporären und permanenten Magnetismus annehmen könnten. Durch Abkühlung bis — 104° C. in einem Bade von fester Kohlensäure und Aether im Vacuum ist es indess Faraday[4]) nicht gelungen, irgend einen diamagnetischen Stoff magnetisch zu machen.

Die verschieden starke Abnahme des Magnetismus und Diamagnetismus mit der Temperatur bei verschiedenen Körpern kann bewirken, dass das magnetische Verhalten einzelner, aus magnetischen und diamagnetischen Substanzen gemengter Stoffe sich umkehrt. — So ist z. B. unreines, eisenhaltiges Quecksilber bei niederen Temperaturen magnetisch, bei höheren Temperaturen diamagnetisch[5]).

---

[1]) Matteucci, Compt. rend. **36**, 740, 1853. — [2]) Faraday, Exp. Res. **30**, §. 3421 u. flgde. 1855. — [3]) Faraday, Phil. Mag. [3] **14**, 161, 1839; Pogg. Ann. **47**, 218; Phil. Mag. [3] **27**, 1, 1845; Exp. Res. **3**, 444; Pogg. Ann. **65**, 643. — [4]) Faraday, l. c. — [5]) Plücker, Pogg. Ann. **74**, 379, 1848.

1362 Auch bei den Gasen ändert die Temperaturerhöhung den Magnetismus. Dies zeigte Faraday [1]), indem er in ein Glasrohr eine kleine Spirale von Platindraht einlegte und sie durch einen galvanischen Strom zum Glühen brachte. Er leitete durch das Rohr verschiedene Gase zwischen die Pole eines Elektromagnetes und bestimmte die Richtung des heissen Gasstromes entweder durch das Gefühl mit dem Finger oder durch ein gewöhnliches Thermometer oder ein Breguet'sches Thermoskop, welches dem Ausströmungsrohr gegenübergestellt war, oder indem er den Gasstrom auf eine dünne, mit Wachs überzogene Glimmerplatte leitete und die Stelle beobachtete, wo das Wachs abschmolz. Die Gase strömten, wie bei den früheren Versuchen (§. 1209) in einem Kasten aus, welcher die Pole des Magnetes überdeckte und meist mit demselben Gase gefüllt war.

War z. B. der Kasten mit Luft gefüllt und liess man einen heissen Luftstrom von unten nach oben durch den Zwischenraum zwischen den Magnetpolen strömen, so wich er in äquatorialer Richtung ab. Während das Wachs auf der Glimmerplatte vor der Erregung des Magnetes gerade über der Ausströmungsöffnung abschmolz, war die Stelle des Abschmelzens nach der Erregung des Magnetes in äquatorialer Richtung verschoben. Der Magnetismus der Luft nimmt also mit der Erwärmung ab.

Ein Kohlensäurestrom wurde ebenfalls in äquatorialer Richtung abgelenkt; Stickstoff war indifferent; bei Sauerstoff war der Verlust an Magnetismus sehr bedeutend. — Bei ölbildendem Gase nimmt der Diamagnetismus mit der Temperaturerhöhung stark zu, bei Wasserstoff weniger.

Die Versuche von Quincke für Sauerstoff s. §. 1310.

1363 Von besonderem Interesse ist der starke Diamagnetismus der Flamme und des Rauches. Ersterer ist zuerst von Bancalari [2]) beobachtet worden. Die Flamme und der Rauch sind dabei als Gemenge von glühenden Gasen mit den in ihnen ausgeschiedenen, gleichfalls glühenden, festen Körpern anzusehen [3]).

Lässt man den Rauch von einer Räucherkerze oder einem Stück glimmenden Feuerschwamm oder einem mit Grünspan gefärbten und nach dem Brennen ausgeblasenen Wachsstock zwischen den Magnetpolen hindurchgehen, so wird er kaum aus seiner verticalen Richtung abgelenkt, wenn die Kerze oder der Schwamm mehrere Zoll unter den Magnetpolen stehen, der Rauch also schon kalt geworden ist. Er wird aber in äquatorialer Richtung aus der Verbindungslinie der beiden Pole hinausgetrieben, wenn der glimmende Körper den Magnetpolen näher

[1]) Faraday, Phil. Mag. [3] 31, 416, 1847; Exp. Res. 3, 485; Pogg. Ann. 73, 256; Exp. Res. 26, 2855, 1850. — [2]) Bancalari-Zantedeschi, Raccolta 3; Pogg. Ann. 73, 286, 1848. — [3]) Faraday, Phil. Mag. [3] 31, 401, 1847; Exp. Res. 3, 467.

steht, so dass der zwischen sie kommende Rauch noch heiss ist[1]. Der heisse Rauch ist also diamagnetischer als kalter.

Legt man zwei conische Halbanker auf den Elektromagnet und setzt dazwischen eine Kerzenflamme, so drückt sie sich beim Magnetisiren in axialer Richtung zusammen und dehnt sich in äquatorialer Richtung aus. Die Flamme verkürzt sich dabei in ihrer Höhe, brennt aber lebhaft, indem Luftströme von den Polen zur Flamme gehen. 1364

Fig. 312 bis 315 stellen die verschiedenen Gestalten der Flamme einer Stearinkerze bei verschiedenen Stellungen dar.

Fig. 312.



Fig. 313.



Bei Fig. 312 und 313 stehen die Polspitzen in 35 mm Abstand von einander auf $^7/_8$ der Höhe der Flamme; Fig. 312 ist der äquatoriale,

Fig. 314.



Fig. 315.



Fig. 313 der axiale Durchschnitt derselben; bei Fig. 314 stehen die Pole auf halber Höhe, bei Fig. 315 dicht über dem Docht.

Steht die Flamme ganz über der Polfläche, so bewirkt diese Abstossung an Stelle der Verbreiterung eine Verlängerung nach oben[2]. — In allen Fällen wird sie also abgestossen.

Eine grosse Flamme von Aether, welcher auf Baumwolle getropft ist, theilt sich, wenn sie zwischen den Magnetpolen hinaufbrennt, in zwei ganz getrennte, auf beiden Seiten der axialen Linie liegende Theile.

Flammen von Schwefel, Phosphor, Alkohol, Wasserstoff verhalten sich ebenso. Selbst auch die Flamme von Alkohol, die aus einem dick

---

[1]) Faraday, l. c. — [2]) Plücker, Pogg. Ann. 73, 559, 1848.

mit Eisenpulver bestreuten Dochte herausbrennt und deshalb gelb gefärbt ist, zeigt das gleiche diamagnetische Verhalten [1]).

Der Rauch von Magnesia, welcher von einem unter den Halbankern brennenden Magnesiumdraht aufsteigt, theilt sich ebenfalls sehr schön in der Aequatorialebene in eine U-förmige Gestalt [2]).

Wendet man durchbohrte Magnetpole an, so ziehen sich neben der äquatorialen Ausbreitung auch wohl noch zwei Streifen von der Flamme in die Durchbohrungen hinein [3]).

Mit einem schwachen Magnet kann man die Wirkung auf die Flamme in einer etwas veränderten Weise sehr gut zeigen. Man legt auf die Polflächen Halbanker mit parallelepipedischen Flächen so auf, dass letztere in einem spitzen Winkel von etwa 15° mit ihrer einen senkrechten Kante nahe an einander treten. Die völlige Berührung hindert man durch ein zwischengelegtes Stück Messingblech. Lässt man eine Kerzenflamme zwischen den Flächen gerade in die Höhe brennen und schliesst den den Magnet erregenden Strom, so wird sie in schräger Richtung aus dem Zwischenraum zwischen den Polflächen hinausgetrieben.

1365 Bei Erhöhung der Temperatur nimmt auch die Kraft ab, mit welcher sich die Krystalle zwischen den Magnetpolen einstellen, sowohl wenn ihre Masse magnetisch, als auch wenn sie diamagnetisch ist. Dies lässt sich an einem Wismuthkrystall zeigen. — Einige Versuche hierüber hat Faraday [4]) angestellt, indem er, wie in §. 1354, die Torsion des die Krystalle zwischen den Magnetpolen tragenden Fadens bestimmte, bei welcher sie um 180° umschlugen. Die Krystalle hingen dabei an einem Draht in einem Kupfercylinder von etwa 3 cm Durchmesser und 7,5 cm Tiefe, welcher mit Camphin, Wasser oder Oel gefüllt war und in einen zwischen die Magnetpole gestellten, mit Oel oder mit Wasser gefüllten parallelepipedischen kupfernen Kasten eingesetzt wurde. Letzterer wurde erhitzt und die Temperatur der Flüssigkeit bestimmt.

So war die zum Umschlagen des Krystalles erforderliche Torsion des Fadens bei einem in Oel aufgehängten Wismuthkrystall:

Temperatur:	137°	115°	100°	90°	80°	65°	55°	45°	36° C.
Torsion:	82	87	105	109	119	138	145	160	175

Innerhalb der Grenzen der Versuche nimmt die Kraft für 100° C. Temperaturerhöhung etwa um 0,53 ab. — Aehnliche Werthe ergab die Untersuchung eines anderen Krystalles in Wasser, und von Wismuth, welches in einer Richtung comprimirt war. — Ein Antimonkrystall verlor bei dunkler Rothgluth seine Magnekrystallkraft.

Beim Turmalin nahm die Kraft der Einstellung mit der Temperaturerhöhung von — 14° bis + 143° C. etwa um 0,5 ab.

[1]) Plücker, l. c. — [2]) Chautard, Compt. rend. 64, 1142, 1867. — [3]) Faraday, l. c. — [4]) Faraday, Exp. Res. 22, §. 2570, 1848; 30, §. 3394 u. flgde. 1855.

Ein Krystall von kohlensaurem Eisenoxydul verlor zwischen 0 und 138° C. etwa $^2/_3$ von seiner Magnekrystallkraft. Der Verlust war zwischen — 14 und 0° etwa vier mal so gross, als bei einer gleichen Temperaturänderung zwischen 129 und 143°. — Dies ist ein anderer Werth, als der §. 1359 für die Aenderung des Magnetismus der Masse desselben Körpers mit der Temperaturerhöhung gefundene.

Krystalle von Doppelspath besitzen eine zu geringe Magnekrystallkraft, andere Krystalle zerspringen zu leicht, um bei diesen Untersuchungen benutzt werden zu können.

Zweites Capitel.

Einfluss des Magnetismus auf das dielektrische Verhalten, die Länge, die Leitfähigkeit und das thermoelektrische Verhalten diamagnetischer Stoffe.

1366 Einfluss auf das dielektrische Verhalten. Die Polarisation der Dielektrica wird durch magnetische Einflüsse nicht geändert, das Hall'sche Phänomen tritt in ihnen nicht auf, wie van Aubel[1]) nachgewiesen hat. Eine rechteckige Schwefelplatte, in welche in den Mitten der Kanten Kupferdrähte eingeschmolzen waren, wurde zwischen die conischen Halbanker eines starken Elektromagnetes gebracht und die gegenüberstehenden Elektroden *a*, *b* mit den Polen einer Thermosäule (elektromotorische Kraft gleich etwa 3 Bunsen) verbunden. Von den anderen Elektroden war die eine *c* mit den Quadranten eines Kirchhoff'schen Quadrantelektrometers, die andere *d* mit der Erde verbunden. Zuerst wurde, um den Einfluss der elektrostatischen Ladung der Spiralen des Elektromagnetes auf das Elektrometer zu eliminiren, der Magnet ohne Verbindung der Elektroden *a* und *b* mit der Säule erregt, dann mit Verbindung derselben.

Es zeigte sich indess keine specifische Wirkung auf das Dielektricum; ebensowenig bei Anwendung eines Stahlmagnetes, bei dessen Lagenänderung beim Heranbringen und Entfernen von der Schwefelplatte überdies durch seine Masse allein eine Veränderung der Vertheilung der durch die Säule erregten elektrostatischen Ladung auf der Schwefelplatte verursacht wurde.

Bei anderen Versuchen wurde die Schwefelplatte durch zwei parallele Kupferplatten *AB* und *CD* ersetzt, zwischen welche die Dielektrica, Luft, Paraffin, Guttapercha, Schwefel, Schellack und Glas gebracht wurden, und die bezw. mit den Polen eines oder mehrerer (2) sorgfältig isolirter Grove'scher Elemente verbunden waren. *AB* war ausserdem mit den Quadranten des Elektrometers, *CD* mit der Erde verbunden.

---

[1]) E. van Aubel, Bullet. de l'Acad. de Bruxelles, [3] **10**, 609, 1885; **12**, 280, 1886; Beibl. **10**, 371; **11**, 58.

Ein Interruptor aus Schellack mit vier kleinen Löchern voll Quecksilber gestattete, die Platten AB und CD abwechselnd zu laden und zu entladen. Die Nadel des Elektrometers verschob sich dabei, indess bei den verschiedenen Dielectricis in gleicher Weise, so dass ein Einfluss des Magnetismus auf die dielektrische Polarisation nicht nachzuweisen ist. Dasselbe geschieht, wenn die Platte zu den Magnetkraftlinien senkrecht steht, statt ihnen parallel. Umkehrung der Elektrisirung wirkt ebensowenig. Auch wenn die Halbanker des Elektromagnetes durch zwei Eisenstücke verbunden wurden, ergab sich nichts.

Ohne Ladung der Platten erschienen stets Ablenkungen am Elektrometer bei Wirkung des Elektromagnetes; sie waren um so kleiner, je grösser die Constante des Dielektricums war. Der Grund ist nur die elektromotorische Kraft im Magnetfeld in Folge der elektrostatischen Ladung der Spiralen des Magnetes. Dieselbe lässt sich ebenso gut durch Annäherung einer geladenen Leydener Flasche an die eine Seite der Platte erzeugen. Das Dielektricum wirkt hierbei in der Weise, dass je nach seiner Natur mehr oder weniger Elektricität auf den Platten vertheilt wird, bezw. zum Elektrometer und zur Erde gelangt.

In Verfolg dieser Versuche hat van Aubel weitere Experimente mit einem starken Elektromagnet von Ruhmkorff mit 20 cm langen, 16 cm dicken Spiralen angestellt, in welche statt der 31 cm langen, 8 cm dicken Eisenkerne gleichgestaltete Kupfercylinder eingeschoben werden konnten. Der hindurchgeleitete Strom einer Dynamomaschine hatte 20 bis 25 Amp. Stärke.

Wurden Platten von Glas oder Schwefel parallel oder senkrecht zu den Kraftlinien zwischen dieselben gebracht, so war die Verschiebung der Ladung des Dielektricums mit den Kupfercylindern die gleiche wie mit den Eisencylindern, ebenso ohne Metallcylinder. Der Magnetismus ist also ohne Einfluss, die Ablenkungen sind nur elektrostatischen Ladungen zuzuschreiben, das Hall'sche Phänomen existirt entgegen der Theorie von Rowland nicht in Dielektricis.

Die entgegengesetzten Resultate von Kimball[1]) beruhen auf jenen Ladungen.

Einfluss auf die Länge. Ebensowenig wird die Länge eines Wismuthstabes durch Longitudinalmagnetisirung geändert. Auch dies hat van Aubel[2]) mittelst einer ähnlichen Methode, wie die §. 982 u. f. erwähnte, gezeigt. 1367

Durch den Boden einer verticalen, an einem horizontalen, an der Wand befestigten, 5 cm weiten und dicken Kupferring hängenden Kupferröhre geht eine feine, zugespitzte Schraube, auf welche sich in conaxialer Lage ein 31 cm langer, 11 cm dicker Stab aus chemisch reinem Wismuth

---

[1]) Kimball, Proc. American Acad. N. S. 13, 193, 1885. — [2]) Ed. van Aubel, J. de Phys. [3] 1, 424, 1892; Beibl. 17, 225.

aufsetzt. Oben ruht auf ihm eine an einem 37 cm langen Hebel befestigte Spitze, dessen Drehpunkt sich auf den Kupferring, 2 cm von der Spitze entfernt, befindet. Der Hebel trägt am Ende eine kleine Spiegelplatte, die auf der einen Kathetenfläche eines rechtwinkligen Glasprismas ruht. Das von der Hypotenusenfläche reflectirte Licht einer Natriumflamme erzeugt zwischen beiden Interferenzstreifen, welche nach der Reflexion an der Hypotenusenfläche mit einem Mikroskop beobachtet werden.

Die beständig von einem Wasserstrom durchflossene Kupferröhre ist von einer verticalen Drahtspirale von 8 cm innerem, 16 cm äusserem Durchmesser und 20 cm Höhe mit 10×50 Windungen umgeben, durch welche ein Strom von 48 Ampères fliesst. Die mittlere Intensität des Magnetfeldes, gemessen durch die Drehung der Polarisationsebene in einer 20 cm langen Röhre voll Schwefelkohlenstoff, beträgt 1039 C.-G.-S.-Einheiten.

Der Apparat war durch Pappschirme vor äusseren Temperatureinflüssen geschützt.

Man kann leicht die Verschiebung der Interferenzstreifen um $^1/_{10}$ Streifenbreite oder eine Dickenveränderung der Luftschicht zwischen Glasplatte und Prisma von $0{,}0_4 2944$ mm erkennen, also eine Verschiebung des oberen Endes des Wismuthstabes um $0{,}0_5 159$ mm, welche einer Veränderung der Längeneinheit von $0{,}0_8 8$ entspricht. Indess lässt sich keine Aenderung der Länge des Wismuthstabes wahrnehmen.

Diese Resultate stimmen mit älteren Versuchen von Tyndall, wogegen Shelford Bidwell[1]) in starken Magnetfeldern von über 500 C.-G.-S.-Einheiten bei einem Wismuthstab eine Dehnung von im Maximum $1{,}5 . 10^{-7}$ der Länge beobachtet hatte.

1368 Einfluss auf die elektrische Leitfähigkeit. Die Hall'sche Wirkung in einer senkrecht gegen die Magnetkraftlinien in einem Magnetfeld befindlichen dünnen Metallplatte bedingt beim Durchleiten eines Stromes durch dieselbe eine seitliche Ableitung der Strombahnen, ein Auftreten elektromotorischer Kräfte senkrecht zu denselben. Nach den Betrachtungen von Boltzmann (§. 240) könnte dieselbe auch der Bildung eines verschiedenen Leitungswiderstandes nach verschiedenen Richtungen entsprechen, wodurch die Strombahnen Spiralen werden.

Nach diesen Betrachtungen wird der Widerstand einer rechteckigen ebenen Platte, deren Ebene senkrecht zu den Magnetkraftlinien steht, durch die in der Längsrichtung ein gleichförmiger Strom fliesst und welche an den Längsseiten mit vielen secundären (Hall-) Elektroden versehen ist, von denen die gegenüberliegenden paarweise unter einander verbunden sind, im Verhältniss von $1 + h^2/(1 + \varphi) : 1$ vergrössert, wo

[1]) Shelford Bidwell, Proc. Roy. Soc. London 43, 406, 1888; Beibl. 12, 600.

φ das Verhältniss w/s des Widerstandes w der äusseren secundären Leitung zu dem der Platte $s = \beta/k\lambda\delta$ ist, λ die Länge, β die Breite, δ die Dicke, k das specifische Leitungsvermögen und $h = kMR$(M = Stärke des Magnetfeldes, R das Drehungsvermögen) ist.

Diese Formel wurde von v. Ettingshausen[1]) an einer rechteckigen Platte von chemisch reinem Wismuth ($\lambda = 5{,}6$, $\beta = 1{,}4$, $\delta = 0{,}0468$ cm) geprüft, an deren Längsseiten an je vier kleinen rechteckigen Vorsprüngen als secundäre Elektroden vier Kupferblechstreifen gelöthet waren, welche nach unten umgebogen, an den Enden amalgamirt waren und in Quecksilbernäpfe tauchten. An zwei Stellen der Längsmittellinie der Platte im Abstand von 3,3 cm sind zu ganz kleinen Kreisen gebogene Kupferdrähte c und d gelöthet, um den Widerstand der Platte bestimmen zu können. Dies geschah nach Art der Wheatstone'schen Brücke. Bei Einwirkung des Magnetismus ergab sich eine Vergrösserung $(\Delta r/r)_H = (\Delta r/r)_M - (\Delta r/r)_0$ des Widerstandes der Wismuthplatte im Magnetfelde durch Schliessung irgend eines der secundären Elektrodenpaare, überwiegend durch die der mittleren (+ 0,167 bezw. 0,183), weniger durch die der äusseren (+ 0,046 bezw. 0,094) und durch die aller zusammen (0,479), wenn $M = 6750$ und $r = 0{,}0175$ S.-E. ist. $(\Delta r/r)_M$ und $(\Delta r/r)_0$ bezeichnen hier die in Procenten ausgedrückten Widerstandsvermehrungen, welche durch die Schliessung der Hall'schen Elektroden in und ausser dem Magnetfelde hervorgerufen werden. Der Werth k war etwa nur halb so gross ($3{,}99 \,.\, 10^{-6}$) als bei den sonstigen Bestimmungen der Leitfähigkeit (etwa 8,4 bis $8{,}6 \,.\, 10^{-6}$).

In verschieden starken Magnetfeldern sollte der Theorie entsprechend $100\, h^2 (\Delta r/r)_H$ constant sein; es nimmt indess mit der Stärke etwas ab, so ist z. B. für $M = 6060$ bis 8530 bezw. $100\, h^2(\Delta r/r)_H = 3{,}52$ bis 3,39.

Bei einer kreisförmigen Wismuthplatte, in deren Mittelpunkt die eine Elektrode liegt, deren Peripherie die andere Elektrode ist, sind die Strömungslinien im Magnetfelde logarithmische Curven und der Widerstand steigt im Verhältniss $1 : 1 + h^2$. Wird die Platte an einer Stelle radial aufgeschlitzt, so verläuft die Strömung in der Richtung der Radien, der Widerstand wird durch magnetische Einwirkung nicht vergrössert. Dies ergeben auch die Versuche an einer Platte aus reinem käuflichen Wismuth von 2,2 cm Radius und 0,037 cm Dicke, an deren Rand eine kreisförmig ausgeschnittene Kupferplatte als Elektrode gelöthet war.

Die Aenderung des Widerstandes im magnetischen Felde wurde ferner an einer Antimonplatte untersucht. Für die Werthe $M = 7660$ und 10600 ergab sich $\Delta r/r = 0{,}596$ und 1,148. Mit dem Leitungsvermögen $k = 10{,}2 \,.\, 10^{-6}$ folgt $h = 1/72$. **1369**

In Tellurplatten ist die Hall'sche Wirkung sehr gross und die Hall'schen Ströme lassen sich mit den durch die Widerstandsänderung

[1]) v. Ettingshausen, Wien. Ber. **95** [2] 714, 1887; Beibl. **11**, 842.

hervorgerufenen übereinanderlegen. Es muss deshalb Richtung und Intensität der in Folge der Versuchsanordnung in der Galvanometerleitung auftretenden Hall'schen Ströme beachtet werden. Die Beobachtungen ergeben dann eine, wenn auch sehr geringe Vermehrung des Widerstandes des Tellurs durch den Einfluss des Elektromagnetes.

1370 Weiter haben auch Balfour-Stewart und Schuster[1]) an nicht magnetischen Metallen eine Wirkung des Magnetismus auf den Widerstand beobachtet. Ein mit Guttapercha überzogener Kupferdraht wurde um die Pole eines starken Elektromagnetes gewunden und sein Widerstand mittelst der Wheatstone'schen Drahtcombination gemessen. Wurde der Magnet erregt, so schien als erste Wirkung mit wachsender Magnetisirung der Widerstand grösser zu werden, aber nach der Erregung der Magnetisirung kleiner zu sein (in einzelnen Fällen auch grösser). Bei Umkehrung des Magnetismus war der Widerstand auch anfangs grösser, wurde aber wiederum nachher kleiner. Ebenso verhielten sich Stücke von Coaks, Blei und Graphit. Auerbach[2]) fand eine sehr schwache Zunahme des Widerstandes von Kupferdrähten bei sehr starker Magnetisirung. — Weitere Versuche müssen darüber entscheiden, in wie weit diese Erscheinungen primärer Natur oder secundären Ursachen, z. B. Temperaturänderungen, zuzuschreiben sind.

1371 Sehr viel entschiedener hat Righi[3]) beim käuflichen Wismuth eine Zunahme des Widerstandes gefunden, wenn man es in ein Magnetfeld bringt, sowohl beim axialen, wie beim äquatorialen Durchgang des Stromes; indess im ersteren Falle viel stärker (bis um $^1/_8$). Hartes und gepresstes Wismuth ist für die Wirkung des Magnetismus weniger empfindlich.

Man kann dies an einer dünnen, auf Glas geklebten rhombischen Wismuthplatte zeigen[4]).

Die Aenderung des Widerstandes steigt bei schwachen magnetischen Kräften etwas schneller, bei stärkeren proportional der magnetisirenden Kraft.

Mit der Temperaturerhöhung bis auf 100° vermindert sich die Aenderung des Widerstandes durch den Magnetismus.

Ganz ähnliche Resultate hat auch van Aubel[5]) erhalten. Bei reinem Wismuth ist der Einfluss des Magnetismus der gleiche, möge es schnell oder langsam erkaltet sein.

1372 An kleinen Antimoncylindern, welche mittelst Zinn zwischen zwei Kupferdrähte gelöthet und zwischen die Pole eines sehr starken Ruhm-

---

[1]) Balfour-Stewart und Schuster, Pogg. Ann. **153**, 205, 1874. — [2]) Auerbach, Wied. Ann. **5**, 289, 1878. — [3]) Righi, J. de Phys. [2] **3**, 355, 1884; Beibl. **8**, 858. — [4]) Hurion, Compt. rend. **98**, 1257, 1884; **100**, 348, 1885; Beibl. **8**, 877. — [5]) van Aubel, Arch. de Genève [3] **19**, 105, 1888; Beibl. **12**, 390. Phil. Mag. [5] **28**, 332, 1889; Beibl. **14**, 136.

korff'schen Magnetes gebracht waren, ergab sich nach Faë[1]), ebenfalls nach der Methode von Hooker und Taylor, eine Zunahme des Widerstandes zwischen den Magnetpolen, und zwar unabhängig von der Richtung des Stromes gegen die Kraftlinien. Er ist in der Richtung senkrecht zu denselben grösser, als ihnen parallel.

Legirungen von Wismuth und Zinn verhalten sich ähnlich, ergeben aber nach van Aubel (l. c.) geringere Widerstandsänderungen.

Legirungen von 90 Gewichtstheilen Wismuth und 10 Zinn zeigen nach Faë (l. c.) eine geringere, von 80 Wismuth und 20 Zinn eine noch schwächere, Rose'sches und Wood'sches Metall eine verschwindende Vermehrung des Widerstandes; Silber, Aluminium, Palladium zeigen nichts; Zinn, Zink, Cadmium, Kupfer geben unsichere Resultate.

1373 Nach Versuchen, welche den §. 1090 beschriebenen, an galvanisch auf versilberten Glasplatten niedergeschlagenen Eisen-, Nickel- und Kobaltschichten ganz ähnlich waren, hat Goldhammer[2]) gefunden, dass bei Wismuth, Tellur und Antimon der Widerstand im Magnetfelde in allen Stellungen zunimmt. Im Wismuth ist die Zunahme nahe gleich, wenn die Platte und Stromrichtung beide den Kraftlinien parallel oder beide darauf senkrecht sind. Sind die Platten mit den Kraftlinien parallel und die Stromrichtung zu letzteren normal ($\varphi = 90^0$), so ist der Widerstand etwa 1,5 mal grösser. Wächst φ allmählich von 0 bis 90^0, so ändert sich der Widerstand continuirlich.

Bei Tellur ist die Zunahme am grössten, wenn die Platte den Kraftlinien parallel und $\varphi = 0$ ist. Bei $\varphi = 90$ ist die Zunahme grösser, wenn die Platte zu den Kraftlinien normal, als wenn sie zu ihnen senkrecht ist.

Im Antimon ist die Widerstandszunahme in allen drei Fällen nahezu die gleiche.

1374 Ist der Widerstand des Wismuths ausserhalb des Magnetfeldes w_0, in demselben w_m, und setzen wir $1000(w_m - w_0)/w_0 = Z_0$, wo also Z_0 die 1000 fache relative Zunahme des Widerstandes ist, so besteht nach Leduc[3]) die hyperbolische Gleichung

$$Z_0^2 + \beta Z_0 - \alpha M^2 = 0,$$

wo $\alpha = 0{,}0_2 1064$, $\beta = 122{,}5$ ist.

Für $M = 7000$ C.-G.-S. ist bei der Temperatur t zwischen 0 und 15^0C. im Mittel bei verschiedenen Stärken die Zunahme

$$Z_t = Z_0\,(1 - 0{,}0109\,t + 0{,}0_4 35\,t^2).$$

---

[1]) Faë, Atti del R. Ist. Ven. [6] 5. Lum. électr. 23, 169, 1887; Beibl. 11, 553; 12, 68. — [2]) Goldhammer, Wied. Ann. 31, 360, 1887. — [3]) Leduc, Lum. électr. 28, 422, 1888; Beibl. 13, 33. Compt. rend. 102, 358, 1886; 110, 130, 1890; Beibl. 10, 242; 14, 304.

Bei den Temperaturen t lässt sich nach Leduc[1]) der Widerstand eines aus reinem Wismuthnitrat dargestellten Wismuthstabes bei t^0 innerhalb eines Magnetfeldes von der Stärke M darstellen durch die Formel:

$$w_0(1 + kt + mt^2 + nt^3)(1 - b + \sqrt{b^2 + \alpha M^2}),$$

Hierin ist

$$k = 57 . 10^{-5}; \quad m = 125 . 10^{-7}; \quad n = - 10^{-8},$$

$$10^{11}\alpha = 288,5(1 - 0,0145t + 819 . 10^7 t^2 - 194 . 10^{-7} t^3 + 141 . 10^{-12} t^4).$$

$$b = 0,258(1 + 0,0_3907t + 0,0_5723t^2).$$

1375 Der Widerstand w von Wismuth in einer U förmigen Glascapillare, in welcher der Strom durch bis auf ihre Enden mit Glasröhren überzogene Platindrähte eingeführt wird, wurde bei Versuchen von Drude und Nernst[2]), als die Capillare in äquatorialer Lage zwischen die Magnetpole gebracht wurde, durch die Magnetisirung z. B. um folgende Werthe Δ_w in Procenten bei verschiedenen Temperaturen vermehrt,

t	16°	100	223	290	35	18
1000 w	250	227	250	117	207	208
Δw	21,9 Proc.	8,0	0,96	0,41	15,1	18,6

Bei 290°, wo das Wismuth geschmolzen ist, wird der Widerstand bekanntlich viel kleiner; auch dann vermehrt sich der Widerstand durch die Magnetisirung, aber sehr viel weniger, als beim festen Wismuth.

1376 Für constante und oscillirende Ströme ist nach Lenard und Howard[3]) der Widerstand w_c und w_0 einer flachen Wismuthdrahtspirale, welche senkrecht zu den Kraftlinien in ein Magnetfeld von der Stärke M gebracht wird (vgl. §. 517), der folgende:

$M =$	0	4000	8000	12000	16000
$w_0 =$	1	1,126	1,316	1,527	1,740
$w_c =$	0,9977	—	1,324	1,565	1,810

Parallel zu den Kraftlinien wurde der Widerstand eines 2 cm langen, 0,1 mm dicken, durch Abätzen auf diese Dimensionen gebrachten Wismuthstäbchens untersucht, sowie eine Spirale von Wismuthdraht von 0,24 mm Dicke, welche durch Aufwinden des Drahtes auf eine schraubenförmige Elfenbeinplatte von 0,5 mm Ganghöhe erhalten war. Die Stärke des Magnetfeldes wurde direct durch Wismuthspiralen gemessen. Die Widerstände waren, wenn der Widerstand ausserhalb des Magnetfeldes gleich Eins gesetzt ist:

$M =$	0	7930	9880	10930
$w_c =$	1	1,203	1,233	1,302
$w_0 =$	0,9977	1,200	1,216	1,298

---

[1]) Leduc, Compt. rend. 111, 737, 189; Beibl. 15, 123. — [2]) Drude und Nernst, Wied. Ann. 42, 573, 1891. — [3]) Lenard und Howard, Elektrotechn. Ztschr. 9, 340, 1888; Beibl. 12, 708; Lenard, Wied. Ann. 39, 619, 1890; siehe auch H. Tomlinson, §. 517.

Der Widerstand ist also wieder im Magnetfeld grösser. Für die äquatoriale Lage ist der Widerstand für constante Ströme parallel den Kraftlinien grösser als für oscillirende, dagegen senkrecht zu den Kraftlinien umgekehrt.

1377 Henderson[1]) bediente sich zu diesen Versuchen der viel stärkeren Magnetkräfte eines Ringelektromagnetes von H. du Bois (§. 1196, Anm.), dessen Polstücke abgestumpfte Kegel von 120° Oeffnung mit 7 mm im Durchmesser haltenden Abstumpfungen waren, welche bis zum Abstand von 1,5 mm einander genähert wurden. Zwischen dieselben wurden Wismuthspiralen eingesetzt, welche in Kupferkästen eingeschlossen, mit denselben in einem Wasserbad lagen. Die Spiralen hatten bezw. 21 mm und 6 mm Durchmesser, bei Zimmertemperatur 24 und 9 Ohm Widerstand. Die Feldstärken wurden bei der grösseren Spirale bis zu 13 070, bei der kleineren bis zu 38 900 C.-G.-S. gesteigert.

Der Widerstand wächst bei der grösseren Spirale in Magnetfeldern von 0 bis 13 070 C.-G.-S. bei 0° um 80,3, in solchen von 0 bis 12 750 C.-G.-S. bei 18° um 62,3 Proc. Bei der kleinen Spirale ist die procentische Zunahme für die Feldstärke 0 bis 12 500 bei 18° gleich 63 Proc. Das Verhältniss der Widerstände innerhalb und ausserhalb des Feldes wächst von der Feldstärke 0 bis zu 38 900 von 1 bis 3,334. Das Ansteigen, bezogen auf die Feldstärke, entspricht einer schwach aufsteigenden Hyperbel.

Bei steigender Feldstärke tritt mit wachsender Temperatur mehr und mehr die Erscheinung hervor, dass die Curven ihre convexe Seite der Abscissenaxe zukehren, also ein Minimum besitzen. Mit wachsender Feldstärke steigt die Temperatur des Minimums.

1378 Secundäre Ursachen haben die Aenderungen des Widerstandes von flüssigen Leitern, welche man in ein Magnetfeld bringt. Dies hat Des Coudres[2]) gezeigt. Die vier Zweige einer Wheatstone'schen Brückencombination waren aus 0,4 cm weiten, 1,5 cm langen, mit Quecksilber gefüllten Glasröhren gebildet, von denen die einander gegenüberliegenden Seiten zwischen den Polen eines hufeisenförmigen Elektromagnetes hindurchgingen. Wurde der Magnet erregt, so ergab ein in die Brücke eingeschaltetes Galvanometer eine Vermehrung des Widerstandes der zwischen den Magnetpolen befindlichen Zweige; nicht aber ein Telephon. Wurden während der constanten magnetischen Einwirkung die Widerstände so abgeglichen, dass kein dauernder Strom durch die Brücke floss, so zeigte das Galvanometer in denselben indess beim Schliessen und Oeffnen des Maassstromes starke einmalige Ausschläge.

---

[1]) Henderson, Wied. Ann. 53, 912, 1894. — [2]) Th. Des Coudres, Verh. der phys. Gesellsch. zu Berlin 10, 50, 1891; Beibl. 16, 86.

Diese Erscheinungen sind eine Folge der hydrodynamischen Wirbelbewegungen des vom Strom durchflossenen Quecksilbers im magnetischen Felde, welche einer scheinbaren Widerstandszunahme als Aequivalent der in den Wirbeln verbrauchten Energie entsprechen.

1379 Einfluss auf die Wärmeleitung. Auch die Wärmeleitung der diamagnetischen Substanzen, z. B. Wismuth, wird durch die Magnetisirung geändert, wie fast gleichzeitig Righi, Leduc und v. Ettingshausen gezeigt haben.

Leduc[1]) erhitzte einen zwischen den Magnetpolen in äquatorialer Lage liegenden Wismuthstab an einem Ende und legte an eine beliebige Stelle desselben ein Thermoelement an. Bei Erregung des Magnetes zeigte dasselbe eine niederere Temperatur als ohne Erregung. Die Wärmeleitungsfähigkeit nimmt also bei der Magnetisirung ab.

Bei einem anderen Versuche waren drei Platindrähte A, B, C in gleichen Abständen von einander an den Wismuthstab gelöthet, A zunächst der Erwärmungsstelle, C am weitesten davon entfernt. Bei Verbindung von A und B oder B und C mit dem Galvanometer kann man mittelst der Compensationsmethode die Temperaturdifferenzen an den entstehenden thermoelektromotorischen Kräften messen.

Nach der bekannten Methode zur Berechnung der Wärmeleitungsfähigkeit ergab sich das Verhältniss derselben bei erregtem und nicht erregtem Magnet bei der Feldstärke 7800 C.-G.-S. gleich 0,86. — Aehnliche Versuche mit anderen Wismuthproben gaben die entsprechende Aenderung der elektrischen Leitfähigkeit zu 16 Proc.

1380 Ganz ähnliche Versuche an einem 11 cm langen, 0,6 cm im Quadrat haltenden, zwischen den flachen Polen eines sehr starken Magnetes in äquatorialer Lage befindlichen Wismuthstab, der an einem Ende in einem Dampfbade erhitzt war, hat Righi[2]) angestellt. Der Wismuthstab war mit einer mit Wasser von der Lufttemperatur gefüllten Blechhülle umgeben. In äquidistante Höhlungen wurden Thermoelemente von Zink- und Neusilberdraht eingesenkt. Die Stärke des Magnetfeldes M wurde aus der Drehung der Polarisationsebene in Schwefelkohlenstoff abgeleitet. Aus den Temperaturen t_1, t_2, t_3 der Höhlungen, während und ohne Einwirkung des Magnetes, ergab sich das Verhältniss der thermischen Leitfähigkeiten $k^1/k = 0{,}978$.

Nahe derselbe Werth, 0,98, entsprach dem Verhältniss der elektrischen Leitfähigkeiten unter denselben Bedingungen[3]).

---

[1]) Leduc, Compt. rend. **104**, 1783, 1887; Beibl. **11**, 792. — [2]) Righi, Rendi conti della R. Acc. dei Lincei [4] **3**, 6, 481, 1887, 12. Juni; Beibl. **11**, 670; **12**, 709; auch Compt. rend. **105**, 168, 1887. — [3]) Versuche von v. Ettingshausen und Nernst ergaben bei ähnlichen Versuchen negative Resultate, die v. Ettingshausen indess rectificirte.

Ausserdem werden die isothermischen Linien abgelenkt, wie folgender Versuch von Leduc (l. c.) zeigt: Eine 0,12 m lange, 0,05 m breite, 0,003 m dicke und senkrecht zu den Kraftlinien in einem sehr engen Magnetfelde aufgestellte Wismuthplatte wurde wie oben an einem Ende erwärmt und der Wärmefluss an einer Stelle A durch ein Thermoelement studirt. Dabei bemerkt man eine Ablenkung der isothermen Linien beim Magnetisiren; die mittlere zwischen der heissesten und kältesten Stelle dreht sich wie beim Hall'schen Phänomen um ihren mittleren Punkt; durch die Verminderung der Leitfähigkeit wird sie ausserdem gegen die heissere Stelle vorgeschoben. Kehrt man das Magnetfeld um, so wird die Verminderung der Leitfähigkeit eliminirt und man beobachtet die doppelte Temperaturänderung ϑ. 1381

Ganz analoge Versuche hat hierüber auch Righi (l. c.) angestellt. Eine rechteckige Platte von reinem Wismuth von 2 cm Breite, 4 cm Länge und 0,3 cm Dicke wurde mit zwei schmäleren Ansätzen an den Breitseiten in die Korke des Dampfbades und Kühlapparates eingesetzt. Parallel der Breitseite waren in der Mittellinie der Platte drei kleine Höhlungen, in der Mitte und nahe am Rande, in das Wismuth gegraben, welche die Löthstellen der drei verwendeten Thermoelemente aufnahmen. Die Platte wurde wiederum in äquatorialer Lage zwischen die Magnetpole gebracht. Als die Temperaturen constant geworden waren, waren die seitlichen Löcher kälter als das mittlere. Bei der magnetischen Einwirkung wurde aber die Temperatur der ersteren, wenn auch nur wenig, geändert, in der Weise, dass die isothermischen Curven in der Richtung senkrecht zu der des magnetisirenden Stromes verschoben wurden. 1382

v. Ettingshausen hat bei Wiederholung dieser Versuche die obigen Resultate bestätigt, welche er früher nicht erhalten konnte. Dabei fand er aber eine relativ kleinere Verminderung der thermischen Leitfähigkeit (3 Proc. in einem Magnetfelde von 9600 Einheiten), als der elektrischen. Indess wurden die Versuche nur eine Minute nach dem Oeffnen und Schliessen des magnetisirenden Stromes angestellt.

Aenderung des thermoelektrischen Verhaltens. Auch das thermoelektrische Verhalten der diamagnetischen Körper ändert sich durch Einfluss des Magnetismus. 1383

Dies ist von Grimaldi[1]) gezeigt worden:

An die Enden eines 5 cm langen und 1 cm dicken Cylinders von käuflichem Wismuth waren zwei Kupferdrähte gelöthet und die Löthstellen in schmelzendes Eis und strömendes Wasser gesenkt. Dieses Element wurde bei äquatorialer Lage des Wismuthstabes zwischen die

[1]) Grimaldi, Rend. della R. Accad. dei Lincei 3, 134, 1887; 4, 353, 1888; auch Abhandlung Palermo, Michele Amenta 1887; Beibl. 11, 472; 12, 68, 709.

Pole eines durch 12 Bunsen'sche Elemente erregten starken Faraday'schen Elektromagnetes gebracht. Das Thermoelement wurde in einen Schliessungskreis von Kupferdraht geschaltet, in welchen eine compensirende Kette von zwei Kupfer-Eisenelementen von etwa der gleichen Kraft wie die von obigem Element und ein gut astasirtes Spiegelgalvanometer eingeführt war.

Zuerst wurde der Stromkreis des Thermoelementes geschlossen, während der des Magnetes geöffnet war; dann wurde, um die Inductionsströme zu vermeiden, der erstere geöffnet, der des Magnetes geschlossen, dann gleich darauf der des Thermoelementes geschlossen. Danach wird die thermoelektromotorische Kraft des Wismuths gegenüber dem Kupfer durch den Magnetismus etwa um $^1/_{30}$ geschwächt. Die Differenzen der Ausschläge betrugen bis zu 45 mm an der Scala. Verschiedene Elemente ergaben hierbei abweichende Zahlenwerthe. Waren beide Löthstellen auf 0° C., und wurde die compensirende Kette so stark geschwächt, dass der Strom im Kreise die frühere Intensität hatte, so wirkte der Magnet nicht auf dieselbe.

1384 Elemente aus reinem Wismuth besitzen im Gegentheil unter Einfluss des Magnetes eine stärkere elektromotorische Kraft, die indess von Element zu Element sich ändert und von der gleichen Grössenordnung, wie bei käuflichem Wismuth ist.

In einem gleichartigen Magnetfelde in äquatorialer Lage zeigt ein Thermoelement bei schwachen magnetischen Einwirkungen bis zu dem 5000fachen Werth der horizontalen Componente des Erdmagnetismus kaum eine Einwirkung; sie steigt dann schnell bei wachsender Magnetkraft (5000 bis 10000) und darauf proportional derselben, ähnlich wie bei Righi der Widerstand.

Bei axialer Lage der Elemente zwischen flachen Polen haben die Wirkungen auf Elemente von käuflichem und reinem Wismuth die gleiche Richtung, sind aber kleiner wie in äquatorialer Lage, wie auch Righi und Goldhammer für die Widerstandsänderungen des Wismuths gefunden haben. Wurde die eine Löthstelle des Wismuths durch Wasserdampf auf 100° erhalten, so blieb die Richtung der Wirkung des Magnetes bei beiden Lagen die gleiche, sie nahm aber bedeutend ab, ähnlich wie Righi für den Widerstand gefunden hat.

Nach diesen Versuchen würde im käuflichen Wismuth der Thermostrom durch eine erhitzte Stelle vom nicht magnetischen zum magnetischen Theil desselben, im reinen umgekehrt verlaufen. Das käufliche Wismuth verhielte sich also, wie wenn es in einem Magnetfeld in der Richtung des Thermostromes comprimirt wurde, und zwar in allen Lagen zwischen den Magnetpolen und bei jeder Richtung des Thermostromes. Diese Erklärung erscheint indess wenig wahrscheinlich [1]).

---

[1]) Aehnliche Versuche auch von H. Tomlinson, Phil. Mag. [5] **25**, 285, 1888; Beibl. **12**, 545.

1385 Thermomagnetische Wirkung. v. Ettingshausen und Nernst[1]) haben elektromotorische Kräfte im Magnetfelde in Metallplatten beobachtet, durch welche ein Wärmestrom fliesst. Zwischen die Pole eines Elektromagnetes, senkrecht zu den Kraftlinien, wird eine 5 cm lange, 4 cm breite, 2 mm dicke Wismuthplatte gestellt, welche durch zwei an den Längskanten angebrachte plattenförmige Elektroden mit einem Galvanometer verbunden und an den kürzeren Kanten unter Zwischenschaltung isolirender Glimmerblätter zwischen federnde Kupferbleche geklemmt war.

Wird das eine oder andere derselben erwärmt, so durchfliesst ein Strom das Galvanometer, wenn der Magnet in Thätigkeit versetzt wird, obgleich die Plattenelektroden nahe in derselben Isotherme liegen.

Die Stromrichtung ist bei diesen transversalen Wirkungen in den meisten (acht) Wismuthplatten die gleiche; von der Eintrittsstelle des Wärmestromes zur Eintrittsstelle des erzeugten thermomagnetischen Stromes gelangt man durch eine Drehung entgegengesetzt den das Feld darstellenden Molecularströmen.

Nur eine schnell abgekühlte Platte verhält sich entgegengesetzt, indess nach dem Umschmelzen und langsamen Abkühlen auch wie die übrigen Platten.

Die elektromotorische Kraft der transversalen Ströme ist proportional der Stärke des Magnetfeldes, nahe proportional dem Abstande der Elektroden, wahrscheinlich auch dem Wärmegefälle, dagegen unabhängig von der Dicke und von der Natur der Elektrodendrähte, und nahe proportional der Stärke des Magnetfeldes. In Feldern von 2480 und 4320, welche sich wie 1 : 1,74 verhalten, verhielten sie sich wie 1 : 1,71.

An Stelle der Elektroden an die Platten gelöthete Neusilber-Kupfer-Thermoelemente, und ebenso sorgfältig isolirte, zwischen zwei vom Wärmestrom durchflossene Platten gelegte Thermoelemente geben bei der magnetischen Einwirkung keine Anzeichen von Temperaturänderungen. Der Strom ist also kein Thermostrom und der Wärmestrom wird durch die Magnetkräfte nicht abgelenkt.

1386 Werden die Elektroden in der Richtung des Wärmestromes an der Platte angebracht und wird der ohne Einwirkung des Magnetes zwischen ihnen entstehende Thermostrom compensirt, so erhält man bei der magnetischen Einwirkung eine longitudinale elektromotorische Kraft, die meist einen Strom in der Platte von der heisseren zur kälteren Elektrode erzeugt, welcher sich mit der Richtung des Magnetfeldes nicht umkehrt. Nach den individuellen Verhältnissen ist die longitudinale Wirkung verschieden stark, sie ist schwächer als die transversale und nimmt schneller als letztere zu, angenähert proportional dem Quadrate der

[1]) A. von Ettingshausen und W. Nernst, Wied. Ann. 29, 343, 1886.

Stärke des Magnetfeldes. Sie verhält sich in den Magnetfeldern von 2480 und 4320 Stärke (Verhältniss wie 1 : 1,71), wie 1 : 2,5 bis 3,45, statt 1 : 3,03.

Werden an einer Platte je in Abständen von 45° Elektroden angebracht und die Erscheinung bei verschiedenen Neigungen derselben gegen die Richtung des Wärmestromes untersucht, so erhält man entweder nur die transversale oder nur die longitudinale Wirkung als die Resultanten von beiden.

1387 Diese Verhältnisse hat Nernst[1]) zunächst für die transversale Wirkung genauer studirt, indem er die Feldstärken eines Ruhmkorff'schen Elektromagnetes mit verschiedenen Halbankern mit flachen und spitzen Polen in absolutem Maasse durch eine Inductionsspirale bestimmte.

Zwischen die Pole wurden die Platten gebracht. Um in ihnen einen constanten Wärmestrom zu erhalten, waren an ihren beiden Enden der ganzen Länge nach 0,6 cm weite Kupferröhren gelöthet, durch welche ein schneller Strom von Wasserdampf und von Wasser von constanter Temperatur floss. Die Platten waren ganz mit Siegellack überzogen. Breite und Länge derselben verhielten sich etwa wie 1 : 2. An zwei gegenüberliegenden Stellen der freien Kanten der Platten waren drei Kupferdrähte als Elektroden gelöthet, die mit dem Galvanometer verbunden waren. Um dabei die durch die unsymmetrische Lage der Löthstellen bedingte thermoelektrische Potentialdifferenz derselben zu compensiren, wurde zu zwei Punkten a und b der Galvanometerleitung eine von der Schliessung eines Daniell'schen Elementes abgezweigte, richtig abgemessene Potentialdifferenz geleitet. Sodann wurde der Magnet erregt und bei abwechselnder Richtung der Magnetisirung wie bei abwechselnder Stellung eines vor das Galvanometer geschalteten Commutators die Differenz Δ der Einstellungen des Galvanometers beobachtet.

Zur Reduction der elektromotorischen Kraft der Transversalwirkung auf absolutes Maass wurde das Daniell'sche Element durch ein Clark'sches Element ersetzt und nach der Messung von Δ die Differenz S der Galvanometereinstellung bei Umlegen eines vor dem Clark-Element befindlichen Commutators gemessen.

Ist n der Widerstand zwischen den beiden Abzweigungspunkten a und b der Galvanometerleitung, W der Gesammtwiderstand der Leitung + der des Clark-Elementes + n, E die elektromotorische Kraft des Clark-Elementes ($1,433 . 10^8$), so ist die elektromotorische Kraft q der Transversalwirkung

$$q = \frac{\Delta}{S} \frac{n}{W} E.$$

1388 Die Transversalwirkung ist indess nur in verschiedenen Stoffen innerhalb gewisser Grenzen der Feldstärke proportional.

---

[1]) Nernst, Wied. Ann. 31, 760, 1887.

Das Temperaturgefälle konnte durch Veränderung der Länge der Platte oder der Temperaturdifferenz der Enden geändert werden, wo im letzteren Falle sich auch die Temperatur der Platte ändert. Bei verschiedener Länge λ einer Nickelplatte war

λ	2,95	2,03	1,07
q	216	301	530
$q\lambda$	637,2	611,0	567,1.

An einer Wismuthplatte war bei verschiedenen Temperaturdifferenzen $t_1 - t_2 = 12{,}6 - 0{,}6$ und $99{,}5 - 12{,}5$ der kürzeren Kanten

	λ	1,80	1,40	1,05
$t_2 - t_1 = 12^0$	q	835	1002	1329
	$q\lambda$	1503	1403	1453
$t_2 - t_1 = 87{,}0^0$	q	2666	2877	4162
	$q\lambda$	4800	4628	4370

Der Werth $q\lambda$ ist also annähernd constant. Seine Abnahme ist vielleicht durch eine partielle Ausgleichung der Transversalwirkung durch die Kupferröhren bedingt.

Sodann ist er bei den Temperaturdifferenzen 12^0 und $87{,}0^0$ verschieden.

Hätte der Metallstreifen die sehr kleine Länge $d\lambda$, die Breite β, wären die Temperaturen t und $t + dt$, ist $\mathfrak{H}$ die Stärke des Magnetfeldes, so ist die in demselben auftretende elektromotorische Kraft q, wenn das „thermomagnetische Drehvermögen Q_t bei der Temperatur t“ ist, annähernd

$$q = Q_t \beta \mathfrak{H} \frac{dt}{d\lambda}.$$

Ist Q das thermomagnetische Drehvermögen bei $t = 57^0$, wobei die meisten Bestimmungen erfolgten, so ist bei niederer Temperatur

$$Q_t = Q(1 + t - 57)\alpha.$$

Für verschiedene Metalle ergaben sich die in folgender Tabelle zusammengestellten Werthe. Q/K ist der Quotient aus Q und dem thermischen Leitungsvermögen, R das Hall'sche Drehungsvermögen nach v. Ettingshausen und Nernst[1]). 1389

Zusatz von Zinn zum Wismuth wirkt auf den Werth von Q für dasselbe nur wenig, während er das thermoelektrische Verhalten in hohem Grade beeinflusst.

[1]) Nernst, Wied. Ann. **31**, 761, 1887.

	Q	α	$\frac{Q}{K}$	R
Wismuth	— 0,132	— 0,01330	— 7,8	— 10,1
Antimon	— 0,008 87	— 0,00163	— 0,21	+ 0,192
Nickel	— 0,008 61	+ 0,00402	— 0,066	— 0,024
Kobalt	— 0,002 24	+ 0,00839	— 0,013	+ 0,0046
Kohle	(— 0,000 1)	—	(— 0,25)	— 0,18
Eisen	+ 0,001 56	—	+ 0,0096	+ 0,0113
Stahl	+ 0,000 706	+ 0,00400	+ 0,0071	— 0,0175
Kupfer	+ 0,000 090	+ 0,00500	+ 0,00013	+ 0,00052
Zink	+ 0,000 054	—	+ 0,00020	— 0,00041
Silber	+ 0,000 046	—	+ 0,00005	— 0,00083
Blei	(?) + 0,000 005	—	+ 0,00006	+ 0,00009
Zinn	(?) + 0,000 004	—	+ 0,00003	— 0,00004

1390 Ob diesem thermischen Verhalten analog die magnetische Widerstandsänderung des Wismuths beim Durchleiten eines galvanischen Stromes durch die Platten im Magnetfelde eher als eine elektromotorische Gegenkraft, denn als ein longitudinaler Hall-Effect aufzufassen sei, dürfte wohl bei der Unregelmässigkeit der hier erwähnten Resultate noch weiterer Untersuchung bedürfen. Jedenfalls ist eine analoge thermische Widerstandsänderung durch Magnetisirung nicht vorhanden. Ebenso wäre es weiteren Untersuchungen vorzubehalten, in wie weit die longitudinale Wirkung zu der Entstehung der Thermoströme als eine Verminderung der thermoelektrischen Kraft durch die Magnetisirung nach der übrigens noch angezweifelten Hypothese von F. Kohlrausch (Bd. II) in Beziehung zu setzen ist.

Eine Aenderung des Wärmegefälles in einem vom galvanischen Strome durchflossenen, senkrecht zu den Magnetkraftlinien liegenden Wismuthstäbchen in der Richtung des Stromes konnte mittelst eines Thermoelementes, dessen eine Löthstelle in einem Wasserbade lag, dessen andere an das Stäbchen am Rande des Magnetfeldes angelöthet war, bei Erregung des Magnetfeldes nicht nachgewiesen werden.

In Wismuthplatten, parallel zu den Kraftlinien, ergab sich ebenfalls keine Wirkung [1]).

1391 Die Differentialgleichungen der thermomagnetischen Transversalwirkungen [2]) ergeben sich ohne Schwierigkeit. Sind an einer Stelle (x, y) u und v die Stromcomponenten auf den Richtungen der x und y, ist $\mathfrak{H}$ die Componente der Magnetkraft in axialer Richtung, t die Temperatur, eigentlich nach der Erregung des Magnetfeldes, $\varkappa$ die specifische gal-

[1]) S. Nernst, l. c. — [2]) Nernst, Wied. Ann. 31, 777, 1887.

vanische Leitfähigkeit, p das Potential der sonstigen elektromotorischen Kräfte, so ist

$$u = -\varkappa \frac{\partial p}{\partial x} + \varkappa H Q \frac{\partial t}{\partial y}; \qquad v = -\varkappa \frac{\partial p}{\partial y} - \varkappa H Q \frac{\partial t}{\partial x}.$$

Diese Gleichungen entsprechen annähernd denen für das Hall'sche Phänomen.

1392 Es fragt sich, ob die transversale thermomagnetische Wirkung mit ähnlichen Erscheinungen in einer gewissen Beziehung steht.

In §. 1389 haben wir erwähnt, dass die transversale thermomagnetische Wirkung im Wismuth durch Zusatz von Zinn nicht wesentlich geändert wird. Das thermoelektrische Verhalten des Wismuths wird dadurch aber in hohem Grade beeinflusst. Dieses Verhalten spricht gegen eine directe Beziehung zwischen der thermomagnetischen Transversalwirkung und dem letzteren.

Ferner ergiebt sich keine Beziehung zum magnetischen und diamagnetischen Verhalten der Körper; ebenso wenig zur Hall'schen Wirkung, da für beide die Reihenfolge der Metalle ganz verschieden ist.

Dagegen zeigen im Allgemeinen die Werthe Q/K und R (siehe obenstehende Tabelle) hier und da eine annähernde Uebereinstimmung in ihrem Verlauf. Indess ist dieselbe doch wohl noch zu unbestimmt, als dass man daran schon weitere Schlüsse knüpfen könnte.

1393 Zur Beobachtung der Longitudinalwirkung wurden Platten benutzt, welche zwischen die zugleich als Elektroden verwendeten Kupferröhren gelöthet waren, oder es wurde die zwischen den Elektroden ohne magnetische Einwirkung vorhandene thermoelektrische Potentialdifferenz benutzt und die Differenz der Galvanometerausschläge mit und ohne Erregung des Magnetes bestimmt, ganz ähnlich wie in §. 1387 für die Transversalwirkung.

Die Longitudinalwirkung zeigte sich mit Sicherheit nur an Wismuthplatten und ist je nach der Platte sehr verschieden und verschieden gerichtet. Durch Zusatz von Zinn wird die Richtung umgekehrt; in Platten von Antimon, Silber, Zink, Kupfer, Neusilber war es nicht zu beobachten. Von der Gestalt der Platten ist sie unabhängig und nur von der Temperatur der Ableitestelle und der Stärke des Magnetfeldes abhängig. Die elektromotorische Kraft l derselben ergiebt sich wie oben

$$l = \frac{2\Gamma}{\varrho} \frac{n}{W} E,$$

wo Γ die Differenz der Galvanometerausschläge ist, die übrigen Constanten dieselbe Bedeutung wie in §. 1387 haben.

1394 An die Versuche schliesst sich ein weiterer Versuch von Nernst über die Wärmevertheilung im Magnetfelde.

Wird ein Kupferstab an seinem einen Ende constant erhitzt und liegt sein anderes Ende zwischen den flachen Polen eines Magnetes, so vermindert sich die durch ein Quecksilberthermometer messbare Temperatur nach Erregung des Magnetes auf die Feldstärke von 500 C.-G.-S. rings herum in der Aequatorialebene um 2 bis 3° und steigt beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes wieder auf die frühere. Man kann dabei die Thermometerkugel zwischen den abgeplatteten Spitzpolen dem erhitzten Kupferstab auf 2 bis 3 cm Entfernung gegenüberstellen.

Die Verminderung scheint der Feldstärke proportional zu sein. In der Richtung der Kraftlinien vor und hinter dem Kupferstabe war mittelst eines Thermoelementes keine Wirkung zu beobachten. Wurde die eine Löthstelle des Thermoelementes an das Ende des Kupferstabes gelöthet, so war keine Abkühlung zu beobachten, ebenso wenig bei Umhüllung des Endes mit Watte. Die Wärmeleitung wird also nicht geändert [1]).

Die im Magnetfeld verschwundene Wärme findet sich dagegen ausserhalb des Magnetfeldes auf beiden Seiten des Kupferstabes in einer den Polflächen parallelen Ebene wieder; die Temperatur steigt daselbst bei der Magnetisirung bedeutend.

Eine weitere Untersuchung dieser Verhältnisse wäre wünschenswerth.

1395 Galvanomagnetische Temperaturdifferenz. Andererseits hat v. Ettingshausen [2]) als Umkehrung der thermomagnetischen Wirkung Aenderungen der Wärmevertheilung in einer von einem Strome durchflossenen Metall- (z. B. Wismuth-)platte zwischen Magnetpolen beobachtet.

An die kürzeren Seiten einer 0,04 cm dicken, 3,1 cm langen und 2,4 cm breiten Wismuthplatte waren der ganzen Länge nach dicke Kupferdrähte gelöthet, durch welche ein Strom I von zwei Bunsen'schen Elementen geleitet wurde. An die Mitte der einen Längsseite wurde die eine Löthstelle eines Neusilber-Kupferthermoelementes gelöthet, dessen andere Löthstelle in Wasser von Zimmertemperatur tauchte. Der Strom des Thermoelementes wurde durch ein Spiegelgalvanometer gemessen. Die Platte war in Watte eingehüllt und in äquatorialer Lage zwischen die flachen Pole eines starken Ruhmkorff'schen Magnetes gebracht. Nachdem der Thermostrom constant geworden war, wurde der magnetisirende Strom geschlossen und γ in äquatorialer Lage zwischen die flachen Pole eines starken Elektromagnetes gebracht. Dabei ergab sich jedesmal eine Temperaturerhöhung der Löthstelle an der Platte, wenn man von der Eintrittsstelle des Stromes J in die Platte zur Löthstelle durch eine Bewegung im Sinne der das Magnetfeld ersetzenden Ampère'schen Ströme geht. Das Verhältniss ist also ähnlich, wie wenn durch die magnetische Wirkung die Strömung

[1]) Nernst, Wied. Ann. 31, 787, 1887. — [2]) A. v. Ettingshausen, Ibid. 31, 737, 1887.

im Sinne der ponderomotorischen Wirkung nach der Ampère'schen Regel in dem einen Theil der Platte verdichtet, im anderen verdünnt würde.

Die Erscheinung ist hiernach nicht eine Umkehrung der transversalen thermomagnetischen Wirkung.

Wurden die beiden Löthstellen des Thermoelementes durch Glimmerblättchen isolirt an die Mitten der beiden gegenüberliegenden Längsseiten der Wismuthplatten gelegt, so entsprechen die Resultate den obigen Wirkungen. Die Temperaturdifferenzen der beiden Löthstellen sind der Stromstärke J in der Platte nahe proportional und kehren sich bei wechselnder Stromrichtung um.

Dasselbe ergab sich in Magnetfeldern M von 4290 und 625 C.-G.-S. an zweien im Abstande von nur 1 mm parallel neben einander gelegten, 3,5 cm langen, 2,5 cm breiten und 0,043 cm dicken Wismuthplatten, durch die der Strom neben einander geleitet war und zwischen deren obere und untere Ränder die Löthstellen des Thermoelementes geschoben waren. Es war der Galvanometerausschlag s bei den Stromstärken J

M	J	s
4290	3,05 Amp.	20,3 sc.
6250	3,65	29,9

Beim Durchleiten eines Wärmestromes statt des galvanischen Stromes zeigten die Löthstellen keine Temperaturdifferenz.

Diese Erscheinung wird als galvanomagnetische Temperaturdifferenz bezeichnet.

Bei gleich breiten, aber sehr verschieden dicken Doppelplatten (0,043 und 0,079 cm, Verhältniss 1 : 1,84) sind bei gleichem J und M die Temperaturdifferenzen an den Rändern nahe umgekehrt proportional der Dicke der Platten (1,89 : 1).

Durch Anwendung eines Differential-Luftthermometers, dessen flache Glasgefässe inmitten der Doppelwismuthplatte (7 cm lang, 2,9 cm breit, 0,082 cm dick, Abstand 0,25 cm) oben und unten gebracht wurden, ergab sich bei einem Strome von der Gesammtintensität $J = 12{,}8$ Amp. und einem Magnetfelde von $M = 7700$ Einheiten eine Temperaturdifferenz von etwa 6° C.

Mit dem Hall'schen Drehvermögen verschiedener Wismuthplatten stehen die galvanomagnetischen Temperaturdifferenzen in keiner einfachen Beziehung.

Bei gleicher Untersuchung zweier ungleich breiter Plattenpaare, die so an einander gelöthet waren, dass ihre Mittellinien zusammenfielen, und durch welche derselbe Strom hinter einander floss, und an denen die Löthstellen wieder in der Mitte des oberen und unteren Randes angebracht waren, ergab das schmälere Paar bei gleichen Widerständen der Elemente eine grössere Temperaturdifferenz. Das Verhältniss entspricht dem umgekehrten Verhältniss der Plattenbreiten. Indess wächst die Temperaturdifferenz langsamer als die Stromdichtigkeit.

Platten von Tellur und Antimon zeigen die Erscheinung in gleichem Sinne, wie Wismuth, letzteres sehr schwach, Eisen, Kobalt, Nickel geben keine Resultate.

1396 Eine Erklärung dieser Erscheinung hat Boltzmann[1]) auf die Annahme begründet, dass ein elektrischer Strom Wärme im Magnetfelde senkrecht zu seiner Richtung und zu der der Kraftlinien mit sich fortführt, wie bei der Thomsonwirkung in der Richtung des Stromes oder derselben entgegengesetzt. (Bei letzterer Wirkung ist aber die Ursache eine rein secundäre, vergl. Thl. II, §. 466.) Ist die Stromdichtigkeit $J_d = J/\beta\delta$, wo β und δ Breite und Dicke der Platte, deren Länge λ sei, die Feldintensität M, bildet die Stromrichtung mit der Magnetkraft den Winkel α, so ist am einfachsten die Wirkung gleich $\alpha J_1 M = \alpha J M/\beta\delta$ zu setzen. Sind K_i und K_a das innere und äussere Leitvermögen der Platte für Wärme, ϑ der Temperaturüberschuss eines Punktes der Platte über der Umgebung, so ergiebt sich die Wärme, welche durch einen auf der Richtung der β (bezw. der x) senkrechten Querschnitt fliesst:

$$Q = -K_i \lambda \delta \frac{d\vartheta}{dx} + \alpha J_1 M \lambda \delta.$$

Nach den für die Berechnung des Wärmeflusses durch einen Querschnitt eines einerseits erhitzten Stabes geltenden Beobachtungen erhält man hiermit unter Zuziehung der nach dem Joule'schen Gesetz die in der Zeiteinheit in dem zwischen x und $x + dx$ liegenden Querschnitt erzeugte Wärme, wenn

$$b = \sqrt{K_d/2K_i\delta} \quad \text{und} \quad b\beta$$

grösser (1) oder kleiner (2) gegen die Einheit ist:

$$\varDelta = \frac{2\alpha J M}{\beta\sqrt{2\delta K_a K_i} + K_a\beta\delta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

oder, wenn $\beta\delta$ klein ist,

$$\varDelta = \frac{\alpha J M}{K_i \delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Indess ist die hier gemachte Annahme der Wärmefortführung doch wohl noch weiter zu begründen.

1397 Nach dem Obigen wird durch Einwirkung des Magnetes auf eine äquatorial liegende Platte, in der ein Wärmestrom von einer Kante zur gegenüberliegenden fliesst, eine transversale thermomagnetische Wirkung ausgeübt, durch welche bei Wismuth ein Strom erzeugt wird, der zu dem primären galvanischen Strom gleich gerichtet ist und ihn verstärkt. — Sie würde eine Verstärkung des primären Stromes ohne entsprechende Arbeitsleistung bedingen. Dies ist nicht möglich; die Phänomene könnten

[1]) Boltzmann, Wied. Ann. 31, 755, 1887.

nur reciprok sein, wenn nach Boltzmann die durch den Magnetismus bewirkte directe Fortführung von Wärme vom kälteren zum wärmeren Theil der Platte berücksichtigt würde — was etwa im (freilich durchaus secundären) Thomsoneffect sein Analogon hätte. Könnte durch magnetische Einwirkung auf diesen Strom ein thermomagnetischer Strom erzeugt werden, so wäre er dem primären Strom entgegengesetzt. Ueberragt die Wirkung auf den galvanomagnetischen Wärmestrom aber die auf den gewöhnlichen, durch die Temperaturdifferenz der Plattenränder hervorgerufene, so könnte die galvanomagnetische Temperaturdifferenz als Umkehrung der thermomagnetischen Erscheinung angesehen werden.

Würde das Zurückfliessen der Wärme in Folge der Leitung vermindert, so müssten die Platten im Wasser eine grössere Widerstandsvermehrung zeigen als in Luft. Dies hat sich auch bestätigt; die Vermehrung war in ersterem etwa 5° C. grösser [1]).

1398 Die Ablenkung der Isothermen durch den Magnet bedingt in den an den freien Rändern der Wismuthplatte angelötheten Leitungsdrähten thermoelektrische Ströme, welche entgegengesetzt sind den transversalen thermomagnetischen Strömen. Diese letzteren sind also anderen Ursprunges, wie auch Grimaldi [2]) gezeigt hat, und viel stärker als erstere.

1399 Wir wollen noch den Einfluss der thermomagnetischen Wirkung auf ähnliche Phänomene betrachten.

Bei den Versuchen von Leduc über die Wärmeleitungsfähigkeit des Wismuths im magnetischen Felde wurden die Temperaturdifferenzen an zwei Stellen mittelst Thermoelementen gemessen. Dabei musste der thermomagnetische Effect, welcher in der Richtung des Wärmestromes in der Platte eine elektromotorische Kraft erzeugt, deren Richtung sich bei Umkehrung des Magnetfeldes nicht ändert, störend hinzutreten. Es darf also kein Theil der Platte einen Theil der Galvanometerleitung bilden [3]).

In der Mittellinie einer Platte oder eines Stabes wurden deshalb an je 1,8 cm von einander entfernten Stellen von der durch Dampf erhitzten Kante an die einen Löthstellen von Neusilber-Kupferdrahtthermoelementen angebracht, deren andere Löthstellen in ein seitlich in dem Elektromagnet angebrachtes Loch oder in Wasser eingesenkt waren. Die Elemente konnten mit einem Galvanometer verbunden werden. Es wurde die Wärmevertheilung zwischen den ersteren sowohl ohne als mit Erregung des Magnetes in entgegengesetzten Richtungen durch Compensation der entstehenden Thermoströme gemessen. Hiernach verminderte sich bei einem Wismuthstreifen die Wärmeleitungsfähigkeit, z. B. in einem Magnet-

[1]) A. v. Ettingshausen, Wied. Ann. 33, 126, 1888. — [2]) Grimaldi, Rendic. della R. Accademia dei Lincei 3, 134, 1887; Beibl. 11, 472. — [3]) A. v. Ettingshausen, Wied. Ann. 33, 129, 1888.

felde von $M = 9400$ Einheiten, um etwa 2,9 Proc. Der elektrische Widerstand vermehrte sich um etwa 30 Proc.; bei einer Wismuthstange von 9,5 cm Länge und 0,7 cm Dicke betrugen die Aenderungen etwa $M = 9400$ bezw. 3,2 und 14 Proc.

1400 Durch die galvanomagnetische Temperaturdifferenz erscheint die Hall'sche Wirkung zu klein, indem bei letzterer die Platten, z. B. von Wismuth, Tellur, mit den angelötheten, den Transversalstrom leitenden Drähten Thermoelemente darstellen. Durch Umgeben mit Wasser oder Anwendung von langen Vorsprüngen oder Hall-Elektroden lässt sich dieser Einfluss vermindern [1]).

1401 Um die etwaigen Beziehungen zwischen dem Hall'schen Phänomen und den vorstehend beschriebenen Verhältnissen näher zu ergründen, haben sie v. Ettingshausen und Nernst [2]) an Legirungen von Wismuth, welche bezw. 0,95, 1,46, 6,14, 13,1 Gewichtsprocente Zinn enthielten, untersucht. Wie bereits Righi [3]) gefunden, nimmt bei reinem Wismuth der Widerstand mit steigender Temperatur zwischen 0,30° ab, der Temperaturcoëfficient desselben ist — 1,0012, bei sämmtlichen Legirungen nimmt er aber zu, von 0,0016 bis 0,0025. — Das Hall'sche Drehvermögen ist bei geringem Zinngehalt in schwachen Feldern sehr klein gegen das des reinen Wismuths, aber ebenso negativ; es nimmt in stärkeren Feldern ab, kehrt sich bei $M = 9000$ um und wächst bis zu dem des Antimons $+ 0{,}18$ bei $M = 12\,000$. Bei grösserem Zinngehalt findet die Umkehrung bei geringeren Feldstärken statt. In der zinnreichsten Legirung ist das Drehvermögen von Anfang an positiv.

Die Platten befanden sich in einem Wasserbade, so dass ihre Temperaturen sich nicht wesentlich ändern konnten. Demnach deuten obige Anomalien auf eine thermomagnetische Wirkung des Magnetfeldes auf den galvanomagnetischen Strom hin.

Die thermomagnetischen Wirkungen waren bei Wismuth und allen Legirungen normal; von der Eintrittsstelle des Wärmestromes zu der Eintrittsstelle des thermomagnetischen Stromes in die Platte hat man entgegengesetzt der im Sinne der das Magnetfeld ersetzenden Molecularströme fortzuschreiten.

Die aus den elektromotorischen Kräften der Thermoelemente berechneten Temperaturdifferenzen der Ränder der Platten ergaben, dass man von der Eintrittsstelle des Stromes in die Platte zu dem Rande, dessen Temperatur erhöht wird, durch eine Bewegung im Sinne der magnetischen Molecularströme gelangt.

Das Verhältniss der transversalen thermomagnetischen und galvanometrischen Wirkung hat bei verschieden starken Magnetfeldern nahe denselben Werth, ebenso ist es für verschiedene Legirungen nicht allzu

---

[1]) v. Ettingshausen, l. c. — [2]) v. Ettingshausen u. Nernst, Wied. Ann. 33, 474, 1888. — [3]) Righi, J. de phys. [2] 3, 355, 1884; Beibl. 8, 858, 1884.

verschieden, so dass also zwischen beiden Wirkungen eine gewisse Reciprocität stattzufinden scheint. Auch die Widerstandsänderung scheint den beiden Wirkungen etwa parallel zu gehen. Die longitudinale thermomagnetische Wirkung zeigt noch keine nähere Beziehung zu dem thermoelektrischen Verhalten.

Ob sich aus diesen Versuchen eine Fortführung der Wärme durch einen galvanischen Strom und umgekehrt ableiten lässt, mag dahingestellt bleiben.

Drittes Capitel.

Beziehungen des galvanischen Stromes und des Magnetismus zum Licht und zur strahlenden Wärme.

I. Drehung der Polarisationsebene des Lichtes und der Wärme durch elektromagnetische Einwirkungen.

1. Drehung der Polarisationsebene beim Durchgang des Lichtes durch durchsichtige Körper.

1402 Umkreist ein galvanischer Strom einen durchsichtigen Körper oder befindet sich der Körper in der Nähe der Pole eines Magnetes, so wird der Durchgang des Lichtes durch denselben geändert. Diese Aenderung lässt sich durch eine Drehung der Polarisationsebene des Lichtes wahrnehmen. Sie ist zuerst von Faraday[1]) nachgewiesen worden.

Man legt eine etwa 100 bis 200 mm lange, an beiden Enden mit planparallelen Glasplatten geschlossene und mit Schwefelkohlenstoff gefüllte Röhre, oder ein etwa 4 bis 8 cm langes, an seinen beiden Enden plangeschliffenes Parallelepiped von Flintglas oder von Faraday's schwerem Glase in den inneren Raum einer etwa 5 cm weiten Spirale von etwa 500 bis 600 Windungen von 1 mm dickem, übersponnenem Kupferdraht. Man stellt vor das eine Ende ein polarisirendes Nicol'sches Prisma, an welchem auf der Seite der Spirale eine Linse von etwa 30 mm Brennweite angebracht ist, vor das andere ein zweites, mit einer Alhidade versehenes, auf einem verticalen Kreise drehbares, analysirendes Nicol'sches Prisma. Man stellt beide Prismen so ein, dass ihre Polarisationsebenen einen Winkel von 90° mit einander machen. Lässt man von einer vor das polarisirende Prisma gestellten Lampe Licht durch die beiden Nicols und den dazwischen befindlichen durchsichtigen Körper fallen, so wird es ausgelöscht; in der Mitte des Gesichtsfeldes des analysirenden Prismas erscheint ein dunkler Strich. Leitet man aber durch die Spirale einen Strom von starker Intensität, z. B. von sechs bis acht Bunsen'-

[1]) Faraday, Exp. Res. Ser. 19, 1846; vgl. in Bezug auf die Anstellung der Versuche auch R. Böttger, Pogg. Ann. 67, 290, 350, 1846.

schen Elementen, so verschwindet die Dunkelheit, und man muss das analysirende Prisma um einige Grade nach rechts oder links drehen, um den dunklen Strich wieder in die Mitte des Gesichtsfeldes zu bringen. Mithin ist die Polarisationsebene des durch die Flüssigkeit hindurchgehenden polarisirten Lichtstrahles um ebenso viele Grade nach rechts oder links gedreht worden. — Diese Drehung findet bei den genannten, sowie bei den meisten übrigen durchsichtigen Stoffen in der gleichen Richtung statt, in welcher der galvanische Strom sie umkreist. Eine Ausnahme macht z. B. Eisenchloridlösung. — Aendert man während des Versuches die Richtung des Stromes durch einen Gyrotrop, so entspricht die gesammte Drehung, welche man dem analysirenden Prisma geben muss, um wiederum das Licht auszulöschen, dem doppelten Drehungswinkel der Polarisationsebene durch den in der einen Richtung herumgeleiteten Strom.

1403 Mit verhältnissmässig schwächeren Strömen kann man die Drehung der Polarisationsebene durch den galvanischen Strom deutlich wahrnehmen, wenn man sich an Stelle der genannten durchsichtigen Stoffe einer Flüssigkeit bedient, welche schon für sich die Polarisationsebene des Lichtes dreht, z. B. einer Zuckerlösung, des Terpentinöls. Man stellt vor dem Hindurchleiten des Stromes durch die Spirale das analysirende Nicol'sche Prisma so ein, dass man die Uebergangsfarbe (Röthlichblau) erblickt und der eine Rand des Gesichtsfeldes röthlich, der andere bläulich gefärbt ist. Beim Durchleiten des Stromes durch die Spirale im einen oder anderen Sinne ändert sich jene Farbe mehr ins Blaue oder mehr ins Rothe, und man kann durch Drehen des Prismas die Uebergangsfarbe wieder herstellen. — Auch bei nicht für sich drehenden Substanzen kann man diese Methode anwenden, wenn man den polarisirten Lichtstrahl durch eine Bergkrystallplatte gehen lässt, welche senkrecht zur optischen Axe geschnitten ist, und ihn dann erst in den der Einwirkung des Stromes ausgesetzten Körper eintreten lässt. Durch die Krystallplatte wird die Polarisationsebene gedreht, und man beobachtet bei einer gewissen Einstellung des analysirenden Prismas die Uebergangsfarbe. Leitet man nun den Strom durch die Spirale, so addirt sich die Drehung der Polarisationsebene in dem durchsichtigen Körper zu der im Bergkrystall und man bemerkt dies an der Aenderung der Farbe.

1404 Noch besser stellt man zwischen das polarisirende Nicol'sche Prisma und den dem Einflusse des Stromes unterworfenen Körper eine Doppelplatte, d. i. eine Bergkrystallplatte, die aus zwei neben einander gelegten, senkrecht zur optischen Axe geschnittenen Platten besteht, welche die Polarisationsebene für eine bestimmte Farbe gleich stark nach rechts und links drehen. Man sieht beide Hälften durch das analysirende Nicol, welches um 90° gegen das polarisirende gedreht oder ihm parallel ist, gleich gefärbt, z. B. in der Uebergangsfarbe. Schliesst man den um den durchsichtigen Körper geleiteten Strom, so addirt sich die dadurch

in ihm bewirkte Drehung der Polarisationsebene zu der Drehung durch die eine Hälfte der Doppelplatte und subtrahirt sich von der durch die andere Hälfte derselben. Die Farben beider Hälften werden ungleich. Um sie wieder gleich zu machen, muss man das analysirende Nicol um denselben Winkel zurückdrehen, um welchen durch den galvanischen Strom die Polarisationsebene gedreht worden ist [1]). — Die Gleichheit der Farben kann man auch ohne Drehung des analysirenden Nicols durch einen Soleil'schen Compensator erreichen.

1405 Schiebt man in die Spiralen, welche den durchsichtigen Körper enthalten, dünne Eisenröhren ein, so steigert sich die Drehung der Polarisationsebene; nimmt man die Eisenröhren dicker, so vermindert sie sich wieder, indem die auf die Körper wirkende Kraft dadurch geschwächt wird [2]).

Dagegen hat das Zwischenschieben unmagnetischer und schwach diamagnetischer Körper, wie Wasser, keinen Einfluss, da ihre Magnetisirung zu schwach ist. — Dasselbe zeigt sich bei den im Folgenden zu erwähnenden Versuchen bei Zwischenstellung derartiger Körper zwischen die Magnetpole und das ihrer Einwirkung unterworfene Dielektricum [3]).

1406 Durch den Entladungsstrom der Leydener Batterie wird ebenfalls die Polarisationsebene gedreht; dabei bewirkt jede einzelne der Partialentladungen, aus denen er zusammengesetzt ist (siehe das Capitel Induction), für sich eine Drehung, wie Bichat und Blondlot [4]) gezeigt haben.

Zwischen zwei gekreuzte Nicols wurde der zu untersuchende Körper, Flintglas, Schwefelkohlenstoff, in eine Spirale von dünnem, langem Drahte gebracht. Durch dieselbe wurde mittelst eines Funkenmikrometers die Entladung einer Batterie geleitet. Bei jeder Entladung hellte sich das Gesichtsfeld auf, wurde also die Polarisationsebene gedreht.

Wurde der Polarisator mit einem verticalen Spalt versehen und das Bild durch einen rotirenden Spiegel beobachtet, durch dessen Rotation zugleich die Entladung in einem geeigneten Momente bewerkstelligt wurde, so sah man eine Reihe heller und dunkler Streifen, welche den Oscillationen der Entladung entsprachen. Drehte man den Analysator um einen kleinen Winkel im einen oder anderen Sinne, so schwächten sich die geraden und hellten sich die ungeraden Bilder auf, oder umgekehrt, so dass also die Drehung der Polarisationsebene den Oscillationen des Entladungsstromes folgt.

1407 Bei anderen Versuchen [5]) wird die Spirale, durch welche die Batterie entladen wird, horizontal hingelegt und eine Röhre voll Schwefelkohlen-

---

[1]) Pouillet, Compt. rend. 22, 135, 1846. — [2]) Faraday, Exp. Res. Ser. 19, §. 2209; auch Gernez, Institut, S. 374, 1872. — [3]) Goossens, Wied. Ann. 4, 616, 1878. — [4]) Bichat und Blondlot, Compt. rend. 94, 1590, 1882; Beibl. 6, 810. — [5]) Blondlot, Compt. rend. 106, 349; Journ. de Phys. [2] 7, 91, 1888; Beibl. 12, 368. Frühere ähnliche Versuche s. l. c.

stoff eingelegt, durch welche von einem Spalt F aus ein durch ein Nicol polarisirtes Lichtbündel auf ein zweites analysirendes, gegen das erste um 90° gedrehtes Nicol, und dann auf einen feststehenden, mit dem Strahl einen Winkel von 45° bildenden Spiegel fällt, von dem aus das Licht auf einen rotirenden Spiegel geworfen wird. Parallel dem vom festen Spiegel auf den rotirenden gehenden Strahl wird ein zweiter Lichtstrahl von einem Spalt F^1 aus durch den zuerst erwähnten Apparat auf den rotirenden Spiegel geworfen, so dass die Bilder beider Spalte ohne Rotation des letzteren in dieselbe gerade Linie fallen. Rotirt der Spiegel, so beobachtet man wieder an dem Bilde des durch den Schwefelkohlenstoff gehenden Lichtstrahles bei der Entladung abwechselnd helle und dunkle Streifen, ebenso wie an dem durch den erstgenannten Apparat gegangenen Strahl. Letztere müssen bei gleichzeitigem Auftreten der Entladung und Aenderung des Lichtdurchganges in den Zeiten auftreten, in denen $C . d V / d t = 0$ ist, wo V das Potential der Batterie, C die Capacität, $C . d V / d t$ also die Stromintensität ist. Diese Werthe entsprechen den Maximis und Minimis von V oder den Maximis von $A \sin (k V^2)$. Findet also keine Verzögerung statt, so müssen die Verdunkelungen des Bildes des Spaltes F^1 mit den Helligkeitsmaximis des Spaltes F zusammenfallen, was in der That zutrifft. Die Verzögerung der Doppelbrechung kann folglich höchstens $^1/_{40000}$ Secunde sein[1]).

Auch durch die Einwirkung eines Magnetes kann die Polarisationsebene in den seiner Wirkung ausgesetzten Körpern gedreht werden. Zu diesem Ende legt man auf die beiden Pole eines recht starken Elektromagnetes zwei flache Prismen von Eisen als Halbanker auf und bringt zwischen dieselben den durchsichtigen Körper, „das Diamagneticum“, so dass seine obere Hälfte über ihre oberen Flächen hinausragt. Vor den Polflächen stellt man das polarisirende und analysirende Nicol'sche Prisma so auf, dass der von einer Lampe kommende, durch ersteres polarisirte Strahl dicht über den Polflächen in axialer Richtung durch den durchsichtigen Körper geht und in das analysirende Prisma gelangt[2]). **1408**

Zweckmässiger, als bei dem angegebenen Verfahren, durchbohrt man die Anker des Magnetes in axialer Richtung und leitet den polarisirten Lichtstrahl durch jene Durchbohrungen und das zwischen die Anker gelegte Diamagneticum.

Beim Schliessen des den Magnet erregenden Stromes wird die Polarisationsebene des Lichtes in dem durchsichtigen Körper gedreht, was man in ganz gleicher Weise wie bei den §. 1402 beschriebenen Versuchen beobachten kann. Die Richtung der Drehung entspricht den dort gemachten Angaben. Vergegenwärtigt man sich die Richtung der

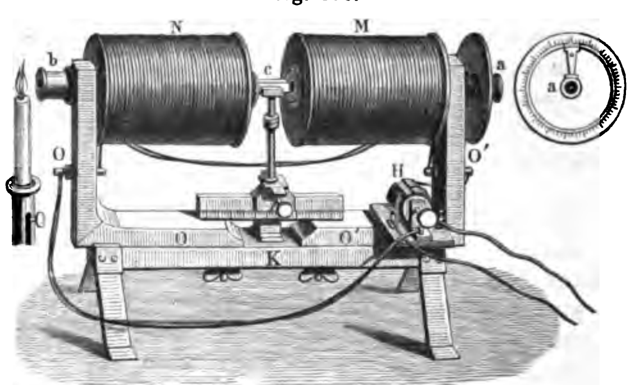
---

[1]) Eine Berechnung von Lodge hierüber s. Phil. Mag. [5] **27**, 339, 1889; Beibl. **13**, 558. — [2]) Faraday, l. c.

Ampère'schen Molecularströme in den dem Diamagneticum zunächst liegenden Ankerflächen, welche der Richtung eines um dieselben geleiteten Stromes entspricht, der ihren Magnetismus erzeugen könnte, so wird die Polarisationsebene in den meisten Fällen in demselben Sinne gedreht, in welchem jene Molecularströme fliessen (vergl. §. 1402). — Bei dem Wechsel der Richtung des magnetisirenden Stromes und also auch der Polarität des Magnetes ändert sich entsprechend die Richtung der Drehung der Polarisationsebene.

1409 Sehr zweckmässig benutzt man zu diesen Versuchen einen Elektromagnet nach der Construction von Ruhmkorff[1]). Die horizontalen Arme dieses Magnetes werden in der Richtung ihrer Axe durchbohrt; vor die Oeffnung *b*, Fig. 316, der Durchbohrung des einen Armes wird ein Nicol'sches Prisma als Polarisator gebracht, vor der entgegen-

Fig. 316.



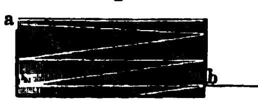
gesetzten Oeffnung *a* der Durchbohrung des anderen Armes ein zweites, um seine Axe drehbares analysirendes Nicol'sches Prisma aufgestellt. Letzteres kann man auch vor dem Objectiv eines kleinen Fernrohrs befestigen, mit dem es sich um die gemeinschaftliche Axe drehen lässt. Die Drehung wird durch einen an dem Nicol'schen Prisma oder Fernrohr angebrachten und auf einer festen Kreistheilung laufenden Nonius abgelesen. Vor das polarisirende Prisma stellt man eine enge Spalte und stellt das Fernrohr so ein, dass man sie deutlich sieht. Legt man zwischen die Pole des Magnetes ein Stück Faraday'sches Glas, so zeigt sich bei der Erregung des Magnetes die Drehung der Polarisationsebene des in der Richtung *ba* durch den Apparat hindurchgeleiteten Lichtstrahles, und man kann die zum Auftreten verschiedener Farben, z. B. der Uebergangsfarbe, erforderliche Drehung bestimmen oder bei Anwendung homogenen Lichtes die zur Auslöschung einer bestimmten

[1]) Biot, Compt. rend. 23, 538, 1846.

Farbe nöthige Drehung des analysirenden Nicols von seiner um 90° gegen die Lage des polarisirenden Prismas geneigten Stellung aus messen.

1410 Man kann die Drehung der Polarisationsebene des Lichtes durch den Magnet wesentlich verstärken, wenn man den Lichtstrahl in dem seiner Wirkung ausgesetzten Medium öfter hin- und hergehen lässt. Zu dem Ende versilbert Faraday[1]) die parallelen, ebengeschliffenen Endflächen eines Parallelepipeds von schwerem Glase, Fig. 317, und entfernt nur an zwei in der Diagonale desselben liegenden Stellen *a* und *b* die Silberbelegung. Er legt das Prisma so zwischen die Magnetpole, dass seine versilberten Endflächen den Polen zugekehrt sind, und lässt durch die eine der freien Stellen, nahezu der Axe parallel, einen polarisirten Lichtstrahl einfallen. Durch wiederholte Reflexionen an den versilberten Endflächen wird der Strahl gezwungen, 17- bis 19 mal hin- und herzugehen, ehe er aus der freien Fläche der, der Eintrittsstelle gegenüberliegenden Seite des Parallelepipeds austritt und dort in das analysirende Prisma fällt. Da die Polarisationsebene des Lichtstrahles bei jedem Hin- und Hergang für einen Beobachter, welcher den austretenden Strahl durch das analysirende Prisma betrachtet, nach derselben Seite gedreht wird, so ist diese Drehung im vorliegenden Falle auch 17- bis 19 mal so gross, als wenn der Lichtstrahl nur einmal direct hindurchgegangen wäre.

Fig. 317.



1411 In dieser Beziehung besteht ein wesentlicher Unterschied zwischen der Drehung der Polarisationsebene in einem zwischen den Polen des Magnetes befindlichen Körper und in Körpern, welche für sich die Polarisationsebene drehen, wie Bergkrystall, Glasröhren voll Terpentinöl u. s. w. In letzteren wird die Polarisationsebene eines polarisirten Strahles in einem in Bezug auf die Fortpflanzungsrichtung des Lichtstrahles gleichbleibenden, constanten Sinne gedreht, so dass, von welcher Seite das Licht auch in den Körper einfällt, doch ein Beobachter an der gegenüberliegenden Seite die Polarisationsebene in demselben Sinne, z. B. nach rechts, gedreht sieht. Wird die Polarisationsebene zwischen den Magnetpolen gedreht, so ist die Drehung unabhängig von der Richtung des Lichtstrahles und nur bedingt durch die Lage der Magnetpole. Geht also der Lichtstrahl vom Südpol zum Nordpol, so findet die Drehung bei den meisten Körpern, vom Nordpole aus betrachtet, in der Richtung der Bewegung der Zeiger der Uhr statt, geht aber der Lichtstrahl umgekehrt, in entgegengesetzter Richtung. — Ganz ebenso verhält es sich, wenn die Drehung durch Einlegen der Substanzen in eine vom Strome durch-

[1]) Faraday, Phil. Mag. [3] 29, 153, 1846; Exp. Res. Ser. 3, 453; Pogg. Ann. 70, 283.

flossene Spirale bewirkt wird. Auch hier ist sie nur von der Richtung des Stromes in den Windungen der letzteren bedingt und von der Fortpflanzungsrichtung des Lichtstrahles unabhängig.

1412 Auch schon durch einen Magnetpol wird die Polarisationsebene gedreht, wie Bertin[1]) gezeigt hat, indem er einen Nörremberg'schen Polarisationsapparat mit seinem unteren, horizontalen Glasspiegel auf die horizontale Polfläche eines Elektromagnetes stellte und darauf ein Stück Faraday'schen Glases legte. Hierbei läuft der auf den Spiegel geworfene, polarisirte Lichtstrahl durch das Glas in doppelter Richtung, und bei der Magnetisirung des Magnetes erhält man eine bedeutende Drehung, die bei Bertin's Versuchen für eine 18 mm dicke Glasplatte 10°, für eine 48 mm dicke 21° betrug. — Noch stärker wird die Drehung, wenn man, wie bei einem älteren Apparat von Müller[2]), das Faraday'sche Glas *d*, Fig. 318, auf den Spiegel *mm* des Polarisationsapparates stellt, welcher auf dem einen Pole des Elektromagnetes liegt, und auf den zweiten Pol des Magnetes einen eisernen Bügel *B* schraubt, der über dem Faraday'schen Glase *d* einen hohlen Eisencylinder *C* trägt. In diesem wird ein gleichfalls durchbohrtes eisernes Rohr von etwa 5 mm innerer Oeffnung und 5 mm Wanddicke bis auf das Glas *d* hinuntergeschoben und in dieser Lage durch die Schraube *s* festgehalten. Durch Holzschrauben wird der Bügel *B* an dem Brette *t* befestigt. Ueber *n* befinden sich die übrigen Theile des Polarisationsapparates, die geneigte Glasplatte, durch welche das von der Seite kommende Licht in der Richtung von *n* nach *m* reflectirt wird und nach der Reflexion von *m* zum darüber befindlichen analysirenden Prisma gelangt.

Fig. 318.



Liegt der durchsichtige Körper, statt auf einem Pole eines Elektromagnetes, neben demselben, so entspricht die Richtung der Drehung der Polarisationsebene in den meisten Fällen der Richtung der Molecularströme, welche in einem an seine Stelle gebrachten Eisenstab inducirt worden wären[3]).

1413 Zur Bestimmung der galvanischen oder magnetischen Drehung der Polarisationsebene für verschiedene Wellenlängen habe ich[4]) mich im Jahre 1851 der folgenden Methode be-

[1]) Bertin, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 23, 14; 75, 428, 1848. — [2]) Joh. Müller, Lehrb. d. Phys. [5] 2, 427, 1857. — [3]) Faraday, l. c. — [4]) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 82, 215, 1851.

dient, welche sich an die schon von Broch und Foucault angegebene anschliesst [1]).

Man lässt Sonnenlicht durch einen Heliostaten in horizontaler Richtung auf ein, auf einem Theilkreise drehbares Nicol'sches Prisma, sodann durch die der elektromagnetischen Einwirkung ausgesetzte Substanz und durch ein zweites Nicol'sches Prisma fallen, und concentrirt dasselbe durch eine Cylinderlinse von etwa 1 cm Brennweite auf dem Spalt des Collimatorfernrohres eines Spectralapparates, in dessen Ocular man neben dem Fadenkreuz seitliche Schirme zur Abblendung des grössten Theiles des Spectrums anbringt. Durch Drehen des ersten Nicol'schen Prismas kann man nach einander die verschiedenen, mit den einzelnen Fraunhofer'schen Linien zusammenfallenden Theile des Spectrums auslöschen, deren Schwingungsebenen auf der des analysirenden Prismas senkrecht stehen, und so die Ablenkung ihrer Polarisationsebenen von der ursprünglichen Lage bestimmen.

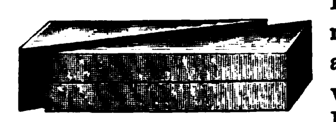
1414 Will man die Drehung nur für eine Farbe bestimmen, so kann man dieses Verfahren mit der Anwendung der Quarzdoppelplatte combiniren. Man leitet die durch eine Linse parallel gemachten Strahlen von Sonnen- oder Lampenlicht durch ein Nicol'sches Prisma und die der elektromagnetischen Einwirkung ausgesetzte Substanz. Sodann fällt das Licht auf die Doppelplatte, deren Hälften vertical über einander liegen, und ein analysirendes Nicol'sches Prisma und wird darauf durch einen Spectralapparat mit vertical gestelltem Spalt zerlegt. Stehen beide Nicol'sche Prismen so, dass ohne elektromagnetische Einwirkung die beiden Hälften der Doppelplatte direct die gleiche Farbe, also z. B. die Uebergangsfarbe zeigen, so erscheint in den beiden über einander befindlichen, den beiden Hälften der Doppelplatte entsprechenden Theilen des Spectrums eine dunkle Linie an der Stelle der jener Farbe complementär gefärbten Stelle (im betrachteten Falle an Stelle der Linie D). Wird nun die elektromagnetische Drehung in der Substanz hervorgerufen, so addirt sie sich zu der Drehung der einen Hälfte der Doppelplatte und subtrahirt sich von der der anderen. Die schwarzen Striche in der oberen und unteren Hälfte des Spectrums rücken aus einander nach rechts und links. Damit sie wieder eine gerade Linie bilden, muss man das analysirende Prisma um denselben Winkel zurückdrehen, um welchen die elektromagnetische Einwirkung die Polarisationsebene vorwärts gedreht hat. Man kann hierbei unter Anwendung von Lampenlicht eine Genauigkeit von $^1/_{10}{}^0$ erhalten; selbst bei zweimaligem Hin- und Hergang des Lichtes im Diamagneticum ist das Licht noch zur Anwendung dieser Methode hell genug [2]).

1415 Für die Bestimmung der Drehung verschiedener Farben bediene ich mich einer Doppel-Doppelplatte (Fig. 319 a. f. S.), bestehend aus

[1]) Vergleiche Verdet, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **69**, 1, 1863. — [2]) Lüdtge, Pogg. Ann. **137**, 271, 1868.

zwei Quarzkeilen, deren Hauptflächen senkrecht gegen die optische Axe des Krystalles geschliffen sind, und deren jeder aus einer oberen rechts drehenden und unteren links drehenden Hälfte besteht. Den einen dieser Keile kann man vermittelst einer Mikrometerschraube an dem anderen verschieben und dadurch, wenn man an einer bestimmten Stelle des Doppelkeils einen polarisirten Lichtstrahl hindurchleitet, die Dicke an dieser Stelle so verändern, dass die Drehung der Polarisationsebene für jede beliebige Farbe daselbst in den beiden Hälften des Keils $\pm$ 90° beträgt. Der Keil stellt demnach eine Doppelplatte von variabler Dicke dar.

Fig. 319.



1416 Auch der Erdmagnetismus kann eine Drehung der Polarisationsebene hervorrufen, wie H. Becquerel[1]) gezeigt hat.

Man bringt zwischen ein polarisirendes Jellet'sches Prisma und einen mit einem Fernrohr versehenen Analysator eine 0,5 m lange, mit Schwefelkohlenstoff gefüllte, beiderseits mit planparallelen Glasplatten geschlossene Röhre. An ihren Enden befinden sich Spiegel, an denen der vom Polarisator kommende Strahl so reflectirt wird, dass er fünfmal die Länge der Röhre (2,5 m) durchläuft. Liegt die Röhre in der Richtung des magnetischen Meridians, so ist die Polarisationsebene, je nachdem man von Süd oder Nord hinein blickt, um 6,5 Minuten nach der einen oder anderen Seite gedreht, während sie bei einer auf ersterer Richtung senkrechten Lage der Röhre unverändert bleibt. Die Drehung entspricht der Richtung der erdmagnetischen Wirkung.

Nach den Bestimmungen von H. Becquerel beträgt in einer 1 m langen Röhre voll Schwefelkohlenstoff für gelbes Licht die einfache elektromagnetische Drehung durch den Erdmagnetismus in Paris bei 0° C. 0,0435 Minuten.

Schon bei Annäherung gewöhnlicher Magnete ändert sich dabei die Drehung der Polarisationsebene.

1417 Auch natürliches Licht wird unter Einfluss des Magnetismus gedreht. Dies hat Sohncke[2]) gezeigt. Durch einen Spalt wird das Licht einer Gasflamme auf ein etwa 2 m entferntes Schirmchen mit zwei parallelen Schlitzen geleitet, vor welchem sich zunächst die eine Hälfte eines Doppelquarzes von 1,88 cm Dicke befindet. Dicht hinter dem Schlitze bringt man auf einem Messinglineal zwei ganz gleiche, an den Enden plangeschliffene Parallelepipede von reinem Bleisilicat von 142,5 cm Länge, 7,25 cm Breite und 15,0 mm Höhe mit zwei Längsflächen

[1]) Henri Becquerel, Compt. rend. **86**, 1075, 1878; **89**, 838; Ann. de Chim. et de Phys. [5] **19**, 90, 1889; [3] **27**, 312, 1882; Beibl. **2**, 357; **4**, 292; **7**, 625 u. a. a. O. Die weiteren Ausführungen dieses Gegenstandes liegen ausserhalb des Bereiches dieses Werkes. — [2]) Sohncke, Wied. Ann. **27**, 213, 1886.

aneinander, welche in der Glasplatte, aus der sie herausgeschnitten waren, einander berührten. Mit einer Lupe beobachtet man die Interferenzerscheinung. Das eine Glasparallelepiped ist mittelst Klebwachs festgeklebt, das andere wird bis an das Ende des Messinglineals in seiner eigenen Richtung verschoben und so eingestellt, dass die Interferenzstreifen noch völlig deutlich sind.

Dann werden zwei gleiche Drahtrollen von 400 Windungen mit 2 mm dickem asphaltirten Kupferdraht von 150 mm Länge und 30 mm innerem Durchmesser über die Parallelepipede geschoben und der Doppelquarz so eingestellt, dass vor jedem Schlitz seine eine Hälfte steht. Die Interferenzstreifen verschwinden bei nachheriger Einstellung. Darauf wird der von einer Dynamomaschine gelieferte, weit über 20 Amp. starke Strom durch die Rollen geleitet, so dass ihre Drehwirkungen einander entgegengerichtet sind. Die Interferenzstreifen erscheinen wieder. Fliesst der Strom durch die Rollen im entgegengesetzten Sinne, als in dem die Schwingungsrichtung des Strahles bei dem früheren Durchgang durch die Quarzhälfte gedreht war, so erscheinen die Streifen am ursprünglichen Orte. Ist die Stromrichtung die umgekehrte, so erscheinen sie um einen halben Streifenabstand verschoben. Die Schwingungsrichtungen im natürlichen Lichtstrahl werden also durch die magnetische Einwirkung gedreht, und zwar in demselben Sinne, in welchem der Strom das durchstrahlte Glasstück umfliesst. Das Verhalten ist das gleiche wie von polarisirtem Licht.

1418 Die Abhängigkeit der Grösse der Drehung der Polarisationsebene bei directer Einwirkung eines um die durchsichtigen Körper geleiteten galvanischen Stromes von der Intensität des Stromes und der Farbe des hindurchgehenden Lichtes habe ich[1]) nach einer der §. 1413 beschriebenen sehr ähnlichen Methode unter Anwendung verschiedener Flüssigkeiten bestimmt. Dieselben befanden sich in Röhren von 201,5 bis 210 mm Länge, welche vorn und hinten durch parallele Glaswände geschlossen waren. Die Röhren lagen in einer 260 mm langen Drahtspirale mit etwa 6 kg Kupferdraht von 2,3 mm Dicke. Durch diese Spirale wurde vermittelst eines Gyrotrops ein Strom in abwechselnder Richtung geleitet. Ein abgezweigter Theil desselben durchlief den Draht einer Tangentenbussole, durch deren Ablesung seine Intensität bestimmt wurde.

Bei Flüssigkeiten, welche für sich die Polarisationsebene nicht drehten, z. B. Schwefelkohlenstoff, wurde der polarisirte Lichtstrahl durch eine mit Terpentinöl gefüllte Röhre und dann erst durch die mit der betreffenden Flüssigkeit gefüllte Röhre geleitet, und die Zu- oder Abnahme der Drehung der Polarisationsebene bei der Einwirkung des Stromes auf letztere bestimmt. Sie entspricht dann der durch den Strom bewirkten Drehung.

---

[1]) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 82, 215, 1851.

Bezeichnet *i* die Intensität des Stromes, *D*, *E*, *b*, *F* die Drehung der Polarisationsebene für die einzelnen Fraunhofer'schen Linien, so war u. A.:

Schwefelkohlenstoff:

i	*D*	*E*	*b*	*F*
260	0,7	1,1	1,1	—
325	1	1,25	—	—
364	1	1,3	1,4	1,5
394	1,2	1,7	1,75	1,9
456	1,4	1,75	2,0	2,3
521	1,5	2,2	2,25	2,5

Terpentinöl:

i	*C*	*D*	*E*	*b*	*F*
0,435	0,5	0,6	0,7	0,7	0,8
0,650	—	0,7	1,0	1,15	1,4
0,839	—	1,0	1,4	1,45	1,70
0,966	0,8	1,25	1,5	1,6	1,85
1,111	1,0	1,3	1,7	1,8	2,1
1,280	—	1,7	2,2	2,3	2,7

Die Drehung der Polarisationsebene in diesem Terpentinöl ohne Einwirkung des Stromes war für die Linien

C	*D*	*E*	*F*	*b*
22,5	29,4	39,25	41,1	48,7

1419 Aus diesen Versuchen folgt:

1) Die Drehung der Polarisationsebene ist der Intensität des dieselbe bewirkenden Stromes proportional[1];

2) sie nimmt bei abnehmender Wellenlänge sowohl beim Schwefelkohlenstoff, als auch beim Terpentinöl stetig zu.

Beim Terpentinöl ist innerhalb der Grenzen der Beobachtungen die durch den galvanischen Strom hervorgebrachte Drehung der verschiedenen Farben proportional der schon ohne Einwirkung des Stromes beobachteten Drehung derselben. — Indess ist dieses letztere Resultat nicht als allgemein gültig für alle, für sich drehenden Substanzen zu betrachten, da einzelne derselben für sich die Polarisationsebene für die verschiedenen Farben nach entgegengesetzten Seiten hin drehen; der galvanische Strom in ihnen aber für alle Farben die Drehung der Polarisationsebene nach derselben Seite, wenn auch in verschiedener Grösse bewirkt.

---

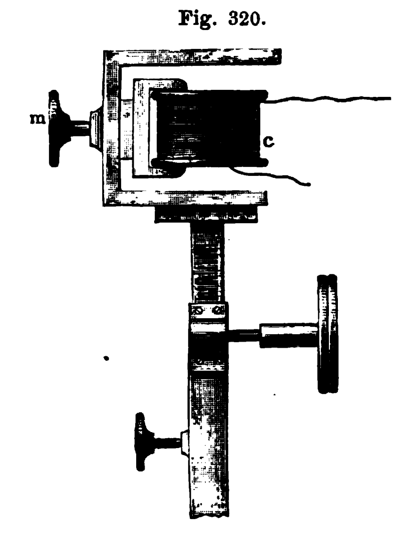
[1] Vergl. auch Faraday, l. c.

Mit der Länge des, der Einwirkung eines Stromes in einer Drahtspirale oder einer magnetisirenden Kraft ausgesetzten Körpers nimmt, wenn alle Theile desselben gleichmässig erregt werden, die Drehung proportional zu [1]).

1420 Die Abhängigkeit der Drehung der Polarisationsebene in einem zwischen den Polen eines Elektromagnetes aufgestellten Körper von den auf ihn wirkenden magnetischen Kräften ist von Verdet [2]) untersucht worden.

Auf die Pole eines Ruhmkorff'schen Magnetes von der in §. 1409 beschriebenen Einrichtung, dessen horizontale, 200 mm lange und 75 mm dicke Schenkel durchbohrt waren, wurden zwei 50 mm lange Cylinder von weichem Eisen von 140 mm Durchmesser aufgeschraubt, welche gleichfalls in der Richtung der Axe durchbohrt waren. Standen die gegenüberliegenden Flächen dieser Cylinder etwa 50 bis 90 mm von einander, so konnte man eine durchsichtige Substanz, ein Stück Faraday'sches Glas, an jeder beliebigen Stelle zwischen ihnen aufstellen, ohne dass die Drehung der Polarisationsebene für die Uebergangsfarbe beim Durchgange des Sonnenlichtes in der Richtung der Axe der Schenkel und Cylinder sich änderte, vorausgesetzt, dass die Substanz nicht allzu nahe an die eine Polfläche gebracht wurde. Hiernach ist bei der angegebenen Vorrichtung die magnetische Wirkung auf die, an irgend einer Stelle des ganzen Feldes zwischen den Magnetpolen liegenden Molecüle des schweren Glases höchstens um $^1/_{100}$ verschieden.

Fig. 320.



Um die Stärke des Magnetfeldes an den einzelnen Stellen mittelst der Inductionsmethode zu messen, wurde eine Drahtspirale *c*, Fig. 320, von 15 mm Höhe, 12,28 mm innerem und 28 mm äusserem Durchmesser und aus 23 m übersponnenem Kupferdraht von 0,5 mm Dicke an einem Rahmen, der durch eine Zahnstange auf und nieder bewegt werden konnte, zwischen die Magnetpole gebracht, so dass ihre Axe vertical stand. Sie konnte durch den Knopf *m* um eine gegen diese Axe und gegen die Verbindungslinie der Centra der Polflächen senkrechte Axe um 90° gedreht werden, so dass ihre Oeffnungen abwechselnd nach oben

---

[1]) Faraday, l. c. — [2]) Verdet, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **41**, 370, 1854.

und unten oder gegen die Polflächen gerichtet waren. Ihre Enden waren mit einem Spiegelgalvanometer verbunden. — Unmittelbar über der Spirale wurde auf ihren Rahmen bei L die zur Untersuchung bestimmte, durchsichtige Substanz gelegt, nach der Messung der magnetischen Kraft durch Hinunterschrauben des Rahmens zwischen die Magnetpole gebracht, und die Drehung, sei es für die Uebergangsfarbe, sei es für den der Linie G nahezu entsprechenden, durch Cuprammonsulfatlösung hindurchgeleiteten blauen Lichtstrahl bestimmt. Der den Magnet magnetisirende Strom wurde umgekehrt und wieder die Drehung bestimmt, nachdem der Magnetismus des Magnetes eine constante Grösse angenommen hatte. Nach Hinaufschrauben des Rahmens wurde nochmals durch Umdrehen der Drahtrolle untersucht, ob die jetzt vorhandene entgegengesetzte Magnetisirung des Magnetes seiner ersten Magnetisirung gleich war.

Die Summe der beiden beobachteten, nach entgegengesetzten Seiten gerichteten Drehungen der Polarisationsebene sei α, die durch die Induction gemessene Feldstärke m, die Zahl der zur Erregung des Magnetes verwendeten Bunsen'schen Elemente n, die Entfernung der Magnetpole von einander a. So ergab sich u. A.:

Faraday'sches Glas 40 mm dick:

Drehung der Uebergangsfarbe					Drehung für blaues Licht		
a	n	m	α	α/m	m	α	α/m
60 mm	20	143,37	9° 13′ 45″	3,86	157,5	16° 36′	6,32
80 „	20	115	7° 28′ 30″	3,90	119,0	13° 13′	6,66
60 „	10	112,37	7° 17′ 45″	3,89	109,6	11° 44′	6,42
90 „	10	63,62	3° 55′ 45″	3,71			

Schwefelkohlenstoff, 44 mm dicke Schicht:

Uebergangsfarbe			Blaues Licht		
m	α	α/m	m	α	α/m
150,37	6° 16′ 15″	2,50	148,5	10° 47′	4,37
94,19	3° 55′	2,49	124,5	9° 29′ 30″	4,57
69,00	2° 54′	2,52	94,4	7° 7′ 30″	4,53

Für ein Flintglasstück von 43,3 mm Dicke ergab sich ebenso für die Drehung der Uebergangsfarbe $\alpha/m = 1{,}90$ bis $1{,}96$.

Die Drehung der Polarisationsebene in jedem Theilchen einer einfach brechenden Substanz ist demnach direct proportional der auf dasselbe wirkenden magnetischen Kraft.

Nähert man daher z. B. einem Magnetpole, vor welchem sich ein durchsichtiger Körper befindet, von der Seite einen Eisenstab, so wird

die Drehung in dem Körper vermindert, da nun die magnetische Wirkung auf ihn gleichfalls verringert ist [1]).

1421 Legt man zwischen die Magnetpole ein kürzeres oder ein längeres Stück Faraday'sches oder Flintglas und schiebt die Polflächen unmittelbar an die Endflächen derselben heran, so bemerkt man zuweilen in beiden Fällen gleiche Drehungen der Polarisationsebene, indem bei Anwendung des längeren Glases die Länge desselben, auf welche der Magnetismus einwirkt, sich vergrössert, während zugleich in Folge der grösseren Entfernung der Pole der auf jeden Punkt des Glases wirkende Magnetismus abnimmt [2]).

1422 Geht ein polarisirter Lichtstrahl in einer Linie, welche gegen die (axiale) Richtung der Wirkung der magnetischen Kraft geneigt ist, durch einen durchsichtigen Körper, so ist die Drehung der Polarisationsebene in ihm kleiner, als wenn das Licht in der axialen Richtung durch den Körper geht. Die Gesetze der Drehung für diesen Fall sind von Verdet [3]) untersucht worden. Der durchsichtige Körper wurde auf einen um seine Axe drehbaren Tisch zwischen die Pole des Magnetes gelegt, welche aus zwei gegen einander verschiebbaren, parallelepipedischen Eisenstücken bestanden. Die Drehung des Tisches wurde an einer an seinem Rande angebrachten Kreistheilung vermittelst eines festen Nonius gemessen. Der durchsichtige Körper ragte mit seiner Masse ein wenig über die oberen Ränder der Eisenstücke hinüber. Der Lichtstrahl, welcher von einem feststehenden polarisirenden Prisma kam, ging dicht über denselben durch den Körper hindurch und fiel sodann in den gleichfalls an einem festen Stativ angebrachten, um seine Axe drehbaren, §. 1409 beschriebenen, analysirenden Apparat. Der Elektromagnet war auf eine verticale Axe aufgesetzt, welche sich in einem auf vier Stellschrauben stehenden Stativ inmitten eines Theilkreises drehte. Der Magnet und der zwischen seinen Polen befindliche durchsichtige Körper wurden erst so gestellt, dass der polarisirte Lichtstrahl den letzteren in der gegen die Flächen der Pole des Magnetes senkrechten, axialen Richtung durchstrahlte, und die Drehung der Polarisationsebene nach dem Schliessen des magnetisirenden Stromes bestimmt. Sodann wurde der Magnet um einen Winkel α gedreht, und der zwischen seinen Polen befindliche, den durchsichtigen Körper tragende, mit dem Magnete gedrehte Tisch um

---

1) Faraday, l. c. Früher hatte Bertin (Compt. rend. 26, 216; Ann. de Chim. et de Phys. [3] 23, 5, 1848; Pogg. Ann. 74, 143; 75, 420) den empirischen Satz aufgestellt, dass die Drehung vor einem Magnetpole $y = A r^b (1 - r^e)/(1 - r)$ ist, wo A der Drehungscoëfficient, d. h. die Drehung in einer den Pol berührenden Schicht von 1 mm Dicke, $A r$ die Drehung in 1 mm Entfernung, e die Dicke des Diamagneticums ist. Bei Wirkung beider Pole des Magnetes sollte die Drehung der Summe der Drehungen durch jeden Pol einzeln gleich sein. — 2) E. Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 17, 443, 1846. — 3) Verdet, Compt. rend. 39, 548, 1854; Ann. de Chim. et de Phys. [3] 43, 37.

eben soviel Grade α zurückgedreht, dass der Körper in derselben Richtung vom Licht durchstrahlt wurde, wie vorher.

Bei der Anwendung eines Parallelepipeds von Faraday'schem Glase oder eines parallelepipedischen, mit Schwefelkohlenstoff gefüllten Glastroges, ergab sich:

der Winkel d, um welchen die Polarisationsebene gedreht wird, ist bei gleicher magnetisirender Kraft dem Cosinus des Neigungswinkels α zwischen der Richtung des Lichtstrahles und der axialen Richtung der magnetischen Wirkung proportional.

So fand z. B. Verdet:

Faraday'sches Glas, 40 mm dick			Schwefelkohlenstoff, 44 mm dick	
α	d	$d/\cos\alpha$	d	$d/\cos\alpha$
0	8° 55′ 45″	535,75	5° 58′ 0″	358,0
15	8° 29′ 15″	527,25	5° 45′ 45″	357,25
30	7° 40′ 0″	531,25	5° 7′ 45″	355,25
45	6° 20′ 0″	537,50	4° 9′ 0″	352,0
60	4° 28′ 45″	537,50	2° 58′ 45″	357,50
75	2° 19′ 30″	539,00	—	—

1423 Dieses Gesetz ist bis zu sehr grossen Winkeln α von Cornu und Potier[1]) geprüft worden. Zwischen den, im Abstand von 3 mm einander gegenüberstehenden entgegengesetzten Polen zweier sehr langer, gerader, conaxialer Elektromagnete, zwischen denen das Magnetfeld die Stärke von 6000 C.-G.-S. Einheiten hatte, wurde eine horizontale Röhre voll Thoulet'scher Lösung in die axiale Lage gebracht und aus derselben heraus um $\pm$ 5° gedreht. Dabei ergab sich eine Drehung von $\pm$ 9°. Um dieselbe mit der Drehung bei Durchgang eines Lichtstrahles in nahezu axialer Richtung zu vergleichen, wurde zwischen die Magnetpole ein kreuzförmiges Rohr mit zwei längeren und zwei 10 mal kürzeren Armen gebracht, welche den Kraftlinien parallel lagen. Das Kreuzrohr wurde um verschiedene Winkel gegen die Meridianebene des Feldes gedreht und die Drehung in beiden Armen des Kreuzes beobachtet. Sind die Längen der beiden Arme der Röhre e und e_1, ihre Neigungen gegen die Meridianebene β und β_1, wenn die Drehungen in ihnen gleich sind, so ergab sich in Uebereinstimmung mit dem Gesetz

$$e \sin\beta = e_1 \sin\beta_1.$$

1424 Die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene beim Durchgang des Lichtes durch verschiedene Körper ist vielfach untersucht worden.

[1]) Cornu und Potier, Compt. rend. 102, 385, 1886; Beibl. 10, 373.

Kundt[1]) hat sie in dünnen Metallschichten von Eisen, Kobalt und Nickel studirt.

Das Eisen wurde auf einem platinirten Glase nach der Methode von Varrentrapp, Kobalt und Nickel aus den mit schwefelsaurem Ammon versetzten Salzlösungen niedergeschlagen. Das durchgehende Licht ist bei Eisen braun, bei Kobalt grau, bei Nickel graublau.

Die Platten wurden zwischen die conischen, vorn abgerundeten, auf 4 mm einander genäherten Pole eines durch den 16 Ampères starken Strom einer Gramme'schen Maschine erregten Ruhmkorff'schen Elektromagnetes gebracht und die Drehung bei Anwendung von Sonnenlicht an einer mit dem Metall bedeckten und einer freien Stelle untersucht. Die Drehungen erfolgen alle im Sinne des magnetisirenden Stromes. „Das Drehvermögen ist positiv". Sie betragen beim Eisen bis zu $3^0 48'$. Wurde das mit Eisen überzogene Glasstück in Schwefelkohlenstoff gebracht, so war die Differenz der Drehungen an den mit Eisen bedeckten und freien Stellen die gleiche, wie in Luft, so dass nicht etwa die Drehung von einem besonderen Einfluss auf das umgebende Medium herrührt.

Nach Messung der Dicke des Ueberzuges durch Auswägen ergab sich, dass die Drehung im Eisen in dem benutzten Magnetfelde etwa 32000 bis 35000mal so stark ist als durch eine gleich dicke Glasplatte. Sie ist 1462mal grösser, als die natürliche Drehung in einer Quarzplatte von gleicher Dicke. Kobalt dreht fast eben so stark, Nickel viel schwächer.

1425 Zur Messung der Drehung in verschieden starken Magnetfeldern wurde von Kundt abwechselnd eine nicht mit Eisen überzogene und eine mit Eisen belegte Stelle des platinirten Glases zwischen die Magnete gebracht und durch ein Nicol polarisirtes Sonnenlicht verwendet, von dem etwa die der Fraunhofer'schen Linie C entsprechenden Strahlen hindurchgingen. Die elektromagnetische Drehung ist für eine 1 cm dicke Schicht für diese Strahlen das benutzte Glas 0,01285 Min., woraus sich die jeweilige Feldintensität berechnen lässt[2]).

Demnach nähert sich die Drehung allmählich mit wachsender Stärke des Magnetfeldes einem Maximum. Dieses Maximum der Drehung beträgt in einer 1 cm dicken, bis zum Maximum magnetisirten Schicht Eisen rund 200000^0, also in einer 0,01 mm dicken Schicht in Bogenmaass etwas mehr als π. Dasselbe wird in einem Magnetfelde von ungefähr 20000 $cm^{1/2} gr^{1/2} sin^{-1}$ Einheiten erreicht.

Ein Einfluss des Wendepunktes bei zunehmenden magnetisirenden Kräften auf die magnetische Drehung ist nicht sicher nachzuweisen.

---

[1]) Kundt, Wied. Ann. 23, 228, 1884. — [2]) Ibid. 27, 191, 1886.

1426 Mittelst des Lippich'schen Halbschattenapparates war nach H. du Bois[1]) für rothes Licht ($\lambda = 6{,}44 \,.\, 10^{-5}$ cm) die Maximaldrehung ebenfalls proportional der Dicke der Schicht. Sie ist im Centimeter für

Nickel	Kobalt	Eisen
89 000°	198 000°	209 000°

Die Drehung für andere Feldstärken ist der axialen Magnetisirung proportional. Hieraus folgt als allgemeiner Satz:

Die magnetische Drehung der geradlinigen Schwingungscomponenten der in beliebiger Richtung durch einen isotropen, weichen, lamellar magnetisirten Körper gehenden Strahlung ist algebraisch gleich der Zunahme des Magnetisirungspotentials von der Eintritts- zur Austrittsstelle, multiplicirt mit einer Constante, die zugleich die Drehungsrichtung angiebt.

Die Dispersion im Eisen ist anomal, d. h. entgegengesetzt der im Schwefelkohlenstoff u. s. f.; Licht, welches durch rothes Glas gegangen ist, wird merklich stärker gedreht, als blaues; bei Kobalt und Nickel ist die Dispersion sehr schwach.

1427 Weitere Untersuchungen hierüber sind von Lobach[2]) angestellt worden.

Sonnenlicht wurde durch ein Lippich'sches Halbschatten-Doppelnicol und eine Linse, sodann durch die Metallplatte geleitet. Nachdem die Strahlen durch den Analysator gegangen waren, wurden sie durch ein geradsichtiges Wernicke'sches Flüssigkeitsprisma zu einem, in der Horizontalebene drehbaren Fernrohr mit Ocularspalt geführt.

Die Metallplatten waren bis zum Maximum magnetisirt. Die Rotationsdispersion im Eisen, Kobalt und Nickel war wiederum anomal, die einfachen (mit 1000 dividirten) Drehungen betrugen pro 1 cm für die verschiedenen Farben und Strahlen

	Liα	D	F	G
Eisen . . .	223	195	145	122
Kobalt . .	185	164	150	143
Nickel . .	96,3	75,2	64,3	57,0

Das Nickel war aus Nickeloxydulammonsulfatlösungen gefällt. Aus käuflichen Bädern dargestellt, giebt es geringere Drehungen.

Die von Voigt abgeleitete Gleichung $\varphi_d = n^3 (Q/\alpha - Q_1/\lambda^2)$ (s. w. u.), wo λ die Wellenlänge, n die Brechungsexponenten, φ_d die Drehungen, Q, Q_1 Constante sind, bestätigt sich nicht.

1428 Die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene ist in verschiedenen Substanzen sehr verschieden. Eine

---

[1]) H. du Bois, Wied. Ann. 31, 941, 1887. — [2]) Lobach, Wied. Ann. 39, 347, 1890.

besonders starke Drehung der Polarisationsebene zeigt sich bei dem von Faraday[1]) dargestellten schweren Glas von kieselborsaurem Bleioxyd, $2 PbO$, $3 SiO_2$, $4 BO_3$, aus welchem er längliche, etwa 3 bis 5 cm lange und etwa 1 cm dicke und breite parallelepipedische Stücke formte, deren Endflächen plangeschliffen wurden.

Nach Matthiessen[2]) ist die Wirkung auf mehrere andere Bleisilicate, z. B. $4 PbO$, SiO_2 und $8 PbO$, $3 SiO_2$, mehr als doppelt so gross als im Faraday'schen Glase. Sie laufen aber leicht an der Luft an. Ein Silicoaluminat von Bleioxyd und Kali (KO, Al_2O_3, 5 bis $8 PbO$, $6 SiO_2$). und ein Silicoaluminat von Bleioxyd sollen diesem Uebelstande nicht ausgesetzt sein. — Nächst dem Bleioxyd befördert der Gehalt an Wismuth, Antimon, Zink das Drehvermögen der Gläser, der Gehalt an Kalk, Natron und Kali verringert dasselbe. Geschmolzene Phosphorsäure, Quarz, Flussspath zeigen dagegen keine Drehung.

Faraday[3]) fand die Drehung gleicher Längen verschiedener Substanzen bei gleichen drehenden Kräften wie folgt: 1429

Schweres Glas	6^0	Steinsalz	$2{,}2^0$
Flintglas	$2{,}8^0$	Wasser	1^0

Andere Reihen von Versuchen betrafen meist Stoffe von nicht scharf definirter Zusammensetzung. Wir führen hier nur die folgenden an. 1430

1) Bertin[4]): die relativen Drehungen unter sonst gleichen Bedingungen sind für Faraday's Flintglas 1, Schwefelkohlenstoff 0,74, Phosphorchlorür 20, Wasser 10, Alkohol 7,2, Aether 6,0.

2) E. Bequerel[5]): die relativen Drehungen sind für Wasser 10, Schwefelkohlenstoff 29,3, wie bei Bertin.

3) A. de la Rive[6]): Wasser 10, Alkohol 0,8, Schwefelkohlenstoff 31,4, Aethyläther 8,38, Bromäthyl 12, Jodmethyl 22,3, Terpentinöl 11,9.

4) Cornu und Potier[7]): Thoulet'sche Lösung (gesättigte Lösung an HgJ_2 in KJ), dreht 3 mal stärker als Schwefelkohlenstoff; Klein'sche Lösung (borwolframsaures Cadmium) 10 mal stärker als Wasser[8]).

---

[1]) Faraday, Phil. Trans. 1830, **1**, 1. — [2]) Matthiessen, Compt. rend. **24**, 969; **25**, 20, 173, 1847; Pogg. Ann. **73**, 65 bis 77. — [3]) Faraday, Exp. Res. Ser. **19**, §. 2215. — [4]) Bertin, l. c. — [5]) E. Bequerel, Ann. de Chim. et de Phys. [3] **28**, 337, 1850; **17**, 437, 1846. — [6]) A. de la Rive, Arch. des Sciences, phys. et nat. New. Soc. **38**, 209, 1870. — [7]) Cornu und Potier, Compt. rend. **102**, 385, 1888; Beibl. **10**, 373. — [8]) Die Drehungen einer Anzahl Jenenser Gläser sind von H. du Bois (Wied. Ann. **51**, 547, 1894, während des Druckes erschienen) untersucht worden. Zur Messung von Magnetfeldern verwendet H. du Bois, um die Reflexbilder zu beseitigen, Glaskeile von schwerstem Silicatflint von Zeiss von etwa 15 bis 30′ Keilwinkel, auf denen mit schwarzem Lack eine zur Hälfte versilberte $0{,}5 \times 1{,}0$ cm grosse Oeffnung ausgespart ist (zugleich für Reflexversuche), je nach der Stärke der Felder in verschiedener Dicke, z. B. für solche von etwa 1000 C.-G.-S. von 1 mm Dicke.

1431 Endlich hat Verdet[1]) die Drehung der Polarisationsebene für verschiedene Lösungen für die Uebergangsfarbe bestimmt, indem er sie zwischen die Pole des §. 1409 beschriebenen Elektromagnetes brachte, welche mit kleineren, sechseckigen Eisenplatten armirt waren.

Die Lösungen befanden sich in 10 bis 50 mm langen, parallelepipedischen Glaskästen, welche zuerst leer zwischen die Magnetpole gesetzt wurden, um die in ihren Glaswänden erzeugte Drehung von der Drehung zu subtrahiren, die nach ihrer Füllung mit den Lösungen beobachtet wurde. Um bei gefärbten Lösungen die durch die Färbung entstehenden Fehlerquellen zu vermeiden, liess er, auch als der Vergleichung halber die Drehung im Wasser bestimmt wurde, zuerst den Lichtstrahl durch eine Schicht der Lösung von derselben Dicke gehen, wie die nachher dem Einfluss des Magnetes ausgesetzte Schicht Stets wurde die Summe der Drehungen gemessen, welche erhalten wurde, als der Magnet nach einander entgegengesetzt magnetisirt worden war.

Die Temperatur bei den Beobachtungen betrug 12 bis 18° C.

Als magnetisches Drehvermögen einer Lösung bezeichnet Verdet die Drehung der Polarisationsebene in einer Schicht derselben, wenn die Drehung in einer gleich dicken Schicht Wasser unter sonst gleichen Umständen gleich Eins gesetzt wird; als specifisches magnetisches Drehvermögen eines Salzes in einer Lösung das Drehvermögen der Lösung nach Abzug der Drehung durch das Wasser in derselben, dividirt durch das Gewicht des in der Einheit des Volumens enthaltenen Salzes, und als moleculares magnetisches Drehvermögen dasselbe multiplicirt mit dem Moleculargewicht. So ist:

	Dichtigkeit der Lösung	Salzmenge in 1 Vol. der Lösung	Drehvermögen	Drehung		Specifisches Drehvermögen des Salzes
				durch das Wasser	durch das Salz	
Zinnchlorür	1,3280	0,401	2,047	0,927	1,120	2,79
"	1,1637	0,198	1,525	0,966	0,559	2,81
"	1,1112	0,133	1,348	0,978	0,370	2,71

Das magnetische Drehvermögen der Lösung eines Salzes ist also nahezu gleich der Summe der Drehvermögen des in der Lösung enthaltenen Wassers und Salzes.

Dasselbe Resultat ergaben Lösungen von Zinnchlorür und Salmiak.

1432 Auch H. Becquerel[2]) hat dies für Lösungen von diamagnetischen Salzen, NaCl, KCl, $CuCl_2$, HCl, bestätigt.

[1]) Verdet, Compt rend. 43, 529, 1856; 44, 1209, 1857; Ann. de Chim. et de Phys. [3] 52, 129, 1858; Pogg. Ann. 100, 172. — [2]) H. Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. [5] 12, 5, 1877; Beibl. 2, 627.

Die Drehung von Lösungen von Gemischen derartiger Salze ist der Summe der Drehungen ihrer Bestandtheile gleich [1]).

Ebenso sind nach Humburg [2]) die molecularen Drehungen von Lösungen von Essigsäure, Propionsäure, Buttersäure, Monochloressigsäure, Dichloressigsäure in Wasser, Benzol, Toluol, auch in reinem Zustande, ebenso die molecularen Drehungen von KJ, NaBr, NH_4NO_3, $BaBr_2$, gelöst in Wasser oder Methylalkohol, vom Lösungsmittel unabhängig. Nach §. 1431 und 1432 würden also die Drehungen bei diesen Stoffen von der Dissociation nahezu unabhängig sein (s. indess §. 1441).

1433 Nahe dasselbe magnetische Drehvermögen besitzen die Stoffe im festen geschmolzenen und im gelösten Zustande.

So untersuchte Bichat [3]) bei Anwendung von directem Sonnenlicht die Drehung für die Uebergangsfarbe in Weinsäure und Zucker in Glasröhren von 31 mm Länge, welche an beiden Enden durch Glasplatten geschlossen waren, sowohl im festen Zustande nach dem Erstarren der vorher geschmolzenen Masse, als auch in Lösung. In letzterem Falle wurde die Drehung durch das Lösungswasser subtrahirt. Zur Reduction auf gleiche magnetische Kräfte wurde auch die Drehung in einem Flintglasparallelepiped beobachtet.

Die Drehung war bei den Gehalten in 100 Gewichtstheilen der Lösung:

Zucker g	specif. Gew.	Drehung beob.	berechn.	Weinsäure	specif. Gew.	Drehung beob.	berechn.
10	1,0412	69	68,404	16	1,075	95	97,5
30	1,1302	73	73,530	28	1,142	95	95,6
50	1,228	80	79,111	44	1,230	95	94,4
60	1,280	82	82,072	100	1,68	95	95
100	1,512	95	94,999				

1434 Nach H. Becquerel (l. c.) sind indess die Drehungen im Molecül eines festen Salzes kleiner, als in dem des gelösten. Gegen die Drehung des Wassers gleich Eins sind dieselben für

	fest	gelöst
Na Cl	1,21	1,57
K Cl	1,18	1,36

1435 Das magnetische Drehvermögen der Salzlösungen ist nach Verdet wesentlich verschieden, je nachdem das in ihnen enthaltene Salz magnetisch oder diamagnetisch ist.

[1]) O. Schönrock, Zeitschr. f. phys. Chem. 11, 753, 1890; Beibl. 17, 960. — [2]) O. Humburg, Ztschr. f. phys. Chem. 12, 401, 1893; Beibl. 18, 470. — [3]) Bichat, Ann. de l'école norm. sup. 2, 292, 1873.

Bei den meisten Lösungen von Salzen mit diamagnetischem Radical ist das Drehvermögen grösser als das des Wassers, so bei den Salzen des Aluminiums, Zirkoniums, Berylliums, Lithiums, Wolframs, Magnesiums, Kaliums, Natriums, Calciums u. s. w.; nur bei einigen, z. B. bei der Lösung des salpetersauren Ammons, ist es kleiner, so dass man nach dem §. 1431 angeführten Satze annehmen muss, dass das moleculare Drehvermögen des Salzes kleiner ist als das des Wassers (beim salpetersauren Ammon nur 0,401).

Die Drehung der Lösungen der Salze mit magnetischem Radical, z. B. von Eisenvitriol, Eisenchlorür und Eisenchlorid ist oft kleiner als die des Wassers. Betrachtet man sie wiederum als die Summe der in dem Wasser der Lösung und in dem gelösten Salz erzeugten Drehungen, so ist sie sogar kleiner, als die durch das Wasser allein erzeugte Drehung. Für sich muss daher das Salz die Polarisationsebene im entgegengesetzten Sinne drehen, als das Wasser. Das moleculare Drehvermögen des gelösten Salzes ist negativ, wenn das Drehvermögen des Wassers positiv ist.

Bei Eisenvitriol und Eisenchlorür ist die negative Drehung des Salzes selbst bei den concentrirtesten Lösungen nicht so bedeutend, dass sie die positive Drehung des Lösungsmittels völlig überwöge; dagegen zeigen Lösungen von Eisenchlorid bei schwachem Salzgehalt eine geringere positive Drehung als Wasser, bei stärkerem Gehalt eine entgegengesetzte, welche negative Drehung bei einem Gehalt von 40 Proc. Eisenchlorid 6- bis 7mal grösser als die des Wassers ist, also der des Faraday'schen Glases fast gleichkommt. — Hat das Lösungsmittel eine weniger starke positive Drehkraft als Wasser, so tritt die negative Drehung noch stärker hervor. So besitzt eine Lösung von 55 Theilen Eisenchlorid in 45 Theilen Holzgeist (der für sich kaum eine magnetische Drehung zeigt) etwa zweimal so starke magnetische Drehkraft, als das Faraday'sche Glas.

1436 Die Gesetze der negativen magnetischen Drehung sind im Allgemeinen dieselben, welche wir in §§. 1418 u. flgde. für die gewöhnliche positive magnetische Drehung aufgestellt haben.

Dieselbe ist erstens direct proportional der Stärke des Magnetfeldes. Als z. B. Verdet nach einander bei Anwendung verschieden grosser Polflächen und verschiedener Abstände derselben, sowie bei verschiedener Anzahl der den Elektromagnet erregenden galvanischen Elemente nacheinander die Drehung der Polarisationsebene d_s im Schwefelkohlenstoff und d_f in der am Ende des vorigen Paragraphen erwähnten Lösung von Eisenchlorid in Holzgeist bestimmte, erhielt er:

d_s	$+ 0^0 44'$	$+ 0^0 55' 15''$	$+ 1^0 43' 15''$	$+ 2^0 22' 45''$
d_f	$- 2^0 4' 45''$	$- 2^0 28' 30''$	$- 4^0 54'$	$- 6^0 31' 30''$
d_f/d_s	$- 2{,}83$	$- 2{,}83$	$- 2{,}84$	$- 2{,}74$.

Ferner ist das negative moleculare Drehvermögen der magnetischen Salze in verschieden concentrirten Lösungen das gleiche, wenn man es in der §. 1431 angeführten Art berechnet. Für schwefelsaures Eisenoxydul in wässerigen Lösungen, welche bezw. 17,4 und 10,5 Proc. wasserfreies Salz enthalten, ist es — 1,24 bis 1,35, für Eisenchlorür in Lösungen von 16 bis 28,3 Proc. Salzgehalt — 0,82 bis — 0,94. (Bei der Berechnung ist die Annahme zu machen, in den Lösungen seien die Salze im wasserfreien Zustande enthalten. Würde man sie als Hydrate ansehen, so würde man für verschieden concentrirte Lösungen ungleiche Werthe des molecularen Drehvermögens erhalten.)

1437 Von anderen Eisensalzen besitzt salpetersaures Eisenoxyd ein schwächeres negatives magnetisches Drehvermögen als das Chlorid; die concentrirte Lösung dreht fast nicht mehr unter Einfluss des Stromes.

Kaliumeisencyanid, welches magnetisch ist, besitzt ein negatives magnetisches Drehvermögen; dasselbe ist noch bei einer Lösung von 15 Theilen Salz in 85 Theilen Wasser negativ, und etwa doppelt so gross als das des Wassers.

Im Kaliumeisencyanür, welches diamagnetisch ist, treten die Eigenschaften des Eisens so weit zurück, dass das Salz ein positives magnetisches Drehvermögen besitzt.

Die Nickelsalze besitzen alle ein positives magnetisches Drehvermögen, welches grösser ist als das des Wassers; ihre Lösungen drehen indess entsprechend den §. 1418 u. flgde. angeführten Gesetzen, so dass mit wachsender magnetischer Kraft die Drehung in gleichem Verhältniss zunimmt.

Ebenso, nur weniger stark, drehen die Kobaltsalze im positiven Sinne. Noch schwächer, aber auch positiv, ist das magnetische Drehvermögen der Manganoxydulsalze. Dagegen ist die magnetische Drehung der Polarisationsebene in einer wässerigen Lösung des magnetischen Kaliummangancyanids, K_3MnCy_6, so klein, dass in diesem Salz wahrscheinlich der Magnetismus eine negative Drehung veranlasst.

Das moleculare magnetische Drehvermögen des diamagnetischen neutralen chromsauren Kalis ist negativ, — 2,20, ebenso das des doppelt chromsauren Kalis, — 0,73, und das der Chromsäure, — 1,21.

Das diamagnetische Titanchlorid zeigt ein negatives Drehvermögen, welches etwas grösser ist als das positive Drehvermögen des Wassers.

Das magnetische Salz Cerchlorür besitzt ein negatives magnetisches Drehvermögen; ebenso wahrscheinlich auch das magnetische schwefelsaure Ceroxydul, dessen Lösung bei der Magnetisirung die Polarisationsebene schwächer ablenkt als Wasser, und auch Lanthanchlorür.

Wässerige, alkoholische und ätherische Lösungen des diamagnetischen salpetersauren Uranoxyduls drehen unter dem Einfluss des Magnetismus etwas schwächer als das in ihnen enthaltene Lösungsmittel.

1438 Wir haben also unter den Salzen zwei Gruppen zu unterscheiden:

1. Die Salze mit negativem magnetischen Drehvermögen, welche entweder a) für sich magnetisch sind, wie die meisten Eisensalze, Cerchlorür u. s. w., oder b) diamagnetisch sind, wie z. B. Titanchlorid, neutrales chromsaures Kali, salpetersaures Uranoxydul.

Zu beachten ist, dass negative Drehungen bei einfachen, auch bei paramagnetischen Körpern, z. B. den magnetischen Metallen nicht eintreten, so bei Fe, Co, Ni, Br, Se, S, P, C, O, N, H, sondern nur bei zusammengesetzten [1]).

2. Die Salze mit positivem magnetischen Drehvermögen, z. B. die Nickel- und Kobaltsalze, Molybdänsalze (?) und die meisten Mangansalze, Kaliumeisencyanür.

In diesen Angaben ist keine unmittelbare Beziehung zwischen dem magnetischen Verhalten der Salze und der in ihnen durch den Magnetismus erzeugten Drehung der Polarisationsebene aufzufinden.

1439 In den Lösungen magnetischer Salze sind die nach Abzug des Lösungsmittels erhaltenen negativen molecularen Drehungen nach H. Becquerel (l. c.) nicht constant. So sind sie für Eisenchlorürlösungen, welche bezw. 0,5283 g oder Bruchtheile dieser Menge in 1 ccm enthalten:

Concentr.	1	1/2	1/4	1/8
	— 1,343	— 0,700	— 0,528	— 0,521

In Eisenchloridlösungen, die in 100 Theilen Lösung m Theile wasserfreies Eisenchlorid enthalten, sind die molecularen Drehungen für die Linie D:

$m =$	60	50	33	16,5	8,2	4,1	2,0
	— 15,869	— 12,446	— 8,059	— 4,822	— 3,215	— 2,177	— 2,153

Sie sind also in verdünnten Lösungen nahe constant und steigen bedeutend mit der Concentration.

Im Allgemeinen nimmt die moleculare Drehung ϱ, wenn p das Gewicht des Salzes darstellt, proportional dem Salzgehalt p zu ($\varrho = a + bp$). Die Drehung R durch das Salz selbst ist also, wenn a und b Constante sind, nahezu:

$$R = \varrho p = ap + bp^2.$$

Bei Lösungen schwach magnetischer Salze, z. B. von Nickel, bleibt die moleculare magnetische Drehung mit steigendem Salzgehalt fast constant.

1440 Nach Abzug der Drehung durch das Lösungsmittel findet Quincke [2]) sowohl bei verschiedenen Concentrationen, wie auch bei verschiedenen Lösungsmitteln folgende Werthe des specifischen elektromagnetischen

[1]) Kundt, Wied. Ann. 27, 201, 1886. — [2]) Quincke, Wied. Ann. 25, 606, 1885.

Drehungsvermögens ϱ, des gelösten Salzes für Natriumlicht, denen noch die Atommagnetismen $\mathfrak{A} . 10^8$ beigefügt sind. G bezeichnet die Procente Salz. Die Drehung des Schwefelkohlenstoffes ist $\varrho_0 = 4{,}409$.

	G	ϱ	$\mathfrak{A} . 10^8$
Eisenchlorid in Wasser . . . . Nr. 1	48,18	— 19,0	7,429
„ „ „ . . . . Nr. 2	16,52	— 6,518	7,876
„ „ „ . . . . Nr. 3	6,94	— 4,662	7,636
„ „ Methylalkohol . Nr. 1	54,07	— 20,16	7,999
„ „ „ . Nr. 2	48,48	— 20,49	—
„ „ „ . Nr. 3	48,07	— 20,32	8,115
„ „ „ . Nr. 4	32,94	— 17,71	8,206
„ „ „ . Nr. 5	18,89	— 15,18	8,156
„ „ „ . Nr. 6	11,53	— 16,16	7,910
Manganchlorür in Wasser . . . Nr. 1	36,97	1,408	8,114
„ „ „ . . . Nr. 2	31,93	1,127	8,388
„ „ Alkohol	23,15	1,723	8,174
„ „ Methylalkohol . .	24,75	4,274	8,452
Mangansulfat in Wasser	35,74	0,571	8,602

Während also die Atommagnetismen von der Verdünnung (abgesehen von Hydrolysen, wie bei den Eisenoxydsalzen) unabhängig sind, ändert sich das specifisch-elektromagnetische Drehvermögen; z. B. nimmt es in den wässerigen Lösungen von Eisenchlorid mit der Verdünnung bedeutend ab, in solchen in Methylalkohol viel langsamer.

1441 Bei vier verschieden concentrirten wässerigen Lösungen von Eisenchlorür von der Dichte 1,463 bis 1,109 (leider sind die Gehalte nicht direct angegeben) weichen die von Stscheglajiff[1]) zwischen zwei durchbohrten Halbankern eines starken Elektromagnetes beobachteten magnetischen Drehungen $\varDelta$ für Licht einer Argandlampe im Vergleich zu denen von Glas und Wasser, die als der Stärke des Magnetfeldes proportional anzunehmen sind, von dieser Proportionalität ab; sie steigen bei den concentrirteren Lösungen schneller an, als derselben entspricht; bei grösseren Intensitäten $\mathfrak{H}$ nimmt der Quotient $\varDelta / \mathfrak{H}$ wieder ab. Bei den schwächsten Concentrationen tritt nur die Abnahme $\varDelta / \mathfrak{H}$ hervor.

Hiernach wäre das magnetische Drehvermögen bei bedeutenden Concentrationsänderungen von der Dissociation nicht unabhängig, namentlich bei magnetischen Salzen (s. §. 1432).

1442 Entstehen in der Lösung eines Salzes neue Verbindungen, wie z. B. in denen des Eisenoxyds unter Bildung von colloidem Eisenoxyd, so ist das Drehvermögen nicht mehr ohne Weiteres durch Addition der Drehvermögen des Lösungsmittels und des ursprünglich gelösten Salzes zu berechnen.

[1]) Stscheglajiff, Wied. Ann. 28, 168, 1886.

Das ist auch der Fall bei gelösten Doppelsalzen, z. B. Na Cl + Hg Cl, und 2 K J + HgJ_2 [1]).

1443 Derartige Erscheinungen treten z. B. bei Mischung gleicher Volumina von Wasser und Alkohol auf. Nach A. de la Rive [2]) ist dann die Drehung gleich dem Mittel aus der Drehung der Bestandtheile, indess multiplicirt mit der bei der Mischung stattfindenden Verdichtung. Eine genauere Untersuchung hierüber wäre wohl erwünscht.

1444 Bei Mischungen von Schwefelsäure mit Wasser findet nach A. de la Rive (l. c.) bei geringen Säure- oder Wassergehalten dasselbe Verhältniss statt. Je mehr indess die Säure- und Wassergehalte einander gleich werden, desto geringer wird die Drehung gegenüber den auf diese Weise aus der mittleren Drehung der Bestandtheile berechneten Werthen. So ergab sich u. A.:

Schwefel-säure-gehalt	Drehung		Verhältniss	Dichtigkeit		Verhältniss
	beob-achtet	berechnet als Mittel		beob-achtet	berechnet als Mittel	
0,1	1,012	0,980	1,032	1,118	1,084	1,032
0,5	0,934	0,900	1,037	1,553	1,421	1,093
0,6	0,915	0,880	1,039	1,607	1,505	1,068
0,8	0,875	0,840	1,040	1,751	1,674	1,045

1445 Jahn [3]) hat die Drehungen einer Reihe von wässerigen Lösungen mittelst des Lippich'schen Halbschattenapparates untersucht und daraus ihre molecularen Drehungen, bezogen auf die des Wassers gleich Eins, berechnet. So waren dieselben:

HCl	4,67	
LiCl	4,61	
NaCl	5,36	
KCl	5,66	
$CaCl_2$	9,39	= 2 × 4,695
$SrCl_2$	9,71	= 2 × 4,855
$BaCl_2$	10,094	= 2 × 5,047
$CdCl_2$	11,78	= 2 × 5,89
$MnCl_2$	9,04	= 2 × 4,52
Li_2SO_4	2,27	
Na_2SO_4	3,54	
K_2SO_4	3,57	
$BeSO_4$	1,83	
$CdSO_4$	5,17	
$MnSO_4$	2,28	
NaBr	9,19	
KBr	9,36	
$CaBr_2$	17,605	= 2 × 8,803
$SrBr_2$	18,163	= 2 × 9,082
$BaBr_2$	18,54	= 2 × 9,27
$CdBr_2$	19,70	= 2 × 9,85
NaJ	18,46	
KJ	18,95	
CdJ_2	40,89	= 2 × 20,445
$NaNO_3$	1,37	
KNO_3	1,35	
Na_2CO_3	3,53	
K_2CO_3	3,55	

[1]) Schönrock, l. c. — [2]) A. de la Rive, Archives des sciences phys. et nat. Nouv. Sér. 38, 209, 1870. — [3]) Jahn, Wied. Ann. 43, 293, 1891.

Hiernach sind die molecularen Drehungen der Chloride, Bromide, Jodide, Nitrite und Carbonate der einzelnen Metalle annähernd gleich gross; die Drehungen der Bromide etwa doppelt, die der Jodide viermal so gross als die der Chloride. Die Sulfate zeigen wesentliche Unterschiede.

Die Differenzen der Drehungen der Salze derselben Metalle mit gleichen elektronegativen Bestandtheilen sind annähernd gleich, so sind bei:

$NaBr$ — $NaCl$	= 3,83	$NaCl$ — $NaNO_3$	= 3,99
KBr — KCl	= 3,70	KCl — KNO_3	= 4,31
$^1/_2CaBr_2$ — $^1/_2CaCl_2$	= 4,108	$NaCl$ — $^1/_2Na_2CO_3$	= 3,595
$^1/_2SrBr_2$ — $^1/_2SrCl_2$	= 4,227	KCl — $^1/_2KCO_3$	= 3,885
$^1/_2BaBr_2$ — $^1/_2BaCl_2$	= 3,80	$LiCl$ — $^1/_2Li_2SO_4$	= 3,475
$^1/_2CdBr_2$ — $^1/_2CdCl_2$	= 3,96	$NaCl$ — $^1/_2Na_2SO_4$	= 3,59
NaJ — $NaCl$	= 13,10	KCl — $^1/_2K_2SO_4$	= 3,875
KJ — KCl	= 13,29	$^1/_2MnCl_2$ — $^1/_2MnSO_4$	= 3,28
$^1/_2CdJ_2$ — $^1/_2CdCl_2$	= 14,555	$^1/_2CdCl_2$ — $^1/_2CdSO_4$	= 3,305

1446 Die specifischen Drehungen der in Wasser und in Alkohol gelösten Salze sind [1]):

	$SrCl_2$	$CdCl_2$	$CdBr_2$	CdJ_2	$CaBr_2$	$SrBr_2$
in Wasser	1,0969	1,1535	1,3044	2,0133	1,5754	1,3235
in Alkohol	1,0677	1,1856	1,3784	1,9693	1,4838	1,1746

Die Drehungen sind für die erstgenannten vier Salze in beiden Lösungsmitteln nahe gleich, für $CaBr_2$ und $SrBr_2$ in alkoholischer Lösung etwas kleiner.

Dasselbe hat Quincke für $MnCl_2$ und $MnSO_2$ beobachtet.

Die Abweichungen sind zu klein, um auf eine bedeutendere Dissociation geschoben werden zu können.

1447 Die elektromagnetischen Drehungen einiger Kobalt-, Nickel-, Mangansalze sowie des Wassers und der in den Salzen enthaltenen Säuren für Natriumlicht hat Wachsmuth [2]) mittelst eines Lippich'schen Halbschattenapparates mit der von Schwefelkohlenstoff verglichen. Es war:

Substanz	Spec. Drehung	Mol. Drehung	Substanz	Spec. Drehung	Mol. Drehung
H_2O	1	1	$MnSO_4$	0,2317	1,9435
$CoSO_4$	0,0029	0,0247	$MnCl_2$	1,0434	7,3037
$CoCl_2$	0,8224	5,9215	$Mn(NO_3)_2$ . . .	0,1931	1,9205
$Co(NO_3)_2$	—0,0328	—0,3326	$Mn(C_2H_3O_2)_2$ . .	0,5699	5,4777
$Co(C_2H_3O_2)_2$ . .	0,4770	4,6795	H_2SO_4	0,3915	2,1317
$NiSO_4$	0,4913	4,2256	HCl	1,8436	7,4766
$NiCl_2$	1,5333	11,0569	HNO_3	0,2702	1,8916
$Ni(NO_3)_2$	0,4617	4,6889	$C_2H_4O_2$	0,7961	5,3073
$Ni(C_2H_3O_2)_2$. . .	0,8526	8,3742			

[1]) Jahn, l. c. p. 296. — [2]) Wachsmuth, Wied. Ann. 44, 377, 1891.

Statt der molecularen Drehungen von HCl, HNO_2, $C_2H_4O_2$ sind die doppelten Werthe gesetzt.

Sehr gross relativ war die Drehung von Nickelkohlenoxyd, $Ni(CO_4)$; 4,2441 gegen die des Wassers.

Aus den Zahlen folgt, wie bei Jahn, dass die Differenzen der molecularen Drehungen der Salze mit gleichem positiven oder verschiedenem negativen Radical von ersterem unabhängig, annähernd constant sind. So für die Salze von Cl und $^1/_2 SO_4$, von Cl und NO_2, von Cl und $C_2H_3O_2$, von $C_2H_4O_2$ und $^1/_2 SO_4$, $C_2H_3O_2$ und NO_3, $^1/_2 SO_4$ und NO_3. Indess weichen die Differenzen doch zuweilen ziemlich stark von einander ab, so ist dieselbe z. B. für $^1/_2 MnCl_2$ und $^1/_2 MnSO_4$ 2,680, für $^1/_2 NiCl_2$ und $^1/_2 NiSO_4$ 3,415. Für die Cl- und NO_3-Salze von Co, Ni, Mn, variiren die Differenzen von 3,126 bis 2,692, für die $^1/_2 SO_4$- und NO_3-Salze von Co, Ni, Mn schwanken sie zwischen 0,178, 0,231 und 0,011. Eine rein additive Eigenschaft ergiebt sich also nicht. Noch grösser sind die Abweichungen in den Differenzen der molecularen Drehungen mit gleichen elektronegativen oder verschiedenen elektropositiven Radicalen. Auch zu den Atommagnetismen der Metallradicale ergiebt sich keine Beziehung, selbst die Reihenfolge ist verschieden.

1448 Ist w die Drehung der Polarisationsebene, n der Brechungscoëfficient für die Farbe, deren elektromagnetische Drehung gemessen ist, λ die Wellenlänge im Vacuum, V die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, m ein von der Substanz abhängiger, den Componenten der magnetischen Kraft in der Richtung des Lichtstrahles proportionaler Factor, so ist nach Verdet (s. w. u.)

$$w = \frac{4\pi^2 n^2}{V\lambda^2} m \cdot \left(n \cdot + \frac{2B}{\lambda^2}\right),$$

wo

$$\frac{2B}{\lambda^3} = \frac{dn}{d\lambda}$$

ist. Die Werthe m sind nach den Daten von Jahn und den Brechungsindices für die Salze in Lösung nicht sehr weit von Eins verschieden. Sie schwanken aber doch von 0,8878 für Li_2SO_4 bis 1,1924 für CdJ_2.

1449 Bei organischen Verbindungen ist ebenfalls das moleculare magnetische Drehvermögen nicht die Summe der Drehungen der Bestandtheile, sondern hängt auch von der Constitution ab. So sind die Drehungen bei isomeren Verbindungen oft nicht gleich. Sie sind z. B. nach A. de la Rive (l. c.) bei

	Drehung	Siedep.		Drehung	Siedep.
Essigsaurem Amyl	0,904	130° C.	Amylalkohol . .	0,966	132° C.
Valeriansaurem			Amylenhydrat .	0,960	104 bis 105
Aethyl	0,879	133			
Buttersaurem Isopropyl	0,864	128	Amylamin . . .	1,026	95,0
			Isoamylamin . .	1,017	78,5

Mit steigendem Siedepunkt soll also bei isomeren Verbindungen die Drehung steigen.

Aehnlich findet Perkin [1]) die Drehungen für

Citraconsäuremethyläther	1,060	Citraconsäureäthyläther	1,120
Mesaconsäuremethyläther	1,158	Mesaconsäureäthyläther	1,168

1450 Jahn [2]) hat nach der §. 1445 erwähnten Methode Versuche über die Drehung durch verschiedene organische Substanzen mit einem Laurent'schen Halbschattenapparat angestellt.

Ist J die Stromstärke in der Spirale, D die Drehung in Winkelminuten, $D/J = w$ die Drehung für die Stromstärke Eins, d die Dichte bei 20°, sind w_1 und d_1 dieselben für Wasser, wo $d_1 = 1$ zu setzen ist, so ist $S = w d_1 / w_1 d$ bezw. gleich $w / w_1 d$ die specifische Drehung auf die des Wassers gleich Eins bezogen für:

Wasser	Methylalkohol	Aethylalkohol	Aceton	Benzol	Toluol	Xylol
1	0,8923	1,0710	1,0663	2,5443	2,3528	2,1788

Bei Gemischen derselben in verschiedenen Mengenverhältnissen ist die specifische Drehung einer Substanz von der chemischen Natur des Lösungsmittels unabhängig. So ist die Drehung von

	Aceton				Benzol	Toluol	Xylol
in	Wasser	Alkohol	Benzol	Alkohol	Methylalkohol	Alkohol	Alkohol
beob.	97,69	86,1	178,9	128,1	114,8	125,8	114,2
„	98,6	84,9	180,9	129,2	116,4	126,6	114,0

1451 Bei Berechnung der Werthe m (§. 1448) ergiebt sich nach Jahn wenn M nach Henrichsen bezw. nach Quincke (für Benzol) (§. 1293), der specifische Magnetismus der Flüssigkeiten ist:

	m	M		m	M
Wasser	1	1	Bromoform	0,47644	0,458
Methylalkohol	0,90322	0,960	Aethylenchlorid . . .	0,7688	0,832
Aethylalkohol	1,0077	1,028	Aethylenbromid . . .	0,5967	0,573
Propylalkohol	1,0050	1,062	Aethyläther	1,1163	1,108
Isobutylalkohol	1,0222	1,089	Aceton	1,0041	0,815
Amylalkohol	1,0127	1,092	Benzol	1,7477	0,9315
Amylchlorid	1,0393	1,039	Toluol	1,6495	—
Amylnitrat	0,69946	0,864	Xylol	1,5121	—
Chloroform	0,65153	0,676	Schwefelkohlenstoff .	1,3093	0,781

[1]) Perkin, Chem. Ber. 14, 2540, 1883; Beibl. 6, 325. — [2]) Jahn, Wied. Ann. 43, 301, 1891.

Für die Körper aus der Fettreihe sind also die Werthe *m* den Werthen *M* nahe einander gleich. Dagegen ist für Benzol und seine Homologen *m* nahe doppelt so gross als *M*.

Für die Lösungen verschiedener organischer Substanzen ineinander ist *m*:

	Aceton			Benzol		Toluol	Xylol
in	Wasser	Alkohol	Benzol	Alkohol	Methylalkohol	Alkohol	Alkohol
m beob.	0,9706	1,0197	1,5788	1,3206	1,2525	1,2877	1,1881
ber.	1,0008	1,0067	1,5316	1,2610	1,1728	1,2433	1,1889

Die Werthe *M* sind berechnet unter der Annahme, dass die Bestandtheile pro rata ihrer in der Gewichtseinheit enthaltenen Mengen zu *m* beitragen.

1452 Eine sehr grosse Reihe organischer Substanzen hat W. H. Perkin auf die moleculare magnetische Drehung der Polarisationsebene untersucht und ebenso auch ihre Molecularrefraction und Moleculardispersion. Die Resultate haben die Bestimmung, Beziehungen zwischen den optischen Eigenschaften und der Molecularconstitution zu begründen, eventuell auch letztere aus ersteren abzuleiten. Diese Betrachtungen haben weit überwiegend chemisches Interesse. Wir müssen uns deshalb begnügen, hier nur auf diese sehr werthvollen Arbeiten zu verweisen [1]).

[1]) Ueber die magnetische Drehung der Polarisationsebene in chemischen Verbindungen. J. chem. Soc. 236, 340. Berliner Ber. 15, 1363, 1882; Beibl. 6, 125, 1882. Moleculare Drehung in Jodiden und Alkoholen der Fettsäurereihe.

Magnetische Drehung in Bezug auf die chemische Constitution. Journ. chem. Soc. 362, 421, 1884; Beibl. 9, 347. Verbindungen aus der Fettsäurereihe. Die molecularen magnetischen Drehungen *d* der homologen Reihen lassen sich durch eine Formel $a + 1{,}023\, n$ darstellen, wo *n* die Zahl der CH_2-Complexe, *a* eine für die verschiedenen Reihen verschiedene Constante ist.

Constitution von Undecylenessigsäure nach ihrer magnetischen Drehung; magnetische Drehungen von Monodiallylessigsäure und Aethyldiallylmalonat. J. chem. Soc. 281, 205, 1886; Beibl. 10, 640.

Magnetische Drehung der Mischungen von Wasser mit einigen Säuren der Fettreihe, Alkohol und Schwefelsäure und Bemerkungen über das Krystallisationswasser. Journ. London chemical Soc. 287, 777, 1888; Beibl. 11, 178.

Ueber Weinsäure und Traubensäure und die magnetische Drehung ihrer Ester. J. chem. Soc. 57, 362, 1887; Beibl. 11, 601.

Magnetische Drehung und Dichtigkeit des Chlorals, Chloralhydrates und Aldehydhydrates. J. chem. Soc. 300, 808, 1887; Beibl. 12, 129.

Magnetisches Drehungsvermögen einiger ungesättigter zweibasischer Säuren, ihrer Derivate und vom Mesityloxyd. Journ. chem. Soc. 53, 561, 1888; Beibl. 12, 824.

Chlorfumar- und Chlormaleïnsäure und die magnetische Drehung einiger ihrer Derivate. J. chem. Soc. 319, 695, 1888; Beibl. 13, 104.

Magnetische Drehkraft von Stickstoffverbindungen, Chlor-, Brom- und Jodwasserstoffsäure und einigen Ammoniaksalzen und zusammengesetzten Ammonsalzen. J. chem. Soc. 325, 680, 1889; Beibl. 14, 305.

Perkin und Gladstone. Ueber die Beziehung zwischen der magnetischen Drehung, Refraction und Dispersion des Lichtes durch stickstoffhaltige Verbindungen. Ibid. S. 750.

Magnetische Drehung von Ammonium- und Natriumsalzen einiger fetter Säuren. Journ. chem. Soc. 59, 60, 981, 1891; Beibl. 16, 381.

1453 Die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene des verschieden gefärbten Lichtes durch die Einwirkung eines um die Körper herumgeleiteten Stromes nimmt, wie schon aus meinen §. 1416 citirten Versuchen hervorgeht, mit abnehmender Wellenlänge stetig zu, indess nicht genau in demselben Verhältniss, in welchem das Quadrat der Wellenlänge abnimmt.

Verdet hat dieses Resultat nach der §. 1420 beschriebenen Methode nachgewiesen, indem er verschiedene Flüssigkeiten in einer beiderseits mit Glasplatten verschlossenen Röhre von 600 mm Länge und 15 mm innerem Durchmesser in eine Spirale von 390 mm Länge, 158 mm innerem und 320 mm äusserem Durchmesser einlegte, welche aus 125 kg von 2,6 mm dickem Kupferdraht gewunden war. Durch die Spirale wurde der Strom von 20 Bunsen'schen Elementen geleitet. Die magnetische Wirkung auf die Glasplatten am Ende der Röhre war völlig verschwindend.

Auf diese Weise erhielt er folgende Zahlen für die Drehung der Polarisationsebene der einzelnen Fraunhofer'schen Linien C bis G, wenn die Drehung für E = Eins gesetzt wird. Die Columne R enthält die beim Wechsel der Stromesrichtung beobachtete doppelte Drehung der Polarisationsebene für die Linie E.

	C	D	E	F	G	R	Gehalt in 100 Thln. Lösung
Destillirtes Wasser	0,63	0,79	1	1,19	1,56	5° 44′	—
Lösung von Chlorcalcium	0,61	0,80	1	1,19	1,54	7° 16′	15,2
" " Chlorzink	0,61	0,78	1	1,19	1,61	10° 23′	47,1
" " Zinnchlorür	—	0,78	1	1,20	1,59	7° 23′	13,5
Bittermandelöl	0,61	0,78	1	1,21	—	11° 31′	—
Anisöl	0,58	0,75	1	1,25	—	13° 44′	—
Schwefelkohlenstoff	0,60	0,77	1	1,22	1,65	17° 41′	—
Kreosot	0,60	0,76	1	1,23	1,70	13° 26′	—
Cassiaöl (von Laurus cassia)	0,59	0,74	1	1,23	—	10° 42′	—

Wären die Drehungen den Quadraten der Wellenlängen umgekehrt proportional, so entsprächen sie den Zahlen

Magnetische Drehung von Verbindungen, welche als acetylhaltig oder als ketonischen Ursprunges angesehen werden. J. chem. Soc. **61**, **62**, 800, 1892; Beibl. **17**, 583.

Magnetische Drehung und Brechungsvermögen von Aethylenoxyd. J. chem. Soc. **63**, 488, 1893; Beibl. **17**, 959.

Ferner:

Hinrichs. Theoretische Betrachtungen. Compt. rend. **113**, 500, 1891; Beibl. **16**, 43.

Ostwald. Theoretische Betrachtungen, in wie weit die magnetische Drehung eine additive Eigenschaft ist. Dies gilt nur in homologen Reihen. J. chem. Soc. **59**, 198; Beibl. **15**, 439.

C	D	E	F	G
0,64	0,80	1,00	1,18	1,50

Die magnetischen Drehungen der Polarisationsebene nehmen also gegen das blaue Ende des Spectrums hin etwas schneller zu, als der umgekehrten Proportionalität mit dem Quadrat der Wellenlängen entspricht, namentlich bei den stark lichtzerstreuenden Substanzen, wie Schwefelkohlenstoff und Creosot.

1454 Bei sehr genauen Bestimmungen fand Verdet[1]) das Product des Quadrates der Wellenlänge λ mit der magnetischen Drehung ϱ proportional den folgenden Werthen, denen die Brechungsindices n für die Temperaturen 24,4⁰ und 23,9⁰ beigefügt sind.

	C	D	E	F	G
Schwefelkohlenstoff *const* $\varrho\lambda^2$	0,909	0,949	0,987	1,032	1,119
n	1,6147	1,6240	1,6386	1,6487	1,6728
Creosot *const* $\varrho\lambda^2$	0,886	0,942	0,992	1,043	1,137
n	1,5369	1,5420	1,548	1,8555	1,5678

Obgleich Creosot bei der Brechung die Farben viel weniger zerstreut, als, Schwefelkohlenstoff, ist doch die Aenderung des Productes $\varrho\lambda^2$ in dem ersteren viel bedeutender, als in letzterem, so dass hier keine einfache Beziehung besteht.

1455 Bei drehenden Substanzen ist auch nicht immer die magnetische Drehung der ursprünglichen proportional. So fand Verdet für Weinsäure

	C	D	F	G
natürliche Drehung	0,79	1,00	1,52	2,01
magnetische „	0,85	1,00	1,01	0,89

In gleicher Weise beobachtete Bichat[2]), dass Lösungen von Weinsäure oder Mannit, welche bei Zusatz von Borsäure die Polarisationsebene viel stärker drehen, als für sich allein, keinen Unterschied der magnetischen Drehung zeigen. Beide Phänomene sind also ganz wesentlich von einander verschieden.

1456 In einer sehr ausgedehnten Untersuchung hat Henri Becquerel[3]) das magnetische Drehungsvermögen R verschiedener Substanzen für verschiedenfarbiges Licht bestimmt und mit dem Brechungsindex n derselben nach der empirischen Formel

$$R = cn^2 (n^2 - 1)$$

verglichen, wo c eine Constante ist.

---

[1]) Verdet, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 69, 1, 1863. — [2]) Bichat, J. de Phys. 9, 275, 1880; Beibl. 4, 869. — [3]) Henri Becquerel, Ann. de Chim. et de Phys. [5] 12, 5, 1877; Beibl. 1, 627; auch schon Compt. rend. 80, 1376, 1875; Pogg. Ann. Ergbd. 7, 171 und Compt. rend. 82, 308; 83, 125, 1876; Beibl. 1, 55.

Das durch ein Nicol'sches Prisma polarisirte Licht einer Natrium- oder Thalliumflamme oder einer durch rothes Glas von den gelben Strahlen befreiten Lithiumflamme wurde durch die zwischen den durchbohrten Halbankern eines starken Elektromagnetes befindliche Substanz und dann durch ein Jellet'sches Polariskop geleitet und die Summe der positiven und negativen Drehungen bei wechselnder Stromesrichtung gemessen. Um dabei auch die durch verschiedene Umstände, z. B. Erwärmung, bedingten Aenderungen der Drehung zu bestimmen, wurde vor den einen Halbanker ein System von zwei, eine planparallele Glasplatte darstellenden Keilen von schwerem Glase, bezw. noch vor den anderen Halbanker ein planparalleles Stück schweres Glas gestellt, so dass die in ihnen durch den Magnet hervorgerufene entgegengesetzte Drehung die Drehung in der Substanz zwischen den Halbankern compensirte. Wird dann z. B. letztere erwärmt, so tritt die Aenderung der Drehung hervor. Die Flüssigkeiten waren meist in Trögen von 25 mm Länge enthalten. So ergab sich:

Gelbes Licht.

Substanz	R	n	$\frac{R}{n^2(n^2-1)}$
HNO_3, rauchend	0,206	1,4010	0,109
H_2SO_4	0,247	1,4284	0,116
$H_2SO_4 + 3H_2O$	0,286	1,4054	0,149
HNO_3	0,291	1,3740	0,177
CH_3OH	0,253	1,3530	0,166
C_3H_7OH	0,279	1,3836	0,160
C_4H_9OH	0,294	1,3934	0,161
$C_5H_{11}OH$	0,311	1,4046	0,162
$CHCl_3$	0,380	1,4520	0,163
CH_3Cl	0,404	1,4580	0,169
C_8H_{10} (Xylol)	0,525	1,4932	0,194
C_7H_8	0,575	1,4928	0,210
C_6H_6 (Benzol)	0,636	1,4998	0,226
Geschmolzener Schwefel (114°)	1,904	1,9290	0,188
Phosphorsubsulfid	2,592	2,0661	0,186
H_2S_2 (unrein)	1,743	1,8850	0,192
S_2Cl_2	0,984	1,6460	0,212
SCl_2	0,932	1,6190	0,219
CCl_4	0,761	1,5620	0,216
$SiCl_4$	0,444	1,4090	0,227
PCl_3	0,651	1,5080	0,225
Geschmolzener Phosphor (33°)	3,120	2,0740	0,220
CS_2	1,000	1,6249	0,231
$AsCl_3$	1,000	1,6006	0,250
$AgNO_3$, concentr. Lösung	0,424	1,4580	0,177

Substanz	R	n	$\frac{R}{n^2(n^2-1)}$
$Bi(NO_3)_3$ concentr. saure Lösung . .	0,452	1,4590	0,187
H_2O	0,308	1,3340	0,222
K_2CO_3, concentr. Lösung	0,464	1,4230	0,223
Bas. essigs. Blei, concentr. Lösung .	0,375	1,3670	0,231
$MgCl_2$, concentr. Lösung	0,519	1,4300	0,243
HCl „ „	0,490	1,4071	0,252
$SbCl_3$, saure „	0,660	1,4550	0,279
verdünnte „	1,435	1,6959	0,266
Dasselbe, käuflich	0,703	1,4600	0,291
$SbCl_5$	1,656	1,5910	0,427
$BiCl_3$, in HCl gelöst	1,205	1,5640	0,346
KJ, concentrirte Lösung	0,801	1,4482	0,349
$SnCl_4$	1,035	1,5060	0,359
$SnCl_2$ in H_2O	1,125	1,5272	0,362
Geschmolzene Substanzen.			
$Na_2B_4O_7$	0,405	1,5010	0,143
Bleiborat I.	1,405	1,7800	0,204
„ II.	1,439	1,7800	0,209
Glas, Nr. 8, Crown-	0,481	1,5260	0,155
„ Nr. 6, Flint-	0,771	1,5790	0,207
„ Nr. 7, Flint-	0,987	1,6140	0,234
Schweres Flint I.	1,360	1,7200	0,233
„ „ II.	1,538	1,7650	0,234
Einfach brechende krystallisirte Körper.			
KCl (Sylvin).	0,672	1,4830	0,255
NaCl	0,843	1,5430	0,256
$CaFl_2$, weiss I.	0,207	1,4332	0,095
„ „ II.	0,234	1,4332	0,108
Blende	5,295	2,3690	0,204
Spinell (Chrom-)	0,496	1,7150	0,087
Diamant.	0,301	2,4200	0,010

Rothes Licht.

Rothe Linie von Lithium (B für Selen).

Substanz	R	n	$\frac{R}{n^2(n^2-1)}$
CS_2	1,000	1,6120 Li	0,240
Cu_2O, kryst.	14,060	2,8490 Li	0,241
Schwefelbromid	1,942	1,7630 Li	0,312
Brom	1,960	1,6160 Li	0,465
Selenchlorid	2,408	1,8070 Li	0,330
Selen	10,960	2,6550 B	0,255

Während also die Drehungen selbst sich im Verhältniss von 1 : 70 ändern, liegt das Verhältniss $R/n^2(n^2 - 1)$ nur zwischen 0,11 und 0,46 (1 : 4); es ist bei sehr heterogenen Stoffen, Wasser, Schwefelkohlenstoff, Phosphor, Blende, Selen, Kupferoxydul nahe gleich (0,2 — 0,24); bei den stark sauerstoffhaltigen Säuren etwa 0,11; bei den Alkoholen, CCl_4, Chloroform etwa 0,16; bei den Schwefelverbindungen 0,188; bei den Phosphorchlorverbindungen 0,22. Bei Brom, den Zinn-, Antimon-, Wismuthverbindungen ist es viel grösser; bei den Lösungen steht es zwischen den Werthen für das Lösungsmittel und den gelösten Stoff und wächst mit der Menge des letzteren. Es ist namentlich für die stark diamagnetischen Stoffe gross; kleiner wird es in den Sauerstoffverbindungen derselben. — Im Ganzen soll also die Drehung der Polarisationsebene für eine bestimmte Farbe dem Werth $n^2(n^2 - 1)$ und einer noch unbekannten Function des Magnetismus oder Diamagnetismus des Körpers proportional sein.

Mit Hülfe des Drummond'schen Lichtes, welches durch ein rothes Kupferoxydulglas, tief grüne Gläser, ammoniakalische Lösungen von Kupfervitriol geleitet war, bestimmte Henri Becquerel die Drehung für verschiedene Farben. Zuerst wurde in Schwefelkohlenstoff die Drehung für die Natriumlinien und das durch obige Stoffe hindurchgegangene Licht bestimmt. Da die Drehungen in demselben für verschiedene Wellenlängen bekannt waren, war auch die Wellenlänge bestimmt, die dem durch die farbigen Stoffe hindurchgegangenen Lichte entsprach. Die Drehungen waren: 1457

	Lithion-linie	C	D		E	F		G
λ_D^2/λ^2	0,7719	0,8057	1		1,2504	1,4694		1,8712
Schwefelkohlenstoff . .	—	0,771*	1	1,272	1,302*	1,607*	2,033	2,219*
Wasser	—	0,770	1	1,256	—	—	1,811	—
Schwefelphosphor . . .	0,735	0,755	1		—	—		—
Titanchlorid	—	—	1		—	—	(2,960)	—
Eisenchloridlösg. 60 Proc.	—	0,654	1		—	—		—
λ_D^4/λ^4	0,5958	0,6491	1		1,5635	2,1591		3,5014

Die mit * bezeichneten Werthe sind von Verdet beobachtet.

Mit abnehmender Wellenlänge wächst also die Drehung. Dabei sind die Dispersionen in der Drehung für die diamagnetischen Stoffe nicht sehr von einander verschieden, sie sind viel grösser als die wiederum unter einander nicht sehr ungleichen Dispersionen der Drehungen für die magnetischen Stoffe. Obgleich die Grösse der Drehung mit der Concentration der Eisenchloridlösungen sehr schnell wächst, ist auch in diesen die Dispersion nahezu gleich.

So ist das Verhältniss V der Drehungen in denselben für rothes und gelbes Licht:

Gehalt	33 Proc.	60 Proc.	70 Proc.	75 Proc.	CS_2
V	0,661	0,662	0,676	0,678	0,790

Vergleicht man die relativen Drehungen der verschiedenen Farben, wie sie von Verdet beobachtet worden sind, mit den nach der Formel $n^2(n^2 - 1)/\lambda$ berechneten, so ergiebt sich:

	C	D	E	F	G
CS_2 beobachtet	0,771	1	1,302	1,607	2,219
berechnet	0,781	1	1,302	1,588	2,177
Kreosot beobachtet	0,756	1	1,319	1,637	2,273
berechnet	0,785	1	1,280	1,537	2,050

Die Formel stimmt also gut für Schwefelkohlenstoff, weniger gut für Kreosot.

Da der Werth $n = a + b/\lambda^2 + c/\lambda^4 + \cdots$ ist, so lässt sich mit Veränderung der Constanten $n^2(n^2 - 1)/\lambda^2 = A/\lambda^2 + B/\lambda^4 + \cdots$ setzen, welche Formel die Drehungen allgemein darstellt. Nach den in der Tabelle gegebenen Beobachtungen würde für die magnetischen Stoffe B sehr gross gegen A sein, während für die diamagnetischen Stoffe das Umgekehrte einträte.

1458 Von der Temperatur 25 bis etwa 337° ist die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene in den Metallen unabhängig [1]).

Mit Erhöhung der Temperatur von Flintglas und schwerem Glase bis zur Hitze des siedenden Oeles wächst nach Matteucci die Drehung der Polarisationsebene durch den Einfluss des Magnetes, und zwar beim Faraday'schen schweren Glas von 6 bis 8°, beim Flintglas von 2° 30′ bis 3° 30′.

Bei Erwärmung verschiedener Substanzen in einem mit Glasfenstern versehenen Luftbade erhielt Lüdtge [2]) folgende (doppelte) Drehungen d:

Faraday'sches Glas, Temp.	30°	40°	110°	200°
d	12	12	11,8	11,8
Flintglas, Temp.	23°	40°	100°	200°
d	8,4	8,4	8,2	8,1
Crownglas, Temp.	23°	100°	200°	
d	3,2	3	2,8	

Die Drehung nimmt also bei diesen Versuchen nicht zu, sondern wahrscheinlich ein wenig ab.

---

[1]) Siehe Hirsch, Wied. Ann. 48, 446, 1893. — [2]) Lüdtge, Pogg. Ann. 37, 287, 1869.

Bei Jodmethyl, Amylalkohol, Aethylalkohol nimmt nach de la Rive (l. c.) die Drehung nahezu proportional der Abnahme der Dichtigkeit ab. Bei Wasser- und Schwefelsäurehydrat nehmen die Drehungen schneller ab. So ist die Abnahme der

	Dichtigkeit	Drehung
bei Wasser von 10 bis 71° . . .	1,023 : 1	1,050 : 1
Schwefelsäure von 20 bis 60° .	1,023 : 1	1,055 : 1

1459 Beim Erhitzen von Glasstücken im Luftbade fand Bichat[1]) die Drehung ϱ nach der Methode von Lüdtge:

Flintglas		Verhältniss der		Gewöhnliches Glas		Verhältniss der	
t^0	d	Dichtigkeiten	Drehungen	t^0	d	Dichtigkeiten	Drehungen
14°	90′	0,99931	0,95555	13	45′	0,9994	0,9222
98	86	0,99897	0,93333	80	41	0,9992	0,8667
140	84			100	39	0,9987	0,8464
				150	38		

Die Drehung nimmt also mit der Erhöhung der Temperatur schneller ab als die Dichtigkeit.

1460 In einer mit Flüssigkeit gefüllten, in eine grosse Spirale gelegten Röhre, die von einer weiteren, mit erwärmtem Wasser gefüllten umgeben war, fand Bichat (l. c.), wie de la Rive, beim Wasser eine Abnahme der Drehung von 10 bis 60° C. im Verhältniss von 1,043 : 1, während das Verhältniss der Dichtigkeiten 1,017 ist. Für Schwefelkohlenstoff und Zinnchlorid war:

Schwefelkohlenstoff			Zinnchlorid		
t	ϱ	ϱ berechnet	t	ϱ	ϱ berechnet
0	16° 10′	16° 10′	0	25° 55′	25° 54′
9	16° 2′	16° 0′	11	25° 34′	25° 38′
15	15° 50′	15° 54′	40	24° 42′	24° 46′
30	15° 40′	15° 39′	80	23° 28′	23° 36′
48	14° 10′	15° 20′	100	22° 40′	23° 0′
			115	21°	22° 30′

Die Columne Drehung ϱ berechnet enthält die unter der Annahme der Proportionalität mit dem specifischen Gewicht berechneten Drehungen.

[1]) Bichat, Ann. de l'école norm. sup. 2 292, 1873.

Die Drehung im Schwefelkohlenstoff bei der Temperatur t lässt sich gegen die bei 0° gleich Eins durch die Formel

$$\varrho_t = 1 - 0{,}00104\,t - 0{,}000014\,t^2$$

darstellen. Die Abnahme der Drehung ist also wesentlich, aber doch nicht vollständig, durch die Abnahme des specifischen Gewichtes bedingt, namentlich bei höheren Temperaturen.

1461 Das Verhältniss der Drehungen für die verschiedenen Fraunhofer'schen Linien ist:

	$t = 0$	$t = 30$	$t = 40$
C	$\varrho = 21^0 44$	$\varrho/1{,}0432$	$\varrho/1{,}0473$
D	28 10	1,0368	1,0464
E	36 40	1,0377	1,0501
F	45 10	1,0381	1,0502
G	62 20	1,0402	1,0496

Die Verhältnisse der Drehungen der verschiedenen Farben bleiben also bei höheren Temperaturen im Wesentlichen ungeändert.

1462 Versuche über die Drehung der Polarisationsebene im Flintglas bei hohen Temperaturen hat Joubert[1]) angestellt.

In einen kleinen Perrot'schen Ofen sind zwei horizontale Porzellanröhren in zwei auf einander senkrechten Richtungen eingelegt. Die eine Röhre, in welcher sich ein Stück Flintglas befindet, passt in die cylindrischen Löcher der Halbanker eines Elektromagnetes, die andere enthält ein Stück Bergkrystall von 14 mm Länge. Beide liegen in einem Bade von Kupferfeilen. Da die Drehung der Polarisationsebene im Bergkrystall bei einer Erhöhung der Temperatur von 18° etwa um 1° zunimmt, so kann danach die Temperatur geschätzt werden. Bei zu schneller Erhitzung zeigt das Flintglas Spannungen und das schwarze Kreuz zwischen den gekreuzten Nicols Doppelbrechungen; es muss deshalb sehr langsam erhitzt werden. Um die Stärke des Magnetismus zu messen, war in denselben Stromkreis ein zweiter Elektromagnet mit einem Stück Flintglas eingeschaltet, in welchem die Drehung der Polarisationsebene bei constanter Temperatur bestimmt wurde. So waren für gleiche Kräfte im erhitzten Flintglas die Drehungen:

Temp.:	10°	325	500	180	10
	3,37°	3,60	3,69	3,31	3,32

Das Flintglas schmilzt bei 582°. Bis zu dieser Temperatur nimmt die Drehung etwa um $^1/_{10}$ zu.

---

[1]) Joubert, Compt. rend. 87, 984, 1878; Beibl. 3, 290, 1879.

1463 Geht ein Lichtstrahl durch einen einaxigen Krystall, Beryll oder Turmalin in der Richtung der optischen Axe, so beobachtet man nach E. Becquerel [1]) die magnetische Drehung; ebenso beim Bergkrystall, an welchem sie Faraday nicht wahrgenommen hatte. Hierzu wurde eine rechts und eine links drehende Bergkrystallplatte von je 5 mm Dicke auf einander gelegt, so dass ihre Drehungen sich compensirten. Wurden sie zwischen die Magnetpole gebracht, so bemerkte Becquerel eine sehr schwache Drehung.

Nach Wertheim [2]) ist die Drehung im Kalkspath Null, im Quarz schwach, im Beryll viel bedeutender, wahrscheinlich, weil die Spannungsunterschiede in den Massen dieser Krystalle immer geringer sind.

1464 Doppeltbrechende Körper zeigen die Drehung der Polarisationsebene nicht, wenn durch sie ein polarisirter Lichtstrahl in einer Richtung hindurchgeht, welche von der Symmetrieaxe etwas bedeutender abweicht. Wird daher ein Stück Faraday'sches Glas oder Flintglas seitlich zusammengepresst, oder schnell gekühlt, so dass es im polarisirten Licht deutliche Farbenerscheinungen zeigt, und bringt man es zwischen die Magnetpole, so ändern sich die Farbenerscheinungen nicht, wohl aber, wenn die Pressung aufhört [3]). — Leitet man durch einen Glaswürfel die Entladungsfunken eines Ruhmkorff'schen Apparates, und ist er dadurch dauernd verändert, so zeigt er in seiner ganzen Masse keine Drehung mehr. In Flüssigkeiten wird durch die Entladung keine solche Veränderung erzeugt [4]).

Dasselbe Resultat hat Wertheim [5]) erhalten, als er durch verticalen Druck ein Flintglasparallelepiped zusammenpresste, welches unter dem Einfluss eines Elektromagnetes eine Drehung von $\pm 5^0$ zeigte. Selbst wenn der hierbei erzeugte Gangunterschied der in der Horizontal- und Verticalebene schwingenden Strahlen nach ihrem Austritt aus dem Glasprisma noch weit weniger als eine Wellenlänge ausmacht, verschwindet die Drehung schon.

1465 Diesem Resultat scheint ein Versuch von Matteucci [6]) zu widersprechen. Er liess das durch einen Spiegel polarisirte Licht durch eine Doppelplatte gehen, sodann durch eine Platte von Flintglas oder von Faraday'schem Glas und endlich durch das analysirende Prisma. Wurde die Platte, welche sich zwischen den Magnetpolen befand, durch eine Schraubenpresse seitlich comprimirt, so wurden die Farben der beiden Hälften der Doppelplatte ungleich; das analysirende Prisma musste um einen Winkel α gedreht werden, um die Gleichheit wieder

---

[1]) E. Becquerel, l. c. — [2]) Wertheim, Compt. rend. 32, 289, 1851; Pogg. Ann. 86, 324. — [3]) Bertin, Compt. rend. 28, 500, 1849. — [4]) A. de la Rive, Compt. rend. 60, 1005, 1865; auch Bichat, Ann. de l'écol. norm. 2, 292, 1873. — [5]) Wertheim, l. c. — [6]) Matteucci, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 24, 354, 1848; 28, 493, 1850.

herzustellen. Wurde endlich der Elektromagnet in Thätigkeit gesetzt, so wurden die Farben wieder ungleich, und das analysirende Prisma musste, je nach der Richtung des magnetisirenden Stromes, um einen Winkel $+\beta$ oder $-\beta_1$ gedreht werden, um sie wieder gleich zu machen. Fand die Drehung β durch den Magnet in demselben Sinne statt, wie durch die Zusammenpressung, so zeigte sie sich grösser, oft doppelt so gross als die Drehung $-\beta_1$, welche stattfand, wenn der Magnet die Polarisationsebene entgegengesetzt drehte, wie die Zusammendrückung.

Würfel von Crownglas, Kalkspath, Quarz u. s. w. zeigten unter Einfluss der Compression dieselbe Drehung, wie ohne dieselbe.

Der Grund dieser Erscheinung liegt indess nach Edlund[1]) nicht in der Einwirkung des Magnetes, sondern in dem Auftreten von Interferenzfarben in dem comprimirten Glase, welche sich mit den Farben der beiden Hälften der Doppelplatte combiniren. Selbst wenn daher die Drehung durch den Magnet nach beiden Seiten gleich gross wäre, würde man das analysirende Nicol um ungleich viel Grade nach rechts und links drehen müssen, um die Gleichheit der Farben wieder herzustellen. — Man kann dasselbe Phänomen beobachten, wenn man ohne Anwendung des Magnetes bei den beschriebenen Versuchen zuerst das analysirende Prisma so einstellt, dass die durch die Compression des Glases entstandene Farbenungleichheit der Doppelplatte ausgeglichen ist, und nun das polarisirende Prisma um gleiche Winkel $+a$ und $-a$ nach rechts und nach links dreht. Die Farben der Hälften der Doppelplatte werden wieder ungleich und man muss das analysirende Prisma um einen Winkel $+\beta$ oder $-\beta_1$ drehen, um sie wieder gleich zu machen. Dabei ist diese letztere Drehung, wie bei den Versuchen von Matteucci, immer grösser, wenn die Drehung $+a$ oder $-a$ in demselben Sinne stattfindet, wie die durch die Compression des Glases verursachte Drehung.

Die von Matteucci beobachteten Drehungen der Polarisationsebene könnten daher wohl in den an den Enden der Glasprismen liegenden Theilen hervorgerufen worden sein, welche nicht seitlich comprimirt waren.

1466 Dass bei schwacher Neigung der optischen Axe eines doppeltbrechenden Krystalles, so wie bei sehr schwacher Pressung eines isotropen Körpers die magnetische Drehung in demselben nicht verschwindet, hat Lüdtge[2]) mittelst der §. 1414 beschriebenen Methode gezeigt. Dabei wurde zunächst direct eine Bergkrystalldoppelplatte von 7,5 mm Dicke zwischen die durchbohrten Halbanker eines starken Elektromagnetes gebracht.

War ihre, auf ihrer Ebene senkrechte optische Axe um den Winkel

[1]) Edlund, Ann. d. Chem. u. Pharm. 87, 338, 1852. — [2]) Lüdtge, Pogg. Ann. 137, 201, 1869.

α gegen die Richtung der Lichtstrahlen und die magnetische Axe des Apparates geneigt, so betrug die doppelte Drehung ϱ

α	0^0	1	2	3	5	6
ϱ	$1{,}1^0$	1	0,9	0,6	0,4	0,5

Die Polarisationsebene wird also im Bergkrystall nicht nur beim Durchgang des Lichtes in der Richtung der optischen Axe, sondern auch in anderen Richtungen des Lichtes durch die elektromagnetische Einwirkung gedreht.

1467 An einer Kalkspathplatte von 36 mm Dicke hat Chauvin[1]) die Drehung mittelst des Halbschattensaccharimeters untersucht. Das durch einen horizontalen Spalt auf den Krystall einfallende Drummond'sche Licht muss geradlinig polarisirt sein; deshalb wird die $^1/_2$ Wellenlängen-Platte gegen das analysirende Prisma vorgeschoben und der Krystall zwischen jene Platte und das polarisirende Prisma hinter dem Spalt zwischen den Polen eines Elektromagnetes eingefügt. Die Drehungen ϱ betrugen z. B. bei Anwendung von 10 Bunsen'schen Elementen (Mittel der Drehungen bei gleichem Abstand von der Axe nach rechts und links) bei den Neigungen α der Axe des Kalkspaths gegen die Magnetaxe:

α . . .	0	5	15	25	35
ϱ . . .	$2^0\,15'$	$2^0\,9'$	$1^0\,44'$	$1^0\,3'$	$0^0\,31'$

Die Abweichungen der Drehungen bei beiden Beobachtungen betrugen nur 0,02 bis 0,04′.

Ist das Licht im Hauptschnitt geradlinig polarisirt, so wird, wenn es in der Richtung der Axe durch den Krystall hindurchgeht, die Polarisationsebene einfach gedreht. In zur Axe geneigten Richtungen werden neben einer Drehung die einfallenden geradlinigen Schwingungen in elliptische umgewandelt. Die Drehung ändert periodisch ihr Zeichen und wird für besondere Richtungen Null; die Ellipse wird abwechselnd Null und ein Maximum in auf einander folgenden Stellungen, wo die Drehung Null ist. Die Erscheinungen sind denen beim Quarz identisch, der einfallende geradlinige Strahl theilt sich in dem den magnetischen Kräften unterworfenen Krystall entsprechend der Hypothese von Airy in zwei entgegengesetzte elliptische, welche sich unverändert, aber mit verschiedenen Geschwindigkeiten fortpflanzen. Aus den Werthen der Drehung und der Grösse der resultirenden Ellipse kann man für jede Incidenz das Verhältniss K der Axen und den Gangunterschied δ der beiden elliptisch polarisirten Strahlen im Innern berechnen. Vereint man nach Gouy (s. §. 1470) die Wirkungen der Doppelbrechung φ und der Drehung ω als zweier voneinander unabhängiger Erscheinungen, so ergiebt sich $\omega/\pi = 2\,\varphi K/(1 - K^2)$ und $\omega/\pi = 2\,\delta K/(1 + K^2)$. Der nach beiden

[1]) Chauvin, Compt. rend. **102**, 972, 1886, **108**, 1097, 1889; Beibl. **10**, 424, **13**, 719.

Gleichungen berechnete Werth ω/π ist wesentlich constant für alle Incidenzen, was die Annahme von Gouy bestätigt.

1468 Wurde ein prismatisches Stück Flintglas (52 mm lang, 30 mm breit, 13 mm dick) seitlich gepresst und jedesmal der durch die Pressung erzeugte Gangunterschied beider auf einander senkrechten Componenten des hindurchgehenden Lichtes mittelst des Babinet'schen Compensators in Theilen (n teln) Wellenlänge bestimmt, zugleich aber mittelst der §. 1414 beschriebenen Methode die elektromagnetische Drehung ϱ des Lichtes bestimmt, so ergab sich bei den Versuchen von Lüdtge[1]) u. A.:

n	0	0,01	0,2	0,3	0,45	0,6
ϱ	5^0	4,6	4,2	3,7	3,5	2,4

Die Drehung zeigt sich also auch nach der Pressung, selbst bis zu einem Gangunterschiede von 0,6 Wellenlängen; sie nimmt aber mit Zunahme des letzteren ab.

1469 Kundt[2]) brachte hinter einander in das Magnetfeld zwei gleiche durch eine Schraubenpresse comprimirte Glasstücke, in denen die Compressionsrichtungen gekreuzt waren. Die elektromagnetische Drehung war wesentlich grösser, als wenn die Compressionsrichtungen zusammenfielen.

1470 Eingehender untersucht wurden diese Verhältnisse von Wedding[3]).

Zwei Stücke von Flintglas und Crownglas, 50 mm lang, 15 mm dick, 70 mm hoch, waren an den 15 mm breiten Flächen und an ihren Enden polirt in Messingfassungen eingekittet, deren untere an der Unterlage befestigt, deren obere mittelst eines Hebels mit Gewichten belastet werden konnte. Die Stücke wurden so vertical zwischen die Pole eines starken Elektromagnetes gehängt. Die Drehung der Polarisationsebene wurde nach der Methode von Lüdtge, der Gangunterschied der Strahlen in Folge der Doppelbrechung mittelst eines Babinet'schen Compensators bestimmt. Die Dispersion bei der Doppelbrechung konnte vernachlässigt werden.

Die Versuche ergaben, dass die Drehung mit zunehmendem Gangunterschied δ abnimmt. Wenn dieser etwa $^1/_2\,\lambda$ beträgt, ist die Drehung Null und kehrt sich bei grösserer Dehnung um. Bei Flintglas ist die Drehung mehr als doppelt so gross als bei Crownglas; sie verhält sich wie dort, erreicht aber nach der Umkehrung ein Minimum, wird bei $\delta = {^2/_2}\,\lambda$ Null und erhält dann denselben Sinn wie anfangs.

Diese Resultate stimmen mit denen von Gouy[4]) und Wiener[5]) überein, welche den Einfluss der Dehnung bezw. Doppelbrechung auf die Drehung der Polarisationsebene berechneten.

---

[1]) Lüdtge, s. u. — [2]) Kundt, s. Wedding. Wied. Ann. **35**, 41, 1888; Wedding, ebend. — [3]) Wedding, Wied. Ann. **35**, 25, 1888. — [4]) Gouy, Compt. rend. **100**, 100, 1885; Journ. de Phys. **4**, 149, 1885; Beibl. **9**, 326. — [5]) Wiener, Wied. Ann. **35**, 11, 1888.

Nach anderen Versuchen scheint möglicherweise eine bestimmte **1471** Zeit zur Erzeugung der Drehung der Polarisationsebene erforderlich zu sein.

So liess Villari[1]) zwischen den durchbohrten Polen eines Ruhmkorff'schen Elektromagnetes einen Cylinder von Flintglas von 63 mm Durchmesser und 10,5 mm Höhe durch eine Rotationsmaschine um seine horizontal gestellte, äquatorial liegende Axe völlig centrisch rotiren. Durch den Cylinder ging in diametraler Richtung ein Lichtstrahl, der vorher durch ein Nicol'sches Prisma und eine Quarzdoppelplatte geleitet war und nachher durch das Ocular eines Soleil'schen Saccharimeters analysirt wurde. Ohne Einwirkung des Magnetes zeigte der Cylinder weder im Ruhezustande, noch bei der Rotation einen Einfluss auf das polarisirte Licht.

Wurde indess der Magnet erregt und dadurch eine Drehung der Polarisationsebene in dem Glascylinder bewirkt, so nahm die Grösse ϱ dieser Drehung bei wachsender Umdrehungszahl n desselben bis auf Null ab.

So war z. B.:

n	0	80	107	134	160	161	169
ϱ	19	17	14	9	2	2	0 (?)

Bei stärkeren magnetischen Kräften schwächt die Rotation relativ weniger die Drehung der Polarisationsebene, als bei schwächeren.

Man könnte hieraus folgern, dass zur Entwickelung der Drehung der Polarisationsebene in dem Cylinder von Flintglas eine bestimmte Zeit erforderlich ist, welche bei stärkeren magnetisirenden Kräften kleiner ist. Nimmt man an, dass dieselbe sich in irgend einem Durchmesser des Cylinders in der ganzen Zeit entwickelt, in welcher derselbe sich aus der äquatorialen Lage um 90° bis in die axiale gedreht hat, so würde bei dem oben beschriebenen Versuch bei 169 Umdrehungen in der Secunde diese Drehung in 0,00148 Secunden vollbracht werden, und diese Zeit würde nach den sonstigen Beobachtungen gerade genügen, um die Drehung aufzuheben; es bedürfte einer länger dauernden Einwirkung des Magnetes, um die Drehung der Polarisationsebene in dem Glase zu entwickeln. Diese Zeit würde bei stärkeren magnetisirenden Kräften abnehmen.

Soll die Drehung der Polarisationsebene in ihrer ganzen Stärke auftreten, so darf die Rotationsgeschwindigkeit nur gering sein. Nach einer der obigen Rechnung analogen Betrachtung würde zur Entwickelung derselben eine längere Zeit als 0,00415 Secunden erforderlich sein.

Beobachtet man die Drehung der Polarisationsebene in dem Cylinder in einer gegen die axiale Richtung geneigten Linie, in welcher sie schwächer ist, als in jener, so wird sie gleich stark vermindert, welches auch der Sinn der Rotation des Cylinders ist; ein Beweis, dass die

---

[1]) Villari, Rendiconto del Instituto Lombardo 9. Juni 1870.

Drehung in dem Glase nicht in den zuerst in axialer Lage befindlichen Theilen bis zu ihrer Drehung in eine andere Lage verbleibt und somit nur unmerklich kurze Zeit (weniger als 0,0004 Secunden) andauert.

In rotirenden Flüssigkeiten ist eine derartige Erscheinung nicht zu beobachten [1]).

1472 Die Versuche von Villari sind von Wedding (l. c.) mit einer Glasscheibe von 64 mm Durchmesser und 10 mm Dicke mit fein polirtem Rande wiederholt. Die Drehung nahm von 765 bis 10800 Umdrehungen der Scheibe in der Minute von 5,06 bis 0,77° ab.

Wurde zur Beleuchtung eine Kochsalzflamme verwendet, der Hauptschnitt des polarisirenden Nicols gegen die Horizontale um 45° geneigt und das aus der Scheibe austretende Licht durch einen Babinet'schen Compensator geleitet, so wanderte der Interferenzstreifen mit zunehmender Rotationsgeschwindigkeit von der Mitte fort bis zu einer bei constanter Rotationsgeschwindigkeit erreichten festen Stellung. Beim Aufhören der Rotation kehrte der Streifen zu seiner ersten Stellung zurück [2]).

Diese Erscheinungen folgen also daraus, dass die Scheibe doppeltbrechend wird, und zwar jedenfalls in Folge der Centrifugalkraft bei der Rotation. Wie §. 1464 u. flgde. erwähnt ist, wird dadurch die Drehung der Polarisationsebene verkleinert.

1473 Die magnetische Drehung der Polarisationsebene in Gasen und Dämpfen ist gleichzeitig von Henri Becquerel und von Kundt und Röntgen beobachtet und studirt worden.

Henri Becquerel [3]) wendet eine 3 m lange, 0,12 m weite, an den Enden mit genau planparallelen Glasplatten geschlossene und mit einem Manometer versehene horizontale Kupferröhre an, welche von sechs grossen, 0,5 m langen Spiralen von je 15 kg 3 mm dickem Kupferdraht umgeben ist, durch welche der Strom von 80 Salpetersäureelementen geleitet wird. Seine Intensität wird in einer Nebenleitung durch eine Sinusbussole gemessen. Als Lichtquelle dient Kalklicht; durch vorgestellte Gläser wird ein kleiner Theil des Spectrums herausgeschnitten; als Polarisator dient ein sehr grosses Jellet'sches Prisma. Die Strahlen werden an den Enden der Röhre von versilberten Glasspiegeln reflectirt, so dass sie die Länge derselben 9 mal (also 27 m) durchlaufen. Als Analysator dient ein Nicol'sches Prisma mit Theilkreis und einem sehr starken Fernrohr. Stets wird die Summe der Drehungen beim Stromwechsel beobachtet. Man kann noch eine Minute der Drehung schätzen. Die Drehung in den Glasplatten wird nach Evacuiren der Röhre bestimmt,

---

[1]) Bichat, Ann. de l'école normale 2, 292, 1873. — [2]) S. auch Ward, Proc. Roy. Soc. London, 46, 65, 1889; Beibl. 14, 65 und eine Polemik hierüber von Wiener u. Wedding, ibid. 47, 1, 1889; Beibl. 14, 652. — [3]) H. Becquerel, Compt. rend. 88, 709; J. de Phys. 8, 198, 1879; Beibl. 3, 524; Compt. rend. 90, 1407; J. de Phys. 9, 265, 1880; Beibl. 4, 808.

oder, indem zuerst die Drehung in der Röhre voll Luft ohne, dann mit aufgeschraubten Glasplatten gemessen wurde. Die Einzelresultate stimmen gut mit einander überein. Bei Stickstoff, Kohlensäure, Stickoxydul, schwefliger Säure und Aethylen sind die Drehungen der Polarisationsebene nahezu dem Quadrat der Wellenlänge umgekehrt proportional. Sauerstoff macht hiervon eine Ausnahme. Mittelst dieser Beziehung kann die Drehung für die D-Linie bestimmt werden, wobei die Fehler 2 Proc. der wirklichen Werthe nicht übersteigen. Bei Füllung des Apparates mit Schwefelkohlenstoff von 0° wurde die Drehung R_{cs_2} direct für Natriumlicht zu 4520 Min. gemessen. Ist R die direct beobachtete Drehung, n der Brechungsindex, so ergab sich für Natriumlicht bei 0° C. und einem Drucke von 760 mm Quecksilber:

	R	$10^6 \cdot \frac{R}{R_{cs_2}}$	n	$\frac{R}{n^2(n^2-1)}$
Sauerstoff	5,96′	146	1,0002706	0,269
Luft	6,48	159	1,0002936	0,277
Stickstoff	6,56	161	1,0002977	0,274
Kohlensäure	12,28	302	1,0004544	0,332
Stickoxydul	16,02	393	1,0005159	0,381
Schweflige Säure	29,69	730	1,000665	0,548
Aethylen	32,62	802	1,0006780	0,590
Schwefelkohlenstoff (nach älteren Versuchen)	—	706	—	0,234

Die Werthe in der letzten Columne sind den bei festen und flüssigen Körpern erhaltenen (0,1 bis 0,5 für $R = 1$ bei CS_2) nahezu gleich. Sie wachsen regelmässig mit dem Brechungsindex, indess etwas langsamer als $(n-1)^2$.

In Sauerstoff werden die rothen Strahlen eine Spur stärker gedreht als die grünen; er verhält sich also entgegengesetzt wie die anderen Gase, bei denen letztere etwa 1,5 mal so stark gedreht werden, als die rothen; ganz analog wie auch in festen und flüssigen magnetischen Substanzen die Polarisationsebenen der verschieden farbigen Strahlen nach einem anderen Gesetze gedreht werden, als in den nicht magnetischen.

1474 Nach Versuchen von Siertzema[1]) mit einem Apparat, welcher dem von Kundt und Röntgen ähnlich ist (vergl. die folgenden Paragraphen), nimmt indess bei einem Druck von etwa 100 Atmosphären in Sauerstoff die Drehungsconstante mit zunehmender Wellenlänge ab. Sie ist für Violett etwa doppelt so gross als im Roth.

[1]) Siertzema, K. Acad. van Wetens. Amsterdam Afd. Natuurkunde 1893/94; Beibl. 18, 468.

1475 Kundt und Röntgen [1]) haben in einem mit Schwefelkohlenstoffdampf gefüllten, durch Wasserdampf erwärmten Eisenrohr von 110 cm Länge, und einem 2,4 m langen Rohr voll schweflichter Säure von 100° bei einem Druck von etwa 20 Atmosphären und voll Schwefelwasserstoff bei gewöhnlicher Temperatur und etwa 20 Atmosphären Druck die Drehung der Polarisationsebene nachgewiesen. Die Röhren waren von sechs Spiralen von je 400 Windungen von 3 mm dickem Kupferdraht umgeben, durch welche ein Strom von 64 oder 70 Bunsen'schen Elementen geleitet wurde. Die dasselbe an den Enden schliessenden Glasplatten waren namentlich bei dem längeren Rohr so weit von den Spiralen entfernt, dass ein störender Einfluss nicht eintrat.

Für messende Versuche wurde das Licht einer Kalklampe durch ein Kupferrohr von 10 mm äusserem, 3 mm innerem Durchmesser geleitet, welches, um Verbiegungen zu verhüten, von einem in zwei Längshälften getheilten Eisenrohr umgeben war. In conisch ausgedrehte Stahlstücke, welche an die Enden des Rohres angesetzt waren, passten ebenfalls an den Enden conisch abgedrehte Stahlcylinder, in welche 3 mm dicke Glasplatten mittelst Wachscolophoniumkitt und vorgeschraubten Messingstücken eingesetzt waren. Die Stahlcylinder wurden mittelst durchbrochener Eisenplatten gegen besondere, um die Stahlstücke umgelegte Eisenringe gegengeschraubt. An den beiden Enden des Rohres in seinem Inneren waren gekreuzte Turmalinplatten vor den Oeffnungen der verschliessenden Kegel angebracht. Das ganze Rohr war am einen Ende in einem eisernen Lager auf einem Sandsteinstativ vollkommen befestigt. Das andere Ende war mit einer durchbohrten eisernen Axe conaxial verbunden und letztere lag in einem auf einer festen eisernen Säule befindlichen Axenlager. Seitliche, starke, eiserne Arme gestatteten so der Röhre eine Drillung zu geben, welche mittelst Spiegelablesung bestimmt wurde. Die Röhre war von sechs grossen und sechs darin liegenden kleineren Rollen, von 3 mm dickem Kupferdraht (Widerstand $6 \times 0{,}66 + 6 \times 0{,}11$ Q.-E.), welche alle hinter einander verbunden waren, umgeben. Die Drehung der Polarisationsebene wurde bei abwechselnder Stromesrichtung durch die Drehung des nicht festgelegten Endes des Rohres bestimmt, bei der das Maximum der Dunkelheit bezw. die Uebergangsfarbe eintrat. Die Drehung entspricht also dem hellsten Theil des Spectrums bezw. dem mittleren Gelb. Das Rohr war mit einem starken schmiedeeisernen Ansatzrohr verbunden. Nachdem beide durch eine Compressionspumpe mit Gas von 70 bis 80 Atmosphären Druck gefüllt waren, wurde in das letztere Rohr Glycerin eingepresst, wodurch das Gas auf nahe 300 Atmosphären comprimirt werden konnte. Dasselbe wurde nach dem Versuch in ein Gasometer übergeführt, so dass im Apparate nur Gas von Atmosphärendruck blieb. Durch Wägung des aus dem Gasometer austretenden Wassers konnte das Verhältniss des

[1]) Kundt und Röntgen, Wied. Ann. 6, 332, 1879; 8, 278, 1879.

bei hohem Druck im Apparat enthaltenen Gases zu dem denselben bei Atmosphärendruck erfüllenden, d. h. die Compression bestimmt werden.

Der Strom von 32 Bunsen'schen Elementen wurde mittelst eines grossen Quecksilbercommutators den Spiralen zugeführt. Als Maass der Stromstärke diente die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene in einer 5 cm langen, in die Drahtrolle eingelegten Säule von flüssigem Schwefelkohlenstoff. Alle Werthe wurden auf die (doppelte) Drehung von 3,8° in letzterer reducirt.

In einem Rohr von der Länge der Versuchsröhre voll Schwefelkohlenstoff betrug für Natriumlicht bei der entsprechenden Stromstärke die Drehung 62 Grad 48 Minuten.

1476 Sind D die Drucke in Atmosphären, d die Dichten der Gase, bei denen die Drehung bei obiger Stromstärke einen Grad betragen würde, R die mittleren Drehungen der Gase bei dem Druck einer Atmosphäre, die des Schwefelkohlenstoffes gleich Eins gesetzt, so ergiebt sich:

	Wasserstoff				Sauerstoff			Luft		Kohlenoxyd		Sumpfgas	
D	121	139	199	210	70	190	237	114	227	172	222	113	190
d	123	119	108	112	102	106	115	94	81	59	64	43	36
$10^7 R$	1379				1474			1819		2589		4031	

Bei allen Gasen erfolgt die Drehung im gleichen (positiven) Sinne, wie bei Wasser und Schwefelkohlenstoff, sie ist im Allgemeinen um so grösser, je grösser der Brechungsexponent ist.

1477 Bei weiteren noch genaueren Versuchen [1]) mit einer Gramme'schen Maschine wurde das Glycerin durch einen Hahn abgeschlossen, damit es das etwa absorbirte Gas nachher nicht wieder ausgab. Die kleinen Drahtrollen wurden entfernt, so dass das Versuchsrohr frei war und sich nicht mehr erwärmte. Das Eisenrohr wurde durch ein aufgeschlitztes Messingrohr ersetzt und die Drehung in den Gasen (für Kalklicht) mit der einer gleich langen Wassersäule (für Natriumlicht) verglichen.

Zur Reduction der Drehungen gegen Wasser auf die gegen Schwefelkohlenstoff wurde das Verhältniss der letzteren Drehungen zu einander bei 20° gleich 3,28 bestimmt (nach Becquerel und Bichat bei 17° = 3,25).

Das Verhältniss der Drehungen R der Gase für den Druck einer Atmosphäre gegen die des Wassers gleich Eins (I) bezw. flüssigen Schwefelkohlenstoff (II) war:

[1]) Kundt und Röntgen, Wied. Ann. 10, 257, 1880.

	Wasserstoff	Sauerstoff	Stickstoff	Luft	Kohlenoxyd
I. $10^6 R$	429	354	415	413	753
II. $10^6 R$	132	109	127	127	232

Stickstoff, Luft und Wasserstoff haben also nahe die gleiche, Sauerstoff eine etwas kleinere Drehung.

Der Werth $n^2(n^2 - 1)$ ist für Stickstoff $60 . 10^{-5}$, für Wasserstoff $28 . 10^{-5}$, demnach ist $R/n^2(n^2 - 1)$ bei Wasserstoff etwa doppelt so gross wie bei Stickstoff. Die Berechnung von H. Becquerel stimmt also nicht.

Sämmtliche Gase, mit Ausnahme des Sumpfgases, waren rein. Die Werthe für Wasserstoff und Kohlenoxyd stimmen mit den früher erhaltenen gut überein, ebenso die Werthe für Luft und Stickstoff im Allgemeinen mit den von H. Becquerel gefundenen.

1478 Bei einem Versuch mit Schwefelkohlenstoffdampf in einer von warmem Wasser umgebenen Messingröhre von 3,6 m Länge, welche auf 3 m Länge mit Spiralen umgeben war, fand Bichat [1]) eine Drehung von sechs Minuten, während sich entsprechend der Aenderung der Dichtigkeit aus der Drehung des flüssigen Schwefelkohlenstoffs der Werth von 11 Minuten ergeben würde.

Die Drehung nimmt also beim Uebergang aus dem flüssigen in den gasförmigen Zustand viel schneller ab als die Dichtigkeit.

In Dampfform zeigte nach Bichat weder Zinnchlorid, noch Bromsilicium eine Drehung, obgleich das Verhältniss der Dichtigkeiten des Dampfes und der flüssigen Verbindungen nach der starken Drehung in letzteren wohl eine solche erwarten liess.

1479 Nimmt man an [2]), wenn n_1 und n die Brechungsindices bei dem Druck p_1 und der Temperatur t, bezw. bei 760 mm Druck und 0° sind, dass $(n_1 - 1)/(n - 1) = p/760 . 1/(1 + \alpha t)$ ist, wo α der Ausdehnungscoëfficient, und ferner, wenn die magnetischen Drehungen bei den Brechungsindices n_1 und n bezw. R_1 und R sind, dass die von H. Becquerel angegebene Relation:

$$R/n^2(n^2 - 1) = R_1/n_1^2(n_1^2 - 1)$$

gilt, so folgt hieraus, dass, wenn die magnetische Drehung für flüssigen Schwefelkohlenstoff gleich Eins ist, die Drehung für Schwefelkohlenstoffdampf von 0° und 760 mm Druck 0,000710 sein müsste, eine Zahl, die etwas grösser ist, als die von H. Becquerel gefundene.

Ebenso findet Bichat für schweflige Säure bei 20° und 2460 mm Druck (gesättigten Dampf) die Drehung gleich 0,000893 gegen die von Schwefelkohlenstoff gleich 1, was für 0° und 760 mm Druck 0,000293 ergeben würde.

---

[1]) Bichat, Compt. rend. 88, 712; J. de Phys. 8, 204, 1879; Beibl. 3, 525. — [2]) Bichat, J. de Phys. 9, 275, 1880; Beibl. 4, 899.

Für gasförmige schweflige Säure ist $n = 1{,}000665$; also ist das Verhältniss $R/n^2(n^2 - 1) = 0{,}22$, ganz wie H. Becquerel für die meisten Gase findet (womit aber die Beobachtung von H. Becquerel selbst für schweflichte Säure nicht stimmt); für flüssige schweflige Säure ergiebt sich bei 18,5° C. für die Linie D $n = 1{,}344$, also obiges Verhältniss gleich 0,24, d. h. nahe dieselbe Zahl. Die von H. Becquerel gefundene Beziehung bestätigt sich also auch bei den Gasen sehr annähernd [1]).

1480 Es ist noch nöthig, die magnetische Drehung der Polarisationsebene in einer Substanz auf absolutes Maass zu reduciren.

Als Einheit der Drehung können wir die Drehung in Bogenmaass bezeichnen, welche ein Strahl von einer gegebenen Wellenlänge erleidet, wenn er durch eine Schicht einer Substanz von der Länge Eins (1 cm) in der Richtung der Magnetkraftlinie in einem gleichartigen Magnetfelde von der Stärke Eins (1 C.-G.-S) hindurchgeht.

Nach Maxwell ist die absolute Einheit der Drehung in einer bestimmten Substanz für eine bestimmte Wellenlänge gleich der im Bogenmaass gemessenen Drehung dividirt durch die Potentialdifferenz an der Ein- und Austrittsstelle des Strahles in und aus dem Magnetfelde (vgl. §. 1426).

Die so definirte Constante wird auch als Verdet'sche Constante bezeichnet.

1481 Der Bestimmung dieser Constante hat sich Gordon [2]) unterzogen. Eine fünf Fuss (152 cm) lange, mit Schwefelkohlenstoff gefüllte, an ihren Enden mit Glasplatten geschlossene Röhre wurde in eine vom Strom durchflossene Spirale gebracht und die Drehung der Polarisationsebene für eine bestimmte Farbe gemessen, welche aus einem durch ein Prisma entworfenen Spectrum mittelst eines mit einem Spalt versehenen Schirmes ausgelesen und durch die Röhre geleitet wurde.

Die Zahl der Windungen der Spirale wurde auf indirectem Wege bestimmt.

Hiernach beträgt in einer Länge von 1 cm in Schwefelkohlenstoff die doppelte Drehung der Polarisationsebene in einem gleichartigen Magnetfelde von der Intensität Eins bei 12° C. für die Thalliumlinie, deren Wellenlänge $5{,}349 \, . \, 10^{-5}$ ist, im C.-G.-S.-System in Bogenlängen $\omega = 3{,}04763 \, . \, 10^{-5}$ oder 2 . 0,05238 Minuten, bezw. für die D-Linie 2 . 0,04267 Minuten und bei 0° C. 0,0433 Minuten. Mit Hülfe der Formel von Bichat (§. 1460) folgt für 18° die Drehung

$$\omega_{18} = 0{,}0413 \text{ Minuten.}$$

[1]) Aus der Drehung der Polarisationsebene des Lichtes in der Atmosphäre unter Einfluss des Erdmagnetismus leitet H. Becquerel die Polarisationserscheinungen in derselben ab. Die weitere Betrachtung gehört nicht hierher (Compt. rend. **89**, 838; Ann. de Chim. et de Phys, **19**, 90, 1880; Beibl. **4**, 292); Compt. rend. **93**, 481, 1881; Beibl. **5**, 897. — [2]) Gordon, Phil. Trans. **167**, 1, 1877; Phil. Mag. [5] **1**, 73, 1876; Physical Treatise on Electricity and Magnetism **2**, 232, 1880.

1482 Bei den Messungen von Lord Rayleigh und Mrs. Sidgwick[1]) befand sich die Röhre voll Schwefelkohlenstoff innerhalb einer Spirale von 3684 Windungen. Eine Schwierigkeit bereitete dabei die Erwärmung derselben, wodurch Schlieren entstanden. Die Drehung wurde durch ein Nicol'sches oder doppeltbrechendes Prisma mittelst eines Halbschattenapparates beobachtet. Die Spirale war noch von einer Hülfsrolle umgeben, durch welche mittelst eines Commutators der Strom eines Leclanché-Elementes geleitet wurde, um dadurch die Gleichheit zwischen den beiden Feldern des Halbschattenapparates genauer herzustellen.

Das Licht ging dreimal durch die Röhre, die Drehung betrug 9 bis 19° für Natriumlicht, die Stromintensität $1/_2$ bis 1 Ampère.

Als Endresultat ergab sich nach der Correction für die Temperatur nach Bichat als Mittel aus 16 Beobachtungsreihen bei 18° C. die doppelte Drehung, welche einer magnetischen Potentialdifferenz Eins entspricht, gleich

$$\omega_{18} = 0{,}042002 \text{ Minuten.}$$

1483 Bei Versuchen von H. Becquerel[2]) liegt eine 3,175 m lange und 0,025 m weite, an den Enden durch planparallele Glasplatten geschlossene Kupferröhre voll Schwefelkohlenstoff in einem mit Eis oder Wasser gefüllten Holztrog und ist in der Mitte von einer etwa 0,06 m weiten, 0,07 m langen Spirale von 3256 Windungen von 0,0012 m dickem, paraffinirtem Kupferdraht umgeben. Eine zweite Spirale von 1038 Windungen wurde neben die erste gebracht. Wäre die Röhre unendlich lang, so wäre das gesammte Magnetfeld bei der ersten Spirale 1,000152, bei der zweiten 1,000162 mal grösser, als bei der wirklichen Länge der Röhre.

Der von einer Kupfersulfatkette gelieferte, sehr constante Strom wurde durch die eine oder die andere der beiden Spiralen oder durch beide geleitet und die doppelte Drehung bei Umkehrung des Stromes gemessen. Letzterer durchfloss ein Deprez'sches Galvanometer als Indicator; seine absolute Intensität wurde an einem Silbervoltameter bestimmt. Die Temperaturcorrection geschah nach der Formel von Bichat. Da eine Spirale von n Windungen, durch welche ein Strom von der Intensität J fliesst, in der Richtung ihrer beiderseits bis in die Unendlichkeit verlängerten Axe ein von den Dimensionen der Spirale unabhängiges Magnetfeld von der Gesammtintensität $4\pi n J$ erzeugt, so ergiebt sich aus diesen Versuchen, wenn nach den erwähnten Correctionen die beobachtete Drehung $R = \omega . 4\pi n J$ ist:

$$\omega \; 0{,}04341 \text{ Min. (C.-G.-S.)}$$

---

[1]) Lord Rayleigh und Mrs. Sidgwick, Proc. Roy. Soc. 37, 146, 1884; Beibl. 9, 58. — [2]) H. Becquerel, Compt. rend. 100, 1374, 1885. Ann. de Chim. et de Phys. [6] 6, 145; J. de Phys. [2] 4, 437, 1885; Beibl. 9, 595; 10, 196.

für die Temperatur 0° und Natriumlicht, welcher Werth auf $^1/_{500}$ genau erscheint. Für 18° folgt hieraus

$$\omega_{18} = 0{,}04130.$$

Bei Vertauschung der Kupferröhre mit einer Glasröhre ergaben sich kaum Veränderungen der Drehung.

1484

L. Arons[1]) hat die Bestimmung in folgender Weise vorgenommen. Eine grosse, mit Kühlwasser umgebene, 14,76 cm lange Rolle von in zwei Lagen neben einander gewickeltem Kupferdraht von 0,3 cm Dicke, deren Schichtenzahlen und Windungszahlen in jeder Schicht, und Dicken jeder Schicht an verschiedenen Stellen durch ein herumgelegtes Bandmaass mittelst Einstechen gemessen waren, hatte 878,3 Windungen und eine Windungsfläche von 42 815,5 qcm. Von dem durch die Rolle geleiteten Strom von 4 bis 6 Bunsen (8 bis 10 Amp.) war ein Theil unter Einschaltung eines regulirbaren Widerstandes abgezweigt. Durch die Rolle und ein Silbervoltameter wurde zuerst ein Strom von 3 Daniell 15 Min. lang geleitet. Kannte man den Widerstand der Rolle und den des Galvanometerkreises, so folgte daraus der Reductionsfactor des Galvanometers. — Bei dem eigentlichen Versuche würde das Voltameter ausgeschaltet und der Widerstand so regulirt, dass das Galvanometer den früheren Ausschlag zeigte. Dann konnte man umgekehrt aus dem Reductionsfactor desselben und dem Widerstande der Rolle und des Galvanometers die Stromstärke in der Rolle berechnen.

In die Röhre passte eine nur 41,6 cm lange, an beiden Enden mit planparallelen Glasplatten geschlossene Glasröhre voll destillirtem Wasser. Die Stärke des Magnetfeldes in dem Rohre konnte nach der Formel von Haedenkamp berechnet werden, wobei die Glieder mit r^4 zu vernachlässigen waren.

Das Licht einer Bunsen'schen, mit Natriummetall gespeisten Flamme ging durch das polarisirende Nicol und eine Savart'sche Doppelplatte, die mit dem analysirenden Nicol fest verbunden war, so dass ihre Axe einen Winkel von 45° mit seinem Hauptschnitte bildete.

Das Verschwinden der Interferenzstreifen, wenn die Axen der Platte parallel und senkrecht zur Schwingungsebene des aus der Röhre austretenden Lichtes stehen, wurde mittelst eines Fernrohres beobachtet.

Aus diesen Versuchen ergiebt sich für Wasser bei 23° für Natriumlicht in Bogenmaass:

$$\omega = 0{,}3767 \,.\, 10^{-5} \mathrm{cm}^{-1/2} \mathrm{g}^{-1/2} \,.\, sec^1$$

bezw. 0,01295'.

Aus Versuchen mit dem Jellet'schen Prisma folgt $(\omega) = 0{,}01299$. — Aus den Angaben von Gordon und H. Becquerel würde sich $\omega = 0{,}3692 \,.\, 10^5$ ergeben.

---

[1]) L. Arons, Wied. Ann. **24**, 161, 1885.

1485 Köpsel[1]) hat die absolute Drehung in chemisch reinem Schwefelkohlenstoff mittelst des Lippich'schen Halbschattenphotometers bestimmt. Als Polarisator und Analysator dienten Glan'sche Prismen, letzteres mit einem Fernrohre. Zwischen beide wurde eine 1 m lange, noch von einem zweiten Wasserrohre behufs der Wasserspülung umgebene Messingröhre mit Schwefelkohlenstoff eingelegt, die an beiden Enden durch planparallele Glasplatten geschlossen war. Die die Röhre umgebende Rolle ist 19,8 cm lang, von 1,45 cm innerem, 4,86 cm äusserem Radius und hat 5250 Windungen. Als Lichtquelle dient eine Landolt'sche Natriumlampe. Der Strom wird durch eine frisch aufgebaute Grove'sche Säule von 6 bis 23 oder eine Säule von 6 Daniell'schen Elementen erzeugt. Die Stromstärke wurde direct durch das Silbervoltameter gemessen. Nach Berechnung der erforderlichen Daten ergab sich für Natriumlicht in Schwefelkohlenstoff bei 18°:

$$\omega = 0{,}0419\,913 \pm 0{,}0_5\,78.$$

Dies weicht von dem von Lord Rayleigh erhaltenen Werthe nur um 0,025 Proc. ab.

1486 H. Becquerel hatte die einfache magnetische Drehung der Polarisationsebene durch den Erdmagnetismus (§. 1416) in einem 1 cm langen Rohre voll Schwefelkohlenstoff für gelbes Licht bei 0° gleich 0,0435 Min. gefunden. Danach ist die Drehung bei 0° zwischen zwei 0,1 m von einander entfernten Stellen in einem gleichförmigen Magnetfeld 0,0463 ± 0,0004 Minuten.

Nach der Formel von Bichat würde diese Drehung für 18°

$$\omega_{18} = 0{,}0452\,.\,\mathrm{Min.}$$

ausmachen. Diese Zahl ist wesentlich grösser als der von den anderen Beobachtern gefundene Werth. Bei der Kleinheit der erdmagnetischen Kraft gegenüber den bei den anderen Beobachtungen angewandten Magnetfeldern ist diese Abweichung wohl erklärlich.

1487 Die Dimensionen von ω sind:

$$[\omega] = [\mathbf{M}^{-1/2}\mathbf{L}^{-1/2}\mathbf{T}],$$

wenn **M** die Masse, **L** die Länge, **T** die Zeit bezeichnen.

1488 Erzeugt man in einem Stück schweren Glases oder in einer Flüssigkeit die Drehung der Polarisationsebene durch einen in einer Spirale herumgeleiteten Strom, so tritt die Drehung sogleich in ihrer ganzen Stärke auf. Bei Umkehrung der Stromesrichtung zeigt sich der Wechsel der Drehungsrichtung sofort. Wird die Drehung aber durch einen Elektromagnet bewirkt, so erreicht sie erst allmählich (nach mehreren Secunden) ein Maximum und ändert sich bei Umkehrung der Magnetisirung vollständig erst nach einiger Zeit. Dieses verschiedene Verhalten bei

[1]) Köpsel, Wied. Ann. 26, 456, 1885.

Anwendung von Strömen und Elektromagneten beweist, dass die Verzögerung des Auftretens der Drehung bei letzteren nur dem langsameren Anwachsen ihrer Magnetisirung bis zu ihrer normalen Grösse, nicht aber oder nur zum geringsten Theil, einer Art von Trägheit in den durchsichtigen Körpern zuzuschreiben ist.

1489 Auch die Polarisationsebene der strahlenden Wärme wird durch magnetische Einflüsse gedreht.

Wartmann[1]) leitete einen durch eine Glimmersäule polarisirten Wärmestrahl von einer Locatelli'schen Lampe durch einen Steinsalzcylinder, welcher sich zwischen den Polen eines Elektromagnetes oder in einer Drahtspirale befand, und sodann durch eine zweite Glimmersäule, deren Schwingungsebene gegen die der ersten senkrecht war. Fielen die Wärmestrahlen auf eine mit einem empfindlichen Galvanometer verbundene Thermosäule, so zeigte dasselbe keine Wärme an, so lange kein Strom die den Steinsalzcylinder umgebende Spirale durchfloss oder der Magnet nicht in Thätigkeit war. Sobald indess das letztere geschah, schlug die Nadel des Galvanometers aus, so dass die Polarisationsebene der Wärme im Steinsalz gedreht worden war.

Bei diesen Versuchen ist die allergrösste Vorsicht nöthig, damit nicht etwa die durch den galvanischen Strom in den Leitungsdrähten und dem Magnet erzeugte Wärme das Steinsalz direct erwärmt oder direct auf die Thermosäule strahlt.

1490 Da es sehr schwierig ist, bei Einstellung der beiden Glimmersäulen in gekreuzter Lage die Wärmewirkung nachzuweisen, haben de la Provostaye und Desains[2]) die Methode von Wartmann abgeändert. Sie bedienen sich an Stelle des polarisirenden und analysirenden Apparates zweier um 45° gegen einander gedrehter Nicol'scher Prismen, legen zwischen dieselben ein Stück Faraday'sches Glas und lassen directes Sonnenlicht auf eine 4 m entfernte Thermosäule hindurchfallen. Das Glas befindet sich in axialer Lage zwischen den Polen eines starken Elektromagnetes. Beim Schliessen des magnetisirenden Stromes in der einen oder anderen Richtung vermehrt oder vermindert sich der Ausschlag der Nadel des mit der Thermosäule verbundenen Galvanometers. — Ohne das Prisma von Faraday'schem Glase bewirkt die Umsetzung der Stromesrichtung keine Ablenkung der Galvanometernadel; ein Beweis, dass alle störenden Elemente vermieden sind.

1491 Weitere Versuche nach der Anordnung von de la Provostaye und Desains hat Grunmach[3]) angestellt, wobei die Körper sowohl in Drahtspiralen eingelegt, als auch zwischen die Pole eines starken Elektromagnetes gebracht wurden. Als Wärmequelle diente Sonnenlicht.

[1]) Wartmann, Compt. rend. 22, 745, 1846; Pogg. Ann. 71, 573, 1847. — [2]) de le Provostaye und Desains, Ann. de Chim. et de Phys. [3] 27, 232, 1849; Pogg. Ann. 78, 571. — [3]) Grunmach, Wied. Ann. 14, 85, 1882.

Die Stärke des Magnetfeldes wurde bestimmt, indem zwischen die Magnetpole ein mit einer Spirale umgebener Eisenstab an dieselbe Stelle gebracht und mittelst einer Schiebevorrichtung eine Eisenplatte seinem Ende je um die gleiche Grösse genähert und von ihm entfernt wurde. Die in der Spirale inducirten Ströme wurden vermittelst eines Galvanometers gemessen. Dabei ergaben sich im Allgemeinen die gleichen Resultate, wie bei der Drehung der Polarisationsebene der leuchtenden Strahlen. Die Drehung ist bei den untersuchten Stoffen, Glas, Schwefelkohlenstoff, Terpentinöl, Wasser, Alkohol, im Sinne des die Spirale, bezw. die Magnetpole umfliessenden Stromes, die Grösse der Drehung ist um so bedeutender, je grösser der Brechungsindex der Substanzen ist, bei Einwirkung des Magnetes ist sie proportional der auf den Körper wirkenden magnetischen Kraft und abhängig von der Länge desselben.

1492 Bei dem Durchgang des Lichtes durch durchsichtige, dem magnetischen Einfluss ausgesetzte Körper kann man annehmen, dass die Strahlen in zwei circular polarisirte zerfallen, deren Wellenlänge λ in entgegengesetztem Sinne geändert wird. Da die Wellenlänge $\lambda = VT$, gleich dem Product aus der Fortpflanzungsgeschwindigkeit und der Schwingungsdauer ist, so könnte die Veränderung von λ entweder 1) wie im Quarz durch die Veränderung von V bei gleichbleibendem T, oder 2) umgekehrt von T bei gleichbleibendem V bedingt sein. Endlich könnte 3) in dem Körper gar keine Zerlegung des polarisirten Strahles eintreten, sondern einfach die Polarisationsebene mit den rotirenden Molecülen allmählich mehr und mehr abgelenkt werden.

Zur Entscheidung hierüber legte Righi [1]) eine mit Schwefelkohlenstoff gefüllte, an den Enden durch Glasplatten geschlossene Röhre von Kupfer in die Axe einer Spirale ein und leitete durch letztere den Strom von 20 Bunsen'schen Elementen. Die von einem Spiegel in horizontaler Richtung reflectirten Strahlen fielen auf einen verticalen Spalt, dann auf eine verticale Cylinderlinse, welche von letzterem ein feines, reales Bild entwarf, darauf auf die Fresnel'schen Spiegel und auf eine achromatische Linse von 40 cm Brennweite. Somit wurden zwei reale Bilder des Spaltes gebildet, die auf einem Schirm in einem Abstand von etwa 3 bis 4 mm erschienen. An der Stelle dieser beiden Bilder wurde, um die beiden entsprechenden Strahlen circular zu polarisiren, ein Nicol'sches Prisma und eine Bravais'sche Platte aufgestellt, auf deren beide in einer verticalen Linie zusammentreffende Hälften die Strahlen fielen. Das Nicol'sche Prisma und die Platte waren in die Enden einer Messingröhre eingesetzt, in welcher und mit welcher sie gedreht werden konnten. Um die Platte richtig zu stellen, wurde erst ohne dieselbe vor die Röhre ein zweites, um 90° gegen das erste gedrehtes Nicol gestellt; dann die Platte in solcher Lage eingeführt, dass das Licht aus-

[1]) Righi, Nuovo Cimento [3] 3, 212, 1878; Beibl. 2, 715.

gelöscht blieb, und nun die Platte um 45° gedreht. Dann gingen die Strahlen durch die Flüssigkeit und in ein mit einem Nicol, einem Turmalin oder einem doppeltbrechenden Prisma versehenes Ocular mit verschiebbarem Faden.

Bei jeder Aenderung der Stromrichtung in der die Flüssigkeit umgebenden Spirale wurde die Verschiebung der Franzen mittelst der Mikrometerschraube des Oculars gemessen. Eine in einen abgezweigten Theil der Leitung des Stromes eingefügte Bussole diente zur Bestimmung der Constanz der Stromintensität zwischen je zwei Messungen. Vorher wurde ohne diese Apparate mittelst des Doppelkeils und der Doppelplatte eines Soleil'schen Saccharimeters die Drehung der Polarisationsebene durch die Einwirkung des Stromes bestimmt.

Ist die Drehung der Polarisationsebene gleich α^0, so muss, wenn der polarisirte Strahl aus zwei circularen, sich verschieden schnell fortpflanzenden Strahlen besteht, zwischen letzteren eine Phasendifferenz von $2\alpha^0$ oder von $\alpha\lambda/180$ Wellenlängen eintreten. — Verschieben sich also für einen Wegunterschied von λ die Franzen um den ganzen Zwischenraum δ zwischen zweien von ihnen, so würde der Drehung α eine Verschiebung von $\alpha\delta/180$ entsprechen.

Bei den Versuchen betrug die direct beobachtete Drehung der Polarisationsebene je nach der Stromesrichtung $\pm 5^0$, die Verschiebung der Franzen bei der Umkehrung des Stromes sehr nahe $^1/_{18}$ ihres Abstandes, was mit obiger Hypothese stimmt. Das Verhalten des Lichtes in den dem magnetischen Einfluss ausgesetzten Flüssigkeiten ist also ganz dasselbe, wie im Quarz. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der circular polarisirten Strahlen wird je nach ihrer Schwingungsrichtung geändert. Würde dagegen nach Hypothese 2) die Dauer der circularen Schwingungen geändert, und bewahrten sie dieselbe Aenderung auch nach dem Austritt, so müssten die Franzen entweder in dem Gesichtsfeld fortwandern oder verschwinden, da Licht von verschiedener Schwingungszahl nicht interferirt. Beständen die circularen Schwingungen nach Hypothese 3) aus zwei auf einander senkrechten, deren Schwingungsebenen einfach gedreht würden, so würde dies einer Beschleunigung der Oscillationen selbst entsprechen und somit müssten die Resultate mit denen nach Hypothese 2) zusammenfallen.

Als einfachste Annahme wäre hinzustellen, dass die beiden circularpolarisirten Strahlen um gleich viel in ihrer Fortpflanzungsgeschwindigkeit beschleunigt und verzögert werden, also die mittlere Geschwindigkeit des Lichtes durch den magnetischen Einfluss nicht geändert wird.

Indess gestatten die vorliegenden Versuche keine Entscheidung darüber, ob nicht etwa im Gegentheil die Geschwindigkeiten der beiden Strahlen sehr verschieden von denen im nicht magnetisirten Medium wären. Im letzteren Fall würde sich in demselben auch für einen nicht

circular, sondern linear polarisirten Strahl eine Geschwindigkeitsänderung erwarten lassen.

Bei Anwendung linear polarisirten Lichtes wurde indess nie eine Verschiebung der Franzen beobachtet, weder bei Anwendung von Schwefelkohlenstoff, noch von Wasser, Alkohol, Chlorzink-, Eisenchlorür- oder Eisenvitriollösung.

Wurde in den Weg des Lichtstrahles eine Glimmerplatte von $^1/_4$ Wellenlänge eingefügt, deren Hauptaxen mit der Polarisationsebene des Polarisators einen Winkel von 45° bildeten, so erhielt man die Interferenz zweier in gleichem Sinne circularer Lichtstrahlen und beobachtete bei den die Polarisationsebene stark drehenden Substanzen, wie Chlorzink und Schwefelkohlenstoff, bei jeder Schliessung und Oeffnung oder Umkehrung des magnetisirenden Stromes eine Verschiebung der Franzen.

1493 Ganz ähnliche Versuche hat fast gleichzeitig H. Becquerel[1]) angestellt.

Die Strahlen einer Hydrooxygen-Kalklampe gehen durch ein Nicol'sches Prisma und eine $^1/_4$ Wellenlänge-Glimmerplatte, deren Axen gegen die des Nicols um 45° geneigt sind, durch einen Spalt, eine Linse, welche sie parallel macht, dann durch zwei sehr nahe an einander gestellte Spalte und so in zwei getrennten Lichtstrahlen durch zwei gleiche, aus demselben Stück geschnittene schwere Flintglasparallelepipede. Sie werden darauf durch eine Linse vereint und die Franzen in ihrem Brennpunkte durch eine starke Lupe, eventuell mit Ocularmikrometer, beobachtet. Das eine Parallelepiped befindet sich zwischen den durchbohrten Polen eines starken Elektromagnetes in axialer Lage, das andere ausserhalb derselben in der Verlängerung ihrer Verbindungslinie. Alle Theile des Apparates sind unabhängig von einander und stehen durchaus fest.

Bei der Erregung des Magnetes verschoben sich die Franzen je nach der Richtung des magnetisirenden Stromes nach rechts oder links. Bei Drehung des Glimmerblättchens um 90° wurden diese Verschiebungen die entgegengesetzten.

Zugleich wurde die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene eines geradlinig polarisirten Strahles beobachtet. So betrug z. B. die Verschiebung einer Franze bei Umkehrung des Stromes etwa 0,07 des Abstandes zweier Franzen, während die dabei erfolgende Aenderung der Drehung für das gelbe Licht in beiden Parallelepipeden zusammen 24° 26′ ausmachte. Nach Fresnel entspricht einer Drehung Δ der Polarisationsebene im Quarz eine Phasendifferenz der beiden interferirenden, entgegengesetzt circular polarisirten Strahlen von Δ/π. Jeder Strahl erleidet also eine Phasenänderung um $\Delta/2\pi$, d. h. im vorliegenden Versuch um $24° 26'/360° = 0{,}06$, statt der beobachteten 0,07.

---

[1]) H. Becquerel, Compt. rend. 88, 334, 1879; Beibl. 4, 624; siehe auch Brace, Wied. Ann. 26, 587, 1885.

Man kann also auch hier die geradlinig polarisirten Strahlen als aus zweien entgegengesetzt circularen, aber sonst gleichen zusammengesetzt ansehen, welche durch die Einwirkung des Magnetes verschieden verzögert werden und bei der Interferenz die oben beobachtete Verschiebung der Franzen zeigen.

1494 Die Gestalt der Lichtwellenfläche eines isotropen Mittels in einem homogenen magnetischen Felde ist von Cornu[1]) berechnet worden.

Sind v' und v'' die Geschwindigkeiten, mit welchen sich in dem Körper links und rechts circular polarisirte Wellen fortpflanzen in einer Richtung, welche einen Winkel α mit der magnetischen Kraft bildet, so ist nach den Versuchen von Verdet:

$$v'' - v' = 2k\mathfrak{H}\cos\alpha,$$

wo $\mathfrak{H}$ die Intensität des magnetischen Feldes vorstellt und $2k$ eine Constante ist. Da nach Cornu[2]) ohne Einwirkung des Magnetismus für jede Richtung die halbe Summe von v' und v'' der gemeinschaftlichen Geschwindigkeit v gleichkommt, mit welcher sich links und rechts circular polarisirte Wellen fortpflanzen, so erhält man:

$$v' = v - k\mathfrak{H}\cos\alpha, \qquad v'' = v + k\mathfrak{H}\cos\alpha.$$

Während dieselbe für $\mathfrak{H} = 0$ eine Kugel ist, besteht sie im magnetischen Felde aus zwei gleich grossen Kugeln, deren Mittelpunkte sich zu beiden Seiten des Centrums der Lichtbewegung befinden; dabei ist jeder Mittelpunkt von diesem Centrum um $k\mathfrak{H}$ entfernt (wenn man die Wellenfläche für die Zeiteinheit construirt), und es liegen die drei genannten Punkte auf einer Geraden, welche die Richtung der magnetischen Kraft hat.

Da eine Ebene, welche der magnetischen Kraft parallel ist, die Wellenfläche in zwei Punkten berühren kann, so muss senkrecht zu den Magnetkraftlinien eine Doppelbrechung eintreten, wenn auf das Mittel Licht senkrecht zu jener Ebene fällt. Es müssen dann zwei Lichtstrahlen, der eine links und der andere rechts circular polarisirt entstehen, deren Richtungen durch die Verbindungslinien des Centrums der Wellenfläche mit den erwähnten Berührungspunkten gegeben werden.

1495 Die Annahme von Cornu ist, dass für isotrope Medien ohne magnetische Einwirkung die halbe Summe der Geschwindigkeiten der rechts- und linkspolarisirten Strahlen der gemeinschaftlichen Geschwindigkeit v gleichkommt. Deshalb ist die von ihm angegebene Form der Wellenfläche nicht unbedingt bewiesen. — Nach Fleischl[3]) besteht die Wellenfläche aus zwei Rotationsellipsoiden, deren Mittelpunkte um den

---

[1]) Cornu, Compt. rend. 99, 1045, 1884; Beibl. 9, 273. — [2]) Ibid. 92, 1365, 1881; Beibl. 6, 236. — [3]) Fleischl, Wien. Ber. [2] 90, 1151, 1884. Fortschr. d. Phys. [2] 40, II. 36.

Abstand der Brennpunkte aus einander liegen; nach Sternberg aus einem Paar congruenter Rotationsflächen, deren erzeugende Curven verschieden sein können, u. a. auch zwei in der Richtung der Kraftlinien gegen einander verschobene Ellipsoide. Zwischen den Möglichkeiten ist nicht zu entscheiden, da die Annahme Cornu's nicht sicher ist. Ist sie annähernd richtig, so genügen ein Paar Flächen vierter Ordnung und ein Paar Rotationsellipsoide von kleiner Ellipticität für die Wellengeschwindigkeitsoberfläche [1]).

2. Drehung der Polarisationsebene bei der Reflexion von magnetischen Flächen.

1496 Auch bei der Reflexion des Lichtes von einem Magnetpol wird nach Kerr [2]) die Polarisationsebene gedreht. Die Versuche wurden folgendermaassen angestellt.

Das Licht einer sehr hellen Paraffinflamme fällt durch ein Nicol'sches Prisma in einem in der Verticalebene liegenden Einfallswinkel von 60 bis 80° (meist 75°) auf die etwa 25 cm entfernte, wohl polirte verticale Endfläche des einen Schenkels eines kräftigen Elektromagnetes. Seine Schenkel sind 25 cm lang, 5 cm dick und mit etwa je 17 kg Kupferdraht in 200 parallelen Doppelwindungen umwunden, durch welche der Strom von sechs kleinen Grove'schen Elementen fliesst. Der reflectirte Strahl geht in dem Abstande einiger Centimeter durch das analysirende Prisma. Das polarisirende Prisma hat meist seine Polarisationsebene der Einfallsebene parallel. An der Reflexionsstelle wird dem Magnete ein Eisenstück von 7 cm Länge und 5 cm im Quadrat Querschnitt mit seinem einen zu einem vorn wohl abgerundeten Keile zugeschärften Ende so gegenüber gestellt, dass seine vordere Kante horizontal steht. Holzstäbchen zwischen dem Magnet und dem Eisenkeil halten letzteren im richtigen Abstande vom Magnete fest. Das Flammenbild erscheint dann als ein horizontaler Streifen.

Wird das analysirende Nicol so gestellt, dass es das Licht möglichst auslöscht, so erscheint letzteres beim Schliessen des magnetisirenden Stromes wieder, kann aber nicht wieder durch Drehung des analysirenden Prismas ausgelöscht oder wesentlich geschwächt werden, so dass es nahezu in der gleichen Lage des Nicols, wie vor der Magnetisirung, am wenigsten hell erscheint.

Wird das polarisirende Nicol sehr wenig rechts herum (von dem Magnete aus gesehen in der Richtung der Bewegung des Uhrzeigers) gedreht, und ist der reflectirende Magnetpol ein Nordpol, so erscheint das Licht viel heller, ist er ein Südpol, so erscheint es dunkler, als vor

---

[1]) Sternberg, Wien. Ber. [2] 94, 1886; Beibl. 11, 280. — [2]) J. Kerr, Phil. Mag. [5] 3, 321, 1877; Beibl. 1, 357. Die Versuche sind mit Erfolg wiederholt von Gordon, Phil. Mag. [5] 4, 104; Beibl. 1, 585.

der Magnetisirung, oder verschwindet ganz. Beim Oeffnen des Stromes erscheint es sofort wieder. Wird das polarisirende Nicol nach links gedreht, so sind die Erscheinungen die umgekehrten.

Geringe Aenderungen der Neigung des Magnetes können die Erscheinungen ändern, wenn dadurch die Einfallsebene gegen die Polarisationsebene verschieden geneigt wird; ist z. B. eine nach beiden Seiten abfallende schwache Erhöhung in der Mitte des Lichtstreifens vorhanden, so kann je nach der Stellung des polarisirenden Nicols beim Magnetisiren des Magnetes die eine Hälfte dunkel, die andere hell erscheinen.

Die Reflexion vom Nordpol liefert demnach eine links gerichtete Drehung der Polarisationsebene, die vom Südpol eine rechts gerichtete; die Drehung ist den Molecularströmen des Magnetes entgegen gerichtet.

Von dem noch unmagnetischen Pol des Magnetes wird bei einer kleinen Drehung des polarisirenden Prismas nach rechts ein links schwingender, elliptisch polarisirter Strahl reflectirt, und die auf einander senkrechten Hauptaxen der Schwingungen liegen || und $\perp$ zur Einfallsebene.

Aehnlich wie bei den Bd. II, §. 216 besprochenen Versuchen wird eine 3 mm dicke, 3 cm breite und 18 cm lange, nicht gepresste Glasplatte zwischen den (vorläufig unmagnetischen) Magnetpol und das analysirende Prisma mit ihrer Ebene senkrecht zur Richtung des Strahles gebracht, so dass ihre Längsrichtung mit der Reflexionsebene einen Winkel von 45^0 macht und rechts nach unten weist. Wird dann das analysirende Prisma ein wenig nach rechts gedreht und die Glasplatte mittelst der Finger gedehnt, so erlischt das Licht, je nach der schwächeren oder stärkeren Drehung und Dehnung mehr oder weniger, nimmt aber an Helligkeit zu bei der Compression der Platte. Wird das Nicol umgekehrt gedreht, so sind die Wirkungen entgegengesetzt.

Stehen die Nicols gekreuzt, und wird der Magnet erregt, so dass der reflectirende Pol ein Nordpol ist, so erlischt ebenfalls durch Dehnung der Glasplatte das durch die Wirkung der Magnetisirung hervorgerufene Licht.

Wird sodann das polarisirende Nicol nach rechts oder links gedreht, und der Magnet erregt, so können durch die Dehnung oder die Compression der Glasplatte die entsprechenden Wirkungen gleichfalls compensirt werden.

Aehnliche Resultate ergeben sich, wenn das analysirende Nicol ein wenig nach rechts gedreht wird. Die Erzeugung eines Nordpols verstärkt das Licht und die eines Südpols vermindert es; indess sind die Wirkungen nicht so deutlich, wie die früheren.

Bei anderen Versuchen wurde das Licht nahezu senkrecht auf die reflectirende Magnetfläche geworfen. Das durch ein horizontal gestelltes Nicol gehende Licht wird an einer unbelegten, im Winkel von 45^0 gegen 1497

den Horizont geneigten Glasplatte vertical nach unten auf den horizontal gestellten Magnetpol geworfen, auf welchen ein unten zu einem stumpfen Kegel zugespitztes, 5 cm im Quadrat haltendes, und 7,5 cm langes, der Länge nach durchbohrtes Eisenstück mit seiner Durchbohrung vertical aufgesetzt ist. Durch letztere geht der Lichtstrahl hindurch, durchläuft nach der Reflexion die Glasplatte und wird durch ein analysirendes Nicol'sches Prisma aufgefangen.

Sind die Nicols so gestellt, dass der reflectirte Strahl ausgelöscht erscheint, und wird das analysirende Nicol ein wenig nach rechts gedreht, so erlischt bei der Erzeugung eines magnetischen Südpols an der reflectirenden Fläche des Magnetes das erschienene Licht mehr oder weniger und wird bei der Erzeugung eines Nordpols heller, und umgekehrt. Wird analog ohne Magnetisirung das polarisirende Nicol ein wenig rechts gedreht, so wird das Licht durch Drehung des analysirenden Nicols nach rechts geschwächt und umgekehrt.

Bei völliger Auslöschung des Lichtes zwischen den Nicols waren die Wirkungen der Magnetisirung nicht sehr regelmässig, wohl weil sie nicht kräftig genug war.

Wird der auf den Magnet gesetzte durchbohrte Eisenblock durch einen in einem Schlitz von 0,2 mm Breite aufgeschnittenen ersetzt, welcher mit einer breiten Fläche auf dem Magnete aufliegt, so nehmen die Wirkungen mit der Entfernung desselben vom Magnete durch Zwischenlegen von Papier, Pappe, eine 0,6 cm dicke Holzplatte bis zur Unmerklichkeit ab; am stärksten sind sie, wenn die Zwischenlage 0,08 bis 0,2 mm dick ist; ist sie sehr dünn, so sind sie nicht wahrzunehmen, offenbar in Folge der geänderten Vertheilung des Magnetismus, der bei den ersten Versuchen durch das dem Magnete nahestehende keilförmige Stück Eisen an der darunter liegenden Reflexionsstelle besonders stark concentrirt wurde.

Wiederum wird also bei senkrechter Incidenz die Polarisationsebene eines von einem Magnetpol reflectirten Strahles entgegengesetzt der Richtung der Molecularströme des Magnetes gedreht.

Bei schiefer Incidenz tritt elliptische Polarisation hinzu; indess findet die magnetische Drehung auch hier in demselben Sinne statt, wie bei senkrechter Incidenz.

Legt man auf den Magnetpol eine Nickel- oder Kobaltplatte, so findet die Drehung in gleichem Sinne statt [1]).

Wird nach Barrett's Vorschlag auf die reflectirende Fläche ein dünnes, diamagnetisches Goldblatt gelegt, so zeigt sich keine Wirkung des Magnetes auf das reflectirte Licht.

1498 Ueber die Drehung der Polarisationsebene bei senkrechter Reflexion von Eisen, Kobalt und Nickel hat auch Kundt [2]) Versuche angestellt.

---

1) Hall, Sillim. J. [3] 20, 161; Phil. Mag. [5] 12, 157, 1881; Beibl. 5, 60; 6, 36. — 2) Kundt, Wied. Ann. 23, 239, 1884; 27, 198, 1886.

Er ersetzte den durchbohrten Stabanker eines durch den Strom einer Gramme'schen Maschine (16 Ampères) erregten Ruhmkorff'schen Elektromagnetes durch einen nicht durchbohrten und liess durch den andern durchbohrten Schenkel mittelst einer im Winkel von 45° gegen die Magnetaxe geneigten Glasplatte durch ein polarisirendes Nicol'sches Prisma, dessen Polarisationsebene mit der Einfallsebene zusammenfiel, Sonnenlicht auf die äquatorial gestellten Platten fallen und rückwärts reflectiren. Es ging sodann durch die Glasplatte und das analysirende Nicol'sche Prisma.

Gelangt das Licht, dessen Polarisationsebene gegen die Einfallsebene um den Winkel α gedreht ist, auf die Glasplatte, so findet bei dem Durchgang noch eine weitere Drehung statt. Nach den Fresnel'schen Formeln ist der Winkel zwischen der Polarisationsebene nach dem Durchgang und der Einfallsebene gegeben durch die Gleichung

$$tg\,\gamma = tg\,\alpha / cos^2(i - r),$$

wo i und r der Einfalls- und Brechungswinkel sind. Da i nahe 45°, der Brechungsindex des Glases etwa 1,48 ist, so sind in Folge dessen die Drehungen etwa um 10 Proc. zu vermindern[1]).

Beim Eisen, Nickel und Kobalt ist nach diesen Versuchen die Drehung der Richtung des magnetisirenden Stromes entgegengesetzt, sie nimmt mit der Dicke der Platte zu und ist bei Nickel, ebenso wie beim durchgehenden Lichte, etwa nur halb so stark, als beim Eisen und Kobalt. Auf der Oberfläche verplatinirte Spiegel drehen bei der Reflexion nicht.

Auch bei der senkrechten Reflexion an Eisen bei Vergleichung mit der in Glas nähert sich die magnetische Drehung einem Maximum. Dasselbe wird in einem Felde von etwa 20000 C.-G.-S.-Einheiten erreicht, wie bei durchgehendem Licht[2]).

1499 H. du Bois[3]) hat diese Drehungen bei Incidenzen untersucht, die unter einem Winkel gegen die Senkrechte geneigt waren, und auch für verschiedene Farben. Zunächst wurde durch ein rothes Glas geleitetes Licht eines Zirkonbrenners durch eine Beleuchtungslinse parallel auf ein Lippich'sches Halbschattenprisma, dann auf einen Magnetspiegel, auf den Analysator und in ein Fernrohr geworfen. Der Incidenzwinkel auf dem Magnet betrug etwa 3°. Als Magnete wurden fünf Rotationsellipsoide von Eisen (grosse Axe $2a = 10 - 12{,}6$, kleine $2b = 1{,}8 - 2$ cm) benutzt, an deren Axenenden Spiegel angeschliffen waren und die in

---

1) Dieser Einfluss der Glasplatte wird von Kerr und Gordon nicht erwähnt. — 2) Kundt, Wied. Ann. **27**, 198, 1886. Versuche von Hurion (Compt. rend. **98**, 1257, 1884; Beibl. **8**, 877), eine solche elektromagnetische Drehung auch bei der Reflexion von Wismuthplatten im Sinne des magnetisirenden Stromes nachzuweisen, haben Righi (R. Accad. dei Lincei **282**, 367, 1884/85; Beibl. **10**, 294) und Kundt (l. c.) nicht bestätigen können. — 3) H. E. J. G. du Bois, Wied. Ann. **39**, 25, 1890; Wien. Ber. **91** [2] 1081, 1885.

einer 30 cm langen Drahtspirale von 1080 Windungen magnetisirt waren. Die Magnetisirung geschah sehr gleichmässig trotz der Spiegelflächen. In die Spirale waren seitlich zwischen den Windungen Lichtröhren eingesetzt.

Die durch den Winkel zwischen der einfallenden geradlinigen Schwingung und der grossen Axe der reflectirten Schwingung gemessene Drehung ε ist proportional der mittleren, durch ein Magnetometer abgelesenen Magnetisirung J, welcher auch die unmittelbar am Spiegel proportional ist. Demnach ist $\varepsilon_0 = KJ$, wo $K = Const.$ Bei schiefer Magnetisirung eines Ellipsoids ($2a = 15$ cm, $2b = 3$ cm), an welches unter verschiedenen Neigungen kleine Spiegelchen angeschliffen waren, betrug die Drehung $\varepsilon = \varepsilon_0 (cos J, N)$, wenn (J, N) der Winkel zwischen der Magnetisirungsrichtung und Spiegelnormale ist. Auch durch den residuellen Magnetismus eines Stahlellipsoides ist eine Drehung zu beobachten.

Bei hoher Temperatur ändert sich die Constante K sehr wenig.

1500 Auch andere Körper wurden zwischen die Pole eines Elektromagnetes gebracht und in gleicher Weise untersucht, indem von dem glühenden Zirkonscheibchen ein Bild auf das Analysatorprisma geworfen wurde. Nur bei Eisen, Nickel, Kobalt, nicht aber bei Schwefeleisen und Eisenglanz (Fe_2O_3) war die Drehung zu beobachten. Endlich wurde das Sonnenlicht durch ein Prisma zerlegt und die verschiedenen Farben durch einen Spalt auf den Polarisator geworfen. So ergab sich K in Minuten für die Einheit der Magnetisirung für verschiedene Wellenlängen:

Farbe	Linie	$\lambda \times 10^6$ cm	Kobalt	Nickel	Eisen	Magnetit
Roth. . .	Li. α	67,1	— 0,0208	— 0,0173	— 0,0154	+ 0,0096
„Roth". .	—	62	— 0,0198	— 0,0160	— 0,0138	+ 0,0120
Gelb . . .	D	58,9	— 0,0193	— 0,0154	— 0,0130	+ 0,0133
Grün . .	b	51,7	— 0,0179	— 0,0159	— 0,0111	+ 0,0072
Blau . . .	F	48,6	— 0,0181	— 0,0163	— 0,0101	+ 0,0026
Violett . .	G	43,1	— 0,0182	— 0,0175	— 0,0089	—

Die Drehung ist also entgegengesetzt wie bei den Metallen. Kobalt hat ein wenig bestimmtes Maximum der Drehung im Blaugrün, Nickel ein Minimum im Gelb; die Curve der Drehung im Eisen ist fast gerade vom Roth bis zum Violett. Magnetit hat ein Maximum im Gelb.

1501 Wenn ein Lichtstrahl von der Seitenfläche des Ankers eines Magnetes reflectirt wird, treten nach Kerr[1]) ebenfalls Aenderungen in seiner Polarisation ein.

[1]) Kerr, Phil. Mag. [5] 5, 161, 1878; Beibl. 2, 279.

Auf die Pole eines starken hufeisenförmigen Elektromagnetes wurde als Anker ein rechteckiges, homogenes Eisenprisma von etwa 18 cm Länge, 5 cm Breite, 1 cm Dicke gelegt, dessen schmale, vertical liegende Längsfläche polirt war. Das Licht einer Lampe fiel in der Horizontalebene durch ein Nicol'sches Prisma in schräger Richtung auf die Mitte dieser Fläche und ging nach der Reflexion durch ein zweites analysirendes Nicol. Die Drehungen des Nicols werden als rechts herum bezeichnet, wenn sie von der Seite gesehen, wohin der Lichtstrahl geht, in der Richtung der Bewegung des Uhrzeigers erfolgen. In gleicher Weise wird die Magnetisirung als rechte bezeichnet, wenn von derselben Seite bei streifender Incidenz des Lichtstrahles betrachtet, die Molecularströme des Magnetes in demselben Sinne (also an der reflectirenden Fläche von unten nach oben) verlaufen; im gegentheiligen Falle wird sie als linke angeführt.

1. Ist zunächst ohne Magnetisirung der Hauptschnitt des polarisirenden Nicols parallel, der des analysirenden senkrecht zur Einfallsebene, so wird das Licht völlig ausgelöscht. Bei einem Einfallswinkel zwischen 90 und 85° kann eine kleine Drehung des Polarisators durch eine gleichgerichtete Drehung des Analysators, bei einem Einfallswinkel von 65 bis 30° durch eine entgegengerichtete Drehung des letzteren compensirt werden; bei einem Winkel von 75° ist eine solche Compensation nicht möglich. Stehen in letzterem Falle die Nicols in der erst erwähnten Lage, und wird in den Weg des reflectirten Strahles vor den Analysator die Bd. II, §. 215 erwähnte Glasplatte mit ihrer Ebene senkrecht zum reflectirten Strahle gebracht, und macht ihre Längsrichtung mit der Reflexionsebene einen Winkel von 45°, so wird eine kleine Rechtsdrehung des Polarisators durch eine Compression der Glasplatte rechts nach unten compensirt und umgekehrt.

2. Stehen wiederum die Nicols in der erwähnten Lage, wird der Analysator ein wenig nach rechts gedreht und der Magnet erregt, so wird das Licht durch Rechtsmagnetisirung verstärkt, durch Linksmagnetisirung geschwächt, und umgekehrt bei entgegengesetzter Drehung des Analysators. Bei einem Einfallswinkel von 85° ist die Wirkung sehr schwach, wächst bis zum Winkel von 65 bis 60° und wird bis 30° sehr schwach. Ueber 85 und unter 30° ist keine deutliche Wirkung wahrzunehmen. Analoge Wirkungen lassen sich bei häufigeren Umkehrungen der Stromrichtung beobachten.

3. Steht die Polarisationsebene des Polarisators senkrecht zur Einfallsebene, die des Analysators parallel derselben, und wird das ausgelöschte Licht durch eine kleine Rechtsdrehung des letzteren wieder hergestellt, so bewirkt, wie oben, zwischen der streifenden und Hauptincidenz, 85 bis 75°, in abnehmender Stärke eine Rechtsmagnetisirung eine Steigerung der Helligkeit, von 70° abwärts umgekehrt eine bis etwa 60° wachsende, dann aber abnehmende Verminderung der Helligkeit. Entgegengesetzt wirkt die Linksmagnetisirung.

4. Stehen ferner beide Nicols gegen einander um 90° gedreht, und ist die Polarisationsebene des Polarisators wie ad 1. parallel der Einfallsebene, wird dann aber das Licht durch eine kleine Drehung des Polarisators nach rechts wieder hergestellt, so wird das Licht durch eine Linksmagnetisirung in abnehmender Stärke vom Einfallswinkel 85° abwärts bis 75° verstärkt, unter 75° im Gegentheile geschwächt.

5. Ist endlich in dem vorliegenden Falle zuerst die Polarisationsebene des Polarisators senkrecht zur Einfallsebene, so wird die Wirkung einer Rechtsdrehung desselben durch eine Linksmagnetisirung verstärkt, und zwar zunehmend von dem Einfallswinkel 90° bis etwa 60°, dann abnehmend.

Im Allgemeinen wirkt also die Rechtsmagnetisirung im gleichen Sinne mit einer kleinen Rechtsdrehung des Analysators und einer kleinen Linksdrehung des Polarisators aus ihrer gekreuzten Stellung; nur wenn die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes auf der Einfallsebene senkrecht steht, ist das erste, wenn sie der Einfallsebene parallel ist, das zweite dieser Verhältnisse für alle Einfallswinkel zwischen dem Haupteinfallswinkel und der normalen Incidenz umgekehrt.

Stahlspiegel wirken wie Eisenspiegel.

Ganz analoge Resultate ergeben sich, wenn man vor das polarisirende Nicol einen schmalen Spalt in den Gang des Lichtstrahles einfügt. Bei gekreuzten Nicols erscheint dann ein dunkler horizontaler Streifen in dem Spalte, welcher sich bei Drehung des einen oder anderen Nicols nach oben oder unten verschiebt. Ebenso verschiebt er sich bei der Magnetisirung des reflectirenden Eisenstabes, vollkommen entsprechend den eben ausgesprochenen Sätzen.

1502 Analoge Resultate ergeben sich auch bei Einfügung der comprimirten Glasplatte in den Weg des reflectirten Strahles.

Sind die Nicols gekreuzt, ist die Polarisationsebene des Polarisators parallel der Einfallsebene, und wird das Licht durch Einfügung der comprimirten Glasplatte schwach wieder hergestellt, so ändert sich bei einem Einfallswinkel von 75° die Helligkeit bei der Magnetisirung kaum, da in diesem Falle die letztere mit keiner Drehung des Polarisators übereinstimmend wirkt. Steht die Polarisationsebene senkrecht auf der Einfallsebene, so wird das bei einem Einfallswinkel von 75° durch die comprimirte Glasplatte wieder hergestellte Licht durch eine Rechtsmagnetisirung (welche wie eine Linksdrehung des Polarisators wirkt) verstärkt und umgekehrt. Die Wirkung wächst bis zum Einfallswinkel von etwa 60° und nimmt dann wieder ab.

Bei anderen Versuchen lag die Einfallsebene des Lichtes, entgegen den bisherigen Experimenten, senkrecht gegen die Magnetkraftlinien; es zeigte sich keine Wirkung, mochten die Strahlen normal oder streifend einfallen. Ebenso wenig zeigte sich eine Wirkung bei normalem Ein-

fall, welches auch die Lage der Einfallsebene gegen die Magnetkraftlinien sein mochte.

Nach Kerr wird also zwischen dem streifenden Einfall und dem Haupteinfallswinkel die Polarisationsebene des reflectirten Lichtes entgegen der Richtung der Molecularströme gedreht.

Ist die ursprüngliche Schwingung senkrecht oder parallel zur Reflexionsebene, so lässt sich die gedrehte Schwingung in eine der ursprünglichen Schwingung gleichgerichtete und eine darauf senkrechte Componente zerlegen, welche nach denselben Gesetzen in Bezug auf Veränderung ihrer Phase u. s. f. reflectirt werden, wie vor der Magnetisirung. Mag die letztere neue Componente senkrecht oder parallel der Reflexionsebene, der Einfallswinkel ein beliebiger sein, so ist die Verzögerung in der Phase der neuen Componente stets ein Winkel im ersten Quadranten zwischen 0 und $^1/_2\pi$ und näher an ersterer (im Vergleich mit einem normalen, in der Einfallsebene polarisirten und in derselben Phase, wie die ursprüngliche Schwingung, einfallenden reflectirten Strahl).

Bei einer Wiederholung dieser Versuche dürfte auf die Dehnungen und Biegungen zu achten sein, welche der Anker durch seine Anziehung durch den Magnet erleidet.

Diese Versuche sind von Kundt[1]) weiter geführt worden. Er benutzte einen grossen, hufeisenförmigen, aufrecht stehenden Elektromagnet, dessen parallelepipedische Halbanker auf 29 mm einander genähert wurden und gegen die seitlich ein Stahlspiegel gelegt wurde, welcher sie auf 3 mm berührte. Der Magnet wurde durch den Strom einer Gramme'schen Maschine von 16 Ampères erregt. Als Lichtquelle diente Drummond'sches Licht. Die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes lag möglichst genau in oder senkrecht zu der Einfallsebene; dasselbe wurde vor dem Magnetisiren vom Analysator völlig ausgelöscht, während desselben konnte bei der Drehung des letzteren nur ein Minimum der Helligkeit erzielt werden. Es wurden je vier Beobachtungen bei wechselnder Stromrichtung und bei den beiden Lagen der Polarisationsebene des Polarisators gemacht. Die Versuche bestätigen die Resultate von Kerr. Während bei parallel zur Einfallsebene (der langen Diagonale des polarisirenden Prismas) gerichteter Polarisationsebene die Richtung der Drehung für alle Einfallswinkel die gleiche, den Molecularströmen des Magnetes entgegengesetzte ist, ist sie bei senkrecht zur Einfallsebene gerichteter Polarisationsebene jenes Nicols beim Eisen von einem Einfallswinkel von 82° an (etwa wie bei Kerr), bei Nickel von 50 bis 60° an, ihnen gleichgerichtet. Der Einfallswinkel der maximalen Drehung ist bei Eisen, wie bei Kerr, 65°. Bei Nickel ist die Drehung erheblich kleiner als beim Eisen.

1503

Auch wenn ein Eisenspiegel neben den geschlossenen Magnet

1) Kundt, Wied. Ann. 23, 243, 1884.

gestellt wurde, zeigte sich eine Drehung; nicht aber bei platinirten Glasspiegeln oder Spiegeln von unmagnetischem Metall.

Lässt man Lichtstrahlen auf eine Glasplatte im Magnetfelde fallen, welche in dem Glase von der Hinterfläche reflectirt werden, so kann man die Gesammtwirkung mit Hülfe der Fresnel'schen Formeln berechnen, welche sie bei verschiedenen Einfallswinkeln sowohl bei der Reflexion wie bei der Brechung, und auch durch die Magnetisirung erfahren.

Die Versuche entsprechen der Rechnung und zeigen ganz dieselben Eigenthümlichkeiten, wie die Drehung bei der Reflexion von Metallplatten, nur ist die Drehung umgekehrt, wie in letzteren.

Somit dürfte das Licht auch in die Metallplatten bis zu einer gewissen Tiefe eindringen, was nicht ohne Weiteres anzunehmen ist, und in denselben magnetisch gedreht werden.

Liegt eine reflectirende Glasplatte auf der Polfläche des Magnetes und fällt die Polarisationsebene des einfachen Lichtes in die Einfallsebene, so hat die Drehung stets das gleiche positive Vorzeichen; liegt sie senkrecht zur Einfallsebene, so bleibt die Drehung positiv vom Einfallswinkel 0 bis zum Polarisationswinkel, von wo an bis 90° sie negativ wird.

Auch hier verhält sich ein magnetischer Spiegel ganz analog, nur ist sein Drehungsvermögen als negativ anzunehmen. Abgesehen von diesem zweifelhaften Punkte, ergiebt sich auch nicht die Drehung bei Reflexion.

1504 Eine ausführliche quantitative Untersuchung dieser Verhältnisse hat Sissingh[1]) vorgenommen. Ein Eisenring von 10 cm Durchmesser und 6 mm Dicke war mit sieben Reihen Drahtwindungen von 1,5 bis 2 mm dickem Kupferdraht umwunden und an ihn eine 3 cm lange, 2,8 cm breite spiegelnde Fläche angeschliffen, über welche die Drahtwindungen nicht hinaustraten. Zwei solche Spiegel wurden mit dem Babinet'schen Compensator auf ihre Constanten untersucht und ergaben den Haupteinfallswinkel α und das Hauptazimuth β: I. $\alpha = 77^0\ 25{,}5'$; $\beta = 26^0\ 34'$; II. $\alpha = 76^0\ 30{,}5'$; $\beta = 26^0\ 44'$. Die Feldstärke betrug bei einem Strom von 15 Amp. in der Mitte des Spiegels für die Volumeneinheit 1400 C.-G.-S. Der Spiegel war dabei fast zum Maximum magnetisirt.

Ein durch ein Lippich'sches Prisma mit geraden Endflächen linear polarisirtes und durch einen Collimator mit Spalt parallel gemachtes Lichtbündel wird auf den Spiegel geworfen und nach der Reflexion durch ein analysirendes Prisma von gewöhnlicher Form mit schiefen parallelen Endflächen auf ein Minimum der Helligkeit (Minimumdrehung) reducirt, oder bei gleichzeitiger geeigneter Drehung des Analysators ausgelöscht (Nulldrehung). Die verschiedenen Theile des Apparates lassen sich in geeigneten Lagern heben, seitlich verschieben

[1]) Sissingh, Wied. Ann. 42, 115, 1891.

und drehen, so dass die Axen des Polarisators und Collimators in eine Linie fallen, die Strahlen die Mitte des Spiegels treffen und die Axe des reflectirten Lichtbündels mit der des Analysators zusammenfällt. Die Drehungen des Polarisators und Analysators werden durch Spiegelablesung bestimmt. Bei dem Haupteinfallswinkel sind die Minimum- und Nullstellungen einander gleich.

Nach der Beobachtung an den magnetisirten Spiegeln wurden sie vor neuem Gebrauche durch abwechselnd gerichtete, immer schwächere Ströme entmagnetisirt, bis sich kein Einfluss der Magnetisirung mehr zeigte, also die Hauptstellungen der Nicol'schen Prismen, bei denen die Polarisationsebenen parallel oder senkrecht zur Einfallsebene sind, die gleichen waren, welche Richtung der kleinste Entmagnetisirungsstrom auch habe. Die entmagnetisirten Spiegel verhalten sich dann auch ebenso wie ein an ihre Stelle gesetzter Silberspiegel.

Bei den definitiven Versuchen wurden bei einem bestimmten Einfallswinkel ($51^0\ 22'$) die Minimumdrehungen des Analysators (in zwei um 180^0 gegen einander gedrehten Azimuthen) bei zwei Einstellungen des Polarisators parallel und senkrecht zur Einfallsebene beobachtet. Sie sind im Mittel bei positiver und negativer Drehung gleich gross; bei den vorliegenden Versuchen etwa nur vier Minuten. Diese Versuche zeigen wiederum, dass man neben den gewöhnlichen Componenten bei der Metallreflexion noch eine „magnetooptische Componente" annehmen muss.

Bei verschiedenen Einfallswinkeln α ergeben sich folgende Daten: Für α nahe gleich 60^0 sind die Nulldrehungen gleich Null. Durch die Magnetisirung wird nur die Polarisationsebene gedreht. Für $\alpha = 80^0$ sind die Minimumdrehungen gleich 0. Für $\alpha = 76^0$ 30,5 Min. sind die Minimum- und Nulldrehungen gleich. Dabei ist der Unterschied der Phasenverzögerung der magnetooptischen Componente und der senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Componente für die Metallreflexion gleich 90^0.

Ist das einfallende Lichtbündel parallel zur Einfallsebene polarisirt, so ist das reflectirte Licht im Allgemeinen elliptisch und nahe $\alpha = 60^0$ linear polarisirt. Ist es senkrecht zur Einfallsebene polarisirt, so sind bei $\alpha = 80^0$ die Axen der die Bahnen der Aethertheilchen darstellenden Ellipse parallel und senkrecht zur Einfallsebene.

Die Amplitude μ und Phase m der magnetooptischen Componente lassen sich aus den Minimal- und Nulldrehungen berechnen. Der Unterschied gegenüber der Theorie beträgt $S = 85^0$, das Verhältniss der beobachteten und berechneten Amplitude $\vartheta = 1{,}5\ .\ 10^{-3}$ [1]).

1505

Für Eisen findet Zeemann [2]) $S = 80^0$, für Nickel $J = 30^0$.

Für verschiedene Wellenlängen zeigt sich eine Dispersion. Bei

---

1) Eine ausführliche Bestätigung der Versuche von Kerr u. s. f. siehe P. C. Kaz, Inaug.-Dissert. Juli 1884; Beibl. 9, 275. — 2) Zeemann, Preisschr. d. Holl. Ges. d. Wiss. zu Harlem, Arch. Néerl. 27, 282, 1893; Beibl. 18, 472.

Kobalt ist bei dem Einfallswinkel $\alpha = 60^0$ für Licht von der Wellenlänge $\lambda_1 = 0{,}618\,\mu$ und $\lambda_3 = 0{,}460\,\mu$, $S = 45^0\,32'$ und $51^0\,55'$.

1506 Righi[1]) hat gleichfalls Versuche in diesem Gebiete angestellt. Gelbes Licht wurde von einem stählernen Galvanometerspiegel reflectirt, welcher auf dem einen Pol eines grossen Ruhmkorff'schen Magnetes befestigt war. Statt eines Jellet'schen Prismas wurde hinter das polarisirende Nicol ein dasselbe zur Hälfte bedeckendes Glimmerblatt von $^1/_2$ Wellenlänge gebracht.

Bei senkrechter Incidenz wurde das Licht durch eine um 45° geneigte Glasplatte auf den Magnetpol geworfen. Eine elliptische Polarisation war kaum zu beobachten. Die Ellipticität ist sehr klein. Die Drehung für verschiedene Farben ist, wie schon Kundt zeigte, anomal. Bei schiefer Incidenz wird vor den Magnetspiegel ein vom anderen Pol in eine Schneide auslaufender Fortsatz bis auf 6,5 mm Entfernung gebracht. Das einfallende Licht muss hier parallel oder senkrecht zur Einfallsebene schwingen. Mit Abnahme der Stärke der Magnetisirung wird das Kerr'sche Phänomen schwächer.

Die Ergebnisse sind bei magnetischer Einwirkung:

1) Sind die Schwingungen parallel der Einfallsebene, so kann man durch Drehung des Analysators das Licht beinahe völlig auslöschen; bei einer bestimmten „Specialincidenz" fast wie bei einer einfachen Drehung, immer in dem dem Strome entgegengesetzten Sinne. In der That hat man es mit einer elliptischen Polarisation von sehr grosser Excentricität zu thun.

2) Sind die Schwingungen senkrecht zur Einfallsebene, so hat man elliptische Polarisation, deren Excentricität mit dem Einfallswinkel abnimmt (Grenzfall bei der normalen Incidenz); der Sinn der Drehung des Analysators, um zum Minimum der Lichtstärke zu gelangen, ist der nämliche wie oben; bei dem Haupteinfallswinkel (76°) ist es fast unmöglich, durch Drehung des Analysators eine Verringerung der Lichtintensität zu erzielen. Dagegen kann man durch eine Drehung des Polarisators bei jedem Einfallswinkel zu völliger Auslöschung gelangen.

Hervorzuheben ist, dass bei gleichen Einfallswinkeln die Grösse der nöthigen Drehung des Analysators in 1) merklich gleich derjenigen des Polarisators in 2) war.

Die Drehungen waren nicht sehr gross; die Doppeldrehung betrug bei einem Strom von 12 bezw. 20 Bunsen:

Einfallswinkel	45	60	76	80°
12 Bunsen	54'	51'	42'	33'
20 Bunsen	1°11'	1°6'	57'	—

[1]) Righi, N. Cimento [3] 18, 54, 1885. R. Accad. dei Lincei 282, 367, 1884/85. Atti 1, 774, 1885; Beibl. 9, 801; 10, 29; 11, 280.

Statt von Magneten den polarisirten Lichtstrahl zurückwerfen zu lassen, benutzte Rosenqvist[1]) hierzu einen von einem galvanischen Strom durchströmten Magnetspiegel. Ist die Stromrichtung in dem Spiegel senkrecht zur Einfallsebene, so zeigt sich dieselbe Erscheinung, wie wenn die Reflexion von der Seitenfläche eines Magnetes geschähe. — Ein diamagnetischer Spiegel gab ein negatives Resultat. — Die Drehung der Polarisationsebene war wenigstens bis auf 8 Amp. der Stromintensität proportional. 1507

Spiegel von verschiedener Dicke geben verschiedene Resultate; die Drehung ist für einen dünneren Spiegel grösser.

Wird der Spiegel um eine senkrecht auf seiner Ebene stehende Axe gedreht, so nimmt die Längsrichtung und demnach die Stromrichtung eine verschiedene Stellung zu der Einfallsebene ein. Die Drehung ist hierbei dem Sinus des Winkels zwischen der Stromrichtung und der Einfallsebene proportional.

Bei diesen Versuchen wurde nur das analysirende Prisma gedreht.

Die Ursache der Erscheinung sind jedenfalls die in dem Magnetspiegel durch den Strom erzeugten Molecularströme.

Versuche von Hurion[2]), eine elektromagnetische Drehung auch bei der Reflexion an Wismuthspiegeln im Sinne des magnetisirenden Stromes nachzuweisen, haben Righi[3]), Kundt[4]) und Drude[5]) bei verschiedenen Lagen des Spiegels nicht bestätigen können. 1508

3. Theorie.

Eine Erklärung der elektromagnetischen Drehung der Polarisationsebene aus der Wirkung des Magnetismus auf die Lichtbewegung ist noch nicht völlig gelungen. 1509

Es erhebt sich die Frage, ob die Drehung der Polarisationsebene durch den galvanischen Strom oder Magnet zunächst innerhalb der Körper darin ihren Grund habe, dass der in den Körpern befindliche Aether direct durch die elektromagnetische Einwirkung in Bewegung versetzt wird (wie Faraday meinte, weil die Drehung beim Hin- und Hergang des Lichtes zwischen den Magnetpolen die gleiche ist[6]), oder ob in den Molecülen der Körper eine solche Veränderung vor sich gehe, dass dadurch eine besondere Bewegung des Aethers bedingt wird.

Gegen die erste Ansicht spricht die Abwesenheit der Drehung im Vacuum, in welchem der Lichtäther ebenfalls verbreitet ist. Jedenfalls kann also die elektromagnetische Kraft der die Körper umgebenden Spirale

---

1) Rosenqvist, Acad. afh. Helsingfors 1892; Beibl. 18, 232 (Auszug des Verf.). — 2) Hurion, Compt. rend. 98, 1257, 1884; Beibl. 10, 877. — 3) Righi, Atti della R. Acc. dei Lincei 282, 367, 1884; Beibl. 10, 295. — 4) Kundt, l. c. — 5) Drude, Wied. Ann. 42, 579, 1891. — 6) A. de la Rive, Archives des sc. phys. et nat. Nouv. Sér. 32, 203, 1868.

oder des benachbarten Magnetes die Bewegung des Lichtäthers nicht direct bedingen. Wohl aber ist es möglich, dass diese Kraft zuerst in den einzelnen Molecülen der Körper in sich geschlossene Molecularströme beziehungsweise elektrische Rotationen inducirt, welche so lange andauern, wie die Kraft, und dass nun zwischen den bewegten Elektricitäten derselben und den ihnen zunächst liegenden Aethertheilchen Kräfte auftreten, welche nur aus unmittelbarer Nähe auf letztere einwirken. — Da die elektromagnetische Einwirkung im dunklen Raume keine Lichtbewegung erzeugt, so können die Kräfte zwischen den Elektricitäten der Molecularströme und den Aethertheilchen nur dann in Thätigkeit kommen, wenn letztere schon bewegt sind, also die Körper vom Licht durchstrahlt werden.

Den hierauf begründeten Erklärungsversuchen steht aber eine grosse Schwierigkeit entgegen. Die elektromagnetische Drehung erfolgt, wie wir §. 1435 erwähnt haben, im Allgemeinen in dielektrischen Stoffen in der Richtung der Molecularströme. Indess macht hiervon eine Ausnahme das Titanchlorid, in welchem die Drehung entgegengesetzt, „negativ", ist. Hängt die Drehungsrichtung von dem diamagnetischen Verhalten der Stoffe ab, so ist zunächst nicht einzusehen, worauf dieser Gegensatz beruhe.

1510 Ferner ist in magnetischen, namentlich concentrirteren Lösungen, z. B. von Eisenchlorid, die moleculare Drehung negativ. Man könnte dies etwa daraus ableiten, dass die Molecularströme der magnetisch gerichteten Salztheilchen einen stärkeren Einfluss auf die diamagnetischen Stoffe in der Lösung, bezw. der Strom in der Magnetisirungsspirale auf die Drehung in den zwischenliegenden Theilchen ausübten, indem die Molecularströme in Bezug auf die letzteren entgegengesetzt gerichtet wären, als der Strom in der Spirale. Indess spricht wiederum gegen diese Erklärung, dass in den einfachen, stark magnetischen Stoffen, Eisen, Kobalt, die elektromagnetische Drehung des durchgehenden Lichtes positiv ist.

Vom theoretischen Standpunkte aus lassen sich diese Gegensätze noch nicht begründen. Lässt man diese Schwierigkeit bei Seite und nimmt die Richtung der Drehung als gegeben an, so kann man sich ein Bild von den Vorgängen machen und namentlich versuchen, die Drehung für verschiedene Farben abzuleiten.

Die meisten der aufgestellten Theorien stimmen nur für durchsichtige Körper, für undurchsichtige nur die Theorien von Goldhammer, Drude bezw. die modificirte Theorie von Lorentz.

1511 Vor der Erkenntniss der obigen Verhältnisse hat C. Neumann[1])

[1]) C. Neumann, Explicare tentatur quomodo fiat ut lucis planum polarisationis per vires electricas seu magneticas declinatur. Dissertatio, Halis 1858. Die magnetische Drehung des Lichtes. Halle 1863. — Siehe in Betreff der Theorien auch die kritische Zusammenstellung von Larmor, Report Brit. Assoc., Nottingham 1893, p. 335.

versucht, die magnetische Drehung auf Grundanschauungen über die Wechselwirkung der Aetherschwingungen und Elektricitätsbewegung zurückzuführen.

Er nimmt an, dass eine magnetische Kraft oder ein Molecularstrom auf ein in der Richtung seines Radius schwingendes Aethertheilchen in ähnlicher Weise wirkt, wie auf einen in derselben Richtung verlaufenden Strom nach der von W. Weber aufgestellten Hypothese (vgl. das Schlusscapitel).

Ist dann die elektromagnetische Kraft, welche auf alle Theile des Mediums gleich stark wirkt, und überall Molecularströme von gleichem Radius und gleicher Intensität I erzeugt, gegen die Richtung des Lichtstrahles um den Winkel ζ geneigt, so ist die Intensität der auf jener Richtung normalen Componenten der Molecularströme gleich $I\cos\zeta$.

Es wird ferner angenommen, dass die Kraft, welche von den Molecularströmen auf die in ihrer Ebene schwingenden Aethertheile ausgeübt wird, auf der Richtung der Schwingungen senkrecht steht und ihrer Geschwindigkeit proportional ist.

Entspricht die Richtung der Fortpflanzung des Lichtes der Z-Axe eines rechtwinkeligen Coordinatensystems, finden die Schwingungen des Aethers in der Richtung der X- und Y-Axe statt, sind die Aethermolecüle in jenen Richtungen um die Grössen u und v verschoben, also ihre Geschwindigkeiten nach beiden Richtungen $\partial u/\partial t$ und $\partial v/\partial t$, so sind die durch die Molecularströme auf die Schwingungen ausgeübten Kräfte in der Richtung der X-Axe gleich $cI\cos\zeta . \partial v/dt$ und in der Richtung der Y-Axe gleich $-cI\cos\zeta . \partial u/\partial t$, welche Werthe zu den bei der Lichtbewegung ohne Einwirkung des Magnetismus wirkenden beschleunigenden Kräften hinzuzufügen sind. Hiernach ist allgemein

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left(A\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + B\frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + \cdots\right) + cI\cos\zeta\frac{\partial v}{\partial t},$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \left(A\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + B\frac{\partial^4 v}{\partial z^4} + \cdots\right) + cI\cos\zeta\frac{\partial u}{\partial t},$$

wo $A, B \ldots$ Constanten sind, welche durch die Dispersion des Mediums bestimmt sind.

Die hinzugefügten Glieder $\pm cI\cos\zeta\partial v/\partial t$ u. s. f. drücken das Erfahrungsresultat aus, dass die Wirkung des Magnetismus dem Cosinus der Neigung der magnetischen Kraft gegen die Richtung der Lichtstrahlen proportional ist, und dass bei Abwesenheit jeder Bewegung des Aethers, d. h. wenn die Geschwindigkeiten $\partial u/\partial t$ und $\partial v/\partial t$ gleich Null sind, durch den Magnetismus auch keine Lichtbewegung eingeleitet wird.

1512 Die Ergebnisse dieser ersten Theorie stimmen indess nicht mit den §. 1506 erwähnten Erfahrungen. Auch für die Drehung der verschiedenen Farben weicht sie von den Beobachtungsresultaten ab.

1513 Eine andere mechanische Theorie rührt von Sir William Thomson, im Anschluss an eine Vorstellung von Maxwell, unter Hinzunahme von Wirbelbewegungen her[1]). Da bei Umkehrung der Richtung des Lichtes die Richtung der magnetischen Drehung sich nicht ändert, kann die Drehung nur von einer äusseren Ursache herrühren, welche die Perioden kreisförmiger (Wirbel-) Bewegungen und auch ihre Drehungsrichtung verschieden gestalten kann. Würden die die Bewegung erhaltenden elastischen Kräfte in beiden Fällen ähnlich sein, so würden die rotatorischen Lichtbewegungen nur Componenten der ganzen Bewegung sein und ein anderes dynamisches, mit dem das Licht fortpflanzenden Systeme verbundenes System müsste die um die Magnetkraftlinien rotirenden Bewegungen erhalten, welches durch seine Reaction auf das erste System wirkt und die magnetische Rotation bedingt.

Die Beobachtungen von Maxwell[2]) führen ihn zu der Formel:

$$\varrho = c\, l\, \mathfrak{H}\, \frac{n^2}{\lambda_0}\left(n - \lambda\, \frac{dn}{d\lambda}\right),$$

wo c eine dem Medium eigenthümliche Constante, l der Weg des Strahles in demselben, $\mathfrak{H}$ die Feldstärke auf der Bahn des Lichtstrahles, λ die Wellenlänge des Lichtes in der Luft ist.

1514 Rowland[3]) zieht zur Begründung das Hall'sche Phänomen herbei. Er nimmt an, dass die elektromotorische Kraft ein Bestreben sei, in einem mit einer vollkommenen Flüssigkeit erfüllten Raume durch eine „unbekannte" Ursache sehr kleine Wirbelbewegungen zu erzeugen, die dann die ganze Flüssigkeit erfüllen. Das Hall'sche Phänomen zeigt, dass ein durch ein Magnetfeld gehender Strom eine elektromotorische Kraft erzeugt, die zu ihm selbst und den Magnetkraftlinien senkrecht gerichtet ist. Wendet man dies auf einen in der Richtung der Kraftlinien gehenden Lichtstrahl an und nimmt ferner an, dass in einem Magnetfelde auch jede Elektricitätsbewegung (elektrische Verschiebung) in einem Isolator eine ebensolche transversale elektrische Kraft verursacht und dass die Lichtschwingungen elektrische Bewegungen sind, so lässt sich daraus die magnetische Drehung der Polarisationsebene entwickeln. Man gelangt so zu der Formel von Maxwell.

Da dieselbe mit der Erfahrung nicht übereinstimmt, so dürfte eine weitere Ausführung der Rechnung nicht nöthig sein. — Auch würden die §. 1509 angeführten Erwägungen schwer mit diesen Beobachtungen zu vereinbaren sein[4]).

---

[1]) Siehe Larmor, l. c. — [2]) Maxwell, Treatise, 2. Aufl., §. 822 u. flgde. — [3]) Rowland, Amer. J. of Math. 3, 89, 1880; Beibl. 5, 313, 1881 (Auszug des Verfassers); Phil. Mag. [5] 16, 254. — [4]) Auch Basset (Proc. Roy. Soc. Lond. 49, 76, 1891; Beibl. 15, 438; Phil. Trans. Roy. Soc. 182, 371, 1892; Beibl. 17, 1098) hat auf Grundlage dieser Vorstellungen von Rowland eine Theorie der magnetooptischen Erscheinungen abgeleitet, sowohl beim Durchgang des Lichtes, als auch bei der Reflexion; im letzteren Fall indess nur bei Abwesenheit von Metallreflexion, also z. B. bei der Zurückwerfung von Eisenlösungen.

Lorentz[1]) hat ähnliche Vorstellungen verwendet, welche darauf hinauslaufen, dass in dem Magnetfelde in Folge des Hauptstromes eine neue elektrische, auf beiden senkrechte und ihnen proportionale Kraft entsteht, sowohl beim Hall'schen Phänomen, wie durch einen Verschiebungsstrom. 1515

Sind X, Y, Z die Componenten der totalen elektrischen Kraft, $\mathfrak{X}$, $\mathfrak{Y}$, $\mathfrak{Z}$ die Componenten der aus der elektrischen Wirkung und der Induction hervorgehenden elektrischen Kraft, u und v die Componenten des senkrecht zur Z-Axe gerichteten Stromes, h eine nur vom magnetischen Zustande des Systems abhängige Constante, so ist $X = \mathfrak{X} - hv$, $Y = \mathfrak{Y} + hu$, $Z = \mathfrak{Z}$. h ergiebt sich aus dem Hall'schen Phänomen. Aus diesen Gleichungen und denen von H. v. Helmholtz für die Elektricitätsbewegung lassen sich die ihnen genügenden Elektricitätsbewegungen, sowie die an der Grenzfläche zweier Medien ableiten. Nach Lorentz und von Loghem besteht bei Reflexion eines parallel oder senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Strahles an der Polfläche oder Aequatorialfläche der reflectirte Strahl aus zwei in der Einfallsebene und senkrecht zu derselben polarisirten Componenten, welche letzteren als magnetooptische Componenten bezeichnet werden. Die Phase ist eine Function des Einfallswinkels und dann auch der optischen Constanten des Mediums, die Amplitude auch noch von h.

Auch diese Theorie beruht auf einer willkürlichen Annahme der Analogie mit dem Hall'schen Phänomen, welche indess mit der gegensätzlichen Richtung in verschiedenen Stoffen, und in der Stärke weder qualitativ noch auch quantitativ mit der Drehung in Beziehung steht.

Auch Voigt[2]) hat nach mechanischen Vorstellungen für absorbirende Medien die Verhältnisse mit Hülfe seiner Theorie studirt. 1516

In Betreff dieser Theorie, sowie der von Ketteler[3]) müssen wir auf die Originalarbeit verweisen, da sie ganz in seine optische Theorie fällt.

Potier[4]) sucht die magnetische Drehung der Polarisationsebene auf die von Fizeau experimentell nachgewiesenen Vorstellungen von Fresnel zurückzuführen; a) dass die ponderable Materie bis zu einem mit der Wellenlänge veränderlichen Grade an der Lichtbewegung theilnimmt, welche der Stromstärke proportional ist. Er nimmt an, b) dass in einem durchsichtigen Medium kleine Magnete verbreitet sind, welche ohne jede Lichtbewegung mit ihren Axen mit der Richtung der magnetisirenden Kraft zusammenfallen, bei der Fortpflanzung der Lichtbewegung aber an derselben theilnehmen. Ist der Lichtstrahl senkrecht 1517

---

[1]) H. A. Lorentz, Versl. en Meded. d. Ak. v. Wetensch. te Amsterdam 19, 217, 1883. Arch. Nederl. 19, 123, 1884; Beibl. 8, 869 (Auszug des Verf.). van Loghem, Theorie der Reflexion des Lichtes an Magneten. Dissertation. Leiden. Beibl. 8, 869. — [2]) Voigt, Wied. Ann. 23, 209, 1884. — [3]) Ketteler, Ibid. 24, 119, 1885. — [4]) Potier, Compt. rend. 108, 510, 1889; Beibl. 13, 559.

zu der Richtung der Kraftlinien, so verschieben diese kleinen Magnete, deren Axe in die Wellenebene fällt, sich selbst parallel, ohne dass ihre magnetische Axe die Richtung ändert, oder ihr Moment sich ändert, oder auch eine elektromotorische Kraft im umgebenden Medium entsteht. Die Lichtbewegung, betrachtet als eine elektromagnetische Störung, ist also nicht geändert. Geht aber der Lichtstrahl in der Richtung der Kraftlinien, so soll die magnetische Axe in der durch den Strahl und die Schwingung gehenden Ebene oscilliren, ihre Richtung wechselt also periodisch, ebenso wie die Componenten ihrer magnetischen Bewegung. Elektromotorische Kräfte werden senkrecht gegen die Ebene inducirt, in der sich die Axe bewegt. Man muss demnach zu den durch die Ströme des umgebenden Mediums erzeugten elektromotorischen Kräften, also zu den elastischen Kräften der gewöhnlichen Schwingungstheorie, eine auf der Geschwindigkeit senkrechte, in der Wellenebene gelegene Kraft addiren, die periodisch und proportional der Winkelgeschwindigkeit der kleinen Magnete ist, was eine Drehung der Polarisationsebene bedingt.

Die auf diesen Annahmen begründete Rechnung führt zu den Gesetzen von Verdet, d. h. der Proportionalität der Drehung mit der Componente der magnetisirenden Kraft nach der Richtung des Lichtstrahles. Wie weit indess die Annahme der Molecularmagnete in dielektrischen Körpern zulässig ist, und namentlich wie sie für die §§. 1435 und 1436 erwähnten verschiedenen Medien behandelt werden muss, bedarf jedenfalls genauer Untersuchungen.

1518 Vaschy[1]) weist nach, dass die erste Hypothese von Potier zur Begründung der magnetischen Drehung genügt, da schon in Folge derselben eine auf der magnetischen Kraft und Richtung der Fortführung senkrechte und beiden proportionale elektromotorische Kraft inducirt wird. Die Annahme von Maxwell, dass durch ein Magnetfeld für sich schon ein Rotationsphänomen bedingt wird, ist nicht nöthig. Dies würde auch gegen die Annahme der Ampère'schen Molecularströme sprechen.

1519 In seiner Theorie der magnetischen Drehung bei der Reflexion stellt Righi[2]) das Princip auf, dass die Wirkung des Magnetismus sowohl von der Lage der Lichtschwingungen gegen die Einfallsebene, als auch von dem Sinne abhängt, in welchem die Lichttheilchen ihre Bahn durchlaufen. Diese Theorie steht nach Righi gewissermaassen in demselben Verhältniss zu der der gewöhnlichen Metallreflexion, wie die Theorie von Airy über die elliptische Doppelbrechung im Quarz zur gewöhnlichen Doppelbrechung.

---

[1]) Vaschy, Compt. rend. 108, 88, 1888; Beibl. 13, 560. — [2]) Righi, Atti della R. Accad. dei Lincei 282, 367, 1884/85; Beibl. 10, 297. Atti della R. Accad. dei Lincei 1, 774, 1885. Ann. de Chim. et de Phys. [6] 8, 65, 1886; Beibl. 11, 280. Mem. di Bologna [4] 7, 443, 1886; Beibl. 12, 126.

Wie üblich, wird der einfallende Strahl in zwei elliptische Componenten, S und P, von gleichem Axenverhältniss p zerlegt, deren grosse Axen senkrecht und parallel zur Einfallsebene sind. Der Sinn der Bewegung ist für letztere der gleiche, wie der des magnetisirenden Stromes, p ist für senkrechte Incidenz gleich 1, für streifende gleich 0. Bei der Reflexion multipliciren sich die Amplituden der Schwingungen S und P mit den Coëfficienten h und k, wo $k > h$ ist; und es entsteht ein Phasenunterschied φ zwischen S und P, wobei P hinter S zurückbleibt. Bei senkrechter Incidenz ist der Werth von φ klein; er wächst bis zu π, wenn der Einfallswinkel von 0 bis 90° steigt. — Der reflectirte Strahl ist im Allgemeinen elliptisch, bleibt aber bei einem bestimmten Einfallswinkel geradlinig. Im letzten Fall bilden die reflectirten Schwingungen mit dem Loth auf der Einfallsebene die gleichen Winkel, wie die einfallenden mit jener Ebene. — Die Axen der reflectirten elliptischen Schwingung sind im Allgemeinen gegen die Einfallsebene geneigt. — Beim Haupteinfallswinkel ($\varphi = \pi/2$) bildet die einfallende Schwingung, welche bei der Reflexion eine elliptische giebt, deren Axe in der Einfallsebene liegt, einen Winkel von 45° mit letzterer Ebene. — Bei senkrechter Incidenz ist die reflectirte Schwingung elliptisch. Der Sinn der Bewegung auf der Ellipse ist der Stromrichtung um den Magnetpol entgegengesetzt.

Schwingt das einfallende Licht bei gekreuzten Nicols in der Einfallsebene, so ist die Wirkung einer Drehung des Polarisators um den Winkel ω, des Analysators um γ die gleiche, wie wenn das einfallende Licht senkrecht zur Einfallsebene schwingt und der Polarisator um γ, der Analysator um ω in gleichem Sinne gedreht wird.

Bei mehrfacher Reflexion an parallelen Platten ergeben sich die entsprechenden Resultate. — An durchsichtigen Körpern ist bei der Reflexion bisher noch keine magnetische Drehung beobachtet worden.

Auch das durch magnetische Eisenschichten gegangene Licht ist elliptisch polarisirt. Der Sinn der elliptischen Polarisation entspricht dem theoretisch gefundenen. Das Verhältniss der Axen der Ellipse ist etwa 1/229.

1520 Bei der Reflexion eines Lichtstrahles an einem Magnetpol ist nach Fitzgerald[1]) das linear polarisirte Licht als aus zwei circular polarisirten Strahlen zusammengesetzt anzusehen. Für den einen z. B., den rechts herum schwingenden, soll bei der Reflexion an dem Südpol der Brechungsindex kleiner sein, als für den links herum schwingenden. Es wird also auch hier ein besonderes, der elektromagnetischen Wirkung entsprechendes Glied eingeführt. Die Intensitäten der den ersteren

[1]) Fitzgerald, Proc. Roy. Soc. London 25, 447, 1876; Beibl. 1, 200. Phil. Trans. Roy. Soc. London 1880; s. hiergegen einen Einwand von Kundt, Wied. Ann. 25, 228, 1884 und eine Entgegnung von Fitzgerald, Wied. Ann. 25, 136, 1885.

Strahl bildenden in und senkrecht zu der Einfallsebene polarisirten Componenten des linear polarisirten Lichtes sind also nach der Reflexion grösser als die der Componenten des letzteren. Die ersteren, einander gleichen und entgegengesetzten Componenten der beiden reflectirten Strahlen in der Richtung senkrecht zur Einfallsebene würden sich nach der Magnetisirung nicht mehr aufheben, sondern die Componente des rechts schwingenden Strahles würde überwiegen. In Folge der Richtungsänderung des reflectirten Strahles liegt diese nach der rechten Seite. Man erhält also bei der Reflexion zwei auf einander senkrechte, linear polarisirte Strahlen von verschiedener Phase, die im Allgemeinen elliptisch polarisirtes Licht ergeben; nur bei dem Einfallen des Lichtes im Polarisationswinkel würde das reflectirte Licht linear polarisirt, und die Schwingungsebene desselben gedreht sein.

1521 In einer weniger die letzten Principien betreffenden, als sich mehr direct der Erfahrung anschliessenden Art nimmt Mascart[1]) an, dass die Magnetkräfte sowohl auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, als auch auf die Dauer der Lichtschwingungen einwirken. Ein linear polarisirter Strahl werde in zwei circulare zerlegt. Es sei e die Dicke des Mediums, V', T' und V'', T'' die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten und Schwingungsdauern beider circularer Strahlen unter Einfluss der Magnetisirung, wobei $V'' < V'$, V und T ohne denselben, dann ist die Zeitdifferenz zwischen ihnen nach Durchgang durch das Medium $t = e\,(1/V'' - 1/V')$ und die Phasendifferenz

$$2\pi t/T = 2\pi e/T.(1/V'' - 1/V').$$

Hat der linke Strahl m'', der rechte m' Drehungen gemacht, so ist $m''T'' = e/V''$ und $m'T' = e/V'$, und die gesammte Phasendifferenz:

$$\delta = 2\pi t/(T + m'' - m'),$$

und die Drehung der Polarisationsebene:

$$\varrho = {}^1/_2\,\delta = \pi e\left[\frac{1}{V''}\left(\frac{1}{T''} + \frac{1}{T}\right) - \frac{1}{V'}\left(\frac{1}{T'} + \frac{1}{T}\right)\right].$$

Nimmt man an, dass die Wirkungen auf die rechts und links circularen Strahlen gleich und entgegengesetzt und der magnetischen Kraft $\mathfrak{H}$ proportional sind, und sich die Werthe der Wellenlänge λ und des Brechungsindex n in dem magnetischen Medium in λ' und λ'', bezw. n' und n'' umwandeln, so kann man bei Vernachlässigung der Glieder zweiter Ordnung setzen:

$$\frac{n'}{n} = \frac{V}{V'} = 1 + \frac{1}{n}\frac{dn}{d\lambda}(\lambda' - \lambda) - \alpha\mathfrak{H},$$

$$\frac{n''}{n} = \frac{V}{V''} = 1 + \frac{1}{n}\frac{dn}{d\lambda}(\lambda'' - \lambda) + \alpha\mathfrak{H}$$

---

[1]) Nach den Vorlesungen Mascart's von Joubin, Ann. de Chim. et de Phys. [6] **16**, 78, 1889; Beibl. **13**, 554. Compt. rend. **105**, 661, 1887; Beibl. **12**, 71.

und ferner:

$$\frac{T}{T'} = 1 - \beta \mathfrak{H}; \qquad \frac{T}{T''} = 1 + \beta \mathfrak{H};$$

also wird die Gleichung:

$$\varrho = \frac{2\pi e}{\lambda}\left[\frac{\lambda'' - \lambda'}{n}\frac{dn}{d\lambda} + (2\alpha + \beta)\mathfrak{H}\right].$$

Berechnet man $\lambda' = V'T'$ und $\lambda'' = V''T''$, so wird:

$$(\lambda'' - \lambda')\left(1 + \frac{\lambda}{n}\frac{dn}{d\lambda}\right) = -\lambda 2(\alpha + \beta)\mathfrak{H},$$

und wenn man die Wellenlänge in der Luft λ_0 nennt, $\lambda_0 = n\lambda$ und $n = \varphi(\lambda_0)$ setzt, also:

$$\frac{dn}{d\lambda} = \frac{dn}{d\lambda_0}\left(n + \lambda\frac{dn}{d\lambda}\right),$$

und $\lambda'' - \lambda'$, sowie $dn/d\lambda$ in die Gleichung einführt:

$$\varrho = \frac{2\pi e\mathfrak{H}}{\lambda}\left[(2\alpha + \beta) - \lambda\frac{dn}{d\lambda_0}2(\alpha + \beta)\right]$$

$$= 2\pi e\mathfrak{H}(2\alpha + \beta)\left(\frac{n}{\lambda_0} - \gamma\frac{dn}{d\lambda}\right),$$

wo $\gamma = 2(\alpha + \beta)/(2\alpha + \beta)$ gesetzt ist. γ ist positiv für die diamagnetischen und negativ für die magnetischen Körper.

Aenderte sich die Schwingungsdauer nicht, wäre also $\beta = 0$, $\gamma = 1$, so würde:

$$\varrho = 2\pi e\mathfrak{H}2\alpha\left(\frac{n}{\lambda} - \frac{dn}{d\lambda}\right).$$

Der letztere Ausdruck ist der von C. Neumann, dividirt durch λ.

1522 Man hat endlich auf rein mathematisch-empirischem Wege, ohne direct eine Grundhypothese über die Wechselwirkungen der Elektricität und der Lichtschwingungen zu machen, versucht, wie die Gleichungen der Lichtbewegung abzuändern, bezw. mit Zusatzgliedern versehen werden müssten, um mit den magnetisch-optischen Erfahrungsresultaten übereinzustimmen, bezw. dieselben nach dem Ausdruck von G. Kirchhoff zu „beschreiben“.

Die hierzu in Vorschlag gebrachten Zusatzglieder haben verschiedene Formen.

I. Sie sind erste Differentialquotienten nach der Zeit.

II. Sie sind erste Differentialquotienten nach der Zeit und zweite nach den Coordinaten.

III. Sie sind theils von der ersten, theils von der zweiten Art.

Der ersten Form entsprächen die Gleichungen von C. Neumann. Der zweiten Form entspricht die bald nach der Entdeckung der

magnetischen Drehung gemachte Berechnung von Airy[1]). Nach ihm müssen die Zusatzglieder die allgemeine Form

$$\pm\, const\, \frac{d^{2n-1} v}{d z^{2x} d^{2n-2x-1} t}$$

haben. Sie müssen in Bezug auf z eine gerade, in Bezug auf t eine ungerade Anzahl Differentiationen enthalten, damit sie den Bedingungen entsprechen, dass das linear polarisirte Licht in zwei entgegengesetzt schwingende circular polarisirte Strahlen zerfällt, welche sich ungleich schnell fortpflanzen, und zwar so, dass je nach der Richtung der Strahlen vom Nordpol zum Südpol des Magnetes oder umgekehrt der eine oder andere dieser Strahlen beschleunigt oder verzögert wird[2]).

Wir bezeichnen ganz allgemein die derartigen Gleichungen durch die Form

$$\left.\begin{aligned} D_t^2 u &= \varphi\,(D_z) u + m \psi\,(D_t, D_z)\, v \\ D_t^2 v &= \varphi\,(D_z^2) u - m \psi\,(D_t, D_z)\, u \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

wo das Functionszeichen φ eine in Bezug auf die Differentiation D_z gerade, ψ eine in Bezug auf diese Differentiation ebenfalls gerade, in Bezug auf die Differentiation D_t ungerade Function bezeichnet, und $m = c I \cos \zeta$ ist (s. §. 1511).

1523 Die allgemeine Lösung dieser Gleichungen führt zu den Werthen

$$\left.\begin{aligned} u &= \frac{a}{2}\left\{\cos 2\pi\left(\frac{Vt}{\lambda_0} - \frac{z}{\lambda_1}\right) + \cos 2\pi\left(\frac{Vt}{\lambda_0} - \frac{z}{\lambda_2}\right)\right\} \\ v &= \frac{a}{2}\left\{\sin 2\pi\left(\frac{Vt}{\lambda_0} - \frac{z}{\lambda_1}\right) - \sin 2\pi\left(\frac{Vt}{\lambda_0} - \frac{z}{\lambda_2}\right)\right\} \end{aligned}\right. \quad . \; . \quad 2)$$

worin je die ersten und die zweiten Glieder zusammen zwei in entgegengesetzter Richtung circular schwingende Strahlen darstellen, deren Wellenlängen in dem der magnetischen Einwirkung unterworfenen Medium λ_1 und λ_2 sind. V bezeichnet in den Gleichungen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Vacuum, λ_0 die Wellenlänge daselbst.

Die Werthe λ_1 und λ_2 ergeben sich beim Einsetzen der Werthe u und v in die Differentialgleichungen aus den Relationen für λ:

$$\left.\begin{aligned} \frac{4\pi^2 V^2}{\lambda_0^2} &= \varphi\left(\frac{4\pi^2}{\lambda_1^2}\right) - m\psi\left[\frac{2\pi V}{\lambda_0}, \left(\frac{2\pi}{\lambda_1}\right)^2\right] \\ \frac{4\pi^2 V^2}{\lambda_0^2} &= \varphi\left(\frac{4\pi^2}{\lambda_2}\right) + m\psi\left[\frac{2\pi V}{\lambda_0}, \left(\frac{2\pi}{\lambda_2}\right)^2\right] \end{aligned}\right. \quad . \; . \; . \quad 3)$$

Ohne magnetischen Einfluss sind die Wellenlängen der beiden Strahlen $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, dann fällt auch das für die magnetische

---

[1]) Airy, Phil. Mag. [3] 28, 469, 1867. Pogg. Ann. 120, 272, 1847. — [2]) Aehnlich wie Mac Cullagh, um die Drehung der Polarisationsebene in circular polarisirenden Substanzen zu berechnen, Glieder mit $d^3 z / d x^3$ und $d^3 y / d x^3$ oder anderen ungeraden Differentialquotienten nach x zu den Gleichungen zufügte.

Einwirkung charakteristische Glied fort, also wird $m = 0$, und wir erhalten

$$\frac{4\pi^2 V^2}{\lambda_0^2} = \varphi\left(\frac{4\pi^2}{\lambda^2}\right).$$

Ist n der Brechungsindex, so ist $\lambda_0 = n\lambda$, also

$$\frac{4\pi^2 V^2}{\lambda_0^2} = \varphi\left(\frac{4\pi^2 n^2}{\lambda_0^2}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 4)$$

Bezeichnen wir den Werth $2\pi/\lambda = 2\pi n/\lambda_0$ mit γ, so weichen die Werthe $2\pi/\lambda_1$ und $2\pi/\lambda_2$ nur sehr wenig von γ ab und wir können sie gleich $\gamma \pm \varepsilon$ setzen, wo ε eine sehr kleine Grösse ist. Dann ist der Phasenunterschied zwischen den beiden circular schwingenden Strahlen beim Austritt aus dem magnetisch drehenden Medium, also die Drehung ϱ der Polarisationsebene, proportional ε. Entwickeln wir die Werthe $2\pi/\lambda_1$ und $2\pi/\lambda_2$ in den Gleichungen 3 nach dem Taylor'schen Satz, so folgt

$$\varepsilon = \frac{m\psi\left(\frac{2\pi V}{\lambda_0}, \gamma^2\right)}{2\gamma\varphi^1(\gamma^2)}.$$

Aus Gleichung 4) folgt, da n von λ_0 abhängig ist,

$$\frac{1}{\varphi^1(\gamma)^2} = \frac{1}{V^2}\left(n^2 - \lambda n \frac{dn}{d\lambda}\right),$$

also

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{2\pi V^2}\left(n - \lambda\frac{dn}{d\lambda}\right)\psi\left[\frac{2\pi V}{\lambda_0}, \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\right] \quad \ldots \quad 5)$$

Enthielte in den Gleichungen 1) das zweite Glied, wie bei Airy und Neumann, nur den ersten Differentialquotienten dv/dt und du/dt, so wäre beim Einführen der Werthe 2) in die Gleichungen 1) $\psi = 2\pi V/\lambda_0$ und die Drehung

$$\varrho_1 = const\,\frac{m}{V}\left(n - \lambda_0\frac{dn}{d\lambda}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 6)$$

Wäre $\psi(D_t D_z)\,u = d^3v/dz^2dt$ und $\psi(D_t D_z)\,v = d^3u/dz^2dt$ oder, wie aus einer Theorie von Maxwell folgt[1]), $\psi(D_t D_z)\,u = d^3u/dz^2dt$ und $\psi(D_t D_z)\,v = d^3u/dt^3$, so würde

$$\varrho_2 = const\,\frac{4\pi^2 m}{V}\,\frac{n^2}{\lambda_0^2}\left(n = \lambda_0\frac{dn}{d\lambda}\right) \quad \ldots \ldots \quad 7)$$

oder

$$\varrho_3 = const\,\frac{4\pi^2 m V}{\gamma_0^2}\left(n - \lambda_0\frac{dn}{d\lambda}\right) \quad \ldots \ldots \quad 8)$$

Hiernach ist, da $m = I\cos\zeta$ ist, und diese Kraft auf alle vom Licht durchlaufenen Theile des Körpers wirkt, die Drehung ζ der mag-

[1]) Vgl. das Schlusscapitel des Werkes.

netischen Kraft I, dem Cosinus ihrer Neigung gegen die Richtung des Lichtstrahles und der Länge des Körpers proportional [1]).

Auch diese Formel stimmt in Betreff der Dispersion der Farben bei der Rotation nicht mit den Beobachtungen.

1524 Drude [2]) hat in ähnlicher Weise die Differentialgleichungen durch ein Ergänzungsglied vervollständigt. Sind L, M, N die Componenten der magnetischen, X, Y, Z die der elektrischen Kraft, ist ε die Dielektricitätsconstante, λ die specifische Leitfähigkeit in elektrischem Maass, A die reciproke Lichtgeschwindigkeit, die Magnetisirungsconstante aller Medien gleich 1, so ist nach Hertz ohne Magnetisirung

$$1)\quad A \cdot \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z} \qquad 2)\quad A \,.\left(\varepsilon \frac{\partial x}{\partial t} + 4\pi\lambda x\right) = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y}$$

und ähnlich die beiden anderen entsprechenden Gleichungen für dM/dt und dN/dt u. s. f.

Da die Erscheinungen mit den magnetischen Eigenschaften der Körper zusammenhängen und nicht mit besonderen elektrischen Eigenschaften, von denen das Hall'sche Phänomen abhängt, so wird nur das Formelsystem 1) geändert durch die Zusatzglieder:

$$\frac{\partial^2}{\partial y\, \partial t}(b_2 X - b_1 Y) - \frac{\partial^2}{\partial z\, \partial t}(b_1 Z - b_3 X)$$

und ähnlich bei Vertauschung der Werthe L und X mit M, N und Y, Z. Das Formelsystem 2) bleibt unverändert.

Die Werthe b_1, b_2, b_3 sind proportional den Richtungscosinus der Magnetkraftlinien mit den Coordinatenaxen, also

$$b_1 = b \cos(\mathfrak{H} x), \quad b_2 = b \cos(\mathfrak{H} y), \quad b_3 = b \cos(\mathfrak{H} z),$$

wo $\mathfrak{H}$ die Magnetisirungsrichtung bezeichnet. In Folge dessen tritt nur die eine Constante b zu den optischen Gleichungen hinzu.

An der Grenze zweier Medien muss sein, damit daselbst keine thermischen Wirkungen nach Art des Peltier'schen Phänomens auftreten, $L_1 = L_2$, $M_1 = M_2$ und

$$\left(X + b_3 \frac{\partial y}{\partial t} - b_2 \frac{\partial z}{\partial t}\right)_1 = \left(X + b_2 \frac{\partial y}{\partial t} + b_2 \frac{\partial y}{\partial t}\right)_2,$$

$$\left(Y + b_1 \frac{\partial z}{\partial t} - b_3 \frac{\partial x}{\partial t}\right)_1 = \left(Y + b_1 \frac{\partial z}{\partial t} - b_3 \frac{\partial x}{\partial t}\right)_2.$$

Mittelst dieser Gleichungen konnte Drude die Resultate von Righi am Stahl sehr gut darstellen und zeigen, dass seine Versuche über das Verhalten des reflectirten Lichtes quantitativ mit den Versuchen von Kundt über das durchgehende Licht stimmen.

Neuerdings haben indess Zeemann und Wind am Nickel und

[1]) S. Verdet, l. c. — [2]) Drude, Wied. Ann. 46, 353, 1892.

Kobalt festgestellt, dass für diese eine magnetische Constante nicht ausreicht.

Die Theorie von Drude[1]) würde auf die einfache Annahme hinauskommen, dass zu der im Aether stattfindenden Polarisation noch eine solche durch die ponderablen Molecüle, bezw. die Molecularmagnete des magnetisch-activen Mediums hinzukommt, deren x-Componente gleich $b\,dX/dA$ wäre, d. h. der nach der Richtung (A) der Magnetisirung gewonnene Differentialquotient der elektrischen Kraft. Diese Gleichungen wären physikalisch zu erklären, wenn ein Molecularmagnet gleichnamige elektrische Ladungen an seinen Enden (und diesen entgegengesetzte Ladungen in seinem Inneren) besässe. Für den Fall, dass dieses Ergänzungsglied nicht genügte, könnte man noch ein anderes hinzufügen, so dass die Ergänzung dann $b\,\partial x/\partial A + b'\,\partial/\partial t\;\partial x/\partial A$ wäre.

Goldhammer[2]) hat zu den, die Lichtbewegung nach der Maxwell'schen Lichttheorie darstellenden Differentialgleichungen zwei derartig gewählte Ergänzungsglieder mit einer unbestimmten complexen Constante hinzugefügt, dass sie die Phase und Amplitude der magnetooptischen Componente geben. Diese schmiegsamen Glieder sind nicht theoretisch abgeleitet, sondern müssen aus den Versuchsresultaten gewonnen werden. In Folge dessen stimmt die Goldhammer'sche Beschreibungsformel, soweit zwei Constanten genügen, von vorn herein mit den Beobachtungen. Sie bringt uns indess als solche der Erkenntniss der inneren Vorgänge der Erscheinungen ebenfalls nicht näher und verbindet die magnetooptischen Drehungen nicht mit dem Hall'schen Phänomen. **1525**

Eine Vergleichung der theoretischen Resultate in Betreff der elektromotorischen Rotationsdispersion, soweit sie nicht unmittelbar aus den experimentellen Ergebnissen abgeleitet sind, ergiebt sich aus folgender Zusammenstellung. **1526**

Wir wollen hierbei die Formeln mit den Anfangsbuchstaben der Autoren bezeichnen, also

$$N\text{ (C. Neumann)}\quad \varrho = const\,\frac{\mathfrak{H}}{V}\left(n - \lambda\,\frac{dn}{d\lambda}\right),$$

$$V_I\text{ (Verdet)}\quad \varrho = const\,\frac{4\pi^2\mathfrak{H}}{V}\,\frac{n^2}{\lambda_0^2}\left(n - \lambda_0\,\frac{dn}{d\lambda}\right),$$

$$V_{II}\text{ (Verdet)}\quad \varrho = const\,\frac{4\pi^2\mathfrak{H}\,V}{\lambda_0^2}\left(n - \lambda_0\,\frac{dn}{d\lambda}\right),$$

$$M\text{ (Mascart)}\quad \varrho = const\,.\,2\pi e\,\mathfrak{H}\,.\,2\alpha\left(\frac{n}{\lambda} - \frac{dn}{d\lambda}\right).$$

[1]) Drude, Wied. Ann. 52, 497, 1894. — [2]) Goldhammer, Wied. Ann. 46, 71, 1892. Eine Polemik zwischen Goldhammer und Drude, s. Goldhammer, Wied. Ann. 47, 345, 1892; 48, 740; 50, 772, 1893. Drude, Wied. Ann. 48, 122; 49, 690, 1893; 52, 496, 1894.

1527 Ausser diesen Formeln sind noch weitere Interpolationsformeln für die Drehung angegeben:

von H. Becquerel (§. 1457) . . $\varrho = a/\lambda^2 + b/\lambda^4$
„ Voigt . . . . $\varrho = n^2(a/\lambda^2 + b/\lambda^4)$.

van Schaik[1]) fügt zu den Formeln von H. Becquerel und Lommel, $\varrho = a/\lambda^2 + b/\lambda^4$, noch die Annahme von Molecularwirbeln nach Maxwell hinzu, wodurch bei der negativen Drehung, z. B. von Titanchlorid, das zweite, bei der positiven das erstere Glied überwiegt. In den diamagnetischen Körpern würden die Wirbel direct eine positive, in den magnetischen eine negative Drehung erzeugen; in negativ drehenden diamagnetischen Körpern würden beide Arten von Wirbeln auftreten. Er findet so:

$$\varrho = n^2 \left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right) \left(\frac{a}{\lambda^2} + \frac{b}{\lambda^4}\right).$$

a und b sind Constante, die von der Summation der positiven und negativen Rotation herrühren.

1528 Drückt man das Brechungsverhältniss n empirisch als Function der Wellenlänge λ durch die Formel von Cauchy

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

aus, so ist nach den Untersuchungen von Verdet[2]) und Gernez für

	A	B	C
Schwefelkohlenstoff	1,5818	112,83	8,1454
Creosot	1,5174	76,918	2,8683

Berechnet man hiernach die magnetischen Drehungen der Polarisationsebene in den beiden genannten Stoffen entsprechend den Formeln N bis M und setzt die Drehungen für die Linie $E = 1$, so ist:

Schwefelkohlenstoff:

	C	D	E	F	G
Drehung beobachtet . . .	0,592	0,768	1	1,234	1,704
nach Formel N	0,943	0,967	1	1,034	1,091
„ „ V_I	0,599	0,760	1	1,234	1,713
„ „ V_{II}	0,606	0,772	1	1,216	1,640
„ „ M	0,756	—	1	—	1,336

[1]) v. Schaik, Arch. Néerland, 21, 406, 1887; Beibl. 12, 212. — [2]) Verdet, Ann. de Chim. et de Phys. [4] 69, 1, 1863.

Creosot.

	C	D	E	F	G
Drehung beobachtet . . .	0,573	0,578	1	1,241	1,723
nach Formel N	0,976	0,993	1	1,017	1,041
„ „ V_I	0,617	0,780	1	1,210	1,603
„ „ V_{II}	0,627	0,789	1	1,200	1,565
„ „ M	0,584	0,753	1	1,243	1,738

Die berechneten Resultate weichen von den beobachteten weit über die Grenzen der Beobachtungsfehler hinaus ab; für Schwefelkohlenstoff schliesst sich die Formel V_I noch am besten der Beobachtung an, nicht aber für das Creosot.

Entwickelungen in Reihen würden selbstverständlich Uebereinstimmung ergeben.

Um noch sicherer zu gehen, hat Joubin (l. c. §. 1521) weitere Versuche zunächst mit Schwefelkohlenstoff und Creosot, deren Brechungsindices bei verschiedenen Temperaturen bestimmt wurden, und in verschieden starken Magnetfeldern, deren Stärken durch die Drehung im Schwefelkohlenstoff gemessen wurden, angestellt. Die mittelst elektrischen Lichtes erhaltenen Drehungen wurden auf die Cadmiumlinien bezogen. Sie stimmten vollständig mit der Formel von Mascart. 1529

Dann wurden für ultraviolette Strahlen Versuche angestellt, wobei die photographische Methode verwendet wurde. Als Lichtquellen dienten die Funken eines grossen, mit einer Leydener Flasche verbundenen Ruhmkorff'schen Inductoriums, welche einige Millimeter weit zwischen starken Cadmiumspitzen überschlugen. Die Funkenstrecke befand sich im Brennpunkte einer Quarzlinse von 8 cm Brennweite. Die Anwendung Nicol'scher Prismen war unmöglich, deshalb wurde ein in der Mitte eines Theilkreises drehbares dickes Stück Kalkspath verwendet, von dem der eine Strahl durch ein Diaphragma abgeblendet wurde. Der magnetische Apparat befand sich in einem absolut dunklen Raume, in den die Strahlen nur durch ein kleines Loch eintraten. Ein Brunner'sches Goniometer ohne Collimator diente zum Auffangen der Strahlen, ein Kalkspathprisma von 60° auf demselben zugleich zum Dispergiren und Analysiren der Strahlen. Das Beobachtungsfernrohr des Galvanometers ist durch ein kleines Fernrohr mit Quarzobjectiv und photographischem Ocular ersetzt.

Als drehender Körper wurde ein Steinsalzprisma von 0,07 m Länge verwendet, welches auch die äussersten ultravioletten Strahlen durchlässt und etwa $^3/_4$ mal so stark magnetisch dreht als CS_2.

Für die sichtbaren Strahlen waren die beobachteten und nach der Formel von Mascart berechneten Drehungen für die Cadmiumlinien:

	1	2	4	5	6	7
beob.	9° 40′	13° 49′	15° 26′	17° 35′	18° 30′	21° 3′
ber.	9° 53′	13° 49′	15° 28′	17° 27′	18° 27′	21° 3′

Zur Messung der Drehung der unsichtbaren Strahlen wurde das Prisma erst auf das Minimum der Ablenkung gestellt, indem die Lage des Funkenbildes auf der empfindlichen Platte bei ungefährer Einstellung nach dem Hervorrufen beobachtet und dann das Ocular entsprechend gedreht wurde. Man kann so die Brechungsindices bestimmen. Zur Bestimmung der Drehung selbst wurde die Drehung des Polarisators aufgesucht, bei der kein photographisches Bild erschien. Die Drehungen sind für die Linien:

	9	14	18	β	24
beob.	36	71° 30′	103,0	173	187
Mascart	36	71°	104,0	171	182
H. Becquerel	32,7	—	71,7	—	97,8
Voigt	32,8	—	75,1	—	107,1
van Schaik	33,05	—	77,9	—	116,4

1530 Nach den Vergleichungen der Beobachtungen von E. Becquerel mit der Theorie von van Schaik (l. c.) waren die Drehungen für:

		C	*D*	*E*	*I*	*F*
$TiCl_4$	beob.	0,637	1,000	1,590	1,730	2,271
	ber.	0,645	1,000	1,603	1,745	2,286
CS_2	beob.	0,592	0,768	1,000	1,234	1,704
	ber.	0,594	0,763	1,000	1,232	1,704 u. s. f.

II. Directer Einfluss des Magnetismus auf Lichtschwingungen. Vermeintliche Erregung des Magnetismus durch Licht.

1531 Beim Durchgang der strahlenden Wärme zwischen Magnetpolen auf eine Thermosäule konnte Nernst beim Magnetisiren Aenderungen mit Sicherheit nicht beobachten [1]).

1532 Man hat in früherer Zeit vielfach angenommen, dass eine directe Beziehung zwischen der Magnetisirung des Stahles und dem Lichte existire. Namentlich Morichini [2]) glaubte zeigen zu können, dass das violette und ultraviolette Licht in einer unmagnetischen Stahlnadel einen Nordpol hervorbrächte, wenn es sie nur auf der einen Hälfte beleuchtete, dass auch wohl das rothe Licht sie entmagnetisirte. Mrs. Sommerville [3])

---

[1]) Nernst, Wied. Ann. 36, 788, 1887. — [2]) Morichini, Gilb. Ann. 43, 212, 1813; Kastner's Archiv 8, 105, 1826. — [3]) Mrs. Sommerville, Ann. de Chim. et de Phys. 31, 393, 1826.

wollte in gleicher Art nachweisen, dass eine an einem Ende mit blauer Seide umwickelte Nähnadel bei Bestrahlung durch das Sonnenlicht daselbst einen Nordpol erhielte. Auch Christie[1]) hatte beobachtet, dass die Schwingungsweite einer Magnetnadel unter dem Einflusse des Sonnenlichtes schneller abnahm als im Dunklen. Endlich hatte auch Baumgärtner[2]) zu zeigen versucht, dass bei der Bestrahlung durch weisses Licht eine an verschiedenen Stellen ungleich stark erleuchtete Nadel an den helleren Stellen, so wie eine ungleich polirte Nadel an den polirten Stellen Nordpole erhielte.

1533 Nach manchen entgegengesetzten Erfahrungen ist endlich durch sehr ausgedehnte und sorgfältige Versuche von Riess und Moser[3]) nachgewiesen worden, dass alle diese Resultate nur zufälligen Umständen ihren Ursprung verdanken. Entweder hatten die Nadeln schon vor der Bestrahlung einen gewissen Magnetismus, welchen die früheren Beobachter nicht bemerkten, weil sie, statt wie Riess und Moser die Nadeln an einem Coconfaden aufzuhängen, sie auf einem auf einer Spitze schwebenden Achathütchen befestigten, dessen Reibung den schwachen Magnetismus der Nadeln überwand; oder die Nadeln waren, als man, um ihren Magnetismus zu bestimmen, ihre Schwingungszahl in einer bestimmten Zeit maass, durch Annähern eines Magnetstabes in Bewegung gesetzt worden, wodurch sie schon magnetisirt werden konnten. Riess und Moser gaben ihnen durch einen kupfernen Haken einen Anstoss. Auch waren die Nadeln beim Poliren wohl öfter in der Nordsüdrichtung gehalten worden, so dass sie in Folge der dabei stattfindenden Erschütterungen durch den Erdmagnetismus magnetisirt wurden.

Riess und Moser erhielten bei Vermeidung aller Fehlerquellen, selbst unter den günstigsten Umständen, nie eine Aenderung des permanenten Magnetismus oder auch nur eine temporäre Magnetisirung durch das Licht. Da Mrs. Sommerville angegeben hatte, dass, besonders wenn die Masse der bestrahlten Nadeln klein wäre, ihre Magnetisirung stark würde, wandten sie häufig zugespitzte cylindrische Nadeln von höchstens 6 cm Länge und auch Uhrfedern an. Die Oscillationsdauer der Nadeln änderte sich nicht, als ihre eine Hälfte eine Zeit lang den Strahlen des violetten Theiles des Spectrums ausgesetzt worden war. Auch ergab sich eine solche nicht, als durch eine Linse das violette Licht des Spectrums zu einem kleinen Kreise concentrirt, und derselbe von dem Nordende der Nadeln gegen ihre Mitte langsam hingeführt wurde[4]). — Ferner änderte sich die Schwingungsdauer einer kleinen Magnetnadel,

---

[1]) Christie, Phil. Trans. 1826, 2, 219. — [2]) Baumgärtner, Zeitschr. f. Phys. u. Math. 1, 263, 1826. Auch Zantedeschi, Bibl. univ. 41, 64; Pogg. Ann. 16, 187, 1829 u. Andere. Wir begnügen uns, nur einige dieser Versuche anzuführen, da dieselben doch keine bestimmten Resultate ergeben haben. Vergleiche die übrige Literatur in Gehler's Wörterbuch 6 [2], 873, 1836. — [3]) Riess und Moser, Pogg. Ann. 16, 563, 1829. — [4]) Aehnlich wie Barlocchi, Gehler's Wörterbuch l. c.

welche vor einer 5 cm langen, verticalen Stahlnadel so aufgehängt war, dass ihr Südpol mit dem unteren Ende der letzteren in einer Ebene lag, durchaus nicht, als auf das untere Ende der Stahlnadel vermittelst eines Heliostaten der violette Theil des Spectrums gelenkt worden war. Also wurde die Nadel auch während der Bestrahlung nicht temporär magnetisirt. — Ebenso wenig erhielten Riess und Moser bei Vermeidung aller übrigen magnetisirenden Einflüsse positive Resultate mit Nadeln, die am einen Ende polirt waren, mochten sie violettes oder weisses Licht direct oder durch eine Linse concentrirt auf das polirte Ende derselben geworfen haben. Nur zuweilen wurde in Folge der starken Erwärmung der Magnetismus der magnetisirten Nadeln geschwächt.

1534 Auch Kalischer[1]) erhielt kein Resultat, als er eine mit magnetischen oder diamagnetischen, farblosen oder auch blauen Flüssigkeiten gefüllte, an den Enden mit Glasplatten verschlossene Röhre oder ein Stück Faraday'sches Glas mit einer Drahtspirale umgab, die mit einem Galvanometer verbunden war, sie in axialer Richtung zwischen die Pole eines starken Elektromagnetes brachte und gewöhnliches oder polarisirtes Licht hindurchleitete [2]).

1535 Die Behauptung [3]), dass beim Auffallen eines Lichtstrahles von einer Bogenlampe auf ein grosses Nicol'sches Prisma und dann auf einen etwa 200 mal in der Secunde um 45° hin und her gedrehten Spiegel, von dem er in einem sehr stumpfen Winkel durch eine mit Schwefelkohlenstoff gefüllte Röhre geleitet wird, in einer dieselbe umgebenden Spirale ein durch ein Telephon wahrnehmbarer Strom erzeugt wird, ist, wie vorauszusehen, nicht bestätigt worden.

---

[1]) Kalischer, Naturwissenschaftl. Rundschau 4, 405, 1889; Beibl. 13, 966. — [2]) Der Versuch von Sh. Bidwell (Proc. Roy. Soc. 45, 453, 1889; Beibl. 13, 570), dass ein zuerst stark magnetisirter, dann durch entgegengesetzte Ströme entmagnetisirter, weicher Eisenstab beim Belichten durch Hydroxygenlicht wieder magnetisch wird, braucht nicht auf einer directen Lichtwirkung zu beruhen. Ebensowohl kann die Erwärmung hierbei wirken. — [3]) Sheldon, Sillim. Journ. [3] 40, 196, 1890; Beibl. 14, 1161; s. darüber Minchin, Electrician 25, 657, 1890; Beibl. 15, 124; Gray, Phil. Mag. [5] 30, 494, 1890; Beibl. 15, 125. Vorschläge zu weiteren Versuchen von Schoentjes, Bulletin Acad. Belg. [3] 19, 444, 1890; Beibl. 14, 1162.

Viertes Capitel.

Beziehungen des Magnetismus zur dielektrischen Polarisation, zur chemischen Verwandtschaftskraft, zur Krystallisation, Cohäsion und Gravitation.

1536 Einen Einfluss des Magnetismus auf die dielektrische Polarisation in schlechten Leitern haben die Versuche bisher noch nicht ergeben. So bohrte Hall[1]) in ein dickes Glasstück von 49 mm Fläche von den Seitenflächen aus vier, bis etwa 7 mm von der undurchbrochenen Mitte gehende, gegen einander rechtwinkelige Canäle. In jeden Canal wurde ein lose passender Messingzapfen mit einem isolirenden Kitt befestigt und an ihn ein von einer Glasröhre umgebener Draht angelöthet. Zwei einander gegenüberliegende Zapfen wurden mit den Belegungen einer durch eine Holtz'sche Maschine geladenen Leydener Batterie, die beiden anderen mit den getrennten und isolirten Quadranten eines Thomson'schen Elektrometers verbunden. Wurde die Platte zwischen die Magnetpole gebracht, so änderte sich der Elektrometerausschlag nicht, so dass jedenfalls die relative Aenderung des Potentials der Quadranten bei Umkehrung der Magnetisirung kleiner ist, als bei Umkehrung der Verbindungen der Quadranten, wenn sie durch $^1/_{80}$ eines Bunsen'schen Elementes geladen werden. Da die Potentialdifferenz zwischen den Batterieelektroden nach der Funkenlänge etwa 10000 Bunsen's entspricht, ist die zwischen den mit dem Elektrometer verbundenen Zapfen erzeugte Potentialdifferenz bei Berücksichtigung der Capacitäten der Quadranten kleiner als die von $^1/_{40000}$ Bunsen. Da ferner die Intensität des Magnetfeldes etwa gleich $\mathfrak{H} = 4000$ (C.-G.-S.) ist, so ist die elektrostatische Induction im Glase E^1/ME (vgl. §. 220) kleiner als $16 . 10^{-8}$, also viel kleiner, als im Eisen.

1537 Man hat früher viele Versuche angestellt, um eine directe Beziehung des Magnetismus zur Krystallisationskraft und zur chemischen Verwandtschaftskraft zu finden.

---

[1]) Hall, Sillim. Journ. [3] 20, 161, 1880; Beibl. 5, 60.

So sollte nach Arnim[1]) der Anker eines hufeisenförmigen Stahlmagnetes beim Befeuchten mit Wasser leichter am Nordpol des Magnetes rosten; Ritter[2]) wollte beobachtet haben, dass Eisenmagnete am Südpol oxydirbarer sind; Cavallo[3]) meinte, eine Magnetnadel würde von Eisenfeilen stärker angezogen, wenn sie von verdünnter Schwefelsäure oder Salzsäure chemisch angegriffen würden; Maschmann, Hansteen[4]) und Andere wollten beobachtet haben, dass der aus einer Lösung von salpetersaurem Silberoxyd durch Quecksilber in einem U-förmigen Rohre reducirte Silberbaum in dem nach Norden gekehrten Schenkel desselben höher wüchse als in dem anderen; ebenso Lüdicke[5]), dass die Bleikrystalle aus einer Lösung von essigsaurem Bleioxyd u. s. w. in einem über den Magnetpolen aufgestellten Gefäss hauptsächlich an den nicht zwischen den Polen befindlichen Stellen anschössen; Kastner[6]), dass in einem in Bleizuckerlösung liegenden Glasrohr, in welchem eine Magnetnadel in der Richtung des magnetischen Meridians befestigt war, die Krystallisation hauptsächlich an den Polen der Nadel stattfände. Endlich beobachtete auch Rendu[7]), dass in einem U-förmigen Rohre, in dessen Schenkel zwei an die Pole eines hufeisenförmigen Magnetes gehängte Eisendrähte hineinragten, ein Aufguss von Rothkohl sich beiderseits grün färbte, dass dies einträte, selbst wenn die Drähte mit Glasröhren bedeckt wären; u. s. w.

Schon Erman[8]) hat indess bewiesen, dass die Versuche von Ritter und Arnim unrichtig sind, indem beide Pole eines Magnetes in feuchter Luft ganz gleichmässig rosten, wenn sie sonst nicht ungleich sind. Auch Dulk[9]) hat gezeigt, dass die Bildung der Silbervegetation durchaus nicht von dem Magnetismus beeinflusst wird. Endlich hat Erdmann[10]) durch eine Reihe sorgfältiger Versuche gezeigt, dass alle positiven Resultate, welche scheinbar in diesem Felde erhalten worden sind, nur zufälligen Umständen zuzuschreiben sind, dass sich bei öfterer Wiederholung derselben unter verschiedenen Verhältnissen ebenso oft die entgegengesetzten Erscheinungen ergeben und in vielen Fällen, z. B. in dem Versuche von Rendu, schon das Eisen als solches, ohne magnetisirt zu sein, die gleichen Wirkungen hervorbringt.

Dass auch eine Richtung der Theilchen des Wismuths beim Erstarren durch den Magnet nicht mit Sicherheit nachzuweisen ist, haben wir bereits im Capitel „Diamagnetismus“ erwähnt (vergl. §. 1358).

1538 Andere negative Resultate erhielt Fossati[11]).

---

[1]) Arnim, Gilb. Ann. 3, 59; 5, 394, 1800; 8, 279, 1801. — [2]) Ritter, Beitr. 2, 328, 1805. — [3]) Cavallo, Phil. Trans. 1787, p. 16. — [4]) Maschmann u. Hansteen, Gilb. Ann. 70, 234, 1822; auch Schweigger u. Döbereiner, Schweigg. Journ. 44, 85, 1825. — [5]) Lüdicke, Gilb. Ann. 68, 76, 1821. — [6]) Kastner, Kastner's Arch. 6, 448, 1825; vergl. auch Hunt, Phil. Mag. 28, 1, 1846; 32, 252, 1848. — [7]) Rendu, Ann. de Chim. et de Phys. 38, 196, 1828; Kastner's Arch. 15, 335 u. Andere. — [8]) Erman, Gilb. Ann. 26, 139, 1807. — [9]) Dulk, Kastner's Arch. 6, 457, 1825. — [10]) Erdmann, Schweigg. Journ. 56, 24, 1829. — [11]) Fossati, Bolletino del Elettricità 1890; Beibl. 14, 1010.

Auf den Pol eines grossen Elektromagnetes wurde mit $^1/_{10}$ ihrer Länge eine dünne rechtwinkelige Zinkplatte, von ihm getrennt durch eine dünne Ebonitplatte, gelegt, ein Tropfen concentrirte Eisenchlorürlösung auf die über dem Pol liegende Stelle und ein anderer auf eine 10 cm davon entfernte Stelle der Zinkplatte gebracht. Bei Erregung des Magnetes zeigte sich nicht die geringste Spur eines Unterschiedes der unter den Tropfen entstehenden Flecke nach dem Abwaschen mit Wasser. Dasselbe ergab sich mit Lösung von Chlorammonium-Eisenchlorür.

Wurde auf die ebene Fläche des einen Poles des Elektromagnetes ein kleiner, mit concentrirter Lösung von Eisenchlorür gefüllter Glastrog unter Zwischenlegung einer Ebonitplatte gestellt und eine rechteckige Zinkplatte eingetaucht, so unterschieden sich wiederum nicht die Gewichte des unter magnetischem Einfluss niedergeschlagenen und des in einem ganz gleichen Troge ohne diesen Einfluss niedergeschlagenen Eisens.

Wurde in zwei gleichen kleinen Voltametern mit verticalen dünnen Glaswänden mit Platinkathoden und grossen Eisenanoden durch einen Strom Eisenchlorürlösung elektrolysirt, während das eine die eine ebene Polfläche des grossen Elektromagnetes berührte, das andere nicht, so waren wieder die Gewichte der Eisenniederschläge in beiden Fällen gleich. Eine Ammonium-Eisenchlorürlösung ergab dasselbe Resultat.

Wurden in dem einen Voltameter beide Elektroden aus Platin geformt, und wurde in den Schliessungskreis ein Spiegelgalvanometer eingeschaltet, so blieb der Ausschlag fast unverändert, wenn der Magnet erregt wurde. Beim Oeffnen ging der Magnetspiegel plötzlich in seine frühere Lage zurück. Die Wärmeentwickelung in den Magnetpolen hatte keinen Einfluss.

Ebenso wenig beobachtete Löb [1]) beim Mischen von chlorsaurem Kali, Schwefelsäure und Eisenvitriol oder von Jodwasserstoffsäure und Eisenchlorid, wo sich kein metallisches Eisen abscheidet, in einem Magnetfelde eine Aenderung des Verlaufes der Reaction [2]). 1539

In anderer Richtung hat man eine Beziehung zwischen dem magnetischen und chemischen Verhalten gesucht, indem man den Einfluss der Magnetisirung auf das chemische Verhalten des Eisens in verschiedenen Medien studirte. 1540

So wurde von Andrews [3]) ein mässig stark magnetisirter und ein unmagnetisirter Stahlstab von gleichen Dimensionen und möglichst gleicher

---

[1]) Morris Löb, Chem. Centralblatt 62, 690, 1891; Beibl. 15, 661. — [2]) Die Beobachtung von Liesegang (Photogr. Archiv 1890, S. 168; Beibl. 15, 123), dass lichtempfindliche Eisensalze bei Bestrahlung sich weniger zersetzen, wenn zugleich Magnetismus auf sie wirkt, bedarf noch der Untersuchung. — Ebenso verhält es sich mit der Beobachtung von Braham (Rep. Brit. Assoc. 1889, p. 519; Beibl. 16, 304), dass die Bilder auf photographischen Platten bei der Entwickelung zwischen den Polen eines Elektromagnetes in der Nähe der Pole nebelhaft erscheinen, in einiger Entfernung ein intensiver Fleck auftritt. — [3]) Th. Andrews, Proc. Roy. Soc. London 52, 114, 1892; Beibl. 17, 148.

Structur in zwei gleiche Gläser voll gleichen Mengen von Kupferchloridlösung ($^1/_5$) gestellt und ihr Gewichtsverlust in gleichen Zeiten bestimmt. Der magnetisirte Stab verlor etwa 3,05 Proc. im Mittel mehr an Gewicht.

Nichols[1]) stellt zwischen die Pole eines kleinen Elektromagnetes von 1,2 cm Schenkeldicke ein Gefäss mit einer bekannten Menge Säure und bestimmt die Temperaturzunahme derselben beim Auflösen einer gewogenen Quantität Eisen darin, sowohl ohne als während der Erregung des Magnetes. Als Säuren wurden in verschiedener Concentration Königswasser, Salpetersäure, Salzsäure und Schwefelsäure verwendet. Das magnetisirte Eisen löst sich schneller als das unmagnetische und die entwickelte Wärme ist dabei grösser. Die Resultate sind indess je nach der Concentration der Lösung ziemlich schwankend.

1541 Die meisten anderen Versuche betrafen das elektromotorische Verhalten des magnetisirten Eisens gegenüber nicht magnetischem in einem Elektrolyt.

Gross[2]) senkte bis auf ihre Endflächen lackirte Eisendrähte in ein Porcellanschiffchen voll Eisenchloridlösung vom specif. Gew. 1,2, verband sie mit einem Galvanometer und magnetisirte sie abwechselnd durch einen herumgeleiteten Strom. Dabei entstand ein Strom, welcher durch die Eisenchloridlösung von dem magnetisirten Draht zum anderen ging. Die Richtung der Magnetisirung der Elektrode hat auf die Stromesrichtung keinen Einfluss. Mit wachsender Magnetisirung wächst die Stromintensität. Nach dem Aufhören der länger dauernden Magnetisirung bleibt zuweilen ein schwacher Strom bestehen; zuweilen zeigt sich auch ein Gegenstrom. Bei wiederholter Magnetisirung wird die Wirkung schwächer, sie wird aber durch Ausglühen der Elektrode wieder hergestellt.

Sind die Elektroden durch die Chloridlösung stark angegriffen, so kann die Magnetisirung momentan einen entgegengesetzten Strom hervorrufen, welcher aber im Allgemeinen sofort in den normalen übergeht. Ausglühen hebt auch diese Anomalie auf.

Eine rothbraune Lösung von salpetersaurem Eisenoxyd vom specif. Gew. 1,34 gab zwischen einer magnetisirten und einer unmagnetisirten Eisenelektrode schwächere Ströme als Eisenchloridlösung durch die Lösung von ersterem Draht zu letzterem. — Concentrirte neutrale Lösungen von Eisenchlorür und Eisenvitriol gaben keine Ströme, bei schwachem Ansäuern schwächere Ströme als Eisenchloridlösung. — In Lösungen von Salpeter zeigten sich keine Ströme, in verdünnter Salpetersäure (2,2/100) erschienen nach einiger Zeit, wenn die Lösung in der Umgebung der Elektroden eisenhaltig geworden war, gleich gerichtete Ströme, wie in der Chloridlösung.

---

1) Edmund L. Nichols, Sillim. Journ. 31, 272, 1886; Beibl. 10, 518. — 2) Gross, Verhandl. d. physikal. Ges. in Berlin 1885, S. 38; Wiener Ber. [2] 92, 1378; Beibl. 9, 540; 10, 425.

Andrews[1]) senkte zwei sehr sorgfältig polirte, aus demselben Stück 1542 geschnittene Stäbe von weichem Eisem von etwa 6 mm Durchmesser gleich weit in die beiden Schenkel eines mit verschiedenen Flüssigkeiten gefüllten U-Rohres, deren einer mit einer Spirale umgeben war, bezw. in einen Glastrog. Die Stäbe waren mit einem Galvanometer verbunden. In den meisten Fällen war der magnetische Stab *A* elektropositiv gegen den unmagnetischen *B*. Der Strom fliesst also durch die Lösungen vom magnetischen zum unmagnetischen Stab. Die Wirkung nahm mit der Zeit zu, und die chemische Wirkung auf *A* wuchs.

In Chlorwasserstoffsäure zeigte sich keine Wirkung; in Bromkalium mit Brom stieg die elektromotorische Kraft beim Magnetisiren bis zu $^1/_{20}$ Volts, das magnetische Eisen ist elektropositiv. In Eisenchlorid mit Chlor ist das magnetisirte Eisen elektronegativ; nach Verbrauch des Chlors wurde es positiv. In Lösungen von chlorsaurem Kali und Salpetersäure wuchsen die magnetochemischen Wirkungen, wobei der magnetisirte Stab positiv wird, mit der Concentration. Versuche mit Eisenvitriol zeigen einen Einfluss der Stärke der Magnetisirung. In Eisenchlorid setzt sich mehr Eisenoxyd an dem magnetisirten Stabe ab, welcher wieder elektropositiv ist. In Kupferchlorid, Kupfersulfat und Kupfernitrat war die Lösung am elektropositiv erscheinenden magnetisirten Eisen mehr entbläut; in Kupferbromid war die Wirkung sehr entschieden.

Auch wurden Versuche über das relative Verhalten der stärker und schwächer magnetisirten Stellen angestellt. Zwei weiche Eisenstäbe, 0,65 cm dick, wurden, der eine bis auf sein eines Ende, der andere bis auf einen 1,2 cm breiten Streifen in der Mitte mit Kautschukschlauch bedeckt, neben einander in ein mit der Lösung (Salpetersäure und chromsaures Kali, Kupferchlorid) gefülltes Reagirglas gesenkt und mit demselben in eine Spirale eingeführt. Die Stäbe waren mit dem Galvanometer verbunden. Dabei erwies sich der Stab mit freiem Polende, gleichviel ob es nord- oder südpolar war, als elektropositiv. Beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes nahm die Ablenkung des Galvanometers ab oder wurde Null.

In starker Salpetersäure, wo das Eisen passiv wird, erhält man Ströme von dem magnetisirten Stab zum unmagnetisirten Stab von der elektromotorischen Kraft etwa 0,011 Volts; dabei wird das magnetische Eisen stärker angegriffen; jedenfalls in Folge von Localströmen.

Wird Eisenpulver in einem zwischen den Halbankern eines Elektromagnetes stehenden Reagirglase mit Salpetersäure vom spec. Gew. 1,368 übergossen und erwärmt, bis es eben noch passiv bleibt, so wird es beim Erregen des Magnetes plötzlich activ. In stärkerer Säure bedarf es zum Activiren stärkerer Magnetfelder, ebenso bei niederen Temperaturen.

---

[1]) Andrews, Proc. Roy. Soc. **42**, 459, 1887; **44**, 152, 1888; Beibl. **12**, 70, 821.

1543 Bei Versuchen von Nichols und Franklin [1]) bestand der Apparat aus zwei unten geschlossenen, oben durch ein horizontales Rohr verbundenen, 1 cm langen und 1/2 cm dicken Glasröhren, gefüllt mit verschieden concentrirter HNO_3, HCl, H_2SO_4, bezw. mit $K_2Cr_2O_7$, in welche aus einem Eisenstab durch Querschnitte abgetrennte, mit einem Galvanometer verbundene Eisenstäbchen in horizontaler Lage an isolirten, in ihrer Mitte befestigten, verticalen Kupferdrähten hinabhingen. Sie waren bis auf eine kleine, ein Paar Quadratmillimeter grosse Fläche mit Wachs überzogen. Das eine dieser Stäbchen wurde in dem betreffenden Glasrohre zwischen die horizontalen Pole eines Elektromagnetes gebracht. War die Fläche dem Magnetpol zugekehrt, so verhielt sie sich zu dem Eisen ausserhalb des Magnetfeldes wie Zink zu Platin, also elektropositiv; befand sich die freie Fläche in der neutralen Zone des Cylinders, wie Platin zum Zink gegenüber dem unmagnetisirten Eisen. Wurde die unmagnetische Elektrode durch Platin, Kohle oder Kupfer ersetzt, so wuchs die elektromotorische Kraft bei der Magnetisirung, wenn die freie Fläche des Eisens dem Pol zugekehrt war, und nahm ab, wenn sie in der neutralen Zone lag. Lag der Eisencylinder axial, so wirkte er wie der Zinkpol, der Strom floss durch die Kette zur unmagnetischen Elektrode; lag er äquatorial, so kehrte sich die Stromrichtung um.

Von zwei axial liegenden Stäben, deren einer seine freie Stelle am Ende, deren anderer sie in der Mitte hatte, verhielt sich der erstere zum zweiten wie Zink zu Platin [2]); die Wirkung war stärker als zwischen einem magnetischen und einem unmagnetischen Stabe.

In verschieden starken Magnetfeldern von 2000 bis 19700 *H* ändert sich die elektromotorische Kraft einer Kette von Eisen-Platin in verdünnter Schwefelsäure mit Kaliumbichromat um 0,0008 bis 0,0680 Volts.

Sind die den Magnetpolen gegenüber liegenden Pole der Eisenmassen unbedeckt, so sammelt sich daran Eisenlösung, welche zur Bildung neuer elektromotorischer Kräfte Veranlassung giebt. Ist die unbedeckte Fläche an einer unmagnetischen Stelle der Eisenmasse, so wird die gebildete Eisenlösung von derselben fort gegen die Magnetpole hingezogen. Dies könnte die beobachteten Erscheinungen bedingen. In der That konnte bei verschiedenen Elementen derartiges beobachtet werden. So stieg die elektromotorische Kraft einer Kette Eisen-Kohle-concentrirte Salpetersäure von 0,88 auf 1,33 Volts, wenn das Eisen sich in verdünnter Schwefelsäure befand, die von der Salpetersäure durch eine poröse Wand getrennt war; ähnlich stieg bei gleichem Verfahren die elektromotorische Kraft einer Platin-Eisen-Kette mit verdünnter Schwefelsäure von 1,05 bis 1,32, mit Permanganatlösung von 1,44 zu 1,60 u. s. f.

---

[1]) E. L. Nichols u. W. S. Franklin, Sillim. Amer. Journ. [3] **34**, 419, 1887; Beibl. **12**, 497; auch Lum. électr. **26**, 234, 1887, aus Rep. Amer. Assoc. 1887; Sillim. Journ. [3] **35**, 290, 1888; Beibl. **12**, 124, 600. — [2]) Nach Rowland soll dies dem ihrigen entgegengesetzte Resultat auf Strömungen beruhen.

Die elektromotorische Kraft war stets grösser, wenn Eisenoxydsalze, als wenn Eisenoxydulsalze bei der magnetischen Einwirkung entstanden; analog, wenn die freie Stelle polar wird. Durch Verweilen des gebildeten Eisensalzes entsteht Eisenoxydulsalz, dagegen, wenn sie an einem neutralen Orte liegt, von wo die Lösung sich durch die magnetische Einwirkung entfernt, Eisenoxydsalz, was die Aenderungen bedingt. Umrühren wirkt ähnlich wie im letzten Fall der Magnetismus. So sinkt die elektromotorische Kraft einer Kette Eisen-Platin-Salpetersäure ($^1/_4$) beim Umrühren von 1,07 bis 11,95 Volts und steigt bei ruhigem Stehen wieder auf die frühere Grösse.

Zwischen den polaren und neutralen Stellen einer Eisenmasse zwischen den Magnetpolen können sich in Folge dessen locale Ströme bilden, welche durch die Flüssigkeit von ersteren zu letzteren fliesst. Diese Ströme können die Zerstörung der Passivität des Eisens im Magnetfelde bedingen [1]).

Weitere Versuche haben Rowland und Bell [2]) angestellt. Sie sind nachher von Squier [3]) fortgeführt worden. 1544

In einer Kette aus einer sehr spitzen, in der Richtung der Kraftlinien liegenden, und einer 1 cm davon abstehenden, bis auf die Mitte mit Siegellack bedeckten kreisförmigen Elektrode in sehr verdünnter Salpetersäure, welche sich zwischen den Polschuhen eines Elektromagnetes befindet, entsteht nach Squier bei der Erregung des Magnetfeldes ein plötzlicher Strom von der Spitze zur Platte durch die Lösung, dann ein umgekehrter Strom. Wird die Spitze abgeschnitten, so dass sich ihre Fläche der unbedeckten Mitte der Platte an Grösse nähert, so wird der Strom schwächer. Eine Eisenkugel an Stelle der Platte wirkt ebenso. Diese Resultate sind auch von Rowland und Bell erhalten. Nach Letzterem ist die Wirkung unregelmässig, oft Null, z. B. bei Anwendung von Essigsäure, Ameisensäure, Oxalsäure, Weinsäure, Chlorsäure, Bromsäure und Phosphorsäure; Null oder schwach bei Kupfersulfat, -nitrat, -acetat, -chlorid und -tartrat; merkbar bei Chromsäure, Quecksilberchlorid, -bromid, Silbernitrat und Platinchlorid; deutlich bei Eisenchlorid, Chlorwasser und Salpetersäure. Die Wirkung tritt also auf, wenn keine Wasserstoffentwickelung stattfindet.

Kleine Nickel- und Kobaltstäbe gaben eine analoge, aber viel schwächere Wirkung, wenn die Elektrolyten auf sie einwirken konnten, so bei Salpetersäure, Bromwasser, Chlorwasser und Platinchlorid.

---

[1]) Dass beim Aufsetzen zweier gleicher, mit einem Galvanometer verbundener Eisenstäbe, welche von unten in einen Glastrog voll Lösungen von $CuCl_2$, $CuBr_2$, HNO_3 vom specif. Gew. 1,42, voll Bichromatlösung, Salpetersäure, Bromlösung und Eisenchlorid, auf die Pole eines Elektromagnetes eingeschoben sind, der Nordpol sich gegen den Südpol elektropositiv verhält, bedarf noch sehr der Bestätigung (Andrews, Proc. Roy. Soc. London **46**, 176, 1889; Beibl. **13**, 966). — [2]) H. A. Rowland und L. Bell, Amer. Journ. of Sc. [3] **36**, 39, 1888; Beibl. **12**, 822. — [3]) G. O. Squier, Lum. électr. **48**, 588, 1893; Beibl. **17**, 783.

Wenn sich Wasserstoff entwickelte, z. B. bei H, Br, Cl, $HClO_3$, $HBrO_3$, H_2SO_4 u. s. f., namentlich bei HJ, zeigte sich, wenn auch kaum, eine Wirkung des Magnetes, doch die Umkehrung des Stromes. Die Wirkung beträgt etwa von $0{,}0_31$ Volts in den Wasserstoff entwickelnden Säuren bis 0,03 Volts in Salpetersäure. Der Grund der magnetischen Wirkung, welche die chemische Einwirkung hemmt, liegt wahrscheinlich in der Anziehung des Magnetes auf die aus den gebildeten Lösungen abgeschiedenen magnetischen Metalle, was namentlich bei spitzen, weniger oder nicht bei ausgebreiteten Elektroden hervortritt. Bei äquatorialer Lage der Pole kann deshalb die Wirkung nicht eintreten. Dieselbe ist also in allen Fällen eine rein mechanische.

Rührt man die Flüssigkeit an einem Pole um, so nimmt demgemäss zuweilen die Wirkung zu, zuweilen ab.

Wird die Flüssigkeit mit Sand oder mit Gelatine versetzt (10 g Wasser, 1 g Gelatine, 0,533 g Salpetersäure vom specif. Gew. 1,415), so bleibt die Stromrichtung lange die gleiche.

Unter dem Einfluss des Erdmagnetismus entsteht in der gelatinösen Lösung ein Strom von der Spitze zur Platte in der äusseren Leitung; derselbe nimmt ab, kehrt sich etwa in einer Stunde um, wächst, nimmt dann ab, kehrt sich nach einer weiteren halben Stunde wieder um und bleibt dann constant.

In einem Magnetfelde von etwa dem 15 650fachen der Horizontalcomponente H des Erdmagnetismus geht in derselben Lösung der Strom in der gleichen Richtung, wird Null, der Strom kehrt sich um und wächst etwa auf das Doppelte des anfänglichen Stromes. Die gebildeten Eisensalze sammeln sich symmetrisch um die Spitze. Wird dann die Stärke des Magnetfeldes plötzlich vermindert, so geht die Nadel schnell, aber nicht plötzlich auf Null zurück.

Die Wirkung der Magnetisirung ist also wiederum die, dass die stärker magnetisirte Elektrode elektropositiv wird; indess wird die Wirkung durch Bildung von Eisensalzen umgekehrt. Diese Bildung an der Elektrode wird durch Gelatine verzögert und so auch die Umkehrung.

Feine Staubtheilchen und abwechselnd braune und helle Schichten von Eisensalz in der Lösung lagern sich um die Spitzenelektrode in Form einer äquipotentiellen Linie. Beim Oeffnen des magnetisirenden Stromes fallen die Salze zu Boden. Auch rotiren die Staubtheilchen um die Spitze je nach der Richtung der Magnetisirung in der einen oder anderen Richtung.

In verdünnter Schwefelsäure (10 g Wasser, 1 g Gelatine, 1,062 g H_2SO_4 vom specif. Gew. 1,826), Chlorwasserstoffsäure, Essigsäure und Ueberchlorsäure, welche mit Eisen Wasserstoff entwickeln, sind die Wirkungen viel schwächer. Setzt man hierbei zu der verdünnten Schwefelsäure Wasserstoffsuperoxyd, so wird der Ausschlag des Galvanometers grösser. Die elektromotorische Kraft wächst langsam, so lange das Magnetfeld schwächer als 3500 H ist, zwischen 3500 bis 8000 H

wächst sie schneller und bleibt dann bis 10 000 H constant. Mit Salpetersäure ist sie grösser als 0,036 V., mit Schwefelsäure nur 0,0033 bis 0,0078 V.

Wurde die Kette mit Salpetersäure in einem Felde von 11 000 H in je zwei Minuten eine Minute lang belassen, so war die Ablenkung gering und wurde nach fünf Minuten Null, worauf in Folge der Wirkungen der Eisensalze eine langsam wachsende entgegengesetzte Ablenkung folgte[1]).

1545 Aehnliche Erscheinungen zeigen sich auch bei diamagnetischen Substanzen, z. B. Wismuth, wie Grimaldi[2]) beobachtet hat.

In ein U-förmiges Rohr voll verdünnter Lösung von Chlorwismuth in Chlorwasserstoffsäure wurden zwei chemisch reine, sorgfältig geputzte, 2 bis 2,5 cm dicke Wismuthdrähte eingesenkt und mit einem sehr empfindlichen Galvanometer verbunden. Der eine weitere Schenkel des Rohres befindet sich zwischen den Polen eines sehr starken Elektromagnetes. Ist der in Folge der Ungleichheit der Wimuthdrähte anfangs entstehende Strom compensirt, und erregt, man den Elektromagnet, so entsteht ein neuer constanter „galvanomagnetischer" Strom, welcher, unabhängig von der Richtung des abgelaufenen Stromes, vom magnetisirten Wismuth durch das Galvanometer zum unmagnetischen geht. Die Intensität desselben hängt sehr von der Oberfläche des Wismuths ab. Die elektromotorische Kraft desselben schwankt zwischen $^1/_{12000}$ bis $^1/_{2400}$ D. Mit der Stärke des Magnetfeldes nimmt sie zu und ist unabhängig von der Richtung der Magnetisirung.

Versuche mit Wismuthstäben in Chlorwismuthlösungen, welche einige Tropfen Eisenchlorür enthalten, geben statt einer Zunahme eine Abnahme des galvanomagnetischen Stromes. Versuche mit Wismuthstäben mit $^1/_{2000}$ eingesprengtem Ferrum hydrogenio reductum ergeben im Wesentlichen die gleichen Resultate wie gewöhnliches Wismuth, nur sind sie veränderlicher. Das Eisen in der Lösung und im Wismuth scheint also keinen wesentlichen Einfluss zu haben.

1546 Die Ursache der hierbei beobachteten Aenderungen liegt zum Theil in der Arbeit beim Magnetisiren. In Folge derselben müsste sich die Verbindungswärme des Eisens mit einem anderen Körper im Magnetfelde verringern, also die elektromotorische Kraft desselben gegenüber dem unmagnetischen Eisen kleiner sein, wie folgender Kreisprocess ergiebt: 1) Das Eisenstück nähere sich aus der Unendlichkeit dem Magnet; die gewonnene Arbeit sei T, wobei die im Eisen selbst entwickelte Wärme vernachlässigt werden möge. 2) Es verbinde sich mit irgend einem Körper, wobei die Wärme Q entwickelt werde. 3) Die gebildete, sehr schwach oder fast unmagnetische Verbindung werde unendlich weit vom

[1]) Aehnliche Versuche von Wolff, Amer. Chem. Journ. 17, 122; Chem. Centralbl. 1, 756, 1895. — [2]) Grimaldi, Atti della R. Accad. dei Lincei Rendic. [4] 5, 28; Memorie [4] 5, 1889; Beibl. 13, 553; 14, 401.

Magnet entfernt, wobei die Arbeit fast Null ist. 4) Die Verbindung werde wieder in ihre früheren Bestandtheile zersetzt, wobei die Wärmemenge Q' verbraucht wurde. Dann ist

$$T - \mathfrak{A}(Q' - Q) = 0, \qquad Q' - Q = T/\mathfrak{A},$$

wo $\mathfrak{A}$ das mechanische Wärmeäquivalent ist.

Da T positiv ist, muss $Q' > Q$ sein. Unter den Umsetzungen: Magnetisirtes Eisen + $CuSO_4$ = Cu + $FeSO_4$ und nicht magnetisirtes Eisen + $CuSO_4$ = Cu + $FeSO_4$ entwickelt also z. B. die letztere mehr Wärme als die erstere. So kann man, wenigstens zum Theil, die Versuche von Remsen erklären. Auch muss die elektromotorische Kraft einer Kette, die Eisen als negative Elektrode enthält, beim Magnetisiren abnehmen, während sie gegentheils vergrössert sein muss, wenn das Eisen die positive Elektrode bildet [1]).

Ferner aber liegt die Ursache der Aenderungen der elektromotorischen Kraft zum grössten Theil in dem Einflusse der Magnetisirung auf den Verlauf der Localströme zwischen dem Eisen, den in dasselbe eingesprengten negativen Theilchen und der umgebenden Flüssigkeit. Indem die von den Localströmen durchströmte Flüssigkeit vom Magnet abgelenkt wird, treten schneller neue, noch nicht mit mehr oder weniger Eisen gesättigte Flüssigkeitsmassen an das Eisen und so löst sich dasselbe schneller auf. In Folge dieser Aenderung der Flüssigkeit am magnetisirten Eisen kann es sich gegen unmagnetisches Eisen, an dem die in Folge der Localströme mehr oder weniger Eisen enthaltende Flüssigkeit länger verweilt, elektromotorisch verhalten [2]). Je nach dem Ueberwiegen der einen oder anderen Wirkung kann die elektromotorische Stellung des magnetisirten Eisens verschieden sein.

Insofern bieten die betreffenden Versuche principiell nichts Neues. Ob durch die Magnetisirung etwa noch Cohäsionsänderungen des Eisens hervorgerufen werden, welche auf sein chemisches Verhalten von Einfluss sind, bedürfte genauerer Untersuchungen. Die Wirkung dürfte gegen die ersterwähnte, rein secundäre, sehr zurücktreten [1]).

1547 Auf die Cohäsion der Flüssigkeiten scheint der Magnetismus keinen Einfluss zu haben. Als Mousson [2]) zwischen die Pole eines starken Elektromagnetes eine Schale voll Wasser oder Eisenvitriollösung stellte und Capillarröhren einsenkte, änderte sich beim Schliessen des magnetisirenden Stromes der Stand der Flüssigkeiten darin nicht. Ebenso wenig zeigte sich eine solche Aenderung, als ein enges, U-förmig gebogenes Capillarrohr mit den betreffenden Flüssigkeiten gefüllt und mit dem einen

---

[1]) Pellat, Journ. de Phys. [2] 6, 286, 1887; Beibl. 11, 733; im Gegensatz zu Gross, Verhandl. d. physikal. Ges. zu Berlin 1887, S. 45; Beibl. 11, 736. — [2]) Th. Andrews, Proc. Roy. Soc. London 52, 114, 1892; Beibl. 17, 148. — [3]) S. auch Nichols und Franklin, Lum. électr. 26, 234, 1887; Amer. Assoc., Beibl. 12, 124. — [2]) Brunner u. Mousson, Pogg. Ann. 79, 141, 1850.